

การออกแบบแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีช่องเปิด  
และที่รองรับ เป็นแนว เส้น โดยทฤษฎีอีลิคไลน์



นายสุธี ผลบำรุงวัชระ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2528

ISBN 974-564-115-4

008767

1 1796,3497

DESIGN OF RECTANGULAR FLOOR SLABS WITH OPENINGS  
AND LINE SUPPORTS BY YIELD-LINE THEORY

Mr. Sutee Phonbumroongwatchara

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering  
Department of Civil Engineering  
Graduate School  
Chulalongkorn University

1985



หัวข้อวิทยานิพนธ์

การออกแบบแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีช่องเปิดและที่รองรับ  
เป็นแนวเส้นโดยทฤษฎีจลน์

โดย

นายสุธี ผลบ่ารุงวัชระ

ภาควิชา

วิศวกรรมโยธา

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เริง เตชา รัชตโพธิ์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้แนบวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

*[Signature]* ..... คณบดี บัณฑิตวิทยาลัย  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุประดิษฐ์ มุนนาค)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

*[Signature]* ..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์)

*[Signature]* ..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาตรี)

*[Signature]* ..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. เอกสิทธิ์ สีมสุวรรณ)

*[Signature]* ..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เริง เตชา รัชตโพธิ์)

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



หัวข้อวิทยานิพนธ์

การออกแบบแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีช่องเปิดและที่รองรับ  
เป็นแนวเส้นโดยทฤษฎีอีลด์ไลน์

ชื่อนิติผล

นายสุธี ผลบำรุงวัชรระ

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เรืองเดช รัชตโพธิ์

ภาควิชา

วิศวกรรมโยธา

ปีการศึกษา

2527

## บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็น การนำเอาการวิเคราะห์และออกแบบระบบแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยทฤษฎีอีลด์ไลน์มาประยุกต์กับไมโครคอมพิวเตอร์ โดยทำการศึกษาออกแบบแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองทางรวม 7 ชนิด ลักษณะของแผ่นพื้นที่พิจารณา มีช่องเปิดอิสระรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Free rectangular openings) ขนาดใด ๆ วางอยู่ในตำแหน่งต่าง ๆ ของแผ่นพื้น และมีที่รองรับเป็นแนวเส้น ในกรณีแผ่นพื้นไม่มีช่องเปิดอาจมีขอบอิสระ (Free edges) รวมอยู่ด้วย ในการวิเคราะห์แรงคัตด้านทานปรัลย์ที่จะนำไปออกแบบแผ่นพื้น ได้ใช้วิธีงานเสมือน โดยคำนวณแบบทำซ้ำ

สภาพการใช้งานของแผ่นพื้น สมมุติให้นำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอกระทำบนแผ่นพื้น โดยอาจมีน้ำหนักแนวเส้นที่ขอบอิสระหรือขอบของช่องเปิดด้วย

ในการออกแบบโดยทฤษฎีอีลด์ไลน์ เราไม่สามารถหาระยะโก่งและตรวจสอบการแตกร้าวของแผ่นพื้นภายใต้น้ำหนักบริการได้ ตัวอย่างแผ่นพื้นซึ่งเสนอในงานวิจัยนี้จึงใช้มาตรฐานการออกแบบ ACI ปี 1983 ประกอบเป็นแนวทางในการตรวจสอบดังกล่าว

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้นในงานวิจัยนี้ เขียนเป็นภาษาแอปเปิลซอฟท์เบสิก มีการทำงานในลักษณะถาม-ตอบ ตัวโปรแกรมจะมีความยืดหยุ่นพอสมควร ผู้ใช้โปรแกรมสามารถเปลี่ยนช่วงการ เปลี่ยนค่าตัวแปรในการคำนวณแบบทำซ้ำและตัวเลข เกี่ยวกับมาตรฐานการออกแบบที่กำหนดไว้ในโปรแกรมได้บ้างตัว ผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะเป็นความหนาของแผ่นพื้น พื้นที่หน้าตัด เหล็กเสริม ความยาวของเหล็กบน ตลอดจนการจัดเหล็กที่ตำแหน่งต่าง ๆ

งานวิจัยนี้ทำให้สามารถออกแบบระบบแผ่นดินคอนกรีตเสริมเหล็กได้กว้างขวางกว่าใช้ทฤษฎีคลาสสิกหรือวิธีที่มาตรฐานการออกแบบ เช่น ACI แนะนำให้ใช้ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วมักจำกัดให้ใช้ได้กับแผ่นดินสึ่เหลี่ยมผืนผ้ารับน้ำหนักแผ่นกระจายสม่ำเสมอเท่านั้น

จากการเปรียบเทียบตัวอย่างการออกแบบแผ่นดินโดยทฤษฎีลวดลายซึ่ง เป็นทฤษฎีขอบเขตบน กับการใช้ทฤษฎีคลาสสิกซึ่งเป็นทฤษฎีขอบเขตล่างและการใช้วิธีในมาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก 2517 ของ วสท. พบว่าการใช้ทฤษฎีลวดลายจะประหยัดเหล็กกว่า

2

Thesis Title	Design of Rectangular Floor Slabs with Openings and Line Supports by Yield-Line Theory
Name	Mr. Sutee Phonbumroongwatchara
Thesis Advisor	Assistant Professor Roengdeja Rajatabhothi, Ph.D.
Department	Civil Engineering
Academic Year	1984

#### ABSTRACT

Analysis and design of reinforced concrete slab systems based on yield-line theory by a microcomputer are presented in this research. Seven types of supported rectangular slabs with free rectangular openings of any size and located in any position are considered. Slabs without openings may include free edges. In order to analyse a given slab for the design ultimate moments of resistance, an iterative procedure using virtual work is employed.

At service conditions, loading on the slab is assumed to be uniformly distributed with line loads acting at free edges or free openings.

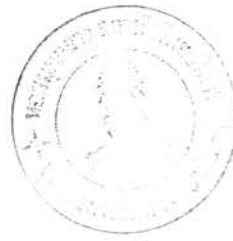
Since deflection and cracking under service loads can not be predicted by the yield-line design method, the serviceability requirements of the 1983 ACI Building Code were followed in all design examples of this study.

An interactive computer programme written in Applesoft BASIC was developed in this research. The programme is flexible enough to allow the user to change the step sizes for iterative solution of the unknown variables and certain parameters pertaining to the code of practice incorporated in the programme.

Output from the computer programme includes slab thickness, reinforcement area, top steel length and arrangement of reinforcement.

This research permits design of reinforced concrete slabs more complicated than would be possible by elastic theory and by the design procedures suggested in design codes such as the ACI. Normally code procedures are limited to uniformly loaded rectangular slabs.

By comparing example slabs designed by using the yield-line theory (which is an upper bound approach) and those using elastic theory (which is a lower bound approach) with those using a design method in the 1974 E.I.T. Standard for Reinforced Concrete Buildings, it was shown that use of the yield-line theory leads to better reinforcement economy.



## กิติกรรมประกาศ

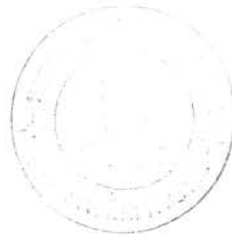
ในการทำวิทยานิพนธ์เรื่องนี้ ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เรืองเดช รัชตโพธิ์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้คำปรึกษาและคำแนะนำต่าง ๆ อันเป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์อย่างมาก อีกทั้งได้กรุณาตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์จนสำเร็จเรียบร้อย

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อันประกอบด้วย รองศาสตราจารย์ ดร. ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์ รองศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาตรี รองศาสตราจารย์ ดร. เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ ที่ได้กรุณาตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จเรียบร้อย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ถ้ามีประโยชน์หรือความคิอยู่บ้าง ผู้เขียนขอมอบกับผู้อ่านที่สนใจทุก ๆ ท่าน

นายสุธี ผลบำรุงวัชระ





สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	ฉ
กิตติกรรมประกาศ .....	ช
สารบัญ .....	ฅ
รายการตารางประกอบ .....	ฉ
รายการรูปประกอบ .....	ค
สัญลักษณ์ .....	ด
ศัพท์วิทยาการ .....	ค
บทที่	
1. บทนำ .....	1
1.1 กล่าวนำ .....	1
1.2 ความเป็นมาของปัญหา .....	1
1.3 งานวิจัยเกี่ยวกับทฤษฎีอีลด์ไลน์ที่ผ่านมาโดยสังเขป .....	2
1.4 วัตถุประสงค์ .....	2
1.5 ขอบเขตของการวิจัย .....	3
1.6 ความสำคัญหรือประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย .....	3
2. ทฤษฎีอีลด์ไลน์ .....	4
2.1 กล่าวนำ .....	4
2.2 เงื่อนไขการเกิดการวิบัติของแผ่นพื้น .....	5
2.3 การเกิดรูปแบบอีลด์ไลน์ .....	6
2.4 แรงคัตด้านทานสูงสุดบนอีลด์ไลน์ .....	6
2.5 วิธีงานเสมือน (Virtual Work Method) .....	9
2.6 วิธีสมดุลย์ (Equilibrium Method) .....	12
2.7 วิธีเชิงเลข (Numerical Method) .....	21

บทที่

3.	การออกแบบแผ่นพื้นคอนกรีต เสริม เหล็ก โดยอาศัยผลการวิเคราะห์	
	จากทฤษฎีอีลด์ไลน์ .....	23
3.1	กล่าวนำ .....	23
3.2	กำลังและสภาพการใช้งาน .....	23
3.3	ความยาวของเหล็กเสริมรับแรงดัดชนิดลบ .....	25
4.	ขั้นตอนการวิเคราะห์ที่ใช้ในงานวิจัย .....	29
4.1	กล่าวนำ .....	29
4.2	สมมุติฐานในการวิจัย .....	29
4.3	ชนิดของแผ่นพื้นที่พิจารณา .....	29
4.4	เทคนิคที่ใช้ในการวิจัย .....	32
4.5	ตัวอย่างการวิเคราะห์สมการ .....	37
4.6	โปรแกรมคอมพิวเตอร์ .....	43
5.	ตัวอย่างการออกแบบและการเปรียบเทียบ .....	49
5.1	กล่าวนำ .....	49
5.2	ตัวอย่างการออกแบบ .....	49
5.3	การเปรียบเทียบแรงดัดที่วิเคราะห์ได้กับวิธีอื่น .....	62
5.4	การเปรียบเทียบปริมาณเหล็กเสริม .....	66
5.5	การเปรียบเทียบแรงดัดของแผ่นพื้นต่างชนิดกันภายในโปรแกรม .....	70
5.6	ผลกระทบของขนาดช่อง เปิดต่อค่าแรงดัดที่เกิดขึ้น ...	73
6.	วิจารณ์และสรุปผลการวิจัย .....	76
6.1	เกี่ยวกับทฤษฎีอีลด์ไลน์ .....	76
6.2	ความยืดหยุ่นของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ .....	77
6.3	เนื้อที่ความจำของไมโครคอมพิวเตอร์ .....	77
6.4	เวลาการทำงานของไมโครคอมพิวเตอร์ .....	77
6.5	สรุปผลการวิจัย .....	78
6.6	ข้อเสนอแนะในการใช้โปรแกรมนอกขอบข่ายของงานวิจัย ..	79

เอกสารอ้างอิง .....	81
ภาคผนวก ก .....	84
ภาคผนวก ข .....	125
ภาคผนวก ค .....	170
ประวัติ .....	177

## รายการตารางประกอบ

ตารางที่		หน้า
5.1	เปรียบเทียบแรงดัดกับค่าจาก เอกสารอ้างอิง 22 .....	64
5.2	เปรียบเทียบแรงดัดกับค่าจาก เอกสารอ้างอิง 23 .....	65
5.3	เปรียบเทียบปริมาณเหล็ก เสริมกับ เอกสารอ้างอิง 23 ..	67
5.4	ปริมาณเหล็ก เสริมในแผ่นพื้นจากตารางที่ 5.3 ..	69
5.5	เปรียบเทียบแผ่นพื้นชนิดที่ 1, 6 และ 7 .....	72
5.6	เปรียบเทียบแผ่นพื้นชนิดที่ 6 และ 7 .....	72

## รายการรูปประกอบ

หน้า

รูปที่

2.1	การเกิดรูปแบบยิลด์ไลน์ในแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งรับน้ำหนักแผ่กระจาย สม่ำเสมอ .....	5
2.2	ตัวอย่างรูปแบบยิลด์ไลน์ .....	7
2.3	ยิลด์ไลน์ใด ๆ ในแผ่นพื้น เสริม เหล็กสองทางต่างกัน .....	8
2.4	ยิลด์ไลน์ท่ามกับทิศทางการเสริมเหล็ก .....	10
2.5	รูปแบบยิลด์ไลน์ติดอยู่ในรูปของตัวแปร .....	11
2.6	รูปแบบยิลด์ไลน์และแรงเฉือนเทียบเคียงที่ขั้ว .....	13
2.7	แรงเฉือนเทียบเคียงที่จุดพบกันของยิลด์ไลน์สองเส้น .....	14
2.8	แรงดัดเทียบเคียงตามแนว ac และ ce .....	14
2.9	ผลลัพธ์ของแรงดัดและแรงบิดบนขอบ ae .....	15
2.10	แรงที่ขั้วที่จุดพบกันของยิลด์ไลน์สามเส้น .....	16
2.11	ขั้วของยิลด์ไลน์สามเส้น .....	17
2.12	ยิลด์ไลน์พหุขอบอิสระ .....	19
2.13	ทิศทางแรงที่ขั้วของยิลด์ไลน์พหุขอบอิสระ .....	19
2.14	แผ่นพื้นรับน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ .....	21
3.1	เหล็กเสริมในแผ่นพื้นขอบยึดแน่นสี่ด้าน .....	26
3.2	รูปแบบยิลด์ไลน์ เนื่องจากการหยุดเหล็กบนของแผ่นพื้นขอบยึดแน่นสี่ด้าน	26
3.3	เหล็กเสริมในแผ่นพื้นขอบอิสระหนึ่งด้านยึดแน่นสามด้าน .....	28
3.4	รูปแบบยิลด์ไลน์ เนื่องจากการหยุดเหล็กบนของแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขอบอิสระหนึ่งด้านยึดแน่นสามด้าน .....	28
4.1	แผ่นพื้นที่ทำการศึกษา .....	31
4.2	รูปแบบยิลด์ไลน์ที่เบ้เงาของกันและกัน ในแผ่นพื้นชนิดที่ 5 .....	33
4.3	แสดงช่องเปิดที่ตำแหน่งใด ๆ ของแผ่นพื้นชนิดที่ 5 .....	33

## รูปที่

4.4	แสดงช่องเปิดที่ตำแหน่งใด ๆ ของแผ่นพื้นชนิดที่ 7 .....	34
4.5	กราฟแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรกับฟังก์ชัน $f$ .....	36
4.6 (ก)	แสดงรูปแบบยิลด์ไลน์ .....	38
4.6 (ข), (ค), (ง), (จ)	แสดงระยะทรุดตัวของน้ำหนักแนวเส้น ..	38
4.7	แสดงทิสัยของตัวแปรที่กำหนดตำแหน่งยิลด์ไลน์ .....	41
4.8	แผนภูมิแสดงขั้นตอนการทำงานเป็นส่วน ๆ ของโปรแกรม YTAD ..	45
4.9	แผนภูมิแสดงขั้นตอนการวิเคราะห์แรงคัตของรูปแบบยิลด์ไลน์ในส่วน โปรแกรม PROGRAM 1, PROGRAM 2 .....	46
4.10	แผนภูมิแสดงขั้นตอนการทำงานของส่วนโปรแกรม PROGRAM 1 และ PROGRAM 2 โดยสังเขป .....	48
5.1	ตัวอย่างแผ่นพื้นชนิดที่ 4 (ตัวอย่างที่ 1) .....	50
5.2	การเสริมเหล็กในตัวอย่างที่ 1 .....	53
5.3	ตัวอย่างแผ่นพื้นชนิดที่ 5 (ตัวอย่างที่ 2) .....	54
5.4	การเสริมเหล็กในตัวอย่างที่ 2 .....	57
5.5	ตัวอย่างแผ่นพื้นชนิดที่ 7 (ตัวอย่างที่ 3) .....	58
5.6	การเสริมเหล็กในตัวอย่างที่ 3 .....	61
5.7	กราฟแสดงการเปรียบเทียบพื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริมแถบกลางจาก ตารางที่ 5.3 .....	68
พ-1	การวิบัติของแผ่นพื้นชนิดที่ 1 .....	86
พ-2	การวิบัติของแผ่นพื้นชนิดที่ 2 .....	89
พ-3	การวิบัติของแผ่นพื้นชนิดที่ 3 .....	92
พ-4	การวิบัติของแผ่นพื้นชนิดที่ 4 .....	95
พ-5	การวิบัติของแผ่นพื้นชนิดที่ 5 .....	101
พ-6	การวิบัติของแผ่นพื้นชนิดที่ 6 .....	109
พ-7	การวิบัติของแผ่นพื้นชนิดที่ 7 .....	112
ค-1	รูปประกอบการบ่อนข้อมูลของแผ่นพื้น .....	172

## สัญลักษณ์

$m_x, m_y$	= แรงดัดต่อหน่วยความกว้างตั้งฉากกับทิศทาง X และ Y
$m_{nt}$	= แรงบิดต่อหน่วยความกว้างบนยิลด์ไลน์
$m_n$	= แรงดัดต่อหน่วยความกว้างขนานกับยิลด์ไลน์
$W_e$	= งาน เสมือนภายนอกทั้งหมด เนื่องจากน้ำหนักบนแผ่นพื้น
$W_i$	= งาน เสมือนภายในทั้งหมด เนื่องจากยิลด์ไลน์ที่หมุนไป
$n$	= จำนวนชั้นส่วนของแผ่นพื้นในรูปแบบยิลด์ไลน์
$P_i$	= ผลรวมของน้ำหนักบนชั้นส่วนของแผ่นพื้นชั้นที่ i
$\delta_i$	= ระยะทรุดตัวของจุดศูนย์กลางของน้ำหนักบนชั้นส่วน i
$k$	= จำนวน เส้นของยิลด์ไลน์ในรูปแบบยิลด์ไลน์
$m_j$	= ค่าแรงดัดบนยิลด์ไลน์ เส้นที่ j
$L_j$	= ความยาวของยิลด์ไลน์ เส้นที่ j
$\theta_j$	= ค่ามุมหมุนของยิลด์ไลน์ เส้นที่ j
$L_x, L_y$	= ความยาวของยิลด์ไลน์บนแกน X และ Y
$\theta_x, \theta_y$	= ค่ามุมหมุนของยิลด์ไลน์บนแกน X และ Y
$Q_{ab}$	= แรงที่ชั่วระหว่างยิลด์ไลน์ a และ b
$Q_e$	= แรงที่ชั่วของยิลด์ไลน์พบขอบอิสระ
$Q_{ab}$	= มุมระหว่างยิลด์ไลน์ a และ b
$\phi$	= มุมภายในระหว่างยิลด์ไลน์กับขอบอิสระ
$W_u$	= น้ำหนักแผ่กระจายประลัยที่ใช้ออกแบบ
$D$	= น้ำหนักถาวร
$L$	= น้ำหนักบรรทุกจร
$M_u$	= แรงดัดต้านทานประลัยของแผ่นพื้น
$\gamma$	= ตัวลดค่ากำลังรับแรงดัดของหน้าตัด
$A_s$	= พื้นที่หน้าตัด เหล็ก เสริมรับแรงดึงต่อหน่วยความกว้างของหน้าตัด
$f_y$	= กำลังที่จุดคานาของเหล็ก เสริม
$d$	= ความลึกประสิทธิภาพจากผิวรับแรงอัดถึง เหล็ก เสริมรับแรงดึง

$f'_c$  = กำลังอัดประลัยของคอนกรีตรูปทรงกระบอกมาตรฐาน

$P, P_1, \dots, P_4$  = น้ำหนักแนวเส้น

$\mu$  = อัตราส่วน  $m_y/m_x$

$i_1, i_2, \dots, i_4$  = อัตราส่วนแรงดัดชนิดลบของที่รองรับต่อแรงดัดชนิดบวกภายในแผ่นพื้น

$L$  = ความยาวของแผ่นพื้น

$S$  = ความกว้างของแผ่นพื้น

$K$  = ความยาวของช่องเปิด

$H$  = ความกว้างของช่องเปิด

$X, Y$  = ตำแหน่งของช่องเปิดจากแกน  $Y$  และ  $X$

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  = ตัวแปรกำหนดตำแหน่งรูปแบบฮิลด์ไลน์

$W_{eu}$  = งานเสมือนภายนอก เนื่องจากน้ำหนักแผ่กระจาย

$W_{el}$  = งานเสมือนภายนอก เนื่องจากน้ำหนักแนวเส้น



## ศัพท์วิทยาการ

สมการเชิงอนุพันธ์	Differential Equations
สภาวะเงื่อนไข	Boundary Condition
การออกแบบชนิดพิสัย	Limit Design
จุดคลาก	Yield Point
แรงเฉือนทะลวง	Punching Shear
ความเหนียว	Ductility
หาผลต่างอนุพันธ์ย่อย	Partial Differentiate
การคำนวณแบบทำซ้ำ	Iterative
แรงที่ข้อ	Nodal Force
แรงดัด	Bending Moment
แรงบิด	Torsional Moment
ตัวประกอบภาระ	Load Factor
น้ำหนักถาวร	Dead Load
น้ำหนักบรรทุกจร	Live Load