

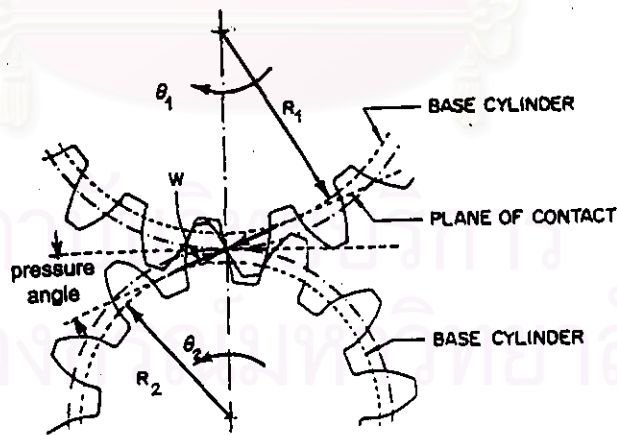
บทที่ 3

การสันสะท้อนของชุดเฟือง

การสันสะท้อนของชุดเฟืองเป็นการสันสะท้อนแบบกระตุ้นด้วยตัวเอง และมีลักษณะเป็นคาบ เกิดขึ้นเนื่องจากการกระตุ้นของความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิต (static transmission error) ของเฟืองคู่ที่ขบกันซึ่งเป็นสาเหตุทำให้เกิดความไม่คงที่ในการเคลื่อนที่เชิงมุมสัมพัทธ์ระหว่างเฟืองคู่ที่ขบกัน ในบทนี้เสนอทฤษฎีการสันสะท้อนของชุดเฟืองซึ่งเรียบเรียงจากบทความทางวิชาการ และหนังสือ เนื้อหาส่วนใหญ่เป็นผลงานวิจัยของ Gregory และคณะ [7] และ Mark [8]

3-1 สมการการเคลื่อนที่ของชุดเฟือง

ขณะที่เฟืองขบกัน จุดสัมผัสระหว่างฟันเฟืองจะอยู่บนระนาบสัมผัส (plane of contact) ซึ่งเป็นระนาบที่สัมผัสกับทรงกระบอกฐาน (base cylinder) ของเฟืองทั้งสอง ทางเดินของจุดสัมผัส (path of contact) เป็นเส้นตรงที่เกิดจากระนาบสัมผัสตัดกับระนาบที่ตั้งฉากกับแกนหมุนของเฟือง และทางเดินของจุดสัมผัสนี้จะอยู่ระหว่างวงกลมเอเดนดัม (addendum) ของเฟืองทั้งสอง ดังรูปที่ 3-1



รูปที่ 3-1 การขบกันของเฟือง

เนื่องจากโปรไฟล์ (profile) ของฟันเฟืองเป็นเส้นโค้งอินโวลูท (involute) ทำให้ผิวของฟันตรงจุดที่ฟันสัมผัสกันนั้นจะตั้งฉากกับระนาบสัมผัสตลอดเวลา ดังนั้นแรง W ซึ่งเป็นแรงที่ส่งผ่านกันระหว่างฟันจะมีทิศทางอยู่บนระนาบสัมผัส (plane of contact) ด้วย

ถ้าฟันของเฟืองคู่ที่ขบกันนั้นมีโปรไฟล์เป็นแบบอินโวลูทที่สมบูรณ์ มีระยะพิตช์คงที่สม่ำเสมอทุกฟันและไม่มีภาระมากระทำกับฟันเฟืองแล้ว เฟืองจะหมุนด้วยความเร็วรอบคงที่และจะไม่เกิดการสั่นสะเทือนขึ้น แต่ในความเป็นจริงแล้ว เฟืองต้องรับภาระซึ่งทำให้เกิดการโก่งตัวของฟัน และฟันเฟืองอาจจะมีรูปร่างโปรไฟล์ที่เบี่ยงเบนไปจากเส้นโค้งอินโวลูท มีระยะพิตช์ไม่เท่ากันทุกฟัน ซึ่งอาจเกิดจากหลายสาเหตุ เช่น การผลิต การติดตั้ง การสึกหรอหรือ การแตกร้าวของฟัน เป็นต้น ด้วยสาเหตุดังกล่าว มีผลทำให้การเคลื่อนที่เชิงมุมของเฟืองคลาดเคลื่อนไปจากตำแหน่งที่ถูกต้อง ความคลาดเคลื่อนดังกล่าวเรียกว่า “ความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่ (transmission error)” [8]

สมมุติฐานต่าง ๆ ในการเขียนสมการการเคลื่อนที่ของชุดเฟือง คือ

- 1) แบริ่งและเพลลาที่รองรับชุดเฟืองมีความแข็งเกร็งสูงมากเมื่อเทียบกับฟันเฟือง
- 2) ชุดเฟืองถูกกระทำด้วยแรงบิด (torque) คงที่
- 3) ขณะที่เฟืองเคลื่อนที่ ฟันเฟืองสัมผัสกันตลอดเวลา
- 4) ไม่คิดแรงหน่วงและแรงเสียดทานของระบบที่เกิดขึ้นระหว่างการเคลื่อนที่

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเขียนสมการมีดังนี้

θ_1 และ θ_2	คือ	การขจัดเชิงมุมของเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ
ω_1	คือ	ความเร็วเชิงมุมเฉลี่ย (mean angular velocity) ของเฟือง 1
ω_2	คือ	ความเร็วเชิงมุมเฉลี่ยของเฟือง 2
R_1 และ R_2	คือ	รัศมีของทรงกระบอกฐานของเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ
I_1 และ I_2	คือ	โมเมนต์ความเฉื่อยมวล (mass moment of inertia) ของเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ
T_1 และ T_2	คือ	แรงบิดขนาดคงที่ ซึ่งกระทำกับเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ
W	คือ	แรงที่ส่งผ่านระหว่างฟันที่สัมผัสกัน มีทิศทางอยู่บนระนาบสัมผัส
Δ	คือ	ระยะพิตช์ฐาน (base pitch) ของฟันเฟือง เป็นค่าคงที่เท่ากับ (เส้นรอบวงกลมพิตช์ฐาน)/(จำนวนฟัน)
K_T	คือ	ความแข็งเกร็งของการขบเฟืองในขณะนั้น (instantaneous mesh stiffness) ของเฟืองคู่
C_T	คือ	ความยืดหยุ่นของการขบเฟืองในขณะนั้น (instantaneous mesh compliance) ของเฟืองคู่
C_{Tav}	คือ	ความยืดหยุ่นของการขบเฟืองเฉลี่ย (time average mesh compliance) ของเฟืองคู่ เป็นค่าคงที่
δC_T	คือ	ค่าแปรปรวนความยืดหยุ่นของการขบเฟืองในขณะนั้น (instantaneous variation in mesh compliance) และ $\delta C_T = C_T - C_{Tav}$

- ξ คือ ความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่ (transmission error) ของเฟืองคู่ที่ขบกัน
- ξ_1 และ ξ_2 คือ ความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่ ของเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ
- ξ_s คือ ความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิต (static transmission error) ของเฟืองคู่ที่ขบกัน
- ξ_{sw} คือ ความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตของเฟืองคู่ที่ขบกัน เฉพาะส่วนที่เกิดจากการโก่งตัวของฟันเฟืองขณะรับภาระ
- ξ_{s1} และ ξ_{s2} คือ ความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตของเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ เป็นความคลาดเคลื่อนเนื่องจากโปรไฟล์ของฟันเฟืองเบี่ยงเบนไปจากโปรไฟล์ของฟันเฟืองที่มีระยะพิคิธส์มาเสมอ ไม่มีภาระกระทำกับฟัน และมีโปรไฟล์เป็นเส้นโค้งอินโวลูท

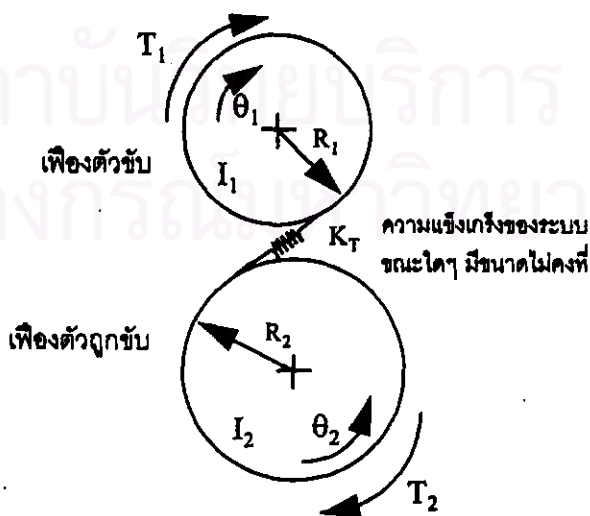
และกำหนดให้ความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่ ξ เป็นความคลาดเคลื่อนของการเคลื่อนที่ของเฟืองตามทางเดินของจุดสัมผัสและมีค่าเป็นบวกเมื่อมีทิศทางการโก่งตัวของฟันเฟือง ความสัมพันธ์ระหว่างการขจัดเชิงมุม θ และ ค่า ξ จะเป็น

$$R_1 \cdot \theta_1 - R_2 \cdot \theta_2 = \xi = \xi_1 + \xi_2 = C_T \cdot W + \xi_{s1} + \xi_{s2} \quad (3-1)$$

หรืออาจกล่าวได้ว่า ξ คือการขจัดเชิงมุมสัมพัทธ์ระหว่างเฟืองคู่ที่ขบกัน จากแบบจำลองทางจลน์ของชุดเฟือง [7] ในรูปที่ 3-2 แยกพิจารณาการเคลื่อนที่ของเฟืองทีละตัว ดังนี้

$$\text{สำหรับเฟือง 1 } [I_1 \cdot (d^2\theta_1/dt^2) = \sum M] \quad ; \quad I_1 \cdot (d^2\theta_1/dt^2) = -W \cdot R_1 + T_1 \quad (3-2)$$

$$\text{สำหรับเฟือง 2 } [I_2 \cdot (d^2\theta_2/dt^2) = \sum M] \quad ; \quad I_2 \cdot (d^2\theta_2/dt^2) = W \cdot R_2 - T_2 \quad (3-3)$$



รูปที่ 3-2 แบบจำลองทางจลน์ของชุดเฟือง [7]

แต่การขจัดเชิงมุมขณะใดๆของแต่ละเฟืองคือ

$$\theta_1 = \omega_1 t + \xi_1/R_1 \quad (3-4)$$

$$\theta_2 = \omega_2 t - \xi_2/R_2 \quad (3-5)$$

แทนตัวแปร θ_1 และ θ_2 ในสมการ (3-2) และ (3-3) ด้วยสมการ (3-4) และ (3-5) ตามลำดับ แล้วรวมสมการเข้าด้วยกันด้วยความสัมพันธ์ $\xi = \xi_1 + \xi_2$ จะได้สมการเชิงอนุพันธ์การเคลื่อนที่ของชุดเฟืองเป็น

$$d^2\xi/dt^2 + A_1 \cdot W = A_2 \quad (3-6)$$

เมื่อ $A_1 = (R_1^2/I_1 + R_2^2/I_2)$ และ $A_2 = (R_1 \cdot T_1/I_1 + R_2 \cdot T_2/I_2)$ ค่าภาระ W ที่กระทำกับเฟืองมีค่าไม่คงที่ เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ดังนั้นต้องมีสมการสนับสนุนอีกหนึ่งสมการคือ สมการ (3-1) $R_1 \cdot \theta_1 - R_2 \cdot \theta_2 = C_T \cdot W + \xi_{s1} + \xi_{s2} = \xi$ ประกอบการพิจารณาการเคลื่อนที่ของชุดเฟืองด้วย

เพื่อให้การหาค่าตอบจากสมการเชิงอนุพันธ์สมการที่ (3-6) สะดวกขึ้นและให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง จึงกำหนดให้ [8]

$$\xi = C_{Tav} \cdot W + \xi_s \quad (3-7)$$

เมื่อ C_{Tav} เป็นค่าเฉลี่ยของ C_T และเป็นค่าคงที่

$$\xi_s = \xi_{sw} + \xi_{s1} + \xi_{s2} \quad \text{โดยที่ } \xi_{sw} = W \cdot \delta C_T \quad (3-8)$$

$$\text{และ } \delta C_T = C_T - C_{Tav} \quad (3-9)$$

จากสมการ (3-7) จะได้ $W = (\xi - \xi_s)/C_{Tav}$ แทนค่า W ลงในสมการที่ (3-4) สมการการเคลื่อนที่ของชุดเฟืองจะกลายเป็น

$$d^2\xi/dt^2 + (A_1/C_{Tav}) \cdot \xi = A_2 + (A_1/C_{Tav}) \cdot \xi_s \quad (3-10)$$

ปริมาณ (A_1/C_{Tav}) และ A_2 เป็นค่าคงที่ ส่วนค่า $\xi_s = W \cdot \delta C_T + \xi_{s1} + \xi_{s2}$ ขึ้นอยู่กับค่าภาระ W ขณะใดๆ

วิธีการหนึ่งในการหาค่าตอบของระบบสมการการเคลื่อนที่สมการ (3-7) และสมการ (3-10) ก็คือ การกำหนดค่าภาระ W ให้เท่ากับค่าภาระเฉลี่ย W_0 คือประมาณให้ $\xi_{sw} = W_0 \cdot \delta C_T$ ปริมาณทางขวามือของสมการ (3-10) จะเป็นปริมาณที่กระตุ้นให้ค่า ξ สั่นหรือมีการเปลี่ยนแปลงขนาดและทิศทาง หลังจากแก้สมการ (3-10) แล้ว สามารถหาค่า W ได้โดยการแทนค่า ξ ลงในสมการ (3-7) แล้วก็อาจใช้วิธีการทำซ้ำ (iterative procedure) ด้วยขั้นตอนเดิมหลายๆครั้งเพื่อหาค่า ξ และ W ค่าตอบที่ได้ก็จะถูกต้องมากขึ้น

สมการเชิงอนุพันธ์การเคลื่อนที่ของชุดเฟืองสมการที่ (3-10) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเชิงเส้นอันดับสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงที่ จากรูปแบบสมการการเคลื่อนที่ของชุดเฟืองนี้ อาจกล่าวได้ว่าการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองเป็นการสั่นสะเทือนแบบกระตุ้นด้วยตัวเองจากการกระตุ้นของความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิต ξ_s และถ้า ξ_s เป็นฟังก์ชันที่มีลักษณะเป็นคาบแล้ว การสั่นสะเทือนของชุดเฟืองก็จะมีลักษณะเป็นคาบเช่นเดียวกับค่า ξ_s ด้วย

ระบบสมการการเคลื่อนที่ของชุดเฟืองข้างต้น เป็นเพียงสมการการเคลื่อนที่ของเฟืองตรงหนึ่งคู่และมีการเคลื่อนที่เฉพาะการเคลื่อนที่เชิงมุมเท่านั้น ในความเป็นจริงแล้วชุดเฟืองจะมีทั้งการเคลื่อนที่เชิงมุมและเชิงเส้น และชุดเฟืองอาจจะมีเฟืองมากกว่าสองตัว เผลอกับแบริ่งซึ่งรองรับชุดเฟืองอยู่นั้นอาจจะเคลื่อนที่ไปพร้อมกับชุดเฟืองก็ได้ ดังนั้นการเคลื่อนที่ของชุดเฟืองก็จะซับซ้อนขึ้นไปอีก แต่แนวทางการเขียนสมการการเคลื่อนที่ของชุดเฟืองที่ซับซ้อนนั้น จะใช้หลักการเดียวกับการเขียนสมการการเคลื่อนที่ของชุดเฟืองที่แสดงไว้ข้างต้น

อย่างไรก็ดี ปัญหาการสั่นสะเทือนในชุดเฟืองจะเกิดจากความคลาดเคลื่อนของการส่งผ่านการเคลื่อนที่ ξ_s เป็นสาเหตุหลัก ในขณะที่ชุดเฟืองเกิดการสั่นสะเทือนนั้น แรงที่ส่งผ่านระหว่างฟันเฟืองจะไม่คงที่ มีผลให้แรงปฏิกิริยาในแบริ่งและเพลลาที่รองรับชุดเฟืองมีขนาดไม่คงที่ด้วย จึงก่อให้เกิดเสียงและการสั่นสะเทือนขึ้นในเครื่องจักร [9]

3-2 สัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์ของ ξ_s

Mark [8] ได้วิเคราะห์สัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์ของ ξ_s ซึ่งทำให้สามารถหาค่าตอบสนองการเคลื่อนที่ได้ง่าย ค่าตอบที่ได้จะมีความถี่และค่าสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์สอดคล้องกับความถี่และค่าสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์ของ ξ_s

จากการประมาณให้ $\xi_s = W_0 \cdot \delta C_T + \xi_{s1} + \xi_{s2}$ การวิเคราะห์สัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์ของ ξ_s จึงแบ่งเป็นสองส่วน คือ วิเคราะห์สัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์ของ δC_T และ $(\xi_{s1} + \xi_{s2})$

ความคลาดเคลื่อนของโปรไฟล์ที่เบี่ยงเบนไปจากเส้นโค้งอินโวลูทมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับขนาดของฟัน ค่าส่วนกลับของความแข็งเกร็ง (reciprocal mesh stiffness) หรือค่าความยืดหยุ่นของการขบเฟือง C_T เป็นฟังก์ชันที่มีคาบเท่ากับระยะพิชชฐาน Δ ดังนั้นค่า $W_0 \cdot \delta C_T$ จึงเป็นฟังก์ชันที่มีคาบเท่ากับระยะพิชชฐาน Δ ด้วย

เมื่อเฟืองหมุนไป N_p รอบ ฟันเฟืองคู่เดิมจะมาพบกันอีก ดังนั้นฟังก์ชัน ξ_s จึงมีคาบเท่ากับ $N_p \cdot \Delta$ เมื่อ $N_p \cdot \Delta = M_1 \cdot N_1 \cdot \Delta = M_2 \cdot N_2 \cdot \Delta$ โดยที่ N_1 และ N_2 คือจำนวนฟันของเฟือง 1 และเฟือง 2 ตามลำดับ M_1 และ M_2 เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $M_1 \cdot N_1 = M_2 \cdot N_2$ และเมื่อเฟือง 1 และเฟือง 2 หมุนครบรอบหรือหมุนไป N_1 และ N_2 ฟันตามลำดับ ฟันเดิมของ

แต่ละเฟืองจะหมุนกลับมาตำแหน่งเดิม ดังนั้นค่า ξ_{s1} และ ξ_{s2} จึงเป็นฟังก์ชันที่มีความเท่ากับ $N_1 \cdot \Delta$ และ $N_2 \cdot \Delta$ ตามลำดับ

แบ่ง ξ_s ออกเป็นสองส่วนย่อย คือ ส่วนแรกเป็นค่าเฉลี่ยรอบค่าพิชิตฐาน (mean component , ξ_{sm}) และส่วนที่เป็นค่าสุ่ม (random component , ξ_{sr}) เขียนได้เป็น

$$\xi_{sm} = \xi_{sw} + \xi_{sm1} + \xi_{sm2} \quad (3-11)$$

และ
$$\xi_{sr} = \xi_{sr1} + \xi_{sr2} \quad (3-12)$$

เนื่องจาก ξ_{sm1} และ ξ_{sm2} เป็นค่าเฉลี่ยรอบค่า Δ และ $W_0 \cdot \delta C_T(x)$ มีความเท่ากับ Δ ดังนั้น ξ_{sm} เป็นฟังก์ชันที่มีความเท่ากับ Δ ดังสมการ

$$\xi_{sm}(x) = \xi_{sm}(x+p \cdot \Delta) \quad ; \quad p = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (3-13)$$

ส่วน ξ_{sr1} และ ξ_{sr2} มีความเท่ากับ $N_1 \cdot \Delta$ และ $N_2 \cdot \Delta$ ตามลำดับ

จากการวิเคราะห์ฟูริเยร์ของ ξ_s ในแต่ละส่วนพบว่า

- 1) ส่วนที่ขึ้นกับภาระ $\xi_{sw} = W_0 \cdot \delta C_T$ ประกอบไปด้วยอนุกรมฮาร์มอนิกของความถี่การขบกันของเฟือง (gear mesh frequency , GMF) ซึ่งเท่ากับ $1/\Delta$
- 2) ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ξ_{sm1} และ ξ_{sm2} ประกอบไปด้วยอนุกรมฮาร์มอนิกของ GMF
- 3) ส่วนเบี่ยงเบนสุ่ม ξ_{sr1} และ ξ_{sr2} ประกอบไปด้วยอนุกรมฮาร์มอนิกของความถี่ของการหมุนของแต่ละเฟือง (ซึ่งเท่ากับ $1/(N_1 \cdot \Delta)$ และ $1/(N_2 \cdot \Delta)$ ตามลำดับ) ยกเว้นที่ฮาร์มอนิกลำดับที่ $p \cdot N_1$ และ $p \cdot N_2$ ตามลำดับ ซึ่งจะมีค่าสัมประสิทธิ์ฟูริเยร์เป็นศูนย์ ฮาร์มอนิกลำดับที่ $p \cdot N_1$ และ $p \cdot N_2$ ของความถี่ $1/(N_1 \cdot \Delta)$ และ $1/(N_2 \cdot \Delta)$ ตามลำดับนั้น ก็คือฮาร์มอนิกลำดับที่ p ของ $1/\Delta$ หรือ GMF นั้นเอง

ผลการทดลองของ Kohler [10] พบว่า สเปกตรัมของสัญญาณการสั่นสะเทือนของเฟืองประกอบไปด้วยชุดฮาร์มอนิกของ GMF และฮาร์มอนิกของความถี่รอบของเฟืองปรากฏอยู่รอบๆ GMF และฮาร์มอนิก โดยเรียกยอดความถี่รอบๆ GMF และฮาร์มอนิกว่า “แถบความถี่ข้าง” ซึ่งผลการทดลองของ Kohler สอดคล้องกับการวิเคราะห์ทางทฤษฎีของ Mark [8]

3-3 การสั่นสะเทือนของชุดเฟือง

การสั่นสะเทือนของชุดเฟืองเกิดจากการกระตุ้นของ the static transmission error ถ้า การสั่นของชุดเฟืองมีขนาดน้อยพอที่จะไม่สนใจลักษณะไม่เชิงเส้นในสมการการเคลื่อนที่ได้ และ

ถ้าขณะที่เฟืองเคลื่อนที่นั้นฟันเฟืองสัมผัสกันตลอดเวลา การสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจะมีลักษณะและความถี่สอดคล้องกับลักษณะและความถี่ของ the static transmission error

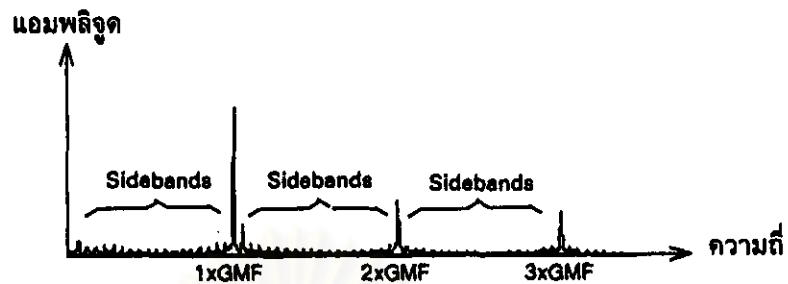
ถ้าโปรไฟล์ของฟันเฟืองเป็นเส้นโค้งอินโวลูทที่สมบูรณ์และมีระยะพิตช์สม่ำเสมอแล้ว ขณะที่ชุดเฟืองเคลื่อนที่ฟันเฟืองจะเกิดการโก่งตัวที่มีขนาดเปลี่ยนแปลงขึ้นลงเป็นคาบเท่ากับหนึ่งระยะพิตช์ แต่ถ้าโปรไฟล์ของฟันเฟืองเบี่ยงเบนไปจากเส้นโค้งอินโวลูทเล็กน้อย ลักษณะเป็นคาบของการโก่งตัวก็จะเปลี่ยนไป แบ่งความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการเบี่ยงเบนนี้เป็นค่าเฉลี่ยและค่าสุ่ม ความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนเฉลี่ยมีลักษณะเป็นคาบเท่ากับระยะพิตช์ ส่วนความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มมีลักษณะเป็นคาบเท่ากับหนึ่งรอบการหมุนของเฟือง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการโก่งตัวและการเบี่ยงเบนเฉลี่ยรวมเรียกว่า “ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย” มีคาบเท่ากับระยะพิตช์ เมื่อรวมความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยและความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มเข้าด้วยกันแล้ว ความคลาดเคลื่อนรวมจึงเหมือนกับผลของการมอดูเลตความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยด้วยความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่ม โดยทั่วไปความคลาดเคลื่อนสุ่มจะมอดูเลตทั้งแอมพลิจูดและความถี่พร้อมกันซึ่งการมอดูเลตทั้งสองอย่างอาจจะมีเฟสต่างกัน

สัญญาณการสั่นสะเทือนสามารถถูกตรวจวัดได้โดยการตรวจจับคลื่นความดันบนพื้นผิวของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลที่แนบติดกับชุดเฟือง คลื่นความดันที่เกิดจากการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองจะมีลักษณะและความถี่สอดคล้องกับลักษณะและความถี่ของความคลาดเคลื่อนของชุดเฟือง ลักษณะทั่วไปของสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองบนโดเมนความถี่ แสดงในรูปที่ 3-3 ซึ่งประกอบด้วย [6] และ [11]

1) อนุกรมฮาร์มอนิกของความถี่การขบกันของเฟือง (GMF) เกิดจากการกระตุ้นของการโก่งตัวของฟันเฟืองและความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ความถี่ GMF เท่ากับ (ความเร็วรอบของเฟือง) \times (จำนวนฟัน)

2) อนุกรมฮาร์มอนิกของความเร็วรอบของแต่ละเฟือง เกิดจากการกระตุ้นของความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่ม โดยจะเห็นเด่นชัดเป็นแถบความถี่ข้าง (sideband) รอบความถี่ GMF และฮาร์มอนิก ด้วยระยะห่างความถี่เท่ากับความเร็วรอบของเฟือง

ค่ายอดสัญญาณ $1 \times \text{GMF}$ $2 \times \text{GMF}$ และ $3 \times \text{GMF}$ เกิดจากการโก่งตัวของฟันและความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนเฉลี่ย แถบความถี่ข้างเกิดจากการมอดูเลตของความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่ม ดังนั้นในกรณีที่ภาระที่กระทำต่อชุดเฟืองมากขึ้น ค่ายอดสัญญาณ $1 \times \text{GMF}$ $2 \times \text{GMF}$ และ $3 \times \text{GMF}$ จะเพิ่มขึ้น และในกรณีที่โปรไฟล์ฟันเฟืองมีความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มเพิ่มขึ้น แถบความถี่ข้างจะมีระดับค่ายอดสัญญาณสูงขึ้น



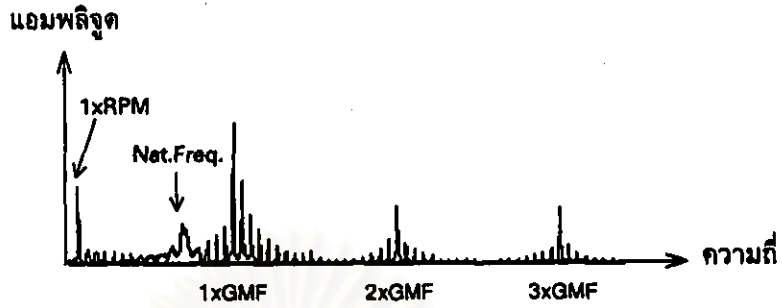
รูปที่ 3-3 ลักษณะทั่วไปของสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง บนโดเมนความถี่

3-4) ปัญหาการเยื้องศูนย์ของเฟือง

การเยื้องศูนย์ของเฟืองทำให้โปรไฟล์ของฟันเฟืองคลาดเคลื่อนไปจากเส้นโค้งอินโวลูท ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการเยื้องศูนย์จะมอดูเลตทางแอมพลิจูดกับความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการโค้งตัวของฟัน ระดับความรุนแรงของการมอดูเลตเป็นสัดส่วนกับระยะเยื้องศูนย์

[12] ปัญหาการเยื้องศูนย์ของเฟืองจะให้ยอดสัญญาณการสั่นสะเทือนที่ความถี่พื้นฐานและฮาร์มอนิกของความถี่รอบของเฟืองที่เยื้องศูนย์ และเห็นเด่นชัดเป็นแถบความถี่ข้างรอบฮาร์มอนิกของ GMF ด้วยระยะห่างความถี่เท่ากับความเร็วรอบของเฟืองที่เยื้องศูนย์ นอกจากนี้ถ้าการเยื้องศูนย์เป็นปัญหารุนแรง เมื่อฟันของเฟืองที่เยื้องศูนย์บางฟันชนกับฟันใด ๆ ของเฟืองอีกตัวหนึ่งอาจจะหลุดจากการสัมผัสได้ หลังจากเฟืองหลุดจากการสัมผัส แล้วกลับมาสัมผัสกันใหม่นั้น ฟันเฟืองจะกระแทกกัน การกระแทกกันของฟันเฟืองจะทำให้ปรากฏการณ์ชั่วครู่ (transient phenomena) ปรากฏการณ์นี้จะคล้ายกับการกระตุ้นเฟืองด้วยพัลส์ ซึ่งเฟืองจะสั่นด้วยความถี่ธรรมชาติ ดังนั้นถ้าชุดเฟืองเยื้องศูนย์อย่างรุนแรงอาจจะพบความถี่ธรรมชาติปรากฏบนโดเมนความถี่ด้วย

ลักษณะสเปกตรัมของสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่มีปัญหาการเยื้องศูนย์ แสดงในรูปที่ 3-4



รูปที่ 3-4 ลักษณะสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองบนโดเมนความถี่ เมื่อชุดเฟืองมีปัญหาการเบี่ยงศูนย์

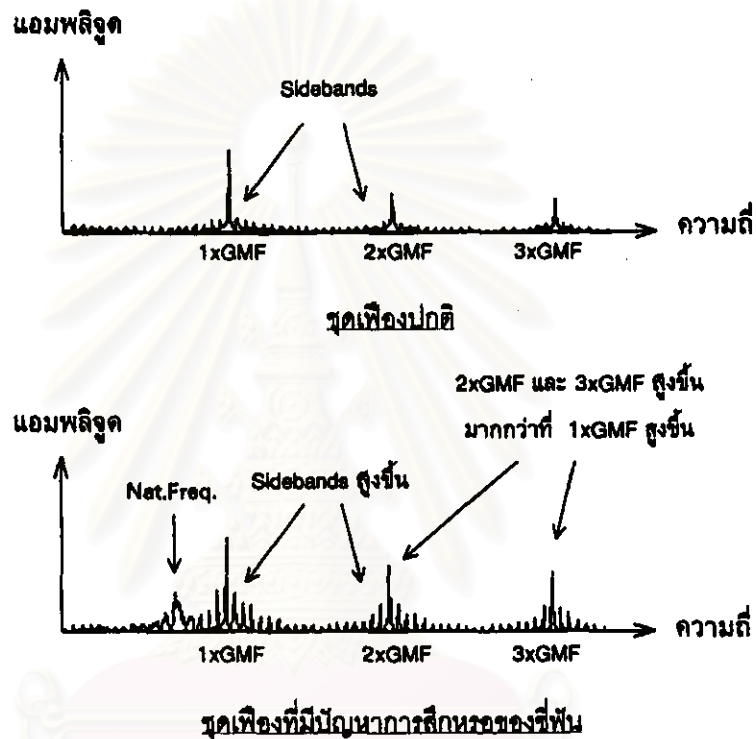
3-5 ปัญหาการสึกหรอของซีฟัน

การสึกหรอของฟันเฟืองจะทำให้โปรไฟล์ของฟันเปลี่ยนไป การสึกหรอเกิดจากการไถลกันระหว่างผิวสัมผัสของฟัน ถ้าโปรไฟล์เป็นแบบเส้นโค้งอินโวลูท การไถลจะเกิดขึ้นที่ทุกๆ จุดบนโปรไฟล์ยกเว้นที่จุดพิคซ์ โดยทั่วไป เมื่อฟันเฟืองสึกหรอไปเล็กน้อย โปรไฟล์ของฟันจะเปลี่ยนไปอย่างไม่สม่ำเสมอ คือจะสึกในบริเวณจุดพิคซ์น้อยกว่าบริเวณอื่น ดังนั้นภายในช่วงระยะพิคซ์หนึ่งๆ ลักษณะการโค้งตัวของฟันที่สึกหรอจะเพิ่มขึ้นอย่างไม่สม่ำเสมอด้วย การเปลี่ยนแปลงของโปรไฟล์ในลักษณะนี้ จะทำให้ส่วนประกอบของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยสูงขึ้น โดยเฉพาะที่ฮาร์มอนิกอันดับสองและอันดับสามของความถี่ GMF จะสูงขึ้นมากกว่าที่ความถี่ GMF สูงขึ้น และโปรไฟล์ที่เปลี่ยนไปนี้ยังทำให้ความคลาดเคลื่อนเบี่ยงเบนสุ่มเพิ่มขึ้นอีกด้วย [6] ด้วยเหตุนี้เมื่อปัญหาการสึกหรอของฟันเฟืองเริ่มเกิดขึ้น น่าจะสังเกตการเปลี่ยนแปลงได้จาก

- ระดับการสั่นสะเทือนสูงขึ้น
- ค่ายอดสัญญาณความถี่ 2xGMF และ 3xGMF สูงขึ้นมากกว่าที่ค่ายอดสัญญาณความถี่ GMF สูงขึ้น
- ระดับค่ายอดสัญญาณของแถบความถี่ข้างสูงขึ้น

เนื่องจากการสึกหรอทำให้ระดับการสั่นสะเทือนสูงขึ้นและมีความคลาดเคลื่อนสุ่มสูงขึ้น ดังนั้นจึงเกิดการหลุดจากการสัมผัสได้ง่ายขึ้นและเกิดการมอดูเลตจากปัญหาการสึกหรอรุนแรงมากขึ้น เมื่อฟันเฟืองสั่นขึ้นลงด้วยแอมพลิจูดสูงพอ เฟืองจะหลุดจากการสัมผัส และเมื่อเฟืองกลับมาสัมผัสกันใหม่นั้น ฟันเฟืองจะกระทบกัน เฟืองแต่ละตัวจะสั่นด้วยปรากฏการณ์ชั่วคราวซึ่งเฟืองจะสั่นด้วยความถี่ธรรมชาติ

รูปที่ 3-5 แสดงลักษณะการเปลี่ยนแปลงสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่อาจพบได้เมื่อชุดเฟืองมีปัญหาการสึกหรอของซี่ฟัน ในรูปแสดงให้เห็นว่าเมื่อฟันเฟืองเกิดการสึกหรอ แอมพลิจูดของสัญญาณการสั่นสะเทือนที่ความถี่ $1xGMF$ $2xGMF$ และ $3xGMF$ จะสูงขึ้น โดยที่ $2xGMF$ และ $3xGMF$ จะสูงขึ้นมากกว่าที่ $1xGMF$ สูงขึ้น นอกจากนี้แถบความถี่ข้างจะมียอดสูงขึ้นและอาจมีความถี่ธรรมชาติเกิดขึ้น



รูปที่ 3-5 การเปลี่ยนแปลงสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟือง บนโดเมนความถี่ เมื่อชุดเฟืองมีปัญหาการสึกหรอของซี่ฟัน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย