

บทที่ 4

การศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง

บทนี้เป็นการนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เลียนแบบลักษณะสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองและศึกษาผลการแปลงสัญญาณจากแบบจำลอง เพื่อเสริมความเข้าใจในการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่ได้จากการทดลอง โดยพารามิเตอร์ที่ให้ความสนใจเป็นพิเศษคือการมอดูเลตแอมพลิจูดซึ่งเกิดจากปัญหาการสึกหรอของซี่ฟันและการเยื้องศูนย์ของเฟือง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวผู้วิจัยได้กำหนดขึ้นโดยอาศัยพื้นฐานจากทฤษฎีการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่เสนอไว้ในบทที่ 3

4-1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง

4-1-1 สมมุติฐานในการเขียนแบบจำลอง

จากทฤษฎีในบทที่ 3 แสดงให้เห็นว่า การสั่นสะเทือนของชุดเฟืองเกิดจากการกระตุ้นของความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิต (the static transmission error) และจากการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์ของ Mark [8] พบว่า ความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิต ประกอบด้วยความถี่ดังนี้

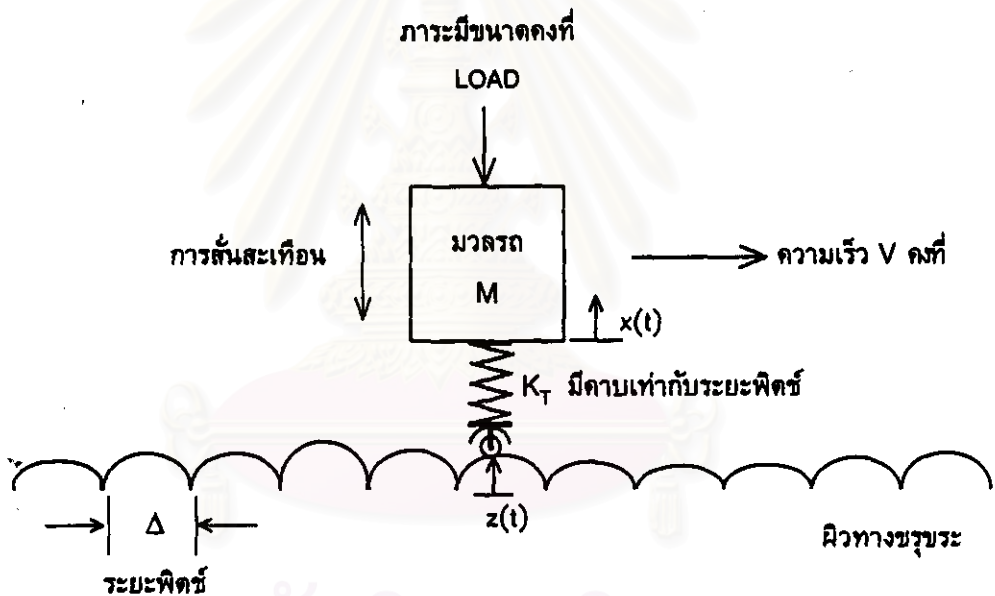
- 1) อนุกรมฮาร์มอนิกของความถี่การขบกันของเฟือง GMF เกิดจากความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยซึ่งเป็นผลรวมของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการโค้งตัวของฟันขณะรับภาระและความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
- 2) อนุกรมฮาร์มอนิกของความถี่ของการหมุนของแต่ละเฟือง เกิดจากความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่ม

ทฤษฎีการสั่นสะเทือนของ Mark ไม่พิจารณาผลของความไม่สม่ำเสมอของระยะพิตช์และผลของความเร็วรอบหมุนไม่คงที่ ซึ่งมีผลให้ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยไม่คงที่

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ถูกกำหนดขึ้นเพื่อเลียนแบบลักษณะสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองโดยอาศัยพื้นฐานความเข้าใจจากทฤษฎีดังกล่าว สมมุติฐานของแบบจำลองสัญญาณมีดังนี้

- ชุดเฟืองเป็นชนิดเฟืองตรง 1 คู่
- ชุดเฟืองรับแรงบิดขนาดคงที่
- การสั่นของชุดเฟืองมีขนาดน้อยพอที่จะไม่สนใจลักษณะไม่เชิงเส้นในการเคลื่อนที่ได้
- ขณะที่เฟืองเคลื่อนที่ ฟันเฟืองสัมผัสกันตลอดเวลา
- สัญญาณการสั่นสะท้อนเป็นชนิดความเร่ง

รูปที่ 4-1 เสนอแนวความคิดในการอธิบายการสั่นสะท้อนของชุดเฟืองด้วยการเคลื่อนที่ของรถที่วิ่งไปบนทางขรุขระและบรรทุกน้ำหนัก LOAD ขนาดคงที่ สปริงที่ติดตั้งระหว่างมวลของรถกับล้อมีความแข็งเกร็ง k_T ไม่คงที่ แต่มีลักษณะเป็นคาบเท่ากับระยะพิคซ์ ความขรุขระของผิวทางมีลักษณะเป็นลูกคลื่นที่มีคาบเท่ากับระยะพิคซ์และถูกมอดูเลตแอมพลิจูด กล่าวคือ ความขรุขระ $z(t)$ ในแต่ละช่วงระยะพิคซ์มีลักษณะคล้ายกันแต่มีแอมพลิจูดต่างกัน



รูปที่ 4-1 แบบจำลองการเคลื่อนที่ของรถที่วิ่งไปบนทางขรุขระ ซึ่งคล้ายกับการสั่นสะท้อนของชุดเฟือง

น้ำหนักบรรทุกคงที่เปรียบได้กับแรงบิดที่กระทำต่อชุดเฟือง สปริงที่ติดตั้งระหว่างมวลของรถกับล้อ k_T เปรียบได้กับความแข็งเกร็งของฟันคู่ที่มาขบกัน K_T ความขรุขระของผิวทาง $z(t)$ เปรียบได้กับความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนของโปรไฟล์ $(\xi_{s1} + \xi_{s2})$ การเคลื่อนที่ของรถในแนวตั้ง $x(t)$ เปรียบได้กับการเคลื่อนที่ตามทางเดินของจุดสัมผัส $\xi(t)$ ของชุดเฟือง ความเร็ว V ของรถเปรียบได้กับความเร็วยรอบหมุนของชุดเฟือง

กรณีที่ผิวทางเรียบ ขณะที่รถเคลื่อนที่ไปตามแนวราบและรับภาระตามแนวตั้ง รถจะสั่นขึ้นลงตามแนวตั้งเนื่องจากการยืดหดตัวของสปริงที่มีค่าความแข็งเกร็งไม่คงที่ การสั่นขึ้นลงตามแนวตั้งจะมีคาบเท่ากับการเคลื่อนที่ของรถไปตามแนวราบครบหนึ่งระยะพิตช์ ในกรณีนี้เปรียบได้กับการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่เกิดจากการโก่งตัวของฟันเพียงอย่างเดียวซึ่งมีลักษณะเป็นคาบเท่ากับระยะพิตช์

เมื่อผิวทางมีความขรุขระซึ่งมีลักษณะคล้ายลูกคลื่น ความขรุขระของทางจะกระตุ้นให้รถสั่นตามแนวตั้งซับซ้อนขึ้น เหตุการณ์นี้เปรียบได้กับการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองซึ่งเกิดจากการกระตุ้นของความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนของโปรไฟล์ แบ่งความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนของโปรไฟล์ออกเป็น ความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนเฉลี่ยและความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่ม ความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนเฉลี่ยมีคาบเท่ากับระยะพิตช์ ส่วนความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มมีคาบเท่ากับการหมุนครบรอบของเฟือง การสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่เกิดขึ้นจะรวมผลการโก่งตัวของฟันเฟือง ความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มเข้าด้วยกัน กล่าวคือ ขนาดแอมพลิจูดของการสั่นในแต่ละระยะพิตช์จะเปลี่ยนไปตามความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มในระยะพิตช์นั้นๆ แอมพลิจูดการสั่นที่เปลี่ยนไปเฉพาะที่เกิดจากเฟืองตัวใดตัวหนึ่ง จะมีลักษณะซ้ำกันอีกครั้งเมื่อเฟืองตัวนั้นหมุนครบหนึ่งรอบ หรืออาจกล่าวได้ว่าการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่มีลักษณะเป็นคาบเท่ากับหนึ่งระยะพิตช์ถูกมอดูเลตแอมพลิจูดด้วยคาบเท่ากับการหมุนของเฟืองหนึ่งรอบ

ความเร็วของรถ v ที่ไม่คงที่ มีผลทำให้ช่วงเวลาที่รถเคลื่อนที่ไปตามแนวราบให้ครบหนึ่งระยะพิตช์ไม่คงที่ และทำให้คาบของการสั่นตามแนวตั้งไม่คงที่ตามไปด้วย เหมือนกับการมอดูเลตความถี่การสั่นขึ้นลงตามแนวตั้งของรถ และถ้าระยะพิตช์ของผิวทางไม่คงที่ก็มีผลให้เกิดการมอดูเลตความถี่ได้เช่นเดียวกัน เหตุการณ์นี้เปรียบได้กับการมอดูเลตความถี่การสั่นสะเทือนของชุดเฟืองซึ่งเกิดจากความเร็วยกของชุดเฟืองไม่คงที่หรือเกิดจากรยะพิตช์ระหว่างฟันเฟืองไม่คงที่

กำหนดให้พารามิเตอร์ทุกตัวในแบบจำลองสัญญาณเป็นแบบตัวแปรไร้หน่วยยกเว้นเวลาและความถี่ พารามิเตอร์ต่างๆในแบบจำลองมีดังนี้

- a คือ สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง ซึ่งเป็นสัญญาณแบบความเร่ง
- GMF คือ ความถี่การขบกันของเฟือง เท่ากับ (ความเร็วรอบเฟือง) \times (จำนวนฟัน) ใช้หน่วยเฮิรตซ์ (Hz)
- t คือ เวลา ใช้หน่วยวินาที
- RPM1 และ RPM2 คือ ความเร็วรอบของเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ ใช้หน่วยเฮิรตซ์
- D_n คือ แอมพลิจูดของการสั่นสะเทือนที่ฮาร์โมนิกอันดับที่ n ของ GMF
- AM คือ การมอดูเลตทางแอมพลิจูด

- FM คือ การมอดูเลตทางความถี่
 ϕ α และ β คือ มุมเฟส ใช้หน่วยเรเดียน
 NT1 และ NT2 คือ จำนวนฟันเฟืองของเฟือง 1 และ 2 ตามลำดับ

4-1-2 แบบจำลองสัญญาณเมื่อชุดเฟืองไม่มีความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่ม

ในกรณีที่ชุดเฟืองมีระยะพิตช์เท่ากันทุกฟัน มีความคลาดเคลื่อนของโปรไฟล์เบี่ยงเบนไปจากเส้นโค้งอินโวลูทสมมาตรเหมือนกันทุกฟัน ไม่มีความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่ม ชุดเฟืองหมุนด้วยความเร็วรอบคงที่และรับแรงบิดคงที่ ชุดเฟืองจะสั่นสะเทือนเนื่องจากการกระตุ้นของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยซึ่งเกิดจากการโก่งตัวของฟันเฟืองขณะรับภาระและความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

ในกรณีนี้ สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองเป็นอนุกรมของคลื่นไซน์ที่มีความถี่พื้นฐานเท่ากับ GMF ดังนั้นเพื่อเลียนแบบลักษณะสัญญาณดังกล่าว จึงกำหนดให้แบบจำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองประกอบด้วยชุดฮาร์โมนิกของ GMF อันดับที่สูงถึงอนันต์ ดังสมการ

$$a(t) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \cdot \sin(2\pi \cdot n \cdot \text{GMF} \cdot t + \phi_n) \quad (4-1)$$

4-1-3 แบบจำลองสัญญาณเมื่อชุดเฟืองมีความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่ม

ความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มทำให้ตำแหน่งการขบกันของฟันเฟืองแต่ละคู่มีความแตกต่างกัน ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยจึงเปลี่ยนไปซึ่งเหมือนกับถูกมอดูเลตแอมพลิจูดด้วยความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่ม สาเหตุที่ทำให้ชุดเฟืองมีความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มได้แก่ ความคลาดเคลื่อนจากการผลิต การเยื้องศูนย์ของเฟือง การสึกหรอของฟันเฟือง การแตกร้าวของฟันเฟือง เป็นต้น

เนื่องจากความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มของเฟือง 1 และเฟือง 2 มีลักษณะเป็นคาบเท่ากับการหมุนของเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ การมอดูเลตแอมพลิจูดของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยด้วยความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มของเฟือง 1 และเฟือง 2 จึงมีลักษณะครบรอบเท่ากับการหมุนของเฟือง 1 และเฟือง 2 ด้วยตามลำดับ

กำหนดให้แบบจำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองเมื่อรวมผลของการมอดูเลตแอมพลิจูดของเฟือง 1 และเฟือง 2 เข้ากับชุดฮาร์โมนิกของ GMF ของชุดเฟืองปกติแล้ว ดังสมการ

$$a(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (D_n + AM(t)) \cdot \sin(2\pi \cdot n \cdot GMF \cdot t + \phi_n) \quad (4-2)$$

เมื่อ

$$AM(t) = \sum_{m=1}^{\infty} AM1_m \cdot \sin(2\pi \cdot m \cdot RPM1 \cdot t + \alpha 1_m) + \sum_{m=1}^{\infty} AM2_m \cdot \sin(2\pi \cdot m \cdot RPM2 \cdot t + \alpha 2_m) \quad (4-3)$$

นอกจากนี้การมอดูเลตแอมพลิจูดอาจเกิดจากการแปรปรวนของภาระที่มากกระทำกับชุดเฟือง ซึ่งทำให้ขนาดของความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการโก่งตัวของฟันแปรปรวนไปด้วย แต่จะไม่นำมาพิจารณาในแบบจำลอง

4-1-4 แบบจำลองสัญญาณเมื่อชุดเฟืองมีระยะพิชชี่ไม่สม่ำเสมอหรือมีความเร็วรอบไม่คงที่

ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยมีคาบเท่ากับระยะพิชชี่ ในกรณีที่ระยะพิชชี่ของเฟืองไม่คงที่หรือความเร็วรอบหมุนของเฟืองไม่คงที่ จะส่งผลให้คาบของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยไม่คงที่ซึ่งเหมือนกับการมอดูเลตความถี่ของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยด้วยความคลาดเคลื่อนของระยะพิชชี่และการแปรปรวนของความเร็วรอบ

ความคลาดเคลื่อนของระยะพิชชี่ของเฟือง 1 และเฟือง 2 มีลักษณะเป็นคาบเท่ากับการหมุนของเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ ส่วนการแปรปรวนของความเร็วรอบมีลักษณะเป็นคาบขึ้นอยู่กับการทำงานของเฟืองคู่หนึ่งๆ ดังนั้นจึงสมมุติให้การแปรปรวนของความเร็วรอบมีลักษณะเป็นคาบเท่ากับการหมุนของเฟืองหนึ่งรอบ และสมมุติให้การมอดูเลตความถี่เกิดขึ้นด้วยฟังก์ชันไซน์ที่มีความถี่เท่ากับความเร็วการหมุนของเฟือง

กำหนดให้แบบจำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองเมื่อรวมผลของความคลาดเคลื่อนของระยะพิชชี่และความแปรปรวนของความเร็วรอบหมุนของเฟือง 1 และเฟือง 2 เข้ากับชุดฮาร์มอนิกของ GMF ของชุดเฟืองปกติแล้ว ดังสมการ

$$a(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (D_n + AM(t)) \cdot \sin(2\pi \cdot n \cdot GMF \cdot t + \phi_n + FM(t)) \quad (4-4)$$

เมื่อ

$$FM(t) = FM1 \cdot \sin(2\pi \cdot RPM1 \cdot t + \beta 1) + FM2 \cdot \sin(2\pi \cdot RPM2 \cdot t + \beta 2) \quad (4-5)$$

4-2 การศึกษาผลการแปลงสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจากแบบจำลอง

ในหัวข้อนี้ศึกษาการแปลงสัญญาณจากแบบจำลองและศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ เพื่อเสริมความเข้าใจในการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่ได้จากการทดลอง แบบจำลองที่เลือกใช้คือสมการที่ (4-4) (4-5) และ (4-3) ซึ่งเลียนแบบลักษณะสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่ประกอบด้วยชุดฮาร์มอนิกของ GMF การมอดูเลตแอมพลิจูด และการมอดูเลตความถี่จากการหมุนของเฟือง เนื่องจากสมการดังกล่าวมีฮาร์มอนิกเป็นอนันต์สำคัญ การศึกษานี้จะกำหนดจำนวนฮาร์มอนิกให้เป็นจำนวนนับได้เพื่อให้สอดคล้องกับการทดลองในบทที่ 5 และบทที่ 6 ซึ่งศึกษาการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่มีปัญหาการสั่นหรือของซีฟันและการเยื้องศูนย์กลางของเฟืองตามลำดับ นอกจากการมอดูเลตแอมพลิจูดและการมอดูเลตความถี่ซึ่งเป็นผลมาจากการสั่นหรือของซีฟัน การเยื้องศูนย์กลางของเฟือง ความไม่สม่ำเสมอของระยะพิคซ์และความไม่คงที่ของความเร็รรอบแล้ว การตรวจวัดสัญญาณการสั่นสะเทือนก็จะมีสัญญาณรบกวน (noise) ปะปนมาด้วย ดังนั้นจึงคัดเลือกพารามิเตอร์ที่ทำการศึกษาผลกระทบดังนี้

- เฟส
- การมอดูเลตแอมพลิจูด
- การมอดูเลตความถี่
- สัญญาณรบกวน

โดยทั่วไปการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจะอยู่ในช่วงความถี่ระหว่าง $0-3.25 \times \text{GMF}$ ก็เพียงพอต่อการตรวจสภาพของชุดเฟือง ดังนั้นกำหนดให้

$$n = 0, 1, 2, 3, 4$$

ความถี่ GMF คือฮาร์มอนิกอันดับที่ N ของความถี่การหมุนของเฟือง เมื่อ N คือจำนวนฟันของเฟือง ดังนั้นสเปกตรัมระหว่างฮาร์มอนิกของ GMF จะมีฮาร์มอนิกของความถี่การหมุนของเฟืองเท่ากับ N อันดับ หรือมีแถบความถี่ข้างใดอย่างมากที่สุด N ยอด ถ้ากำหนดให้การมอดูเลตแอมพลิจูดด้วยฮาร์มอนิกของความถี่การหมุนถึงอันดับที่ N ก็น่าจะเพียงพอต่อการจำลองลักษณะการกระจายของความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุมแล้ว ดังนั้นจึงสมมติให้

$$m = 1, 2, 3, \dots, NT1 \text{ สำหรับเฟือง 1}$$

$$\text{และ } m = 1, 2, 3, \dots, NT2 \text{ สำหรับเฟือง 2}$$

ฉะนั้น จะได้แบบจำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองเป็น

$$a(t) = \sum_{n=0}^4 (D_n + AM(t)) \cdot \sin(2\pi \cdot n \cdot GMF \cdot t + \phi_n + FM(t)) \quad (4-6)$$

เมื่อ

$$AM(t) = \sum_{m=1}^{NT1} AM1_m \cdot \sin(2\pi \cdot m \cdot RPM1 \cdot t + \alpha1_m) + \sum_{m=1}^{NT2} AM2_m \cdot \sin(2\pi \cdot m \cdot RPM2 \cdot t + \alpha2_m) \quad (4-7)$$

และ

$$FM(t) = FM1 \cdot \sin(2\pi \cdot RPM1 \cdot t + \beta1) + FM2 \cdot \sin(2\pi \cdot RPM2 \cdot t + \beta2) \quad (4-8)$$

การแปลงสัญญาณบนโดเมนเวลาให้เป็นสเปกตรัมและเซปส์ตรัมใช้วิธีการแปลงฟูริเยร์แบบเร็ว (Fast Fourier Transform, FFT) ซึ่งเป็นการแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Fourier Transform, DFT) ที่ใช้จำนวนการสุ่มสัญญาณเท่ากับ 2^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 2 ในการศึกษานี้จะแปลงฟูริเยร์แบบเร็วด้วยโปรแกรม MathCad Plus 6.0 ซึ่งทำงานบน MS Windows โปรแกรมใช้จำนวนการสุ่มสัญญาณเท่ากับ 2048 ซึ่งเท่ากับที่ใช้ในการทดลองวิเคราะห์สัญญาณในบทที่ 5 และ 6

สัญลักษณ์ต่างๆที่ใช้คำนวณในโปรแกรมเหมือนกับสัญลักษณ์ในแบบจำลองสมการที่ (4-6) (4-7) และ (4-8) ส่วนค่าสัญญาณต่างๆที่ใช้ในการวิเคราะห์ ใช้สัญลักษณ์ดังต่อไปนี้

- 1) Peak คือ ยอดสูงสุด (peak) ของสัญญาณบนโดเมนเวลา
- 2) RMS คือ รากที่สองของค่ากำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square, RMS) ของสัญญาณบนโดเมนเวลา
- 3) GMF_ คือ แอมพลิจูดของยอดสเปกตรัมที่ความถี่เท่ากับ $1 \times GMF$
- 4) SBD_P คือ ค่าแอมพลิจูดเฉลี่ยของยอดแถบความถี่ข้าง ข้างซ้ายและข้างขวาของยอดสเปกตรัม $1 \times GMF$ โดยห่างจาก $1 \times GMF$ เท่ากับความเร็รรอบของเฟือง 1 (RPM1)
- 5) SBD_G คือ ค่าแอมพลิจูดเฉลี่ยของยอดแถบความถี่ข้าง ข้างซ้ายและข้างขวาของยอดสเปกตรัม $1 \times GMF$ โดยห่างจาก $1 \times GMF$ เท่ากับความเร็รรอบของเฟือง 2 (RPM2)
- 6) I_P คือ ค่าแอมนิจูดของยอดเซปส์ตรัมที่คิวเฟรนซีเท่ากับ $1/(RPM1)$ มีหน่วยเป็น dB
- 7) I_G คือ ค่าแอมนิจูดของยอดเซปส์ตรัมที่คิวเฟรนซีเท่ากับ $1/(RPM2)$ มีหน่วยเป็น dB

ค่าสัญญาณ Peak และ RMS เป็นการบอกขนาดโดยรวม (overall) ของสัญญาณการสั่นสะเทือน ยอด $1 \times GMF$ เป็นความถี่การขบกันของเฟือง ค่าสัญญาณ SBD_P และ

SBD_G ใช้เป็นตัวแทนของชุดแถบความถี่ข้าง ส่วนค่าสัญญาณ I_P และ I_G บอกภาวะเป็นคาบของชุดแถบความถี่ข้าง

แบบจำลองที่ใช้ศึกษาแสดงดังสมการ (4-9) (4-10) และ (4-11) ค่าพารามิเตอร์บางส่วนถูกกำหนดให้สอดคล้องกับการทดลอง เช่น จำนวนซี่ฟัน NT1 = 26 ฟัน และ NT2 = 38 ฟัน ความถี่การขบกันของเฟือง GMF = 221 เฮิรท์ ความเร็วรอบ RPM1 = 221/26 เฮิรท์ RPM2 = 221/38 เฮิรท์ กำหนดให้การมอดูเลตแอมพลิจูดของเฟือง 1 มีรูปแบบเดียวกับของเฟือง 2 คือให้ $AM1_m = AM1/m^2$ และ $AM2_m = AM2/m^2$ การแปรเปลี่ยนขนาดของการมอดูเลตแอมพลิจูดของแต่ละเฟืองทำได้โดยการแปรเปลี่ยนที่ค่าพารามิเตอร์ AM1 และ AM2 ส่วนการแปรเปลี่ยนขนาดการมอดูเลตความถี่ก็แปรเปลี่ยนที่พารามิเตอร์ FM1 และ FM2

$$a(t) = \sum_{n=0}^4 (D_n + AM(t)) \cdot \sin(2\pi \cdot n \cdot 221 \cdot t + \phi_n + FM(t)) \quad (4-9)$$

เมื่อ

$$AM(t) = AM1 \cdot \sum_{m=1}^{26} \frac{1}{m^2} \cdot \sin\left(2\pi \cdot m \cdot \frac{221}{26} \cdot t + \alpha_{1m}\right) + AM2 \cdot \sum_{m=1}^{38} \frac{1}{m^2} \cdot \sin\left(2\pi \cdot m \cdot \frac{221}{38} \cdot t + \alpha_{2m}\right) \quad (4-10)$$

และ

$$FM(t) = FM1 \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{221}{26} \cdot t + \beta_1\right) + FM2 \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{221}{38} \cdot t + \beta_2\right) \quad (4-11)$$

ในรูปที่ 4-2 แสดงตัวอย่างสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจากแบบจำลองตามสมการ (4-9) (4-10) และ (4-11) โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 4-1

| | | | |
|-----------------|----------------------|----------------------------|----------------------|
| GMF= 221 Hz | $D_0 = 0.15$ | AM1=0.25 | FM1=0.004 |
| NT1= 26 ฟัน | $D_1 = 1.5$ | AM2=0.25 | FM2=0.004 |
| NT2= 38 ฟัน | $D_2 = 0.6$ | $AM1_m = AM1/m^2$ | $\beta_1 = -\pi/5.5$ |
| RPM1= 221/26 Hz | $D_3 = 0.3$ | $AM2_m = AM2/m^2$ | $\beta_2 = \pi/6.5$ |
| RPM2= 221/38 Hz | $D_4 = 0.15$ | $\alpha_{1m} = -\pi m/3.5$ | |
| | $\phi_n = \pi n/2.5$ | $\alpha_{2m} = \pi m/4.5$ | |

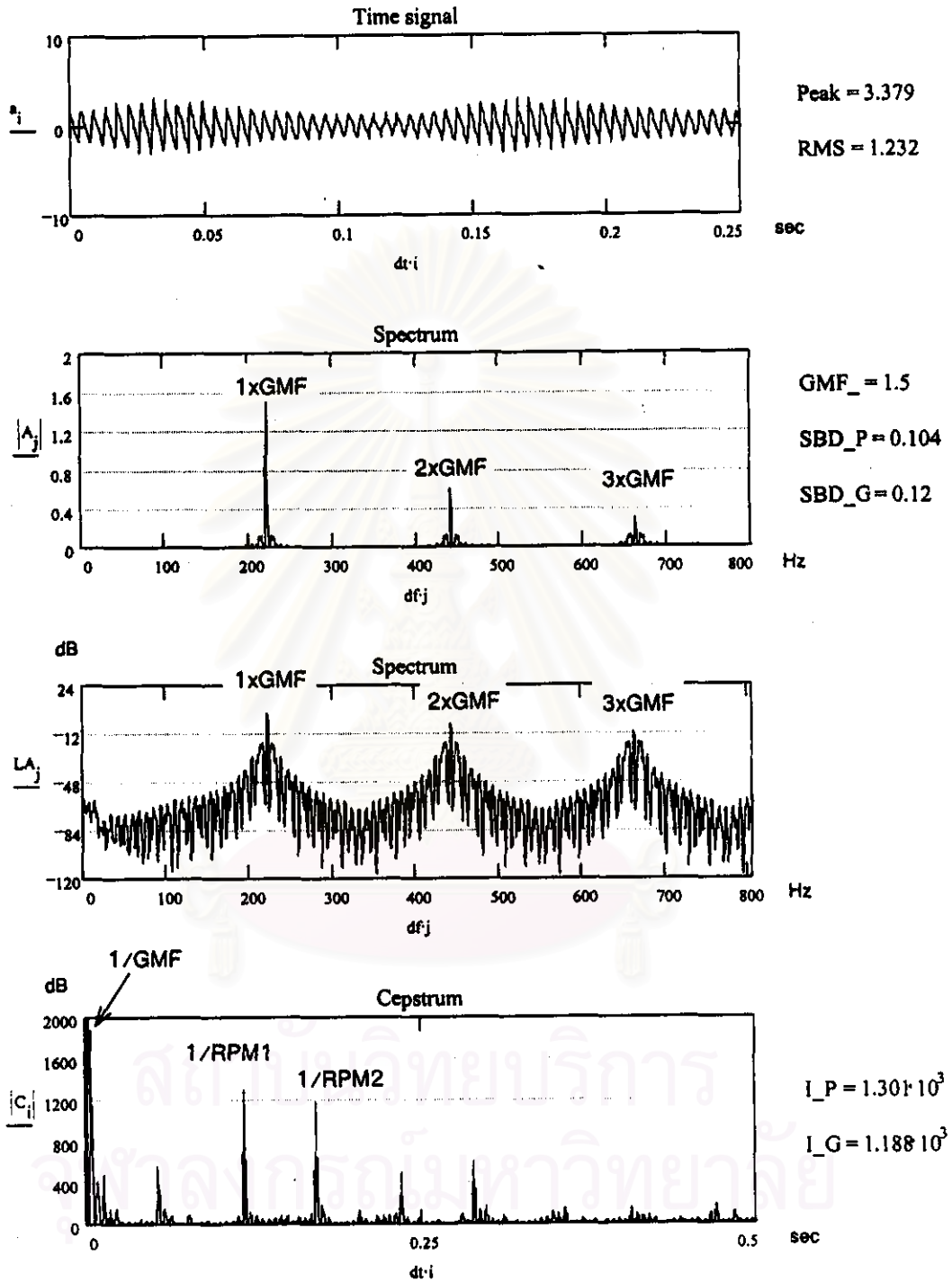
ตารางที่ 4-1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้จำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง

ในรูปแสดงสัญญาณบนโดเมนเวลา โดเมนความถี่ และโดเมนคิวเฟรนซ์ และแสดงค่าสัญญาณต่างๆที่คำนวณได้ รูปบนสุดเป็นรูปสัญญาณบนโดเมนเวลา สองรูปถัดลงมาเป็นสเปกตรัมของสัญญาณซึ่งมีแอมพลิจูดเป็นแบบเชิงเส้นและแบบลอการิทึมตามลำดับซึ่งได้จากการนำสัญญาณบนโดเมนเวลาไปแปลงฟูริเยร์แบบเร็ว สเปกตรัมที่แสดงบนสเกลลอการิทึมทำให้เห็นยอดสัญญาณที่มีแอมพลิจูดต่ำได้ชัดเจนขึ้น รูปสุดท้ายเป็นเซปส์ตรัมของสัญญาณซึ่งมีแกนตั้งเป็นแกมมาจุดที่มีหน่วยเป็น dB เซปส์ตรัมได้จากการนำลอการิทึมของสเปกตรัมมาแปลงฟูริเยร์ ผกผันแบบเร็ว ตามสมการ (2-7) ค่าสัญญาณต่างๆ ที่เป็นผลลัพธ์จากโปรแกรมมีดังนี้

$$\begin{aligned} \text{Peak} &= 3.379 \quad \text{RMS} = 1.232 \quad \text{GMF}_- = 1.5 \quad \text{SBD}_P = 0.104 \quad \text{SBD}_G = 0.12 \\ I_P &= 1301 \quad I_G = 1188 \end{aligned}$$

สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่จำลองในรูปที่ 4-2 ได้กำหนดให้แถบความถี่ข้างมีแอมพลิจูดต่ำและมีการมอดูเลตความถี่เท่ากับ 0.004 ซึ่งเทียบได้กับการแปรปรวนความเร็วรอบ 2 รอบต่อนาที เมื่อเพลาหมุนด้วยความเร็วรอบ 510 รอบต่อนาที สัญญาณดังกล่าวน่าจะอนุโลมว่าเป็นลักษณะการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองในสภาพปกติได้ บนโดเมนเวลา สังเกตเห็นสัญญาณสั่นขึ้นลงด้วยคาบเท่ากับ 0.0045 วินาทีหรือเท่ากับ $1/\text{GMF}$ และเห็นผลการมอดูเลตแอมพลิจูดได้ชัดเจน ส่วนการมอดูเลตความถี่สังเกตไม่เห็น บนโดเมนความถี่ ยอดสเปกตรัมมีภาวะเป็นคาบ 3 ชุดซ้อนกันอยู่ คือ ชุดฮาร์โมนิกความถี่ GMF ชุดแถบความถี่ข้างของความถี่ RPM1 และชุดแถบความถี่ข้างของความถี่ RPM2 ชุดฮาร์โมนิกของ GMF ประกอบด้วยความถี่ $1 \times \text{GMF}$ $2 \times \text{GMF}$ และ $3 \times \text{GMF}$ ยอดสเปกตรัมของความถี่ทั้งสามมีแอมพลิจูดสูงสังเกตเห็นได้ชัดเจน ส่วนชุดแถบความถี่ข้างของ RPM1 และ RPM2 เกิดจากผลการมอดูเลต AM1 เท่ากับ AM2 ถ้ามองสเปกตรัมบนสเกลเชิงเส้นจะเห็นแถบความถี่ข้างได้ไม่ชัดเจนเนื่องจากมีแอมพลิจูดต่ำ แต่ถ้ามองบนสเกลลอการิทึมจะเห็นแถบความถี่ข้างชัดเจนขึ้น ความถี่บริเวณใกล้เคียงกันแถบความถี่ข้างทั้งสองชุดจะมีแอมพลิจูดเท่าๆกัน ทำให้การสังเกตว่ายอดสเปกตรัมใดเป็นแถบความถี่ข้างของชุดไหนเป็นไปได้ไม่ถนัด สำหรับบนโดเมนคิวเฟรนซ์ ยอดเซปส์ตรัมมีฮาร์โมนิกอยู่ 3 ชุด คือ ฮาร์โมนิกของชุดฮาร์โมนิก GMF ฮาร์โมนิกของชุดแถบความถี่ข้าง RPM1 และฮาร์โมนิกของชุดแถบความถี่ข้าง RPM2 ฮาร์โมนิกของชุดฮาร์โมนิก GMF มีระยะห่างคิวเฟรนซ์เท่ากับ $1/\text{GMF}$ ส่วนฮาร์โมนิกของชุดแถบความถี่ข้าง RPM1 และ RPM2 มีระยะห่างคิวเฟรนซ์เท่ากับ $1/\text{RPM1}$ และ $1/\text{RPM2}$ ตามลำดับ

ในการจำลองสัญญาณเพื่อศึกษาผลกระทบของ เฟส การมอดูเลตแอมพลิจูด การมอดูเลตความถี่ และสัญญาณรบกวน ใช้แบบจำลองตามสมการ (4-9) (4-10) และ (4-11) ทำการทดลองเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์เฉพาะที่กำลังสนใจ ส่วนพารามิเตอร์อื่นใช้ค่าตามตารางที่ 4-1



รูปที่ 4-2 ตัวอย่างสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจากแบบจำลอง
ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ตามตาราง 4-1

โปรแกรม MathCAD Plus 6.0 ที่ใช้จำลองสัญญาณแสดงในรูปที่ 4-3 รูปที่ 4-3ก แสดงโปรแกรมส่วนที่ใช้กำหนดค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณ พารามิเตอร์ของการสุ่มสัญญาณ และการแปลงสัญญาณ รูปที่ 4-3ข แสดงโปรแกรมส่วนที่ใช้สร้างแบบจำลองและแปลงสัญญาณ ส่วนรูปที่ 4-3ค แสดงโปรแกรมส่วนที่ใช้คำนวณค่าสัญญาณต่างๆ

ASSIGN PARAMETERS

- sampling

$$N := 2048 \quad i := 0..N-1 \quad T := 1 \quad dt := \frac{T}{N} \quad df := \frac{1}{T} \quad j := 0.. \frac{N}{2} \quad F := \frac{1}{2 \cdot dt}$$

$$n := 1..4 \quad m := 1..40$$

- speed

$$GMF := 221 \quad RPM1 := \frac{GMF}{26} \quad RPM2 := \frac{GMF}{38}$$

- GMF harmonics

$$D_0 := 0.15 \quad D_1 := 1.5 \quad D_2 := 0.6 \quad D_3 := 0.3 \quad D_4 := 0.15$$

$$\phi_n := \frac{\pi}{2.5} \cdot n$$

- modulation effect

$$AM1 := 0.25 \quad AM2 := 0.25 \quad FM1 := 0.004 \quad FM2 := 0.004$$

$$AM1_m := \frac{AM1}{m^2} \quad AM2_m := \frac{AM2}{m^2}$$

$$\alpha1_m := \frac{-\pi}{3.5} \cdot m \quad \alpha2_m := \frac{\pi}{4.5} \cdot m \quad \beta1 := \frac{-\pi}{5.5} \quad \beta2 := \frac{\pi}{6.5}$$

รูปที่ 4-3ก โปรแกรมส่วนที่ใช้กำหนดพารามิเตอร์

รูปที่ 4-3 ข โปรแกรม MathCAD Plus 6.0 ที่ใช้จำลองสัญญาณการสั้นสะท้อนของชุดเฟือง

MODULATION FUNCTION

$$AM_i = \sum_{m=1}^{26} AM1_m \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot m \cdot RPM1 \cdot dt \cdot i + \alpha 1_m) + \sum_{m=1}^{38} AM2_m \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot m \cdot RPM2 \cdot dt \cdot i + \alpha 2_m)$$

$$FM_i := FM1 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot RPM1 \cdot dt \cdot i + \beta 1) + FM2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot RPM2 \cdot dt \cdot i + \beta 2)$$

VIBRATION SIGNAL

$$a_i := \sum_{n=0}^4 (D_n + AM_i) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot n \cdot GMF \cdot dt \cdot i + \phi_n + FM_i)$$

SPECTRUM and CEPSTRUM

$$aw_i := a_i \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot dt \cdot i}{T}\right) \right) \quad \text{..... hanning window}$$

$$A := \text{FFT}(aw) \quad \text{..... spectrum}$$

$$\text{Log}_j := \log\left[(|A_j|)^2 \right] \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot df \cdot j}{F}\right) \right) \quad \text{..... hanning window}$$

$$C := \text{IFFT}(\text{Log}) \quad \text{..... cepstrum}$$

Correct the amplitude of one-sided spectrum by multiplying 2 to the one-sided spectrum, except the DC component.

$$A_j = 2 \cdot A_j \quad A_0 = 0.5 \cdot A_0$$

$$LA_j = 20 \cdot \log(A_j) \quad \text{..... spectrum in log scale}$$

รูปที่ 4-3ข โปรแกรมส่วนที่สร้างแบบจำลองสัญญาณและแปลงสัญญาณ

รูปที่ 4-3(ต่อ) โปรแกรม MathCAD Plus 6.0 ซึ่งใช้จำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง

Compute the peak and the RMS of signal

$$\text{Peak} := \begin{cases} \text{Peak} \leftarrow 0.0 \\ \text{for } i \in 0..2047 \\ \text{Peak} \leftarrow |a_i| \text{ if } |a_i| > \text{Peak} \\ \text{Peak} \end{cases} \quad \text{RMS} := \begin{cases} \text{aa} \leftarrow 0.00 \\ \text{RMS} \leftarrow 0.00 \\ \text{for } i \in 0..2047 \\ \text{aa} \leftarrow \text{aa} + (a_i)^2 \\ \text{aa}_m \leftarrow \frac{\text{aa}}{2048} \\ \text{RMS} \leftarrow \sqrt{\text{aa}_m} \\ \text{RMS} \end{cases}$$

Compute 1xGMF and its sidebands.

$$\frac{\text{GMF}}{\text{df}} = 221 \quad \text{GMF}_- := |A_{221}|$$

$$\frac{\text{GMF} - \text{RPM1}}{\text{df}} = 212.5 \quad \frac{\text{GMF} + \text{RPM1}}{\text{df}} = 229.5 \quad \text{SBD}_P = \frac{|A_{213}| - |A_{229}|}{2}$$

$$\frac{\text{GMF} - \text{RPM2}}{\text{df}} = 215.184 \quad \frac{\text{GMF} + \text{RPM2}}{\text{df}} = 226.816 \quad \text{SBD}_G := \frac{|A_{215}| + |A_{227}|}{2}$$

Compute the 1/RPM1 and 1/RPM2 cepstra

$$\frac{1}{\text{RPM1} \cdot \text{dt}} = 240.941 \quad \text{I}_P := |C_{241}|$$

$$\frac{1}{\text{RPM2} \cdot \text{dt}} = 352.145 \quad \text{I}_G := |C_{352}|$$

รูปที่ 4-3ก โปรแกรมส่วนที่คำนวณค่าสัญญาณ

รูปที่ 4-3(ต่อ) โปรแกรม MathCAD Plus 6.0 ซึ่งใช้จำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง

4-2-1 ผลของการเปลี่ยนแปลงเฟส

จำลองสัญญาณโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ตามตารางที่ 4-1 ทดลองเปลี่ยนค่าเฟสแล้วเปรียบเทียบค่าสัญญาณในรูปแบบต่างๆ ที่เป็นผลลัพธ์จากโปรแกรม ผลการทดลองแสดงในตารางที่ 4-2

| พารามิเตอร์ | Peak | RMS | GMF_ | SBD_P | SBD_G | 1_P | 1_G |
|--|------|------|------|-------|-------|------|------|
| $\phi_n = \pi n / 2.5$ | 3.38 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1301 | 1188 |
| $\phi_n = \pi$ | 3.32 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1291 | 1212 |
| $\phi_n = 0.75\pi n$ | 3.29 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1227 | 1254 |
| $\phi_1 = 0 \quad \phi_2 = \pi/3$ $\phi_3 = \pi/2 \quad \phi_4 = \pi/2$ | 3.69 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1299 | 1200 |
| $\phi_1 = \pi/2 \quad \phi_2 = \pi/2$ $\phi_3 = \pi/2 \quad \phi_4 = \pi/3$ | 4.47 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1291 | 1214 |
| $\phi_1 = \pi/2 \quad \phi_2 = \pi/3$ $\phi_3 = \pi/2 \quad \phi_4 = \pi/3$ | 4.34 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1291 | 1213 |
| $\phi_1 = 0 \quad \phi_2 = \pi/2$ $\phi_3 = \pi/3 \quad \phi_4 = \pi/2$ | 3.20 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1276 | 1214 |
| $\alpha_{1_m} = -\pi m$ | 3.29 | 1.21 | 1.50 | 0.11 | 0.12 | 1351 | 1133 |
| $\alpha_{1_m} = -\pi$ | 3.31 | 1.21 | 1.50 | 0.11 | 0.12 | 1373 | 1153 |
| $\alpha_{2_m} = \pi m$ | 3.37 | 1.23 | 1.50 | 0.11 | 0.12 | 1167 | 1236 |
| $\alpha_{2_m} = \pi$ | 3.32 | 1.22 | 1.50 | 0.11 | 0.12 | 1159 | 1228 |
| $\phi_1 = 0 \quad \phi_2 = \pi/2$ $\phi_3 = \pi/3 \quad \phi_4 = \pi/2$ $\alpha_{1_m} = \pi/2$ | 3.58 | 1.22 | 1.50 | 0.11 | 0.13 | 1319 | 1164 |
| $\beta_1 = -\pi/2$ | 3.38 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1308 | 1205 |
| $\beta_2 = \pi/2$ | 3.38 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1297 | 1183 |

ตารางที่ 4-2 ค่าสัญญาณของสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจากแบบจำลอง เมื่อทดลองเปลี่ยนค่ามุมเฟส

จากการพิจารณาดาวรางที่ 4-2 การเปลี่ยนค่ามุมเฟสมีผลต่อค่าสัญญาณต่างๆ ดังต่อไปนี้

- 1) Peak และ RMS Peak มีค่าแตกต่างกันมากที่สุดถึง 40% ส่วน RMS มีค่าแตกต่างกันเพียง 2% การเปลี่ยนแปลงมุมเฟสไม่มีผลกระทบต่อค่าสัญญาณ RMS แต่จะมีผลกระทบอย่างมากต่อค่าสัญญาณ Peak
- 2) GMF_ SBD_P และ SBD_G มีค่าคงที่หรือมีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยมาก เฟสไม่มีผลกระทบต่อค่าสัญญาณบนโดเมนความถี่
- 3) 1_P และ 1_G จากการทดลอง การเปลี่ยนแปลงเฟสทำให้ค่า 1_P แตกต่างกันมากที่สุด 18% ส่วน 1_G แตกต่างกันมากที่สุด 11% สัญญาณมีการมอดูเลตแอมพลิจูด AM1 เท่ากับ AM2 และมีการมอดูเลตความถี่ FM1 เท่ากับ FM2 ยอดเซปส์ตรัม 1_P และ 1_G น่าจะมีแกมมิจูดเท่ากัน แต่จากการทดลองพบว่า การเปลี่ยนแปลงเฟสอาจทำให้ค่าสัญญาณ 1_P มากกว่าหรืออาจจะน้อยกว่าค่าสัญญาณ 1_G ก็ได้ และแตกต่างกันมากที่สุด 20%

4-2-2 ผลของการมอดูเลตแอมพลิจูด

จำลองสัญญาณโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ตามดาวรางที่ 4-1 แล้วทดลองเปลี่ยนการมอดูเลตแอมพลิจูด AM1 และ AM2 เปรียบเทียบค่าสัญญาณในรูปแบบต่างๆ ที่เป็นผลลัพธ์จากโปรแกรม ผลการทดลองแสดงในดาวรางที่ 4-3

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

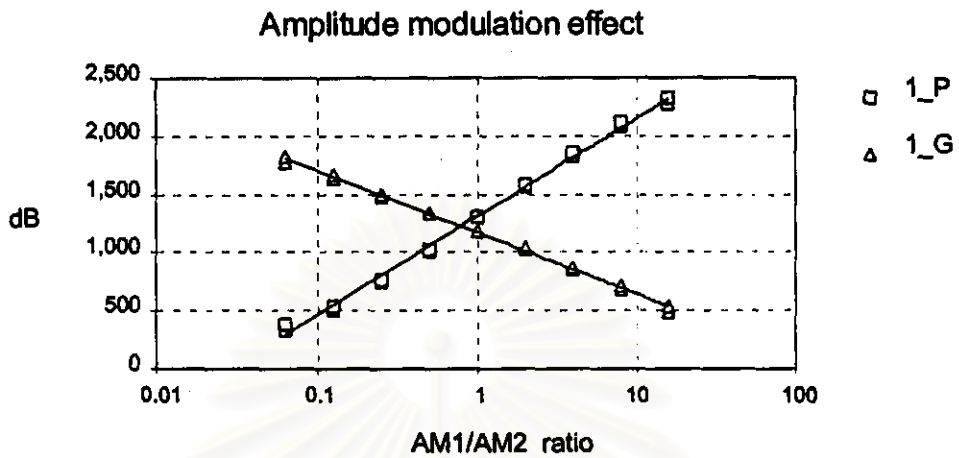
| พารามิเตอร์ | Peak | RMS | GMF_ | SBD_P | SBD_G | 1_P | 1_G |
|----------------------------|-------|------|------|-------|-------|------|------|
| AM1 = 0.25 AM2 = 0.25 | 3.38 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1301 | 1188 |
| AM1 = 0.0156 AM2 = 0.25 | 2.64 | 1.19 | 1.50 | 0.005 | 0.12 | 382 | 1818 |
| AM1 = 0.0313 AM2 = 0.25 | 2.68 | 1.20 | 1.50 | 0.012 | 0.12 | 543 | 1660 |
| AM1 = 0.0625 AM2 = 0.25 | 2.78 | 1.20 | 1.50 | 0.025 | 0.12 | 770 | 1499 |
| AM1 = 0.125 AM2 = 0.25 | 2.98 | 1.21 | 1.50 | 0.05 | 0.12 | 1027 | 1343 |
| AM1 = 0.50 AM2 = 0.25 | 4.17 | 1.32 | 1.50 | 0.21 | 0.12 | 1571 | 1025 |
| AM1 = 1.00 AM2 = 0.25 | 5.76 | 1.62 | 1.50 | 0.42 | 0.11 | 1829 | 851 |
| AM1 = 2.00 AM2 = 0.25 | 8.94 | 2.45 | 1.50 | 0.85 | 0.10 | 2078 | 675 |
| AM1 = 4.00 AM2 = 0.25 | 15.36 | 4.39 | 1.50 | 1.69 | 0.09 | 2268 | 487 |
| AM1 = 0.25 AM2 = 0.0156 | 2.65 | 1.20 | 1.50 | 0.11 | 0.006 | 2322 | 530 |
| AM1 = 0.25 AM2 = 0.0313 | 2.69 | 1.20 | 1.50 | 0.11 | 0.013 | 2119 | 707 |
| AM1 = 0.25 AM2 = 0.063 | 2.79 | 1.20 | 1.50 | 0.11 | 0.028 | 1856 | 672 |
| AM1 = 0.25 AM2 = 0.125 | 2.98 | 1.21 | 1.50 | 0.11 | 0.06 | 1584 | 1036 |
| AM1 = 0.25 AM2 = 0.50 | 4.17 | 1.31 | 1.50 | 0.10 | 0.24 | 1013 | 1332 |
| AM1 = 0.25 AM2 = 1.00 | 5.76 | 1.60 | 1.50 | 0.10 | 0.49 | 742 | 1478 |
| AM1 = 0.25 AM2 = 2.00 | 8.93 | 2.41 | 1.50 | 0.09 | 0.98 | 501 | 1628 |
| AM1 = 0.25 AM2 = 4.00 | 15.26 | 4.35 | 1.50 | 0.08 | 1.95 | 326 | 1776 |

ตารางที่ 4-3 ค่าสัญญาณของสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจากแบบจำลอง
เมื่อทดลองเปลี่ยนการมอดูเลตแอมพลิจูด

จากการพิจารณาดาวงที่ 4-3 การมอดูเลตแอมพลิจูดมีผลต่อค่าสัญญาณต่างๆดังต่อไปนี้

- 1) Peak และ RMS ค่าเพิ่มขึ้นเมื่อการมอดูเลตแอมพลิจูดรุนแรงขึ้น
- 2) GMF_ มีขนาดคงที่ ไม่ขึ้นกับการมอดูเลตแอมพลิจูด
- 3) SBD_P มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อการมอดูเลต AM1 มากขึ้น
- 4) SBD_G มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อการมอดูเลต AM2 มากขึ้น
- 5) 1_P และ 1_G เมื่อการมอดูเลต AM1 มากขึ้นขณะที่ AM2 คงที่ ค่าสัญญาณ 1_P จะสูงขึ้นแต่ค่าสัญญาณ 1_G จะต่ำลง ในทำนองเดียวกัน ถ้าการมอดูเลต AM2 มากขึ้นขณะที่ AM1 คงที่ค่าสัญญาณ 1_G จะสูงขึ้นแต่ค่าสัญญาณ 1_P จะต่ำลง ถ้าการมอดูเลต AM1 และ AM2 เท่ากัน ค่าสัญญาณทั้งสองจะใกล้เคียงกัน ค่าสัญญาณ 1_P และ 1_G ตามตารางที่ 4-3 นำมาพลอตกราฟ โดยมีแกนตั้งเป็นแกมมาจุดและมีแกนนอนเป็นสัดส่วน (AM1/AM2) แสดงในรูปที่ 4-4 จากกราฟแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงค่าสัญญาณ 1_P และ 1_G มีความสัมพันธ์กัน และขึ้นกับค่าสัดส่วน (AM1/AM2) เมื่อสัดส่วนค่า (AM1/AM2) สูงขึ้น ค่าสัญญาณ 1_P จะสูงขึ้นแต่ค่าสัญญาณ 1_G จะต่ำลง ในทางตรงกันข้ามเมื่อ (AM1/AM2) ต่ำลง ค่าสัญญาณ 1_P จะต่ำลงแต่ค่าสัญญาณ 1_G จะสูงขึ้น กราฟของ 1_P และ 1_G จะตัดกันที่สัดส่วน (AM1/AM2) มีค่าประมาณ 1 จากข้อสังเกตข้างต้นอาจจะกล่าวได้ว่า เซปส์ตรัมสามารถแยกชุดแถบความถี่ข้างได้ ยอดเซปส์ตรัมบอกภาวะเป็นคาบของชุดแถบความถี่ข้าง การเปรียบเทียบค่าสัญญาณ 1_P และ 1_G ทำให้ทราบว่า การมอดูเลต AM1 หรือ AM2 ที่มากกว่ากัน และสามารถให้ข้อมูลที่ชี้ว่า AM1 หรือ AM2 มีแนวโน้มมากขึ้นหรือน้อยลงถ้าทราบว่าพารามิเตอร์ตัวใดตัวหนึ่ง (AM1 หรือ AM2) มีค่าคงที่หรือเปลี่ยนแปลงน้อย

ค่าสัญญาณ SBD_P และ SBD_G ให้ข้อมูลที่บอกว่าการมอดูเลตแอมพลิจูด AM1 และ AM2 มากขึ้นหรือน้อยลง ส่วนค่าสัญญาณ 1_P และ 1_G ให้ข้อมูลที่ใช้เปรียบเทียบว่า AM1 มากกว่าหรือน้อยกว่า AM2 และถ้าทราบว่า AM1 หรือ AM2 ตัวใดตัวหนึ่งคงที่ การเปรียบเทียบค่าสัญญาณ 1_P และ 1_G จะทำให้ทราบว่า AM1 หรือ AM2 อีกตัวหนึ่งมากขึ้นหรือลดลง



รูปที่ 4-4 ผลกระทบของการมอดูเลตแอมพลิจูดต่อค่าแกมมิจุดของยอดเซปส์ตรัม

4-2-3 ผลของการมอดูเลตความถี่

จำลองสัญญาณโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ตามตารางที่ 4-1 แล้วทดลองเปลี่ยนการมอดูเลตความถี่ เปรียบเทียบค่าสัญญาณในรูปแบบต่างๆ ที่เป็นผลลัพธ์จากโปรแกรม ผลการทดลองแสดงในตารางที่ 4-4

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

| พารามิเตอร์ | Peak | RMS | GMF_ | SBD_P | SBD_G | 1_P | 1_G |
|----------------------------|------|------|------|-------|-------|------|------|
| FM1 = 0.004 FM2 = 1.024 | 4.62 | 1.25 | 1.14 | 0.08 | 0.66 | 191 | 179 |
| FM1 = 0.004 FM2 = 0.256 | 3.66 | 1.23 | 1.48 | 0.10 | 0.22 | 861 | 484 |
| FM1 = 0.004 FM2 = 0.064 | 3.45 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.13 | 1143 | 872 |
| FM1 = 0.004 FM2 = 0.016 | 3.39 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1293 | 1116 |
| FM1 = 0.004 FM2 = 0.004 | 3.38 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1301 | 1188 |
| FM1 = 0.016 FM2 = 0.004 | 3.41 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1258 | 1099 |
| FM1 = 0.064 FM2 = 0.004 | 3.50 | 1.23 | 1.50 | 0.11 | 0.12 | 1099 | 854 |
| FM1 = 0.256 FM2 = 0.004 | 3.80 | 1.23 | 1.48 | 0.19 | 0.12 | 860 | 489 |
| FM1 = 1.024 FM2 = 0.004 | 4.75 | 1.25 | 1.13 | 0.58 | 0.09 | 640 | 48 |

ตารางที่ 4-4 ค่าสัญญาณของสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจากแบบจำลอง
เมื่อทดลองเปลี่ยนการมอดูเลตความถี่

จากการพิจารณາตารางที่ 4-4 การมอดูเลตความถี่มีผลต่อค่าสัญญาณต่างๆ ดังต่อไปนี้

- 1) Peak และ RMS มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อการมอดูเลตความถี่รุนแรงขึ้น
- 2) GMF_ การมอดูเลตความถี่น้อยกว่า 0.064 ค่าสัญญาณ GMF_ จะคงที่ แต่ถ้าการมอดูเลตความถี่รุนแรงขึ้น GMF_ จะต่ำลง
- 3) SBD_P และ SBD_G ถ้าการมอดูเลตความถี่ FM1 น้อยกว่า 0.064 ค่าสัญญาณ SBD_P และ SBD_G จะคงที่ ถ้า FM1 มากกว่า 0.064 ค่าสัญญาณ SBD_P จะสูงขึ้น แต่ SBD_G จะต่ำลง ในทำนองเดียวกัน ถ้าความถี่ FM2 น้อยกว่า 0.064 ค่าสัญญาณ SBD_P และ SBD_G จะคงที่ แต่ถ้า FM2 มากกว่า 0.064 ค่าสัญญาณ SBD_G จะสูงขึ้น แต่ SBD_P จะต่ำลง

- 4) 1_P และ 1_G ค่าสัญญาณจะต่ำลงเมื่อการมอดูเลตความถี่รุนแรงขึ้นไม่ว่าจะมอดูเลตด้วย FM1 หรือ FM2 ถ้าการมอดูเลตความถี่น้อยกว่า 0.016 (เทียบได้กับความคลาดเคลื่อนระยะพิคซ์ 1.6% หรือเทียบได้กับการแปรปรวนของความเร็วรอบหมุน 8 รอบต่อนาทีเมื่อความเร็วรอบหมุนของเฟืองเท่ากับ 510 รอบต่อนาที) ค่าสัญญาณจะลดลงไม่มากนักคือลดลงมากที่สุดเพียง 7% ถ้าการมอดูเลตความถี่สูงถึง 0.064 ค่าสัญญาณจะลดลงมากที่สุด 28% ถ้าการมอดูเลตความถี่สูงถึง 0.256 ค่าสัญญาณจะลดลงมากที่สุด 59% และถ้าการมอดูเลตความถี่สูงถึง 1.024 ค่าสัญญาณจะลดลงถึง 85-99% กล่าวได้ว่า ถ้าชุดเฟืองมีความแปรปรวนของความเร็วรอบหมุนหรือมีความคลาดเคลื่อนของระยะพิคซ์ซึ่งเกิดขึ้นที่เฟืองไหนก็ได้ ยอดเซปส์ตรัม 1_P และ 1_G จะลดลง ยิ่งความเร็วรอบหมุนแปรปรวนมากขึ้น หรือมีระยะพิคซ์คลาดเคลื่อนมากขึ้น ยอดเซปส์ตรัม 1_P และ 1_G ก็ลดลงมากขึ้น



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4-2-4 ผลของสัญญาณรบกวน

สัญญาณการสั่นสะเทือนที่ตรวจวัดจากเครื่องจักรมีสัญญาณรบกวน (noise) ปะปนมา กับสัญญาณ ในหัวข้อนี้ศึกษาถึงผลกระทบของสัญญาณรบกวนที่มีต่อค่าสัญญาณ

จำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ตามตารางที่ 4-1 แล้วรวมสัญญาณรบกวนซึ่งจำลองขึ้นเข้ากับสัญญาณการสั่นสะเทือน สัญญาณรบกวนที่ใช้ ทดลองมี 3 ระดับ โดยระดับที่ 2 รุนแรงกว่าระดับที่ 1 เป็น 2 เท่า และระดับที่ 3 รุนแรงกว่า ระดับที่ 1 เป็น 4 เท่า โปรแกรมส่วนที่ใช้จำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่มี สัญญาณรบกวนแสดงในรูปที่ 4-5 สัญญาณรบกวนจำลองขึ้นโดยใช้ฟังก์ชัน $\text{rnd}(x)$ ของ MathCAD 6.0 ซึ่งให้สัญญาณรบกวนแบบสุ่มที่มีการกระจายแอมพลิจูดอย่างสม่ำเสมอระหว่าง 0 ถึง x นอกจากนี้ยังทดลองเปลี่ยนค่าการมอดูเลตแอมพลิจูด AM1 ให้รุนแรงขึ้นเป็น 4 เท่าและ 16 เท่าโดยที่ $\text{AM2}=0.25$ คงที่ แล้วเปรียบเทียบค่าสัญญาณ

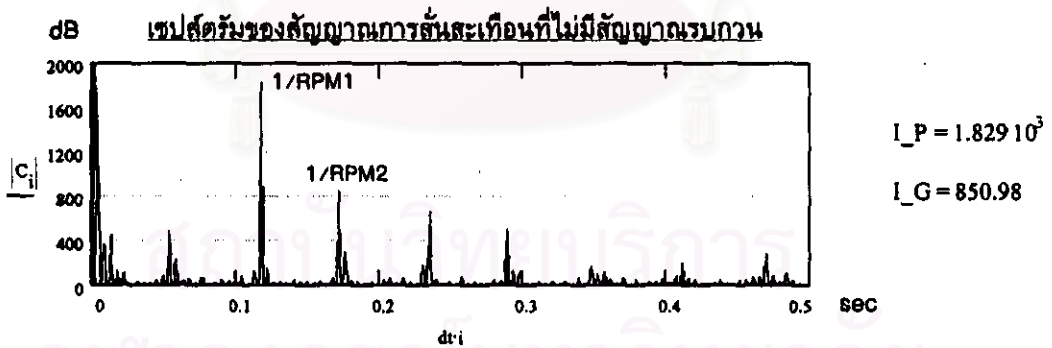
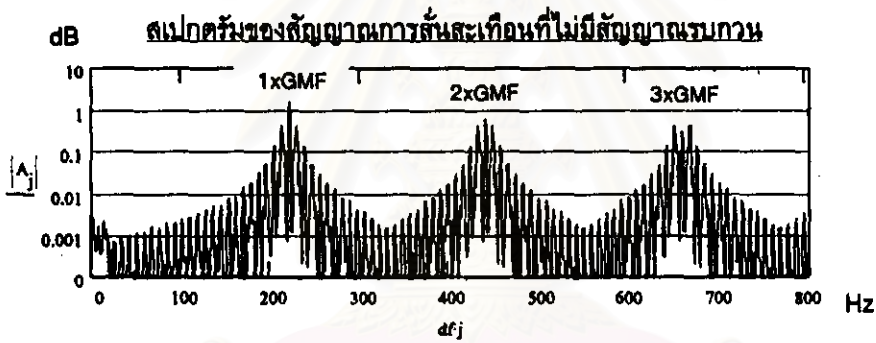
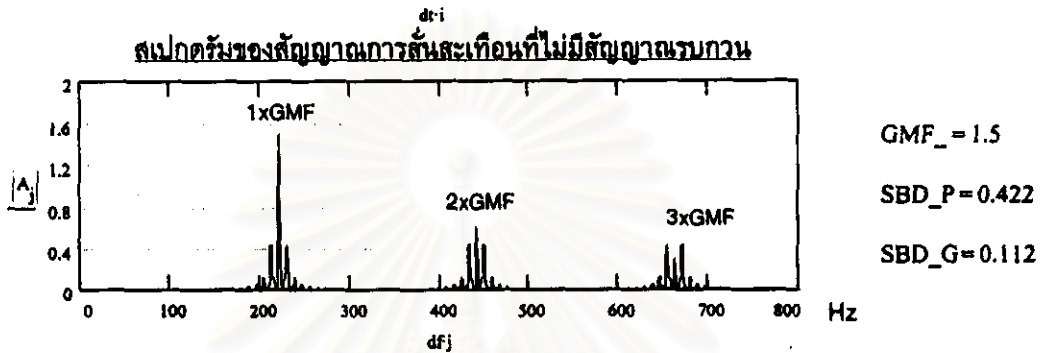
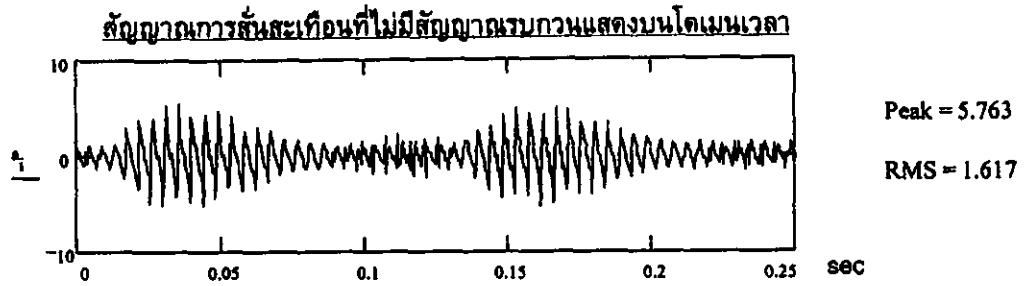
รูปที่ 4-6 แสดงตัวอย่างสัญญาณที่ไม่มีสัญญาณรบกวนและมีสัญญาณรบกวนระดับที่ 2 โดยใช้ $\text{AM1}=1.00$ และ $\text{AM2}=0.25$ จากรูปพบว่า ถ้าสังเกตสัญญาณบนโดเมนเวลาและ สเปกตรัมของสัญญาณบนสเกลเชิงเส้นแล้ว จะไม่สามารถเห็นความแตกต่างระหว่างสัญญาณ การสั่นสะเทือนที่ไม่มีสัญญาณรบกวนและมีสัญญาณรบกวนได้ แต่ถ้าสังเกตสเปกตรัมของ สัญญาณบนสเกลลอการิทึมแล้ว จะเห็นความแตกต่างของสัญญาณได้คือ เห็นแถบความถี่ข้างที่มี แอมพลิจูดต่ำมีการกระจายแอมพลิจูดเปลี่ยนไปและเห็นสเปกตรัมมีความซับซ้อนมากขึ้น และถ้าสังเกตเซปัสตรัมของสัญญาณก็จะพบว่าสัญญาณรบกวนมีผลกระทบอย่างมากต่อ เซปัสตรัม คือ จะเห็นยอดเซปัสตรัมที่ควิเฟรนซีเท่ากับ $1/\text{RPM1}$ และ $1/\text{RPM2}$ มีแกมมาจุด ลดลงอย่างมากเมื่อมีสัญญาณรบกวนปะปนมากับสัญญาณการสั่นสะเทือน ผลการทดลอง แสดงในตารางที่ 4-5

VIBRATION SIGNAL

$$a_i = \sum_{n=0}^4 (D_n + \text{AM}_i) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \text{GMF} \cdot dt \cdot i + \phi_n + \text{FM}_i)$$

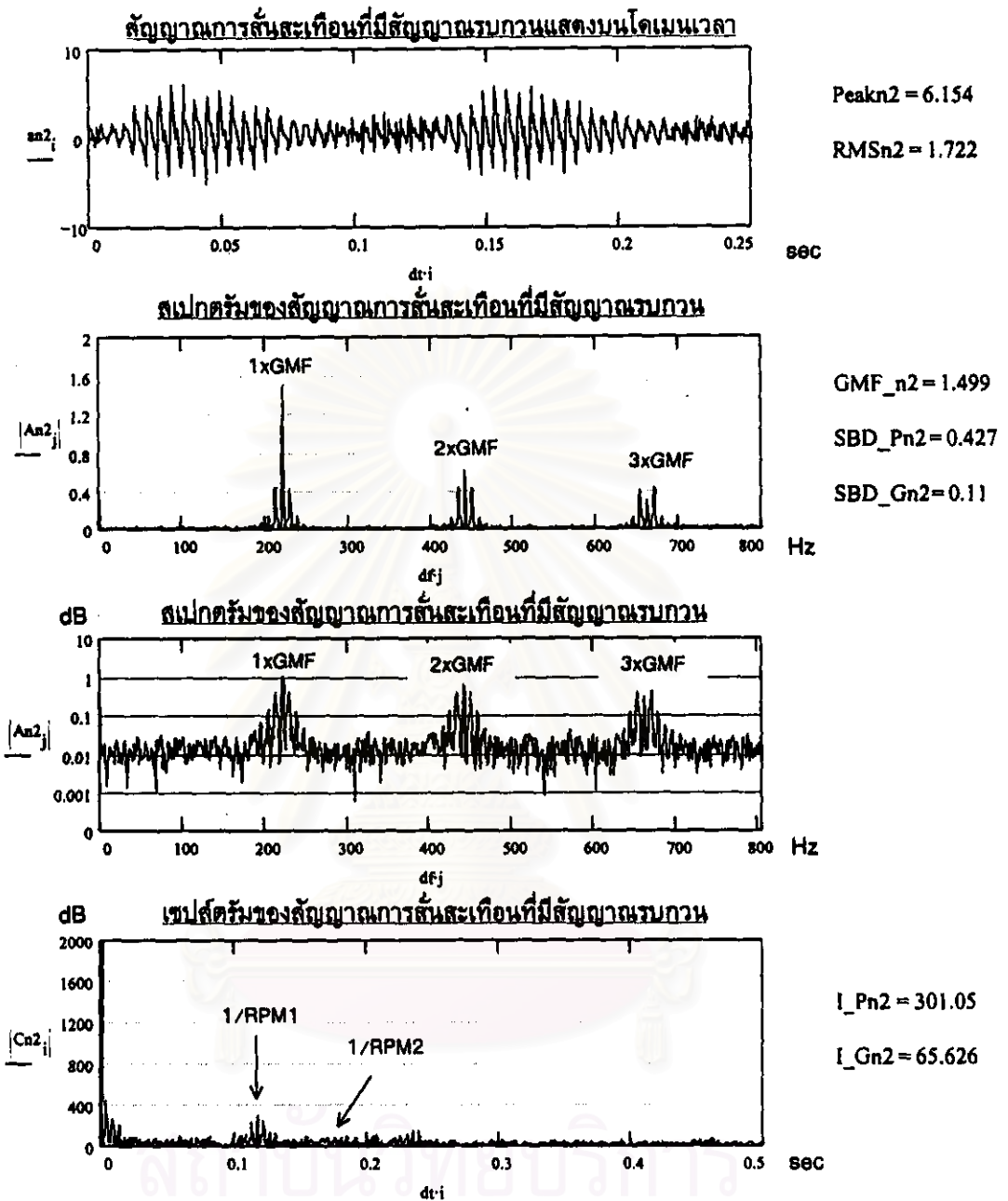
$$a_{n1_i} := a_i + \text{rnd}(0.5) \quad a_{n2_i} := a_i + \text{rnd}(1.0) \quad a_{n3_i} := a_i + \text{rnd}(2.0)$$

รูปที่ 4-5 โปรแกรม MathCAD Plus 6.0 จำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง ให้มีสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4-6ก สัญญาณที่ไม่มีสัญญาณรบกวน

รูปที่ 4-6 เปรียบเทียบสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่ไม่มีสัญญาณรบกวน และมีสัญญาณรบกวนระดับที่ 2



รูปที่ 4-6 ข สัญญาณที่มีสัญญาณรบกวนระดับที่ 2

รูปที่ 4-6 (ต่อ) เปรียบเทียบสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่ไม่มีสัญญาณรบกวน และมีสัญญาณรบกวนระดับที่ 2

| พารามิเตอร์ | สัญญาณ รบกวน | Peak | RMS | GMF_ | SBD_P | SBD_G | 1_P | 1_G |
|----------------------|-----------------|-------|------|------|-------|-------|------|------|
| AM1=0.25 AM2=0.25 | ไม่มี | 3.38 | 1.23 | 1.50 | 0.10 | 0.12 | 1301 | 1188 |
| AM1=0.25 AM2=0.25 | ระดับที่1 | 3.55 | 1.26 | 1.49 | 0.10 | 0.12 | 217 | 134 |
| AM1=0.25 AM2=0.25 | ระดับที่2 | 3.98 | 1.37 | 1.50 | 0.11 | 0.12 | 120 | 89 |
| AM1=0.25 AM2=0.25 | ระดับที่3 | 4.97 | 1.70 | 1.55 | 0.10 | 0.12 | 106 | 25 |
| AM1=1.00 AM2=0.25 | ไม่มี | 5.76 | 1.62 | 1.50 | 0.42 | 0.13 | 1829 | 851 |
| AM1=1.00 AM2=0.25 | ระดับที่1 | 6.01 | 1.64 | 1.49 | 0.42 | 0.11 | 466 | 107 |
| AM1=1.00 AM2=0.25 | ระดับที่2 | 6.15 | 1.72 | 1.50 | 0.43 | 0.11 | 301 | 66 |
| AM1=1.00 AM2=0.25 | ระดับที่3 | 7.30 | 1.99 | 1.55 | 0.41 | 0.11 | 220 | 8 |
| AM1=4.00 AM2=0.25 | ไม่มี | 15.36 | 4.39 | 1.50 | 1.69 | 0.12 | 2268 | 487 |
| AM1=4.00 AM2=0.25 | ระดับที่1 | 15.85 | 4.40 | 1.49 | 1.69 | 0.09 | 909 | 100 |
| AM1=4.00 AM2=0.25 | ระดับที่2 | 15.92 | 4.43 | 1.50 | 1.70 | 0.08 | 654 | 60 |
| AM1=4.00 AM2=0.25 | ระดับที่3 | 16.86 | 4.54 | 1.55 | 1.69 | 0.08 | 505 | 6 |

ตารางที่ 4-5 ค่าสัญญาณของสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจากแบบจำลอง เมื่อมีสัญญาณรบกวนในระดับต่างๆกัน

จากการพิจารณาดังที่ 4-5 สัญญาณรบกวนมีผลต่อค่าสัญญาณต่างๆ ดังต่อไปนี้

- 1) Peak และ RMS มีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อย
- 2) GMF_ SBD_P และ SBD_G มีค่าคงที่หรือมีค่าเปลี่ยนแปลงน้อย
- 3) 1_P และ 1_G ค่าสัญญาณลดลงอย่างมากเมื่อมีสัญญาณรบกวน แต่
 เซปส์ตรัมก็ยังสามารถแยกภาวะเป็นคาบของสัญญาณที่มีชุดแถบความถี่ข้างซ้อนกันอยู่
 สองชุดได้ กล่าวคือ เมื่อสัญญาณมีระดับสัญญาณรบกวนเท่ากัน ถ้า AM1 มากขึ้น
 ยอดเซปส์ตรัม 1_P จะสูงขึ้น แต่ยอด 1_G จะลดลง

4-3 สรุปผลการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง

แบบจำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองประกอบด้วย ชุดฮาร์โมนิกของ GMF และแถบความถี่ข้างสองชุด จากผลการศึกษาทำให้ทราบถึงผลกระทบของเฟส การมอดูเลตแอมพลิจูด การมอดูเลตความถี่และสัญญาณรบกวนที่มีผลต่อการวิเคราะห์ค่าสัญญาณบนโดเมนเวลา โดเมนความถี่ และโดเมนควิเฟรนซี ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่ได้จากการทดลองในบทที่ 5 และบทที่ 6

การเปลี่ยนแปลงเฟส อาจทำให้ค่าสัญญาณ Peak เปลี่ยนไปถึง 40% และยอดเซปส์ตรัมอาจเปลี่ยนไป 20% สัญญาณรบกวนมีผลทำให้ระดับการสั่นสะเทือนสูงขึ้น และทำให้ยอดเซปส์ตรัมต่ำลง

การมอดูเลตแอมพลิจูดทำให้ระดับการสั่นสะเทือนสูงขึ้น ทำให้แถบความถี่ข้างสูงขึ้น และยอดเซปส์ตรัมเปลี่ยนไป กล่าวคือ ถ้าการมอดูเลตแอมพลิจูดด้วยเฟือง 1 สูงขึ้น ยอดเซปส์ตรัมของเฟือง 1 จะสูงขึ้น แต่ยอดเซปส์ตรัมของเฟือง 2 กลับต่ำลง ในทำนองเดียวกัน ถ้าการมอดูเลตแอมพลิจูดด้วยเฟือง 2 สูงขึ้น ยอดเซปส์ตรัมของเฟือง 2 จะสูงขึ้น แต่ยอดเซปส์ตรัมของเฟือง 1 จะต่ำลง ผลกระทบของการมอดูเลตแอมพลิจูดที่มีต่อยอดเซปส์ตรัมของเฟือง 1 และเฟือง 2 แสดงในรูปที่ 4-4 หน้า 40

การมอดูเลตความถี่ทำให้ระดับการสั่นสะเทือนสูงขึ้น แถบความถี่ข้างเปลี่ยนไป กล่าวคือ ถ้าการมอดูเลตความถี่ด้วยเฟือง 1 สูงขึ้น แถบความถี่ข้างของเฟือง 1 จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ความถี่ข้างของเฟือง 2 จะต่ำลง ในทำนองเดียวกัน ถ้าการมอดูเลตความถี่ด้วยเฟือง 2 สูงขึ้น แถบความถี่ข้างของเฟือง 2 จะสูงขึ้น แต่ความถี่ข้างของเฟือง 1 จะต่ำลง การมอดูเลตความถี่ทำให้ยอดเซปส์ตรัมต่ำลง ไม่ว่าจะมอดูเลตความถี่จากเฟืองไหน ยอดเซปส์ตรัมของเฟือง 1 และเฟือง 2 จะต่ำลงพร้อมกัน อย่างไรก็ตาม ถ้าการมอดูเลตความถี่ไม่เกิน 1.6 %

(เทียบได้กับการแปรปรวนของความเร็วรอบหมุน 8 รอบต่อนาที เมื่อเฟืองหมุนด้วยความเร็วรอบ 510 รอบต่อนาที) พบว่าผลกระทบต่อค่าสัญญาณมีน้อยมาก

ข้อบกพร่องของเฟืองจะให้ชุดแถบความถี่ข้างที่มีระยะห่างความถี่เท่ากับความเร็วรอบหมุนของเฟืองที่มีข้อบกพร่อง การวิเคราะห์ที่ใช้ค่าแอมพลิจูดของแถบความถี่ข้างอาจทำได้ยาก เพราะโปรไฟล์ของฟันเฟืองอาจเปลี่ยนไปเนื่องจากการสึกหรอทำให้ความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนส้อมของโปรไฟล์เปลี่ยนไปด้วย การใช้ค่าสัญญาณ SBD_P หรือ SBD_G เพื่อเปรียบเทียบข้อบกพร่องของชุดเฟืองอาจไม่สามารถสรุปได้ ผลการศึกษาพบว่า ชุดแถบความถี่ข้างที่มีระยะห่างความถี่เท่ากับ RPM จะให้ยอดเซปส์ตรัมที่คิวเฟรนซ์เท่ากับ 1/RPM การใช้แกมมาของยอดเซปส์ตรัมดังกล่าวมาเป็นตัวแทนของชุดแถบความถี่ข้างจะสังเกตพบการเปลี่ยนแปลงสะดวกกว่า

การทดลองในบทที่ 5 ศึกษาการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่มีปัญหาการสึกหรอของซี่ฟัน ส่วนการทดลองในบทที่ 6 ศึกษาการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่มีปัญหาการเยื้องศูนย์ของเฟือง ปัญหาการสึกหรอของซี่ฟันและการเยื้องศูนย์ของเฟืองทำให้เกิดการมอดูเลตแอมพลิจูดของสัญญาณ การศึกษาผลกระทบของการมอดูเลตแอมพลิจูดในบทนี้จึงมีประโยชน์อย่างยิ่งต่อการวิเคราะห์สัญญาณจากการทดลอง และจากผลการทดลองในบทที่ 5 และบทที่ 6 พบว่าเมื่อชุดเฟืองมีปัญหาการสึกหรอมากขึ้นหรือมีปัญหาการเยื้องศูนย์มากขึ้น ยอดเซปส์ตรัมมีแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงคล้ายกับที่แสดงไว้ในรูปที่ 4-4 การมอดูเลตความถี่เกิดจากความแปรปรวนของความเร็วรอบหมุน และความคลาดเคลื่อนของระยะพิตช์ ในกรณีที่มีการมอดูเลตความถี่เกิดจากความแปรปรวนของความเร็วรอบหมุน การมอดูเลตความถี่น่าจะมีผลกระทบเล็กน้อยต่อค่าสัญญาณที่ได้จากการทดลอง เนื่องจากการทดลองได้ควบคุมความแปรปรวนของความเร็วรอบหมุนไม่เกิน 2 รอบต่อนาทีเมื่อชุดเฟืองหมุนด้วยความเร็วรอบ 510 รอบต่อนาที แต่ในกรณีที่ชุดเฟืองมีระยะพิตช์คลาดเคลื่อนก็อาจมีผลกระทบต่อค่าสัญญาณบ้างในระดับหนึ่ง

การสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่เกิดขึ้นจริงนั้น มีปรากฏการณ์อื่นๆ มาเกี่ยวข้องซึ่งไม่นำมาพิจารณาในแบบจำลอง คือ การหลุดจากการสัมผัส การกระทบกันของฟันเฟือง ความหน่วงของระบบ แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างที่ฟันเฟืองขบกัน เวโรแนนซ์ การเคลื่อนตัวของเพลลาและชิ้นส่วนอื่นๆ ที่ประกอบเข้ากับชุดเฟือง ลักษณะการมอดูเลตที่เกิดขึ้นจริง แรงบิดที่กระทำกับชุดเฟืองไม่คงที่ เป็นต้น ดังนั้นสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่เกิดขึ้นจริงจะมีความซับซ้อนกว่าสัญญาณจากแบบจำลอง การพัฒนาแบบจำลองสัญญาณต่อไปก็อาจใช้แบบจำลองที่เสนอในบทนี้เป็นพื้นฐาน แล้วพิจารณาปรากฏการณ์อื่นๆ เพิ่มเข้าไปในแบบจำลอง อย่างไรก็ตาม แบบจำลองสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่กำหนดขึ้นมา น่าจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจในปัญหาการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองได้ในระดับหนึ่ง