

เชมึเนียร์ฟิสิกส์ที่วางนัยทั่วไป



นาย มาโนชญ์ สิริพิทักษ์เกษ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2531

ISBN 974-568-831-2

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

013794 i 17027391

GENERALIZED SEMINEAR-FIELDS

Mr. Manoj Siripitukdet

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1988

Thesis Title Generalized Seminear-fields

By Mr. Manoj Siripitukdet

Department Mathematics

Thesis Advisor Dr. Sidney S. Mitchell



Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University
in Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree.

Thavorn Vajrabhaya
..... Dean of Graduate School
(Professor Thavorn Vajrabhaya Ph.D.)

Thesis Committee

Virool Boonyasombat
..... Chairman
(Associate Professor Virool Boonyasombat Ph.D.)

Yupaporn Kemprasit
..... Member
(Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.)

Sidney S. Mitchell
..... Member
(Dr. Sidney S. Mitchell Ph.D.)

Copyright of the Graduate School, Chulalongkorn University.



มาโนชญ์ สิริพิทักษ์เดช : เซมิเนียร์ฟิลด์ที่วางนัยทั่วไป
 อ.ที่ปรึกษา : ดร.ชิตนีย์ เอส. มิตเชลล์, 126 หน้า

เซต S ที่ประกอบไปด้วยไบนารีโอเปอเรชัน $+$ และ \cdot เรียกว่าเป็น เซมิเนียร์ริง ก็ต่อเมื่อ
 (1) $(S, +)$ และ (S, \cdot) เป็นเซมิกรุป และ (2) $(x+y)z = xz+yz$ สำหรับทุกสมาชิก x, y, z ใน S
 เซมิเนียร์ริง $(D, +, \cdot)$ เรียกว่าเป็น เรโซเซมิเนียร์ริง ก็ต่อเมื่อ (D, \cdot) เป็นกรุป เซมิเนียร์ริง
 $(K, +, \cdot)$ เรียกว่าเป็น เซมิเนียร์ฟิลด์ที่วางนัยทั่วไป ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิก a ใน K ซึ่ง $(K \setminus \{a\}, \cdot)$
 เป็นกรุป และเรียกสมาชิก a นี้ว่า สมาชิกพิเศษของ K

ในการศึกษานี้เราพบว่าสมาชิกพิเศษของเซมิเนียร์ฟิลด์ที่วางนัยทั่วไป มีอยู่ 6 ชนิด ดังทฤษฎีที่
 แสดงต่อไปนี้

ทฤษฎีที่ 1 ให้ K เป็นเซมิเนียร์ฟิลด์ที่วางนัยทั่วไปพร้อมกับสมาชิกพิเศษ a แล้วจะได้ว่า ประโยคต่อไปนี้
 เป็นจริงเพียงประโยคเดียว (1) $ax = xa = a$ สำหรับทุกสมาชิก x ใน K (2) $ax = xa = x$
 สำหรับทุกสมาชิก x ใน K (3) $ax = a$ และ $xa = x$ สำหรับทุกสมาชิก x ใน K (4) $ax = x$
 และ $xa = a$ สำหรับทุกสมาชิก x ใน K (5) $a^2 \neq e$ และ $ae = ea = a$ (6) $a^2 \neq e$ และ
 $ae = ea \neq a$ โดยที่ e เป็นเอกลักษณ์การคูณของ $K \setminus \{a\}$ ในกรณีที่ 6 เราพบว่า มีสมาชิก d เพียง
 ตัวเดียวใน $K \setminus \{a\}$ ซึ่ง $ax = dx$ และ $xa = xd$ สำหรับทุกสมาชิก x ใน K (*)

สมาชิกพิเศษ a ที่สอดคล้องข้อที่ (1), (2), (3), (4), (5) หรือ (6) เรียกว่าเป็น สมาชิก
 พิเศษของ K ชนิดที่ I, II, III, IV, V หรือ VI ตามลำดับ

ทฤษฎีที่ 2 ให้ K เป็นเซมิเนียร์ฟิลด์ที่วางนัยทั่วไปพร้อมกับสมาชิกพิเศษ a ถ้า a เป็นสมาชิกพิเศษของ
 K ชนิดที่ II หรือ VI แล้วจะได้ว่า $(K \setminus \{a\}, +, \cdot)$ เป็นเรโซเซมิเนียร์ริง

ให้ D เป็นเรโซเซมิเนียร์ริง เราสามารถจำแนกทุก ๆ เซมิเนียร์ฟิลด์ที่วางนัยทั่วไป K
 พร้อมกับสมาชิกพิเศษ a ชนิดที่ II ซึ่ง $D = K \setminus \{a\}$ ให้ D เป็นเรโซเซมิเนียร์ริง และให้ d เป็น
 สมาชิกของ D เราสามารถจำแนกทุก ๆ เซมิเนียร์ฟิลด์ที่วางนัยทั่วไป K พร้อมกับสมาชิกพิเศษ a ชนิดที่
 VI ซึ่ง $D = K \setminus \{a\}$ และ d สอดคล้องกับ (*)

เราได้จำแนกทุก ๆ เซมิเนียร์ฟิลด์ที่วางนัยทั่วไปพร้อมกับสมาชิกพิเศษชนิดที่ 5

ภาควิชา คณิตศาสตร์
 สาขาวิชา คณิตศาสตร์
 ปีการศึกษา 2531

ลายมือชื่อนิติ
 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา Sidney S. Mitchell

MANOJ SIRIPITUKDET : GENERALIZED SEMINEAR-FIELDS.
THESIS ADVISOR : DR. SIDNEY S. MITCHELL, 126 PP.



A triple $(S, +, \cdot)$ is said to be a seminear-ring iff (1) $(S, +)$ and (S, \cdot) are semigroups and (2) $(x+y)z = xz+yz$ for all $x, y, z \in S$. A seminear-ring $(D, +, \cdot)$ is said to be a ratio seminear-ring iff (D, \cdot) is a group. A seminear-ring $(K, +, \cdot)$ is said to be a generalized seminear-field iff there exist an element a in K such that $(K \setminus \{a\}, \cdot)$ is a group, and such an element a is called a special element of K .

In this study we found that a special element of a generalized seminear-field has 6 types as the following theorem shows :

Theorem 1 Let K be a generalized seminear-field with a as a special element. Then exactly one of the following statements hold : (1) $ax = xa = a$ for all $x \in K$. (2) $ax = xa = x$ for all $x \in K$. (3) $ax = a$ and $xa = x$ for all $x \in K$. (4) $ax = x$ and $xa = a$ for all $x \in K$. (5) $a^2 \neq e$ and $ae = ea = a$. (6) $a^2 \neq e$ and $ae = ea \neq a$ where e is the identity of $(K \setminus \{a\}, \cdot)$. In case (6) we found that there exists a unique element d in $K \setminus \{a\}$ such that $ax = dx$ and $xa = xd$ for all $x \in K$. _____ (*)

A special element a satisfying (1), (2), (3), (4), (5) or (6) is called a category I, II, III, IV, V or VI special element of K , respectively.

Theorem 2 Let K be a generalized seminear-field with a as a special element. If a is a category II or VI special element of K then $(K \setminus \{a\}, +, \cdot)$ is a ratio seminear-ring.

Given a ratio seminear-ring D we classified all generalized seminear-fields K with a category II special element a such that $D = K \setminus \{a\}$. Given a ratio seminear-ring D and $d \in D$ we classified all generalized seminear-fields K with a category VI special element a such that $D = K \setminus \{a\}$ and d satisfies (*).

We also classified all generalized seminear-fields containing a category V special element.

ภาควิชา คณิตศาสตร์
สาขาวิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2531

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา Sidney S. Mitchell



ACKNOWLEDGEMENT

I am greatly indebted to Dr. Sidney S. Mitchell, my thesis supervisor, for the invaluable guidance considerately offered in the preparation and completion of this thesis. Also, I would like to thank all of the lecturers for their previous valuable lectures while studying.

In particular, deep gratitude and appreciation are shown to my beloved father, mother, brother and sister for their encouragement throughout my graduate study.



CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	v
ACKNOWLEDGEMENT	vi
INTRODUCTION	1
CHAPTER	
I PRELIMINARIES	3
II SEMINEAR-FIELDS WITH A CATEGORY II	
SPECIAL ELEMENT	15
III GENERALIZED SEMINEAR-FIELDS	58
IV EMBEDDING THEOREMS	111
REFERENCES	125
VITA	126