

การพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2563

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL LITERACY DIAGNOSTIC TEST WITH FEEDBACK  
FOR NINTH GRADE STUDENTS USING ATTRIBUTE HIERARCHY METHOD



A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Doctor of Philosophy in Educational Measurement and Evaluation

Department of Educational Research and Psychology

FACULTY OF EDUCATION

Chulalongkorn University

Academic Year 2020

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ
โดย	นายไพฑูรย์ เอื้อบุญประดิษฐ์
สาขาวิชา	การวัดและประเมินผลการศึกษา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จินดิษฐ์ ละออปักษิณ

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต

.....	คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)	
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ประธานกรรมการ
.....	
(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)	
.....	อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี)	
.....	อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จินดิษฐ์ ละออปักษิณ)	
.....	กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.โชติกา ภาษีผล)	
.....	กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.กมลวรรณ ตังธนกันนท์)	
.....	กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ)	

ไพฑูริย์ เอื้อบุญประดิษฐ์: การพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ.

(DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL LITERACY DIAGNOSTIC TEST WITH FEEDBACK FOR NINTH GRADE STUDENTS USING ATTRIBUTE HIERARCHY METHOD)

อ.ที่ปรึกษาหลัก: ศ.ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี, อ.ที่ปรึกษาร่วม: ผศ.ดร.จินดิษฐ์ ละออปักชิน

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ 2) ตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัย ที่พัฒนาขึ้น และ 3) วินิจฉัยข้อบกพร่องและให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีตัวอย่างวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 956 คน ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่าง แบบหลายขั้นตอน เครื่องมือวิจัยเป็นแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ ด้านความตรงเชิงโครงสร้างด้วยการวิเคราะห์หองศ์ประกอบเชิงยืนยันและด้านความเที่ยงด้วยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา ของครอนบาค วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ความถี่ ร้อยละ และสถิติทดสอบไคสแควร์ คำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัย โดยประยุกต์ใช้เครือข่ายเบย์เซียน และตรวจสอบคุณภาพของการวินิจฉัยด้วยค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของแคปลา

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ 1) แบบสอบที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 8 สถานการณ์ สถานการณ์ละ 4 คำถามย่อย รวม 32 ข้อ โดยคำถามย่อยที่ 1 วัดคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง คำถามย่อยที่ 2 วัดคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ คำถามย่อยที่ 3 วัดคุณลักษณะการใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และคำถามย่อยที่ 4 วัดคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ 2) แบบสอบที่พัฒนาขึ้นมีความตรงเชิงโครงสร้าง ( $\chi^2 = 334.770$ ,  $p = 0.918$ ,  $GFI = 0.931$ ,  $AGFI = 0.902$ ,  $RMSEA = 0.000$ ) มีค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาคตั้งแต่ 0.763 ถึง 0.842 สามารถวินิจฉัยข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของผู้ตอบ และ 3) ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ในภาพรวมพบว่านักเรียนที่มีข้อบกพร่องจำนวน 378 คน คิดเป็นร้อยละ 56.17 และมีนักเรียนที่ไม่มีข้อบกพร่อง จำนวน 295 คน คิดเป็นร้อยละ 43.83 โดยคุณลักษณะที่นักเรียนที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ การใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจำนวน 420 คน คิดเป็นร้อยละ 62.41 และคุณลักษณะที่นักเรียนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุด คือ การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจำนวน 273 คน คิดเป็นร้อยละ 40.56 เมื่อจำแนกนักเรียนตามภูมิภาคพบว่าสัดส่วน ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องแตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ตอนล่างมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 65.63 ในขณะที่กรุงเทพมหานคร และปริมณฑลมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 32.39

สาขาวิชา การวัดและประเมินผลการศึกษา

ปีการศึกษา 2563

ลายมือชื่อนิติ ..... ..

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก ..... ..

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาร่วม ..... ..

# # 5884217927: MAJOR EDUCATIONAL MEASUREMENT AND EVALUATION

KEYWORD: DIAGNOSTIC TEST, MATHEMATICAL LITERACY, ATTRIBUTE HIERARCHY METHOD

PHAITHUN UEABUNPRADIT: DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL LITERACY DIAGNOSTIC TEST WITH FEEDBACK FOR NINTH GRADE STUDENTS USING ATTRIBUTE HIERARCHY METHOD.

ADVISOR: PROF. SIRICHAJ KANJANAWASEE, Ph.D.

CO-ADVISOR: ASST. PROF. JINNADIT LAORPAKSIN, Ph.D.

This research was purposed to 1) develop the mathematical literacy diagnostic test with feedback for the 9<sup>th</sup> grade students using Attribute Hierarchy Method, 2) verify reliability and validity of the developed test and 3) diagnose and give feedback on mathematical literacy for the 9<sup>th</sup> grade students. Research sample were 956 ninth grade students obtained by multi-stage sampling method. Research tool was the mathematical literacy diagnostic test which sufficed test reliability and construct validity using Cronbach's alpha coefficient and Confirmatory Factor Analysis. The data were analyzed by descriptive statistics, Chi-square test. Diagnostic score was calculated by applying Bayesian network. Cohen's Kappa coefficient was used to determine the precision and accuracy of the diagnostic result.

Research results were as followed; 1) The developed test has 32 items which included eight situations, each situation contained four questions. The first set of questions aimed to measure the ability to identify the mathematical aspects of a problem situated in a real-world context. The second set of questions aimed to measure the ability to translate a problem into mathematical language. The third set of questions aimed to measure the ability to employ mathematical concepts and procedures to solve the problems. The fourth set of questions aimed to measure the ability to interpret, apply and evaluate mathematical outcomes, 2) The developed test surpassed construct validity (Chi-square = 334.770,  $p = 0.918$ , GFI = 0.931, AGFI = 0.902, RMSEA = 0.000) and achieved Cronbach's alpha coefficient from 0.763 to 0.842. Thus, the test showed strong capability to diagnose a student's limitations in mathematical literacy, 3) The overall results for students' mathematical literacy found, amongst the sample, 378 students (56.17 percent) with mathematical literacy limitations and 295 students (43.83 percent) with no mathematical literacy limitations. The students showed the most limitations in employing mathematical concepts to solve the problems which had 420 students (62.41 percent). In contrast, students showed the least limitations in identifying the mathematical aspects of a problem situated in a real-world context which had 273 students (40.56 percent). Regionally, the proportion of students with mathematical literacy limitations showed statistically significant difference at 0.01 between the lower north-eastern and the central Thailand. The lower north-eastern region has the highest number of students with mathematical literacy limitations (65.63 percent) while Bangkok has the lowest number of students with mathematical literacy limitations (32.39 percent).

Field of Study:	Educational Measurement and Evaluation	Student's Signature .....
Academic Year:	2020	Advisor's Signature .....
		Co-advisor's Signature .....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ด้วยความเมตตากรุณาอย่างสูงยิ่งจากอาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์ ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ ที่ได้ให้ความรู้ในหลักวิชามากมายและคำแนะนำอันเป็นประโยชน์ ทั้งยังคอยอบรมสั่งสอน ช่วยเหลือ ให้กำลังใจ ตลอดจนปฏิบัติตนเป็นแบบอย่างที่ดีแก่ผู้วิจัยเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอขอบพระคุณ เป็นอย่างสูงด้วยความเคารพมา ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุขิวะ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมมอพรรณ รองศาสตราจารย์ ดร.โชติกา ภาชีผล และรองศาสตราจารย์ ดร.กมลวรรณ ตั้งธนานันท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่าน ที่กรุณา ให้ข้อเสนอแนะเพื่อการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญทุกท่านที่เสียสละเวลาในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ขอขอบคุณผู้บริหารโรงเรียนที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บข้อมูล รวมถึงผู้ประสานงาน ของแต่ละโรงเรียนที่กรุณาอำนวยความสะดวก ตลอดจนนักเรียนที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี สำหรับการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณผู้บริหารโรงเรียนธัญบุรีที่ให้โอกาสผู้วิจัยได้ลาศึกษาต่อเพื่อเพิ่มพูนความรู้ ขอขอบคุณคณาจารย์คณะครุศาสตร์ทุกท่านที่กรุณาให้ความรู้แก่ผู้วิจัย ขอขอบคุณรุ่นพี่ เพื่อน และรุ่นน้องที่คอยให้คำแนะนำและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

สุดท้ายขอขอบพระคุณกำลังใจที่สำคัญที่สุดจากบิดามารดาที่ให้กำเนิด อบรมเลี้ยงดู ให้โอกาส ในการศึกษา รวมทั้งสนับสนุนและเป็นแรงผลักดันให้ผู้วิจัยมุ่งมั่นตั้งใจศึกษาจนสำเร็จดังความปรารถนา สิ่งดีงามที่ผู้วิจัยได้รับจากทุกท่านที่กล่าวมาจะประทับอยู่ในใจผู้วิจัยตลอดไป

ไพฑูรย์ เอื้อบุญประดิษฐ์

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของการศึกษา.....	1
คำถามวิจัย.....	7
วัตถุประสงค์การวิจัย.....	7
ขอบเขตการวิจัย.....	7
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	8
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	11
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
2.1 มโนทัศน์เกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy).....	13
2.2 มโนทัศน์เกี่ยวกับการวิจัยทางการศึกษา.....	26
2.3 มโนทัศน์เกี่ยวกับวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method: AHM).....	60
2.4 มโนทัศน์เกี่ยวกับการให้ข้อมูลย้อนกลับ (Feedback).....	69
2.5 มโนทัศน์เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้เครือข่ายเบย์เซียนในการวิจัย.....	78
2.6 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีและกรอบแนวคิดในการวิจัย.....	87
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	89

3.1 การศึกษาเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินผลของ PISA .....	90
3.2 การพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์.....	95
3.3 การวินิจฉัยข้อบกพร่องและการให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ .....	102
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	122
4.1 ผลการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ .....	123
4.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น .....	126
4.3 ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องและการให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์.....	145
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	191
สรุปผลการวิจัย.....	192
อภิปรายผล.....	196
ข้อเสนอแนะ .....	203
ภาคผนวก.....	207
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ.....	208
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (ฉบับทดลองใช้) .....	211
ภาคผนวก ค ตัวอย่างแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (ฉบับออนไลน์).....	218
ภาคผนวก ง ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับ.....	227
ภาคผนวก จ วิธีการใช้งาน Netica Application เพื่อการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์.....	238
บรรณานุกรม.....	257
ประวัติผู้เขียน.....	265



## สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.2.1 ผลการเปรียบเทียบโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา .....	43
ตารางที่ 2.3.1 เมทริกซ์การตอบข้อสอบที่คาดหวัง คะแนนรวม และคุณลักษณะของผู้สอบ สำหรับชุดของผู้สอบจำนวน 15 คน จากพื้นฐานโครงสร้างของลำดับชั้นในโมเดล C .....	66
ตารางที่ 2.4.1 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างรูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีผลต่อแรงจูงใจ	71
ตารางที่ 2.5.1 CPT มีไขมัน (Have Fat).....	81
ตารางที่ 2.5.2 CPT อ้วน (Fat) .....	81
ตารางที่ 2.5.3 CPT ไขมันในเส้นเลือด (Fatty in Veins) .....	81
ตารางที่ 2.5.4 CPT โดดเรียนบ่อย (Skip class) .....	83
ตารางที่ 2.5.5 CPT สอบไม่ผ่าน (Failing the exam) จากเหตุการณ์การอ่านหนังสือใกล้วันสอบ .....	83
ตารางที่ 2.5.6 CPT สอบไม่ผ่าน (Failing the exam).....	83
ตารางที่ 2.5.7 CPT เกรดตก (Failing grade).....	83
ตารางที่ 2.5.8 CPT โดนนรีไทร์ (Retire).....	83
ตารางที่ 3.1.1 เมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ (Q-Matrix).....	94
ตารางที่ 3.1.2 ความหมายของเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ .....	94
ตารางที่ 3.2.1 แผนผังการออกข้อสอบ จำแนกตามคุณลักษณะและเนื้อหา .....	96
ตารางที่ 3.2.2 จำนวนตัวอย่างวิจัย จำแนกตามภูมิภาค (n=283).....	99
ตารางที่ 3.3.1 ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นเบื้องต้นของโหนดข้อสอบ จำแนกตามคะแนน.....	103
ตารางที่ 3.3.2 คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ จำแนกตามโหนดข้อสอบ.....	106
ตารางที่ 3.3.3 ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดข้อสอบพร้อม .....	108
ตารางที่ 3.3.4 ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์. ....	111
ตารางที่ 3.3.5 คะแนนจากการทำแบบสอบวินิจฉัยของนางสาว ก.....	114
ตารางที่ 3.3.6 จำนวนตัวอย่างวิจัย จำแนกตามภูมิภาค (n=673).....	119

ตารางที่ 4.2.1	ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อความในแบบสอบถาม	126
ตารางที่ 4.2.2	ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์	135
ตารางที่ 4.2.3	ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อมูลย้อนกลับที่เป็นข้อเสนอแนะสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	137
ตารางที่ 4.2.4	ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันของโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์	138
ตารางที่ 4.2.5	ผลการตรวจสอบความเที่ยงของแบบสอบถามการรู้เรื่องคณิตศาสตร์	141
ตารางที่ 4.2.6	ค่าสถิติเปรียบเทียบความเหมาะสมระหว่างโมเดลการตอบสนองข้อสอบ	142
ตารางที่ 4.2.7	ผลการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ	143
ตารางที่ 4.3.1	จำนวนตัวอย่างวิจัย จำแนกตามภูมิภาคและเพศ (n=673)	146
ตารางที่ 4.3.2	ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม	147
ตารางที่ 4.3.3	ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามภูมิภาค	149
ตารางที่ 4.3.4	ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง	151
ตารางที่ 4.3.5	ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์	152
ตารางที่ 4.3.6	ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา	153
ตารางที่ 4.3.7	ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์	154
ตารางที่ 4.3.8	ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล จำแนกตามแบบแผนความรู้	155
ตารางที่ 4.3.9	ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยใช้การคิดออกเสียง (n=32)	189
ตารางที่ 4.3.10	ผลการเปรียบเทียบความสอดคล้องของผลที่ได้จากการวินิจฉัยโดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนกับการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียง	190

## สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 2.1.1 ตัวแบบกระบวนการแก้ปัญหา .....	19
ภาพที่ 2.2.1 โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Models: CDMs) .....	41
ภาพที่ 2.3.1 ลำดับชั้นเชิงเส้น (Linear Hierarchy) .....	61
ภาพที่ 2.3.2 ลำดับชั้นเชิงลู่เข้า (Hierarchy with a Convergent Branch).....	62
ภาพที่ 2.3.3 ลำดับชั้นเชิงลู่ออก (Hierarchy with a Divergent Branch).....	62
ภาพที่ 2.3.4 ลำดับชั้นแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Hierarchy).....	63
ภาพที่ 2.5.1 การแบ่งเหตุการณ์ E ออกเป็นส่วนย่อย k เหตุการณ์ .....	78
ภาพที่ 2.5.2 เครือข่ายเบย์เซียนของเงื่อนไขการเกิดโรคไข้มันในเส้นเลือด .....	80
ภาพที่ 2.5.3 เครือข่ายเบย์เซียนของเงื่อนไขการเรียนไม่จบ .....	82
ภาพที่ 2.5.4 Directed Graph, Undirected Graph และการเชื่อมโยงความน่าจะเป็นเงื่อนไขที่มีแต่ละโหนด .	85
ภาพที่ 2.6.1 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี .....	87
ภาพที่ 2.6.2 กรอบแนวคิดในการวิจัย .....	88
ภาพที่ 3.1.1 ตัวแบบกระบวนการแก้ปัญหา .....	90
ภาพที่ 3.1.2 โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ .....	93
ภาพที่ 3.2.1 ขั้นตอนการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น .....	98
ภาพที่ 3.3.1 โหนดข้อสอบในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน .....	105
ภาพที่ 3.3.2 โหนดข้อบกพร่องในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน	110
ภาพที่ 3.3.3 โหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน .....	111
ภาพที่ 3.3.4 โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน .....	112
ภาพที่ 3.3.5 เกณฑ์การวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ .....	113
ภาพที่ 3.3.6 โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนางสาว ก. ....	115
ภาพที่ 3.3.7 การแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนางสาว ก. ....	116

ภาพที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างโดยใช้วิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน 140

ภาพที่ 4.3.1 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม... 148

ภาพที่ 4.3.2 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามคุณลักษณะ 148

ภาพที่ 4.3.3 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามภูมิภาค 149

ภาพที่ 4.3.4 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์  
ของปัญหาในชีวิตจริง จำแนกตามภูมิภาค ..... 151

ภาพที่ 4.3.5 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษา  
ทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามภูมิภาค ..... 152

ภาพที่ 4.3.6 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการ  
ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา จำแนกตามภูมิภาค ..... 153

ภาพที่ 4.3.7 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการตีความ การประยุกต์ใช้  
และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามภูมิภาค..... 154

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของการศึกษา

ในโลกปัจจุบัน คณิตศาสตร์ไม่ได้ถูกมองว่าเป็นวิชาสำหรับวิชาชีพอเฉพาะทางในวงแคบอีกต่อไป หากแต่เป็นที่ยอมรับว่าคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในภาษาสากลที่จำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิต และการประกอบอาชีพ เนื่องจากชีวิตสมัยใหม่ทุกวันนี้มีเรื่องราวข่าวสารและข้อมูลมากมาย จึงจำเป็นที่ประชาชนจะต้องเลือกรับ จำแนก จัดระเบียบ และตัดสินใจหาทางเลือกที่เหมาะสม กิจกรรมประจำวันในแต่ละวัน ไม่ว่าจะเป็นการจับจ่ายใช้สอย การเลือกซื้อสินค้าและบริการ การเลือกหางาน การวางแผนการเงินและการลงทุน กิจกรรมเหล่านี้จำเป็นต้องอาศัยสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น ส่วนในด้านการจ้างงานนั้นก็เปลี่ยนโฉมหน้าไปจากที่เคยเป็น กล่าวคือ ทักษะที่เป็นที่ต้องการในตลาดแรงงานได้เปลี่ยนไป ความต้องการทักษะและความชำนาญในงานประจำทั้งด้านฝีมือ และด้านความคิดซึ่งครั้งหนึ่งเคยถือว่าสำคัญกลับเป็นที่ต้องการน้อยลง แต่ความต้องการทักษะด้านการแก้ปัญหา ทักษะในการปฏิสัมพันธ์ ตอบสนองสถานการณ์ (Interactive) มีเพิ่มขึ้น จึงเป็นที่แน่นอนว่าเยาวชนผู้ที่จะเติบโตเป็นผู้ใหญ่ทุกคน ไม่ใช่เฉพาะผู้ที่อยากทำงานด้านวิทยาศาสตร์ หรือเทคโนโลยีเท่านั้น จำเป็นต้องมีพื้นฐานคณิตศาสตร์ที่เข้มแข็ง เพื่อจะไปให้ถึงเป้าหมายของการทำงาน และการดำเนินชีวิตที่มีคุณภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2558)

องค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organization for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) ได้ให้ความสำคัญกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ซึ่งเป็นสมรรถนะของบุคคลในการที่จะบ่งบอกและเข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีในโลก ธรรมชาติ สังคม และวัฒนธรรมที่บุคคลนั้นอาศัยอยู่ เพื่อให้สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานความรู้ที่เข้มแข็ง ตลอดจนเพื่อใช้ตอบสนองความจำเป็นต่อชีวิตของแต่ละบุคคล ทั้งชีวิตส่วนตัว การงานอาชีพ ชีวิตด้านสังคมกับเพื่อนหรือญาติพี่น้อง และชีวิตในฐานะพลเมืองของชุมชนและประเทศชาติ ในการเป็นพลเมืองที่มีความคิด มีความห่วงใย และสร้างสรรค์สังคม ดังนั้น องค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ จึงได้ใช้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นด้านหนึ่งของการประเมินคุณภาพของระบบการศึกษาในการเตรียมความพร้อมให้ประชาชนมีศักยภาพหรือความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลง ภายใต้โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Program for International Student Assessment หรือ PISA) เพื่อสะท้อนว่าระบบการศึกษาได้เตรียมความพร้อมให้นักเรียนเป็นพลเมืองของชาติที่มีศักยภาพ ในการพัฒนาและการแข่งขันได้มากน้อยเพียงใด

ในขณะที่โลกกำลังให้ความสำคัญกับคณิตศาสตร์และต้องการประชากรที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ นักเรียนไทยกลับมีผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลดลงอย่างต่อเนื่อง สวนทิศทางกับความต้องการของตลาดแรงงาน ข้อมูลจากสถาบันวิจัยเพื่อพัฒนาประเทศไทยชี้ว่านักเรียนไทยต้องเข้าสู่อาชีพด้านคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีให้มากขึ้น เพราะภาพการจ้างงานในอนาคตอันใกล้ต้องการกำลังคนด้านนี้เข้าไปเพิ่มในตลาดแรงงาน แต่ประเทศไทยกลับผลิตบุคลากรทางศิลปศาสตร์หรือทางด้านที่ไม่ใช่คณิตศาสตร์มากเกินไปและผลิตบุคลากรที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์น้อยเกินไป (TDRI, 2010)

จากรายงานโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Program for International Student Assessment หรือ PISA) ซึ่งเน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ความรู้ และทักษะในชีวิตจริงมากกว่าการเรียนรู้ตามหลักสูตรในโรงเรียน ประกอบด้วย การประเมินการรู้เรื่อง (Literacy) ใน 3 ด้าน ได้แก่ การรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) ซึ่งทำการประเมินทุก 3 ปี โดยประเทศไทยได้เข้าร่วมโครงการวิจัยดังกล่าวตั้งแต่ปี พ.ศ. 2543 (PISA 2000) เป็นต้นมา พบว่าผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยในปี พ.ศ. 2552 (PISA 2009) มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ (OECD) หนึ่งระดับ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 419 คะแนน (ค่าเฉลี่ย OECD 496 คะแนน) อยู่ในตำแหน่งประมาณที่ 48-52 จากทั้งหมด 65 ประเทศ และห่างไกลจากประเทศเอเชียอื่นซึ่งส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มคะแนนสูง นอกจากนี้ นักเรียนไทยมากกว่าครึ่ง (52.5%) รู้เรื่องคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐานต่ำสุดตามมาตรฐานนานาชาติ โดยนักเรียนไทยที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์สูงกว่าระดับพื้นฐานมีเพียงหนึ่งในห้าเท่านั้น สำหรับผลการประเมินในปี พ.ศ. 2555 (PISA 2012) พบว่าคะแนนเฉลี่ยปรับสูงขึ้นเล็กน้อยเมื่อเทียบกับปี พ.ศ. 2552 (PISA 2009) แต่ยังคงต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ (OECD) เกือบหนึ่งระดับ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน (ค่าเฉลี่ย OECD 494 คะแนน) อยู่ในตำแหน่งประมาณที่ 50 มีประเทศในเอเชียที่มีคะแนนต่ำกว่าไทยเพียงประเทศเดียว คือ อินโดนีเซีย หลังจากนั้น การประเมินรอบถัดมาในปี พ.ศ. 2558 (PISA 2015) พบว่าคะแนนเฉลี่ยลดลงถึง 11 คะแนน เมื่อเทียบกับปี พ.ศ. 2555 (PISA 2012) โดยมีคะแนนเฉลี่ย 415 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ (OECD) มากกว่าหนึ่งระดับ (ค่าเฉลี่ย OECD 490 คะแนน) อยู่ในตำแหน่งประมาณที่ 49-55 จากทั้งหมด 72 ประเทศ และผลการประเมินรอบล่าสุดในปี พ.ศ. 2561 (PISA 2018) มีคะแนนเฉลี่ย 419 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ (OECD) เทียบเท่ากับการเรียนที่ต่างกันเกือบสองปี (1.75 ปี) (ค่าเฉลี่ย OECD 489 คะแนน) อยู่ในตำแหน่งประมาณที่ 52-59 จากทั้งหมด 78 ประเทศ ข้อมูลดังกล่าวข้างต้นแสดงให้เห็นว่าในเวลาที่ผ่านไปนับตั้งแต่การประเมินรอบแรก ความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยไม่ได้มีการพัฒนาขึ้น นักเรียนไทยยังรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในระดับที่ไม่น่าพอใจและไม่แสดงศักยภาพที่จะใช้คณิตศาสตร์ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตได้ ระบบการศึกษาไทยจึงอยู่ในภาวะที่ต้องเร่งยกระดับคุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียนให้รู้เรื่องคณิตศาสตร์ทัดเทียมกับเยาวชนในภูมิภาคซึ่งมีมาตรฐานการศึกษาคณิตศาสตร์ระดับโลกโดยใช้กรอบโครงสร้างของโครงการนานาชาติเป็นแนวทาง

ในการแก้ปัญหาทางการเรียนของนักเรียนนั้น ผู้สอนเป็นหนึ่งในผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยเหลือนักเรียนได้ โดยผู้สอนจำเป็นจะต้องมีสารสนเทศเพื่อเป็นข้อมูลย้อนกลับให้กับตนเอง นักเรียน และผู้ปกครอง เกี่ยวกับข้อบกพร่องต่างๆ ที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียน และหาวิธีการปรับปรุง แก้ไข หรือพัฒนา ให้นักเรียนมีความรู้เรื่องคณิตศาสตร์ดีขึ้น ทั้งนี้ ผู้สอนอาจใช้แนวคิดเกี่ยวกับการวินิจฉัย (Diagnosis) มาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบและค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล ผลของการประเมินสามารถจะบอกได้ว่านักเรียนบกพร่องในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ใด หรือทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใด และอะไรเป็นสาเหตุของความบกพร่อง ซึ่งข้อบกพร่องนั้นอาจจะเป็นของนักเรียนหรือของผู้สอนก็ได้ บางโอกาสอาจพบจุดเด่นหรือความสามารถพิเศษของนักเรียนด้วย ผู้สอนสามารถนำผลของการประเมินไปแก้ไขและส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนให้ถูกต้องและตรงจุด ตลอดจนนำไปปรับปรุงการสอนของตนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) โดยมีแนวทางการวินิจฉัย 2 ลักษณะ คือ การวัดสิ่งที่ขาดหายไป (Deficit Measurement) ซึ่งเน้นที่จุดด้อยหรือความบกพร่อง (Weakness) และการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน (Error Analysis) ซึ่งเน้นที่ประเภทของความผิดพลาดของนักเรียน

การวินิจฉัยที่มีประสิทธิภาพจะต้องให้สารสนเทศที่ถูกต้องและเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนา นักเรียนและการจัดการเรียนรู้ วิธีการใช้แบบทดสอบเป็นวิธีการหนึ่งที่มีการดำเนินการชัดเจน และให้ผลการวินิจฉัยที่เป็นประโยชน์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการใช้แบบทดสอบที่สร้างขึ้น โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อการวินิจฉัยหรือที่เรียกว่าแบบสอบวินิจฉัย ซึ่งการวินิจฉัยผลที่ได้จากการใช้แบบสอบมีแนวทางการวินิจฉัย 2 แนวทาง คือ การวินิจฉัยจากการวิเคราะห์คะแนนรวม (Test Score) และการวินิจฉัยจากการวิเคราะห์แบบแผนการตอบข้อสอบ (Item Response Patterns) จากการศึกษาพบว่า การวินิจฉัยจากการวิเคราะห์คะแนนรวมเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะทำให้การวินิจฉัยมีประสิทธิภาพ เนื่องจากไม่สามารถระบุจุดเด่น จุดด้อย และสาเหตุของความบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนได้อย่างชัดเจน จึงมีการวินิจฉัยจากการวิเคราะห์แบบแผนการตอบข้อสอบ โดยในระยะแรกเป็นการวินิจฉัยความผิดปกติของแบบแผนการตอบเพื่อค้นหาโน้ตส์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนจากแบบการคิดที่ผิด แต่ก็ยังมีข้อจำกัดในกรณีที่นักเรียนเปลี่ยนแบบการคิดในการเลือกคำตอบโดยไม่มีเหตุผลและไม่สามารถบอกได้ว่าทำไมจึงเลือกคำตอบนั้น ทำให้ไม่สามารถวินิจฉัยสาเหตุของการเลือกคำตอบจากแบบการคิดที่ผิดของนักเรียนได้ จึงมีการแก้ปัญหาโดยเปลี่ยนแนวคิดมาเป็นการวินิจฉัยที่ให้สารสนเทศเกี่ยวกับจุดเด่น จุดด้อย ซึ่งเป็นการตรวจสอบสถานะความรู้จากการพิจารณาว่าการทำข้อสอบได้ถูกต้องนั้นต้องใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางปัญญาใดบ้าง โดยการกำหนดคุณลักษณะเพื่อจำแนกแบบแผนทางสถิติที่เรียกว่า Rule Space การวินิจฉัยด้วยวิธีนี้เป็นการวินิจฉัยหลังจากการสร้างแบบสอบ ทำให้การจำแนกคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการตอบข้อสอบแต่ละข้ออาจไม่ครอบคลุมลักษณะหรือความรู้

ในแต่ละเรื่องที่ผู้สอบจำเป็นต้องมี รวมไปถึงมีการคำนวณที่ยุงยาก อย่างไรก็ตาม วิธีการวินิจฉัย มีการพัฒนาขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยในระยะหลังได้มีการนำโมเดลทางพุทธิปัญญาเข้ามาช่วย ในการวินิจฉัยเพื่อให้ผลการวินิจฉัยมีความถูกต้องและวินิจฉัยได้ในเวลารวดเร็วมากขึ้น

โมเดลการจำแนกวินิจฉัย (Diagnostic Classification Models: DCMs) หรือโมเดลการวินิจฉัย ทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Models: CDMs) เป็นโมเดลที่แสดงการเชื่อมโยงโดยตรง ระหว่างพฤติกรรมและคุณลักษณะ (Attribute) ที่แยกเป็นหมวดหมู่ อาจอยู่ในรูปของผลการตอบข้อสอบ (Item Response) พฤติกรรมที่สังเกตได้ (Observable Behaviors) หรือการปฏิบัติ (Performance) มีการเชื่อมโยงโดยตรงระหว่างตัวแปรแฝงแบบจัดประเภทกับข้อมูลที่รวบรวมจากการตอบที่สังเกตได้ ของผู้สอบแต่ละคน โมเดลประเภทนี้จะใช้หลักการของความน่าจะเป็นเพื่อบ่งชี้ว่าผู้ตอบแต่ละคน มีคุณลักษณะตามเกณฑ์การวินิจฉัยที่มีการกำหนดหรือไม่อย่างไร โดยจะพิจารณาว่าผู้ตอบนั้น ควรอยู่ในกลุ่มผู้ที่มีความบกพร่องหรือไม่มีความบกพร่องและพิจารณาละเอียดลึกกลงไปในแต่ละมิติ หรือคุณลักษณะแฝงใดบ้างที่มีความบกพร่องและความบกพร่องนั้นเกิดขึ้นเพียงองค์ประกอบเดียว หรือมากกว่านั้น (Lee and Corter, 2003, 2011) โมเดลการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจึงเป็นโมเดล ที่ใช้เพื่อตรวจสอบนักเรียนว่ามีความรอบรู้ (Mastery) ในทักษะที่จำเป็นหรือไม่ โดยมีความเฉพาะเจาะจง มากกว่าโมเดลอื่น เช่น โมเดลการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory Model: IRT) หรือโมเดลราช (Rash Model) เนื่องจากในโมเดลการตอบสนองข้อสอบและโมเดลราชมีข้อตกลงเบื้องต้น ทางสถิติว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ต้องเป็นแบบเอกมิติ (Unidimensional) แต่ในการประเมิน เพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไม่จำเป็นต้องเป็นการวัดแบบเอกมิติ

ในปัจจุบันมีผู้พัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจำนวนมาก เช่น การวินิจฉัยด้วยวิธี Rule Space Method (RSM) (Tatsuoka, 1983) ที่พัฒนามาจากแนวคิดการประเมินกฎ (Rule-Assessment Method) และวิธีดัชนีบุคคล (Personal-Index Approach) เพื่อใช้ในบริบทของการแก้ปัญหาวทางวิศวกรรมศาสตร์ และวิทยาศาสตร์กายภาพ ในการเปรียบเทียบความใกล้เคียงของแบบแผนการตอบข้อสอบกับแบบการคิดผิด แบบต่างๆ ต่อมา ในปี ค.ศ. 1990 Tatsuoka ได้ปรับ Rule Space Method โดยนำทฤษฎีพุทธิปัญญา มาใช้ในการวินิจฉัย ปรับเปลี่ยนแนวคิดจากแบบการคิดที่ผิดมาเป็นการวินิจฉัยที่ให้สารสนเทศเกี่ยวกับจุดแข็ง และจุดอ่อนของความรอบรู้ที่ได้จากการพิจารณาว่าการทำข้อสอบได้ถูกต้องนั้นต้องใช้ความรู้และทักษะ ใดบ้าง ซึ่ง Rule Space Method มีลักษณะเป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจำแนกแบบแผน การตอบข้อสอบของผู้สอบนำไปสู่แบบแผนคุณลักษณะความรอบรู้จากการใช้ทักษะทางพุทธิปัญญา ที่แตกต่างกัน แต่ Rule Space Method มีข้อจำกัดที่อาจให้ผลการวินิจฉัยที่ไม่สมบูรณ์เนื่องจากดำเนินการ วินิจฉัยหลังจากสร้างแบบทดสอบเรียบร้อยแล้ว อาจทำให้การจำแนกคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการตอบข้อสอบ แต่ละข้อไม่ครอบคลุมคุณลักษณะหรือความรอบรู้แต่ละเรื่องที่ผู้สอบจะต้องมี และลำดับขั้นของคุณลักษณะ ไม่ใช่สิ่งที่จำเป็น เนื่องจากคุณลักษณะเป็นอิสระต่อกัน วิธีวินิจฉัยด้วยการย้อนรอยกระบวนการคิด



จากชุดคำตอบโดยตรง (ศิริเดช สุชีวะ, 2535) เป็นวิธีที่พัฒนาเพื่อแก้ไขข้อจำกัดของ Rule Space Method ในด้านการนำวิธีวินิจฉัยไปใช้ในระดับห้องเรียน การวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method: AHM) (Leighton, Gierl and Hunka, 2004) ที่พัฒนามาจาก Rule Space Method ซึ่งเป็นการแก้ข้อจำกัดด้วยการจำแนกคุณลักษณะก่อนการสร้างแบบทดสอบ โดยกำหนดให้คุณลักษณะหรือความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องนั้นๆ มีความสัมพันธ์เป็นลำดับชั้นจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะที่สูงกว่า ซึ่งเป็นขั้นตอนสำคัญที่ช่วยกำหนดลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ ทำให้การวินิจฉัยจากแบบแผนการตอบข้อสอบ ให้สารสนเทศที่เป็นประโยชน์และมีความชัดเจน สามารถวัดความรู้ครบทุกคุณลักษณะภายใต้แบบทดสอบฉบับเดียวและมุ่งวินิจฉัยคุณลักษณะเป็นรายด้าน เป็นต้น นอกจากนี้จากการศึกษาพบว่างานวิจัยส่วนใหญ่ได้ศึกษากับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง เนื่องจากเป็นวิชาที่ช่วยพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้ที่คิดอย่างมีเหตุผลและมีความสามารถในการแก้ปัญหา (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาแต่ละโมเดลมีข้อดีและข้อจำกัดแตกต่างกัน การเลือกใช้โมเดลสำหรับการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยจึงขึ้นอยู่กับบริบทของเรื่องที่ต้องการศึกษา จากการที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา สามารถจำแนกเป็น 2 ประเภทหลัก คือ โมเดลชั้นแฝง (Latent Class Model) และโมเดลคุณลักษณะแฝง (Latent Trait Model) โดยโมเดลชั้นแฝงเป็นโมเดลที่พัฒนาขึ้นเพื่อจำแนกผู้สอบตามทักษะ (Skill) เป็นความรอบรู้ (Mastery) หรือความไม่รอบรู้ (Non-mastery) โมเดลนี้จึงให้รูปแบบของความรอบรู้หรือความน่าจะเป็นของความรอบรู้เกี่ยวกับทักษะของผู้สอบ สำหรับโมเดลคุณลักษณะแฝงเป็นการขยายแนวคิดหรือสรุปอ้างอิงจากโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบเอกมิติ (Unidimensional IRT Model) เกี่ยวกับการจัดตำแหน่งการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบในแต่ละทักษะ

เมื่อพิจารณาถึงประเภทของโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เหมาะสมกับการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ซึ่งใช้ในการตัดสินความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะ แล้วพบว่าโมเดลชั้นแฝง (Latent Class Model) เป็นโมเดลที่เหมาะสม ซึ่งได้แก่ 1) Rule-Space Model 2) Hybrid Model 3) DINA Model 4) Unified Model 5) NIDA Model 6) Fusion Model 7) Attribute Hierarchy Method 8) DINO Model 9) Log-Linear Cognitive Diagnostic Model อย่างไรก็ตาม ในการนำโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลเชิงประจักษ์นั้น ควรเลือกใช้โมเดลที่ได้รับการยืนยันจากผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูล (Model Fit) ซึ่งได้แก่ 1) Rule-Space Model 2) DINA Model 3) Fusion Model และ 4) Attribute Hierarchy Method

ผู้วิจัยได้ศึกษาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาแล้วเห็นว่าวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method) มีจุดเด่นอยู่ที่มีการให้คำจำกัดความของค่าว่าคุณลักษณะที่ชัดเจน และกำหนดให้มีการจำแนกคุณลักษณะก่อนการพัฒนาแบบสอบ รวมทั้งการกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับชั้นของคุณลักษณะจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะที่สูงกว่า

ซึ่งเป็นขั้นตอนสำคัญที่ช่วยกำหนดลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ สอดคล้องกับการคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้น นอกจากนี้ ยังช่วยให้สามารถวัดความรู้ครบทุกคุณลักษณะภายใต้แบบทดสอบฉบับเดียว อีกทั้งยังมุ่งวินิจฉัยคุณลักษณะเป็นรายด้าน ทำให้การวินิจฉัยจากแบบแผนการตอบข้อสอบให้สารสนเทศที่เป็นประโยชน์และมีความชัดเจน สอดคล้องกับการศึกษาของ Gierl, Alves และ Majeau (2010) ที่ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะในการสร้างการสรุปอ้างอิงเชิงวินิจฉัยเกี่ยวกับความรู้ (Knowledge) และทักษะ (Skills) ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่ออธิบายและประเมินวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะที่ประยุกต์ใช้กับการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในวิชาคณิตศาสตร์ ที่ระบุว่าข้อดีของวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ คือ การสนับสนุนการรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายบุคคลด้วยการใช้ค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (Attribute Probability Values) โดยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะจะให้ข้อมูลที่เป็นรายละเอียดเกี่ยวกับคุณลักษณะที่ใช้วัดในแบบสอบ และระดับความรู้ของคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาของผู้สอบ ซึ่งข้อมูลเชิงวินิจฉัยที่ได้นี้จะเกี่ยวข้องโดยตรงกับการบรรยายคุณลักษณะรายบุคคลของนักเรียนและนำไปสู่การตัดสินใจในการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับนักเรียน

นอกจากการใช้แนวคิดเกี่ยวกับการวินิจฉัย (Diagnosis) มาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบและค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคลแล้ว การให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนก็มีความสำคัญและเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองของนักเรียน โดยจากงานวิจัยที่ได้ศึกษาว่าในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน 3 สถานการณ์ ได้แก่ 1) การเรียนเพียงอย่างเดียว 2) การทดสอบเพียงอย่างเดียว และ 3) การทดสอบร่วมกับการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน พบว่าสถานการณ์ที่ช่วยส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี คือ การทดสอบร่วมกับการให้ข้อมูลย้อนกลับ ซึ่งให้ประโยชน์มากกว่าการเรียนหรือการทดสอบเพียงอย่างเดียว (Amanda Lipko-Speeda, 2014) เพราะการทดสอบเพียงอย่างเดียว นั้น นักเรียนจะไม่สามารถทราบถึงคำตอบหรือวิธีการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องจนกว่าผู้สอนจะเฉลยคำตอบ ซึ่งอาจใช้ระยะเวลาเป็นวัน เป็นสัปดาห์ หรือเป็นเดือน ซึ่งไม่ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง (Adam M. Persky, 2008; John Dunlosky, 2015) ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงเล็งเห็นความสำคัญของการทดสอบที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับร่วมด้วย

จากปัญหานักเรียนไทยรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในระดับที่ไม่น่าพอใจและไม่แสดงศักยภาพที่จะสามารถใช้คณิตศาสตร์ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตได้ ในฐานะที่ผู้วิจัยเป็นผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งถือเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการทำหน้าที่วินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียน จึงสนใจที่จะพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีจำนวนข้อสอบน้อยแต่สามารถวัดได้ครอบคลุมทุกทักษะภายใต้แบบสอบฉบับเดียว โดยผู้วิจัยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะในการพัฒนาแบบสอบ และจะให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนเมื่อเสร็จสิ้นการทดสอบ เพื่อประโยชน์ต่อการนำไปใช้แก้ปัญหาความบกพร่องและพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

### คำถามวิจัย

1. แบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะมีลักษณะอย่างไร
2. แบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะมีคุณภาพเป็นอย่างไร
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในคุณลักษณะใดมากที่สุด

### วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อพัฒนาแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ
2. เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะที่พัฒนาขึ้น
3. เพื่อวินิจัยข้อบกพร่องและให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

### ขอบเขตการวิจัย

การพัฒนาแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ มีขอบเขตของการวินิจัยตามกรอบโครงสร้างการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA (2015) ที่แบ่งเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) ออกเป็น 4 เรื่อง ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ได้แก่ 1) ปริมาณ (Quantity) 2) ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data) 3) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) และ 4) ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ (Space and Shape) นอกจากนี้ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ยังสัมพันธ์กับบริบทในโลกชีวิตจริง ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 บริบท ได้แก่ 1) บริบทส่วนตัวที่อาจเกี่ยวข้องกับตนเอง ครอบครัว ชีวิตประจำวัน 2) บริบททางสังคม เช่น ชุมชน ท้องถิ่น หรือโลกโดยรวม 3) บริบทของการทำงานอาชีพ 4) บริบทในวงการวิทยาศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ใช้ในวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ดังนั้น ผู้วิจัยจึงพัฒนาแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ให้ครอบคลุมเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ทั้ง 4 เรื่อง ให้แต่ละเรื่องมีข้อคำถามในจำนวนที่เท่ากันและสอดแทรกบริบททั้ง 4 บริบทไว้ในข้อคำถาม โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method: AHM) (Leighton, Gierl and Hunka, 2004) ในการพัฒนาแบบสอบ และทำการวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เป็นรายคุณลักษณะโดยใช้โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน แบ่งระดับการวินิจฉัยเป็น 2 ระดับ ได้แก่ 1) มีข้อบกพร่อง (Bug) และ 2) ไม่มีข้อบกพร่อง (No Bug) โดยผู้ให้ข้อมูลคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานที่มีการจัดการเรียนการสอนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ใน 9 ภูมิภาคทั่วประเทศ

### คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

**การรู้เรื่องคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการใช้เหตุผลและผลทางคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิด วิธีการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อบอก อธิบาย และคาดการณ์เรื่องราวหรือสถานการณ์ต่างๆ ที่เผชิญได้ ครอบคลุมถึงการมีความรู้คณิตศาสตร์และใช้ประโยชน์จากความรู้นั้นดำเนินชีวิตประจำวันโดยมีคณิตศาสตร์เข้าไปเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

กรอบโครงสร้างการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA (2015) ครอบคลุม 4 เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) ได้แก่

**1. ปริมาณ (Quantity)** เกี่ยวข้องกับความเข้าใจในเรื่องการวัด การนับ หน่วย ดัชนี ขนาดเปรียบเทียบ แบบรูปและแนวโน้มของจำนวน ในด้านความเป็นเหตุผลทางปริมาณ ทั้งความรู้สึกเชิงจำนวน การใช้ตัวแทนแบบพหุคูณ การคำนวณอย่างคล่อง การคิดคำนวณในใจ การประมาณการ และการประเมินความสมเหตุสมผล การใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนที่เหมาะสม จะทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ตรงไปตรงมา ที่กลับกัน หรือที่ต้องนำเรื่องของสัดส่วนมาใช้ สามารถประมาณอัตราของการเปลี่ยนแปลงและบอกเหตุผลในการเลือกใช้ข้อมูลและระดับของความถูกต้องที่ต้องการสำหรับเรื่องหนึ่งๆ สามารถเลือกวิธีการและลำดับขั้นตอน เพื่อแสดงว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้นและมีกรณีใดบ้างที่ทำได้ สามารถสร้างตัวแบบของวิธีการที่ใช้สำหรับแก้ปัญหาที่ใช้ข้อมูลจากที่มีอยู่ในโลก

**2. ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data)** เกี่ยวข้องกับการรับรู้ที่มีความแปรปรวนในกระบวนการ มีความรู้สึกเชิงปริมาณของความแปรปรวน การยอมรับความไม่แน่นอนและความผิดพลาดของการวัด และการรับรู้เรื่องของโอกาสที่จะเป็นไปได้ นอกจากนี้ยังรวมไปถึงการสร้าง การตีความ และการประเมินข้อสรุปที่มาจากสถานการณ์ที่มีความไม่แน่นอน ปรัชญาการณที่มีอยู่เสมอในการวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือในทางวิทยาศาสตร์ เช่น การพยากรณ์อากาศหรือการพยากรณ์ทางเศรษฐกิจ การเงิน การพยากรณ์ต่างๆ ที่อาจมีข้อผิดพลาดได้เสมอ แสดงให้เห็นว่าความไม่แน่นอนเป็นปรากฏการณ์ปกติตามธรรมชาติของโลก แนวคิดหลักของเรื่องนี้คือการนำเสนอข้อมูล การตีความและแปลความข้อมูล

**3. การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships)** เกี่ยวข้องกับความเข้าใจในการเปลี่ยนแปลงแบบต่างๆ และการรู้ว่าเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเพื่ออธิบายและทำนายการเปลี่ยนแปลงนั้นได้อย่างไร ในทางคณิตศาสตร์ การทำแบบจำลองของการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันและสมการที่เหมาะสม รวมถึงการคิด การตีความ และการแปลความตัวแทนความสัมพันธ์ในเชิงสัญลักษณ์และกราฟ การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์พบได้ในหลายเรื่อง เช่น การเจริญเติบโตของสิ่งมีชีวิต คนตรี วัฏจักรของฤดูกาล แบบแผนของสภาพอากาศ ระดับการจ้างงาน และสถานะทางเศรษฐกิจ ในมุมมองของเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นไปตามหลักสูตรในเรื่องฟังก์ชันและพีชคณิต ได้แก่ นิพจน์ทางพีชคณิต สมการและอสมการ การแสดงในรูปตารางและกราฟ ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการสร้างคำอธิบาย การสร้างแบบจำลอง และการตีความการเปลี่ยนแปลงของปรากฏการณ์ต่างๆ

**4. ปริภูมิและรูปทรง (Space and Shape)** ครอบคลุมปรากฏการณ์ต่างๆ ซึ่งมีอยู่ทุกหนทุกแห่งในโลกที่เราสามารถเห็นได้และเป็นทางกายภาพ ได้แก่ แบบรูป ลักษณะของวัตถุ ตำแหน่งและทิศทาง การเข้ารหัสและถอดรหัสของสารที่มองเห็นจากภาพได้ การนำทาง และปฏิสัมพันธ์ของกลศาสตร์กับรูปร่างจริง การจราจร การก่อสร้าง งานศิลปะ ทั้งในแง่ของการสัมผัสจริงหรือผ่านการใช้สัญลักษณ์แทน พื้นฐานสำคัญของปริภูมิและรูปทรง คือ เรขาคณิต และมีคณิตศาสตร์อื่นๆ เข้ามาประกอบด้วย ได้แก่ เรื่อง การวัด ทศนิยมภาพด้านระยะทางและช่องว่าง และพีชคณิต เป็นต้นว่า รูปทรงอาจเปลี่ยนแปลง จุดอาจเคลื่อนที่เปลี่ยนตำแหน่ง จึงต้องอาศัยแนวคิดเรื่องความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของจำนวนที่ขึ้นอยู่กับจำนวนอื่น

**แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์** หมายถึง แบบสอบแบบออนไลน์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิด วิธีการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อบอก อธิบาย และคาดการณ์เรื่องราวหรือสถานการณ์ต่างๆ ที่เผชิญหน้าได้ ครอบคลุมถึงการมีความรู้คณิตศาสตร์และใช้ประโยชน์จากความรู้นั้น ดำเนินชีวิตประจำวัน โดยมีคณิตศาสตร์เข้าไปเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจหรือแก้ปัญหา โดยผลการตอบข้อสอบของนักเรียนจะถูกนำมาคำนวณความน่าจะเป็นของความรู้โดยใช้เครือข่ายเบย์เซียน แปลงค่าให้อยู่ในรูปร้อยละ แล้ววินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายคุณลักษณะ แบ่งระดับการวินิจฉัยเป็น 2 ระดับ ได้แก่ 1) มีข้อบกพร่อง (Bug) และ 2) ไม่มีข้อบกพร่อง (Bug) และมีกรให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนภายหลังเสร็จสิ้นการสอบ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขคุณลักษณะที่มีความบกพร่อง

**การให้ข้อมูลย้อนกลับ** หมายถึง การนำเสนอข้อมูลแก่นักเรียน เพื่อให้ทราบข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของตนเองและนำไปสู่การทำความเข้าใจ แก้ไขปรับปรุงจุดบกพร่อง โดยนำเสนอใน 3 ลักษณะ ได้แก่ 1) การรายงานผลคะแนนแก่นักเรียนผ่านหน้าจอคอมพิวเตอร์ หลังจากเสร็จสิ้นการทดสอบ 2) การแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์โดยละเอียด

ในกรณีที่นักเรียนตอบข้อสอบไม่ถูกต้อง และ 3) การรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยรายบุคคล โดยเมื่อผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลได้ครบทุกโรงเรียนแล้ว นำผลการตอบข้อสอบของนักเรียนทั้งหมด มาวิเคราะห์ว่านักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในคุณลักษณะใด แล้วจัดทำแบบรายงาน คะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายบุคคล เพื่อให้นักเรียนทราบข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ของตนเอง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะที่เหมาะสมแก่นักเรียนแต่ละคนตามคุณลักษณะที่มีความบกพร่อง

**วิธีการวัดระดับของคุณลักษณะ** หมายถึง วิธีการที่ใช้ในการสร้างแบบสอบเพื่อการประเมิน เชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา โดยมีการให้คำจำกัดความของค่าว่าคุณลักษณะที่ชัดเจนและกำหนด ให้มีการจำแนกคุณลักษณะก่อนการพัฒนาแบบสอบ รวมทั้งการกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ ที่เป็นลำดับขั้นของคุณลักษณะเพื่อช่วยกำหนดจำนวนข้อสอบและลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ

**ลำดับขั้นของคุณลักษณะ** หมายถึง ลักษณะความสัมพันธ์เชิงลำดับขั้นของความสามารถ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยจัดเรียงจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐาน ไปยังคุณลักษณะขั้นสูงกว่า ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

**1. ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง**  
หมายถึง การรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจได้ว่า ส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหา

**2. ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์**  
หมายถึง การรู้ เข้าใจ และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบท โลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ อาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

**3. ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา**  
หมายถึง การใช้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ และค้นหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณ การแก้สมการ การลงข้อสรุปจากสมมติฐานทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล การสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา

**4. ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์**  
หมายถึง การสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบท ของปัญหาโลกชีวิตจริง ซึ่งรวมถึงการแปลความหมายของวิธีการแก้ปัญหาหรือการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ย้อนกลับไปบริบทของปัญหา และตัดสินว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบท ของปัญหาหรือไม่

**ความตรงเชิงโครงสร้าง** หมายถึง ความถูกต้องแม่นยำของการวัดโครงสร้างคุณลักษณะของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงหลักฐานความตรงด้วยวิธีวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis: CFA)

**ความเที่ยงของแบบสอบวินิจัย** หมายถึง ความคงเส้นคงวาของการวัดโดยใช้แบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงหลักฐานความเที่ยงด้วยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Method)

**คะแนนจุดตัด** หมายถึง คะแนนที่เป็นเกณฑ์ขั้นต่ำที่จะนำมาใช้เป็นค่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดข้อบกพร่องในโมเดลการวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน เพื่อจำแนกกลุ่มนักเรียนว่ามีข้อบกพร่องหรือไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ การกำหนดคะแนนจุดตัดจะใช้วิธีของแองกอฟ (Angoff's Method) ซึ่งกระทำโดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาข้อคำถามทีละข้อร่วมกับสารสนเทศเกี่ยวกับคุณภาพของข้อสอบ แล้วตัดสินประมาณค่าความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่มีความสามารถคาบเส้นหรือมีผลการเรียน ระดับ 1 จะสามารถตอบข้อคำถามนั้นได้ถูกต้อง เมื่อผู้เชี่ยวชาญกำหนดค่าความน่าจะเป็นครบทุกข้อแล้ว นำค่าความน่าจะเป็นนั้นมารวมกันเป็นคะแนนจุดตัดของคุณลักษณะนั้นของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคน จากนั้นนำคะแนนจุดตัดของผู้เชี่ยวชาญทุกคนมาคำนวณค่าเฉลี่ย ค่าเฉลี่ยที่ได้จะเป็นคะแนนจุดตัดสำหรับคุณลักษณะนั้น

## ประโยชน์ที่ได้รับ

### 1. ประโยชน์เชิงวิชาการ

1.1 ได้กระบวนการพัฒนาแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ซึ่งสามารถใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาแบบสอบวินิจัยสำหรับผู้สอนตลอดจนผู้สนใจ

1.2 ได้กระบวนการพัฒนาโมเดลการวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน ซึ่งสามารถใช้เป็นแนวทางสำหรับผู้สอนตลอดจนผู้สนใจในการพัฒนาโมเดลสำหรับการวินิจัยข้อบกพร่องทางการเรียนรู้ของนักเรียน

### 2. ประโยชน์เชิงปฏิบัติ

2.1 ได้แบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถให้ข้อมูลข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อนำไปสู่การพัฒนานักเรียนและการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม

2.2 ได้ข้อมูลเชิงวินิจัยเกี่ยวกับสถานะความรอบรู้ในแต่ละลำดับขั้นของคุณลักษณะ สำหรับนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้เป็นไปตามมาตรฐาน

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เนื้อหาในส่วนนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอรายละเอียดจากการทบทวนเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ การวินิจฉัยทางการศึกษา วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ การให้ข้อมูลย้อนกลับ และเครือข่ายเบย์เซียน โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 หัวข้อ ดังนี้

#### 2.1 มโนทัศน์เกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy)

2.1.1 ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

2.1.2 การจัดกรอบโครงสร้างการประเมินผลการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์

#### 2.2 มโนทัศน์เกี่ยวกับการวินิจฉัยทางการศึกษา

2.2.1 ความหมายของการวินิจฉัยทางการศึกษา

2.2.2 แบบทดสอบวินิจฉัย

2.2.3 โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

2.2.4 การเปรียบเทียบโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

2.2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

#### 2.3 มโนทัศน์เกี่ยวกับวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method: AHM)

2.3.1 ความหมายของวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ

2.3.2 การประยุกต์ใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะเพื่อพัฒนาแบบทดสอบและการวินิจฉัย

#### 2.4 มโนทัศน์เกี่ยวกับการให้ข้อมูลย้อนกลับ (Feedback)

2.4.1 ความหมายของการให้ข้อมูลย้อนกลับ

2.4.2 รูปแบบของการให้ข้อมูลย้อนกลับ

2.4.3 แนวทางการให้ข้อมูลย้อนกลับ

#### 2.5 มโนทัศน์เกี่ยวกับเครือข่ายเบย์เซียน (Bayesian Networks)

2.5.1 ทฤษฎีของเบย์

2.5.2 เครือข่ายเบย์เซียน

2.5.3 การวินิจฉัยแบบเครือข่ายเบย์เซียน

#### 2.6 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีและกรอบแนวคิดในการวิจัย



## 2.1 มโนทัศน์เกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy)

### 2.1.1 ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy)

ในการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์จะต้องพบกับสถานการณ์ต่างๆ เช่น การจับจ่ายใช้สอย การเดินทาง การทำอาหาร การจัดระเบียบการเงินของตน การประเมินสถานการณ์ การตัดสินใจ ประเด็นปัญหาทางสังคมการเมือง ฯลฯ ซึ่งความรู้คณิตศาสตร์สามารถเข้ามาช่วยทำให้การมองประเด็น การตั้งปัญหา หรือการแก้ปัญหาที่มีความชัดเจนยิ่งขึ้น การใช้คณิตศาสตร์ดังกล่าวนั้น แม้จะต้องมีรากฐานมาจากทักษะคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน แต่ก็จำเป็นต้องมีความสามารถในการใช้ทักษะนั้นๆ ในสถานการณ์อื่นๆ นอกเหนือไปจากสถานการณ์ของปัญหาคณิตศาสตร์หรือแบบฝึกคณิตศาสตร์ ที่เรียนในชั้นเรียนซึ่งผู้เรียนสามารถคิดอยู่ในวงจำกัดของเนื้อหาวิชาโดยไม่ต้องคำนึงถึงความเป็นจริงมากนัก แต่การใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตจริงนั้น ผู้เรียนต้องรู้จักสถานการณ์หรือสิ่งแวดล้อมของปัญหา ต้องเลือกตัดสินใจว่าจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์อย่างไร การเผชิญหน้ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในแวดวงของการดำเนินชีวิต ซึ่งต้องการให้ผู้เรียนระบุสถานการณ์ที่สำคัญของปัญหา กระตุ้นให้หาข้อมูลสำรวจตรวจสอบ และนำไปสู่การแก้ปัญหา ในกระบวนการนี้ต้องการทักษะหลายอย่าง เป็นต้นว่า ทักษะการคิดและการใช้เหตุผล ทักษะการโต้แย้ง การสื่อสาร ทักษะการสร้างตัวแบบ การตั้งปัญหา และการแก้ปัญหา การนำเสนอ ตลอดจนการใช้สัญลักษณ์ การนำความรู้พื้นฐานและทักษะทางคณิตศาสตร์มาใช้ในสถานการณ์ต่างๆ นี้เอง เรียกว่า “การรู้เรื่องคณิตศาสตร์” ทั้งนี้ มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

The Mathematical Association of America กล่าวถึงการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ว่าเป็นสมรรถนะในการให้เหตุผลเชิงปริมาณที่จำเป็นสำหรับพลเมืองในยุคสารสนเทศ

Cockcroft Report (1982) เปรียบการรู้เรื่องคณิตศาสตร์กับความสามารถในการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์เพื่อจัดการกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน การเห็นคุณค่าและเข้าใจในสารสนเทศที่นำเสนอในรูปแบบของคณิตศาสตร์ เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง หรือร้อยละ

Paulos (1988) กล่าวว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการจัดการกับความรู้อีกเชิงจำนวนและความน่าจะเป็น

Steen (1997) ให้ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ว่าเป็นกลุ่มของทักษะ ความรู้ ความเชื่อ การจัดการ ความคิด สมรรถนะในการสื่อสาร และทักษะการแก้ปัญหาที่มนุษย์ต้องการใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ของชีวิตและการทำงาน

The Ministerial Council for Education, Employment, Training and Youth Affairs (1997) กล่าวว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นผลของการใช้ความรู้คณิตศาสตร์เพื่อตอบสนองความต้องการในการดำเนินชีวิตทั้งที่โรงเรียนและที่บ้าน ตลอดจนใช้ในการทำงานและการอยู่ร่วมกันในสังคม

UNESCO (2006) ให้นิยามของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการประมวลผล แปลความหมาย และการสื่อสารเกี่ยวกับจำนวน ปริมาณ พื้นที่ สถิติ และสารสนเทศทางคณิตศาสตร์ ในทางที่เหมาะสมสำหรับบริบทที่หลากหลาย

Commonwealth of Australia (2008) กล่าวว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง การมีความรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับชีวิตประจำวัน เกี่ยวข้องกับความเข้าใจในความสัมพันธ์ ระหว่างคณิตศาสตร์กับบริบททางสังคม

Oxford Learning Franchisees (2010) ให้นิยามของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหา การใช้เหตุผล และการวิเคราะห์ข้อมูล สามารถใช้จำนวนเพื่อแก้ปัญหาในโลก ชีวิตจริงและมีความเข้าใจภาษาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนขาดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จนกว่าจะได้เรียนรู้ พื้นฐานด้านการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวน ทั้งนี้ จะต้องอาศัยความรู้หลายเรื่องและต้องใช้เวลา ในการทำความเข้าใจ เพื่อให้เกิดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จนสามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ(Program for International Student Assessment: PISA) (2015) ได้กำหนดนิยามไว้ว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ คือ สมรรถนะของบุคคล ในการที่จะบ่งบอกและเข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีในโลก ธรรมชาติ สังคม และวัฒนธรรม ที่บุคคลนั้นอาศัยอยู่ เพื่อให้สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานความรู้ที่เข้มแข็ง ตลอดจนเพื่อใช้ตอบสนอง ความจำเป็นต่อชีวิตของแต่ละบุคคล ทั้งชีวิตส่วนตัว การงานอาชีพ ชีวิตด้านสังคมกับเพื่อนหรือญาติพี่น้อง และชีวิตในฐานะพลเมืองของชุมชนและประเทศชาติ เป็นพลเมืองที่มีความคิด มีความหวังใฝ่ และสร้างสรรค์สังคม การรู้เรื่องคณิตศาสตร์จะเน้นย้ำถึงการใช้คณิตศาสตร์ตอบสนองสถานการณ์ต่างๆ ในโลกอย่างคิดวิเคราะห์ มองหาความสัมพันธ์และแปรผันได้หลากหลาย และชัดเจนว่าคนที่จะแสดง สมรรถนะเช่นนั้นได้จะต้องมีความรู้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน อย่างไรก็ตาม ความรู้ที่ว่ามันไม่ได้จำกัด อยู่เพียงนิยาม ข้อเท็จจริง และวิธีการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ รวมทั้งไม่ใช่การฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ เรื่องใดเรื่องหนึ่ง เป็นต้นว่า ทักษะการแก้สมการ การพิสูจน์เอกลักษณ์ ฯลฯ หากแต่เกี่ยวข้องกับ การรวมเอาความรู้ต่างๆ ดังกล่าวที่มีอยู่มาสร้างเป็นแนวคิด ตอบสนองสถานการณ์ที่ก่อดันจากภายนอก บุคคลที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ คือ คนที่สามารถใช้เหตุและผลทางคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิด วิธีการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อบอก อธิบาย และคาดการณ์หรือพยากรณ์เรื่องราว หรือสถานการณ์ต่างๆ ที่เผชิญหน้าได้ นอกจากนี้ แนวความคิดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ยังครอบคลุม ถึงการมีความรู้คณิตศาสตร์และใช้ประโยชน์จากความรู้ นั้น โดยการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ผูกพันกับคณิตศาสตร์ ทำการสำรวจตรวจสอบความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้ บุคคลรู้บทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีต่อโลกและทำให้มีการลงความเห็นที่เหมาะสม ตัดสินใจ อย่างพลเมืองที่มีความคิด ความรับผิดชอบ และหวังใฝ่สังคม จุดสำคัญของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ตามนิยามของ PISA คือ เน้นความสำคัญที่ต้องการให้เยาวชนพัฒนาสติปัญญาที่จะใช้คณิตศาสตร์

ไปตามบริบทหรือสถานการณ์ โดยใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนรู้มาจากโรงเรียน การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ดังกล่าวอธิบายข้างต้นไม่ใช่คุณลักษณะที่กำหนดว่าบุคคลใดบุคคลหนึ่งจะมีหรือไม่มี หากแต่เป็นคุณลักษณะที่สังคมต้องการและสามารถพัฒนาให้เกิดขึ้นได้ จากนิยามที่กำหนดไว้ ทำให้เห็นชัดว่าการประเมินผลนี้เน้นคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่ชีวิตมนุษย์ต้องเกี่ยวข้องด้วยตลอดเวลา เป็นต้นว่า เรื่องพื้นฐานทางการเงิน การแลกเปลี่ยนเงินตรา การซื้อสินค้าและบริการ จนกระทั่งถึงเรื่องยากๆ หรือปรากฏการณ์ที่ซับซ้อนที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายหรือทำนายผลล่วงหน้า ด้วยเหตุนี้ PISA จึงไม่สำรวจเพียงว่านักเรียนรู้อะไร แต่สำรวจให้กว้างไกลออกไปถึงว่านักเรียนสามารถขยายความรู้ที่เรียนมาไปประยุกต์ความรู้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งคุณลักษณะนี้เป็นที่ต้องการของสังคมและตลาดงานปัจจุบันที่ไม่เพียงให้ความสำคัญกับสิ่งที่รู้มา แต่ให้ความสำคัญว่าสามารถทำอะไรกับสิ่งที่รู้มาด้วย เนื่องจากการประเมินนักเรียนอายุ 15 ปี กรอบการประเมินจึงต้องเหมาะสมกับเยาวชนวัยนี้ การกำหนดเนื้อหาสาระ ภาษา และบริบทที่เหมาะสมกับวัย 15 ปี ได้คำนึงถึงสองหลักใหญ่ๆ คือ เนื้อหาทั่วไปและเนื้อหาเฉพาะที่คนวัย 15 ปี ควรต้องรู้ ทั้งนี้ ไม่ได้วัดในเชิงคุณลักษณะว่าใครมีหรือไม่มีความรู้ในเนื้อหา หากแต่วัดในเชิงของการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ในแง่ที่ว่าคนคนหนึ่งอาจรู้มากกว่าคนอื่น และมีศักยภาพที่จะรู้ต่อไปอย่างต่อเนื่องเมื่อเติบโตขึ้น

จากการศึกษานิยามของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถของบุคคลในการใช้เหตุผลและผลทางคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิด วิธีการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อบอก อธิบาย และคาดการณ์เรื่องราวหรือสถานการณ์ต่างๆ ที่เผชิญได้ ครอบคลุมถึงการมีความรู้คณิตศาสตร์และใช้ประโยชน์จากความรู้นั้น ดำเนินชีวิตประจำวันโดยมีคณิตศาสตร์เข้าไปเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### 2.1.2 การจัดกรอบโครงสร้างการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

กรอบการประเมินผลของ PISA เน้นที่การประเมินว่านักเรียนอายุ 15 ปี รู้เรื่องคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด นั่นคือ สามารถนำฐานความรู้คณิตศาสตร์มาใช้และเผชิญหน้ากับปัญหาในโลกจริงได้เพียงใด โดยมีขอบเขตของคณิตศาสตร์ครอบคลุมองค์ประกอบ 3 หมวด ได้แก่ 1) หมวดบริบทในโลกชีวิตจริง (Situation on Context) 2) หมวดเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และ 3) หมวดกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Process) ของนักเรียนที่ควรได้รับการกระตุ้นเร้าให้สามารถเชื่อมต่อกับโลกจริงที่ปัญหานั้นๆ เกิดขึ้น โดยใช้คณิตศาสตร์และให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้คณิตศาสตร์นั้นๆ มีรายละเอียดดังนี้

## 1. หมวดบริบทในโลกชีวิตจริง (Situation on Context)

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นความท้าทายหรือปัญหาที่เกิดขึ้นในโลกจริง ซึ่งปกติจะเกี่ยวข้องกับอยู่กับ 4 บริบทด้วยกัน ได้แก่ 1) บริบทส่วนตัวที่อาจเกี่ยวข้องกับตนเอง ครอบครัว ชีวิตประจำวัน 2) บริบททางสังคม เช่น ชุมชน ท้องถิ่น หรือโลกโดยรวม 3) บริบทของการทำงานอาชีพ และ 4) บริบทในวงการวิทยาศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ใช้ในวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี การประเมินผลในแต่ละบริบทมีคำถามในจำนวนใกล้เคียงกัน

## 2. หมวดเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ (Mathematical Content)

แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อเป็นเครื่องมือในอันที่จะเข้าใจ จัดระเบียบ และวิเคราะห์ปรากฏการณ์ต่างๆ ในธรรมชาติ ในสังคม และในการคิดจินตนาการต่างๆ หลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจะถูกจัดเป็นสาขาวิชา (เลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต ฯลฯ) ที่สะท้อนถึงที่มาแนวคิดที่ยึดถือมา และเป็นฐานของการจัดการแผนการเรียนการสอน อย่างไรก็ตาม ในโลกของความเป็นจริงปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ไม่ได้จัดระเบียบมาเป็นหมวดหมู่หรือแยกสาขาวิชามาให้ และไม่ค่อยมีปรากฏการณ์ใดที่สามารถใช้ความรู้จากสาขาวิชาเดียวมาแก้ปัญหาได้ หากแต่ต้องการใช้พื้นฐานความรู้ที่กว้างขวาง ครอบคลุมหลายด้านกว่าที่ใช้อยู่ในห้องเรียน

เนื่องจากระดับของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จะพิจารณาจากความสามารถในการใช้ความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในโลกของความเป็นจริงตามสถานการณ์หรือบริบทที่แตกต่างหลากหลาย ดังนั้น ในการประเมินจึงใช้ปรากฏการณ์เป็นตัวตั้งในการนำไปสู่แนวคิด โครงสร้าง หรือความคิด หลักการทางคณิตศาสตร์ วิธีนี้จึงประกันได้ว่าจะตรงกับจุดมุ่งหมายในนิยามของการประเมิน ซึ่งจะไม่เหมือนกับการประเมินผลคณิตศาสตร์ที่พบเห็นในหลักสูตรทั่วไป

โครงสร้างการประเมินคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุม 4 เรื่อง ได้แก่ 1) ปริมาณ 2) ความไม่แน่นอน และข้อมูล 3) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ และ 4) ปริภูมิและรูปทรง เป็นแนวสาระที่ PISA ใช้ประเมินตามวัตถุประสงค์และเป็นแนวคิดที่ครอบคลุมเนื้อหาสาระที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน โดยแต่ละเรื่องมีลักษณะและรายละเอียดดังนี้

### 2.1 ปริมาณ (Quantity)

ปริมาณเป็นคณิตศาสตร์ที่ต้องพบเห็นและเกี่ยวข้องมากที่สุด ความเกี่ยวข้องกับปริมาณ รวมถึงความเข้าใจในเรื่องการวัด การนับ ขนาดของปริมาณ หน่วย ดัชนี ขนาดเปรียบเทียบ แบบรูปและแนวโน้มของจำนวน ในด้านความเป็นเหตุผลทางปริมาณ เช่น ความรู้สึกเชิงจำนวน การใช้ตัวแทนแบบพหุคูณ การคำนวณอย่างคล่อง การคิดคำนวณในใจ การประมาณการ และการประเมินความสมเหตุสมผล ล้วนแล้วแต่เป็นแง่มุมของคณิตศาสตร์ด้านปริมาณ การใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนที่เหมาะสมจะให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ตรงไปตรงมา ที่กลับกัน หรือที่ต้องการเรื่องของสัดส่วนมาใช้ สามารถประมาณอัตราของการเปลี่ยนแปลงและบอกเหตุผลในการเลือกใช้ข้อมูลและระดับ

ของความถูกต้องที่ต้องการสำหรับเรื่องหนึ่งๆ สามารถเลือกวิธีการและลำดับขั้นตอนเพื่อแสดงว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้นและมีกรณีใดบ้างที่ทำได้ สามารถสร้างตัวแบบของวิธีการที่ใช้สำหรับแก้ปัญหาที่ใช้ข้อมูลจากที่มีอยู่ในโลก

## 2.2 ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data)

ไม่ว่าจะเป็นเรื่องของวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีหรือในชีวิตประจำวัน เราจะต้องเกี่ยวข้องกับความไม่แน่นอนอยู่เสมอ ความไม่แน่นอนจึงเป็นหัวใจสำคัญของการวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ในปัญหาและทฤษฎีทางสถิติและความน่าจะเป็น ตลอดจนเทคนิควิธีของการนำเสนอและการบรรยายก็ถูกนำมาใช้เพื่อจัดการกับเรื่องนี้ สารเนื้อหากของเรื่องความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data) รวมความถึงการรับรู้ที่มีความแปรปรวนในกระบวนการ มีความรู้สึกเชิงปริมาณของความแปรปรวน การยอมรับความไม่แน่นอนและความผิดพลาดของการวัด และการรับรู้เรื่องขงโอกาสที่จะเป็นไปได้ นอกจากนี้ ยังรวมไปถึงการสร้าง การตีความ และการประเมินข้อสรุปที่มาจากสถานการณ์ที่มีความไม่แน่นอน ปรัชญาการที่มีอยู่เสมอในการวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในทางวิทยาศาสตร์ก็มีความไม่แน่นอนเป็นหัวใจเช่นกัน จะเห็นว่าการพยากรณ์ทางวิทยาศาสตร์ เช่น การพยากรณ์อากาศ หรือการพยากรณ์ทางเศรษฐกิจ การเงิน การพยากรณ์ต่างๆ ที่อาจมีข้อผิดพลาดได้เสมอ แสดงให้เห็นว่าความไม่แน่นอนเป็นปรากฏการณ์ปกติตามธรรมชาติของโลก ทั้งนี้ มีการนำเสนอข้อมูลและการตีความและแปลความข้อมูลเป็นแนวคิดหลักของเรื่องนี้

## 2.3 การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships)

ปรากฏการณ์ทุกอย่างในโลกล้วนเกิดการเปลี่ยนแปลงมากมายมหาศาล แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ทั้งชั่วคราวและถาวรระหว่างการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ตัวอย่างเช่น มีการเปลี่ยนแปลงของสิ่งมีชีวิตขณะเจริญเติบโต การหมุนเวียนของฤดูกาล การขึ้นลงของกระแสน้ำ การเปลี่ยนแปลงของอวกาศ การขึ้นลงของหุ้น การว่างงานของคน การเปลี่ยนแปลงบางกระบวนการสามารถบอกได้หรือสร้างเป็นตัวแบบได้โดยตรงด้วยฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากเป็นรูปของสมการหรืออสมการ แต่ความสัมพันธ์ในธรรมชาติอื่นๆ ก็อาจเกิดขึ้นได้เช่นกัน ความสัมพันธ์หลายอย่าง โดยเฉพาะในเรื่องธรรมชาติที่ไม่สามารถใช้คณิตศาสตร์ได้ก็เกิดขึ้นได้เช่นกัน

การนำเสนอการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์อาจแทนได้หลายวิธีด้วยกัน ได้แก่ เชิงตัวเลข เชิงสัญลักษณ์ กราฟ เชิงพีชคณิต และเชิงเรขาคณิต การแปลความระหว่างการแทนเหล่านั้นเป็นสิ่งสำคัญ นักเรียนควรจะต้องรู้เรื่องของการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นตรง (กระบวนการบวก) การเปลี่ยนแปลงเชิงเอ็กซ์โพเนนเชียล (กระบวนการคูณ) และการเปลี่ยนแปลงเชิงพีริออดิก (Periodic) กระบวนการโลจิสติก (Logistic) นักเรียนควรต้องมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างแบบของการเปลี่ยนแปลงต่างๆ เหล่านี้ เช่น ความแตกต่างหลักระหว่างกระบวนการเปลี่ยนแปลง

เชิงเส้นตรงกับเชิงเอ็กซ์โพเนนเชียล รู้ว่าการเปลี่ยนแปลงในกระบวนการโลจิสติกเกิดขึ้นอย่างไร และเพราะเหตุใด ทั้งในแบบต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง (Discrete)

การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์อาจนำเสนอได้หลายวิธีด้วยกัน ได้แก่ นำเสนอในเนื้อหาคณิตศาสตร์ปกติ ในรูปฟังก์ชันและพีชคณิต รวมทั้งนิพจน์พีชคณิต สมการและอสมการ ตารางและกราฟฟิก การใช้สถิติเป็นเครื่องหมายแทนข้อมูลและความสัมพันธ์ก็ใช้มากในการบอกเล่า และตีความการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์

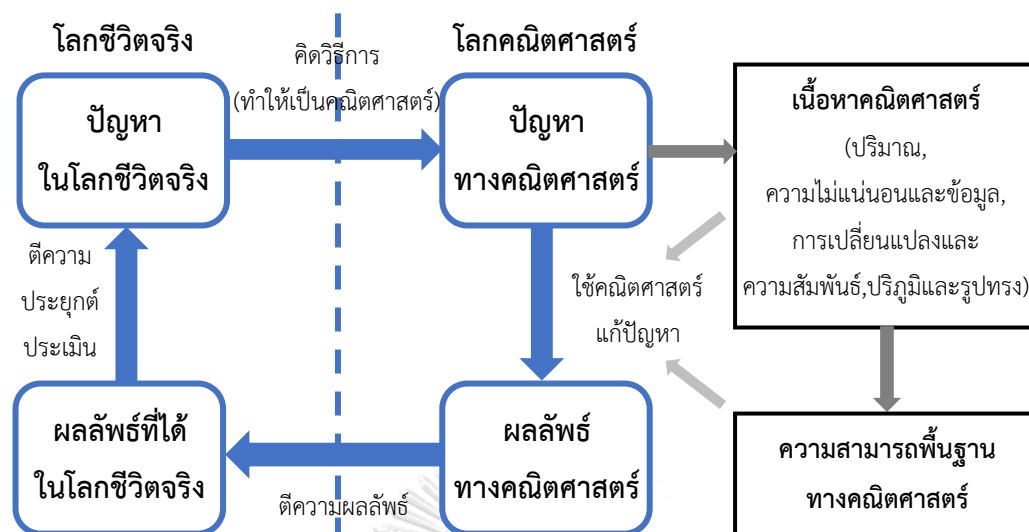
## 2.4 ปริภูมิและรูปทรง (Space and Shape)

ปริภูมิและรูปทรงมีปรากฏให้เห็นอยู่ทุกหนทุกแห่งในโลก เช่น แบบรูป ลักษณะของวัตถุ ตำแหน่งการกำหนดเป้าหมาย การจราจร การก่อสร้าง งานศิลปะ ทั้งในแง่ของการสัมผัสจริง หรือผ่านการใช้สัญลักษณ์แทน แม้ว่าโดยปกติเรขาคณิตจะเป็นพื้นฐานสำคัญของปริภูมิและรูปทรง แต่ในเนื้อหาตอนนี้ได้ขยายขอบเขตไปไกลกว่าเรขาคณิต ทั้งในเนื้อหา ความหมาย และวิธีทำ แต่จะเป็นการดึงเอาคณิตศาสตร์อื่นๆ เข้ามาประกอบด้วย เช่น เรื่องการวัด ทศนิยมภาพด้านระยะทาง และช่องว่าง ตลอดจนพีชคณิต เป็นต้นว่า รูปทรงอาจเปลี่ยนแปลง จุดอาจเคลื่อนที่เปลี่ยนตำแหน่ง จึงต้องอาศัยแนวคิดเรื่องความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของจำนวนที่ขึ้นอยู่กับจำนวนอื่น สูตรที่ใช้ในการคำนวณจึงเป็นหัวใจของเรื่องนี้ เนื้อหาสาระด้านนี้จึงได้รวมการใช้เครื่องมือนับตั้งแต่เรขาคณิต ขึ้นต้นไปจนถึงซอฟต์แวร์ระบบการหาตำแหน่ง (GPS) เพื่อการสร้างและการตีความและแปลความ ปริภูมิและรูปทรง

ปริภูมิและรูปทรงเกี่ยวข้องกับหลายเรื่อง เช่น ความเข้าใจเรื่องทศนิยมภาพ (เช่น ในภาพวาด) การเขียนและการอ่านแผนที่ การเปลี่ยนรูปทรงสามมิติโดยใช้หรือไม่ใช้เทคโนโลยี การตีความทิวทัศน์ ในฉากสามมิติจากมุมมองต่างๆ ตลอดจนการสร้างสัญลักษณ์ของรูปทรง

## 3. หมวดกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Process)

แผนการและขั้นตอนที่ใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหา เริ่มต้นจาก “ปัญหาในบริบท” ผู้แก้ปัญหาต้องพยายามระบุว่าปัญหานั้นเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เรื่องใด คิดวิธีทำให้เป็นสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ ตามที่ระบุได้ ขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาสามารถแปลงปัญหาในบริบทเป็น “ปัญหาคณิตศาสตร์” ซึ่งสามารถใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา โดยผู้แก้ปัญหาใช้กรอบความคิดคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง กระบวนการ และการใช้เหตุผล เพื่อหา “ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์” ขั้นตอนนี้อาศัยการทำโจทย์คณิตศาสตร์ การแปลงรูปทางคณิตศาสตร์ การคิดคำนวณโดยใช้และไม่ใช้เครื่องมือ จากนั้น ขั้นตอนต่อไปต้องตีความ “ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้กลับไปสู่ปัญหาเริ่มต้น คือ ปัญหาในบริบท เพื่อให้ได้ “ผลลัพธ์ในบริบท” โดยผู้แก้ปัญหาต้องตีความ ประยุกต์ และประเมินผลที่ได้และความสมเหตุสมผลในบริบทของปัญหาในโลกชีวิตจริง ทั้งนี้ ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกระบวนการ และในทางกลับกัน ผู้แก้ปัญหาก็ได้ความรู้คณิตศาสตร์ด้วย



ภาพที่ 2.1.1 ตัวแบบกระบวนการแก้ปัญหา

กระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 กระบวนการ ได้แก่ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ และ 3) การตีความ มีรายละเอียดดังนี้

### 3.1 กระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ (Formulating Situations Mathematically)

นิยามของคำว่า “การคิด” ในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการรู้และบอกโอกาสในการใช้คณิตศาสตร์ แล้วกำหนดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ให้กับปัญหาที่พบในสถานการณ์ กระบวนการของการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ คือ การที่บุคคลตัดสินใจได้ว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์ที่จำเป็นมาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทางและนำไปแก้ปัญหา โดยการแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตคณิตศาสตร์ และกำหนดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การใช้เครื่องหมายแทน และลักษณะจำเพาะให้กับปัญหาในโลกชีวิตจริง ซึ่งสามารถให้เหตุผล ตั้งสมมติฐาน และพิจารณาข้อจำกัดได้อย่างสมเหตุสมผล ในการตอบข้อสอบ PISA นักเรียนอาจจะต้องรู้หรือสร้างข้อตกลงเบื้องต้นที่จะทำให้สามารถช่วยวิเคราะห์โจทย์ที่กำหนดให้ ต้องบอกให้ได้ว่าจุดไหนคือจุดสำคัญของปัญหาและจุดไหนที่สามารถมองข้ามไปได้ ต้องรู้จักคำ ภาพ ความสัมพันธ์ หรือจุดเด่นอื่นๆ ของปัญหาที่จะทำออกมาในรูปของโจทย์คณิตศาสตร์ และต้องแสดงออกมาในรูปของคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เช่น การคำนวณตัวเลขหรือพจน์ทางพีชคณิต กระบวนการนี้บางทีเรียกว่าการแปลงปัญหาในสถานการณ์โลกจริงให้เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น ปัญหาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ (เช่น การเดินทางโดยรถสาธารณะหรือการขี่จักรยาน) นักเรียนต้องอ้างอิงถึงเรื่องของ “อัตราเร็ว” และต้องเข้าใจ

ว่าเป็นความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางที่เดินทางกับเวลาในช่วงหนึ่งๆ และอาจสร้างเป็นสมการความสัมพันธ์ “อัตราเร็ว = ระยะทาง/เวลา” ซึ่งเป็นขั้นตอนสำคัญของการแปลงสถานการณ์ให้เป็นปัญหาคณิตศาสตร์

กิจกรรมต่างๆ ของกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

- 1) การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ของปัญหาที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง
- 2) การรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์
- 3) การทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายเพื่อทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น
- 4) การระบุข้อจำกัดและสมมติฐานที่อยู่เบื้องหลังแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และจากการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายที่รวบรวมได้จากบริบท
- 5) การนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ และแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- 6) การนำเสนอปัญหาในหลากหลายวิธีรวมถึงการจัดการกับปัญหาให้สอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการสร้างสมมติฐานที่เหมาะสม
- 7) การรู้ การเข้าใจ และการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างภาษาที่เฉพาะกับบริบทของปัญหากับภาษาที่เป็นสัญลักษณ์และภาษาอย่างเป็นทางการที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์
- 8) การแปลงภาษาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์หรือใช้การแสดงแทน
- 9) การรู้แง่มุมต่างๆ ของปัญหาซึ่งสอดคล้องกับปัญหาที่รู้หรือแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่รู้จัก ข้อเท็จจริง หรือวิธีการดำเนินการ
- 10) การใช้เทคโนโลยีเพื่อแสดงความสัมพันธ์ภายในปัญหาที่อยู่ในสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ เช่น ตารางโปรแกรมทำงานหรือรายการที่มีให้บนเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

### 3.2 กระบวนการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ (Employing Mathematical Concept)

กระบวนการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หมายถึงรวมถึงการใช้กรอบแนวคิด ข้อเท็จจริง วิธีการ และการใช้ความเป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับการประเมินผลคณิตศาสตร์ของ PISA นักเรียนต้องรู้จักเครื่องมือคณิตศาสตร์ทุกชิ้นที่เหมาะสมกับปัญหาที่กำหนดให้ หรือที่ตนเองแปลมาจากสถานการณ์จริง แล้วนำมาจัดการไปสู่การแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น ปัญหาเรื่องการเดินทางโดยรถสาธารณะหรือการขี่จักรยาน เมื่อนักเรียนระบุความสัมพันธ์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมแล้ว นักเรียนต้องดำเนินการคำนวณ แทนค่าในสูตร แก้อสมการ หรือใช้ความรู้ตามหลักเกณฑ์การสร้างกราฟ เพื่อสกัดข้อมูลหรือนำเสนอสาระในรูปของคณิตศาสตร์



กิจกรรมต่างๆ ของกระบวนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

- 1) การคิดและการนำกลยุทธ์ในการหาวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้
- 2) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์รวมทั้งเทคโนโลยีเพื่อช่วยแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม
- 3) การนำข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ ขั้นตอน วิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหา
- 4) การจัดการด้านจำนวน ข้อมูลและสารสนเทศเกี่ยวกับกราฟและสถิติ นิพจน์

พีชคณิตและสมการ และการแสดงแทนทางเรขาคณิต

- 5) การเขียนแผนภาพ กราฟ และการสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์
- 6) การใช้และการสลับที่ระหว่างการแสดงแทนต่างๆ ในกระบวนการแก้ปัญหา
- 7) การสร้างข้อสรุปทั่วไปบนพื้นฐานของผลลัพธ์ที่เกิดจากการนำวิธีการทางคณิตศาสตร์

ไปใช้ในการแก้ปัญหา

- 8) การสะท้อนข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ การอธิบาย และการแสดงเหตุผลต่อผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

### 3.3 กระบวนการตีความ การประยุกต์ และการประเมินผลลัพธ์ (Interpreting, Applying and Evaluating Mathematical Outcome)

การประเมินผลในกระบวนการนี้ นักเรียนต้องรู้จักการเชื่อมโยงระหว่างผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ปัญหาเริ่มต้น ตัวอย่างเช่น ปัญหาที่ให้นักเรียนตีความข้อมูลจากกราฟ นักเรียนจะต้องรู้จักความเกี่ยวข้องหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่นำมาเขียนกราฟ และในการตอบปัญหาก็จะต้องตีความ แปลความข้อมูลหรือความสัมพันธ์นั้นๆ กรณีปัญหาการเดินทางโดยรถสาธารณะหรือการซื้อจักรยาน เมื่อเข้าใจถึงความสัมพันธ์ที่เป็นพื้นฐานของปัญหาและเปลี่ยนเป็นรูปแบบของคณิตศาสตร์และมีการใช้คณิตศาสตร์ได้ผลการคำนวณทางคณิตศาสตร์แล้ว นักเรียนต้องประเมินผลลัพธ์คณิตศาสตร์ในแงุ่มที่ว่าผลลัพธ์คณิตศาสตร์ที่ได้กับปัญหาเริ่มต้นมีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือจะต้องแสดงให้เห็นว่าการได้คำตอบนั้นๆ มีความเป็นมาเกี่ยวข้องกันกับปัญหาเริ่มต้นอย่างไร

กิจกรรมต่างๆ ของกระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

- 1) การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปบริบทโลกชีวิตจริง
- 2) การประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบท

ของปัญหาโลกชีวิตจริง

- 3) ความเข้าใจว่าสถานการณ์ในชีวิตจริงส่งผลกระทบต่อผลลัพธ์และการคิดคำนวณตามกระบวนการตัวแบบทางคณิตศาสตร์อย่างไร เพื่อตัดสินใจว่าจะปรับปรุงหรือนำผลไปใช้อย่างไร

- 4) อธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา ความเข้าใจขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์และระบุข้อจำกัดของแบบจำลองที่ใช้แก้ปัญหา

## ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

นอกจากการใช้ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ใน 3 หมวดใหญ่แล้ว การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ยังต้องการความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ จากประสบการณ์หนึ่งที่ศวรรษของการพัฒนา ข้อสอบและวิเคราะห์การตอบข้อสอบของนักเรียน ทำให้ PISA รู้ว่านักเรียนต้องมีและใช้ความสามารถ พื้นฐานใดบ้างในการทำข้อสอบของ PISA จึงสามารถกำหนดความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ที่เป็นหลักของความสำเร็จที่นักเรียนแสดงออกในการประเมินผล ซึ่งความสามารถทางสติปัญญานี้ เป็นสิ่งที่สามารถเรียนรู้และพัฒนาขึ้นในตัวนักเรียนได้ เพื่อที่นักเรียนจะทำความเข้าใจและผูกพัน กับคณิตศาสตร์ นับตั้งแต่ PISA 2003 เป็นต้นมา PISA ได้วิจัย สำนวความยากง่ายของข้อสอบ จากที่ง่ายที่สุดที่สามารถเข้าใจได้โดยการสื่อสารธรรมดาที่ไม่ซับซ้อน จนถึงการสื่อสารที่ซับซ้อน ที่นักเรียนต้องสร้างคำอธิบาย ความคิดหลายขั้นตอน การวิจัยนี้ทำให้ได้นิยามที่ชัดเจนของความสามารถ พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความสามารถพื้นฐานทั้งหมดจะมีปรากฏอยู่ตลอดในหมวดเนื้อหาทั้งสี่เรื่อง และในหมวดกระบวนการคณิตศาสตร์ทั้งสามกระบวนการ ตามกรอบโครงสร้างการประเมินผลของ PISA 2015 ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการประเมินมี 7 ประการ ดังนี้

1) การสื่อสาร (Communication) เกี่ยวข้องกับการแสดงออกของตน ความสามารถ ที่ทำให้ผู้อื่นเข้าใจตนโดยวิธีการต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ทั้งในรูปของการพูดและการเขียน และสามารถเข้าใจการพูดและการเขียนของผู้อื่นด้วยเช่นกัน

2) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการแปรเปลี่ยนปัญหาในโลกชีวิตจริงให้เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (ซึ่งอาจมีทั้งการวางโครงสร้าง การสร้างกรอบความคิด การตั้งข้อตั้งเบื้องต้น และ/หรือการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์) หรือตีความผลลัพธ์ ทางคณิตศาสตร์ หรือตัวแบบคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเริ่มต้น คำว่า “การทำให้เป็นคณิตศาสตร์” ใช้เพื่อบอกว่ามีกิจกรรมคณิตศาสตร์เข้ามาเกี่ยวข้อง

3) การแสดงแทน (Representation) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มักเกี่ยวข้องกับการแสดง เครื่องหมายแทนสิ่งต่างๆ และสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์อยู่บ่อยครั้ง นำมาซึ่งการคัดเลือก การตีความและแปลความ และการแสดงเครื่องหมายแทนที่หลากหลายในการจับประเด็นของ สถานการณ์ ปฏิสัมพันธ์กับปัญหา หรือเพื่อการนำเสนองาน การแสดงแทน ได้แก่ กราฟ ตาราง แผนภูมิ รูปภาพ สมการ สูตร คำบรรยาย และแม้กระทั่งสื่อที่เป็นรูปธรรม

4) การใช้ความเป็นเหตุเป็นผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and Argument) ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ตลอดการทำงานคณิตศาสตร์ คือ การใช้ความเป็นเหตุเป็นผล และการสร้างข้อโต้แย้ง ความสามารถข้อนี้เกี่ยวข้องกับกระบวนการสำรวจและเชื่อมโยงปัญหา เพื่อวินิจฉัยและตรวจสอบคำอธิบายที่มีอยู่ หรือให้เหตุผลเพื่อยืนยัน อธิบายการแก้ปัญหา

5) การสร้างกลยุทธ์เพื่อแก้ปัญหา (Devising Strategies for Solving Problems) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์หลายครั้งต้องใช้ในการสร้างกลยุทธ์สำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเรื่องนี้เกี่ยวกับกระบวนการที่ชี้แนะให้รู้ถึงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง การคิดวิธีการ และการแก้ปัญหา ทักษะนี้จะเกิดขึ้นจากภารกิจที่กระทำในบริบท และแสดงออกมาในขณะที่ผู้แก้ปัญหาดำเนินการเลือกหรือออกแบบสร้างกลยุทธ์ในการใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา ความสามารถพื้นฐานนี้อาจต้องใช้ในขณะที่แก้ปัญหาขั้นตอนใดก็ได้

6) การใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ (Using Symbolic, Formal and Technical Language and Operations) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ต้องมีการใช้สัญลักษณ์ ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ หรือภาษาเทคนิค และมีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถนี้เกี่ยวข้องกับความเข้าใจ การตีความ การลงมือทำโจทย์ และการใช้สัญลักษณ์ตามบริบทของคณิตศาสตร์ (รวมทั้งการคิดคำนวณ) ซึ่งเป็นไปตามข้อตกลงและกฎเกณฑ์ของคณิตศาสตร์

7) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools) ความสามารถท้ายสุดที่แสดงว่าบุคคลนั้นมีการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ คือ การรู้จักใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรวมทั้งเครื่องมือทางกายภาพ เช่น เครื่องมือสำหรับวัด เครื่องคิดเลข หรือเครื่องมือที่เป็นซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ ที่นับวันจะมีใช้กันแพร่หลายมากขึ้น ความสามารถนี้รวมถึงการรู้จักและความสามารถในการใช้เครื่องมือชนิดต่างๆ ช่วยในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้ ตลอดจนรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมือที่ใช้ ทั้งนี้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญในการให้ข้อมูลผลลัพธ์อีกด้วย

PISA ไม่สร้างข้อสอบเพื่อวัดความสามารถเฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง เพราะความสามารถพื้นฐานของคนไม่ใช่สิ่งที่จะแยกออกมาวัดได้โดดๆ แต่อาจมีหลายอย่างซ้อนกันอยู่ ดังนั้น ในการตอบข้อสอบนักเรียนจำเป็นต้องใช้ความสามารถพื้นฐานดังที่ได้กล่าวข้างต้นหลายอย่างในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ข้อสอบของ PISA จะใช้สถานการณ์ที่มีอยู่ในโลกของความเป็นจริงแล้ว ยังต้องการให้นักเรียนใช้ความคิดที่สูงขึ้นไปจากการคิดคำนวณหาคำตอบที่เป็นตัวเลข แต่ต้องการให้นักเรียนรู้จักคิด ใช้เหตุผล และคำอธิบายมาประกอบคำตอบของตนอีกด้วย

### ระดับสมรรถนะตามลักษณะภารกิจคณิตศาสตร์ (Proficiency Scale Descriptions for Mathematics)

PISA ได้นิยามความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ตามความยากของภารกิจเป็นระดับสมรรถนะ 6 ระดับ ตั้งแต่ระดับต่ำสุด (ระดับ 1) จนถึงระดับสูงสุด (ระดับ 6) มีรายละเอียดดังนี้

**นักเรียนที่ต่ำกว่าระดับ 1** อาจทำภารกิจคณิตศาสตร์ที่ตรงไปตรงมาได้ เป็นต้นว่า อ่านค่าจากตารางหรือแผนภูมิที่มีข้อความกำกับที่ตรงกับข้อความในตัวเรื่องและในคำถาม ตัวเลือกจึงชัดเจนหรือสามารถคิดเลขจำนวนเต็มจากโจทย์ที่เลียนแบบตัวอย่างชัดเจนๆ ได้

**นักเรียนที่ระดับ 1** สามารถตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคย และมีข้อมูลชัดเจนให้และคำถามที่ถามตรงๆ อย่างชัดเจน สามารถระบุสาระที่ต้องการและสามารถทำโจทย์แบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และสามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้

**นักเรียนที่ระดับ 2** สามารถตีความ แปลความ และรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อนที่ต้องการตัวอ้างอิงไม่เกินสองตัว สามารถสกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียวและใช้สถานการณ์ที่นำเสนออย่างง่าย ๆ เพียงชั้นเดียว สามารถใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ สามารถคิดวิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรงๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา นักเรียนที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ระดับ 2 ถือว่าเป็นระดับพื้นฐานต่ำสุดที่ควรจะมี (Minimum Requirement) ที่เป็นระดับที่แสดงว่านักเรียนพอจะใช้ประโยชน์คณิตศาสตร์ในชีวิตได้ในระดับเริ่มต้น

**นักเรียนที่ระดับ 3** สามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างหรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ต้องเลือกลำดับขั้นตอนด้วย สามารถเลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา สามารถตีความ แปลความ และใช้สถานการณ์ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง รวมทั้งสามารถใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มาอื่นๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ แปลความนั้นๆ และสามารถสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้

**นักเรียนที่ระดับ 4** สามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ที่มีรูปแบบชัดเจนแต่อยู่ในสถานการณ์ค่อนข้างซับซ้อนและอาจมีข้อจำกัดเข้ามาเกี่ยวข้องหรือต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นบ้าง สามารถเลือกการนำเสนอแบบต่างๆ หลายแบบ รวมทั้งรูปแบบของสัญลักษณ์หรือใช้ผสมกันได้ โดยนำมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในโลกจริง สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่จำกัด สามารถใช้เหตุผลได้และมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรงๆ ที่ไม่ซับซ้อน สามารถสร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้งและสื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจได้ สามารถสร้างคำอธิบายและข้อโต้แย้งและสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้งและการกระทำของตน

**นักเรียนที่ระดับ 5** สามารถสร้างและใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) ตัวแบบสำหรับปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน สามารถระบุข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้นๆ สามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินถึงกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนที่เชื่อมโยงกับตัวแบบ สามารถใช้ทักษะการคิดและทักษะการใช้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่างๆ สัญลักษณ์ และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ และมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงของสิ่งเร้าที่เป็นส่วนของสถานการณ์ สามารถคิดวิเคราะห์การทำงานของตน สามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถสื่อสารการแปลความ ตีความ และการใช้เหตุผลของตนให้เป็นที่เข้าใจได้

**นักเรียนที่ระดับ 6** สามารถสร้างกรอบความคิด สร้างข้อสรุปและสาระพื้นฐานของข้อมูล การสำรวจตรวจสอบและการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ที่ซับซ้อนของปัญหา สามารถใช้ความรู้ ในบริบทที่ไม่เคยชินและไม่เป็นไปตามแบบแผนที่มีมาก่อน สามารถเชื่อมโยงแหล่งข้อมูล และสัญลักษณ์ต่างๆ อีกทั้งสามารถเชื่อมโยงและปรับใช้อย่างคล่องแคล่ว สามารถคิดและใช้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ความสัมพันธ์ของตัวแปร เข้าใจการใช้สัญลักษณ์ การดำเนินการและความสัมพันธ์ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาสร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่สำหรับการแก้ปัญหาในวิธีใหม่ สามารถสะท้อนความเห็น การกระทำ และสามารถสื่อสารความเห็นและการกระทำที่ตนค้นพบ ติความ และได้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ อีกทั้งยังสามารถอธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้นๆ มาตั้งแต่ต้น



## 2.2 มโนทัศน์เกี่ยวกับการวินิจฉัยทางการศึกษา

### 2.2.1 ความหมายของการวินิจฉัยทางการศึกษา

การวินิจฉัยทางการศึกษาเป็นวิธีหรือกระบวนการที่นำมาใช้เพื่อวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของผู้เรียน ตลอดจนปัญหา อุปสรรค และสาเหตุที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน เพื่อนำสารสนเทศที่ได้มาใช้ในการออกแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับปรุง แก้ไข และพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน Underhill (1972 อ้างถึงใน ปิยาพร ขาวสะอาด, 2541) ได้จำแนกประเภทของการวินิจฉัยตามระดับความละเอียดในการวินิจฉัยออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ 1) การวินิจฉัยแบบทั่วไป (General Diagnosis) เป็นการวินิจฉัยระดับทั่วไป (General Level) โดยการสำรวจเพื่อทราบระดับความสามารถทั่วไปของผู้เรียนทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ส่วนใหญ่เป็นแบบทดสอบ ทั้งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐาน อาจใช้การวินิจฉัยโดยการเปรียบเทียบกับเกณฑ์ปกติ (Norm) ซึ่งจะทำให้ทราบข้อบกพร่องในด้านต่างๆ ของผู้เรียนอย่างกว้างๆ 2) การวินิจฉัยแบบวิเคราะห์ (Analytical Diagnosis) เป็นการวินิจฉัยระดับเฉพาะ (Specific Level) โดยการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างละเอียดเกี่ยวกับความสามารถของผู้เรียน เพื่อทราบข้อบกพร่องของผู้เรียนในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เครื่องมือที่ใช้ส่วนใหญ่เป็นแบบทดสอบที่มีเนื้อหาเฉพาะเจาะจงในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การวินิจฉัยแบบวิเคราะห์มักดำเนินการภายหลังจากการวินิจฉัยแบบทั่วไป เพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีรายละเอียดที่ลึกซึ้งมากขึ้น และ 3) การวินิจฉัยแบบคลินิก (Clinical Diagnosis) เป็นการวินิจฉัยระดับละเอียดลึกซึ้ง (Intensive Level) เพื่อให้เห็นถึงสาเหตุของปัญหาหรือข้อบกพร่องที่พบในตัวผู้เรียนซึ่งมีความซับซ้อน การใช้ข้อมูลจากแหล่งใดแหล่งหนึ่งเพียงแหล่งเดียวไม่เพียงพอ จำเป็นต้องใช้ข้อมูลจากหลายแหล่งประกอบกัน เช่น ข้อมูลจากแบบทดสอบประกอบการสัมภาษณ์และการศึกษาสภาพครอบครัว เป็นต้น

การวินิจฉัยทางการศึกษาแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ (ศิริเดช สุชีวะ, 2538) ได้แก่ 1) การวินิจฉัยที่ไม่เป็นทางการ (Informal Diagnosis) เป็นการค้นพบข้อบกพร่องของผู้เรียนด้วยวิธีการอย่างง่าย ไม่มีระเบียบแบบแผนที่แน่นอน เช่น การสังเกต การสอบถาม การสัมภาษณ์ การตรวจผลงาน เป็นต้น และ 2) การวินิจฉัยที่เป็นทางการ (Formal Diagnosis) เป็นการค้นพบข้อบกพร่องของผู้เรียนโดยใช้วิธีการที่สร้างขึ้นมาอย่างเป็นระบบและมีแบบแผน เช่น การใช้แบบทดสอบเชิงวินิจฉัย การวินิจฉัยจากแบบแผนการตอบข้อสอบโดยใช้ดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนการตอบข้อสอบ การใช้ Rule-Space Model ของ Tatsuoka การใช้การย้อนรอยกระบวนการคิดของศิริเดช สุชีวะ การใช้เทคนิคการคิดออกเสียง การวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method) ของ Leighton และคณะ หรือการวินิจฉัย

ทางพุทธิปัญญาด้วยโมเดล DINA ของ Haertel เป็นต้น ทั้งนี้ วิธีการวินิจฉัยสามารถทำได้หลายวิธี ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ว่าต้องการวินิจฉัยผู้เรียนระดับใดและข้อมูลที่ต้องการมีลักษณะอย่างไร ซึ่งควรเลือกใช้ให้เหมาะสม

### ประโยชน์ของการวินิจฉัยทางการศึกษา

วินิจฉัยทางการศึกษามีประโยชน์ทั้งสำหรับสำหรับผู้บริหารสถานศึกษา ผู้สอน และผู้เรียน ดังต่อไปนี้ (โชติ เพชรชื่น, 2544 และพร้อมพรรณ อุดมสิน, 2533)

#### 1) ประโยชน์สำหรับผู้บริหารสถานศึกษา

ผู้บริหารสถานศึกษาสามารถจัดการ สนับสนุน และอำนวยความสะดวกให้แก่ผู้สอน ในการปรับปรุงข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนได้ตรงตามความต้องการ ช่วยให้ผู้เรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้ของหลักสูตร

#### 2) ประโยชน์สำหรับผู้สอน

2.1) ผู้สอนสามารถช่วยเหลือผู้เรียนได้ตรงจุด ทำให้ปัญหาของผู้เรียนได้รับการแก้ไขให้หมดไปโดยเร็วและเป็นการประหยัดเวลา นอกจากนี้ ยังต้องตระหนักว่าวิธีการสอนที่เคยใช้อยู่ก่อน อาจไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้สอน ควรแสวงหาหรือเลือกวิธีการสอนใหม่ซึ่งแตกต่างไปจากวิธีการสอนแบบเดิมที่เคยใช้สอนเรื่องนั้นมาก่อน เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจในบทเรียนมากยิ่งขึ้น

2.2) ช่วยปรับปรุงการสอนของผู้สอนเพื่อให้ทราบว่าควรสอนเรื่องอะไรและหัวข้อใด ที่ผู้เรียนยังมีข้อบกพร่องอยู่ เพราะเนื้อหาบางเรื่องต้องใช้ความรู้พื้นฐานเดิม หากผู้สอนยังไม่แก้ไขข้อบกพร่องเดิมอาจทำให้การเรียนรู้เนื้อหาต่อไปไม่ประสบความสำเร็จได้

2.3) ช่วยให้ผู้สอนเตรียมบทเรียนได้ตรงตามความต้องการของผู้เรียน ใช้เทคนิคกับเนื้อหาแต่ละตอนได้อย่างเหมาะสมกับผู้เรียน เนื่องจากเนื้อหาแต่ละตอนมีความยากง่ายแตกต่างกัน หากผู้สอนได้ทราบว่าเนื้อหาตอนใดเป็นปัญหามากต่อผู้เรียน ผู้สอนควรจะต้องพุ่งเป้าเป็นพิเศษในเนื้อหาตอนนั้นๆ และหาวิธีการสอนที่จะทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จได้

#### 3) ประโยชน์สำหรับผู้เรียน

3.1) ช่วยให้ผู้เรียนทราบข้อบกพร่องของตนเอง เมื่อทราบข้อบกพร่องหรือจุดด้อยแล้วจะได้ปรับปรุงหรือฟื้นฟูความรู้ความเข้าใจหรือฝึกทักษะในเรื่องนั้นเป็นการเฉพาะ ทั้งนี้ ผู้เรียนบางคนอาจมีข้อบกพร่องเพียงจุดเดียว ด้านเดียว แต่บางคนอาจมีข้อบกพร่องหลายจุดหรือหลายด้าน

3.2) เป็นแรงจูงใจในการเรียนให้ผู้เรียนเตรียมพร้อมในการเรียนอยู่เสมอ เพราะถ้าผู้เรียนทราบว่าเมื่อจบบทเรียนแล้วจะมีการวินิจฉัยการเรียนรู้ ผู้เรียนอาจกลัวความผิดพลาดจึงทำให้เกิดความสนใจในการเรียนมากยิ่งขึ้น

## 2.2.2 แบบทดสอบวินิจฉัย

แบบทดสอบวินิจฉัย คือ แบบทดสอบที่ใช้ค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียน วิเคราะห์จุดเด่นจุดด้อยของผู้เรียน โดยใช้ในการทดสอบระหว่างการจัดการเรียนรู้ ข้อสอบแต่ละข้อค่อนข้างง่าย ให้ผลการวินิจฉัยเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องและหาแนวทางการสอนซ่อมเสริมให้กับผู้เรียน แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เฉพาะ แตกต่างจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยทั่วไป กล่าวคือ ใช้ค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียน วิเคราะห์จุดเด่นจุดด้อยของผู้เรียนเป็นรายบุคคลได้

### ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

แบบทดสอบวินิจฉัยมีลักษณะพิเศษที่แตกต่างจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยทั่วไป การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยที่มีคุณภาพจำเป็นต้องมีเทคนิคและวิธีการในการสร้าง โดยมีผู้เสนอเทคนิคและวิธีการในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้หลายท่านดังนี้

Brown (1983) กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่าควรแบ่งทักษะที่ต้องการวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อยให้ชัดเจน จากนั้นแบ่งเป็นแบบทดสอบย่อยหลายฉบับ สร้างให้แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับสามารถวัดองค์ประกอบย่อยของทักษะนั้นได้เพียงองค์ประกอบเดียว ตรวจสอบให้มั่นใจว่าแบบทดสอบย่อยทุกฉบับสามารถวัดทักษะย่อยที่ต้องการได้จริงเพื่อประโยชน์ในการพิจารณาหาสาเหตุของความบกพร่องทางการเรียนของผู้เรียนแต่ละคนได้ตรงตามความเป็นจริง

ศิริเดช สุขิวะ (2537) ได้กล่าวถึงวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ว่าจะต้องศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาหรือทักษะอย่างละเอียด แบ่งเนื้อหาออกเป็นเนื้อหาย่อย รวบรวมสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละเนื้อหาย่อยเพื่อนำมาสร้างเป็นตัวลงในแบบทดสอบ เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์และข้อบกพร่องที่ต้องการวัดในแต่ละด้าน เรียบเรียงข้อสอบแต่ละด้านไว้เพื่อความสะดวกในการวินิจฉัย โดยในแต่ละด้านควรมีข้อสอบซึ่งค่อนข้างง่ายไม่น้อยกว่า 3 ข้อ จากนั้นตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบแล้วนำไปทดลองใช้ ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบภายหลังการทดลองใช้แล้วนำมาเขียนคู่มือการใช้พร้อมแบบแผนการวินิจฉัย

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2538) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ว่าเริ่มต้นจากการศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัยอย่างละเอียด จากนั้นแบ่งเนื้อหาออกเป็นตอนย่อย วิเคราะห์ทักษะที่ต้องการวัดตามองค์ประกอบย่อยในเนื้อหาแต่ละตอน ศึกษาและรวบรวมสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนในเนื้อหาแต่ละทักษะย่อย เขียนข้อสอบให้สามารถวัดทักษะเหล่านั้นได้ และมีจำนวนมากพอที่จะบ่งชี้ความบกพร่องในแต่ละจุด โดยข้อสอบในแต่ละทักษะย่อย ควรเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่ายและอาจแบ่งเนื้อหาออกเป็นแบบทดสอบย่อยตามเนื้อหาแต่ละตอน ตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบแล้วนำไปทดลองใช้เพื่อปรับปรุงแก้ไขจนกระทั่งได้แบบทดสอบที่มีประสิทธิภาพและจัดทำคู่มือการใช้และแบบแผนการวินิจฉัย



สำนักทดสอบทางการศึกษา (2539) กล่าวถึงหลักการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่าต้องมีการวิเคราะห์เนื้อหา กำหนดขอบเขตของเนื้อหาและระดับพฤติกรรมอย่างละเอียด จากนั้นสร้างตารางวิเคราะห์โครงสร้างรายวิชา สร้างแบบสอบถามเพื่อสำรวจ (Survey Test) เขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ ค้นหาข้อบกพร่องที่คิดว่าน่าจะเกิดขึ้นในขณะที่ยุ่เรียนทำกิจกรรมหรือทำแบบฝึกหัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ เขียนลักษณะเฉพาะของข้อสอบในเรื่องที่ต้องการ สร้างข้อสอบและตรวจคุณภาพของข้อสอบแล้วนำไปทดลองใช้ หากค่าสถิติและปรับปรุงคุณภาพของแบบทดสอบ จากนั้นเขียนคู่มือการสร้างและการพัฒนาแบบทดสอบ คู่มือการใช้แบบทดสอบ และการแปลความหมายคะแนน และคู่มือในการวินิจฉัย

จากการศึกษาขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเริ่มต้นจากการกำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบ วิเคราะห์เนื้อหาวิชาอย่างละเอียดแล้วแบ่งเป็นเนื้อหาย่อย เขียนวัตถุประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นสร้างข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้แล้วนำไปทดลองใช้ ปรับปรุงและตรวจคุณภาพของแบบทดสอบ และจัดทำคู่มือ

### 2.2.3 โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostics Model: CDM)

การเรียนรู้โดยทั่วไป ผู้เรียนส่วนใหญ่เรียนรู้จากการฟัง การอ่าน และการเขียน โดยผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การทดสอบ และการประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งการประเมินผล การเรียนรู้เป็นการรวมส่วนของการเรียนรู้และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เนื่องจากการประเมินผลการเรียนรู้ออกแบบมาเพื่อให้สารสนเทศแก่ผู้เรียนและผู้สอนเกี่ยวกับความรอบรู้ตามวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ การประเมินผลการเรียนรู้ที่ออกแบบเป็นที่ยอมรับตามมาตรฐานว่ามีความเที่ยงและความตรง คือ การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment: CDA) ซึ่งวัดความรู้และทักษะในการเรียนรู้ การส่งผลต่อการเรียนรู้ที่สำคัญ และการสะท้อนถึงกลยุทธ์การเรียนรู้ (Leighton, Gokiert, Cor and Heffernan, 2010)

การนำจิตวิทยาพุทธิปัญญามาใช้ประโยชน์นั้น คุณลักษณะสำคัญระหว่างการใช้แบบทดสอบโมโนทัศน์ในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาของแต่ละคน การให้เหตุผลและการแก้ปัญหาที่แท้จริงของแต่ละบุคคลจากการทำข้อสอบต้องเป็นการรวมกันของจิตวิทยาพุทธิปัญญาในการวัดโดยใช้โมเดลทางคอมพิวเตอร์ในการคาดหมายโครงสร้างทางพุทธิปัญญาของแต่ละบุคคลว่ามีการคิดและการให้เหตุผลอย่างไร ซึ่งเป็นเรื่องที่กำลังเป็นที่สนใจในปัจจุบัน

#### ความเป็นมาของโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเริ่มต้นขึ้นเมื่อ Embretson ได้ตีพิมพ์ผลงานในวารสาร Psychological Bulletin ในปี ค.ศ. 1983 แสดงให้เห็นถึงการรวมกันของจิตวิทยาทางพุทธิปัญญาและความตรงเชิงโครงสร้างของความคิดร่วมสมัยว่าโครงสร้างหรือคุณลักษณะ (Construct) เป็นตัวแทนที่อ้างถึงความสัมพันธ์ที่ขึ้นกับการตอบสนองของงานบนกระบวนการ กลยุทธ์ และคลังความรู้ที่เกี่ยวข้องกับความสามารถตามที่แสดงออกมาให้เห็น (Performance) แม้ว่านักจิตวิทยา

ทางพุทธิปัญญาจะศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความยากของข้อสอบและกระบวนการทางพุทธิปัญญา ผลงานของ Embretson เป็นการประยุกต์ของการพัฒนาจากจิตวิทยาพุทธิปัญญาไปสู่ทฤษฎีการวัด (Huff and Goodman, 2007)

ต่อมาในปี ค.ศ. 1989 Messick ได้กล่าวถึงบทความของ Embretson ในผลงานของเขาที่ตีพิมพ์ในหนังสือ Educational Measurement ในหัวข้อความตรงของข้อสอบ (Test Validity) และกล่าวว่าจิตวิทยาทางพุทธิปัญญาในนัยทั่วไปและคุณลักษณะเฉพาะมีความก้าวหน้า สร้างประสิทธิผลในการทดลอง และการแยกส่วนของงานด้วยเทคนิคเชิงปริมาณ คุณลักษณะเหล่านี้กลายมาเป็นความโดดเด่นในโครงสร้างของการวัดผล (Huff and Goodman, 2007) และในหนังสือ Educational Measurement ที่ตีพิมพ์ในปีเดียวกันนี้ Snow and Lohman ได้แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนในการนำแนวคิดทฤษฎีพุทธิปัญญาเข้ามาใช้ในการวัดทางการศึกษาในหัวข้อนัยยะของจิตวิทยาพุทธิปัญญาสำหรับการวัดทางการศึกษา (Implications of Cognitive Psychology for Educational Measurement) โดยชี้ให้เห็นว่าแนวคิด ทฤษฎี และวิธีการทางจิตวิทยาพุทธิปัญญาเป็นประโยชน์สำหรับการวัดทางการศึกษาโดยที่ 1) ให้ข้อมูลการวิเคราะห์ข้อสอบที่อธิบายถึงโครงสร้างของความเข้าใจ 2) สร้างความกระจ่างในเป้าหมายของการสอบในเรื่องของความรู้ และทักษะหรือกระบวนการทางพุทธิปัญญาที่ชี้ให้เห็นถึงความรอบรู้และความเข้าใจ และ 3) ยกระดับทฤษฎีของความถนัดผลสัมฤทธิ์และการเรียนรู้ (Leighton and Gierl, 2007)

ดังนั้น ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1989 เป็นต้นมา ได้มีการตีพิมพ์บทความในวารสาร บทความในหนังสือ และมีการตีพิมพ์หนังสือที่เขียนถึงความเฉพาะและความโดดเด่นของการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ผลงานแรกที่โดดเด่น คือ บทความในปี ค.ศ. 1994 เรื่อง กรอบโครงสร้างสำหรับการพัฒนา การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (A Framework for Developing Cognitively Diagnostic Assessment) ของ Nichols และหนังสือในปี ค.ศ. 1995 เรื่องการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitively Diagnostic Assessment) ของ Nichols, Chipman and Brennan ซึ่งเป็นบรรณาธิการร่วมกัน (Leighton and Gierl, 2007) จากนั้นได้มีการนำเสนอแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่อยมาจนถึงปัจจุบัน

นอกจากนี้ ยังมีการศึกษาถึงการนำโครงสร้างทางพุทธิปัญญาเข้ามาใช้ในการออกแบบข้อสอบ การให้คะแนน และการรายงานถึงการสอนและการเรียนรู้ที่ดีกว่า มีการพัฒนาโมเดลการให้คะแนนโดยใช้ทักษะทางพุทธิปัญญาเป็นฐานเพื่อนำมาใช้ในการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่ในปัจจุบันเรียกว่าโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Models: CDMs) (Huff and Goodman, 2007) โดยในปี ค.ศ. 1990 Tatsuoka ได้มีการพัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาโดยปรับ Rule-Space Model ด้วยการนำทฤษฎีพุทธิปัญญาเข้ามาใช้ในการวินิจฉัย ในขณะที่เดียวกันได้มีการพัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาขึ้นด้วยการประยุกต์โมเดลการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory: IRT) และโมเดลชั้นแฝง (Latent Class Model) เพื่อใช้ในการประเมิน

จุดแข็ง (Strengths) และจุดอ่อน (Weaknesses) ของผู้เรียนตามแนวคิดทฤษฎีพุทธิปัญญา โดยจะให้ข้อมูลสารสนเทศเฉพาะจากรูปแบบโครงสร้างของคะแนนทั้งในระดับบุคคลและระดับกลุ่ม (De La Torre, 2009) โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาประกอบด้วยพารามิเตอร์ที่เชื่อมกับรูปแบบการตอบของผู้สอบที่แสดงให้เห็นถึงการอธิบาย (Declarative) กระบวนการ (Procedural) และกลยุทธ์ (Strategic) ของความรู้ที่ผู้สอบมี (Gierl, Cui and Zhou, 2009) โดยให้ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับความรอบรู้ของผู้สอบในแต่ละทักษะ (Skill) หรือคุณลักษณะ (Attribute) ที่ใช้ในการเรียนรู้ในเนื้อหา นั้น (Huebner, 2010)

จะเห็นว่า โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจึงมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องมาจนถึงปัจจุบันสามารถสรุปความเป็นมาของการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาได้ดังนี้

ค.ศ. 1983 Embretson กล่าวถึงการประยุกต์จิตวิทยาพุทธิปัญญาไปสู่ทฤษฎีการวัด

ค.ศ. 1989 Messick กล่าวถึงการนำจิตวิทยาพุทธิปัญญามาใช้ในการสร้างแบบทดสอบ ทำให้แบบทดสอบมีความตรงมากขึ้น

ค.ศ. 1989 Snow and Lohman ชี้ให้เห็นอย่างชัดเจนว่าแนวคิดทฤษฎีและวิธีการทางจิตวิทยาพุทธิปัญญาเป็นประโยชน์สำหรับการวัดทางการศึกษา

ค.ศ. 1990 Tatsuoka พัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางการศึกษาโดยปรับ RSM ด้วยการนำทฤษฎีพุทธิปัญญาเข้าใช้ในการวินิจฉัย ในขณะที่เดียวกันนักการศึกษาท่านอื่นได้มีการพัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาอื่นๆ

ค.ศ. 1994 Nichols ตีพิมพ์บทความเรื่อง A Framework for Developing Cognitively Diagnostic Assessment

ค.ศ. 1995 Nichols, Chipman and Brennan เป็นบรรณาธิการร่วมกันตีพิมพ์หนังสือเรื่อง Cognitively Diagnostic Assessment

จากนั้นมีการนำเสนอแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาและการพัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจนถึงปัจจุบัน

### **วัตถุประสงค์ของการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา**

การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเป็นการรวมศาสตร์ 2 ศาสตร์เข้าด้วยกัน คือ จิตวิทยาพุทธิปัญญา (Cognitive Psychology) และโมเดลการวัดทางจิตมิติ (Psychometric Modeling) โดยที่จิตวิทยาพุทธิปัญญาทำให้ทราบลำดับขั้นคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาในการเรียนรู้ ส่วนโมเดลการวัดทางจิตมิติทำให้ได้สารสนเทศในการวินิจฉัยความรอบรู้ของผู้เรียนในแต่ละคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาที่ใช้ในการเรียนรู้ (Ketterlin-Geller and Yovanoff, 2009)

การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามีวัตถุประสงค์ในการออกแบบเพื่อวัดโครงสร้างความรู้ และทักษะเฉพาะและวัดคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาของผู้เรียนซึ่งให้สารสนเทศเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ ผลการประเมินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จุดแข็ง และจุดอ่อนทางพุทธิปัญญาของผู้เรียนจากการคิดและการเรียนรู้ คะแนนสอบจะสะท้อนรูปแบบบางอย่างของการคิด

และกระบวนการคิดขั้นสูงที่เชื่อมโยงกับการเรียนรู้ เพื่อเพิ่มโอกาสในการเรียนรู้ของผู้เรียนให้มากขึ้น นอกจากนี้ ยังให้ข้อมูลย้อนกลับในการวินิจฉัยเชิงก้าวหน้าโดยการรายงานโปรไฟล์ความรู้ในแต่ละคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาของผู้สอบอย่างละเอียดและให้ สารสนเทศกับผู้สอนเกี่ยวกับกลยุทธ์ที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา ความสัมพันธ์ในการรับรู้ของผู้เรียนระหว่างมโนทัศน์และหลักการที่ผู้เรียนเข้าใจในเนื้อหา แนวคิดทฤษฎีพุทธิปัญญาช่วยพัฒนาความก้าวหน้าของการวัดผลทางการศึกษา โดย 1) วิเคราะห์แบบทดสอบเพื่อความชัดเจนของคุณลักษณะ 2) มีความชัดเจนในเป้าหมายของการทดสอบ ในรูปของความรู้และทักษะซึ่งตัวชี้วัดที่แท้จริง คือ ความรอบรู้และความเข้าใจ และ 3) ส่งเสริมทฤษฎี ความถนัด ผลสัมฤทธิ์ และการเรียนรู้ตามเนื้อหาที่แตกต่างกัน (Jang, 2009; Aryadoust, 2011)

การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในด้านจิตวิทยาและด้านการศึกษา มีเป้าหมายมุ่งเน้น ลักษณะทางพุทธิปัญญาอย่างน้อย 3 ด้าน (Yang and Embretson, 2007) คือ

1) โปรไฟล์ทักษะ (Skill Profile) หรือความรู้ที่จำเป็นในเนื้อหาทางพุทธิปัญญาที่ให้ชุดของทักษะ และความรู้แทนทักษะ เป็นมโนทัศน์ที่สำคัญมากที่สุดของเนื้อหาและเป็นพื้นฐานในการสร้างกรอบ สำหรับการพัฒนาสมรรถนะลำดับขั้นที่สูงขึ้น

2) โครงสร้างขั้นตอนหรือเครือข่ายความรู้ ทักษะความรู้ในกลุ่มเนื้อหาเป็นตัวแทนมวลเนื้อเรื่อง ของทักษะพื้นฐาน ความรู้ในกลุ่มเนื้อหา โครงสร้างหรือกลุ่มของทักษะและความรู้

3) คุณลักษณะ องค์ประกอบ หรือความสามารถ กระบวนการทัศน์ของการศึกษาทางพุทธิปัญญา ให้วิธีที่ได้ประโยชน์จากกระบวนการภายในของความคิด ดังนั้น โมเดลทางพุทธิปัญญาที่เฉพาะ สามารถพัฒนาเพื่องานด้านพุทธิปัญญาได้ จึงสามารถอธิบายกระบวนการทางพุทธิปัญญาของผู้สอบได้

#### คำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

Gierl, Alves and Majeau (2010) กล่าวว่า โมเดลพุทธิปัญญาถูกสร้างขึ้นโดยการศึกษา ความรู้ กระบวนการ และกลยุทธ์ ที่ผู้สอบใช้ในการตอบข้อสอบ เป็นโครงสร้างความรู้และทักษะ กระบวนการที่เฉพาะ มีลักษณะเป็นลำดับขั้นของกระบวนการพุทธิปัญญาที่เฉพาะในแต่ละเนื้อหา

การศึกษาเกี่ยวกับโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา จำเป็นต้องทำความเข้าใจกับคำศัพท์ ที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

Q-matrix เป็นเมทริกซ์ที่แสดงคุณลักษณะที่ต้องการวัดของข้อสอบแต่ละข้อ เมื่อแถว (Row) แทนข้อสอบแต่ละข้อ และหลัก (Column) แทนคุณลักษณะที่ต้องการวัด โดยแทนด้วย 0 ถ้าไม่มีคุณลักษณะในข้อนั้น และแทนด้วย 1 ถ้ามีคุณลักษณะในข้อนั้น

ชั้นแฝง (Latent Class) หมายถึง ชั้นที่แสดงรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของคุณลักษณะ ที่ต้องการวัดในข้อสอบแต่ละข้อ โดยในแต่ละชั้นจะแสดงถึงคุณลักษณะที่ต้องการวัดในแบบต่างๆ จำนวนของชั้นแฝงจะเท่ากับ  $2^k$  เมื่อ  $k$  แทนจำนวนคุณลักษณะที่ต้องการวัด

Conjunctive หมายถึง ผู้สอบจะตอบข้อสอบถูกต้องก็ต่อเมื่อมีความรอบรู้ในทุกคุณลักษณะของข้อสอบข้อนั้น กล่าวคือ ถ้าผู้สอบขาดคุณลักษณะใดคุณลักษณะหนึ่งไปแล้วผู้สอบควรจะตอบข้อสอบข้อนั้นผิด

Disconjunctive หมายถึง ผู้สอบจะตอบข้อสอบถูกต้องก็ต่อเมื่อมีความรอบรู้อย่างน้อยหนึ่งคุณลักษณะของข้อสอบข้อนั้น กล่าวคือ ถ้าผู้สอบไม่มีความรอบรู้ในทุกคุณลักษณะแล้วผู้สอบควรจะตอบข้อสอบข้อนั้นผิด

Compensatory เป็นโมเดลของตัวแปรแฝง ซึ่งตัวแปรแฝงที่มีค่าสูงกว่าจะสามารถแทนตัวแปรแฝงที่มีค่าต่ำกว่าในโมเดลได้ กล่าวคือ ความสามารถที่เกินสามารถแทนความสามารถที่ขาดได้

Non-Compensatory เป็นโมเดลของตัวแปรแฝง ซึ่งตัวแปรแฝงที่มีค่าสูงกว่าไม่สามารถแทนตัวแปรแฝงที่มีค่าต่ำกว่าในโมเดลได้ กล่าวคือ ความสามารถอื่นไม่สามารถแทนความสามารถที่ขาดได้

Slipping Parameter (s) หมายถึง โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบข้อนั้นผิด เมื่อผู้สอบมีคุณลักษณะ (Attribute) หรือทักษะ (Skill) ครบทุกลักษณะ เรียกว่า ความคลาดเคลื่อน (Error) ของผู้สอบ ผู้สอบที่มีความรอบรู้จะตอบข้อสอบผิด

Guessing Parameter (g) หมายถึง โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบข้อนั้นถูก เมื่อผู้สอบมีคุณลักษณะ (Attribute) หรือทักษะ (Skill) ไม่ครบทุกลักษณะ เรียกว่า การเดาข้อสอบได้ถูก ผู้สอบที่ไม่มีความรอบรู้จะตอบข้อสอบถูก

### ประเภทของโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

มีผู้สร้างและพัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน สามารถจำแนกเป็น 2 ประเภทหลัก คือ โมเดลชั้นแฝง (Latent Class Model) และโมเดลคุณลักษณะแฝง (Latent Trait Model) โดยโมเดลชั้นแฝงเป็นโมเดลที่พัฒนาขึ้นเพื่อจำแนกผู้สอบตามทักษะ (Skill) เป็นความรอบรู้ (Mastery) หรือความไม่รอบรู้ โมเดลนี้จึงให้รูปแบบของความรอบรู้หรือความน่าจะเป็นของความรอบรู้เกี่ยวกับทักษะของผู้สอบ สำหรับโมเดลคุณลักษณะแฝงเป็นการขยายแนวคิดหรือสรุปอ้างอิงจากโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบเอกมิติ (Unidimensional IRT Model) เกี่ยวกับการจัดตำแหน่งการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบในแต่ละทักษะ

#### 1. โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เป็นโมเดลชั้นแฝง (Latent Class Model)

โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เป็นโมเดลชั้นแฝง มีหลายโมเดลดังนี้

##### 1.1 Rule-Space Model (RSM) (Tatsuoka, 1983)

Rule-Space Model เป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่ Tatsuoka ได้พัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 1983 และมีการปรับปรุงแบบอีกครั้งในปี ค.ศ. 1990 เพื่อใช้จำแนกแบบแผนการตอบข้อสอบไปสู่แบบแผนความรอบรู้ (Attribute-Mastery Pattern) จากการใช้ทักษะทางพุทธิปัญญาที่แตกต่างกัน มีข้อตกลงเบื้องต้นว่าโมเดลที่ได้จากข้อสอบอาจบรรยายได้ด้วยทักษะทางพุทธิปัญญาเฉพาะ ซึ่งสามารถจำแนกวิธีการ ทักษะ

หรือกระบวนการของผู้สอบได้ โดยเรียกทักษะทางพุทธิปัญญาเฉพาะนั้นว่า คุณลักษณะ (Attribute) ดังนั้นคุณลักษณะจึงเป็นความรู้หรือทักษะการคิดที่มีอยู่และใช้เพื่อการทำข้อสอบให้ถูกต้อง เปรียบเสมือนสถานะความรู้ของผู้สอบ (Knowledge States or Latent Knowledge States) คุณลักษณะหรือความรู้ไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง แต่แสดงให้เห็นได้จากการตอบข้อสอบในแบบทดสอบ การใช้ Rule-Space Model ในการประเมินเพื่อกำหนดความใกล้เคียงของสถานะความรู้ของผู้สอบกับแบบแผนของสถานะความรู้จึงต้องใช้การพิจารณาจากแบบแผนการตอบข้อสอบ โดยให้ 0 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบผิด หมายถึง ผู้สอบไม่มีความรอบรู้ในสถานะความรู้ นั้น และให้ 1 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบถูก หมายถึง ผู้สอบมีความรอบรู้ในสถานะความรู้ นั้น และนำหลักการของ Boolean Algebra มาใช้ในการกำหนดเมทริกซ์ของแบบแผนการตอบเพื่อใช้ในการคำนวณ

Rule-Space Model มีข้อจำกัด คือ ผลการวินิจฉัยอาจไม่สมบูรณ์ เนื่องจากดำเนินการวินิจฉัยหลังจากสร้างแบบสอบเรียบร้อยแล้ว จึงอาจทำให้การจำแนกคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการตอบข้อสอบแต่ละข้อไม่ครอบคลุมคุณลักษณะที่ผู้สอบจะต้องมี นอกจากนี้ Tatsuoka และ Boodoo ได้ทำการวิเคราะห์ข้อบกพร่องแล้วพบว่าคุณลักษณะไม่มีความสัมพันธ์เป็นลำดับขั้น จึงทำให้การลำดับขั้นของคุณลักษณะ ไม่ใช่สิ่งจำเป็น อย่างไรก็ตาม มีงานวิจัยทางพุทธิปัญญาที่ชี้ให้เห็นว่าคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาต้องสร้างให้เป็นลำดับขั้นเนื่องจากทักษะทางพุทธิปัญญาไม่สามารถทำงานได้แบบเดี่ยว แต่เป็นเครือข่ายความสัมพันธ์ของความสามารถ

Rule-Space Model ใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยโปรแกรม BUGLIB ซึ่งเป็น Research License สามารถติดต่อได้ทาง tatsuoka@prodigy.net (Rupp and Temling, 2008)

### 1.2 Hybrid Model (Yamamoto, 1989)

Hybrid Model เป็นโมเดลเกี่ยวกับการรวมระหว่างโมเดลการตอบสนองข้อสอบที่ใช้ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบเป็นฐาน (IRT Based) (ชั้นความผันแปรของความสามารถของแต่ละบุคคล) และโมเดลการตอบสนองข้อสอบที่ใช้ชั้นแฝงเป็นฐาน (Latent Class Based) (Multinomial Independent Class) นอกจากนี้ Hybrid Model ยังใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบพหุมิติ (Multidimensional IRT Model) ในการอธิบายพฤติกรรมทั้งหมดของผู้สอบ กล่าวคือ ผู้สอบต้องใช้หลายความสามารถในการทำข้อสอบแต่ละข้อ ต่อมาในปี ค.ศ. 1990 มีการขยาย Hybrid Model ให้แสดงคุณลักษณะของผู้สอบแต่ละคน โดยเปลี่ยนจากกลยุทธ์การตอบที่ใช้ความสามารถเป็นฐาน (Ability-Based Response Ability) ไปเป็นกลยุทธ์การตอบอย่างสุ่ม

### 1.3 Deterministic-Input, Noisy-and-Gate Model (DINA Model) (Haertel, 1989; Junker and Sijtsma, 2001; De La Douglas, 2004)

DINA Model เป็นโมเดลแบบ Conjunctive หรือ Non-Compensatory ใช้ในการจำแนกความรู้ (Mastery) ของผู้สอบในข้อสอบแต่ละข้อเป็น 2 ชั้น ได้แก่ ชั้นที่ผู้สอบมีความรอบรู้ในทุกคุณลักษณะ และชั้นที่ผู้สอบไม่มีความรอบรู้อย่างน้อยหนึ่งคุณลักษณะ อธิบายด้วยโมเดลคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Function) โดยพิจารณาโอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบแต่ละข้อในชั้นแฝงแต่ละชั้น (Latent Class) ได้ถูกต้อง การวิเคราะห์ข้อมูลจะวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการออกแบบการประเมิน

เชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment) และข้อมูลการตอบข้อสอบ (Response Data) โดยจะประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมา 2 พารามิเตอร์ ได้แก่ Slipping Parameter (s) และ Guessing Parameter (g) โดยข้อสอบแต่ละข้อจะมี Slipping Parameter และ Guessing Parameter อย่างละหนึ่งค่า

Lawrence T. DeCarlo (2011) กล่าวว่า DINA Model เป็นโมเดลที่ได้รับความนิยมอย่างกว้างขวาง จากการศึกษาแสดงให้เห็นว่า Logistic Version ของโมเดลนี้สามารถเข้ากันได้ดีกับโปรแกรมการวิเคราะห์ชั้นแฝง และพบว่าข้อกำหนดชั้นแฝงขนาดใหญ่สามารถบ่งชี้ถึงความไม่จำเพาะเจาะจงของ Q-Matrix จากการวิเคราะห์และจำลองข้อมูลทำให้ทราบว่าปัญหาส่วนมากเกี่ยวข้องกับโครงสร้างของ Q-Matrix

De La Torre, Yuan Hong and Weiling Deng (2010) ได้ทำการศึกษาโดยการจำลองข้อมูล พบว่าการเพิ่มขนาดตัวอย่างจะช่วยลดความผันแปรและความลำเอียงในการประมาณค่าพารามิเตอร์ในทางตรงกันข้าม ระดับของ Slipping Parameter และ Guessing Parameter ที่ต่ำกว่า จะช่วยให้คุณภาพของการประมาณค่าพารามิเตอร์สูงขึ้นและมีความถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้น

DINA Model ใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Joint Maximum Likelihood (JML) วิธี Marginal Maximum Likelihood (MML) และวิธี Markov Chain Monte Carlo (MCMC) โดยใช้ Expectation Maximization (EM) Algorithm และ Markov Chain Monte Carlo (MCMC) Algorithm ด้วยโปรแกรม Mplus ซึ่งเป็น Freeware สามารถติดต่อขอรับ Commercial Version ได้ทาง [jtemplin@uga.edu](mailto:jtemplin@uga.edu) หรือใช้โปรแกรม R ซึ่งเป็น Freeware ในการวิเคราะห์ สามารถติดต่อขอรับได้ทาง [alexander.robitzsch@iqb.hu-berlin.de](mailto:alexander.robitzsch@iqb.hu-berlin.de) หรือใช้โปรแกรม Ox ซึ่งเป็น Freeware ในการวิเคราะห์ สามารถติดต่อขอรับได้ทาง [jdelatorre@rutgers.edu](mailto:jdelatorre@rutgers.edu) (Rupp and Temling, 2008)

#### 1.4 Unified Model (DiBello, Stout and Roussos, 1993)

Unified Model เป็นโมเดลที่แสดงทั้งค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบที่ขึ้นอยู่กับทักษะ (Skill-Based Item) และค่าพารามิเตอร์ของผู้สอบที่ขึ้นอยู่กับทักษะ (Skill-Based Examinee) เป็นโมเดลวินิจฉัยทักษะ (Skill-Diagnosis Model) โมเดลแรกที่น่าทักษะที่ไม่อยู่ใน Q-Matrix มารวมอยู่ในโมเดลด้วย ข้อจำกัดของ Unified Model คือ บางพารามิเตอร์ในโมเดลไม่สามารถประมาณค่าด้วยวิธีการทางสถิติ จึงไม่เป็นที่นิยมนำมาวินิจฉัยแบบแผนการตอบข้อสอบของผู้เรียน (Hartz and Roussos, 2008)

#### 1.5 Noisy-Input, Deterministic-and-Gate Model (NIDA Model) (Junker and Sijtsma, 2001)

เนื่องจาก NIDA Model เป็นโมเดลที่กำหนดให้คุณลักษณะที่ต้องการวัดในข้อสอบแต่ละข้อมี Slipping Parameter และ Guessing Parameter เท่ากัน แต่ Junker and Sijtsma มองว่าโอกาสที่จะตอบข้อสอบได้ถูกต้องนั้น ผู้สอบไม่จำเป็นต้องมีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ต้องการวัดเท่ากันเสมอไป จึงให้ความสำคัญกับคุณลักษณะที่ต้องการวัดในภาพรวมแทนการพิจารณาเป็นรายข้อ NIDA Model จะมีฟังก์ชันการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Function) เหมือนกับ DINA Model

เนื่องจากเป็นโมเดลแบบ Non-Compensatory เหมือนกัน และพิจารณาถึงโอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบแต่ละข้อในชั้นแฝงแต่ละชั้นได้ถูกต้องเช่นเดียวกัน การวิเคราะห์ข้อมูลจะประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมา 2 พารามิเตอร์ เช่นเดียวกับ DINA Model ได้แก่ Slipping Parameter (s) และ Guessing Parameter (g) แต่ต่างกันที่คุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะจะมี Slipping Parameter และ Guessing Parameter อย่างละหนึ่งค่า

NIDA Model ใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Markov Chain Monte Carlo (MCMC) ด้วยโปรแกรม Mplus ซึ่งเป็น Freeware สามารถติดต่อขอรับ Commercial Version ได้ทาง [jtemplin@uga.edu](mailto:jtemplin@uga.edu) (Rupp and Templin, 2008)

### 1.6 Fusion Model (FM) หรือ Reparameterized Unified Model (RUM) (Hartz, 2002)

Fusion Model หรือ Reparameterized Unified Model เป็นโมเดลที่พัฒนามาจาก Unified Model โดยแก้ไขข้อจำกัดที่บางพารามิเตอร์ในโมเดลไม่สามารถประมาณค่าด้วยวิธีการทางสถิติ และเมื่อพิจารณาสมมติฐานของ NIDA Model ที่ว่าโอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบได้ถูกต้องนั้น ผู้สอบจะต้องมีความรอบรู้ในทุกคุณลักษณะ Hartz จึงพัฒนา Fusion Model หรือ Reparameterized Unified Model ขึ้น เพื่อคลายข้อจำกัดของ DINA Model และ NIDA Model เป็นการรวมระหว่างการวินิจฉัยทักษะ (Skill Diagnosis) และการประมาณค่าพารามิเตอร์ในโมเดล การวิเคราะห์ข้อมูลจะประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมา 4 พารามิเตอร์ ได้แก่ 1) Baseline Parameter หมายถึง โอกาสที่จะตอบข้อสอบได้ถูกต้อง เมื่อผู้สอบมีความรอบรู้ทุกคุณลักษณะที่ระบุใน Q-Matrix 2) Penalty Parameter หมายถึง ผลเสียของโอกาสที่จะตอบข้อสอบได้ถูกต้อง เมื่อผู้สอบไม่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ 3) พารามิเตอร์ความยากของข้อสอบ (Difficulty Parameter) แต่ละข้อของคุณลักษณะทั้งหมดที่ไม่ได้ระบุใน Q-Matrix และ 4) พารามิเตอร์ความสามารถ (Ability Parameter) ในชั้นแฝงที่สัมพันธ์กับคุณลักษณะที่ไม่ได้ระบุใน Q-Matrix (Rupp, Templin and Henson, 2010)

Fusion Model หรือ Reparameterized Unified Model ใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Markov Chain Monte Carlo (MCMC) ด้วยโปรแกรม Arpeggio ซึ่งเป็น Commercial สามารถดูข้อมูลเพิ่มเติมได้ที่ [www.assess.com](http://www.assess.com) (Rupp and Templin, 2008)

### 1.7 วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method: AHM) (Leighton, Gierl and Hunka, 2004)

วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะเป็นโมเดลทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบทางพุทธิปัญญาที่พัฒนาขึ้นเพื่อแก้ข้อจำกัดของ Rule-Space Model โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้การประเมินเชิงวินิจฉัยมีความชัดเจนเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการจัดการเรียนรู้และพัฒนาผู้เรียนมากขึ้น เป็นวิธีการกำหนดจำนวนข้อสอบ ลักษณะข้อสอบ และแบบแผนการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง เรียกว่า คุณลักษณะ (Attribute) ซึ่งแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีทางพุทธิปัญญา (Cognitive Theory) กับการวัดทางจิตมิติ (Psychometric Practice) ปัจจุบันมีการใช้วิธีลำดับชั้นของ



คุณลักษณะในการสร้างแบบทดสอบเพื่อการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาโดยสร้างตามโครงสร้างของลำดับชั้น โดย Leighton, Gierl and Hunka (2004) ได้เสนอไว้ 4 รูปแบบ ดังนี้

- 1) ลำดับชั้นเชิงเส้น (Linear Hierarchy) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงที่มีจุดสิ้นสุดจุดเดียว
- 2) ลำดับชั้นเชิงลู่เข้า (Hierarchy with a Convergent Branch) เป็นความสัมพันธ์ที่แยกออกเป็น 2 ทาง แต่มีจุดสิ้นสุดจุดเดียวกัน
- 3) ลำดับชั้นเชิงลู่ออก (Hierarchy with a Divergent Branch) เป็นความสัมพันธ์ที่แยกเป็น 2 ทาง และไม่ได้สิ้นสุดที่จุดเดียวกัน
- 4) ลำดับชั้นแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Hierarchy) เป็นความสัมพันธ์ที่ไม่ได้มีความสัมพันธ์จากจุดเริ่มต้นเดียวและไม่ได้มีจุดสิ้นสุดจุดเดียวกัน

ลักษณะสำคัญที่เป็นจุดเด่นของวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ คือ การให้คำจำกัดความของค่าว่าคุณลักษณะที่ชัดเจนและกำหนดให้จำแนกคุณลักษณะก่อนการพัฒนาแบบสอบ รวมทั้งการกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับชั้นของคุณลักษณะซึ่งเป็นขั้นตอนสำคัญในการช่วยกำหนดลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ ทำให้การวินิจฉัยจากแบบแผนการตอบข้อสอบนั้นให้สารสนเทศที่เป็นประโยชน์และชัดเจนมากยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตาม วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะมีข้อจำกัดในกรณีที่เป็นแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ไม่ตรงกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังได้เลย อาจทำให้การจำแนกแบบแผนการตอบที่สังเกตได้ขาดความชัดเจน

วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยโปรแกรม AHM ซึ่งเป็น Research License สามารถติดต่อได้ที่ทาง [mark.gierl@ualberta.edu](mailto:mark.gierl@ualberta.edu) (Rupp and Templin, 2008)

### 1.8 Deterministic-Input, Noisy-or-Gate Model (DINO Model) (Templin and Henson, 2006)

DINO Model มีฟังก์ชันการตอบสนองของข้อสอบ (Item Response Function) คล้ายกับ DINA Model แต่ต่างกันว่า DINO Model เป็นโมเดลแบบ Disjunctive หรือ Compensatory นิยมใช้ในการวินิจฉัยผู้ป่วยที่มีอาการผิดปกติทางจิต (Psychological Disorder Diagnosis) ตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่าโอกาสที่ผู้ป่วยจะมีอาการผิดปกติทางจิตนั้น ผู้ป่วยจะต้องมีคุณลักษณะใดคุณลักษณะหนึ่งอย่างน้อย 1 คุณลักษณะ หรือในแง่โมเดลคณิตศาสตร์ หมายถึง โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบในทางบวก (Positive Response) หรือผู้สอบจะตอบข้อสอบแต่ละข้อในชั้นแฝงแต่ละชั้นได้ถูกต้อง การวิเคราะห์ข้อมูลจะประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมา 2 พารามิเตอร์ เช่นเดียวกับ DINA Model ได้แก่ Slipping Parameter (s) ซึ่งหมายถึง โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบในทางลบ (Negative Response) หรือตอบผิด เมื่อมีคุณลักษณะปรากฏขึ้นอย่างน้อย 1 คุณลักษณะ หรือผู้ป่วยมีความผิดปกติทางจิตแต่เมื่อทำแบบทดสอบแล้วพบว่าไม่มีผิดปกติ และ Guessing Parameter (g) ซึ่งหมายถึง โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบในทางบวก (Positive Response)

หรือตอบถูก เมื่อไม่มีคุณลักษณะใดปรากฏขึ้นหรือผู้ป่วยไม่มีความผิดปกติทางจิต แต่เมื่อทำแบบทดสอบแล้วพบว่าผิดปกติ โดยข้อสอบแต่ละข้อจะมี Slipping Parameter และ Guessing Parameter อย่างละหนึ่งค่า เหมือนกับ DINA Model

DINO Model ใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Markov Chain Monte Carlo (MCMC) ด้วยโปรแกรม Mplus ซึ่งเป็น Freeware สามารถติดต่อขอรับ Commercial Version ได้ทาง [jtemplin@uga.edu](mailto:jtemplin@uga.edu) หรือใช้โปรแกรม R ซึ่งเป็น Freeware ในการวิเคราะห์ สามารถติดต่อขอรับได้ทาง [alexander.robitzsch@iqb.hu-berlin.de](mailto:alexander.robitzsch@iqb.hu-berlin.de) (Rupp and Templing, 2008)

### 1.9 Log-Linear Cognitive Diagnostic Model (LCDM) (Henson, Templing and Willse, 2009)

Log-Linear Cognitive Diagnostic Model เป็นโมเดลเชิงสรุปอ้างอิง (Generalized Model) ที่ขยายแนวคิดมาจากโมเดล Compensatory และ Non-Compensatory ด้วยการนำโมเดลที่อยู่ในกลุ่ม Compensatory และ Non-Compensatory มาวิเคราะห์ร่วมกัน เช่น นำ DINA Model มาวิเคราะห์ร่วมกับ DINO Model ในแบบทดสอบฉบับเดียวกัน เนื่องจากข้อสอบบางข้ออาจเหมาะกับ Deterministic-Input, Noisy-and-Gate Model ในขณะที่ข้อสอบบางข้ออาจเหมาะกับ DINO Model ด้วยเหตุนี้ Log-Linear Cognitive Diagnostic Model จึงเหมาะสำหรับนำมาใช้ในการสรุปอ้างอิงโดยนัยทั่วไปสำหรับโมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ข้อจำกัดของโมเดลนี้ คือ ค่าพารามิเตอร์ในโมเดลมีหลายค่าและมีความซับซ้อน รวมทั้งการวิเคราะห์ข้อมูลมีหลายขั้นตอน การนำโมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาหลายโมเดลมาวิเคราะห์ร่วมกัน ทำให้ไม่สะดวกในการนำไปประยุกต์ใช้

Log-Linear Cognitive Diagnostic Model ใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Markov Chain Monte Carlo (MCMC) ด้วยโปรแกรม Mplus ซึ่งเป็น Freeware สามารถติดต่อขอรับ Commercial Version ได้ทาง [jtemplin@uga.edu](mailto:jtemplin@uga.edu) (Rupp and Templing, 2008)

## 2. โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เป็นโมเดลคุณลักษณะแฝง (Latent Trait Model)

โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เป็นโมเดลคุณลักษณะแฝง มีหลายโมเดลดังนี้

### 2.1 Linear Logistic Test Model (LLTM) (Fisher, 1973)

Linear Logistic Test Model เป็นโมเดลทางจิตมิติโมเดลแรกๆ ที่เชื่อมโยงระหว่างจิตมิติทางพุทธิปัญญา (Cognitive Psychometric) และการออกแบบข้อสอบ (Item Design) เป็นโมเดลที่พัฒนามาจาก Rasch Model ที่มีแต่พารามิเตอร์ความยากของข้อสอบ Linear Logistic Test Model ถูกพัฒนาโดยการนำเนื้อหาข้อสอบ (Item Content) เข้าไปอยู่ในการทำนายความสำเร็จของข้อสอบ (Item Success) ดังนั้น ถ้าองค์ประกอบด้านเนื้อหาที่ถูกระบุมีความเหมาะสม พารามิเตอร์จะสะท้อนผลไปที่ ค่าความยากของข้อสอบที่ถูกประมาณค่าได้โดยตรง โดยองค์ประกอบด้านเนื้อหาแต่ละองค์ประกอบ จะถูกกำหนดค่าเป็น 0-1 เมื่อ 0 หมายถึง มีองค์ประกอบที่ต้องการวัดอยู่ในข้อสอบ และ 1 หมายถึง ไม่มี

องค์ประกอบที่ต้องการวัดอยู่ในข้อสอบ การประมาณค่าความยากของข้อสอบจะประมาณจากผลรวมน้ำหนักของคะแนนคุณลักษณะในโมเดลความซับซ้อนทางพุทธิปัญญา ซึ่งต่างจากค่าความยากของข้อสอบใน Rasch Model ที่ไม่ได้คำนึงถึงตัวแปรทางพุทธิปัญญา

## 2.2 Multicomponent Latent Trait Model (MLTM) (Embretson, 1980)

Multicomponent Latent Trait Model เป็นโมเดลที่ใช้วัดองค์ประกอบของการดำเนินการหลายองค์ประกอบที่อยู่ภายใต้การแก้ปัญหาข้อสอบ โดยจะประมาณค่าระดับของคุณลักษณะแฝงในองค์ประกอบ (Component Trait Level) และค่าความยากของข้อสอบในองค์ประกอบนั้น (Component Item Difficulty) ตั้งอยู่บนสมมติฐานว่าความสำเร็จข้อสอบ (Item Success) ขึ้นอยู่กับความสำเร็จของหลายองค์ประกอบ กล่าวคือ ถ้าองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่งล้มเหลวจะทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาข้อสอบข้อนั้นได้ Multicomponent Latent Trait Model อยู่ในรูปของผลคุณความน่าจะเป็นขององค์ประกอบที่ให้ความน่าจะเป็นในภาพรวมของความสำเร็จในการทำข้อสอบ โมเดลนี้ได้นำพารามิเตอร์การเดาข้อสอบได้ถูก (Guessing Parameter) มาใช้ในการประมาณค่าในโมเดล ทั้งนี้ Multicomponent Latent Trait Model เหมาะสำหรับคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อน เนื่องจากโมเดลทางพุทธิปัญญาของข้อสอบทั่วไปขึ้นอยู่กับความสิ้นไหลของข้อมูลจากสถานะหนึ่งไปยังอีกสถานะหนึ่ง นอกจากนี้ ยังเป็นโมเดลที่เหมาะสมสำหรับการวัดแบบพุทธิซึ่งขึ้นอยู่กับการตัดสินใจที่ต่อเนื่องของความน่าจะเป็นของการดำเนินการ นั่นคือผลคุณของโอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบได้ถูกต้องในแต่ละองค์ประกอบ โดยผู้ตอบจะต้องตอบองค์ประกอบที่มีมาก่อนให้ถูกต้อง Multicomponent Latent Trait Model ได้รวมโมเดลผลคุณที่ต่อเนื่องของกระบวนการตอบข้อสอบกับ IRT Model เข้าด้วยกัน เพื่อสะท้อนความแตกต่างรายบุคคลในระดับของคุณลักษณะในองค์ประกอบนั้น ดังนั้น Multicomponent Latent Trait Model จึงประมาณค่าทั้งระดับของคุณลักษณะในองค์ประกอบและความยากของข้อสอบในองค์ประกอบ ซึ่งโอกาสของการตอบข้อสอบในแต่ละองค์ประกอบขึ้นอยู่กับความยากขององค์ประกอบในข้อสอบและระดับของคุณลักษณะแฝงในองค์ประกอบของบุคคล

## 2.3 Compensatory Multidimensional IRT Model (McKinley and Reckase, 1982)

Compensatory Multidimensional IRT Model เป็นโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบพุทธิแบบ Compensatory มีจุดเด่น คือ ในการตอบข้อสอบแต่ละข้อใช้คุณลักษณะแฝงหรือความสามารถ (Ability) มากกว่า 1 คุณลักษณะ ถ้าความสามารถของผู้สอบในมิติใดมิติหนึ่งมีค่าลดลงแล้ว ความสามารถที่มีค่าสูงกว่าจะเข้ามาแทนที่ความสามารถที่มีค่าต่ำกว่า การวิเคราะห์ข้อมูลจะประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมา 3 พารามิเตอร์ ได้แก่ ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าโอกาสการเดาข้อสอบได้ถูก โดยโอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบได้ถูกต้องขึ้นอยู่กับการวัดค่าความยากของข้อสอบซึ่งเป็นผลรวมความสามารถในแต่ละมิติ

#### 2.4 General Component Latent Trait Model (GLTM) (Embretson, 1984)

General Component Latent Trait Model เป็นการนำ Linear Logistic Test Model และ Multicomponent Latent Trait Model มารวมกัน ใช้ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับตัวแปรทางทฤษฎี ซึ่งอยู่ภายใต้ความยากของการตอบข้อสอบ (Response Difficulty) และการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบ รวมทั้งนำโมเดลคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์ระหว่างค่าความยากของข้อสอบในองค์ประกอบนั้นๆ กับคุณลักษณะด้านเนื้อหาของข้อสอบ

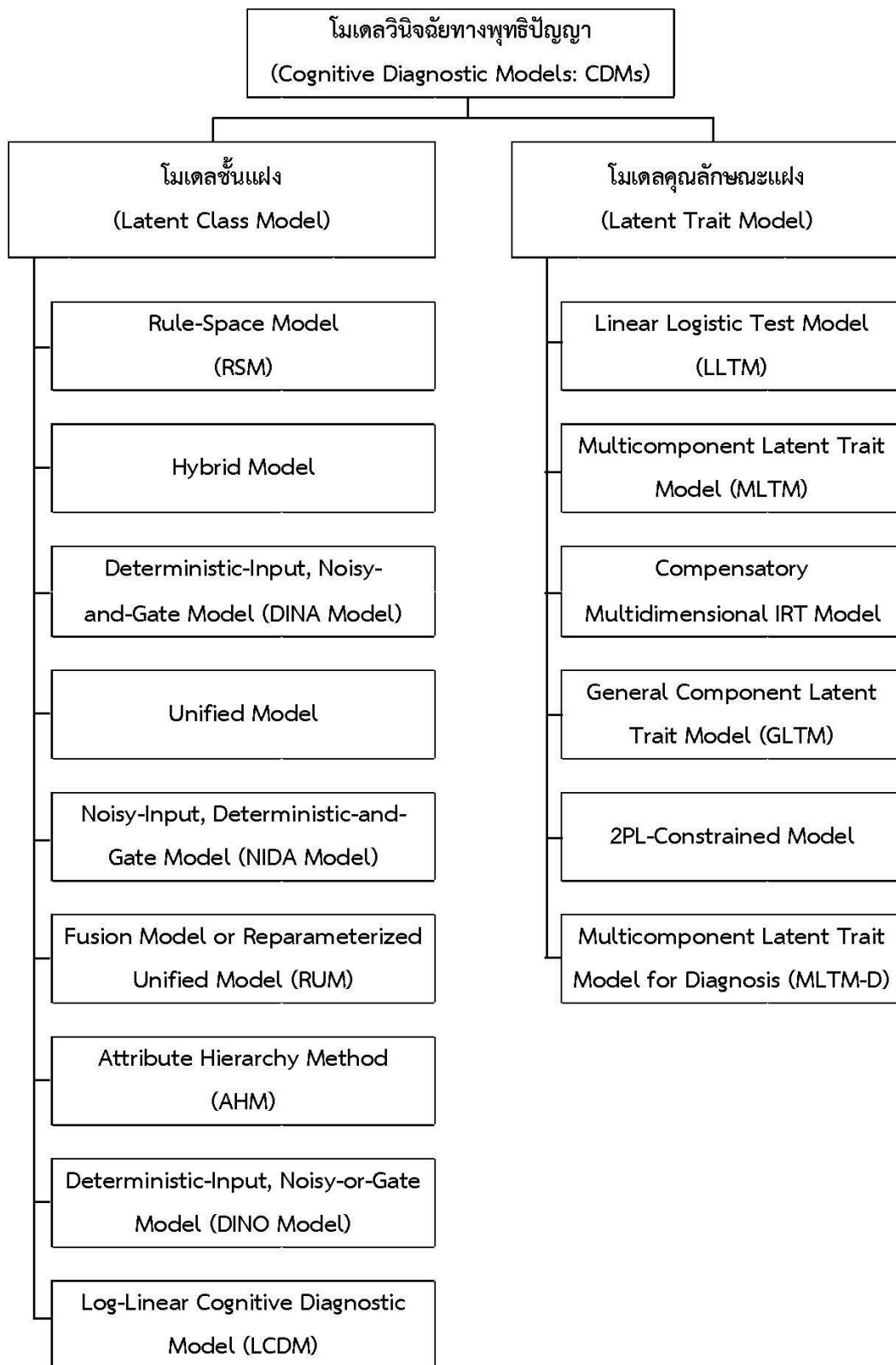
เนื่องจาก General Component Latent Trait Model เป็นการนำ Linear Logistic Test Model และ Multicomponent Latent Trait Model มารวมกัน ดังนั้น ค่าความยากของข้อสอบในโมเดลจึงเหมือนกับ Linear Logistic Test Model และมีโมเดลการประมาณค่าเหมือนกับ Multicomponent Latent Trait Model

#### 2.5 2PL-Constrained Model (Embretson, 1999)

Embretson ได้พัฒนาโมเดลการสรุปอ้างอิงของโมเดลโลจิสติกแบบ 2 พารามิเตอร์ เรียกว่า 2PL-Constrained Model เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ความยากของข้อสอบ (Item Difficulty) และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ (Item Discrimination) โดยค่าความยากของข้อสอบจะเหมือนกับค่าความยากของข้อสอบใน Linear Logistic Test Model และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบในโมเดลนี้ จะถูกกำหนดให้เป็นผลรวมเชิงเส้นของคะแนนคุณลักษณะกับน้ำหนักของคุณลักษณะนั้นที่มีผลต่อค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

#### 2.6 Multicomponent Latent Trait Model for Diagnosis (MLTM-D) (Embretson and Yang, 2008)

Multicomponent Latent Trait Model for Diagnosis เป็นโมเดลที่ออกแบบมาเพื่อใช้วินิจฉัยทักษะในลำดับขั้นของเนื้อหาที่จัดเรียงในข้อสอบโดยใช้วิธีลดหลั่น (Hierarchical Approach) ในการวินิจฉัย



ภาพที่ 2.2.1 โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Models: CDMs)

## 2.2.4 การเปรียบเทียบโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาแต่ละโมเดลมีข้อดีและข้อจำกัดแตกต่างกัน การเลือกใช้โมเดลสำหรับการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยจึงขึ้นอยู่กับบริบทของเรื่องที่ต้องการศึกษา

จากการที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาและนำเสนอโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาข้างต้นนั้น สามารถจำแนกเป็น 2 ประเภทหลัก คือ โมเดลชั้นแฝง (Latent Class Model) และโมเดลคุณลักษณะแฝง (Latent Trait Model) โดยโมเดลชั้นแฝงเป็นโมเดลที่พัฒนาขึ้นเพื่อจำแนกผู้สอบตามทักษะ (Skill) เป็นความรอบรู้ (Mastery) หรือความไม่รอบรู้ โมเดลนี้จึงให้รูปแบบของความรอบรู้หรือความน่าจะเป็นของความรอบรู้เกี่ยวกับทักษะของผู้สอบ สำหรับโมเดลคุณลักษณะแฝงเป็นการขยายแนวคิดหรือสรุปอ้างอิงจากโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบเอกมิติ (Unidimensional IRT Model) เกี่ยวกับการจัดตำแหน่งการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบในแต่ละทักษะ

เมื่อพิจารณาถึงประเภทของโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เหมาะสมกับการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัย การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ซึ่งใช้ในการตัดสินความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะแล้วพบว่าโมเดลชั้นแฝง (Latent Class Model) เป็นโมเดลที่เหมาะสม ซึ่งได้แก่ 1) Rule-Space Model 2) Hybrid Model 3) DINA Model 4) Unified Model 5) NIDA Model 6) Fusion Model 7) Attribute Hierarchy Method 8) DINO Model 9) Log-Linear Cognitive Diagnostic Model

นอกจากนี้ ในการนำโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลเชิงประจักษ์นั้น ควรเลือกใช้โมเดลที่ได้รับการยืนยันจากผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูล (Model Fit) ซึ่งได้แก่ 1) Rule-Space Model 2) DINA Model 3) Fusion Model 4) Attribute Hierarchy Method

ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาแล้วเห็นว่าวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method) มีจุดเด่น คือ มีการให้คำจำกัดความของคำว่าคุณลักษณะที่ชัดเจนและกำหนดให้มีการจำแนกคุณลักษณะก่อนการพัฒนาแบบสอบ รวมทั้งการกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับชั้นของคุณลักษณะจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะที่สูงกว่า ซึ่งเป็นขั้นตอนสำคัญที่ช่วยกำหนดลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ สอดคล้องกับการคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีกระบวนการคิดเป็นลำดับชั้น นอกจากนี้ ยังช่วยให้สามารถวัดความรู้ครบทุกคุณลักษณะภายใต้แบบทดสอบฉบับเดียวและมุ่งวินิจฉัยคุณลักษณะเป็นรายด้าน ทำให้การวินิจฉัยจากแบบแผนการตอบข้อสอบให้สารสนเทศที่เป็นประโยชน์และมีความชัดเจน สอดคล้องกับการศึกษาของ Gierl, Alves และ Majeau ในปี ค.ศ. 2010 ที่ใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะในการสร้างการสรุปอ้างอิงเชิงวินิจฉัยเกี่ยวกับความรู้ (Knowledge) และทักษะ (Skills) ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่ออธิบายและประเมินวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะที่ประยุกต์ใช้กับการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ในวิชาคณิตศาสตร์ ที่ระบุว่าข้อดีของวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ คือ การสนับสนุนการรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายบุคคลด้วยการใช้ค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (Attribute Probability Values)

โดยวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะจะให้ข้อมูลที่เป็นรายละเอียดเกี่ยวกับคุณลักษณะที่ใช้วัดในแบบสอบ และระดับความรอบรู้ของคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาของผู้สอบ ซึ่งข้อมูลเชิงวินิจฉัยที่ได้นี้จะเกี่ยวข้องโดยตรงกับการบรรยายคุณลักษณะรายบุคคลของนักเรียนและนำไปสู่การตัดสินใจในการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับนักเรียน

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงเลือกประยุกต์ใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะในการพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีอายุใกล้เคียง 15 ปี เพื่อให้สอดคล้องกับโครงการ PISA ที่ใช้นักเรียนกลุ่มอายุ 15 ปี ซึ่งโดยสากลถือว่าเป็นวัยจบการศึกษาภาคบังคับ เป็นตัวอย่างในการประเมินผลนักเรียนระดับโรงเรียน

### ตารางที่ 2.2.1 ผลการเปรียบเทียบโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

โมเดล	วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์	โปรแกรมที่ใช้วิเคราะห์	ข้อดีของโมเดล	ข้อจำกัดของโมเดล
RSM	ประมาณค่าความน่าจะเป็นของสถานะความรอบรู้แต่ละแบบ	BUGLIB (Research License) [tatsuoka@prodigy.net]	โมเดลสอดคล้องกับข้อมูล	ดำเนินการวินิจฉัยหลังจากสร้างแบบทดสอบ ซึ่งอาจทำให้วินิจฉัยได้ไม่ครอบคลุมทุกคุณลักษณะ
DINA	JML	1. MPlus (Freeware) [jtemplin@uga.edu]	โมเดลสอดคล้องกับข้อมูล	เป็นโมเดลแบบไม่ชัดเจนจึงมีข้อตกลงเบื้องต้น
	MML	2. R (Freeware) [alexander.robitzsch@iqb.hu-berlin.de]	เป็นโมเดลที่ประหยัดสามารถแปลผลจาก 2 พารามิเตอร์ในแต่ละข้อ	ว่าผู้สอบต้องมีทุกทักษะจะขาดทักษะใดไปไม่ได้
	MCMC	3. Ox (Freeware) [j.delatorre@rutgers.edu]	ด้วยโปรแกรมที่มีอยู่ทั่วไป	ทำให้การจัดประเภททักษะหรือความสามารถของผู้สอบมีความเฉพาะกับแบบแผนความสามารถของผู้สอบ
FM หรือ RUM	MCMC	Arpeggio (Commercial) [www.assess.com]	โมเดลสอดคล้องกับข้อมูล	ต้องใช้ Software เฉพาะในการประมาณค่าของพารามิเตอร์

ตารางที่ 2.2.1 ผลการเปรียบเทียบโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (ต่อ)

โมเดล	วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์	โปรแกรมที่ใช้วิเคราะห์	ข้อดีของโมเดล	ข้อจำกัดของโมเดล
AHM	ประมาณค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อสอบแต่ละข้อ และจำแนกแบบแผนการตอบที่สังเกตได้	AHM (Research License) [mark.gierl@ualberta.edu]	โมเดลสอดคล้องกับข้อมูล มีการให้คำจำกัดความของคำว่าคุณลักษณะที่ชัดเจน และจำแนกคุณลักษณะก่อนการพัฒนาแบบสอบ ช่วยให้สามารถวัดความรู้ได้ครบทุกคุณลักษณะภายใต้แบบสอบฉบับเดียว วินิจฉัยคุณลักษณะเป็นรายด้าน ทำให้ได้สารสนเทศจากการวินิจฉัยแบบแผนการตอบที่ชัดเจนและมีประโยชน์ สามารถใช้บรรยายคุณลักษณะรายบุคคลและนำไปสู่การตัดสินใจในการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม	การจำแนกแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ อาจไม่ชัดเจนและไม่สามารถวิเคราะห์สาเหตุของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้
DINO	MCMC	1. MPlus (Freeware) [jtemplin@uga.edu] 2. R (Freeware) [alexander.robitzsch@iqb.hu-berlin.de]	โมเดลสอดคล้องกับข้อมูล	มีความเหมาะสมกับข้อมูลในทางจิตวิทยา
LCDM	MCMC	MPlus (Freeware) [jtemplin@uga.edu]	โมเดลยังไม่สอดคล้องกับข้อมูล	อยู่ระหว่างการศึกษาค้นคว้าในเชิงทฤษฎี



### 2.2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

ศิริเดช สุชีวะ (2537) ได้พัฒนาวิธีการวินิจฉัยสำหรับตรวจสอบโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาวิธีการวินิจฉัยสำหรับตรวจสอบโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์และเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวินิจฉัยด้วยวิธีการที่พัฒนาขึ้นและวิธีการของ Tatsuoka วิธีการที่พัฒนาขึ้นมีพื้นฐานมาจากแนวความคิดการประเมินกฎ (Rule Assessment Approach) ซึ่งกล่าวว่าผู้สอบแต่ละคนมีกระบวนการคิดที่หลากหลาย คำตอบที่ตรงกันอาจมาจากกระบวนการคิดที่เหมือนกันหรือต่างกันได้ ดังนั้น การประเมินกฎจากแบบการตอบทั้งหมดของผู้สอบทำให้สามารถย้อนรอยกระบวนการคิดและวินิจฉัยโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้สอบได้ ทั้งนี้ แบ่งกระบวนการวินิจฉัยเป็น 3 ขั้นตอน คือ 1) การสำรวจแบบการคิดทั้งหมดที่เป็นไปได้ตามสังกัดของเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัย 2) การสร้างข้อสอบจากรูปแบบข้อสอบทั้งหมดที่เป็นไปได้ ให้แบบแผนการตอบทั้งหมดสามารถย้อนรอยกระบวนการคิดของผู้สอบแต่ละคน และ 3) การดำเนินการวินิจฉัยโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แบ่งเป็น 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่ การวินิจฉัยเชิงสำรวจแบบการคิดและการวินิจฉัยเพื่อยืนยันแบบการคิดจากการวินิจฉัยโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการบวกเลขจำนวนเต็มลบของนักเรียนที่เป็นตัวอย่างจำนวน 240 คน พบว่าวิธีการที่พัฒนาขึ้นมีความคงที่ในการวินิจฉัยและมีความตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์เมื่อใช้การวินิจฉัยของครูเป็นเกณฑ์ วิธีการวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นให้ผลการวิจัยที่สอดคล้องกับวิธีการของ Tatsuoka และลดข้อจำกัดของวิธีการของ Tatsuoka เกี่ยวกับการจำแนกโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนซึ่งมีแบบแผนคะแนนการตอบเหมือนกันหรือมีแบบแผนคะแนนการตอบเป็นศูนย์หมดทุกข้อ นอกจากนี้ โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการวิจัยตามวิธีการที่พัฒนาขึ้นสามารถใช้งานได้ตรงตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้

อมรรัตน์ สร้อยสังวาล (2551) ได้พัฒนาวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยโดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและการทดสอบแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์ มีวัตถุประสงค์หลัก 4 ประการ ได้แก่ 1) เพื่อพัฒนาวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยโดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและการทดสอบแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์ในการประเมินสถานะความรู้และแบบการคิดที่ผิดเรื่อง การบวกลบเศษส่วน 2) เพื่อศึกษาคุณภาพของวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น 3) เพื่อเปรียบเทียบคุณภาพของวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น และ 4) เพื่อศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น ตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ ครูและนักเรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานช่วงชั้นที่ 2 (ประถมศึกษาปีที่ 4-6) และผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และการวัดและประเมินผลการศึกษา ผลการศึกษาพบว่าวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นสามารถใช้ประโยชน์จากแนวคิดทฤษฎีทางพุทธิปัญญาและทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่เพื่อการประเมินเชิงวินิจฉัยทางการศึกษาได้อย่างมีคุณภาพ โดยใช้ผล

การประเมินเชิงวิจนิจฉัยสถานะความรู้และแบบการคิดที่ผิดซึ่งมีความเที่ยงและความตรง รวมทั้งมีจำนวนข้อสอบและเวลาที่ใช้ทดสอบไม่มาก เมื่อเปรียบเทียบคุณภาพตามเกณฑ์การตัดสินความรอบรู้ที่แตกต่างกันพบว่ามีความเที่ยง ความตรง และจำนวนข้อสอบที่ใช้ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แต่มีจำนวนเวลาที่ใช้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ด้านความคิดเห็นที่มีต่อวิธีการประเมินเชิงวิจนิจฉัยที่พัฒนาขึ้นพบว่าครูและนักเรียนมีความคิดเห็นสอดคล้องกันว่าวิธีการประเมินเชิงวิจนิจฉัยที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปใช้ได้ง่าย มีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้สูง ผู้เกี่ยวข้องได้ประโยชน์จากผลการประเมินมาก ผู้ใช้ชื่นชอบและเลือกที่จะได้รับการประเมินหรือใช้วิธีการประเมินที่พัฒนาขึ้นมากกว่าการประเมินโดยใช้การเขียนตอบบนกระดาษคำตอบแบบดั้งเดิม

ปรารณา พลอภิชาติ (2556) ได้พัฒนาคู่มือการสร้างแบบสอบวิจนิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ แบ่งตัวอย่างวิจนิจฉัยเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1,252 คน และครูคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาจำนวน 13 คน ใช้แบบบันทึกการสัมภาษณ์และแบบสอบวิจนิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติเชิงบรรยายวิเคราะห์เนื้อหา และคำนวณคะแนนเชิงวิจนิจฉัยโดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีเบย์ ตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวิจนิจฉัยด้วยการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ความยากและอำนาจจำแนกโดยใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ ตรวจสอบความตรงตามเนื้อเรื่อง ความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายในด้วยวิธีของฮอยท์ และความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจ ผลการวิจนิจฉัยพบว่านักเรียนมีความรอบรู้อย่างชัดเจนในคุณลักษณะด้านการอ่านและการตีความค่าสำคัญในโจทย์ปัญหา แต่ขาดความรู้ในคุณลักษณะด้านการบวกจำนวนคละและคุณลักษณะด้านการลบจำนวนคละ สำหรับผลการใช้คู่มือการสร้างแบบสอบวิจนิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาพบว่าครูสามารถสร้างแบบสอบวิจนิจฉัยโดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะได้ แต่ต้องใช้เวลาในการศึกษาคู่มือมานาน เนื่องจากไม่คุ้นเคยกับวิธีการสร้างแบบสอบวิจนิจฉัยแนวใหม่และศัพท์เทคนิคต่างๆ ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวิจนิจฉัยแสดงให้เห็นว่าแบบสอบที่พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้วิจนิจฉัยข้อบกพร่องของการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนของนักเรียนได้ แต่การพัฒนาแบบสอบวิจนิจฉัยด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะมีข้อจำกัดในเรื่องของการวิเคราะห์สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือแบบการคิดที่ผิดของนักเรียน เนื่องจากไม่สามารถวิเคราะห์สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ อย่างไรก็ตาม เมื่อคำนึงถึงประสิทธิภาพของการพัฒนาแบบสอบวิจนิจฉัยด้วยวิธีนี้โดยพิจารณาจากเวลาที่ใช้ในการพัฒนาแบบสอบก็เห็นว่าข้อมูลที่ได้มีประโยชน์เพียงพอต่อการนำไปใช้วิเคราะห์ข้อบกพร่องของผู้เรียนได้ในระดับหนึ่ง กล่าวคือ สามารถชี้ให้เห็นประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนได้โดยง่าย

พรพิมล ยังฉิม (2557) ได้พัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้ เครื่องข่ายเบย์เซียนและทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบแบบพหุมิติ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนาวิธีวินิจฉัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้เครือข่ายเบย์เซียนและทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบแบบพหุมิติ 2) เปรียบเทียบความถูกต้องในการวินิจฉัยเพื่อจำแนกกลุ่มนักเรียนจากการใช้วิธีการกำหนดจุดตัดโดยใช้วิธี ของแองกอฟ วิธีเจาะจงจุดตัด และวิธีใช้ทฤษฎีการตัดสินใจของแกลส และ 3) ตรวจสอบคุณภาพ ของวิธีการวินิจฉัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้เครือข่ายเบย์เซียน เก็บข้อมูลเชิงคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผลการศึกษาจำนวน 6 คน ครูคณิตศาสตร์จำนวน 5 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 คน และเก็บข้อมูลเชิงปริมาณจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 424 คน วิธีวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นเริ่มจากการสำรวจและจัดกลุ่มข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ 8 กลุ่มข้อบกพร่อง แล้วนำมาสร้างโมเดลการวินิจฉัยแบบเครือข่ายเบย์เซียน พร้อมกับพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามโมเดลการวินิจฉัยแบบเครือข่ายเบย์เซียนจำนวน 2 ฉบับ ประกอบด้วย แบบทดสอบการใช้มโนทัศน์พื้นฐานในการแก้ปัญหา และแบบทดสอบวินิจฉัยการใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา มีการตรวจสอบคุณภาพด้วยทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบแบบพหุมิติ ได้ค่าความเที่ยง EAP reliability เท่ากับ 0.78 และ 0.88 ความสอดคล้องของโครงสร้างทฤษฎีกับข้อมูลเชิงประจักษ์โดยการทดสอบสถิติไคสแควร์มีค่าเท่ากับ 22.70 ดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (GFI) เท่ากับ 0.99 ดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับค่าแล้ว (AGFI) เท่ากับ 0.97 ค่ารากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ (RMSEA) เท่ากับ 0.032 และโมเดลการวินิจฉัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบพหุมิติเหมาะสมกว่าแบบเอกมิตรวม ผลการเปรียบเทียบความถูกต้องในการวินิจฉัยเพื่อจำแนกกลุ่มจากการวินิจฉัยด้วยโมเดลที่มีการกำหนดคะแนนจุดตัดด้วยวิธีของแองกอฟ วิธีเจาะจงจุดตัด และวิธีที่ใช้ทฤษฎีการตัดสินใจของแกลส กับการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียง มีค่าร้อยละของสัดส่วนความถูกต้องในการจำแนกเท่ากับ 82.89, 77.63 และ 71.05 ตามลำดับ สำหรับผลการตรวจสอบคุณภาพของวิธีการวินิจฉัยโดยการเปรียบเทียบความสอดคล้องของผลการวินิจฉัยที่ได้จากวิธีการวินิจฉัยโดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนกับการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียงมีความสอดคล้องตรงกันระดับดี โดยมีค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของแคปปาเท่ากับ 0.64

สุปราณี บุระ (2557) ได้พัฒนาแบบสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการดำเนินการเลขคณิตพื้นฐานโดยใช้คอมพิวเตอร์: การประยุกต์โมเดลดีไอเอ็นเอ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เรื่อง การดำเนินการเลขคณิตพื้นฐาน ตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบและพัฒนาเป็นโปรแกรมการทดสอบโดยประยุกต์ใช้โมเดลดีไอเอ็นเอ แบบสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เรื่อง การดำเนินการเลขคณิตพื้นฐานประกอบด้วยแบบสอบทั้งสิ้น 8 ฉบับ ได้แก่ แบบสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหาร จำนวนนับ ระดับที่ 1 และระดับที่ 2 ที่พัฒนาจากโมเดลพุทธิปัญญาซึ่งเป็นโครงสร้างคุณลักษณะของความรู้

และทักษะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เรื่อง การดำเนินการเลขคณิตพื้นฐาน ได้อย่างถูกต้อง โดยจัดเรียงตามลักษณะความสัมพันธ์เชิงลำดับชั้นการเรียนรู้จากคุณลักษณะขั้นพื้นฐาน ไปยังคุณลักษณะที่สูงกว่า เป็นข้อสอบแบบเติมคำตอบหลายคำตอบในแต่ละข้อ ถ้าตอบถูกทุกคำตอบ ในแต่ละข้อได้ 1 คะแนน แต่ถ้าตอบผิดแม้คำตอบเดียวในแต่ละข้อได้ 0 คะแนน การตรวจสอบคุณภาพ ของแบบสอบรายข้อ มีค่าพารามิเตอร์การเดาข้อสอบถูก ( $g$ ) อยู่ระหว่าง 0.000–0.191 ค่าพารามิเตอร์ ความสะเพร่า ( $s$ ) อยู่ระหว่าง 0.000–0.200 และดัชนีอำนาจจำแนกรายข้อ (Item Discrimination Index) อยู่ระหว่าง 0.631–1.000 ในส่วนของการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบทั้งฉบับ มีค่าความเที่ยง ด้วยการคำนวณจากวิธีของลิวิงตัน (Livingston Method) อยู่ระหว่าง 0.873–0.986 และวิธีของโลเวท (Lovett Method) อยู่ระหว่าง 0.816–0.985 ความตรงเชิงเนื้อหาแต่ละฉบับมีค่า IOC อยู่ระหว่าง 0.80–1.00 และความตรงตามสภาพแต่ละฉบับมีค่าสัดส่วนของความสอดคล้องและค่าสถิติแคปปา ( $K$ ) ระหว่าง ผลการวินิจฉัยคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาด้วยโมเดลไอเอเอ็นเอและผลการวินิจฉัยด้วยเทคนิคการคิดออกเสียง อยู่ระหว่าง 0.758–0.882 และ 0.569–0.824 ตามลำดับ โปรแกรมการทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เรื่องการดำเนินการเลขคณิตพื้นฐานสร้างด้วยโปรแกรม Microsoft Visual Studio.NET 2010 วิเคราะห์ผลการวินิจฉัยด้วยโมเดลไอเอเอ็นเอด้วยโปรแกรม R และออกรายงานผลการวินิจฉัยด้วยโปรแกรม Report Viewer 2010 ออกแบบให้มีการทำงาน 2 ส่วน คือ 1) โปรแกรมการทดสอบสำหรับครูเป็นโปรแกรมควบคุม การทดสอบและวิเคราะห์ผลการวินิจฉัย และ 2) โปรแกรมการทดสอบสำหรับนักเรียนเป็นโปรแกรมแบบสอบ ทั้ง 8 ฉบับ มีผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญโดยเฉลี่ยในเรื่องของการทำงาน การออกแบบ ลักษณะทั่วไป และคู่มือการใช้อยู่ในระดับดีมาก ในส่วนของการทดลองใช้พบว่าครูและนักเรียนมีความคิดเห็นต่อการ ใช้โปรแกรม คู่มือการใช้ การออกแบบ และความรู้สึกต่อโปรแกรมอยู่ในระดับมากถึงมากที่สุด

De La Torre and Douglas (2004) ได้นำเสนอผลการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของการทดสอบ เรื่องการลบเศษส่วน จำนวน 20 ข้อ โดยประยุกต์ใช้ DINA Model และ NIDA Model กับตัวอย่าง จำนวน 2,144 คน คุณลักษณะที่ใช้พัฒนาแบบสอบประกอบด้วย 8 คุณลักษณะ ได้แก่ การเปลี่ยน จำนวนเต็มเป็นเศษส่วน การแยกจำนวนเต็มจากเศษส่วน การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายก่อนการลบ การหาตัวส่วนร่วม การยืมจากจำนวนเต็ม การยืมเพื่อลบเศษตัวที่สองจากตัวแรก การลบตัวเศษ และการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ จากนั้นสร้าง Q-Matrix และประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Markov Chain Monte Carlo (MCMC) ผลการวิเคราะห์พบว่าโมเดลมีความสอดคล้องกับข้อมูล เชิงประจักษ์ โดย DINA Model มีสอดคล้องกับข้อมูลมากกว่า NIDA Model สำหรับพารามิเตอร์ ความสะเพร่า ( $S_i$ ) และพารามิเตอร์การเดาข้อสอบถูก ( $g_i$ ) มีค่าน้อยแต่ไม่เท่ากับศูนย์ ซึ่งผลที่ได้ สอดคล้องกับการศึกษาของ Tatsuoka (2002) และมีความสัมพันธ์กันระหว่างความถนัดทั่วไป กับคุณลักษณะเฉพาะแต่ละคุณลักษณะ

Leighton, Gierl and Hunka (2004) ได้ประยุกต์ใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะในเนื้อหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Syllogistic Reasoning) เพื่อแสดงให้เห็นว่าวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะสามารถใช้ในการประเมินความสามารถทางพุทธิปัญญาที่เกี่ยวข้องกับการคิดระดับสูงตามกรอบแนวคิดการใช้เหตุผลเชิงตรรกะตามทฤษฎีโมเดลทางสมองของ Philip Johnson-Laird และได้จำแนกคุณลักษณะในการใช้เหตุผลเชิงตรรกะเป็น 7 คุณลักษณะ ได้แก่ ความสามารถในการแปลความหมายจากเงื่อนไขที่กำหนด ความสามารถในการสร้างโมเดลเบื้องต้นแทนความหมายจากเงื่อนไขที่กำหนด ความสามารถในการสร้างข้อสรุปจากโมเดลเบื้องต้น ความสามารถในการสร้างโมเดลที่ 2 จากเงื่อนไขอื่นๆ ความสามารถในการสร้างข้อสรุปจากโมเดลเบื้องต้นและโมเดลที่ 2 ความสามารถในการสร้างโมเดลที่ 3 และความสามารถในการสร้างข้อสรุปจากการรวมทั้ง 3 โมเดล รวมทั้งมีการจำแนกแบบแผนการตอบที่สังเกตได้จากแบบแผนการตอบที่คาดหวัง

Tatsuoka and Corter (2004) ได้ศึกษาเรื่องแบบแผนการวินิจฉัยเนื้อหาและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการสอบ TIMMS-R จากตัวอย่างนักเรียนเกรด 8 ใน 20 ประเทศ ที่มีวัฒนธรรมและสิ่งแวดล้อมที่แตกต่างกัน โดยประยุกต์ใช้ Rule-Space Model ผลการศึกษาพบว่า มี 23 คุณลักษณะเฉพาะที่ใช้ในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์ โดยจำแนกได้เป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ คุณลักษณะด้านเนื้อหา คุณลักษณะด้านกระบวนการ และคุณลักษณะด้านทักษะ ซึ่งนักเรียนในแต่ละประเทศจะมีคุณลักษณะที่แตกต่างไป

Xin, Xu and Tatsuoka (2004) ได้ใช้ Rule-Space Model ทำการศึกษาถึงความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างคุณภาพของครู ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน และคุณลักษณะทางพุทธิปัญญา ในการสอบคณิตศาสตร์ TIMMS-99 จากตัวอย่างนักเรียนเกรด 8 ใน 4 ประเทศ ซึ่งจากการศึกษาสามารถจำแนกคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาได้เป็น 3 คุณลักษณะ ได้แก่ คุณลักษณะด้านกระบวนการ คุณลักษณะด้านการอ่าน และคุณลักษณะด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์

Templin and Henson (2006) ใช้ข้อมูลจากการศึกษาแนวโน้มของการเสียชีวิตของนักศึกษาในระดับอุดมศึกษาในการประเมินทางจิตวิทยา โดยเก็บข้อมูลจากตัวอย่างจำนวน 593 คน ด้วยแบบวัด GRI ซึ่งมี 41 ข้อ เป็นแบบมาตราประมาณค่า 6 ระดับ จำแนกเป็น 10 คุณลักษณะ จากนั้นประยุกต์ใช้ DINO Model ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Markov Chain Monte Carlo (MCMC) ผลการวิเคราะห์พบว่า DINO Model มีความสอดคล้องกับข้อมูล และข้อมูลที่ได้นำมาใช้ในการวินิจฉัยสำหรับแต่ละคุณลักษณะและชุดของคุณลักษณะแต่ละบุคคลเป็นที่น่าพอใจ

Huebner, Wang and Lee (2009) ได้ประยุกต์ใช้ DINA Model กับ การทดสอบแบบปรับเหมาะด้วยคอมพิวเตอร์ (CAT) ในการสอบ GMAT Focus ซึ่งเป็นเครื่องมือในการสอบวินิจฉัยแบบออนไลน์ จำแนกคุณลักษณะที่ใช้ในการพัฒนาแบบสอบ GMAT ได้เป็น 6 คุณลักษณะ ได้แก่ การแก้ปัญหา ความเพียงพอของข้อมูล เลขคณิต พีชคณิต การใช้จริง และการใช้ทางทฤษฎี ทำการศึกษากับตัวอย่าง

จำนวน 3,776 คน จำนวน 97 ข้อคำถาม โดยวินิจฉัยใน 4 ทักษะ Q-Matrix ที่สร้างขึ้นให้แต่ละข้อ มีเพียงทักษะเดียว ประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วย Expectation Maximization (EM) Algorithm โดยใช้โปรแกรม R ซึ่งผลการวิเคราะห์พบว่า DINA Model มีความสอดคล้องกับข้อมูล

Henson, Templin and Willse (2009) ได้ประยุกต์ใช้ Log-Linear Cognitive Diagnostic Model กับข้อมูลการวัดเรื่องการลบเศษส่วน ซึ่งเก็บข้อมูลจากผู้สอบ 2,144 คน โดย Tatsuoka ในปี 1990 และเปรียบเทียบกับงานวิจัยก่อนหน้าของ Templin, Henson and Douglas (2006) ซึ่งใช้ข้อสอบ จำนวน 13 ข้อ จำแนกเป็น 4 คุณลักษณะ โดยประยุกต์ใช้ DINA Model โดยที่ Log-Linear Cognitive Diagnostic Mode ใช้วิธี Markov Chain Monte Carlo (MCMC) ในการประมาณค่าด้วยโปรแกรม Mplus ผลการวิเคราะห์พบว่าในงานวิจัยเดิมนั้น DINA Model มีความสอดคล้องกับข้อมูล แต่ Log-Linear Cognitive Diagnostic Model ไม่สอดคล้องสำหรับทุกข้อ มีข้อจำกัดที่ Q-Matrix ในบางข้อ และจำนวน พารามิเตอร์รวมในแต่ละข้อมีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในระดับสูง จึงได้เสนอแนะว่าควรมีการพัฒนา การประมาณค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นและความแม่นยำในการประมาณค่า

Jang (2009) ได้ศึกษาเรื่องการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของความสามารถในการอ่าน ทำความเข้าใจด้วยภาษาที่สอง เพื่อประเมินความตรงของการนำการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ไปใช้กับแบบสอบความสามารถในการอ่านทำความเข้าใจด้วยภาษาที่สองที่ไม่ใช่แบบสอบวินิจฉัย และเพื่อให้สารสนเทศเกี่ยวกับความท้าทายและเงื่อนไขของวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา โดยมุ่งเน้นที่ความเชื่อถือได้ของ Fusion Model ลักษณะของผลทักษะการอ่านและความสามารถในการวินิจฉัยของข้อสอบ แบ่งการดำเนินการวิจัยเป็น 3 ระยะ ระยะแรกใช้การคิดออกเสียง ในการกำหนดทักษะในการอ่านทำความเข้าใจ จำนวน 9 ทักษะ และทำการวิเคราะห์ข้อสอบและแบบสอบ ระยะที่สองทำการตรวจสอบลักษณะของโปรไฟล์ทักษะที่ประมาณค่าโดย Fusion Model ซึ่งสอดคล้องกับข้อมูลจากแบบสอบ LanguEdge และระยะสุดท้ายทำการประเมินสารสนเทศเชิงวินิจฉัยจากห้องเรียนโดยให้นักเรียนทำแบบสอบทั้งก่อนและหลังเรียน นอกจากนี้ ยังทำการสัมภาษณ์ สังเกตชั้นเรียน และสำรวจร่วมด้วย เพื่อใช้ในการให้ข้อมูลย้อนกลับ ใช้ตัวอย่างวิจัยจากผู้สอบ LanguEdge ในปี 2002 จำนวน 2,703 คน และผู้ที่อยู่ในหลักสูตรเตรียมสอบ TOEFL ซึ่งประกอบด้วย นักเรียนจำนวน 28 คน และครูจำนวน 3 คน เพื่อประเมินรายงานเชิงวินิจฉัยในระยะสุดท้าย เครื่องมือวิจัย ได้แก่ 1) แบบสอบ LanguEdge โดยใช้ข้อมูลทุกมิติกับ Fusion Model ในระยะที่สอง และใช้ในการประเมินเชิงวินิจฉัยทั้งก่อนและหลังเรียน ในระยะสุดท้าย 2) แบบประเมินตนเอง ของผู้สอบ LanguEdge ซึ่งมีข้อคำถามเกี่ยวกับระดับความมั่นใจในการอ่าน การเขียน และการฟัง 3) แบบสอบถามนักเรียนเพื่อการรายงานเชิงประเมิน ผลการศึกษาได้เสนอแนะว่าวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาสามารถให้สารสนเทศจากการวินิจฉัยเกี่ยวกับระดับของสมรรถนะการอ่าน ได้ละเอียดมากกว่าการให้คะแนนแบบดั้งเดิม และมีหลักฐานเชิงประจักษ์ที่สนับสนุนความเชื่อถือได้

ของกระบวนการโปรไฟล์ทักษะ โมเดลมีความสอดคล้องกับข้อมูล แต่ถ้าปรับปรุงโมเดลเพื่อพัฒนาแบบสอบสำหรับวัตถุประสงค์ที่ไม่มุ่งวินิจฉัย อาจทำให้สูญเสียความสามารถในการวินิจฉัยบางอย่างไป ระหว่างข้อสอบกับระดับความยากที่สุดโต่ง ข้อสอบเหล่านี้จึงไม่จำเป็นต้องให้การประเมินสมรรถนะทักษะของผู้เรียน

Ahmad, Al-Mashari and Al-Lawati (2010) ได้สร้างเครื่องมือสำหรับการประเมินวินิจฉัย โดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นฐานเพื่อช่วยในกระบวนการเรียนการสอน เครื่องมือที่ถูกพัฒนาขึ้นนี้ ทำให้สามารถวิเคราะห์เพื่อสร้างกลุ่มของลักษณะคลาดเคลื่อนของนักเรียนจากคำตอบที่ได้รับ เครื่องมือการเรียนรู้การวินิจฉัยที่ใช้ซอฟต์แวร์แบบกราฟิก (Visual Basic) นอกจากนี้ เครื่องมือที่พัฒนาขึ้นได้จำลองให้เห็นถึงรูปแบบที่คลาดเคลื่อนของผลการทดสอบและสามารถจัดทำแผนปฏิบัติการเพื่อช่วยในกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน การทดสอบที่ทำการสร้างขึ้นของเครื่องมือนี้ ถูกออกแบบในลักษณะที่จะต้องพิจารณาความรู้กระบวนการจริงและแนวคิดของหัวข้อการเรียนรู้ เครื่องมือนี้ จะให้การพิจารณาแง่มุมที่เกี่ยวข้องกับทั้งผู้เรียนและผู้สอน โดยสร้างรายงานการวินิจฉัย เพื่อให้ผู้สอนนำไปใช้ รวมทั้งรายงานให้เห็นถึงการแนะนำเกี่ยวกับการซ่อมเสริมเพื่อเพิ่มศักยภาพในกระบวนการเรียนรู้ในกรณีที่ผู้เรียนประสบความยากลำบากทางการเรียนรู้อย่างมาก

Daniel and Embretson (2010) ได้ศึกษาเรื่องการออกแบบความซับซ้อนทางพุทธิปัญญา (Cognitive Complexity) ในข้อสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem-Solving Items) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการออกแบบปัญหาของคำในวิชาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน (Complex Mathematical Word Problems) ที่พบในการทดสอบขนาดใหญ่ ด้วยการใช้ค่าความยากของข้อสอบในโมเดลทางพุทธิปัญญา และการคัดเลือกคุณลักษณะในโมเดลทางพุทธิปัญญา จะใช้ในการสร้างความผันแปรเชิงโครงสร้าง (Structural Variants) ของข้อสอบ มีรายละเอียดดังนี้

#### 1) ภูมิหลังทางทฤษฎี

ทฤษฎีที่ใช้ในการสร้างโมเดลทางพุทธิปัญญา คือ ทฤษฎีที่พัฒนาโดย Mayer และคณะ ในปี ค.ศ. 1984 ซึ่งเป็นโมเดลที่ใช้กับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายประเภท โมเดลนี้ แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนหลัก ได้แก่ 1) การนำเสนอปัญหา (Problem Representation) เกี่ยวกับการแปลความหมายของปัญหา (Problem Translation) และการรวบรวมปัญหา (Problem Integration) และ 2) การดำเนินการแก้ปัญหา (Problem Execution) เกี่ยวกับการวางแผนในการหาคำตอบ (Solution Planning) และการดำเนินการในการหาคำตอบ (Solution Execution) สำหรับสองขั้นตอนนี้ มีความเชื่อมโยงกัน คือ ในขั้นตอนแรกผู้สอบจะต้องเปลี่ยนจากโจทย์ปัญหาให้เป็นสมการคณิตศาสตร์ จากนั้นนำสมการที่ได้จากการขั้นตอนแรกมาแก้หาคำตอบในขั้นตอนที่สอง (Mayer, Larkin and Kadane, 1984) จากนั้นต่อมาในปี ค.ศ. 2006 Embretson และคณะ ได้ขยายกรอบแนวคิดจากทฤษฎีของ Mayer โดย Embretson ได้เพิ่มขั้นตอนย่อยเข้ามาในขั้นของการดำเนินการแก้ปัญหา คือ ขั้นการตัดสินใจ (Decision)

เพื่อนำมาใช้กับข้อสอบแบบหลายตัวเลือก (Multiple-Choice Items) ซึ่งเป็นการสะท้อนความซับซ้อนที่หลากหลายของตัวลวง (Distractors) (Embretson, 2006) ทั้งนี้ โมเดลนี้สามารถใช้กับข้อสอบที่หลากหลายได้ เนื่องจากความแตกต่างหลัก คือ แหล่งของสมการ กล่าวคือ ถ้าโจทย์ให้สมการมาโดยตรง ขั้นตอนการดำเนินการกับปัญหาจะเป็นแหล่งแรกของค่าความยากในข้อสอบ เนื่องจากขั้นนี้จะต้องผ่านหลายขั้นตอนจึงจะได้คำตอบ แต่ถ้าโจทย์ไม่ได้ให้สมการมาโดยตรง กระบวนการที่จำเป็นในการทำข้อสอบ คือ การแปลความหมายของโจทย์ การระลึก (Recall) หรือการสร้างสมการจากโจทย์ปัญหา หรือถ้าโจทย์ให้มาหลายสมการหรือขั้นตอนการแก้สมการมีความซับซ้อนหลายขั้นตอน ขั้นตอนการดำเนินการกับปัญหา จะดำเนินการอีกครั้งหรือดำเนินการไปเรื่อยๆ จนได้คำตอบที่ถูกต้องในข้อสอบข้อนั้น

### 2) การออกแบบความซับซ้อนทางพุทธิปัญญา

การออกแบบความซับซ้อนทางพุทธิปัญญาแบ่งเป็น 2 ประเด็น คือ 1) การออกแบบความผันแปรทางโครงสร้างของข้อสอบ (Structural Variants of Items) คือ โมเดลข้อสอบ (Item Model) โดยปรับโมเดลข้อสอบให้มีระดับความซับซ้อนทางพุทธิปัญญาแตกต่างกันและโมเดลข้อสอบที่สร้างขึ้นมีความเพียงพอในคุณสมบัติทางจิตมิติ และ 2) การสร้างโมเดลความผันแปรเชิงโครงสร้าง (Modeling Structural Variants) เนื่องจากการศึกษาครั้งนี้ใช้โมเดลข้อสอบ (Item Model) มาเป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมการตอบข้อสอบของนักเรียน ดังนั้น โมเดลการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์เป็นโมเดลที่อยู่ในตระกูลของทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (IRT) ได้แก่ Linear Logistic Test Model (LLTM) และ 2PL-Constrained Model

### 3) วิธีดำเนินการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ ข้อสอบเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้สำหรับการสอบเรียนต่อระดับบัณฑิตศึกษา (Graduate Record Examination: GRE) ซึ่งมีชุดข้อสอบจำนวน 3 ชุด ชุดละ 36 ข้อ รวมทั้งสิ้น 108 ข้อ โดยการคัดเลือกข้อสอบจำนวน 36 ข้อ ในแต่ละชุด คัดเลือกจาก Item Model ที่สร้างขึ้น ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 วิชาจิตวิทยาทั่วไป (General Psychology) จำนวน 405 คน แต่มีนักศึกษาจำนวน 22 คน ที่ทำข้อสอบไม่สมบูรณ์ จึงเหลือตัวอย่างจำนวน 383 คน สำหรับตัวอย่างในครั้งนี้อยู่แบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม ประกอบด้วย กลุ่มที่ 1 จำนวน 132 คน กลุ่มที่ 2 จำนวน 128 คน และกลุ่มที่ 3 จำนวน 123 คน

### 4) ผลการวิจัย

ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบจากแบบสอบทั้งสามฉบับเท่ากับ 20.11 ( $n = 383$ ) ผู้สอบแต่ละคนใช้เวลาในการทำข้อสอบโดยเฉลี่ย 40 วินาทีต่อข้อสอบ 1 ข้อ สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลการตอบข้อสอบของนักศึกษาในครั้งนี้อยู่ได้ใช้โมเดลจำนวน 5 โมเดล ในการประเมินความสอดคล้องของโมเดลข้อสอบทางพุทธิปัญญา (Cognitive Item Family Model) ประกอบด้วย 1) Null Model เป็นโมเดลที่กำหนดให้ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (Item Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Item



Discrimination) เท่ากันทุกข้อ 2) LLTM model เป็นโมเดลที่ประมาณค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อใน Item Model กับความแตกต่างที่ขึ้นอยู่กับคุณลักษณะที่ออกแบบสำหรับความผันแปรเชิงโครงสร้างใน Item Model 3) 2PL-Constrained Model เป็นโมเดลที่ประมาณค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อใน Item Model สำหรับความแตกต่างจะขึ้นอยู่กับคุณลักษณะในการออกแบบข้อสอบ 4) Rasch Model เป็นโมเดลที่ประมาณค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ และ 5) 2-PL Model เป็นโมเดลที่ประมาณค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ ผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ความยากของข้อสอบพบว่า LLTM Model และ 2PL-Constrained Model ที่ใช้วิเคราะห์โมเดลข้อสอบทางพุทธิปัญญา (Cognitive Item Family Model) สามารถทำนายค่าความยากของข้อสอบได้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เมื่อเทียบกับ Null Model

Gierl, Alves and Majeau (2010) ได้ศึกษาการใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method: AHM) เพื่อสร้างการสรุปอ้างอิงเชิงวินิจฉัยเกี่ยวกับความรู้ (Knowledge) และทักษะ (Skills) ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่ออธิบายและประเมินวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะที่ประยุกต์ใช้กับการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในวิชาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3,338 คน จาก 33 โรงเรียน และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 6,184 คน จาก 23 โรงเรียน โดยนักเรียนทุกคนมีความสนใจที่จะเข้าร่วมการทดสอบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ ข้อสอบวินิจฉัยแบบปรนัย 4 ตัวเลือก ที่สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และใช้ระบบการทดสอบแบบคอมพิวเตอร์ออนไลน์ (Online Computer-Based Testing) มีรายละเอียดดังนี้

1) การสร้างโมเดลทางพุทธิปัญญา (Cognitive Model Representation) โมเดลทางพุทธิปัญญาที่พัฒนาขึ้นแบ่งเป็น 2 โมเดล ได้แก่ โมเดลทางพุทธิปัญญาที่ใช้กับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และโมเดลทางพุทธิปัญญาที่ใช้กับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งโมเดลทางพุทธิปัญหานี้สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 3 คน สำหรับเนื้อหาที่ใช้ประกอบด้วย 4 เรื่อง คือ 1) จำนวน (Number) 2) แบบรูปและความสัมพันธ์ (Pattern and Relations) 3) รูปร่างและปริภูมิ (Shape and Space) 4) สถิติและความน่าจะเป็น (Statistics and Probability) ซึ่งทำให้ได้โมเดลทางพุทธิปัญญาในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 26 โมเดล และมีทักษะที่ใช้ในการวินิจฉัยในเชิงลำดับชั้น (Ordered Diagnostic Skills) จำนวน 178 ทักษะ และโมเดลทางพุทธิปัญญาในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 26 โมเดล และมีทักษะที่ใช้ในการวินิจฉัยในเชิงลำดับชั้น (Ordered Diagnostic Skills) จำนวน 150 ทักษะ โดยทั้ง 2 โมเดลได้ใช้โครงสร้างของลำดับชั้นแบบเชิงเส้น (Linear Hierarchy) ซึ่งหมายถึงคุณลักษณะ A1 ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะ A2 และคุณลักษณะ A1 และ A2 ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะ A3 เป็นต้น

2) การพัฒนาข้อสอบ (Item Development) สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จะมีข้อสอบคู่ขนาน (Parallel Items) จำนวน 3 ข้อ ในแต่ละคุณลักษณะ และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จะมีข้อสอบคู่ขนาน (Parallel Items) จำนวน 2-3 ข้อ ในแต่ละคุณลักษณะ การสร้างข้อสอบคู่ขนานหลายข้อ ต่อ 1 คุณลักษณะ เพื่อเพิ่มความเที่ยง (Reliability) ของการประมาณค่าสำหรับการรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัย เนื่องจากโมเดลทางพุทธิปัญญาได้สะท้อนลำดับขั้นของความรู้ (Knowledge) กระบวนการ (Process) และกลยุทธ์ (Strategies) ดังนั้น ข้อสอบที่ใช้วัดทักษะ (Skills) เหล่านี้ในแต่ละระดับ (Level) จะต้องมีความยากที่แตกต่างกัน เช่น โมเดลมีทักษะที่ต้องการวัด จำนวน 5 ทักษะ ข้อสอบจะต้องมีระดับของความยากที่คาดหวัง (Expected Difficulty Levels) หรือสัดส่วนของคะแนนที่ตอบถูก (Proportion Correct Scores: p-values) ถ้ามองในระดับของความยากที่คาดหวังจะสามารถจำแนกระดับความยากได้ 5 ระดับจากง่ายไปยาก ได้แก่ 0.90, 0.70, 0.50, 0.30 และ 0.10 แต่ถ้ามองในรูปของ p-values ระดับความยากของข้อสอบจะอยู่ในช่วงร้อยละ 81 ถึงร้อยละ 100

### 3) ผลการวิจัย

#### 3.1) โมเดลทางพุทธิปัญญาและข้อสอบในแบบสอบเชิงวินิจฉัย

ความสำคัญของการสร้างโมเดลทางพุทธิปัญญา คือ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาข้อสอบเชิงวินิจฉัย ดังเช่นโมเดลทางพุทธิปัญญาในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เกี่ยวกับการนับจำนวนและการขยายลำดับของจำนวน โดยมีคุณลักษณะที่ต้องการวัดทั้งสิ้น 8 คุณลักษณะ จากนั้นนำมาสร้างเป็นข้อสอบเชิงวินิจฉัย

#### 3.2) ความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดล (Model-Data Fit)

การตรวจสอบความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดลเป็นการตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างรูปแบบการตอบข้อสอบที่คาดหวัง (Expected Response Patterns) กับรูปแบบการตอบข้อสอบจริง (Actual Item Response Patterns) ด้วยการใช้ดัชนี HCI<sub>i</sub> ซึ่งเป็นดัชนีที่ใช้วัดระดับของรูปแบบการตอบข้อสอบสังเกตได้ (Observed Examinee Response Pattern) ที่สอดคล้องกับลำดับขั้น ของคุณลักษณะ โดยมีเกณฑ์การพิจารณา คือ ถ้า HCI<sub>i</sub> มากกว่า 0.60 หมายความว่ามีความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดลอยู่ในระดับปานกลาง ถ้า HCI<sub>i</sub> มากกว่า 0.80 หมายความว่ามีความสอดคล้อง ของข้อมูลกับโมเดลอยู่ในระดับสูง โดยที่ HCI<sub>i</sub> มีค่าระหว่าง -1 ถึง 1 (Cui, 2007) สำหรับโมเดลทางพุทธิปัญญาในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากนักเรียนจำนวน 338 คน มีค่าเท่ากับ 0.66 และโมเดลทางพุทธิปัญญาในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากนักเรียนจำนวน 184 คน มีค่าเท่ากับ 0.67 ซึ่งทั้งสองโมเดล มีความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดลอยู่ในระดับปานกลาง

3.3) การให้คะแนนโดยใช้คุณลักษณะเป็นฐาน (Attribute-Based Scoring) และการรายงานเชิงวินิจฉัย (Diagnostic Reporting)

ค่าเฉลี่ย (Mean) ของระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (Attribute Probability Level) ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีค่าอยู่ระหว่าง 0.66-0.97 จากคุณลักษณะ A1 ถึง A8 และเรียงลำดับจากคุณลักษณะที่ง่ายสุดไปยากสุด สำหรับความผันแปร (Variability) ของระดับความน่าจะเป็น

ของคุณลักษณะจะมีค่าเพิ่มขึ้นถ้าคุณลักษณะที่ต้องการวัดเปลี่ยนจากง่ายสุดไปยากสุด สำหรับค่าเฉลี่ย (Mean) ของระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (Attribute Probability Level) ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีค่าอยู่ระหว่าง 0.47-0.98 จากคุณลักษณะ A1 ถึง A5 และเรียงลำดับจากคุณลักษณะที่ง่ายสุดไปยากสุด สำหรับความผันแปร (Variability) ของระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะจะมีค่าเพิ่มขึ้นถ้าคุณลักษณะที่ต้องการวัดเปลี่ยนจากยากสุดไปง่ายสุด ค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (Attribute Probability) จะแสดงการลู่เข้า (Convergence) และการจำแนก (Discriminant) โดยการลู่เข้าพิจารณาจากคุณลักษณะที่อยู่ติดกัน (A1 กับ A2) จะมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูง เนื่องจากโมเดลทางพุทธิปัญญาที่สร้างขึ้นในงานวิจัยนี้ใช้โครงสร้างแบบลำดับชั้นเชิงเส้น (Linear Hierarchy) ดังนั้น ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีค่าสูงมากซึ่งมีสาเหตุมาจากคุณลักษณะที่ต้องการวัดเหล่านี้จะมีความใกล้เคียงกันมาก สำหรับอำนาจจำแนกพิจารณาได้จากคุณลักษณะที่ต้องการวัดจะมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำสำหรับความสัมพันธ์ของคุณลักษณะแบบลู่ออก (Divergent Attributes) หมายถึง คุณลักษณะหนึ่งที่อยู่ห่างจากคุณลักษณะหนึ่งจะมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำ เนื่องจากคุณลักษณะทั้งสองมีส่วนที่ต้องการวัดร่วมกันน้อย สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 การลู่เข้ามีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำสุดเท่ากับ 0.79 (A 1, A2) และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุดเท่ากับ 0.96 (A4, A5 และ A5, A6) การลู่ออกมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุดเท่ากับ 0.79 ไปจนถึงต่ำสุดเท่ากับ 0.38 โดยเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง A1 และ A2 จนถึง A8 ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ลดลงตามลำดับ และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 การลู่เข้ามีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำสุดเท่ากับ 0.69 (A3, A4) และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุดเท่ากับ 0.82 (A2, A3) การลู่ออกมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุดเท่ากับ 0.65 ไปจนถึงต่ำสุดเท่ากับ 0.11 โดยเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง A1 และ A2 จนถึง A5 ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ลดลงตามลำดับ

ข้อดีของวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (AHM) คือ การสนับสนุนการรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายบุคคลด้วยการใช้ค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (Attribute Probability Values) โดยวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะจะให้ข้อมูลที่เป็นรายละเอียดเกี่ยวกับคุณลักษณะที่ใช้วัดในแบบสอบ และระดับความรอบรู้ของคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาของผู้สอบ ซึ่งข้อมูลเชิงวินิจฉัยที่ได้นี้จะเกี่ยวข้องโดยตรงกับการบรรยายคุณลักษณะรายบุคคลของนักเรียนและนำไปสู่การตัดสินใจในการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับนักเรียน

4) ความเที่ยงของคุณลักษณะ (Attribute Reliability) สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ค่าความเที่ยงอยู่ระหว่าง 0.72 (คุณลักษณะ A8) ถึง 0.91 (คุณลักษณะ A1) เนื่องจากจำนวนข้อสอบเชิงวินิจฉัยมีผลต่อค่าประมาณความเที่ยงของคุณลักษณะซึ่งเห็นได้จากคุณลักษณะ A8 ที่วัดโดยตรงด้วยข้อสอบจำนวน 3 ข้อเท่านั้น จึงมีค่าประมาณความเที่ยงต่ำสุดเท่ากับ 0.72 แต่คุณลักษณะ A1 ที่วัดโดยอ้อมด้วยข้อสอบจำนวน 3 ข้อ มีค่าประมาณความเที่ยงสูงสุดเท่ากับ 0.91 เนื่องจากต้องอาศัยคุณลักษณะของข้อสอบข้ออื่นจำนวน 21 ข้อ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ค่าความเที่ยงอยู่ระหว่าง 0.47

(คุณลักษณะ A5) ถึง 0.72 (คุณลักษณะ A1) เนื่องจากจำนวนข้อสอบเชิงวินิจฉัยมีผลต่อค่าประมาณความเที่ยงของคุณลักษณะซึ่งเห็นได้จากคุณลักษณะ A5 ที่วัดโดยตรงด้วยข้อสอบจำนวน 2 ข้อเท่านั้น จึงมีค่าประมาณความเที่ยงต่ำสุดเท่ากับ 0.47 แต่คุณลักษณะ A1 ที่วัดโดยอ้อมด้วยข้อสอบจำนวน 3 ข้อ มีค่าประมาณความเที่ยงสูงสุดเท่ากับ 0.91 เนื่องจากต้องอาศัยคุณลักษณะของข้อสอบข้ออื่นจำนวน 10 ข้อ

Leighton and Others (2010) ได้ศึกษาเรื่องความเชื่อของครู (Teacher Beliefs) เกี่ยวกับข้อมูลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่ได้จากแบบทดสอบที่ใช้ในห้องเรียน (Classroom Tests) เปรียบเทียบแบบทดสอบที่ใช้ในการสอบขนาดใหญ่ (Large-Scale Tests) โดยเป็นการแสดงการรู้เรื่องการประเมิน (Assessment Literacy) ของครู โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจความเชื่อของครูเกี่ยวกับแบบทดสอบที่ใช้ในห้องเรียน และแบบทดสอบที่ใช้ในการสอบขนาดใหญ่ในประเด็นต่อไปนี้ 1) การให้ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการการเรียนรู้ของนักเรียน (Learning Process) 2) ผลของการเรียนรู้ของนักเรียน ที่สำคัญ และ 3) การนำเสนอกลยุทธ์ของการเรียนรู้หรือกลยุทธ์ของการสอบ ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ ครูผู้สอนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบถามเพื่อสำรวจความเชื่อของครูเกี่ยวกับแบบทดสอบที่ใช้ในห้องเรียนและแบบทดสอบที่ใช้ในการสอบขนาดใหญ่ โดยแบบสอบถามแบ่งออกเป็น 2 ตอน ตอนละ 3 ประเด็นที่เกี่ยวกับการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาประกอบด้วย 1) กระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน 2) ผลของการเรียนรู้ที่สำคัญ และ 3) กลยุทธ์ของการเรียนรู้หรือกลยุทธ์ของการสอบ ค่าความเที่ยงระหว่าง 0.737-0.927 ผลการศึกษาพบว่า 1) ครูเชื่อว่าการประเมินผลในห้องเรียนให้ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้มากกว่าการประเมินผลในระดับขนาดใหญ่ 2) ครูเชื่อว่าแบบทดสอบในห้องเรียนมีความสำคัญสำหรับการเรียนรู้มากกว่าแบบทดสอบขนาดใหญ่ และ 3) ครูเชื่อว่าการใช้กลยุทธ์ในการเรียนรู้สามารถช่วยให้นักเรียนเตรียมตัวสอบได้ดีกว่ากลยุทธ์ที่ใช้ในการสอบ

Alan Huebner and Chun Wang (2011) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการจำแนกผู้สอบสำหรับโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในกรณีพิเศษจำกัดเฉพาะโมเดลชั้นแฝง โดยใช้การประมาณค่าด้วยวิธี Maximum Likelihood และ Maximum a Posteriori Classification เปรียบเทียบกับ The Expected a Posteriori Method ซึ่งการจำลองข้อมูลใช้โมเดล DINA ในการประเมินจำแนกให้ถูกต้องแม่นยำ โดยใช้เกณฑ์ที่หลากหลาย

Lee and Corter (2011) ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Bugs or Misconceptions) ในทักษะที่เป็นขั้นตอน มีความยุ่งยาก เนื่องจากธรรมชาติที่เป็นความไม่แน่นอน การศึกษาครั้งนี้ได้เสนอและประเมินวิธีการ ใช้พื้นฐานความน่าจะเป็นที่วินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ในทักษะที่เกี่ยวกับการแสดงการลบที่มีพหุแกวของนักเรียนโดยการใช้เครือข่ายเบย์เซียน วิธีการนี้ยอมรับความสัมพันธ์เครือข่ายเชิงสาเหตุ (Causal Network) ปัจจัยเชิงสาเหตุที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและศึกษาถึงประสิทธิภาพของเครือข่ายซึ่งถูกประเมินโดยใช้สถานการณ์การทดสอบหนึ่งที่ใช้ข้อมูลจากข้อสอบที่มีลักษณะการให้คะแนนแบบถูกต้องหรือไม่ถูกต้อง และการจำลองรูปแบบ

การทดสอบแบบปรนัยที่มีการใช้การวินิจฉัยของคำตอบผิดที่เฉพาะเจาะจง ผลลัพธ์ 4 ประเภทของเครือข่ายเบย์เซียนจะถูกประเมินเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการวินิจฉัยข้อผิดพลาด ทั้งหมด 4 เครือข่ายที่สร้างขึ้นแสดงถึงประสิทธิภาพที่โดยรวมทั้งเครือข่ายที่ง่ายที่สุด ให้อัตราการวินิจฉัยปัญหาโดยรวมของเวลาอย่างน้อยร้อยละ 85 การทำนายที่ดีที่สุด คือ มีเครือข่ายที่ซับซ้อนมากที่สุด ซึ่งอัตราการวินิจฉัยที่ถูกต้องสูงถึงร้อยละ 99 ผลลัพธ์เหล่านี้บ่งชี้ว่าการวินิจฉัยข้อบกพร่องที่มีเสถียรภาพและเชื่อถือได้สามารถทำได้โดยใช้กรอบการทำงานของเครือข่ายเบย์เซียน

Yang, Liao and Huei (2011) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาระบบการประเมินแบบออนไลน์วินิจฉัยโดยใช้ทฤษฎีการตอบสนองระดับสูง (High-Order Item Response Theory: HO-IRT) ด้วยการใช้ข้อสอบแบบเขียนตอบ (Constructed Response Items) ในบริบทของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ระบบจะทำการเก็บข้อมูลกระบวนการแก้ปัญหาของการตอบข้อสอบจากข้อสอบแบบเขียนตอบและการถ่ายทอดกระบวนการในการใช้รหัสในการตอบ เพื่อนำไปใช้วิเคราะห์ลักษณะการตอบกลไกการอนุมานอยู่บนพื้นฐานการสร้าง ได้ดำเนินการกับระบบที่จะวินิจฉัยข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาแบบอัตโนมัติ การตรวจสอบประสิทธิภาพของระบบ "คุณของเศษส่วน" การทดสอบถูกสร้างและบริหารการสอบกับนักเรียนในได้วันจำนวน 158 คน พบว่าค่าเฉลี่ยของความถูกต้องของการจัดหมวดหมู่ข้อบกพร่องดังกล่าวข้างต้นคิดเป็นร้อยละ 97 หมายความว่าระบบที่เสนอจะระบุข้อบกพร่องได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ นอกเหนือจากการแสดงข้อผิดพลาดในการการแก้ปัญหาแล้ว ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบระดับสูง (HO-IRT) ยังถูกนำไปใช้ในการประมาณการโดยรวมและความสามารถทั้งหมดความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการประมาณด้วย ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบระดับสูง และจำนวนของความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์สูง แสดงให้เห็นว่านักเรียนได้เรียนรู้เพิ่มเติมจากความคลาดเคลื่อนของความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง

Cui, Gierl and Chang (2012) ได้พัฒนาดัชนีความสอดคล้องในการจำแนก (Classification Consistency Index) และดัชนี ความถูกต้องในการจำแนก (Classification Accuracy Index) ที่ใช้ในการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา พร้อมทั้งได้แสดงตัวอย่างของการนำดัชนีตัวใหม่ไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงที่ได้มาจากแบบทดสอบ เรื่อง การลบเศษส่วนของ Tatsuoka ในปี ค.ศ. 1990 โดยแบบทดสอบมีจำนวน 20 ข้อ วัดคุณลักษณะทั้งหมด 8 คุณลักษณะ ตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ นักเรียนจำนวน 532 คน นอกจากนี้ ทำการจำลองข้อมูลเพื่อใช้ในการประเมินความสามารถและคุณสมบัติการแจกแจงของดัชนีทั้งสองตัว มีรายละเอียดดังนี้ 1) ดัชนีความสอดคล้องในการจำแนก (Classification Consistency) หมายถึง ระดับของการจำแนกที่ยอมรับบนพื้นฐานของแบบทดสอบ 2) ฉบับที่เป็นอิสระต่อกันหรือแบบทดสอบ 2 ฉบับที่คู่ขนานกัน แทนด้วย  $P_c$  ซึ่งหมายถึงความน่าจะเป็นของความสอดคล้องในการจำแนกนักเรียนที่ถูกเลือกมาอย่างสุ่ม ซึ่ง  $P_c$  จะให้ค่าดัชนีความสอดคล้องของการจำแนกสำหรับแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา 2) ดัชนีความถูกต้องในการจำแนก (Accuracy Consistency)

หมายถึง ระดับของการจำแนกชั้นแฝงของนักเรียนที่อยู่บนพื้นฐานของรูปแบบการตอบข้อสอบเชิงประจักษ์ของนักเรียน (Observed Item Response Patterns) ที่ยอมรับด้วยชั้นแฝงจริงของนักเรียน (True Latent Class) แทนด้วย  $P_a$  ซึ่งหมายถึงความน่าจะเป็นของความถูกต้องในการจำแนกนักเรียนที่ถูกเลือกมาอย่างสุ่ม โดยขึ้นอยู่กับรูปแบบการตอบข้อสอบของนักเรียน ซึ่ง  $P_a$  จะให้ค่าดัชนีความถูกต้องของการจำแนกสำหรับแบบทดสอบเชิงวินิจัยทางพุทธิปัญญา สำหรับผลการนำดัชนีไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงพบว่าแบบทดสอบ เรื่อง การลบเศษส่วน มีความน่าจะเป็นของความสอดคล้องในการจำแนกนักเรียนที่ถูกเลือกมาอย่างสุ่มคิดเป็นร้อยละ 52 และความน่าจะเป็นของความถูกต้องในการจำแนกนักเรียนที่ถูกเลือกมาอย่างสุ่มเข้าไปในชั้นจริง (True Class) คิดเป็นร้อยละ 68 และผลของการประเมินความสามารถของดัชนีทั้งสองตัวจากการจำลองข้อมูลโดยใช้โมเดล DINA เป็นตัวอย่างในการนำเสนอพบว่า ดัชนีทั้งสองตัวสามารถจำแนกได้ดีด้วยแบบทดสอบเชิงวินิจัยที่จำลองขึ้นในสถานการณ์ต่างๆ และคุณสมบัติของการแจกแจงของดัชนีทั้งสองตัวเหมาะสมกับขนาดตัวอย่างประมาณ 100-1,000 คน

Matthias Von Davier and Shelby J. Haberman (2014) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการเปลี่ยนโมเดลการจำแนกวินิจัยโดยวิธีลดหลั่นสู่โมเดลการจำแนกวินิจัยแบบเอกมิติ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อจัดทาสารสนเทศเกี่ยวกับคุณลักษณะของบุคคล เช่น ทักษะและความสามารถ นอกเหนือจากสิ่งที่ปรากฏเป็นผลคะแนนสอบ โดยได้ให้ข้อเสนอแนะว่าควรเริ่มต้นจากโมเดลอย่างง่ายก่อนขยายไปสู่โมเดลที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น

Hung-Yu Huang and Wen-Chung Wang (2014) ศึกษาอิทธิพลสำหรับโมเดล DINA โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อขยายโมเดล DINA โดยใช้อิทธิพลสุ่มอนุญาตให้ผู้สอบมีความน่าจะเป็นของ Slipping Parameter และ Guessing Parameter ที่แตกต่างกันได้ การขยายโมเดล DINA ใน 2 รูปแบบถูกพัฒนาและทดสอบเพื่อใช้แทนองค์ประกอบอย่างสุ่มของ Slipping Parameter และ Guessing Parameter โดยโมเดลรูปแบบแรกสมมติให้ตัวแปรสุ่มสามารถรวมเข้ากับ Slipping Parameter เพื่อให้ผู้สอบมีระดับของการเตือนแตกต่างกัน สำหรับโมเดลรูปแบบที่สอง สมมติให้ความสามารถของผู้สอบสามารถเพิ่มความน่าจะเป็นของการตอบถูกโดยไม่จำเป็นต้องมีความรอบรู้ในทุกคุณลักษณะที่ต้องการวัดของข้อสอบ ผลจากการจำลองข้อมูลบนพื้นฐานของ Markov Chain Monte Carlo Methods แสดงให้เห็นว่าโมเดลพารามิเตอร์และคุณลักษณะโพรไฟล์ความรู้สามารถเชื่อมโยงสัมพันธ์กับโมเดลต้นแบบและการละลายอิทธิพลสุ่มได้สร้างความลำเอียงในการประมาณค่าพารามิเตอร์ นอกจากนี้ยังได้นำแบบทดสอบการลบเศษส่วนมาใช้เป็นตัวอย่างเชิงประจักษ์เพื่อสาธิตการประยุกต์ใช้โมเดลใหม่นี้

Xiaomin Li and Wen-Chung Wang (2015) ทำการศึกษาเกี่ยวกับการประเมินการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบภายใต้แบบทดสอบวินิจัยโดยการประยุกต์ใช้โมเดล DINA เนื่องจากในปัจจุบัน มีผู้พัฒนาการประเมินการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบในบริบททฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิมและทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบจำนวนมาก แต่ยังไม่มีการนำไปประยุกต์ใช้สำหรับโมเดลวินิจัยทางพุทธิปัญญา

การศึกษานี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อปรับประยุกต์ใช้การประเมินการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบ ภายใต้โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญากับกลุ่มผู้สอบมากกว่า 2 กลุ่ม สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ด้วย Markov Chain Monte Carlo Algorithms บนโปรแกรม WinBUGS ผลการจำลองข้อมูล แสดงถึงค่าพารามิเตอร์ที่ดีและประโยชน์ จากการประเมินการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบของวิธีการใหม่ที่เหนือกว่า Wald Method



## 2.3 มโนทัศน์เกี่ยวกับวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method: AHM)

### 2.3.1 ความหมายของวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ

วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะเป็นโมเดลทฤษฎีการตอบสนองทางพุทธิปัญญา (Cognitive Item Response Theory Model) ที่พัฒนาขึ้นเพื่อแก้ข้อจำกัดของ Rule-Space Model โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้การประเมินเชิงวินิจฉัยมีความชัดเจนเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการเรียนการสอนและการพัฒนาผู้เรียนมากขึ้น โดยการกำหนดจำนวนข้อสอบ ลักษณะข้อสอบ และแบบแผนการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง ซึ่งแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีทางพุทธิปัญญา (Cognitive Theory) กับการวัดทางจิตมิติ (Psychometric Practice) (Leighton, Gierl and Hunka, 2000; Gierl, 2007; Gierl, Cui and Zhou, 2009; Roberts and Gierl, 2010; Wang and Gierl, 2011)

ลักษณะสำคัญที่เป็นจุดเด่นของวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ คือ การให้คำจำกัดความของคำว่าคุณลักษณะที่ชัดเจนและกำหนดให้มีการจำแนกคุณลักษณะก่อนการพัฒนาแบบสอบ รวมทั้งการกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับชั้นของคุณลักษณะซึ่งเป็นขั้นตอนสำคัญในการช่วยกำหนดลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ ทำให้การวินิจฉัยจากแบบแผนการตอบข้อสอบนั้นให้สารสนเทศที่เป็นประโยชน์และมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น โดยมีรายละเอียดดังนี้

#### 1. การให้คำจำกัดความและการจำแนกคุณลักษณะ

วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะมีข้อตกลงเบื้องต้นว่าความสามารถของข้อสอบขึ้นอยู่กับกำหนดจำนวนข้อสอบ ลักษณะของข้อสอบ และแบบแผนการตอบข้อสอบจากลักษณะโครงสร้างที่เป็นลำดับชั้นของความรู้หรือทักษะที่ต้องใช้ในการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง ที่เรียกว่าคุณลักษณะ (Attribute) ซึ่งผู้สอบจะต้องมีคุณลักษณะนี้จึงจะตอบข้อสอบได้ถูกต้อง กล่าวคือ คุณลักษณะเป็นกระบวนการทางพุทธิปัญญาหรือทักษะที่ได้รับที่จะใช้แก้ปัญหาในข้อสอบได้ถูกต้อง

Leighton, Gierl and Hunka (2000) กล่าวว่าคุณลักษณะเป็นการบรรยายวิธีการหรือการอธิบายความรู้ที่ต้องใช้ในการทำงานที่มีขอบเขตเฉพาะ แม้ว่าคุณลักษณะจะไม่ใช่วิธีแต่คุณลักษณะก็ช่วยสร้างยุทธวิธี ยิ่งไปกว่านั้นชุดของคุณลักษณะจะถูกจัดเข้าสู่ยุทธวิธีเพื่อสนับสนุนบทบาทในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นทันทีทันใดโดยไม่จำเป็นต้องเป็นกลุ่มยุทธวิธี คุณลักษณะเป็นเอกลักษณ์ที่มีลักษณะเป็นพลวัต (Dynamic) ชุดคุณลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถในเวลาหนึ่งอาจไม่เหมือนชุดคุณลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถในเวลาหนึ่ง ทั้งนี้ อาจเกิดจากพัฒนาการหรือขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนการสอนซึ่งหมายถึง ความก้าวหน้าของนักเรียนจากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่ง เกิดจากการมีพัฒนาการหรือองค์ประกอบด้านการเรียนการสอน คุณลักษณะสำหรับแบบทดสอบสามารถจำแนกได้โดยวิธีการที่แตกต่างกัน เช่น ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ การวิเคราะห์งาน (Task Analysis)



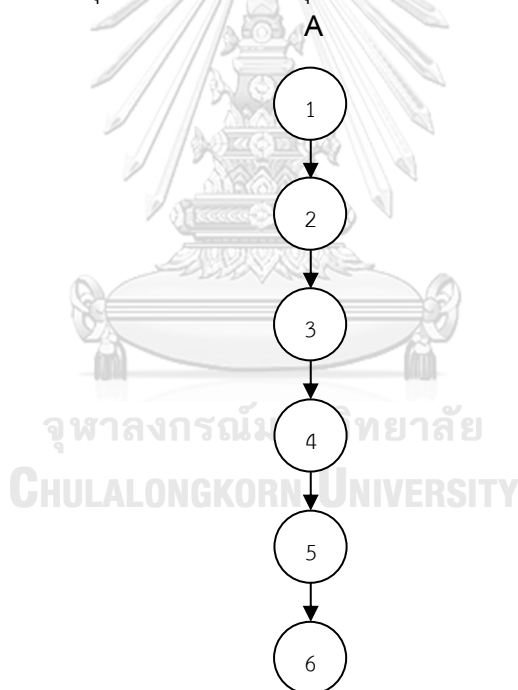
การเขียนตอบของนักเรียน โดยอาจใช้การคิดออกเสียงในการตรวจสอบความตรงของการจำแนกคุณลักษณะ ทั้งจากผู้สอบและข้อสอบเปรียบเทียบกับกลุ่มประชากรเป้าหมาย

## 2. การกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับชั้นของคุณลักษณะ

การกำหนดคุณลักษณะความสัมพันธ์ที่ถูกต้องอาจพิจารณาเชิงประจักษ์จากการให้คำจำกัดความที่ชัดเจนหรือจากการวิเคราะห์เอกสารหรือจากทฤษฎีทางจิตวิทยาพัฒนาการ เช่น จากขั้นพัฒนาการของเพียร์เจย์ เป็นต้น สำหรับโครงสร้างของลำดับชั้น Leighton, Gierl and Hunka (2004) ได้ยกตัวอย่างโครงสร้างของลำดับชั้นอย่างง่ายที่ใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบไว้ 4 รูปแบบ ดังนี้

### 1) ลำดับชั้นเชิงเส้น (Linear Hierarchy)

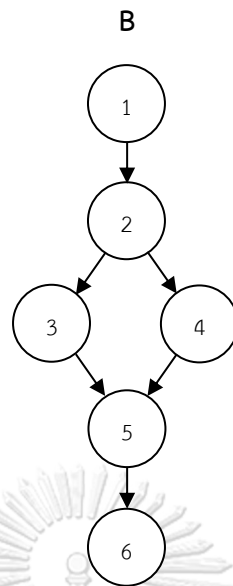
ลำดับชั้นเชิงเส้นมีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะที่เป็นเส้นตรงที่มีจุดสิ้นสุดจุดเดียว ดังโมเดล A แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 คุณลักษณะที่ 2 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 3 คุณลักษณะที่ 3 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 4 คุณลักษณะที่ 4 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 5 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 6 เป็นต้น



ภาพที่ 2.3.1 ลำดับชั้นเชิงเส้น (Linear Hierarchy)

### 2) ลำดับชั้นเชิงลู่ออก (Hierarchy with a Convergent Branch)

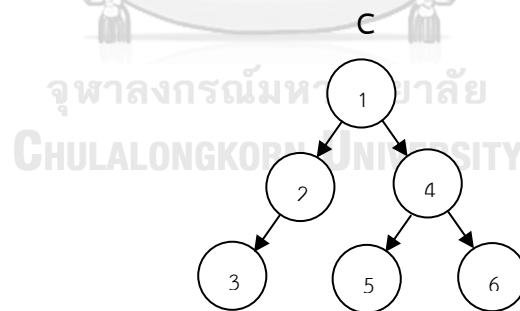
ลำดับชั้นเชิงลู่ออกมีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่แยกออกเป็น 2 ทาง แต่มีจุดสิ้นสุดจุดเดียวกัน ดังโมเดล B แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 คุณลักษณะที่ 2 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 3 และคุณลักษณะที่ 4 แล้วลู่ออกเข้าคุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 5 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 6 เป็นต้น



**ภาพที่ 2.3.2** ลำดับชั้นเชิงลู่เข้า (Hierarchy with a Convergent Branch)

3) ลำดับชั้นเชิงลู่ออก (Hierarchy with a Divergent Branch)

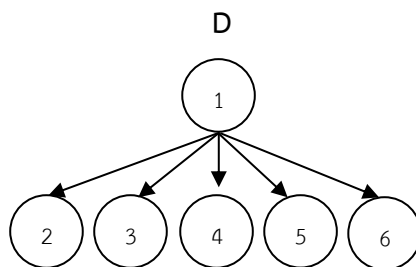
ลำดับชั้นเชิงลู่เข้ามีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่แยกออกเป็น 2 ทาง แต่ไม่ได้มีจุดสิ้นสุดเพียงจุดเดียว ดังโมเดล C แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 และคุณลักษณะที่ 4 คุณลักษณะที่ 2 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 3 และคุณลักษณะที่ 4 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 6 เป็นต้น



**ภาพที่ 2.3.3** ลำดับชั้นเชิงลู่ออก (Hierarchy with a Divergent Branch)

4) ลำดับชั้นแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Hierarchy)

ลำดับชั้นแบบไม่มีโครงสร้างมีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่ไม่มีความสัมพันธ์เดียวจากจุดเริ่มต้นและไม่มีจุดสิ้นสุดเพียงจุดเดียว ดังโมเดล D ซึ่งแสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 คุณลักษณะที่ 3 คุณลักษณะที่ 4 คุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 6 เป็นต้น



ภาพที่ 2.3.4 ลำดับชั้นแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Hierarchy)

ข้อจำกัดของวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ คือ กรณีที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ไม่ตรงกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังได้เลย อาจทำให้การจำแนกแบบแผนการตอบที่สังเกตได้ขาดความชัดเจน วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยโปรแกรม AHM ซึ่งเป็น Research License สามารถติดต่อได้ทาง mark.gierl@ualberta.edu (Rupp and Templin, 2008)

### 2.3.2 การประยุกต์ใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะเพื่อพัฒนาแบบทดสอบและการวินิจฉัย

การประยุกต์ใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะเพื่อพัฒนาแบบทดสอบและการวินิจฉัยมี 7 ขั้นตอน ดังนี้

#### 1. ระบุลักษณะและความสัมพันธ์เชิงลำดับชั้นที่มีลักษณะเฉพาะ

นักพัฒนาแบบทดสอบต้องทำความเข้าใจกระบวนการทางพุทธิปัญญาที่จะใช้วัดกลุ่มผู้สอบที่มีลักษณะเฉพาะให้ชัดเจน ให้คำจำกัดความของคุณลักษณะอย่างรอบคอบ กำหนดความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับชั้นและนำเสนอลำดับชั้นโดยใช้โครงสร้างรูปต้นไม้ (Tree Structure) บางครั้งเรียกว่า โครงสร้างเครือข่าย (Network Structure) ความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับชั้นในข้อสอบแต่ละข้อจะต้องนำเสนอเพื่อให้ผู้สอบตอบข้อสอบอย่างไม่มีสับสน แม้ว่าจะมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างคุณลักษณะที่ทำได้กับลำดับที่นำเสนอให้ทำภายในเฉพาะแต่ละข้อ เช่น ยุทธวิธีในการนำเสนอจะต้องไม่มี 2 มโนทัศน์ในแต่ละข้อ ต้องวิเคราะห์และระบุลักษณะทางพุทธิปัญญาอย่างชัดเจน สมเหตุสมผล และเป็นไปตามหลักจิตวิทยา ทั้งนี้ ควรกำหนดคุณลักษณะที่เป็นจุดเริ่มต้นซึ่งเป็นที่ต้องมีมาก่อนสำหรับคุณลักษณะทั้งหมดจากจุดเดียวกัน เพื่อช่วยให้นักพัฒนาแบบทดสอบตระหนักถึงคุณลักษณะเริ่มต้นที่ผู้สอบทุกคนต้องมี

#### 2. กำหนดเมทริกซ์เพื่อใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบ

การกำหนดเมทริกซ์เพื่อใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบมีรายละเอียดดังนี้

2.1 กำหนด Binary Adjacency Matrix (A) เพื่อแสดงความสัมพันธ์ทางตรงระหว่างคุณลักษณะ โดยกำหนดให้ Matrix (A) มีขนาด  $k \times k$  เมื่อ  $k$  แทนจำนวนคุณลักษณะ หมายเลข 1 ณ ตำแหน่ง  $(j, k)$  ในเมทริกซ์จะบ่งบอกถึงการมีความสัมพันธ์ทางตรงระหว่างคุณลักษณะที่  $j$  ในลักษณะการเป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่  $k$  ดังโมเดล C สามารถเขียนเป็นเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

จากโมเดล C และเมทริกซ์ (A) แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 และคุณลักษณะที่ 4 เห็นได้จากตำแหน่งของสมาชิกในเมทริกซ์ (1, 2) และ (1, 4) แทนด้วยหมายเลข 1 คุณลักษณะที่ 2 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 3 เห็นได้จากตำแหน่งของสมาชิกในเมทริกซ์ (2, 3) แทนด้วยหมายเลข 1 และคุณลักษณะที่ 4 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 6 เห็นได้จากตำแหน่งของสมาชิกในเมทริกซ์ (4, 5) และ (4, 6) แทนด้วยหมายเลข 1

2.2 กำหนด Reach Ability Matrix (R) เพื่อแสดงความสัมพันธ์ทางตรงและทางอ้อมระหว่างคุณลักษณะ โดยกำหนดให้ Matrix (R) มีขนาด  $k \times k$  เมื่อ  $k$  แทนจำนวนคุณลักษณะ Matrix (R) จะบ่งบอกเงื่อนไขในโครงสร้างของลำดับชั้น เป็นประโยชน์ในการกำหนดชุดย่อยของข้อคำถามคำนวณจากสูตร  $R = (A + I)^n$  เมื่อ  $n$  แทนจำนวนเต็มและ  $I$  แทนเมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) จาก Matrix (A) ในข้อ 1) โดยกำหนดเป็น Matrix (R) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

แถวที่ 1 หมายถึง คุณลักษณะที่ 1 ต้องมีมาก่อนทุกคุณลักษณะ

แถวที่ 2 หมายถึง คุณลักษณะที่ 2 ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 และ 3

แถวที่ 3 หมายถึง คุณลักษณะที่ 3 ไม่ได้เป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะใด

แถวที่ 4 หมายถึง คุณลักษณะที่ 4 ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 4, 5 และ 6

แถวที่ 5 หมายถึง คุณลักษณะที่ 5 ไม่ได้เป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะใด

แถวที่ 6 หมายถึง คุณลักษณะที่ 6 ไม่ได้เป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะใด

2.3 กำหนด Incidence Matrix (Q) เพื่อแสดงชุดของข้อสอบและคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการทำข้อสอบแต่ละข้อให้ถูกต้อง ชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้มีขนาดเท่ากับ  $2^k - 1$  และเมทริกซ์ (Q) มีขนาดเท่ากับ  $(k, i)$  เมื่อ  $k$  แทนจำนวนคุณลักษณะ และ  $i$  แทนจำนวนข้อสอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากเมทริกซ์ (R) ในข้อ 2) สามารถกำหนดเป็นเมทริกซ์ (Q) ได้ดังนี้

```

1010101010101010101010101010101010101010101010101010101010101010101010101010101010101
011001100110011001100110011001100110011001100110011001100110011001100110011001100110011
0001111000011110000111100001111000011110000111100001111000011110000111100001111
00000001111111100000000111111111000000001111111110000000011111111100000000111111111
00000000000000011111111111111110000000000000001111111111111111111111111111111111111
00000000000000000000000000000001111111111111111111111111111111111111111111111111111

```

จากเมทริกซ์ข้างต้นแสดงให้เห็นว่าชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้มีจำนวน 63 ข้อ และมีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการตอบข้อสอบให้ถูกต้องจำนวน 1 ถึง 6 คุณลักษณะในแต่ละข้อ โดยจะมีจำนวนและคุณลักษณะที่ใช้ในการตอบข้อสอบแตกต่างกันไป เช่น ในคอลัมน์ที่ 1 ต้องใช้คุณลักษณะที่ 1 เพียงคุณลักษณะเดียวในการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง เช่นเดียวกับคอลัมน์ที่ 2 ที่ต้องใช้คุณลักษณะที่ 2 เพียงคุณลักษณะเดียวในการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง สำหรับคอลัมน์ที่ 3 ต้องใช้คุณลักษณะที่ 1 และ 2 ในการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง

2.4 กำหนด Reduce Matrix ( $Q_r$ ) เพื่อลดจำนวนชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้ตามเงื่อนไขโครงสร้างลำดับขั้นที่กำหนด จากเมทริกซ์ ( $Q$ ) แสดงให้เห็นว่าจำนวนชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้อาจจะมีมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับจำนวนคุณลักษณะ ซึ่งถึงแม้ว่าคุณลักษณะจะมีจำนวนไม่มาก แต่ชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้อาจมีจำนวนมาก เช่น ข้อ 3) มีจำนวนคุณลักษณะ 6 คุณลักษณะ แต่มีข้อสอบที่เป็นไปได้ถึง 63 ข้อ ดังนั้น เพื่อให้ข้อสอบมีจำนวนลดลงและมีลักษณะของข้อสอบที่มีความเฉพาะมากขึ้น ในการกำหนดชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้อย่างมีประสิทธิภาพได้โดยการนำเงื่อนไขโครงสร้างของลำดับขั้นมาพิจารณาและตัดข้อสอบที่ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขออกไป เช่น จากเมทริกซ์ ( $Q$ ) ในข้อ 3) สามารถลดข้อสอบตามเงื่อนไขโครงสร้างของลำดับขั้นเหลือเพียง 15 ข้อ แสดงใน Matrix ( $Q_r$ ) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{bmatrix}$$

### 3. พัฒนาแบบทดสอบ

การพัฒนาแบบทดสอบ ดำเนินการโดยสร้างข้อสอบให้มีการใช้คุณลักษณะตามที่กำหนด

### 4. กำหนดแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง (Expected Item Response Pattern)

คะแนนรวม (Total Score) และคุณลักษณะของผู้สอบในแต่ละแบบแผนการตอบข้อสอบ

จาก Matrix ( $Q_r$ ) ในข้อ 4) สามารถกำหนดแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง คะแนนรวม และคุณลักษณะของผู้สอบได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2.3.1 เมทริกซ์การตอบข้อสอบที่คาดหวัง คะแนนรวม และคุณลักษณะของผู้สอบ สำหรับชุดของผู้สอบจำนวน 15 คน จากพื้นฐานโครงสร้างของลำดับชั้นในโมเดล C

ผู้สอบ	เมทริกซ์การตอบข้อสอบที่คาดหวัง	คะแนนรวม	คุณลักษณะของผู้สอบ
1	100000000000000	1	100000
2	110000000000000	2	110000
3	111000000000000	3	111000
4	100100000000000	2	100100
5	110110000000000	4	110100
6	111111000000000	6	111100
7	100100100000000	3	100110
8	110110110000000	6	110110
9	111111111000000	9	111110
10	100100000100000	3	100101
11	110110000110000	6	110101
12	111111000111000	9	111101
13	100100100100100	5	100111
14	110110110110110	10	110111
15	111111111111111	15	111111

5. นำแบบสอบไปใช้ทดสอบนักเรียน

6. ประมาณค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อสอบ (Estimating Probability of Item Response) การประมาณค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อสอบแต่ละข้อจากแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังโดยใช้ดัชนีความสอดคล้องกับบุคคล (Person-Fit Indices) จากโอกาสในการตอบข้อสอบได้ถูกต้อง ใช้โมเดลทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (IRT Model) ซึ่งจะให้ได้ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ (a) และค่าความยากของข้อสอบ (b) กรณีที่ใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์

7. จำแนกแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้

การจำแนกแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้มีขั้นตอนดังนี้

7.1 การจำแนกเบื้องต้น (Preliminary Classification)

วิธีนี้ใช้การเปรียบเทียบแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้กับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังทั้งหมดและคำนวณค่าความเป็นไปได้สูงสุดที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้

จะสอดคล้องกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังไว้ ถ้ามีความเป็นไปได้สูงสุดที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังแบบใด แสดงว่าแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้นั้นมีคุณลักษณะของผู้สอบตามแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังนั้นกำหนด เช่น นาย ก. มีแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้เป็น 11110000000000 เมื่อนำไปเปรียบเทียบกับคำนวณหาความเป็นไปได้สูงสุดเท่ากับ 0.5 ที่ระดับความสามารถเท่ากับ -0.5 ตรงกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง 11100000000000 ซึ่งมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น 1 จุด และมีคุณลักษณะของผู้สอบเป็น 111000 แสดงว่า นาย ก. จัดให้อยู่ในกลุ่มที่มีคุณลักษณะที่ 1, 2 และ 3 เป็นต้น แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ในการจำแนกเบื้องต้นมีรายละเอียดดังนี้

1) คำนวณโอกาสในการเกิดความคลาดเคลื่อนจาก  $1 \rightarrow 0$  และจาก  $0 \rightarrow 1$  เพื่อคำนวณความเป็นไปได้สูงสุดที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้จะสอดคล้องกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง โดยกำหนดให้  $d_j = V_j - X$  เมื่อ  $d_j$  แทนความแตกต่างระหว่างแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้  $V_j$  แทนแบบแผนการตอบข้อสอบที่  $j$  สำหรับข้อสอบ  $n$  ข้อ และ  $X$  แทนแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ซึ่งมีจำนวนข้อเท่ากับ  $V_j$  ถ้า  $d=0$  หมายถึง ไม่มีความคลาดเคลื่อน  $d=-1$  หมายถึง มีความคลาดเคลื่อนจาก  $0 \rightarrow 1$  และ  $d=1$  หมายถึง มีความคลาดเคลื่อนจาก  $1 \rightarrow 0$

2) คำนวณค่าความน่าจะเป็นที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้จะจัดอยู่ในแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง โดยการรวมโอกาสของความคลาดเคลื่อนที่จะตอบถูกเมื่อควรตอบผิดและโอกาสของความคลาดเคลื่อนที่จะตอบผิดเมื่อควรตอบถูก ด้วยหลักการของ Boolean Algebra โดยกำหนดให้

$$P_{jExpected}(\theta) = \prod_{k=1}^K P_{jk}(\theta) \prod_{m=1}^M (1 - P_{jm}(\theta))$$

เมื่อ  $P_{jk}(\theta)$  แทนโอกาสของความคลาดเคลื่อนที่จะตอบถูกเมื่อควรตอบผิด

$1 - P_{jm}(\theta)$  แทนโอกาสของความคลาดเคลื่อนที่จะตอบผิดเมื่อควรตอบถูก

## 7.2 การตรวจสอบการจำแนกเบื้องต้น (Verification of Preliminary Classification)

การจำแนกเบื้องต้นบางครั้งให้ค่าความน่าจะเป็นต่ำมากและจำแนกได้ไม่สอดคล้องกับโครงสร้างของลำดับชั้น เช่น นาย ก. มีแบบแผนการตอบที่สังเกตได้เป็น 11111111101 เมื่อนำไปคำนวณหาความเป็นไปได้พบว่ามีความเป็นไปได้สูงสุดเท่ากับ 0.0318 ที่ระดับความสามารถเท่ากับ 2.37 ตรงกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง 11111111111 ซึ่งมีความคลาดเคลื่อน 1 จุด และมีคุณลักษณะของผู้สอบเป็น 111111 แสดงว่า นาย ก. จัดให้อยู่ในกลุ่มที่มีคุณลักษณะครบทุกข้อ ซึ่งในความเป็นจริงไม่ได้เป็นเช่นนั้น เนื่องจากนาย ก. ตอบข้อสอบได้ไม่ถูกต้องทุกข้อ ทำให้การจำแนก

ไม่ตรงกับข้อมูลจริงจึงต้องใช้การตรวจสอบการจำแนกเบื้องต้นโดยการตรวจสอบความสมเหตุสมผล (Logically) ของแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังทั้งหมดกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ ถ้าแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังมีความสมเหตุสมผลกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ แสดงว่าผู้สอบมีคุณลักษณะตามแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังนั้น แต่ถ้าตรวจสอบแล้วพบว่า ไม่สมเหตุสมผลกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังใดจึงคำนวณค่าความน่าจะเป็น เช่น แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ของนาย ก. เป็น 111111111101 เมื่อเปรียบเทียบกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังจำนวน 16 แบบแผน พบว่ามีความคลาดเคลื่อนที่ไม่สมเหตุสมผลเกิดขึ้น 2 แบบแผน ได้แก่ แบบแผนที่ 14 คือ 110110110110110 และแบบแผนที่ 15 คือ 111111111111111 ซึ่งพบว่า เกิดความคลาดเคลื่อนจากในข้อที่ 14 จำนวน 1 จุด เมื่อคำนวณค่าความน่าจะเป็น พบว่าแบบแผนที่ 14 มีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.6835 ที่ระดับความสามารถ 1.54 มีคุณลักษณะของผู้สอบเป็น 110111 ส่วนแบบแผนที่ 15 มีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.0318 ที่ระดับความสามารถ 2.37 มีคุณลักษณะของผู้สอบเป็น 111111 ดังนั้น แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ของนาย ก. จึงมีความเป็นไปได้ที่จะสอดคล้องกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังแบบแผนที่ 14 มากกว่าแบบแผนที่ 15 โดยสอดคล้องกับแบบแผนที่ 14 มากที่สุด แต่มีคุณลักษณะไม่ครบกำหนดตามแบบแผนที่ 15 หมายถึง นาย ก. มีคุณลักษณะตามแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังตั้งแต่แบบแผนที่ 1 ถึงแบบแผนที่ 14 โดยสอดคล้องกับแบบแผนที่ 14 มากที่สุดแต่มีคุณลักษณะไม่ครบตามที่กำหนดในแบบแผนที่ 15



## 2.4 มโนทัศน์เกี่ยวกับการให้ข้อมูลย้อนกลับ (Feedback)

### 2.4.1 ความหมายของการให้ข้อมูลย้อนกลับ

การให้ข้อมูลย้อนกลับเป็นการให้ข้อมูลผ่านข้อความ เสียง หรือรูปภาพ หลังจากการตอบสนองของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้ทราบว่าผลการตอบถูกต้องหรือไม่ อีกทั้งยังทำให้ทราบความก้าวหน้าของตนเอง นำไปสู่การทำความเข้าใจ แก้ไขปรับปรุงจุดบกพร่องในกรณีที่คำตอบนั้นผิด และเป็นการส่งเสริมแรงจูงใจแก่ผู้เรียน การให้ข้อมูลย้อนกลับถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของการประเมินความก้าวหน้าในการเรียนของผู้เรียน วัตถุประสงค์หลักของการให้ข้อมูลย้อนกลับ คือ การลดช่องว่างระหว่างความสามารถในปัจจุบัน กับความสามารถที่ปรารถนาของผู้เรียน (Hattie and Timperley, 2007) ข้อมูลย้อนกลับที่มีประสิทธิภาพต้องตอบคำถามหลัก 3 ข้อ ได้แก่ 1) อะไรคือเป้าหมาย 2) ทำอย่างไรให้ไปถึงเป้าหมายนั้น และ 3) อะไรคือสิ่งที่ควรทำต่อไป ทั้งนี้ ผู้เรียนควรทราบถึงมาตรฐานการเรียนรู้หรือวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้โดยนำมาเปรียบเทียบกับทักษะหรือความสามารถที่ตนมีอยู่เพื่อให้สามารถปฏิบัติให้ใกล้เคียงกับมาตรฐานการเรียนรู้หรือวัตถุประสงค์ให้มากที่สุด

จากงานวิจัยที่ได้ศึกษาว่าในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน 3 สถานการณ์ ได้แก่ 1) การเรียนเพียงอย่างเดียว 2) การทดสอบเพียงอย่างเดียว และ 3) การทดสอบรวมกับการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน พบว่า สถานการณ์ที่ช่วยส่งเสริมและกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี คือ การทดสอบรวมกับการให้ข้อมูลย้อนกลับ ซึ่งให้ประโยชน์มากกว่าการเรียนหรือการทดสอบเพียงอย่างเดียว (Amanda Lipko-Speeda, 2014) เพราะการทดสอบเพียงอย่างเดียวนั้นผู้เรียนจะไม่สามารถทราบถึงคำตอบหรือวิธีการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องจนกว่าครูจะเฉลยคำตอบซึ่งอาจใช้ระยะเวลาอันยาวนานเป็นวัน เป็นสัปดาห์ หรือเป็นเดือน ซึ่งไม่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง (Adam M. Persky, 2008; John Dunlosky, 2015) ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงเล็งเห็นความสำคัญของการทดสอบที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับร่วมด้วย

### 2.4.2 รูปแบบของการให้ข้อมูลย้อนกลับ

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้ข้อมูลย้อนกลับในการสอบสามารถจำแนกออกเป็นรูปแบบที่แตกต่างกัน โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาจัดกลุ่มของรูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับจำนวน 5 เกณฑ์ ได้แก่ รูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่จำแนกตาม 1) ผลต่อแรงจูงใจ 2) ระยะเวลาการให้ข้อมูลย้อนกลับ 3) จำนวนครั้งหรือความถี่ในการให้ข้อมูลย้อนกลับ 4) รูปแบบการนำเสนอของการให้ข้อมูลย้อนกลับ และ 5) แหล่งที่มาของข้อมูลย้อนกลับ โดยแต่ละรูปแบบมีรายละเอียดดังนี้

## 1. รูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีผลต่อแรงจูงใจ

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบของการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีผลต่อแรงจูงใจ สามารถจำแนกออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบจูงใจหรือเสริมแรง (Motivational Feedback) การให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงบวก (Positive Feedback) และการให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงลบ (Negative Feedback) โดยแต่ละประเภทมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 1.1 การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบจูงใจหรือเสริมแรง (Motivational Feedback)

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบจูงใจหรือเสริมแรงของ Cater (1984); Cohen (1985) และ สุกัญญา นิมานันท์ (2531) ได้ให้ความหมายของการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบจูงใจหรือเสริมแรงว่าเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับในรูปของการชมเชยหรือการให้รางวัล เพื่อเสริมแรงให้ผู้เรียนเกิดความคงทนในการจำและสร้างกำลังใจในการเรียนลำดับต่อไป การให้ข้อมูลย้อนกลับในลักษณะนี้ไม่มีการลงโทษต่อคำตอบที่ผิด

### 1.2 การให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงบวก (Positive Feedback)

การให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงบวก มีความแตกต่างการพูดเยินยอ (Praise) หรือคำชม เนื่องจากการเยินยอเป็นการพูดชื่นชมแต่ไม่ได้บอกถึงจุดดีหรือพฤติกรรมที่กระทำว่าดีอย่างไร แต่การให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงบวก คือ การบรรยายหรืออธิบายถึงพฤติกรรมต่างๆ ของผู้ที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับว่ามีพฤติกรรมที่ดีอย่างไร สิ่งใดเป็นการกระทำที่ถูกต้องเหมาะสม เพื่อให้ผู้ที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับเกิดแรงจูงใจที่จะปฏิบัติพฤติกรรมนั้นอย่างต่อเนื่องและควรที่จะให้อย่างต่อเนื่องและชัดเจน แต่หากผู้สอนไม่ให้อข้อมูลย้อนกลับในเชิงบวกแก่ผู้เรียน อาจส่งผลให้พฤติกรรมนั้นๆ ไม่ได้รับการปฏิบัติอย่างต่อเนื่อง เพราะไม่ทราบว่าเป็นพฤติกรรมที่ถูกต้องเหมาะสม หรือท้อแท้หมดกำลังใจในการปฏิบัติ เนื่องจากทำแล้วไม่มีใครรับรู้ ไม่มีใครเห็น หรือไม่แน่ใจว่าพฤติกรรมนั้นๆ สมควรกระทำหรือไม่

### 1.3 การให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงลบ (Negative Feedback)

จกวรรณ มุสิกทอง และพิจิตร เล็กดำรงกุล (2556) ได้ให้ความหมายของการให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงลบ (Negative Feedback) ว่าเป็นการอธิบายพฤติกรรมของตัวบุคคลที่จำเพาะเจาะจงว่าผู้เรียนทำเรื่องนั้นๆ ที่ไม่ได้เป็นไปตามที่คาดหวังหรือตามที่ควรจะเป็นได้ไม่เหมาะสมอย่างไร โดยกล่าวเฉพาะพฤติกรรมเรื่องนั้นๆ เพียงอย่างเดียว มิใช่ตัวตนของผู้เรียน พร้อมทั้งบอกแนวทางที่จำเพาะในการปรับปรุงแก้ไข เพื่อก่อให้เกิดการปรับปรุงในทางที่ดีขึ้น ไม่ปฏิบัติพฤติกรรมนั้นอีก ซึ่งการให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงลบแตกต่างจากการตำหนิหรือดุด่า ซึ่งการตำหนิ (Criticism) เป็นการพูดที่ตำหนิตัวบุคคลโดยไม่บอกทางออกว่าจะต้องไปปรับปรุงแก้ไขอย่างไร ทำให้ผู้เรียนสูญเสียความมั่นใจในตนเอง นอกจากนี้ การละเลยการให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงลบ ก็จะทำให้พฤติกรรมที่ไม่ถูกต้องคงอยู่ต่อไป ผู้เรียนจะไม่ทราบถึงข้อบกพร่องและเกิดความเข้าใจผิดว่าสิ่งที่ปฏิบัตินั้นคือสิ่งที่ถูกต้อง

จากรูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีผลต่อแรงจูงใจซึ่งสามารถจำแนกออกเป็น 3 รูปแบบที่แตกต่างกัน สามารถยกตัวอย่างเพื่อเปรียบเทียบให้เข้าใจได้ง่ายดังตารางที่ 2.4.1

ตารางที่ 2.4.1 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างรูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีผลต่อแรงจูงใจ

รูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับ	ความหมาย	ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับ
1. การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบเสริมแรง	การชมเชยหรือการให้รางวัล	นักเรียนเก่งมากนะ
2. การให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงบวก	ให้ข้อมูลที่ถูกต้อง ให้กำลังใจ สนับสนุนปัจจัย ช่วยแก้ไขปัญหา	นิสิตบอกวิธีประเมินผู้ป่วยได้ครบ และมีเหตุผลสนับสนุนดีมาก
3. การให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงลบ	ตักเตือน แจ้งเงื่อนไขผลกระทบ บทลงโทษกรณีไม่ปฏิบัติ	นิสิตลืมขั้นตอนการฉีดยา ทาง NSS lock และผสมยาไม่คล่อง

## 2. รูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่จำแนกตามระยะเวลาการให้ข้อมูลย้อนกลับ

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบของการให้ข้อมูลย้อนกลับที่จำแนกตามระยะเวลาการให้ข้อมูลย้อนกลับ สามารถจำแนกออกเป็น 2 ประเภท คือ การให้ข้อมูลย้อนกลับในภายหลังหรือการให้ข้อมูลย้อนกลับล่าช้า (Delayed Feedback) และการให้ข้อมูลย้อนกลับทันที (Immediate Feedback) โดยแต่ละประเภทยังมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 2.1 การให้ข้อมูลย้อนกลับในภายหลังหรือการให้ข้อมูลย้อนกลับล่าช้า (Delayed Feedback)

การให้ข้อมูลย้อนกลับในภายหลังหรือการให้ข้อมูลย้อนกลับล่าช้าเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับภายหลังจากที่ผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมหรือตอบคำถามจนครบ (Neha Sinhaa, 2015) ขณะที่ Iron (2008, อ้างถึงในดาวเรือง ลุมทอง, 2553) ได้กล่าวว่า การให้ข้อมูลย้อนกลับประเภทนี้ มีผลเท่ากับการไม่ให้ข้อมูลย้อนกลับเลย

### 2.2 การให้ข้อมูลย้อนกลับทันที (Immediate Feedback)

การให้ข้อมูลย้อนกลับทันทีเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับภายหลังจากที่ผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมที่คาดหวังทันที (Neha Sinhaa, 2015) เช่น การให้ข้อมูลย้อนกลับทันทีหลังจากการตอบข้อสอบ การเขียนบรรยาย การพูด เพื่อให้เกิดการพัฒนาและปรับปรุงเปลี่ยนแปลงตลอดจนทราบจุดอ่อนจุดแข็งของตนเองในความรู้ที่ได้เรียนไป

### 3. รูปแบบการให้ข้อมูลที่จำแนกตามระดับของรายละเอียดในการให้ข้อมูล

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบของการให้ข้อมูลย้อนกลับที่จำแนกตามระดับของรายละเอียดในการให้ข้อมูล สามารถจำแนกออกเป็น 5 ประเภท ได้แก่ การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบบอกผลการกระทำ (Knowledge of Result Feedback; KOR) การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบบอกคำตอบที่ถูกต้อง (Corrective Feedback หรือ Knowledge of Corrective Result Feedback; KCR) การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียด (Elaborated Feedback) การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบชี้แนะ (Directive Feedback) และการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบผสม (Mixed Feedback) โดยแต่ละประเภทมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 3.1 การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบบอกผลการกระทำ (Knowledge of Result Feedback; KOR)

การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบบอกผลการกระทำเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบเฉลยคำตอบ (Correct/Incorrect Message) ซึ่งจะบอกผู้เรียนว่าคำตอบของผู้เรียนถูกหรือผิด

#### 3.2 การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบบอกคำตอบที่ถูกต้อง (Corrective Feedback หรือ Knowledge of Corrective Result Feedback; KCR)

การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบบอกคำตอบที่ถูกต้องเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับที่ให้ข้อมูลและคำอธิบายเกี่ยวกับการกระทำของผู้เรียนว่าถูกหรือผิด พร้อมทั้งบอกแนวทางที่ถูกต้องให้กับผู้เรียน

#### 3.3 การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียด (Elaborated Feedback)

การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียดเป็นการบอกข้อมูลผลการตอบคำถามของผู้เรียนว่ามีความถูกต้องหรือไม่ อีกทั้งยังบอกขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างละเอียดและหลากหลายวิธี เพื่อให้ผู้เรียนนำไปใช้ในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องหรือความเข้าใจผิด อันจะเพิ่มเติมความรู้ให้ผู้เรียน ประกอบการตัดสินใจของผู้เรียน โดยการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียดจะเป็นการให้ข้อมูลที่อธิบายว่าทำไมคำตอบที่ถูกต้องจึงถูก หรือทำไมคำตอบที่ผิดจึงผิด การให้ข้อมูลย้อนกลับรูปแบบนี้มีรูปแบบที่ซับซ้อน (Complex Forms) ซึ่งอาจใช้การอธิบาย (Explain) การชี้แนะ (Direct) หรือการกำกับติดตาม (Monitor)

ในการเลือกใช้รูปแบบของข้อมูลย้อนกลับควรพิจารณาเนื้อหาของการเรียนรู้ร่วมด้วย โดยจากงานวิจัยพบว่า การให้ข้อมูลย้อนกลับอย่างละเอียดนั้นควรพิจารณาร่วมกับระดับความรู้ที่ต้องการวัดว่าลึกซึ้งมากน้อยเพียงใด หากเป็นความรู้ที่ต้องอาศัยความเข้าใจอย่างลึกซึ้งก็ควรเลือกใช้การให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีความละเอียดมากขึ้นจึงจะทำให้การให้ข้อมูลย้อนกลับมีความเหมาะสมกับสถานการณ์และมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น (Attali, 2015; Stefanie Golke a, 2015) นอกจากนี้ ผู้เรียนต้องใช้เวลาในการอ่านข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียดที่นานกว่าการอ่านข้อมูลย้อนกลับรูปแบบอื่น (Stefanie Golke a, 2015)

### 3.4 การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบชี้แนะ (Directive Feedback)

การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบชี้แนะเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับที่ชี้แนะ (Cue) หรือกระตุ้น (Prompt) ที่มีการแนะนำวิธีการแก้ปัญหาให้แก่ผู้เรียน บอกผลการตอบคำถามของผู้เรียนว่ามีความถูกต้องหรือไม่ การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบชี้แนะเป็นกลวิธีที่จะนำไปสู่การตอบถูกโดยการให้ข้อเสนอแนะในการแก้ปัญหา หรือนำผู้เรียนไปสู่ความเข้าใจสารสนเทศที่ผู้เรียนไม่เข้าใจ เช่น การให้ผู้เรียนทบทวน (Review) กรอบเนื้อหาในบทเรียน เสนอแนวทางที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา การใช้คำถามกระตุ้นผู้เรียนให้คิด พร้อมยกตัวอย่างการแก้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่ผู้เรียนกำลังเผชิญอยู่ในขณะนั้น แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาพร้อมเสนอแนะตัวเลือกเป็นแนวทางในการแก้ปัญหา เพื่อเพิ่มและกระตุ้นความสนใจของผู้เรียนที่มีต่อข้อมูลย้อนกลับ ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความช่างสังเกตวิธีการ ขั้นตอนการแก้ปัญหา หลักการต่างๆ ที่นำมาปรับใช้ให้ผู้เรียนประกอบการตัดสินใจแก้ปัญหา ข้อมูลย้อนกลับประเภทนี้ จึงขาดการอธิบายรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา โดยผู้เรียนเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา จากตัวอย่างที่เพิ่มเติมมา จากนั้นจะมีการทวนโจทย์ข้อคำถามเดิมอีกครั้งโดยใช้คำถามกระตุ้น พร้อมทั้งเสนอตัวเลือกในการแก้ปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนคิดทบทวน ไตร่ตรอง ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง ความเข้าใจผิดของตนเองประกอบการตัดสินใจของผู้เรียน ดังนั้น ข้อมูลย้อนกลับจะทำให้ผู้เรียนทราบว่าวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องเป็นอย่างไร ผู้เรียนต้องฝึกสังเกตจากตัวอย่างเพื่อนำข้อมูลมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

### 3.5 การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบผสม (Mixed Feedback)

การให้ข้อมูลย้อนกลับแบบผสมเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีลักษณะผสมระหว่างการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีทั้งการอธิบายรายละเอียดด้วยการยกตัวอย่างปัญหาที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่ผู้เรียนกำลังเผชิญอยู่ในขณะนั้น หลังจากนั้นจะมีการทวนโจทย์ข้อคำถามเดิมอีกครั้งโดยใช้คำถามกระตุ้นพร้อมเสนอตัวเลือกในการแก้ปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนไตร่ตรองว่าจะเลือกแนวทางแก้ปัญหาแบบใด พร้อมทั้งปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องและความเข้าใจผิดของตนเอง

## 4. รูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่จำแนกตามรูปแบบการนำเสนอข้อมูล

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบของการให้ข้อมูลย้อนกลับที่จำแนกตามรูปแบบการนำเสนอข้อมูล สามารถจำแนกออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้การเขียน (Written Corrective Feedback) การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้การพูด (Oral Feedback or Verbal Feedback) และการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้รหัส (Code Feedback) โดยแต่ละประเภทมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 4.1 การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้การเขียน (Written Feedback; WCF)

การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้การเขียน คือ วิธีการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบประเพณีนิยม ซึ่งการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้การเขียนช่วยพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น (Buckley, 2012)

นอกจากนี้ การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยการเขียนยังเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนเกี่ยวกับข้อผิดพลาดทางภาษาโดยใช้วิธีการเขียน การวงกลม การขีดเส้นใต้ หรือให้สัญลักษณ์ต่างๆ เพื่อชี้แจงให้เห็นตำแหน่งที่ผิด โดยการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบนี้มีผลต่อความยึดมั่นผูกพันต่อการเรียนภาษาของผู้เรียนที่แตกต่างกัน ทั้งนี้ ผู้สอนควรทราบถึงภูมิหลังและพื้นฐานความรู้เดิม ของผู้เรียน เพื่อนำไปใช้ในการวางแผนการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยการเขียนในการเรียนรู้ทางภาษาอย่างรอบคอบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดีขึ้น (Ye Han, 2015)

#### 4.2 การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้การพูด (Oral Feedback or Verbal Feedback)

การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้การพูด คือ การให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนโดยใช้วิธีการพูด เพื่อให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ประโยคที่ผู้เรียนได้พูดออกมา ซึ่งส่วนใหญ่ใช้ในการประเมินและการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับภาษาต่างประเทศ (Rassaei, 2015)

#### 4.3 การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้รหัส (Code Feedback)

การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยใช้รหัส คือ รูปแบบการให้ข้อมูลที่อาศัยการใช้ตัวอักษรย่อแทนการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีรายละเอียด โดยรหัสที่จะมีการให้คำอธิบายและให้รายละเอียดว่ารหัสนั้นแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนมีปัญหาใดบ้าง ซึ่งหลังจากการได้รับข้อมูลย้อนกลับโดยใช้รหัสจะส่งผลให้ผู้เรียนเกิดความสามารถในการประเมินตนเองว่ามีจุดอ่อนจุดแข็งอย่างไร

### 5. รูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่จำแนกตามแหล่งที่มาของข้อมูลย้อนกลับ

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบของการให้ข้อมูลย้อนกลับที่จำแนกตามแหล่งที่มาของข้อมูลย้อนกลับ สามารถจำแนกออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยผู้สอน การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อน การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยตนเอง และการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยระบบออนไลน์หรือระบบอัตโนมัติ โดยแต่ละประเภทมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 5.1 การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยผู้สอน

ผู้สอนมักจะเป็นผู้ให้ข้อมูลย้อนกลับส่วนใหญ่แก่ผู้เรียน ตัวอย่างเช่นในงานวิจัยที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับของผู้สอนเกี่ยวกับความถูกต้องของภาษา Form-Focused Corrective Feedback (FFCF) ซึ่งมี 2 รูปแบบ คือ Direct Error Correction คือ การแก้ไขคำตอบให้แก่ผู้เรียน และ Metalinguistic Feedback คือ การให้คำอธิบายเกี่ยวกับไวยากรณ์ทางภาษาแล้วให้ผู้เรียนแก้ไขคำตอบเอง โดยรูปแบบการให้คำอธิบายเกี่ยวกับไวยากรณ์ทางภาษาที่แตกต่างกันนั้นส่งผลให้มีระดับความสามารถทางภาษาที่แตกต่างกันด้วย โดยจากการสัมภาษณ์นักเรียนส่วนใหญ่ คิดเป็น 80% พบว่า ต้องการได้รับการให้ข้อมูลย้อนกลับจากผู้สอน (Diab, 2015)

#### 5.2 การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อน

การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อน คือ การใช้แหล่งข้อมูลของผู้เรียนและการปฏิสัมพันธ์กับแหล่งต่างๆ ที่ได้เรียนเพื่อแสดงความคิดเห็นต่อกระบวนการเขียนงาน ซึ่งการให้ข้อมูลย้อนกลับ

โดยเพื่อนนั้นจัดว่าเป็นความสัมพันธ์ทางสังคม การพัฒนาทางเขาวนปัญญา ตลอดจนเป็นการก่อให้เกิดความก้าวหน้าทางความคิดสร้างสรรค์ (Gülsah Çinar Yastibas, 2015)

การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนสำหรับการประเมินความก้าวหน้าในการเรียน เป็นวิธีการที่เหมาะสมกับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาและอุดมศึกษา โดยในปัจจุบันได้มีการนำระบบออนไลน์มาประยุกต์ใช้ร่วมกับการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อน ทำให้เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในบริบทการประเมินงานเขียนผ่านระบบออนไลน์โดยเพื่อน โดยมีการศึกษาถึงระดับของรายละเอียดของข้อมูลที่เพื่อนได้ให้ข้อมูลย้อนกลับซึ่งแตกต่างกัน โดยการให้ข้อมูลแบบอธิบายรายละเอียดนั้นดีที่สุด (Mario Gielen, 2015) นอกจากนี้ การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนแก่ผู้เรียนในการประเมินงานเขียนช่วยให้ผู้เรียนมีความมั่นใจมากขึ้น ส่งผลให้ผู้เรียนมีระดับความวิตกกังวลในงานเขียนลดลง (Gülsah Çinar Yastibas, 2015)

### 5.3 การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยตนเอง

การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยตนเอง คือ การแก้ไขข้อบกพร่องหรือจุดผิดพลาดในงานเขียนด้วยตนเอง โดยจากการศึกษาวิจัยการให้ข้อมูลย้อนกลับในการเขียนโดยผู้สอนและโดยตนเองนั้นพบว่ากรณีที่ผู้เรียนแก้ไขงานเขียนด้วยตนเองนั้น ผู้เรียนมีความคาดหวังเพื่อที่จะให้ได้คะแนนสูงขึ้น แต่เมื่อเปรียบเทียบผลการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยครูและโดยตนเองนั้นจะพบว่า การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยตนเองจะมีข้อผิดพลาดมากกว่าข้อมูลย้อนกลับที่ได้รับจากครูผู้สอน (Diab, 2015)

### 5.4 การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยระบบออนไลน์หรือระบบอัตโนมัติ

การให้ข้อมูลย้อนกลับโดยระบบออนไลน์หรือระบบอัตโนมัติ คือ การให้ข้อมูลย้อนกลับที่ให้แก่ผู้เรียนโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภายหลังจากทำแบบฝึกหัดหรือคำถาม ซึ่งในปัจจุบันได้มีการนำการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้อย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในสถานการณ์ที่มีการให้ที่บ้านหรือแบบฝึกหัดออนไลน์ที่ผู้เรียนสามารถคัดลอกคำตอบจากระบบอินเทอร์เน็ตมาตอบได้ จึงมีการสร้างโปรแกรมเพื่อตรวจจับการคัดลอกคำตอบจากระบบอินเทอร์เน็ตมาใช้ เพื่อป้องกันการคัดลอกคำตอบ ทั้งนี้เมื่อตรวจพบเปอร์เซ็นต์การคัดลอกเกินจากเกณฑ์ การให้ข้อมูลย้อนกลับจะเกิดขึ้นทันที พร้อมทั้งแจ้งถึงส่วนที่มีการคัดลอกคำตอบ โดยผลการวิจัยพบว่า ภายหลังจากการใช้โปรแกรมการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบอัตโนมัติเพื่อตรวจจับการคัดลอกคำตอบแล้ว นักเรียนมีพฤติกรรมการคัดลอกคำตอบจากอินเทอร์เน็ตมาตอบในข้อสอบหรือแบบฝึกหัดลดน้อยลง (Akçapinar, 2015)

### 2.4.3 แนวทางการให้ข้อมูลย้อนกลับ

ในการให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียน มีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. การให้ข้อมูลย้อนกลับควรอธิบายว่าปัญหาเกิดจากอะไร อย่างไร และทำไม ซึ่งการให้ข้อมูลย้อนกลับเชิงพุทธิปัญญามีประสิทธิภาพมากกว่าการพิสูจน์ยืนยันผลลัพธ์
2. การให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียน ควรระบุแนวทางการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีความสัมพันธ์กับภารกิจ โดยให้คำแนะนำว่าควรพัฒนาอย่างไร
3. การให้ข้อมูลย้อนกลับเป็นลำดับขั้นจะทำให้สามารถควบคุมความผิดพลาดและให้สารสนเทศที่เพียงพอสำหรับการตรวจสอบความผิดพลาดของผู้เรียน
4. การให้ข้อมูลย้อนกลับควรทำให้เป็นเรื่องง่ายเท่าที่จะทำได้ เพราะการให้ข้อมูลย้อนกลับที่ซับซ้อนมากเกินไปไม่สนับสนุนการเรียนรู้ของผู้เรียน
5. การให้ข้อมูลย้อนกลับที่ไม่ชัดเจนขัดขวางการเรียนรู้และอาจทำให้ผู้เรียนเกิดความท้อแท้ จึงควรระบุและทำความเข้าใจกับข้อความสำหรับข้อมูลย้อนกลับ
6. การให้ข้อมูลย้อนกลับควรมีเป้าหมายที่ชัดเจน เพื่อขจัดความไม่แน่นอนของความสัมพันธ์ที่ว่าผู้เรียนมีสมรรถนะในการเรียนรู้ดีอย่างไรในภารกิจที่กำหนด และอะไรคือสิ่งที่ต้องการทำให้บรรลุเพื่อนำไปสู่เป้าหมาย
7. การให้ข้อมูลย้อนกลับสามารถใช้เป็นทางเลือกสำหรับการกำหนดทิศทางในการเรียนรู้
8. ประสิทธิภาพในการให้ข้อมูลย้อนกลับมีความสัมพันธ์กับเนื้อหาของคำแนะนำ ดังนั้นการให้ข้อมูลย้อนกลับควรระบุจุดแข็งและให้สารสนเทศว่าควรพัฒนาอย่างไร
9. ข้อมูลย้อนกลับจากแหล่งที่น่าเชื่อถือจะได้รับการพิจารณามากกว่าข้อมูลย้อนกลับแบบอื่น ดังนั้น การให้ข้อมูลย้อนกลับทางคอมพิวเตอร์ช่วยขจัดความลำเอียงได้ดีกว่าการให้ข้อมูลย้อนกลับผ่านบุคคลโดยตรง
10. ควรหลีกเลี่ยงการเปรียบเทียบระหว่างผู้เรียนทั้งทางตรงและทางอ้อมในการให้ข้อมูลย้อนกลับ
11. ไม่ควรให้ข้อมูลย้อนกลับที่ทำให้ผู้เรียนหมดกำลังใจหรือเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน ในขณะเดียวกันก็ควรจำกัดการยกย่องชมเชยตามความเหมาะสม เพื่อไม่ให้ผู้เรียนเกิดความสับสนต่อผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียนรู้

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้ข้อมูลย้อนกลับทำให้ผู้วิจัยเห็นว่า นอกจากการใช้แนวคิดเกี่ยวกับการวินิจฉัย (Diagnosis) มาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบและค้นหาข้อบกพร่องของผู้เรียนเป็นรายบุคคลแล้ว การให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนก็มีความสำคัญและเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียน โดยช่วยอธิบายความสามารถหรือความเข้าใจของผู้เรียน เพิ่มประสิทธิภาพในการพัฒนาการเรียนรู้โดยจะช่วยให้ทราบถึงจุดแข็งและจุดอ่อนของผู้เรียน พร้อมทั้งคำแนะนำเพื่อการปรับปรุง จนนำไปสู่การบรรลุผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน



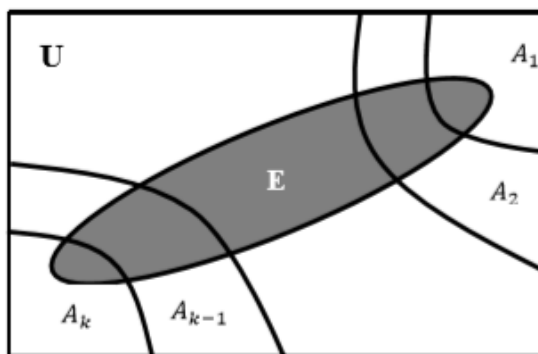
ตามศักยภาพของผู้เรียนได้ สอดคล้องกับการวิจัยที่ได้ศึกษาในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน 3 สถานการณ์ ได้แก่ 1) การเรียนเพียงอย่างเดียว 2) การทดสอบเพียงอย่างเดียว และ 3) การทดสอบ ร่วมกับการให้ข้อมูลย้อนกลับ ที่มีผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน พบว่าสถานการณ์ที่ช่วยส่งเสริม และกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี คือ การทดสอบร่วมกับการให้ข้อมูลย้อนกลับ ซึ่งให้ประโยชน์ มากกว่าการเรียนหรือการทดสอบเพียงอย่างเดียว (Amanda Lipko-Speeda, 2014) เพราะการทดสอบ เพียงอย่างเดียว นั้นผู้เรียนจะไม่สามารถทราบถึงคำตอบหรือวิธีการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้อง จนกว่าครูจะเฉลยคำตอบซึ่งอาจใช้ระยะเวลาเป็นวัน เป็นสัปดาห์ หรือเป็นเดือน ซึ่งไม่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง (Adam M. Persky, 2008; John Dunlosky, 2015) อีกทั้งยังมีการศึกษา ที่พบว่ารูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่จำแนกตามระยะเวลาในการให้ข้อมูลย้อนกลับที่ต่างกัน มีผลต่อระดับความสามารถของผู้สอบที่ต่างกัน (Andrew C. Butler, 2007; Janet Metcalfe, 2009; Neha Sinhaa, 2015) โดยผู้สอบที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับทันทีจะเกิดการพัฒนาการเรียนรู้ ในสถานการณ์ที่แตกต่างกันได้ดีกว่าการให้ข้อมูลย้อนกลับในภายหลัง (Adam M. Persky, 2008) ขณะเดียวกันก็มีงานวิจัยที่พบว่าผู้สอบมีเจตคติและแรงจูงใจในเชิงบวกต่อการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบทันที โดยมีระดับเจตคติและแรงจูงใจที่สูงกว่าการได้รับข้อมูลย้อนกลับในภายหลัง (Fabienne M. van der Kleij, 2012)

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงเลือกใช้วิธีการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบทันทีแก่นักเรียน หลังจากเสร็จสิ้นการทดสอบ เพื่อให้ให้นักเรียนทราบข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นรายคุณลักษณะ ซึ่งจะนำไปสู่การทำความเข้าใจและแก้ไขปรับปรุงจุดบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่อง คณิตศาสตร์ ตลอดจนส่งเสริมแรงจูงใจแก่นักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไปในอนาคต

## 2.5 มโนทัศน์เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้เครือข่ายเบย์เซียนในการวินิจฉัย

### 2.5.1 ทฤษฎีของเบย์ (Bayes' Theorem)

ทฤษฎีของเบย์เป็นทฤษฎีซึ่งเป็นส่วนขยายของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขหรืออาจกล่าวว่าเป็นการหาความน่าจะเป็นของส่วนย่อยจากเหตุการณ์ที่สนใจหนึ่งที่เกิดขึ้นแล้ว พิจารณาจากภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 2.5.1 การแบ่งเหตุการณ์ E ออกเป็นส่วนย่อย k เหตุการณ์

ให้เอกภพสัมพัทธ์  $U$  ประกอบด้วยเหตุการณ์ที่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้พร้อมกัน จำนวน  $k$  เหตุการณ์ คือ  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$  และให้  $E$  เป็นเหตุการณ์หนึ่งในปริภูมิตัวอย่างที่เกิดจากการทดลองเดียวกันนี้ และต้องเป็นส่วนหนึ่งของ  $A_i$  โดยที่  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

จะสามารถคำนวณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของเหตุการณ์หนึ่งใน  $A_i$  เมื่อเหตุการณ์  $E$  เกิดขึ้นแล้วได้ดังสมการต่อไปนี้

$$P(A_i|E) = \frac{P(E|A_i) \cdot P(A_i)}{\sum_{i=1}^k P(E|A_i) \cdot P(A_i)} = \frac{P(E|A_i) \cdot P(A_i)}{P(E)}$$

เมื่อ  $P(A_i|E)$  คือ ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขที่จะเกิดเหตุการณ์  $A_i$  เมื่อเหตุการณ์  $E$  เกิดขึ้นแล้ว

$P(E|A_i)$  คือ ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขที่จะเกิดเหตุการณ์  $E$  เมื่อเหตุการณ์  $A_i$  เกิดขึ้นแล้ว

$P(A_i)$  คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์  $A_i$

$P(E)$  คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์  $E$

## 2.5.2 เครือข่ายเบย์เซียน (Bayesian Networks)

เครือข่ายเบย์เซียนเป็นโมเดลกราฟ (Graphical Models) ประเภทหนึ่งที่อาศัยความน่าจะเป็น เป็นวิธีการเรียนรู้ในสมมติฐานของความเป็นอิสระต่อกันแบบมีเงื่อนไข (Condition Independent) ระหว่างตัวแปรหรือคุณสมบัติ ด้วยการใช้ความรู้ก่อนหน้า (Prior Knowledge) และตัวอย่าง เพื่อให้กระบวนการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ โดยสามารถกำหนดความรู้ก่อนหน้าในโมเดลเครือข่ายเบย์เซียน ที่แสดงอยู่ในรูปของกราฟอวัฏจักรระบุทิศทาง (Directed Acyclic Graph: DAG) ซึ่งประกอบไปด้วยเซตของโหนดและเส้นเชื่อม แต่ละโหนดในโมเดลจะแทนตัวแปรสุ่ม ในขณะที่เส้นเชื่อมระหว่างแต่ละโหนด จะแสดงถึงความขึ้นแก่กันของตัวแปรสุ่ม การเป็นอิสระต่อกันแบบมีเงื่อนไขในโมเดลจะถูกประมาณการ โดยใช้ความรู้ทางสถิติและคอมพิวเตอร์ เครือข่ายเบย์เซียนจึงประกอบด้วยความรู้หลากหลายศาสตร์ อาทิ ทฤษฎีกราฟ ทฤษฎีความน่าจะเป็น วิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ และสถิติศาสตร์ รวมไปถึงการใช้ความรู้ ด้านคณิตศาสตร์ร่วมกับการใช้สัญชาตญาณหรือความเชื่อส่วนบุคคล โดยในการอนุมานค่า ด้วยวิธีเครือข่ายเบย์เซียนนี้ สามารถทำได้โดยไม่จำเป็นต้องอาศัยทฤษฎีความน่าจะเป็นเชิงความถี่ ที่ต้องแปลความหมายความน่าจะเป็นควบคู่กับการทดลองเสมอ และสามารถแสดงผลและการคำนวณ ของการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม (Joint Probability Distribution: JPD) บนเซตของตัวแปรสุ่ม ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าทฤษฎีความน่าจะเป็นแบบเบย์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กว้างขวางมากขึ้น ในปัจจุบันจึงมีความนิยมนำเครือข่ายเบย์เซียนไปช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับปัญหาต่างๆ ที่มีความไม่แน่นอน ของข้อเท็จจริง โดยใช้หลักการของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข โดยถูกนำไปประยุกต์ใช้ในศาสตร์ต่างๆ อย่างแพร่หลาย อาทิ ปัญหาของกลศาสตร์ เทคโนโลยีสารสนเทศ ชีวสารสนเทศ สถิติการแพทย์ ดาราศาสตร์ เป็นต้น

### เงื่อนไขของโมเดลเครือข่ายเบย์เซียน

โมเดลเครือข่ายเบย์เซียนจะแสดงอยู่ในรูปของกราฟอวัฏจักรระบุทิศทาง (Directed Acyclic Graph: DAG) ที่แสดงถึงการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม (Joint Probability Distribution: JPD) บนเซตของตัวแปรสุ่ม ซึ่งถูกกำหนดโดยคู่อันดับ  $B = \langle G, \theta \rangle$  โดยที่  $G$  คือ กราฟอวัฏจักรระบุทิศทางที่มี  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  แสดงถึงตัวแปรสุ่ม (Vertices:  $V$ ) หรือที่เรียกว่าโหนด และ  $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$  แสดงถึงเส้นเชื่อม (Edges:  $E$ ) ที่แสดงถึงความไม่เป็นอิสระระหว่างตัวแปรเหล่านั้นดังสมการต่อไปนี้

$$G = \langle V, E \rangle \text{ โดยที่ } V = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\} \text{ และ } E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

และ  $G$  มีสมมติฐานความเป็นอิสระที่ว่าแต่ละตัวแปร  $X_i$  จะต้องไม่เป็นลูกหลาน (Descendants) ของตัวมันเอง หรือไม่เป็นบรรพบุรุษ (Ancestors) ของตัวมันเอง ตามนิยามของกราฟอวัฏจักร สำหรับ  $\theta$  แสดงถึงเซตของพารามิเตอร์ของเครือข่าย ซึ่งประกอบด้วย  $\theta_{x_i|\pi_i}$  คือ สำหรับทุกค่าของตัวแปรสุ่ม  $x_i$  ของแต่ละโหนด  $X_i$  จะมีเงื่อนไขใน  $\pi_i$  โดยที่  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  ดังสมการต่อไปนี้

$$\theta = \{\theta_{x_i|\pi_i} | i = 1, 2, 3, \dots, n\} \text{ โดยที่ } \theta_{x_i|\pi_i} = P_B(x_i|\pi_i)$$

ด้วยเหตุนี้จึงกล่าวได้ว่า  $B$  กำหนดเอกลักษณ์เฉพาะของการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมจากเซตของ  $V$  ดังสมการต่อไปนี้

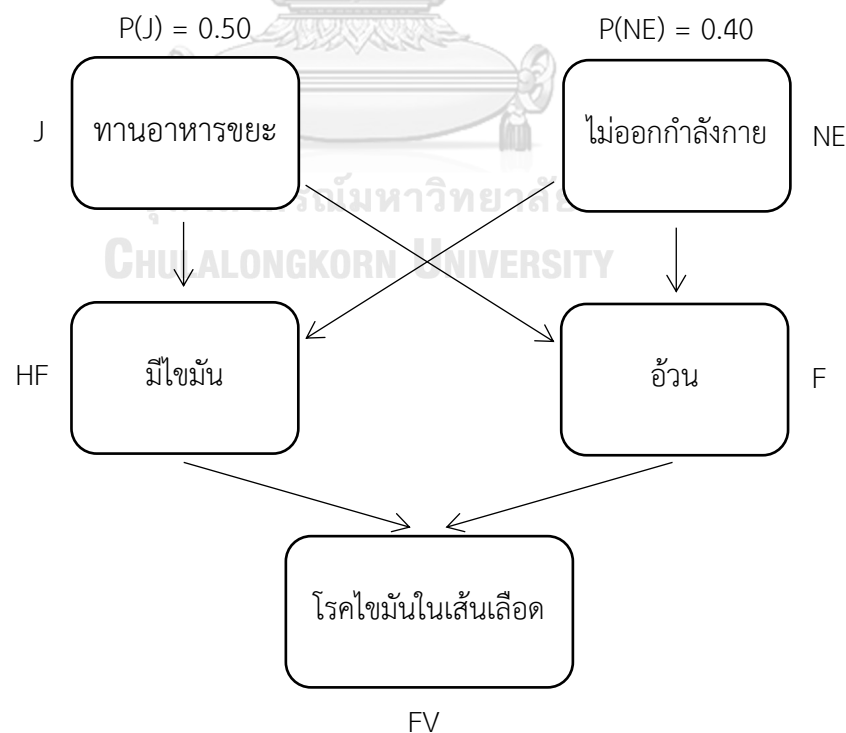
$$P_B(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P_B(x_i | \pi_i) = \prod_{i=1}^n \theta_{x_i | \pi_i}$$

เงื่อนไขของโมเดลเครือข่ายเบย์เซียนสามารถสรุปได้ดังนี้

- 1) โหนดทั้งหมดในเครือข่ายเบย์เซียน แต่ละโหนดจะแทนด้วยตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์หรือข้อมูลที่สนใจ
- 2) แต่ละโหนดจะมีความสัมพันธ์กันตามทิศทางของลูกศรที่โมเดลนำเสนอ
- 3) ความสัมพันธ์ของแต่ละโหนดจะไม่วนกลับมาหาโหนดเดิม
- 4) การเชื่อมต่อระหว่างคู่โหนดด้วยลูกศร ถ้าลูกศรจากโหนด  $X$  ชี้ไปหาโหนด  $Y$  จะเรียกโหนด  $X$  ว่าเป็นโหนดพ่อแม่ (Parents) ของโหนด  $Y$
- 5) แต่ละโหนด  $X_i$  จะมีเงื่อนไขการกระจายความน่าจะเป็น  $P(X_i | \text{parents}(X_i))$  ซึ่งส่งผลต่อโหนดพ่อแม่ของแต่ละโหนด

#### ตัวอย่างเครือข่ายเบย์เซียนและการคำนวณ

##### ตัวอย่างที่ 1



ภาพที่ 2.5.2 เครือข่ายเบย์เซียนของเงื่อนไขการเกิดโรคไขมันในเส้นเลือด

จากภาพที่ 2.5.2 เครือข่ายเบย์เซียนของเงื่อนไขการเกิดโรคไขมันในเส้นเลือดที่มีความสัมพันธ์กันได้แก่ ทานอาหารขยะ (Eat Junk Food) ไม่ออกกำลังกาย (Don't Exercise) มีไขมัน (Have Fat) อ้วน (Fat) และเป็นโรคไขมันในเส้นเลือด (Fatty in Veins) และแสดงตารางความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability Table: CPT) ได้ดังนี้

ตารางที่ 2.5.1 CPT มีไขมัน (Have Fat)

J	NE	P(HF)
T	T	0.99
T	F	0.89
F	T	0.40
F	F	0.15

ตารางที่ 2.5.2 CPT อ้วน (Fat)

J	NE	P(F)
T	T	0.68
T	F	0.56
F	T	0.40
F	F	0.00

ตารางที่ 2.5.3 CPT โรคไขมันในเส้นเลือด (Fatty in Veins)

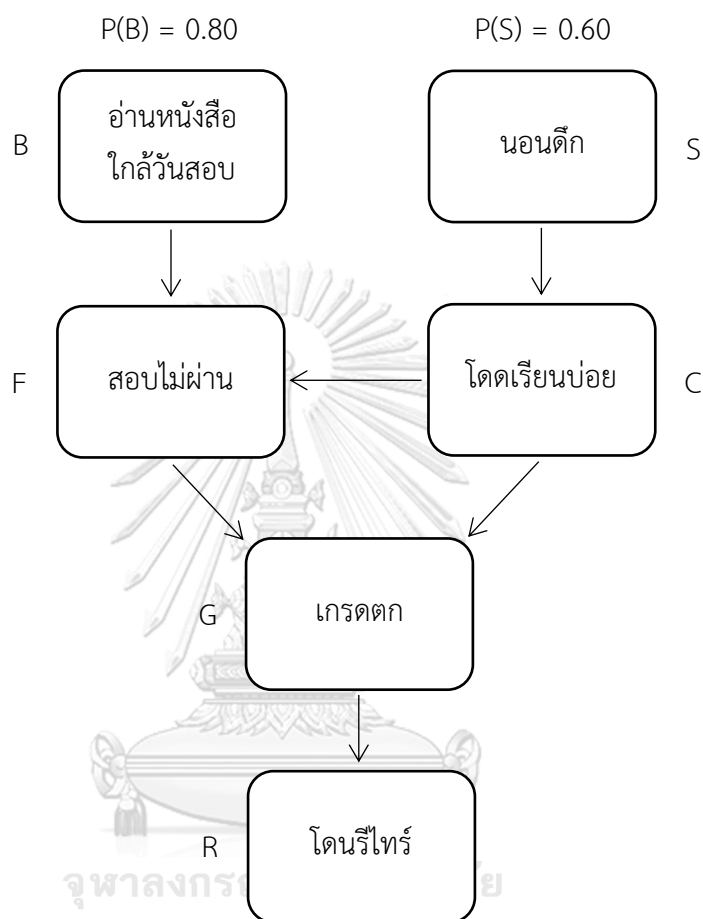
J	NE	P(FV)
T	T	0.95
T	F	0.18
F	T	0.80
F	F	0.00

จากภาพที่ 2.5.2 และ CPT แสดงความน่าจะเป็นของการเกิดโรคไขมันในเส้นเลือด จะสามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นที่จะเป็นโรคไขมันในเส้นเลือดกับคนที่รูปร่างไม่อ้วน แต่มีไขมันสะสมในร่างกายจากการทานอาหารขยะและไม่ออกกำลังกาย ได้จากสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 P(NE, J, HF, F^C, FV) &= P(NE) \cdot P(J|NE) \cdot P(HF|J, NE) \cdot P(F^C|HF, J, NE) \cdot P(FV|F^C, HF, J, NE) \\
 &= P(NE) \cdot P(J) \cdot P(HF|J, NE) \cdot P(F^C|J, NE) \cdot P(FV|F^C, HF) \\
 &= 0.40 \cdot 0.50 \cdot 0.99 \cdot (1.00 - 0.68) \cdot 0.80 = 0.0506
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะเป็นโรคไขมันในเส้นเลือดกับคนที่รูปร่างไม่อ้วน แต่มีไขมันสะสมในร่างกายจากการทานอาหารขยะและไม่ออกกำลังกาย เท่ากับ 0.0506 หรือคิดเป็นร้อยละ 5.06

ตัวอย่างที่ 2



ภาพที่ 2.5.3 เครือข่ายเบย์เซียนของเงื่อนไขการเรียนไม่จบ

จากภาพที่ 2.5.3 เครือข่ายเบย์เซียนของเงื่อนไขการเรียนไม่จบที่มีความสัมพันธ์กัน ได้แก่ อ่านหนังสือใกล้วันสอบ (Read books near the exam date) นอนดึก (Sleep ate) สอบไม่ผ่าน (Failing the exam) โดดเรียนบ่อย (Skip class) เกรดตก (Failing grade) โดนรีไทร์ (Retire) และแสดงตารางความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability Table: CPT) ได้ดังนี้

ตารางที่ 2.5.4 CPT โดดเรียนบ่อย (Skip class)

S	P(C)
T	0.70
F	0.50

ตารางที่ 2.5.5 CPT สอบไม่ผ่าน (Failing the exam) จากเหตุการณ์การอ่านหนังสือใกล้วันสอบ

B	P(F)
T	0.65
F	0.25

ตารางที่ 2.5.6 CPT สอบไม่ผ่าน (Failing the exam)

B	C	P(F)
T	T	0.80
T	F	0.65
F	T	0.25
F	F	0.08

ตารางที่ 2.5.7 CPT เกรดตก (Failing grade)

C	F	P(G)
T	T	0.95
T	F	0.30
F	T	0.95
F	F	0.10

ตารางที่ 2.5.8 CPT โดนรีไทร์ (Retire)

G	P(R)
T	0.70
F	0.00

จากภาพที่ 2.5.3 และ CPT แสดงความน่าจะเป็นของเงื่อนไขการโดนรีไทร์ จะสามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะไม่โดนรีไทร์ โดยที่เกรดตกเนื่องจากสอบไม่ผ่านเพราะอ่านหนังสือใกล้วันสอบ แต่เข้าเรียนเป็นประจำเพราะไม่เคยนอนดึก ได้จากสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
P(B, S^C, F, C^C, G, R^C) &= P(B) \cdot P(S^C|B) \cdot P(F|S^C, B) \cdot P(C^C|F, S^C, B) \cdot P(G|C^C, F, S^C, B) \cdot P(R^C|G, C^C, F, S^C, B) \\
&= P(B) \cdot P(S^C) \cdot P(F|B) \cdot P(C^C|S^C) \cdot P(G|C^C, F) \cdot P(R^C|G) \\
&= 0.80 \cdot (1.00 - 0.60) \cdot 0.65 \cdot (1.00 - 0.50) \cdot 0.95 \cdot (1.00 - 0.70) = 0.0296
\end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะไม่โดนรีไทร์ โดยที่เกรดตกเนื่องจากสอบไม่ผ่าน เพราะอ่านหนังสือ ใกล้เคียงสอบ แต่เข้าเรียนเป็นประจำเพราะไม่เคยนอนดึก เท่ากับ 0.0296 หรือคิดเป็นร้อยละ 2.96

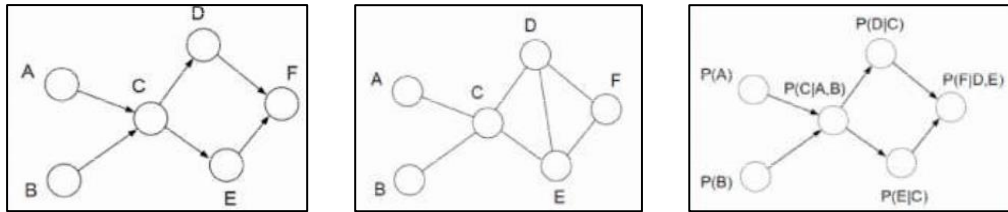
### 2.5.3 การวินิจฉัยแบบเครือข่ายเบย์เซียน (Bayesian Inference Networks: BINs)

ในการประเมินทางการศึกษา บางครั้งผู้ซึ่งผลการประเมินไม่ได้ต้องการค่าทางสถิติที่สรุปถึงความสามารถของผู้รับการประเมินเพียงอย่างเดียว แต่ยังต้องการทราบรายละเอียดที่เป็นลักษณะซึ่งแสดงถึงความหลากหลายของความรู้ ทักษะ และความสามารถของผู้รับการประเมินแต่ละคน เทคนิคหนึ่งที่ใช้สำหรับการให้คะแนนในลักษณะนี้ คือ การใช้การวินิจฉัยแบบเครือข่ายเบย์เซียน (Bayesian Inference Networks)

เครือข่ายเบย์เซียนเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมกับการประเมินโดยใช้แบบสอบ ซึ่งเครือข่ายเบย์เซียนจะแสดงให้เห็นว่าการแก้ปัญหาข้อสอบแต่ละข้อต้องใช้ทักษะใดบ้าง จำนวนที่ทักษะ ตัวแปรที่อยู่ในเครือข่ายเบย์เซียนจะเป็นระดับที่แบ่งแยกให้ขาดจากกัน (ตัวแปรแบบจัดประเภท) ที่นำมาใช้ระบุระดับความสามารถของผู้รับการประเมิน แนวคิดของเครือข่ายเบย์เซียนมีจุดเริ่มต้นมาจากทฤษฎีโมเดลกราฟ (Graphical Model) เป็นการอธิบายรูปแบบความน่าจะเป็นสำหรับการตอบสนองข้อสอบกับข้อสอบแต่ละข้อ ที่ขึ้นอยู่กับความสามารถจากทักษะของผู้ตอบที่ต้องใช้ในการแก้ข้อสอบข้อนั้น โมเดลที่ถูกกำหนดให้เป็น Directed Acyclic Graph ซึ่งในแต่ละโหนด (Node) หมายถึง ตัวแปรสุ่ม ซึ่งอาจเป็นตัวแปรทั้งแบบ Dichotomous หรือ Polytomous นักสถิติให้ความเห็นว่าเครือข่ายเบย์เซียนเป็นโมเดล ทางสถิติที่อธิบายถึงจำนวนของตัวแปรสังเกตได้จากกระบวนการด้วยความช่วยเหลือของตัวแปรแฝง (Unobserved) ที่เป็นแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete) ในบริบทของการประเมินผลการศึกษา เครือข่ายเบย์เซียน มีความเหมาะสมเมื่อการวิเคราะห์ภาระงานของการประเมินแสดงให้เห็นว่าผู้รับการประเมินควรจะต้องมีจำนวนทักษะอย่างน้อยระดับหนึ่ง ตัวแปรที่ไม่สามารถสังเกตได้หรือตัวแปรแฝงแทนระดับของทักษะในการสอบของผู้รับการประเมินที่มีผลต่อการกระจายความน่าจะเป็นของการตอบสนองที่สังเกตในเครือข่ายเบย์เซียน ซึ่งเรียกเช่นนี้เนื่องจากใช้กฎของเบย์เซียนในการอนุมาน

โมเดลกราฟ (Graphical Model) ในเครือข่ายเบย์เซียนที่มีการรวมกันระหว่างทฤษฎีกราฟ และทฤษฎีความน่าจะเป็น ใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆ ที่มีลักษณะเป็นเครือข่ายรูปแบบเครือข่ายที่ใช้มุ่งเน้นที่ความเป็นอิสระตามเงื่อนไขและปัญหาการคำนวณ โมเดลกราฟประกอบด้วย 2 ลักษณะ คือ Directed Graph และ Undirected Graph น้ำหนักในเครือข่ายยืนยันเกี่ยวกับการวินิจฉัยระดับ Local (เป็นระดับการวินิจฉัยที่ทำการวิเคราะห์ในขั้นตอนของการดำเนินการแก้ปัญหา) ความสัมพันธ์ระหว่างโหนดข้างเคียง (โหนดใช้แทนตัวแปรแฝง) ซึ่งในภาพที่ 2.5.4 จะเป็นการแสดงให้เห็นถึงโมเดลกราฟและการเชื่อมโยงของความน่าจะเป็นของโหนดที่อยู่ในเครือข่าย





ภาพที่ 2.5.4 Directed Graph (ซ้าย) Undirected Graph (กลาง)  
และการเชื่อมโยงความน่าจะเป็นเงื่อนไขที่มีแต่ละโหนด (ขวา)

พิจารณาการประเมินหนึ่งซึ่งมีผู้สอบจำนวน  $i$  คน มีข้อสอบจำนวน  $j$  ข้อ และสมมติว่า  $X_{ij}$  หมายถึง การตอบสนองของผู้สอบคนที่  $i$  ต่อข้อสอบข้อที่  $j$  โดยทั่วไป  $X_{ij}$  เป็นเวกเตอร์ที่มีค่าเชิงปริมาณ นั่นคือ การรายงานเดี่ยวอาจประกอบด้วยข้อสอบจำนวนหลายข้อ ซึ่งอาจเป็นแบบ Dichotomous หรือ Polytomous ก็ได้ อย่างไรก็ตาม ข้อสอบที่สร้างขึ้นมักนิยมเป็นแบบ Dichotomous ซึ่งจะให้ค่าคะแนนเป็น 1 สำหรับการตอบสนองที่ถูกต้องและให้ค่าคะแนนเป็น 0 สำหรับการตอบสนองที่ไม่ถูกต้อง ถ้ากำหนดให้เวกเตอร์ของตัวแปรทักษะหรือความสามารถของผู้สอบ คือ  $\theta_i = (\theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3}, \dots, \theta_{ip})'$  เมื่อ  $\theta_{ik}$  แสดงถึงระดับความสามารถของผู้สอบสำหรับการสอบความสามารถหรือทักษะ  $k$  และเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ของข้อสอบสำหรับข้อสอบข้อที่  $j$  คือ  $\pi_j = (\pi_{j1}, \pi_{j2}, \pi_{j3}, \dots, \pi_{im})'$  เพื่อดำเนินการวิเคราะห์แบบเบย์ของเครือข่ายเบย์เขียน พิจารณาสมการแสดงความน่าจะเป็นต่อไปนี้

$$P(X_{ij} = 1 | \theta_i, \pi_j) = \begin{cases} \pi_{j1} & \text{ถ้าผู้สอบคนที่ } i \text{ มีทักษะที่จำเป็นในการทำข้อสอบข้อที่ } j \\ \pi_{j0} & \text{ถ้าเป็นแบบอื่น} \end{cases}$$

เครือข่ายเบย์เขียนเป็นเครื่องมือสำหรับการหาเหตุผลภายใต้ความไม่แน่นอน (Uncertainty) เครือข่ายเบย์เขียนมีคุณสมบัติเป็น Directed Acyclic Graph (DAG) มีโหนดเป็นตัวแปรแบบสุ่ม และเส้นเชื่อมระหว่างโหนดต้องเป็นอิสระ การที่จะหาค่า Condition Probability Distribution ของแต่ละโหนดในเครือข่ายเบย์เขียน จะต้องรู้ค่าความน่าจะเป็นจากแต่ละโหนดในเครือข่ายที่กำหนดให้ โดยปกติจะต้องการทราบค่า Joint Probability ของตัวแปรทั้งหมดเมื่อกำหนดค่าของแต่ละโหนด การหาค่า Joint Probability ของตัวแปรทั้งหมดในเครือข่ายเบย์เขียนสามารถคำนวณได้จาก Chaining Rule (สมพล สุนัยรัตน์นาภรณ์, 2551) ต่อไปนี้

$$P_B(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P_B(x_i | \pi_i) = \prod_{i=1}^n \theta_{x_i | \pi_i}$$

เรียก  $P_B(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$  ว่า Joint Distribution ซึ่ง  $X_i$  แสดงถึงค่าของตัวแปร และ  $P_B(x_i | \pi_i)$  เรียกว่า Local Probability Distribution ของตัวแปร  $X_i$

### เครือข่ายเบย์เซียนสำหรับการวินิจฉัย

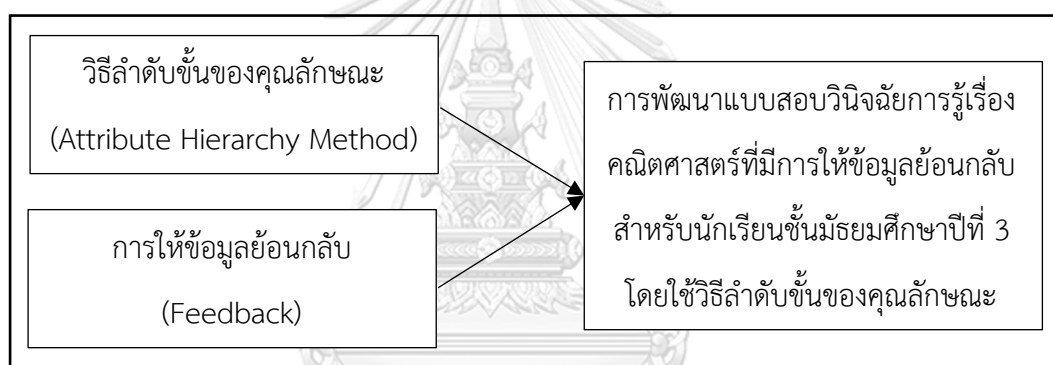
ในการที่จะระบุเครือข่ายเบย์เซียน จำเป็นต้องมีการกำหนดในส่วนของโครงสร้าง Structural Part ซึ่งประกอบด้วย  $G = \langle V, E \rangle$  และส่วนของ Parametric Part ซึ่งประกอบด้วยตารางความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขซึ่งจำเป็นในการนำมากำหนด Local Distributions  $P_B(x_i|\pi_i)$  พารามิเตอร์จะเป็นสิ่งที่กำหนดตารางความน่าจะเป็นเงื่อนไขสำหรับ Local Probability Distribution เงื่อนไขในการกำหนดค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของค่าสำหรับชุด  $P_B(X_i)$  เมื่อ Local Distributions จะถูกนำไปเป็นเงื่อนไขจำกัดขั้นตอนที่พบในการลดจำนวนของพารามิเตอร์ คือ การ Parameterize แต่ละโหนด สอดคล้องกับความรู้ที่สำคัญและทฤษฎีที่สามารถลดจำนวนของพารามิเตอร์ที่จำเป็นสำหรับโหนดที่กำหนด (Almond et al., 2001; Almond, 2007) เมื่อมีการสร้างโมเดลระบบการประเมินโดยใช้เครือข่ายเบย์เซียน จะแบ่งเป็นสองส่วนที่ทับซ้อนกันและมีปฏิสัมพันธ์ ได้แก่ 1) Proficiency Model เป็นโมเดลที่ประกอบด้วยโหนดที่เป็นตัวแทนของความรู้หรือความสัมพันธ์ของการตั้งสมมติฐานระหว่างความสามารถต่างๆ เช่น “ที่ต้องมีมาก่อน” “เป็นส่วนหนึ่งของ” “คือมีความสัมพันธ์กับ” “แนะนำ” และ “ตรวจสอบ” 2) Evidence Model เป็นโมเดลที่จะกล่าวถึงในส่วนของสถานการณ์หรือสิ่งที่ต้องการวัด โดยจะอยู่ในรูปของตัวแปรที่สามารถสังเกตได้ ในกรณีของโมเดลเครือข่ายเบย์เซียน ยังมีความสามารถในการเชื่อมโยงโดยตรงระหว่างสองตัวแปรที่สังเกตได้ภายในภาระงานหรือสถานการณ์เดียวกันเท่าที่จำเป็นโดยการประยุกต์ โดยทั่วไปการทำแผนภาพจาก Proficiencies ไปยังตัวแปรที่สังเกตได้งานเป็นจำนวนมากไปยังหลายสถานการณ์หรือภาระงานที่สังเกตได้ สามารถวัดความสามารถได้หลากหลาย และสำหรับความน่าเชื่อถือของการวัด ความสามารถแต่ละคนมักจะมีการวัดจากหลายสถานการณ์หรือภาระงานที่สังเกตได้ วิธีการสร้างโมเดลความน่าจะเป็นถูกนำมาใช้ภายใต้ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ โมเดลการตอบสนองข้อสอบ  $X_i$  เป็นฟังก์ชันความสามารถของผู้สอบ  $\theta_n$  สำหรับนักเรียน  $n$  คน และพารามิเตอร์ข้อสอบ  $\xi_i$  สำหรับข้อสอบ  $i$  ข้อ  $P_B(X_i = x_i|\theta_n, \xi_i)$  หนึ่งหรือทั้งสองพารามิเตอร์  $\theta_n$  และ  $\xi_i$  สามารถมีลักษณะเป็นพหุคูณ การให้คะแนนสอบกับผู้สอบแต่ละคนเป็นการหาค่า Posterior Probability Distribution ของพารามิเตอร์ความสามารถของผู้สอบแต่ละคน ( $\theta_n$ )

## 2.6 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีและกรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ได้นำวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method: AHM) มาประยุกต์ใช้ในการพัฒนาแบบสอบถามวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อนำแบบสอบถามวิจัยที่พัฒนาขึ้นไปใช้วินิจฉัยข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของผู้เรียน นอกจากนี้ ยังได้นำแนวทางการให้ข้อมูลย้อนกลับมาใช้เพื่อประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองของผู้เรียน ให้ได้ทราบถึงข้อบกพร่องและนำไปปรับปรุงจนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่อไป

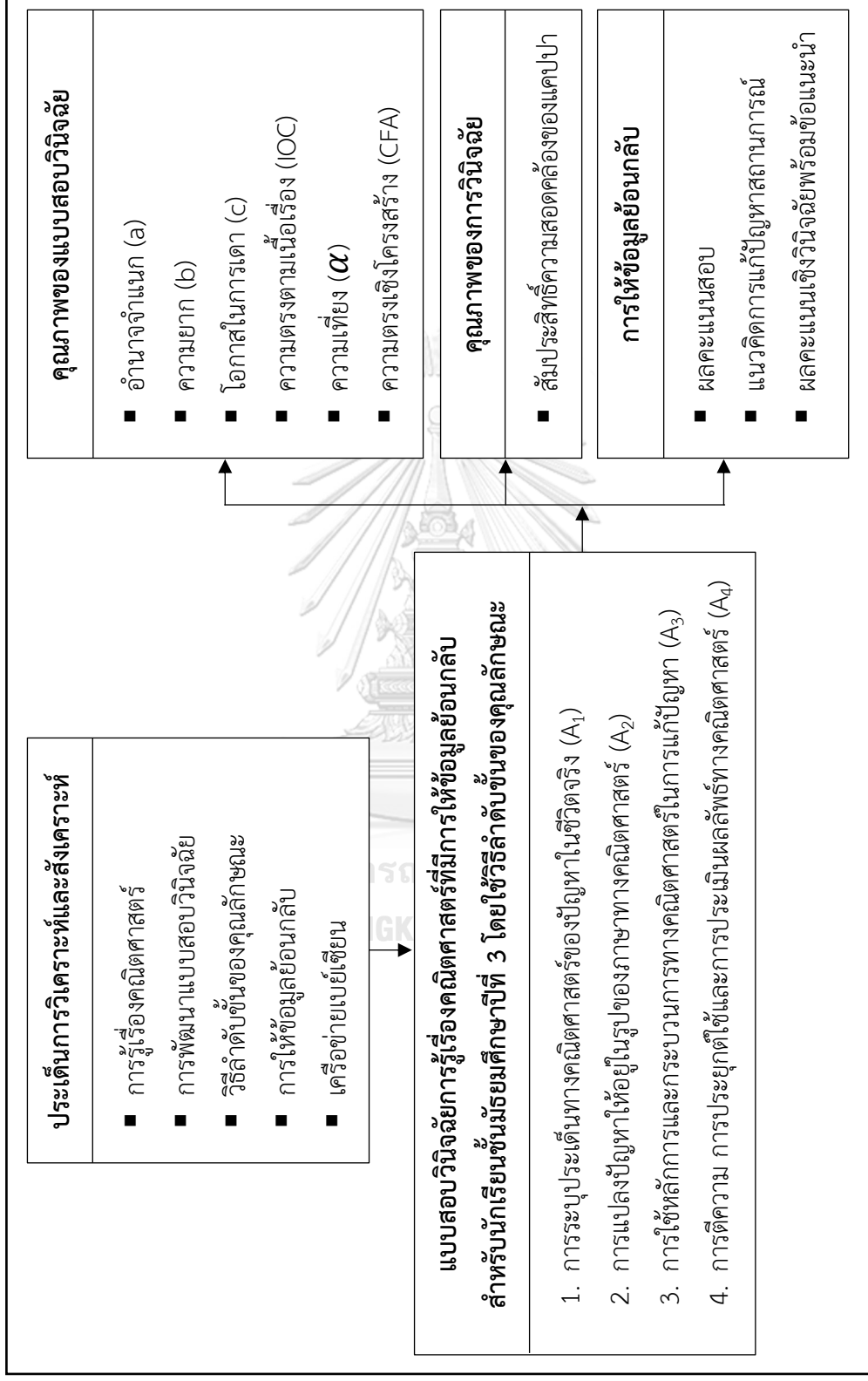
กรอบแนวคิดที่นำเสนอในตอนนี้นำแบ่งออกเป็น 2 กรอบแนวคิด ได้แก่ กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี และกรอบแนวคิดในการวิจัย

ผู้วิจัยขอเสนอกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีเพื่อให้เห็นถึงการพัฒนาแบบสอบถามวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ ดังภาพที่ 2.6.1



ภาพที่ 2.6.1 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี

เมื่อได้กระบวนการพัฒนาแบบสอบถามวิจัยแล้ว นำไปพัฒนาจนได้แบบสอบถามวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ ซึ่งผู้วิจัยแสดงเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพที่ 2.6.2



ภาพที่ 2.6.2 กรอบแนวคิดในการวิจัย

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้วิธีวิจัยและพัฒนา โดยมีวัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อ 1) พัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ 2) ตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะที่พัฒนาขึ้น และ 3) วินิจฉัยข้อบกพร่องและให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยในส่วนของ ผู้วิจัยขอเสนอการดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 3 หัวข้อ ดังนี้

- 3.1 การศึกษาเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินผลของ PISA
- 3.2 การพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น
- 3.3 การวินิจฉัยข้อบกพร่องและการให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

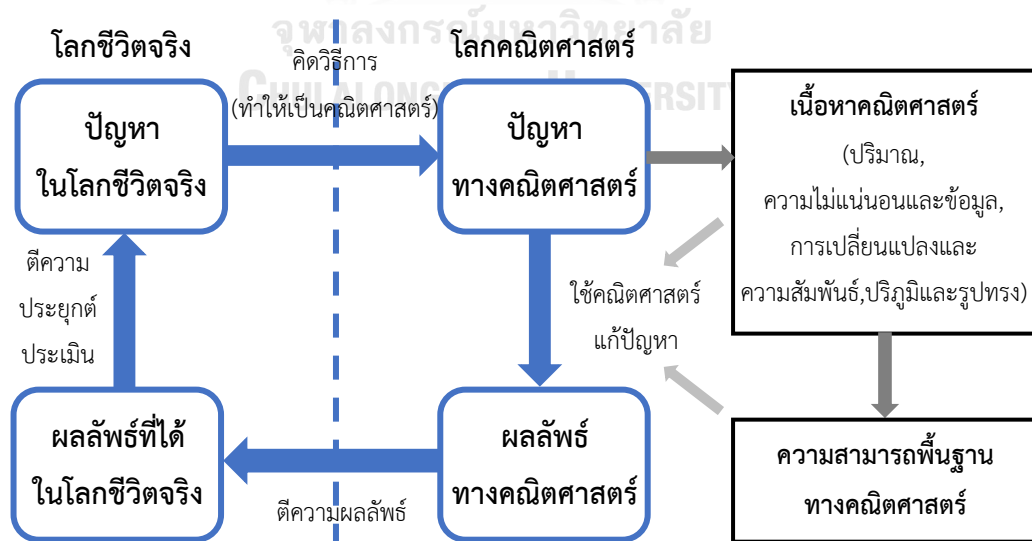
### 3.1 การศึกษาเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินผลของ PISA

ผู้วิจัยศึกษาเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินผลของ PISA เพื่อทำความเข้าใจนิยามและกรอบการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA ซึ่งเน้นที่การประเมินว่านักเรียนอายุ 15 ปีสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับโลกจริงที่ปัญหานั้นๆ เกิดขึ้นได้เพียงใด โดยครอบคลุม 4 เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) ได้แก่ ปริมาณ (Quantity) ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) และปริภูมิและรูปร่างสามมิติ (Space and Shape) ตลอดจนศึกษาข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย โดยรวบรวมข้อมูลจากสรุปผลการวิจัย PISA 2015 ซึ่งจัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

เมื่อผู้วิจัยทำการศึกษาเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินผลของ PISA แล้วผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้มาใช้เป็นแนวทางในการดำเนินการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยโดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ตามกรอบการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA โดยมีขั้นตอนดังนี้

#### 1. วิเคราะห์คุณลักษณะที่เกี่ยวข้องกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยการถอดแบบการคิดในการหาคำตอบสถานการณ์ปัญหาของ PISA

จากการศึกษานิยามและกรอบโครงสร้างการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA พบว่า PISA เน้นที่การประเมินว่านักเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด กล่าวคือ ต้องการตรวจสอบว่านักเรียนสามารถนำฐานความรู้คณิตศาสตร์มาใช้และเผชิญหน้ากับปัญหาในโลกจริงได้เพียงใด โดยมีตัวแบบกระบวนการแก้ปัญหาดังภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 3.1.1 ตัวแบบกระบวนการแก้ปัญหา

จากภาพตัวแบบกระบวนการแก้ปัญหาของ PISA ข้างต้น จะเห็นว่าคุณลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ดำเนินการแก้ปัญหาประกอบด้วยคุณลักษณะต่างๆ ดังนี้

1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง โดยนักเรียนต้องพยายามระบุว่าปัญหานั้นเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เรื่องใด หรือต้องรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์

2) การแปลงปัญหาในโลกชีวิตจริงให้เป็นปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปร่างง่ายเพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น อาจใช้การระบุข้อจำกัดและสมมติฐานที่อยู่เบื้องหลัง การนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ หรือแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม การแปลงภาษาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์หรือใช้การแสดงแทนการรู้แง่มุมต่างๆ ของปัญหาซึ่งสอดคล้องกับปัญหาที่รู้หรือแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่รู้จักข้อเท็จจริงหรือวิธีการดำเนินการ ตลอดจนการใช้เทคโนโลยีเพื่อแสดงความสัมพันธ์ภายในปัญหาที่อยู่ในสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์

3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เพื่อหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการทำโจทย์คณิตศาสตร์ การแปลงรูปทางคณิตศาสตร์ การคิดคำนวณโดยใช้และไม่ใช้เครื่องมือเพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องและเหมาะสม การนำข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา การจัดการด้านจำนวน ข้อมูล และสารสนเทศเกี่ยวกับกราฟและสถิติ นิพจน์ พีชคณิตและสมการ และการแสดงแทนทางเรขาคณิต การเขียนแผนภาพ กราฟ โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และการสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์ การใช้และการสลับที่ระหว่างการแสดงแทนต่างๆ ในกระบวนการแก้ปัญหา ตลอดจนการสร้างข้อสรุปทั่วไปบนพื้นฐานของผลลัพธ์ที่เกิดจากการนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา

4) การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้กลับไปสู่ปัญหาในบริบทเริ่มต้นเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ในบริบท โดยนักเรียนต้องตีความ ประยุกต์และประเมินผลที่ได้ รวมถึงพิจารณาความสมเหตุสมผลในบริบทของปัญหาในโลกชีวิตจริง ทำความเข้าใจว่าสถานการณ์ในชีวิตจริงส่งผลกระทบต่อผลลัพธ์และการคิดคำนวณตามกระบวนการตัวแบบทางคณิตศาสตร์อย่างไร เพื่อตัดสินใจว่าจะปรับปรุงหรือนำผลไปใช้อย่างไร อธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา เข้าใจขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์และวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนวิจารณ์และระบุข้อจำกัดของแบบจำลองที่ใช้แก้ปัญหาได้

## 2. สรุปคุณลักษณะทั้งหมดที่ใช้ในการหาคำตอบสถานการณ์ปัญหา

จากตัวแบบกระบวนการแก้ปัญหา สรุปได้ว่าบุคคลที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์จะต้องมีคุณลักษณะที่จำเป็น 4 คุณลักษณะ ได้แก่ 1) ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง 2) ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ 3) ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ 4) ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

### 3. จัดเรียงคุณลักษณะทั้งหมดตามความสัมพันธ์เชิงลำดับชั้น โดยจัดเรียงจากคุณลักษณะชั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะชั้นสูงกว่า

เมื่อพิจารณาคุณลักษณะที่จำเป็นทั้ง 4 คุณลักษณะข้างต้น จะเห็นว่ามีความสัมพันธ์กันแบบลำดับชั้น โดยความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงเป็นคุณลักษณะพื้นฐานชั้นแรกสุดของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนจะต้องมี จากนั้นจึงใช้ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ก่อนที่จะใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา เมื่อได้ผลลัพธ์จากการแก้ปัญหาแล้ว ผู้เรียนจะต้องใช้ความสามารถในการตีความการประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่ปัญหาในบริบทโลกชีวิตจริง ผู้วิจัยจึงนำคุณลักษณะทั้ง 4 คุณลักษณะมาจัดเรียงตามความสัมพันธ์เชิงลำดับชั้นจากคุณลักษณะชั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะชั้นที่สูงกว่าได้ดังนี้

กำหนดให้ A แทนคุณลักษณะ (Attribute)

คุณลักษณะที่ 1 (Identify:  $A_1$ ) ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง

คุณลักษณะที่ 2 (Transform:  $A_2$ ) ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์

คุณลักษณะที่ 3 (Employ:  $A_3$ ) ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

คุณลักษณะที่ 4 (Applying:  $A_4$ ) ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

#### 4. กำหนดนิยามของแต่ละคุณลักษณะ

ผู้วิจัยกำหนดนิยามของแต่ละคุณลักษณะ ดังนี้

**ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง ( $A_1$ )** หมายถึง การที่บุคคลรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจได้ว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหา

**ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ ( $A_2$ )** หมายถึง การรู้ เข้าใจ และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ อาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

**ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ( $A_3$ )** หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการใช้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ และค้นหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณ การแก้สมการ การลงข้อสรุปจากสมมติฐานทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล การสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา



**ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ( $A_4$ )**  
หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง ซึ่งรวมถึงการแปลความหมายของวิธีแก้ปัญหา หรือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ย้อนกลับไปบริบทของปัญหา และตัดสินว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผล และเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

### 5. นำคุณลักษณะมาสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ

เมื่อเรียงลำดับคุณลักษณะทั้งหมดเรียบร้อยแล้ว นำคุณลักษณะทั้งหมดนี้มาสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะได้ดังนี้



ภาพที่ 3.1.2 โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

### 6. พิจารณาเส้นทางในลำดับขั้นของคุณลักษณะแล้วเขียนเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะของข้อสอบ (Q-Matrix) ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

เมื่อสร้างลำดับขั้นของคุณลักษณะเรียบร้อยแล้ว ไล่เส้นทางตามลำดับขั้นของคุณลักษณะได้ 4 รูปแบบ ดังนี้

- 1)  $A_1$
- 2)  $A_1, A_2$
- 3)  $A_1, A_2, A_3$
- 4)  $A_1, A_2, A_3, A_4$

เมื่อพิจารณาเส้นทางครบแล้ว นำคุณลักษณะทั้งหมดที่ได้จากการไล่เส้นทางมาสร้างเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบ (Q-Matrix) ที่เป็นไปได้ทั้งหมด โดยให้หมายเลข 1 หมายถึงข้อสอบวัดคุณลักษณะนั้น และหมายเลข 0 หมายถึงข้อสอบไม่ได้วัดคุณลักษณะนั้น เมื่อแนวแถว (Row) แทนข้อสอบแต่ละข้อ และแนวหลัก (Column) แทนคุณลักษณะที่ใช้ในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จำนวน 4 คุณลักษณะ โดยเรียงจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะขั้นที่สูงกว่า ทำให้ได้เมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ ดังนี้

ตารางที่ 3.1.1 เมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ (Q-Matrix)

ข้อ คำถาม	ความสามารถ ในการระบุประเด็น ทางคณิตศาสตร์ ของปัญหาในชีวิตจริง (A <sub>1</sub> )	ความสามารถ ในการแปลงปัญหา ให้อยู่ในรูปของภาษา ทางคณิตศาสตร์ (A <sub>2</sub> )	ความสามารถ ในการใช้หลักการ และกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ แก้ปัญหา (A <sub>3</sub> )	ความสามารถ ในการตีความ ประยุกต์ใช้และ ประเมินผลลัพธ์ ทางคณิตศาสตร์ (A <sub>4</sub> )
	1	1	0	0
2	1	1	0	0
3	1	1	1	0
4	1	1	1	1

ตารางที่ 3.1.2 ความหมายของเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ

ข้อคำถาม	คุณลักษณะของข้อสอบ
1	การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง (A <sub>1</sub> )
2	การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ (A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub> )
3	การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา (A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub> , A <sub>3</sub> )
4	การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub> , A <sub>3</sub> , A <sub>4</sub> )

### 3.2 การพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาแล้วเห็นว่าวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method) มีจุดเด่นอยู่ที่มีการให้คำจำกัดความของค่าว่าคุณลักษณะที่ชัดเจน และกำหนดให้มีการจำแนกคุณลักษณะก่อนการพัฒนาแบบสอบ รวมทั้งการกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับชั้นของคุณลักษณะจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะที่สูงกว่า ซึ่งเป็นขั้นตอนสำคัญที่ช่วยกำหนดลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ สอดคล้องกับการคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีกระบวนการคิดเป็นลำดับชั้น นอกจากนี้ ยังช่วยให้สามารถวัดความรู้ครบทุกคุณลักษณะภายใต้แบบทดสอบฉบับเดียว อีกทั้งยังมุ่งวินิจฉัยคุณลักษณะเป็นรายด้าน ทำให้การวินิจฉัยจากแบบแผนการตอบข้อสอบให้สารสนเทศที่เป็นประโยชน์และมีความชัดเจน ผู้วิจัยจึงได้กำหนดโมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะและเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบ แล้วดำเนินการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ พร้อมทั้งตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น โดยมีวิธีดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. กำหนดแผนผังการออกข้อสอบและรูปแบบของข้อสอบให้สอดคล้องกับโมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะและเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบ (Q-Matrix) โดยผู้วิจัยได้ออกแบบให้ข้อสอบมีลักษณะเป็นสถานการณ์ปัญหาที่แต่ละสถานการณ์สามารถวัดคุณลักษณะได้ครบทั้ง 4 คุณลักษณะในแต่ละสถานการณ์ปัญหาจึงประกอบด้วย 4 คำถามย่อย โดยคำถามย่อยที่ 1 ของแต่ละสถานการณ์จะวัดคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง คำถามย่อยที่ 2 ของแต่ละสถานการณ์จะวัดคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ คำถามย่อยที่ 3 ของแต่ละสถานการณ์จะวัดคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และคำถามย่อยที่ 4 ของแต่ละสถานการณ์จะวัดคุณลักษณะการตีความ ประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ และเพื่อให้แบบสอบสามารถวัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์จำนวน 4 เรื่องตามกรอบการประเมินผลการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA ผู้วิจัยจึงได้สร้างสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ทั้ง 4 เรื่อง จำนวนเรื่องละ 6 สถานการณ์ ทำให้แบบสอบประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหารวมทั้งสิ้น 24 สถานการณ์ โดยสถานการณ์ที่ 1-6 เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์เรื่องปริมาณ สถานการณ์ที่ 7-12 เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์เรื่องความไม่แน่นอนและข้อมูล สถานการณ์ที่ 13-18 เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์เรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ และสถานการณ์ที่ 19-24 เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์เรื่องปริภูมิและรูปทรง ทำให้แบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยข้อสอบจำนวนทั้งสิ้น 24 สถานการณ์ สถานการณ์ละ 4 คำถามย่อย รวมเป็น 96 ข้อ แผนผังการออกข้อสอบแสดงดังตารางที่ 3.2.1

ตารางที่ 3.2.1 แผนผังการออกข้อสอบ จำแนกตามคุณลักษณะและเนื้อหา

เนื้อหา คุณลักษณะ	ปริมาณ		ความไม่แน่นอน และข้อมูล		การเปลี่ยนแปลง และความสัมพันธ์		ปริภูมิ และรูปทรง	
การระบุประเด็น ทางคณิตศาสตร์ ของปัญหาในชีวิตจริง (A <sub>1</sub> )	ข้อ 1.1	ข้อ 2.1	ข้อ 7.1	ข้อ 8.1	ข้อ 13.1	ข้อ 14.1	ข้อ 19.1	ข้อ 20.1
	ข้อ 3.1	ข้อ 4.1	ข้อ 9.1	ข้อ 10.1	ข้อ 15.1	ข้อ 16.1	ข้อ 21.1	ข้อ 22.1
	ข้อ 5.1	ข้อ 6.1	ข้อ 11.1	ข้อ 12.1	ข้อ 17.1	ข้อ 18.1	ข้อ 23.1	ข้อ 24.1
การแปลงปัญหา ให้อยู่ในรูปของภาษา ทางคณิตศาสตร์ (A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub> )	ข้อ 1.2	ข้อ 2.2	ข้อ 7.2	ข้อ 8.2	ข้อ 13.2	ข้อ 14.2	ข้อ 19.2	ข้อ 20.2
	ข้อ 3.2	ข้อ 4.2	ข้อ 9.2	ข้อ 10.2	ข้อ 15.2	ข้อ 16.2	ข้อ 21.2	ข้อ 22.2
	ข้อ 5.2	ข้อ 6.2	ข้อ 11.2	ข้อ 12.2	ข้อ 17.2	ข้อ 18.2	ข้อ 23.2	ข้อ 24.2
การใช้หลักการ และกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ (A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub> , A <sub>3</sub> )	ข้อ 1.3	ข้อ 2.3	ข้อ 7.3	ข้อ 8.3	ข้อ 13.3	ข้อ 14.3	ข้อ 19.3	ข้อ 20.3
	ข้อ 3.3	ข้อ 4.3	ข้อ 9.3	ข้อ 10.3	ข้อ 15.3	ข้อ 16.3	ข้อ 21.3	ข้อ 22.3
	ข้อ 5.3	ข้อ 6.3	ข้อ 11.3	ข้อ 12.3	ข้อ 17.3	ข้อ 18.3	ข้อ 23.3	ข้อ 24.3
การตีความ ประยุกต์ใช้ และประเมินผลลัพธ์ ทางคณิตศาสตร์ (A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub> , A <sub>3</sub> , A <sub>4</sub> )	ข้อ 1.4	ข้อ 2.4	ข้อ 7.4	ข้อ 8.4	ข้อ 13.4	ข้อ 14.4	ข้อ 19.4	ข้อ 20.4
	ข้อ 3.4	ข้อ 4.4	ข้อ 9.4	ข้อ 10.4	ข้อ 15.4	ข้อ 16.4	ข้อ 21.4	ข้อ 22.4
	ข้อ 5.4	ข้อ 6.4	ข้อ 11.4	ข้อ 12.4	ข้อ 17.4	ข้อ 18.4	ข้อ 23.4	ข้อ 24.4

**หมายเหตุ** ข้อ 1.1 คือ สถานการณ์ที่ 1 คำถามย่อยที่ 1, ข้อ 24.4 คือ สถานการณ์ที่ 24 คำถามย่อยที่ 4

2. เมื่อกำหนดแผนผังการออกข้อสอบแล้ว ผู้วิจัยพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยตามแผนผังการออกข้อสอบ โดยให้คำถามย่อยที่ 1 และ 2 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบจำนวน 4 ตัวเลือก ส่วนคำถามย่อยที่ 3 และ 4 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเติมคำ กำหนดรูปแบบการให้คะแนนแบบ 2 ค่า คือ ให้ 1 คะแนน สำหรับข้อที่นักเรียนตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อที่นักเรียนตอบผิด

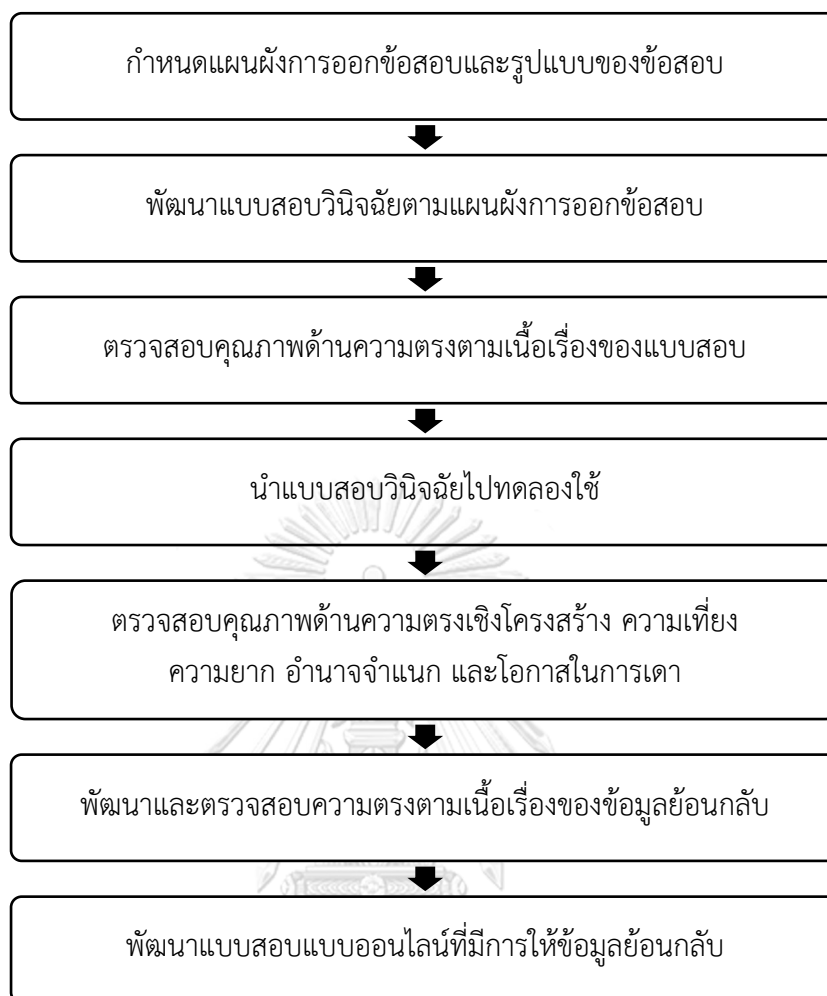
3. นำแบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นไปตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่อง (Content Validity) ของข้อคำถามในแบบสอบ โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้อง (Index of Item – Objective Congruence: IOC) จากผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผล การศึกษาจำนวน 7 ท่าน ที่ได้พิจารณาความสอดคล้องระหว่างเนื้อหาสาระและคุณลักษณะที่ต้องการวัด กับข้อสอบที่พัฒนาขึ้นจำนวน 96 ข้อ

4. นำแบบสอบวินิจฉัยที่ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 ในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานที่ให้ความร่วมมือในการวิจัย

5. นำผลการทดสอบมาตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) โดยใช้วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (CFA) ตรวจสอบความเที่ยงของแบบสอบ (Reliability) โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Method) และวิธีการวิเคราะห์พหุมิติโดยใช้ค่าความเที่ยง EAP (EPA Reliability) จำแนกตามคุณลักษณะ ตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบรายข้อ ด้วยค่าความยาก (Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) และ ค่าโอกาสในการเดา (Guessing) ตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory)

6. ออกแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนใน 3 ลักษณะ ได้แก่ 1) การรายงานผลคะแนนแก่นักเรียนในทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการทดสอบ ซึ่งการแสดงผลในส่วนนี้สามารถตั้งค่าได้โดยตรงจากระบบ โดยเมื่อนักเรียนเสร็จสิ้นการทดสอบแล้ว ระบบจะทำการประมวลผลคะแนนรวมของข้อคำถามที่นักเรียนตอบถูกแล้วแสดงผลคะแนนให้ทราบในทันที 2) การแสดงแนวคิดการแก้ปัญหาสถานการณ์โดยละเอียดในกรณีที่นักเรียนตอบข้อสอบไม่ถูกต้อง และ 3) การรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยรายบุคคลเพื่อให้นักเรียนทราบว่าตนเอง มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในคุณลักษณะใด พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะที่เหมาะสมแก่นักเรียนแต่ละคนตามคุณลักษณะที่มีความบกพร่อง โดยข้อมูลย้อนกลับในส่วนที่ 2) และ 3) นั้น ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นและทำการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้อง (IOC) จากผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน

7. เมื่อผู้วิจัยพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของข้อมูลย้อนกลับในแต่ละส่วนเรียบร้อยแล้วรวบรวมข้อมูลทั้งหมดมาพัฒนาเป็นแบบสอบแบบออนไลน์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ โดยจัดทำผ่านเว็บไซต์ <https://www.flexiquiz.com> ทำให้ได้แบบสอบวินิจฉัยฉบับสมบูรณ์ สามารถเข้าถึงได้ผ่าน URL ที่กำหนด คือ <https://www.flexiquiz.com/SC/N/CEduMath>



ภาพที่ 3.2.1 ขั้นตอนการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น

### ประชากรและตัวอย่างวิจัย

ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ตัวอย่างวิจัยที่ใช้ทดลองเครื่องมือ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน โดยจำแนกตัวอย่างวิจัยเป็น 9 ภูมิภาค ได้แก่ กรุงเทพมหานครและปริมณฑล ภาคกลาง ภาคตะวันออก ภาคตะวันตก ภาคเหนือตอนบน ภาคเหนือตอนล่าง ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง และภาคใต้ และทำการสุ่มตัวอย่างอย่างง่ายเพื่อให้ได้จังหวัดจากทั้ง 9 ภูมิภาค ภูมิภาคละ 1 จังหวัด รวม 9 จังหวัด จากนั้นสุ่มตัวอย่างอย่างง่ายเพื่อให้ได้โรงเรียนจากทั้ง 9 จังหวัด จังหวัดละ 1 โรงเรียน รวม 9 โรงเรียน และขั้นตอนสุดท้ายสุ่มตัวอย่างอย่างง่ายเพื่อให้ได้นักเรียนจากทั้ง 9 โรงเรียน โรงเรียนละ 1 ห้องเรียน รวมตัวอย่างวิจัยจำนวน 283 คน รายละเอียดดังตารางที่ 3.2.2

ตารางที่ 3.2.2 จำนวนตัวอย่างวิจัย จำแนกตามภูมิภาค (n=283)

ภูมิภาค	จังหวัด	จำนวนตัวอย่างวิจัย (คน)
กรุงเทพมหานครและปริมณฑล	ปทุมธานี	34
ภาคกลาง	ลพบุรี	32
ภาคตะวันออก	ฉะเชิงเทรา	31
ภาคตะวันตก	ประจวบคีรีขันธ์	30
ภาคเหนือตอนบน	ลำปาง	31
ภาคเหนือตอนล่าง	กำแพงเพชร	30
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน	ขอนแก่น	32
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง	บุรีรัมย์	30
ภาคใต้	พังงา	33
<b>รวม</b>		<b>283</b>

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยประสานไปยังฝ่ายวิชาการของโรงเรียนเพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้วยแบบสอบถามวิจัยที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นและดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยแจกแบบสอบถามและชี้แจงรายละเอียดเกี่ยวกับแบบสอบถาม จากนั้นอธิบายและยกตัวอย่างวิธีการเขียนตอบในกระดาษคำตอบให้นักเรียนทำข้อสอบให้ครบทุกสถานการณ์และทุกข้อ โดยกำหนดเวลาสำหรับการทดสอบ 60 นาที

### เครื่องมือวิจัย

เครื่องมือวิจัย คือ แบบสอบถามวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งประกอบด้วยข้อสอบที่ครอบคลุมเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) 4 เรื่อง ได้แก่ 1) ปริมาณ (Quantity) 2) ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data) 3) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) 4) ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ (Space and Shape) โดยแต่ละเรื่องมีข้อสอบจำนวน 2 สถานการณ์เท่ากัน รวมเป็น 8 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์แบ่งออกเป็น 4 คำถามย่อย โดยคำถามย่อยที่ 1 และ 2 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ ส่วนคำถามย่อยที่ 3 และ 4 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเติมคำ รวมเป็น 32 ข้อ กำหนดรูปแบบการให้คะแนนแบบ 2 ค่า คือ ให้ 1 คะแนน สำหรับข้อที่ผู้เรียนตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อที่ผู้เรียนตอบผิด

### การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบโดยให้ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษาจำนวน 7 ท่าน พิจารณาให้คะแนนดังนี้

+ 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามสอดคล้องกับเนื้อหา

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามสอดคล้องกับเนื้อหา

- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามไม่สอดคล้องกับเนื้อหา

จากนั้นนำผลคะแนนมาหาค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้อง (Index of Item – Objective Congruence: IOC) (ณัฐภรณ์ หลาวทอง, 2551) ซึ่งมีสูตรในการคำนวณ ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับเนื้อหา

$R_i$  คือ คะแนนผลการตัดสินข้อคำถามของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ข้อคำถามที่ผ่านเกณฑ์ คือ ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556) และปรับปรุงข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

2. ตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงเชิงโครงสร้างของแบบสอบโดยใช้วิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis: CFA) ตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์โดยพิจารณาจากสถิติไคสแควร์ (Chi-square Statistics:  $\chi^2$ ) ค่าไคสแควร์สัมพัทธ์ ( $\chi^2/df$ ) ดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (Goodness of Fit Index: GFI) ดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับค่าแล้ว (Adjusted Goodness of Fit Index: AGFI) ดัชนีเปรียบเทียบระดับความสอดคล้องกลมกลืน (Comparative Fit Index: CFI) ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า (Root Mean Square Error of Approximation: RMSEA) และค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนที่เหลือ (Root Mean Square Residual: RMR)

เกณฑ์การพิจารณา คือ ค่าไคสแควร์ ( $\chi^2$ ) ควรไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ค่าไคสแควร์สัมพัทธ์ ( $\chi^2/df$ ) มีค่าไม่เกิน 2.000 ดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (GFI) และดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (AGFI) มีค่าไม่น้อยกว่า 0.900 ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า (RMSEA) และค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนที่เหลือ (RMR) มีค่าไม่เกิน 0.050 (Hair, Black et al., 2010)



3. ตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบในด้านความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายในโดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Method) มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$\alpha = \left[ \frac{k}{k-1} \right] \left[ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_x^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	คือ	สัมประสิทธิ์ความเที่ยงของแบบทดสอบ
	$s_i^2$	คือ	ความแปรปรวนของคะแนนส่วนที่ $i$
	$s_x^2$	คือ	ความแปรปรวนของคะแนนรวม $x$
	$k$	คือ	จำนวนข้อสอบที่นำมารวมเป็น $x$

เกณฑ์ในการพิจารณาค่าความเที่ยงนั้น ควรสูงที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ในสถานการณ์นั้น แต่ไม่ควรต่ำกว่า 0.5 (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556)

4. ตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบโดยการวิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนก (a) ค่าความยาก (b) และค่าโอกาสในการเดา (c) ตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory)

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพของข้อสอบ คือ ใช้ข้อสอบที่มีค่า a ตั้งแต่ 0.50 ถึง 2.50 มีค่า b ตั้งแต่ -2.50 ถึง 2.50 และมีค่า c ไม่เกิน 0.30 (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2563)

### 3.3 การวินิจฉัยข้อบกพร่องและการให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

หลังจากที่ผู้วิจัยพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำแบบสอบไปใช้เก็บข้อมูลจริงด้วยการให้นักเรียนที่เป็นตัวอย่างวิจัยทำแบบสอบแบบออนไลน์ ซึ่งภายหลังเสร็จสิ้นการทดสอบ นักเรียนจะได้รับข้อมูลย้อนกลับทางหน้าจอคอมพิวเตอร์ โดยระบบจะรายงานคะแนนรวมแก่นักเรียนแบบทันที และในกรณีที่นักเรียนตอบข้อสอบไม่ถูกต้อง ระบบจะแสดงแนวคิดการแก้ปัญหาข้อนั้นๆ โดยละเอียด เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้แนวทางการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง เมื่อผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลได้ครบทุกโรงเรียนแล้ว นำผลการตอบข้อสอบของนักเรียนทั้งหมด มาสร้างโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียนโดยประยุกต์ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Netica Application เพื่อใช้สำหรับวินิจฉัยข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีรายละเอียดดังนี้

1. กำหนดโหนดในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยแบ่งตามลักษณะของโหนด ได้เป็น 3 ลักษณะ ได้แก่ โหนดข้อสอบ (Item Node) โหนดข้อบกพร่อง (Bug Node) และโหนดการวินิจฉัย (Solving Node)

2. กำหนดค่าร้อยละของความน่าจะเป็นเบื้องต้น (Prior Probability) ประจำโหนดข้อสอบ โดยโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์นี้ประกอบด้วยโหนดข้อสอบทั้งหมด 4 โหนด ได้แก่ 1) โหนดข้อสอบที่ใช้วัดความบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง (Identify\_Item) 2) โหนดข้อสอบที่ใช้วัดความบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ (Transform\_Item) 3) โหนดข้อสอบที่ใช้วัดความบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา (Employ\_Item) และ 4) โหนดข้อสอบที่ใช้วัดความบกพร่องในการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (Applying\_Item) โดยค่าร้อยละของความน่าจะเป็นเบื้องต้นของแต่ละโหนดข้อสอบซึ่งจำแนกตามคะแนนจะใช้ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนจากตัวอย่างวิจัยที่ตอบข้อสอบถูกต้องต่อจำนวนนักเรียนทั้งหมด มีรายละเอียดดังตารางที่ 3.3.1

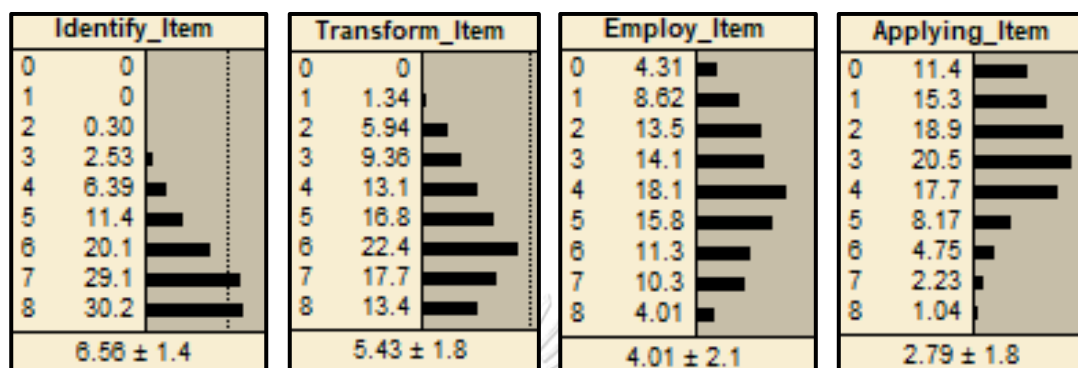
ตารางที่ 3.3.1 ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นเบื้องต้นของโหนดข้อสอบ จำแนกตามคะแนน

โหนดข้อสอบ	คะแนนที่ได้	จำนวนนักเรียน	ร้อยละของความน่าจะเป็นเบื้องต้น ที่นักเรียนจะตอบถูก
Identify_Item	0	0	0.00
	1	0	0.00
	2	2	0.30
	3	17	2.53
	4	43	6.39
	5	77	11.40
	6	135	20.10
	7	196	29.10
	8	203	30.20
Transform_Item	0	0	0.00
	1	9	1.34
	2	40	5.94
	3	63	9.36
	4	88	13.10
	5	113	16.80
	6	151	22.40
	7	119	17.70
	8	90	13.40

ตารางที่ 3.3.1 ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นเบื้องต้นของโหนดข้อสอบ จำแนกตามคะแนน (ต่อ)

โหนดข้อสอบ	คะแนนที่ได้	จำนวนนักเรียน	ร้อยละของความน่าจะเป็นเบื้องต้น ที่นักเรียนจะตอบถูก
Employ_Item	0	29	4.31
	1	58	8.62
	2	91	13.50
	3	95	14.10
	4	122	18.10
	5	106	15.80
	6	76	11.30
	7	69	10.30
	8	27	4.01
Applying_Item	0	77	11.40
	1	103	15.30
	2	127	18.90
	3	138	20.50
	4	119	17.70
	5	55	8.17
	6	32	4.75
	7	15	2.23
	8	7	1.04

จากตารางที่ 3.3.1 นำค่าร้อยละของความน่าจะเป็นเบื้องต้นที่นักเรียนจะตอบข้อสอบถูกในแต่ละโหนดข้อสอบซึ่งจำแนกตามคะแนนไปแทนลงในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน ได้ผลดังนี้



ภาพที่ 3.3.1 โหนดข้อสอบในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน

จากภาพที่ 3.3.1 แสดงโหนดข้อสอบทั้ง 4 โหนด ในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน ซึ่งประกอบด้วย 1) คะแนนที่ได้จากการทำแบบสอบวินิจฉัยตั้งแต่ 0 ถึง 8 คะแนนในแต่ละโหนด 2) ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นเบื้องต้นที่นักเรียนจะตอบข้อสอบถูก และ 3) คะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ (แสดงด้วยตัวเลขที่อยู่ด้านล่างของแต่ละโหนด)

**3. กำหนดค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability) ประจำโหนดข้อบกพร่อง** โดยโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์นี้ประกอบด้วยโหนดข้อบกพร่องทั้งหมด 4 โหนด ได้แก่ 1) โหนดข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง (Identify\_Bug) 2) โหนดข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ (Transform\_Bug) 3) โหนดข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา (Employ\_Bug) และ 4) โหนดข้อบกพร่องในการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (Applying\_Bug)

สำหรับการกำหนดคะแนนจุดตัดเพื่อใช้เป็นเกณฑ์ขั้นต่ำของค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดข้อบกพร่อง ผู้วิจัยให้ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน เป็นผู้พิจารณาข้อสอบแต่ละข้อร่วมกับสารสนเทศเกี่ยวกับคุณภาพข้อสอบ แล้วตัดสินประมาณเป็นค่าความน่าจะเป็นของกลุ่มผู้สอบที่มีความสามารถสอบผ่านหรือมีผลการเรียนระดับ 1 จะสามารถทำข้อสอบข้อนั้นได้ถูกต้อง โดยนักเรียนที่ไม่มีข้อบกพร่องในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์หรือนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์จะต้องได้คะแนนในแต่ละโหนดไม่ต่ำกว่าคะแนนจุดตัดที่คำนวณได้ มีรายละเอียดดังตารางที่ 3.3.2

ตารางที่ 3.3.2 คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ จำแนกตามโหนดข้อสอบ

โหนดข้อสอบ	ข้อ	ค่าความน่าจะเป็น พิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญ					
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	เฉลี่ย
Identify_Item	1.1	0.70	0.70	0.80	0.80	0.80	0.76
	2.1	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
	3.1	0.80	0.70	0.80	0.80	0.80	0.78
	4.1	0.70	0.70	0.80	0.75	0.70	0.73
	5.1	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
	6.1	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
	7.1	0.70	0.70	0.70	0.75	0.70	0.71
	8.1	0.70	0.70	0.80	0.75	0.70	0.73
	รวม	6.00	5.90	6.30	6.25	6.10	<b>6.11</b>
คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ คือ 6 คะแนน							
Transform_Item	1.2	0.60	0.60	0.70	0.67	0.60	0.63
	2.2	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70
	3.2	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70
	4.2	0.60	0.60	0.70	0.70	0.70	0.66
	5.2	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70
	6.2	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70
	7.2	0.60	0.60	0.60	0.67	0.60	0.61
	8.2	0.60	0.60	0.60	0.67	0.60	0.61
	รวม	5.20	5.20	5.40	5.51	5.30	<b>5.32</b>
คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ คือ 5 คะแนน							

ตารางที่ 3.3.2 คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ จำแนกตามโหนดข้อสอบ (ต่อ)

โหนดข้อสอบ	ข้อ	ค่าความน่าจะเป็น พิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญ					
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	เฉลี่ย
Employ_Item	1.3	0.50	0.50	0.60	0.50	0.50	0.52
	2.3	0.60	0.50	0.60	0.60	0.60	0.58
	3.3	0.60	0.50	0.60	0.60	0.60	0.58
	4.3	0.60	0.50	0.50	0.50	0.50	0.52
	5.3	0.60	0.50	0.60	0.60	0.60	0.58
	6.3	0.60	0.50	0.60	0.60	0.60	0.58
	7.3	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
	8.3	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
	รวม	4.50	4.00	4.50	4.40	4.40	<b>4.36</b>
<b>คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ คือ 4 คะแนน</b>							
Applying_Item	1.4	0.40	0.40	0.30	0.40	0.40	0.38
	2.4	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
	3.4	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
	4.4	0.30	0.40	0.40	0.40	0.40	0.38
	5.4	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
	6.4	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
	7.4	0.30	0.40	0.30	0.33	0.30	0.33
	8.4	0.30	0.40	0.30	0.33	0.30	0.33
	รวม	2.90	3.20	2.90	3.06	3.00	<b>3.01</b>
<b>คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ คือ 3 คะแนน</b>							

ตารางที่ 3.3.3 ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดข้อบกพร่อง

โหนดข้อบกพร่อง	คะแนน ประจำโหนดข้อสอบ	ร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข	
		Bug	No Bug
Identify_Bug คะแนนจุดตัด 6 คะแนน	0	100.0	0.0
	1	91.7	8.3
	2	83.3	16.7
	3	75.0	25.0
	4	66.7	33.3
	5	58.3	41.7
	<b>6</b>	<b>50.0</b>	<b>50.0</b>
	7	25.0	75.0
	8	0.0	100.0
Transform_Bug คะแนนจุดตัด 5 คะแนน	0	100.0	0.0
	1	90.0	10.0
	2	80.0	20.0
	3	70.0	30.0
	4	60.0	40.0
	<b>5</b>	<b>50.0</b>	<b>50.0</b>
	6	33.3	66.7
	7	16.7	83.3
	8	0.0	100.0



ตารางที่ 3.3.3 ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดข้อบกพร่อง (ต่อ)

โหนดข้อบกพร่อง	คะแนน ประจำโหนดข้อสอบ	ร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข	
		Bug	No Bug
Employ_Bug คะแนนจุดตัด 4 คะแนน	0	100.0	0.0
	1	87.5	12.5
	2	75.0	25.0
	3	62.5	37.5
	<b>4</b>	<b>50.0</b>	<b>50.0</b>
	5	37.5	62.5
	6	25.0	75.0
	7	12.5	87.5
	8	0.0	100.0
Applying_Bug คะแนนจุดตัด 3 คะแนน	0	100.0	0.0
	1	83.3	16.7
	2	66.7	33.3
	<b>3</b>	<b>50.0</b>	<b>50.0</b>
	4	40.0	60.0
	5	30.0	70.0
	6	20.0	80.0
	7	10.0	90.0
	8	0.0	100.0

จากตารางที่ 3.3.2 และตารางที่ 3.3.3 คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ของโหนด Identify\_Bug เท่ากับ 6 คะแนน ดังนั้น ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของการมี/ไม่มีข้อบกพร่อง (Bug/No Bug) ที่คะแนนประจำโหนดข้อสอบ 6 คะแนน คิดเป็นอัตราส่วน 50 : 50 แล้วเพิ่มขึ้นหรือลดหลั่นไปตามอัตราส่วนของคะแนนสอบประจำโหนด

คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ของโหนด Transform\_Bug เท่ากับ 5 คะแนน ดังนั้น ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของการมี/ไม่มีข้อบกพร่อง (Bug/No Bug) ที่คะแนนประจำโหนดข้อสอบ 5 คะแนน คิดเป็นอัตราส่วน 50 : 50 แล้วเพิ่มขึ้นหรือลดหลั่นไปตามอัตราส่วนของคะแนนสอบประจำโหนด

คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ของโหนด Employ\_Bug เท่ากับ 4 คะแนน ดังนั้น ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของการมี/ไม่มีข้อบกพร่อง (Bug/No Bug) ที่คะแนนประจำโหนดข้อสอบ 4 คะแนน คิดเป็นอัตราส่วน 50 : 50 แล้วเพิ่มขึ้นหรือลดหลั่นไปตามอัตราส่วนของคะแนนสอบประจำโหนด

คะแนนจุดตัดการผ่านเกณฑ์ของโหนด Applying\_Bug เท่ากับ 3 คะแนน ดังนั้น ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของการมี/ไม่มีข้อบกพร่อง (Bug/No Bug) ที่คะแนนประจำโหนดข้อสอบ 3 คะแนน คิดเป็นอัตราส่วน 50 : 50 แล้วเพิ่มขึ้นหรือลดหลั่นไปตามอัตราส่วนของคะแนนสอบประจำโหนด

เมื่อกำหนดค่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดข้อบกพร่องครบทุกโหนดแล้ว แทนค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่ได้ลงในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน ได้ผลดังนี้

Identify_Bug		Transform_Bug		Employ_Bug		Applying_Bug	
Bug	30.4	Bug	39.2	Bug	49.9	Bug	57.7
No Bug	69.6	No Bug	60.8	No Bug	50.1	No Bug	42.3
0.696 ± 0.46		0.608 ± 0.49		0.501 ± 0.5		0.423 ± 0.49	

ภาพที่ 3.3.2 โหนดข้อบกพร่องในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน

4. กำหนดค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability) ประจำโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Solving Node) จำนวน 1 โหนด คือ MathLiteracy ในการกำหนดค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์นี้ ผู้วิจัยใช้แนวคิดพื้นฐานที่ว่านักเรียนที่ได้รับการวินิจฉัยว่ามีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ย่อมเป็นผลมาจากการได้รับการวินิจฉัยว่ามีข้อบกพร่องจากโหนดข้อบกพร่องทั้ง 4 โหนด ประกอบด้วย Identify\_Bug, Transform\_Bug, Employ\_Bug และ Applying\_Bug จึงกำหนดค่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยให้น้ำหนักความสำคัญกับโหนดข้อบกพร่องทั้ง 4 โหนดในอัตราส่วนที่เท่ากัน คือ 25 : 25 : 25 : 25 สามารถสรุปค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้ดังตารางที่ 3.3.4

ตารางที่ 3.3.4 ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

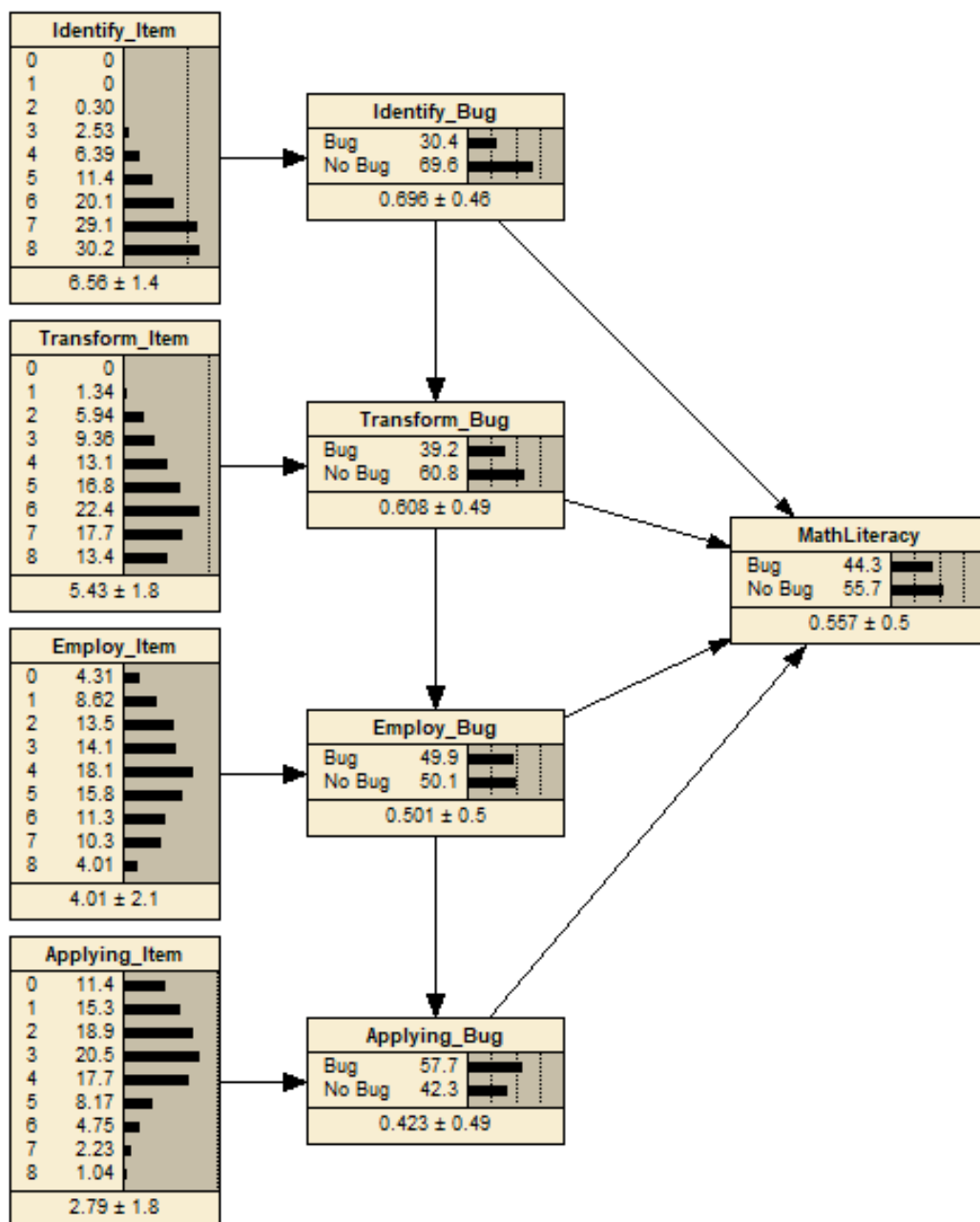
MathLiteracy				ร้อยละของความน่าจะเป็น แบบมีเงื่อนไข	
Identify_Bug	Transform_Bug	Employ_Bug	Applying_Bug	Bug	No Bug
Bug	Bug	Bug	Bug	100	0
Bug	Bug	Bug	No Bug	75	25
Bug	Bug	No Bug	Bug	75	25
Bug	Bug	No Bug	No Bug	50	50
Bug	No Bug	Bug	Bug	75	25
Bug	No Bug	Bug	No Bug	50	50
Bug	No Bug	No Bug	Bug	50	50
Bug	No Bug	No Bug	No Bug	25	75
No Bug	Bug	Bug	Bug	75	25
No Bug	Bug	Bug	No Bug	50	50
No Bug	Bug	No Bug	Bug	50	50
No Bug	Bug	No Bug	No Bug	25	75
No Bug	No Bug	Bug	Bug	50	50
No Bug	No Bug	Bug	No Bug	25	75
No Bug	No Bug	No Bug	Bug	25	75
No Bug	No Bug	No Bug	No Bug	0	100

จากตารางที่ 3.3.4 ผู้วิจัยได้ให้น้ำหนักความสำคัญกับโหนด Identify\_Bug, Transform\_Bug, Employ\_Bug และ Applying\_Bug ในอัตราส่วน 25 : 25 : 25 : 25 เมื่อกำหนดค่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แล้ว แทนค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่ได้ลงในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน ได้ผลดังนี้

MathLiteracy	
Bug	44.3
No Bug	55.7
0.557 ± 0.5	

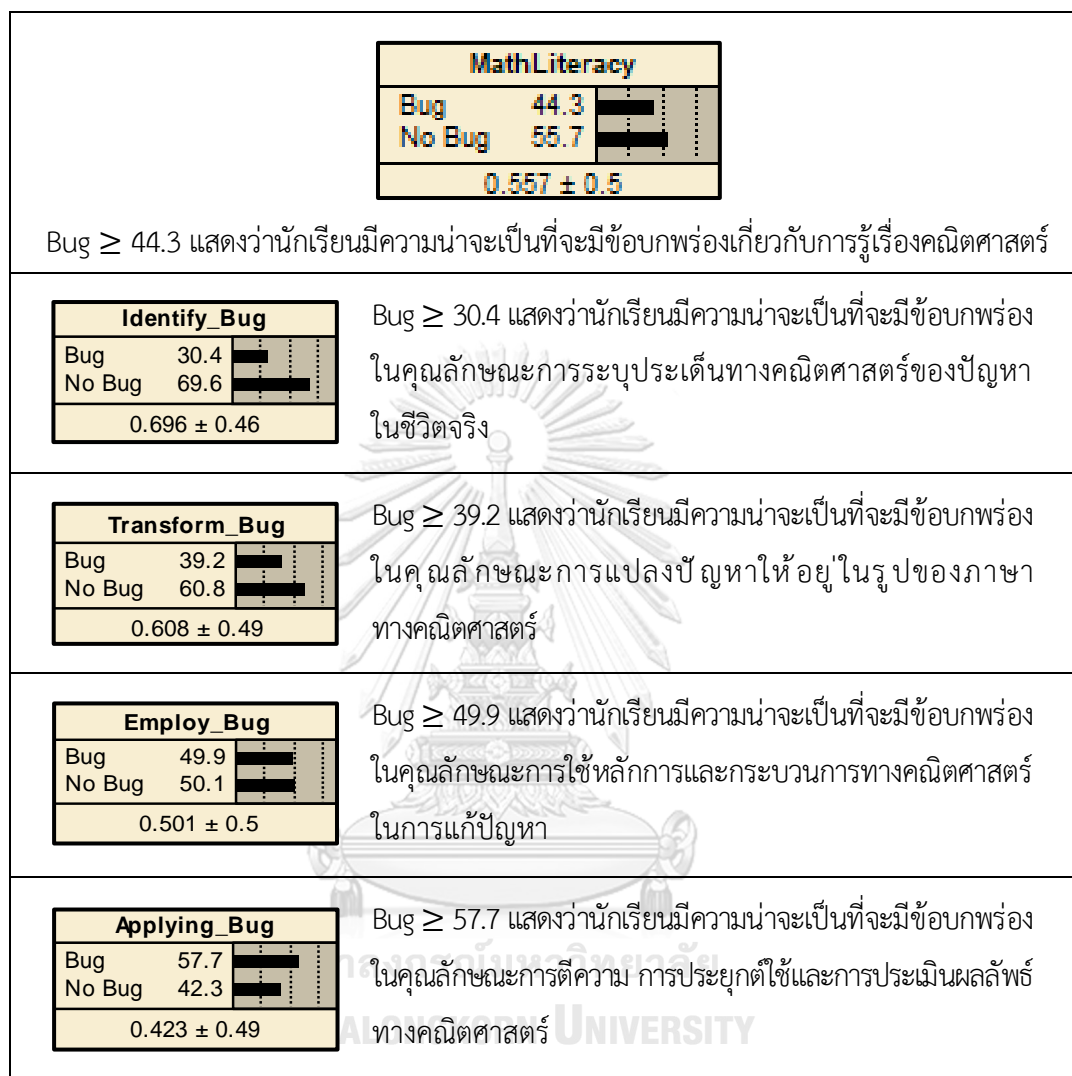
ภาพที่ 3.3.3 โหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน

5. สร้างโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน เมื่อนำค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่ได้ไปใส่ลงในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียนครบทั้งหมดแล้ว จะได้โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน ดังภาพที่ 3.3.4 โดยค่าที่ปรากฏขึ้นประจําหนดจะใช้เป็นเกณฑ์ในการจําแนกนักเรียนว่ามีข้อบกพร่องหรือไม่มีข้อบกพร่องในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และมีข้อบกพร่องหรือไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะใดบ้าง



ภาพที่ 3.3.4 โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน

จากภาพที่ 3.3.4 สามารถสรุปเกณฑ์การวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยใช้เครือข่ายเบย์เขียนได้ดังภาพที่ 3.3.5



ภาพที่ 3.3.5 เกณฑ์การวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

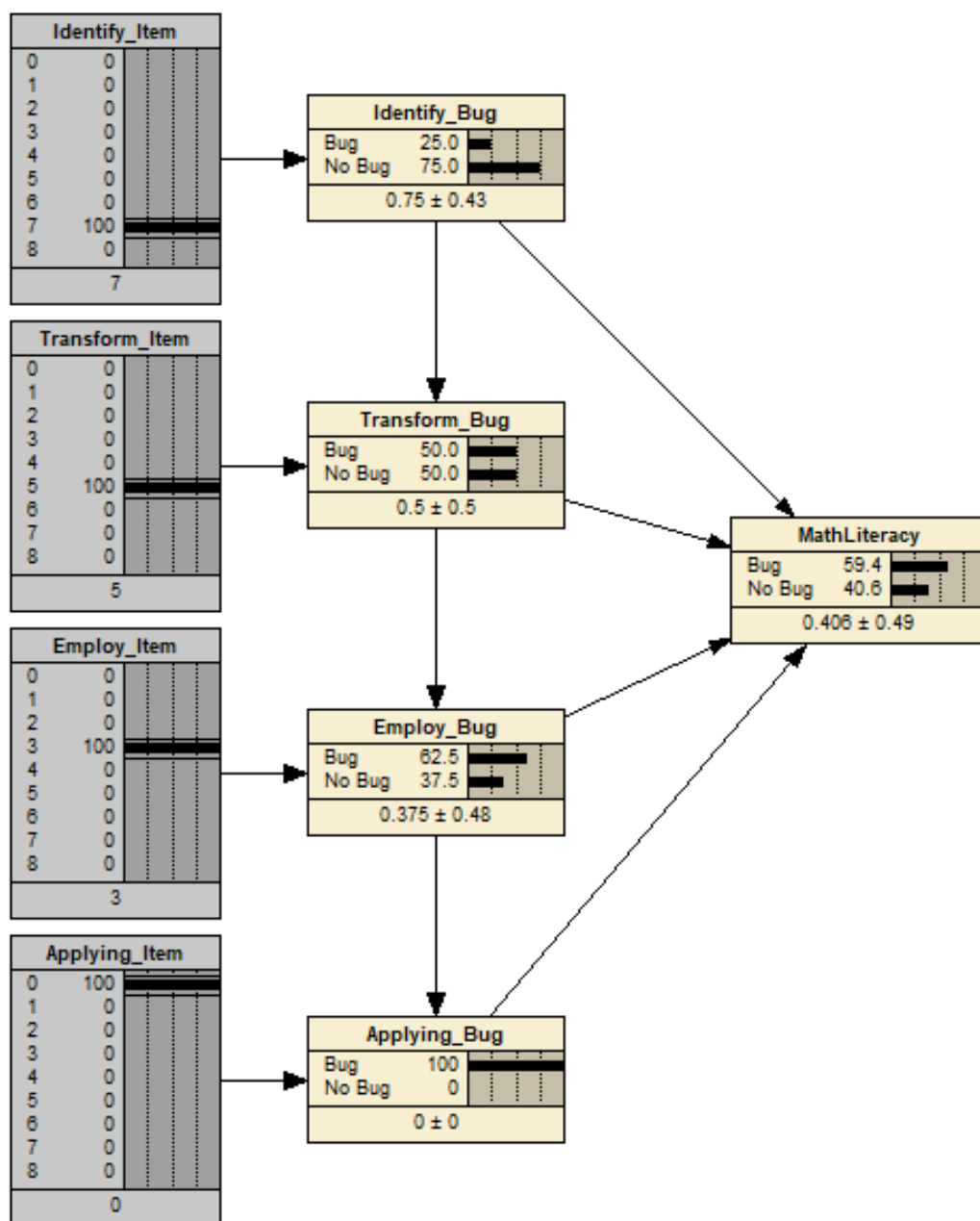
การนำโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียนที่พัฒนาขึ้นไปใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำได้โดยการนำคะแนนสอบของนักเรียนแต่ละคนแทนค่าลงในโหนดข้อสอบ (Item Node) ให้ครบทุกโหนดในโมเดล เมื่อนำคะแนนสอบใส่ลงในโหนดข้อสอบแล้ว ผลการวินิจฉัยจะแสดงในรูปค่าร้อยละของความน่าจะเป็นของการมี/ไม่มีข้อบกพร่อง (Bug/No Bug) การแปลผลที่ได้จะพิจารณาจากค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่อง (Bug) ในโหนดต่างๆ ถ้าโมเดลการวินิจฉัยปรากฏว่านักเรียนมีค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่อง (Bug) สูงกว่าค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่ใช้เป็นเกณฑ์ จะแปลผลว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในโหนดนั้น

ผู้วิจัยขอยกตัวอย่างการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนางสาว ก. โดยใช้โมเดลการวินิจฉัยแบบเครือข่ายเบย์เซียนที่พัฒนาขึ้น เมื่อคะแนนจากการทำแบบสอบวินิจฉัยของนางสาว ก. ปรากฏดังตารางที่ 3.3.5

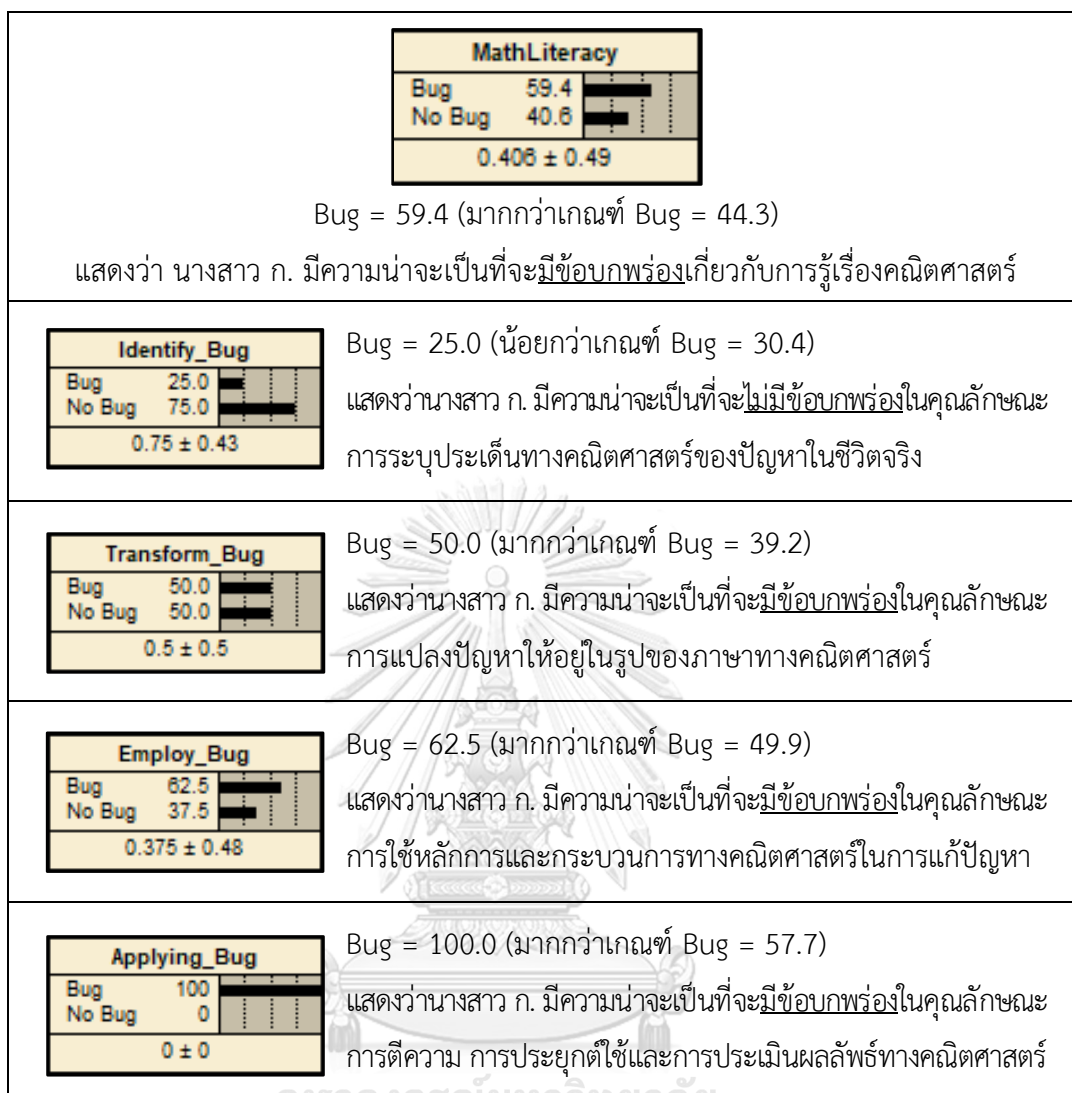
ตารางที่ 3.3.5 คะแนนจากการทำแบบสอบวินิจฉัยของนางสาว ก.

สถานการณ์ที่	คะแนน			
	Identify_Item	Transform_Item	Employ_Item	Applying_Item
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	1	0	0	0
4	1	1	0	0
5	1	0	0	0
6	1	1	1	0
7	1	1	1	0
8	0	1	1	0
<b>รวม</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>0</b>

จากตารางที่ 3.3.5 เมื่อนำคะแนนที่ได้ในแต่ละโหนดไปใส่ลงในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน จะปรากฏผลดังภาพที่ 3.3.6 และแปลผลการวินิจฉัยได้ดังภาพที่ 3.3.7



ภาพที่ 3.3.6 โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนางสาว ก.



ภาพที่ 3.3.7 การแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนางสาว ก.

จากภาพที่ 3.3.7 สรุปได้ว่า นางสาว ก. มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ควรได้รับการพัฒนาใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่ 1) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ 3) การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

6. จัดทำแบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อให้ให้นักเรียนทราบ ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของตนเองเป็นรายคุณลักษณะ พร้อมทั้งให้ข้อมูลย้อนกลับ ที่เป็นข้อเสนอแนะที่เหมาะสมแก่นักเรียนแต่ละคนตามคุณลักษณะที่มีความบกพร่อง เพื่อประโยชน์ ในการทำความเข้าใจ แก้ไขปรับปรุงจุดบกพร่อง ตลอดจนเพื่อส่งเสริมแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์ แก่นักเรียน โดยผู้วิจัยได้ศึกษานิยามและโครงสร้างการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA



แล้วพัฒนาข้อมูลย้อนกลับที่เป็นข้อเสนอแนะแก่นักเรียนตามกลุ่มที่จำแนกจากแบบแผนความรอบรู้ ซึ่งมีลักษณะเป็นเมทริกซ์ขนาด  $1 \times 4$  โดยให้หลักที่ 1, 2, 3 และ 4 แทนความบกพร่องในคุณลักษณะที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ และกำหนดสัญลักษณ์แทนความบกพร่องในแต่ละคุณลักษณะ ดังนี้

I / i หมายถึง ไม่มี/มีข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง (Identify)

T / t หมายถึง ไม่มี/มีข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ (Transform)

E / e หมายถึง ไม่มี/มีข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา (Employ)

A / a หมายถึง ไม่มี/มีข้อบกพร่องในการตีความ ประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์คณิตศาสตร์ (Applying)

จะได้รูปแบบของเมทริกซ์แบบแผนความรอบรู้ที่แตกต่างกันจำนวนทั้งสิ้น 16 รูปแบบ ดังนี้

- |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1) [i t e a]  | 2) [i t a A]  | 3) [i t E a]  | 4) [i t E A]  |
| 5) [i T e a]  | 6) [i T e A]  | 7) [i T E a]  | 8) [i T E A]  |
| 9) [I t e a]  | 10) [I t e A] | 11) [I t E a] | 12) [I t E A] |
| 13) [I T e a] | 14) [I T e A] | 15) [I T E a] | 16) [I T E A] |

คุณลักษณะใดที่นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องจะถือว่านักเรียนรอบรู้ (Mastery) ในคุณลักษณะนั้น แต่หากนักเรียนมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขจะถือว่านักเรียนไม่รอบรู้ (Non-mastery) ซึ่งในแบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยจะให้ข้อเสนอแนะที่เหมาะสมสำหรับการเพิ่มเติมหรือซ่อมเสริมในแต่ละคุณลักษณะ ดังนี้

- **การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้

- **การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทนแผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

- **การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

- **การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

ตัวอย่างแบบรายงานคะแนนเชิงวิจิจฉัยของนางสาว ก. : แบบแผนความรอบรู้ [I t e a]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy) คะแนนของฉันทัน 18		ชื่อ (นางสาว ก.) โรงเรียน (A)	
คุณลักษณะ	ความรอบรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหา กับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
- 3) การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

7. วิจิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม เพื่อเปรียบเทียบความรอบรู้ของนักเรียนในระดับภูมิภาค โดยนำเสนอข้อมูลในรูปของตารางและแผนภูมิแท่งเชิงเปรียบเทียบ

### ประชากรและตัวอย่างวิจัย

ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ตัวอย่างวิจัยที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน โดยจำแนกตัวอย่างวิจัยเป็น 9 ภูมิภาค ได้แก่ กรุงเทพมหานครและปริมณฑล ภาคกลาง ภาคตะวันออก ภาคตะวันตก ภาคเหนือตอนบน ภาคเหนือตอนล่าง ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง และภาคใต้ และทำการสุ่มตัวอย่างอย่างง่ายเพื่อให้ได้จังหวัดจากทั้ง 9 ภูมิภาค ภูมิภาคละ 1 จังหวัด รวม 9 จังหวัด เมื่อรวมกับ 9 จังหวัดเดิมที่ใช้ทดลองเครื่องมือ ทำให้ได้ทั้งหมด 18 จังหวัด จากนั้นสุ่มตัวอย่างอย่างง่ายเพื่อให้ได้โรงเรียนจากทั้ง 18 จังหวัด จังหวัดละ 1 โรงเรียน รวม 18 โรงเรียน และขั้นตอนสุดท้ายสุ่มตัวอย่างอย่างง่ายเพื่อให้ได้นักเรียนจากทั้ง 18 โรงเรียน รวมตัวอย่างวิจัยจำนวน 673 คน (รายละเอียดดังตารางที่ 3.3.6) ในจำนวนนี้ มีนักเรียนที่ตอบรับให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้การคิดออกเสียงจำนวน 32 คน

ตารางที่ 3.3.6 จำนวนตัวอย่างวิจัย จำแนกตามภูมิภาค (n=673)

ภูมิภาค	จังหวัด	จำนวนตัวอย่างวิจัย (คน)
กรุงเทพมหานครและปริมณฑล	กรุงเทพฯและปทุมธานี	71
ภาคกลาง	สระบุรีและลพบุรี	74
ภาคตะวันออก	ระยองและฉะเชิงเทรา	88
ภาคตะวันตก	กาญจนบุรีและประจวบคีรีขันธ์	71
ภาคเหนือตอนบน	เชียงรายและลำปาง	77
ภาคเหนือตอนล่าง	พิจิตรและกำแพงเพชร	74
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน	เลยและขอนแก่น	79
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง	ศรีสะเกษและบุรีรัมย์	64
ภาคใต้	นครศรีธรรมราชและพังงา	75
รวม		673

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยประสานไปยังฝ่ายวิชาการของโรงเรียนเพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้วยแบบสอบถามวิจัยแบบออนไลน์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น โดยนัดหมายวันและเวลากับครูผู้ประสานงาน ประจำโรงเรียนในการใช้ห้องคอมพิวเตอร์สำหรับการทดสอบ เมื่อถึงวันนัดหมาย ให้นักเรียนเข้าทำแบบทดสอบ โดยเข้าระบบผ่าน URL ที่กำหนด คือ <https://www.flexiquiz.com/SC/N/CEduMath> จากนั้น ชี้แจงรายละเอียดและอธิบายพร้อมยกตัวอย่างวิธีการตอบแบบสอบถามออนไลน์ ให้นักเรียนทำข้อสอบ ให้ครบทุกสถานการณ์และทุกข้อ โดยกำหนดเวลาสำหรับการทดสอบ 60 นาที

### เครื่องมือวิจัย

เครื่องมือวิจัย คือ แบบสอบถามวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นแบบสอบถามแบบออนไลน์ ประกอบด้วยข้อสอบที่ครอบคลุมเนื้อหาสาระ คณิตศาสตร์ (Mathematical Content) 4 เรื่อง ได้แก่ 1) ปริมาณ (Quantity) 2) ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data) 3) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) 4) ปริภูมิ และรูปทรงสามมิติ (Space and Shape) โดยแต่ละเรื่องมีข้อสอบจำนวน 2 สถานการณ์เท่ากัน รวมเป็น 8 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์แบ่งออกเป็น 4 คำถามย่อย โดยคำถามย่อยที่ 1 และ 2 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ ส่วนคำถามย่อยที่ 3 และ 4 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเติมคำ รวมเป็น 32 ข้อ กำหนดรูปแบบการให้คะแนนแบบ 2 ค่า คือ ให้ 1 คะแนน สำหรับข้อที่ผู้เรียนตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อที่ผู้เรียนตอบผิด

### การวิเคราะห์ข้อมูล

1. คำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัยในรู้อยู่ละของความน่าจะเป็นของความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะ โดยประยุกต์ใช้เครือข่ายเบย์เซียน ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป Netica Application
2. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างภูมิภาคกับสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องโดยใช้การทดสอบไคสแควร์ (Chi-square Test)
3. ตรวจสอบคุณภาพของการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ด้วยการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวินิจฉัยโดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนกับการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียง จากการพิจารณา ค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของแคปปา (Cohen's Kappa Coefficient: **K**) (Cohen J., 1960) ซึ่งมีสูตรในการคำนวณ ดังนี้

$$\text{สัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของแคปปา (K)} = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e}$$

เมื่อ  $P_o$  คือ สัดส่วนของการเห็นสอดคล้องกันของผู้ให้คะแนน

$P_e$  คือ สัดส่วนของการเห็นสอดคล้องกันที่คาดหวัง

เกณฑ์การแปลผลสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของแคปปา

$K \leq 0.20$	มีความสอดคล้องตรงกันน้อยมาก
$0.20 < K \leq 0.40$	มีความสอดคล้องตรงกันน้อย
$0.40 < K \leq 0.60$	มีความสอดคล้องตรงกันปานกลาง
$0.60 < K \leq 0.80$	มีความสอดคล้องตรงกันมาก
$0.80 < K \leq 1.00$	มีความสอดคล้องตรงกันแบบสมบูรณ์



## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมุ่งพัฒนาแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ครอบคลุม 4 เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) ได้แก่ 1) ปริมาณ (Quantity) 2) ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data) 3) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) และ 4) ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ (Space and Shape) มีวัตถุประสงค์การวิจัย 3 ประการ ได้แก่ 1) เพื่อพัฒนาแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ 2) เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะที่พัฒนาขึ้น และ 3) เพื่อวินิจัยข้อบกพร่องและให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในส่วนนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยแบ่งเป็น 3 หัวข้อ ดังนี้

- 4.1 ผลการพัฒนาแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์
- 4.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น
- 4.3 ผลการวินิจัยข้อบกพร่องและการให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

#### 4.1 ผลการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ดำเนินการพัฒนาแบบสอบตามเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบ และแผนผังการออกข้อสอบ ทำให้ได้แบบสอบที่ประกอบด้วย 24 สถานการณ์ปัญหา สามารถวัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์จำนวน 4 เรื่อง ตามกรอบการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA โดยสถานการณ์ที่ 1-6 เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องปริมาณ สถานการณ์ที่ 7-12 เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องความไม่แน่นอนและข้อมูล สถานการณ์ที่ 13-18 เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ และสถานการณ์ที่ 19-24 เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องปริภูมิและรูปทรง ทั้งนี้ แต่ละสถานการณ์ปัญหา ประกอบด้วย 4 คำถามย่อย โดยคำถามย่อยที่ 1 วัดคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง คำถามย่อยที่ 2 วัดคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ คำถามย่อยที่ 3 วัดคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ คำถามย่อยที่ 4 วัดคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ รวมมีข้อสอบทั้งหมด 96 ข้อ ซึ่งคำถามย่อยที่ 1 และ 2 ของแต่ละสถานการณ์เป็นข้อสอบปรนัย แบบเลือกตอบจำนวน 4 ตัวเลือก ส่วนคำถามย่อยที่ 3 และ 4 ของแต่ละสถานการณ์เป็นข้อสอบปรนัยแบบเติมคำ กำหนดรูปแบบการให้คะแนนแบบ 2 ค่า คือ ให้ 1 คะแนน สำหรับข้อที่นักเรียนตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อที่นักเรียนตอบผิด

อย่างไรก็ตาม เมื่อผู้วิจัยได้ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาข้อสอบทั้งหมด 24 สถานการณ์แล้ว พบว่า ข้อสอบสถานการณ์ที่ 5, 6, 7, 8, 12, 13, 18, 21, 22 และ 23 มีผู้เชี่ยวชาญอย่างน้อย 1 ท่านให้ความเห็นว่า มีอย่างน้อย 1 คำถามย่อยที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหาสาระหรือคุณลักษณะที่ต้องการวัด (ให้คะแนนความสอดคล้องเป็น -1) และข้อสอบสถานการณ์ที่ 4 มีผู้เชี่ยวชาญมากกว่า 1 ท่านให้ความเห็นว่า มีมากกว่า 1 คำถามย่อยที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหาสาระหรือคุณลักษณะที่ต้องการวัดหรือไม่ (ให้คะแนนความสอดคล้องเป็น 0) ผู้วิจัยจึงได้ตัดข้อสอบสถานการณ์เหล่านั้นออกรวม 11 สถานการณ์ ทำให้เหลือข้อสอบจำนวน 13 สถานการณ์

นอกจากนี้ ผู้เชี่ยวชาญบางท่านได้ให้ข้อสังเกตเรื่องสัดส่วนของข้อสอบในแต่ละเนื้อหาสาระ และจำนวนข้อสอบที่เหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการทดสอบ โดยได้เสนอแนะให้ปรับลดจำนวนข้อสอบที่วัดเนื้อหาสาระเดียวกันให้น้อยลงแต่ยังสามารถวัดได้ครอบคลุมทุกเนื้อหาสาระ เพื่อให้จำนวนข้อสอบไม่มากจนเกินไป ซึ่งจะช่วยป้องกันการเดาข้อสอบของนักเรียนเนื่องจากความเหนื่อยล้าในการทำข้อสอบได้ ผู้วิจัยจึงได้พิจารณาความเห็นของผู้เชี่ยวชาญประกอบการตัดสินใจตัดข้อสอบที่วัดเนื้อหาเดียวกันออกอีก 5 สถานการณ์ ได้แก่ สถานการณ์ที่ 3, 9, 14, 16, และ 19 โดยคงข้อสอบไว้เนื้อหาสาระละ 2 สถานการณ์ ทำให้ได้ข้อสอบที่จะใช้จัดทำเป็นแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ฉบับทดลองใช้จำนวน 8 สถานการณ์ ได้แก่ สถานการณ์ที่ 1, 2, 10, 11, 15, 17, 20 และ 24 ซึ่งแต่ละสถานการณ์มี 4 คำถามย่อย รวม 32 ข้อ

### ตัวอย่างข้อสอบและข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์

การให้ยาทางหลอดเลือดเป็นวิธีการให้ของเหลวและยาแก่ผู้ป่วย โดยการให้ยาทางหลอดเลือด

$$\text{อาจใช้สูตร } D = \frac{dv}{t}$$

เมื่อ  $D$  แทนอัตราการหยด (หยดต่อนาที)

$d$  แทนสัมประสิทธิ์การหยด (หยดต่อมิลลิลิตร)

$v$  แทนปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (มิลลิลิตร)

$t$  แทนระยะเวลาของการให้ยาทางหลอดเลือด (นาที)

**คำถามที่ 1 :** ถ้าพยาบาลต้องการให้ยาทางหลอดเลือดแก่ผู้ป่วยโดยใช้สูตร  $D = \frac{dv}{t}$  แล้วพยาบาล

จะสามารถคำนวณปริมาตรของยาให้สอดคล้องกับอัตราการหยดและระยะเวลาของการให้ยา โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

- ก. การประมาณค่า
- ข. อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ
- ค. ความรู้และสมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลัง
- ง. ความรู้เกี่ยวกับสถิติประกอบการตัดสินใจ

แนวคิด

โจทย์ปัญหาที่ต้องการคำนวณอัตราการหยด ปริมาตร และระยะเวลาของการให้ยา สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ ช่วยในการแก้ปัญหาได้

**คำถามที่ 2 :** ถ้าคุณหมอแนะนำให้เพิ่มระยะเวลาในการให้ยาแก่ผู้ป่วยเป็นสองเท่า โดยให้สัมประสิทธิ์การหยด และอัตราการหยดคงเดิม แล้วปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยจะตรงกับข้อใด

- |                              |                                 |
|------------------------------|---------------------------------|
| ก. $\frac{Dt}{2d}$ มิลลิลิตร | ค. $\frac{D+2t}{d}$ มิลลิลิตร   |
| ข. $\frac{2Dt}{d}$ มิลลิลิตร | ง. $\frac{2(D+t)}{d}$ มิลลิลิตร |

แนวคิด

จากสูตรการให้ยาทางหลอดเลือด  $D = \frac{dv}{t}$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{Dt}{d} = v$$

ถ้าเพิ่มระยะเวลาในการให้ยาแก่ผู้ป่วยเป็นสองเท่าโดยสัมประสิทธิ์การหยดและอัตราการหยดคงเดิม

$$\text{ปริมาตรของยา คือ } v = \frac{D(2t)}{d} = \frac{2Dt}{d}$$

ดังนั้น ปริมาตรของยาเท่ากับ  $\frac{2Dt}{d}$  มิลลิลิตร



**คำถามที่ 3 :** ถ้าเดิมพยาบาลให้ยาทางหลอดเลือดแก่ผู้ป่วยโดยใช้อัตราการหยด 30 หยดต่อนาทีเป็นเวลา 2 ชั่วโมง ด้วยสัมประสิทธิ์การหยด 20 หยดต่อมิลลิลิตร แล้วปริมาณของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือดเท่ากับกี่มิลลิลิตร

แนวคิด

จากสูตรการให้ยาทางหลอดเลือด  $D = \frac{dv}{t}$

$$\text{จะได้ว่า } 30 = \frac{20v}{2 \times 60}$$

$$30 = \frac{20v}{120}$$

$$v = \frac{30 \times 120}{20}$$

$$v = 180$$

ดังนั้น ปริมาณยาที่ให้ผู้ป่วยเท่ากับ 180 มิลลิลิตร

**คำถามที่ 4 :** จากเดิมที่พยาบาลให้ยาทางหลอดเลือดแก่ผู้ป่วยโดยใช้อัตราการหยด 30 หยดต่อนาทีเป็นเวลา 2 ชั่วโมง ด้วยสัมประสิทธิ์การหยด 20 หยดต่อมิลลิลิตร หากคุณหมอนแนะนำให้เพิ่มระยะเวลาในการให้ยาผู้ป่วยเป็นสองเท่า โดยให้สัมประสิทธิ์การหยดและอัตราการหยดคงเดิม แล้วปริมาณของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือดจะเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิมกี่มิลลิลิตร

แนวคิด

เนื่องจาก เดิมให้ยาทางหลอดเลือดโดยใช้สูตร  $D = \frac{dv}{t}$  จะได้ว่า  $v_1 = \frac{Dt}{d}$

ต่อมาเพิ่มระยะเวลาในการให้ยาเป็นสองเท่าแต่สัมประสิทธิ์การหยดและอัตราการหยดคงเดิม

ทำให้สูตรการให้ยาทางหลอดเลือดเปลี่ยนเป็น  $D = \frac{dv}{2t}$  จะได้ว่า  $v_2 = \frac{2Dt}{d}$

นั่นคือ ปริมาณยาที่ต้องให้ผู้ป่วยจะเพิ่มขึ้นจากเดิม  $v_2 - v_1 = \frac{2Dt}{d} - \frac{Dt}{d} = \frac{Dt}{d}$

$$= \frac{30 \times (2 \times 60)}{20}$$

$$= 180$$

ดังนั้น ปริมาณยาที่ให้ผู้ป่วยเพิ่มขึ้น 180 มิลลิลิตร

## 4.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น

หลังจากผู้วิจัยนำแบบสอบวินิจัยที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้แล้ว ได้ดำเนินการตรวจสอบคุณภาพ โดยในส่วนี้ ขอเสนอผลการตรวจสอบคุณภาพใน 4 ประเด็น ได้แก่ 1) ผลการตรวจสอบความตรงตามเนื้อเรื่อง ของแบบสอบวินิจัย 2) ผลการตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างของแบบสอบวินิจัย 3) ผลการตรวจสอบ ความเที่ยงของแบบสอบวินิจัย และ 4) ผลการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ มีรายละเอียดดังนี้

### 4.2.1 ผลการตรวจสอบความตรงตามเนื้อเรื่องของแบบสอบวินิจัย (Content Validity)

การตรวจสอบความตรงตามเนื้อเรื่อง พิจารณาโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้อง (IOC) จากผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ แบ่งออกเป็นความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบ ที่พัฒนาขึ้นและความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อมูลย้อนกลับ มีรายละเอียดดังนี้

#### 4.2.1.1 ผลการตรวจสอบความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบที่พัฒนาขึ้น

การตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบ ใช้ค่า สัมประสิทธิ์ความสอดคล้อง (IOC) จากผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และด้านการวัด และประเมินผลการศึกษาจำนวน 7 ท่าน ที่ได้พิจารณาความสอดคล้องระหว่างเนื้อหาสาระและคุณลักษณะ ที่ต้องการวัดกับข้อสอบที่พัฒนาขึ้นจำนวน 96 ข้อ ผลปรากฏว่าข้อสอบทุกข้อมีความตรง โดยมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.57 ถึง 1.00 ซึ่งแสดงว่าข้อสอบสามารถวัดได้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระและคุณลักษณะ ที่กำหนดไว้ในเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบ (Q-Matrix) รายละเอียดดังตารางที่ 4.2.1

ตารางที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบวินิจัย

สถานการณ์ที่	คำถามที่	สิ่งที่วัด	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน			IOC	สรุปผล
			+1	0	-1		
1	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบวินิจฉัย (ต่อ)

สถานการณ์ที่	คำถามที่	สิ่งที่วัด	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน			IOC	สรุปผล
			+1	0	-1		
2	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
3	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
4	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	1	-	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบวินิจฉัย (ต่อ)

สถานการณ์ที่	คำถามที่	สิ่งที่วัด	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน			IOC	สรุปผล
			+1	0	-1		
5	1	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
6	1	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
7	1	เนื้อหาสาระ	5	1	1	0.57	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	5	1	1	0.57	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	5	1	1	0.57	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบวินิจฉัย (ต่อ)

สถานการณ์ที่	คำถามที่	สิ่งที่วัด	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน			IOC	สรุปผล
			+1	0	-1		
8	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
9	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
10	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบวินิจฉัย (ต่อ)

สถานการณ์ที่	คำถามที่	สิ่งที่วัด	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ			IOC	สรุปผล
			ที่พิจารณาให้คะแนน				
			+1	0	-1		
11	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
12	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
13	1	เนื้อหาสาระ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	4	3	-	0.57	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบวินิจฉัย (ต่อ)

สถานการณ์ที่	คำถามที่	สิ่งที่วัด	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน			IOC	สรุปผล
			+1	0	-1		
14	1	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
15	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
16	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบวินิจฉัย (ต่อ)

สถานการณ์ที่	คำถามที่	สิ่งที่วัด	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน			IOC	สรุปผล
			+1	0	-1		
17	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
18	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
19	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้



ตารางที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบถามวิจัย (ต่อ)

สถานการณ์ที่	คำถามที่	สิ่งที่วัด	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน			IOC	สรุปผล
			+1	0	-1		
20	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
21	1	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
22	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	-	1	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	1	1	0.57	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบวินิจฉัย (ต่อ)

สถานการณ์ที่	คำถามที่	สิ่งที่วัด	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน			IOC	สรุปผล
			+1	0	-1		
23	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	1	1	0.57	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	5	2	-	0.71	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
24	1	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	2	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	3	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
	4	เนื้อหาสาระ	7	-	-	1.00	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้
		คุณลักษณะ	6	1	-	0.86	ข้อสอบมีความตรง นำไปใช้ได้

อย่างไรก็ตาม จากข้อสอบทั้งหมด 24 สถานการณ์ (96 ข้อ) ผู้วิจัยได้ตัดข้อสอบออกจำนวนหนึ่ง เพื่อให้มีความเหมาะสมกับเวลาในการทดสอบ โดยคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC สูงสุดของแต่ละเนื้อหาสาระไว้จำนวนเรื่องละ 2 สถานการณ์ (แรงแงสืเทาในตาราง) ทำให้ได้ข้อสอบที่จะใช้จัดทำเป็นแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ฉบับทดลองใช้จำนวน 8 สถานการณ์ ได้แก่ สถานการณ์ที่ 1, 2, 10, 11, 15, 17, 20 และ 24 ซึ่งแต่ละสถานการณ์มี 4 คำถามย่อย รวม 32 ข้อ เป็นข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.71 ถึง 1.00 โดยผู้วิจัยได้ปรับแก้ข้อความบางส่วนของข้อสอบตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อให้ข้อสอบมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น พร้อมทั้งปรับลำดับของข้อสอบที่คัดเลือกมาทั้ง 8 สถานการณ์ใหม่ให้เป็นข้อสอบสถานการณ์ที่ 1 ถึงสถานการณ์ที่ 8 ตามลำดับ (ตัวอย่างแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ฉบับทดลองใช้แสดงในภาคผนวก ข)

#### 4.2.1.2 ผลการตรวจสอบความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อมูลย้อนกลับ

ในการเก็บข้อมูลจริง ภายหลังจากเสร็จสิ้นการทดสอบแล้ว ผู้วิจัยจะให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน โดยนำเสนอใน 3 ลักษณะ ได้แก่ 1) การรายงานผลคะแนนแก่นักเรียนบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ หลังจากเสร็จสิ้นการทดสอบ 2) การแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์โดยละเอียดในกรณีที่นักเรียนตอบข้อสอบไม่ถูกต้อง และ 3) การรายงานคะแนนเชิงวิวินิจฉัยรายบุคคล เพื่อให้นักเรียนทราบว่าตนเองมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในคุณลักษณะใด พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะที่เหมาะสมแก่นักเรียน แต่ละคนตามคุณลักษณะที่มีความบกพร่อง

ข้อมูลย้อนกลับในส่วนของแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์และข้อเสนอแนะสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้น ได้รับการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่อง โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้อง (IOC) จากผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน ที่ได้พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับข้อมูลย้อนกลับที่พัฒนาขึ้น โดยผลการตรวจสอบพบว่าค่า IOC ตั้งแต่ 0.60 ถึง 1.00 จึงถือว่ามีความตรงผ่านเกณฑ์ สามารถนำไปใช้ได้ (ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับแสดงในภาคผนวก ง) รายละเอียดดังตารางที่ 4.2.2 และตารางที่ 4.2.3

**ตารางที่ 4.2.2** ผลการตรวจคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์

ข้อคำถาม	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน ความสอดคล้องระหว่าง ข้อคำถามกับข้อมูลย้อนกลับ			IOC	สรุปผล	
	+1	0	-1			
	คำถามที่ 1	4	1			-
สถานการณ์ที่ 1	คำถามที่ 2	4	-	1	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 3	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 4	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 1	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
สถานการณ์ที่ 2	คำถามที่ 2	4	-	1	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 3	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 4	3	2	-	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.2 ผลการตรวจคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

ข้อคำถาม	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน			IOC	สรุปผล	
	ความสอดคล้องระหว่าง ข้อคำถามกับข้อมูลย้อนกลับ					
	+1	0	-1			
สถานการณ์ที่ 3	คำถามที่ 1	3	2	-	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 2	3	2	-	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 3	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 4	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
สถานการณ์ที่ 4	คำถามที่ 1	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 2	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 3	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 4	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
สถานการณ์ที่ 5	คำถามที่ 1	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 2	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 3	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 4	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
สถานการณ์ที่ 6	คำถามที่ 1	3	2	-	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 2	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 3	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 4	3	2	-	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
สถานการณ์ที่ 7	คำถามที่ 1	3	2	-	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 2	3	2	-	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 3	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 4	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.2 ผลการตรวจคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

ข้อคำถาม	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ ที่พิจารณาให้คะแนน ความสอดคล้องระหว่าง ข้อคำถามกับข้อมูลย้อนกลับ			IOC	สรุปผล	
	+1	0	-1			
	คำถามที่ 1	3	2			-
สถานการณ์ที่ 8	คำถามที่ 2	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 3	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
	คำถามที่ 4	5	-	-	1.00	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.3 ผลการตรวจคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อมูลย้อนกลับที่เป็นข้อเสนอแนะสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง

คุณลักษณะ	จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่พิจารณา ให้คะแนนความสอดคล้อง ระหว่างคุณลักษณะกับข้อมูลย้อนกลับ			IOC	สรุปผล
	+1	0	-1		
	การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ ของปัญหาในชีวิตจริง	4	1		
การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูป ของภาษาทางคณิตศาสตร์	4	1	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
การใช้หลักการและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา	3	2	-	0.80	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้
การตีความ การประยุกต์ใช้และ การประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์	3	2	-	0.60	ความตรงผ่านเกณฑ์ นำไปใช้ได้

#### 4.2.2 ผลการตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างของแบบสอบถามวิจัย (Construct Validity)

หลังจากที่ผู้วิจัยนำแบบสอบถามวิจัยที่ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้แล้ว ได้นำผลการทดสอบมาตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้าง โดยใช้วิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (CFA) ในการตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์

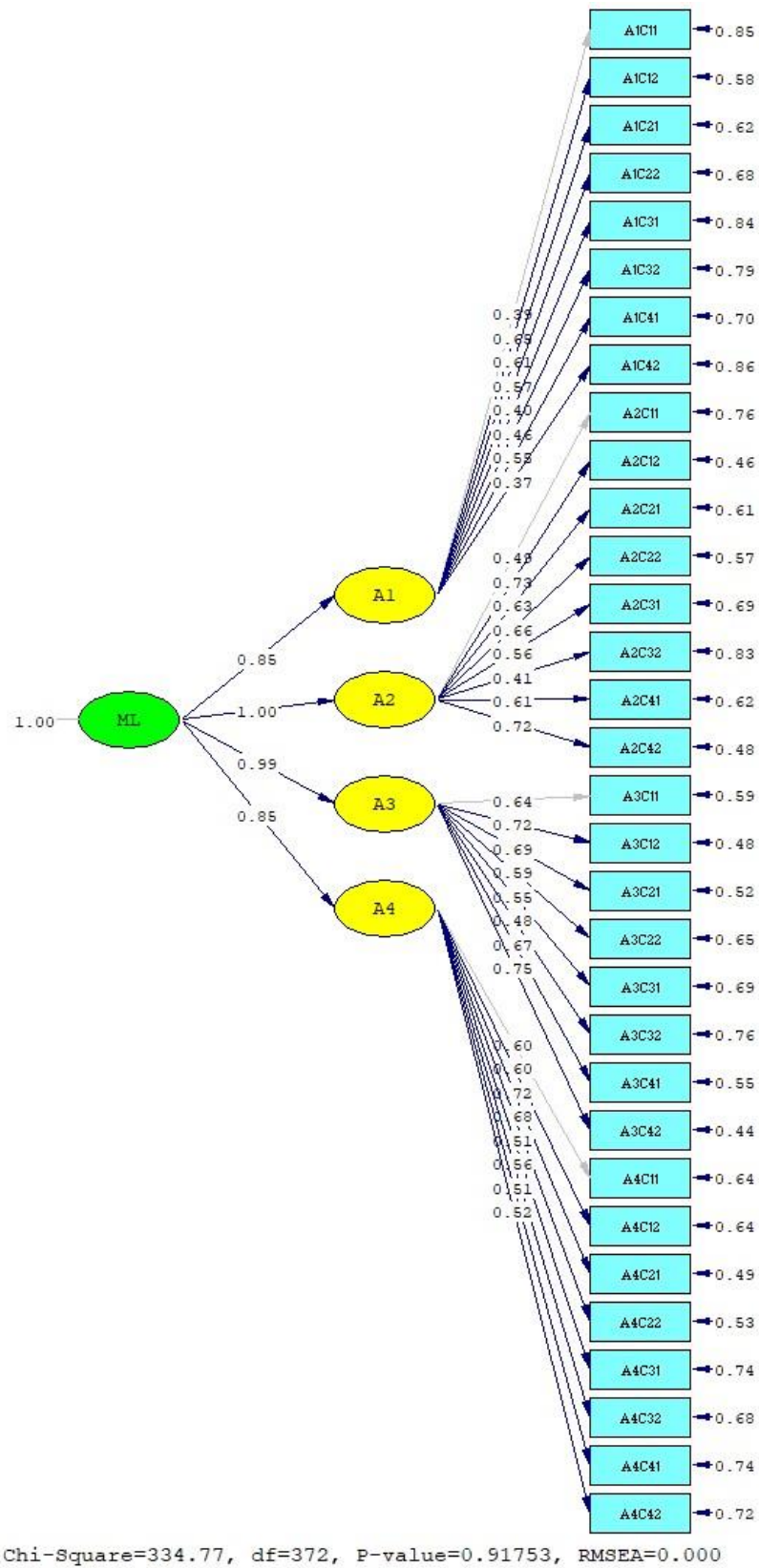
จากผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน พบว่าโมเดลการวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ ( $\chi^2 = 334.770$ ,  $df = 372$ ,  $p = 0.918$ ,  $\chi^2/df = 0.900$ ,  $GFI = 0.931$ ,  $AGFI = 0.902$ ,  $CFI = 1.000$ ,  $RMSEA = 0.000$ ,  $RMR = 0.046$ ) โดยมีการปรับให้ความคลาดเคลื่อนของข้อคำถาม มีความสัมพันธ์กัน เมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐานของข้อคำถามพบว่าน้ำหนักองค์ประกอบมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ทุกค่า แสดงว่าข้อคำถามทั้ง 32 ข้อ เป็นตัวบ่งชี้ของคุณลักษณะของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้ โดยน้ำหนักองค์ประกอบมีค่าตั้งแต่ 0.367 ถึง 0.742 เมื่อพิจารณารายคุณลักษณะพบว่า คุณลักษณะด้านการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงมีค่าน้ำหนักองค์ประกอบตั้งแต่ 0.367 ถึง 0.645 คุณลักษณะด้านการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบตั้งแต่ 0.407 ถึง 0.734 คุณลักษณะด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบตั้งแต่ 0.475 ถึง 0.742 และคุณลักษณะด้านการตีความการประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบตั้งแต่ 0.504 ถึง 0.705 รายละเอียดดังตารางที่ 4.2.4

ตารางที่ 4.2.4 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันของโมเดลการวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

องค์ประกอบ	ข้อคำถาม	น้ำหนักองค์ประกอบ (Factor Loading)	ค่าความคลาดเคลื่อน มาตรฐาน (SE)	ค่าสถิติที (t)
การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง (A <sub>1</sub> )	1.1 (A1C11)	0.395	-	-
	2.1 (A1C12)	0.645	0.111	5.830
	3.1 (A1C21)	0.612	0.107	5.723
	4.1 (A1C22)	0.561	0.101	5.580
	5.1 (A1C31)	0.401	0.079	5.078
	6.1 (A1C32)	0.454	0.089	5.096
	7.1 (A1C41)	0.549	0.101	5.424
	8.1 (A1C42)	0.367	0.084	4.370

ตารางที่ 4.2.4 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันของโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (ต่อ)

องค์ประกอบ	ข้อคำถาม	น้ำหนักองค์ประกอบ (Factor Loading)	ค่าความคลาดเคลื่อน มาตรฐาน (SE)	ค่าสถิติที (t)
การแปลงปัญหา ให้อยู่ในรูปของ ภาษาทางคณิตศาสตร์ (A <sub>2</sub> )	1.2 (A2C11)	0.487	-	-
	2.2 (A2C12)	0.734	0.092	8.007
	3.2 (A2C21)	0.625	0.084	7.443
	4.2 (A2C22)	0.653	0.086	7.631
	5.2 (A2C31)	0.547	0.082	6.679
	6.2 (A2C32)	0.407	0.070	5.797
	7.2 (A2C41)	0.614	0.084	7.302
	8.2 (A2C42)	0.721	0.091	7.908
การใช้หลักการ และกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา (A <sub>3</sub> )	1.3 (A3C11)	0.641	-	-
	2.3 (A3C12)	0.715	0.069	10.396
	3.3 (A3C21)	0.693	0.069	10.010
	4.3 (A3C22)	0.585	0.066	8.841
	5.3 (A3C31)	0.542	0.064	8.443
	6.3 (A3C32)	0.475	0.067	7.061
	7.3 (A3C41)	0.662	0.067	9.813
8.3 (A3C42)	0.742	0.070	10.610	
การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ ทางคณิตศาสตร์ (A <sub>4</sub> )	1.4 (A4C11)	0.593	-	-
	2.4 (A4C12)	0.598	0.073	8.184
	3.4 (A4C21)	0.705	0.077	9.201
	4.4 (A4C22)	0.681	0.076	8.993
	5.4 (A4C31)	0.504	0.073	6.859
	6.4 (A4C32)	0.554	0.072	7.726
	7.4 (A4C41)	0.504	0.071	7.115
	8.4 (A4C42)	0.531	0.069	7.664



ภาพที่ 4.2.1 ผลการตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างโดยใช้วิธีการวิเคราะห์ห้องค์ประกอบเชิงยืนยัน



#### 4.2.3 ผลการตรวจสอบความเที่ยงของแบบสอบวินิจฉัย (Reliability)

สำหรับการตรวจสอบความเที่ยงของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้นำผลการทดสอบของนักเรียนมาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยผลการตรวจสอบความเที่ยง พบว่าการประมาณค่าความเที่ยงโดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Method) ได้ค่าความเที่ยงด้านการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงเท่ากับ 0.763 ค่าความเที่ยงด้านการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.820 ค่าความเที่ยงด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.842 และค่าความเที่ยงด้านการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.814 สำหรับการประมาณค่าความเที่ยงโดยใช้วิธีการวิเคราะห์พหุมิติด้วยค่าความเที่ยงแบบ EPA (EPA Reliability) ได้ค่าความเที่ยงด้านการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงเท่ากับ 0.868 ค่าความเที่ยงด้านการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.917 ค่าความเที่ยงด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.920 และค่าความเที่ยงด้านการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.881 เป็นหลักฐานแสดงว่าแบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นมีความเที่ยงอยู่ในระดับสูง รายละเอียดดังตารางที่ 4.2.5

ตารางที่ 4.2.5 ผลการตรวจสอบความเที่ยงของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

คุณลักษณะ	ค่าความเที่ยง (Reliability)	
	สัมประสิทธิ์แอลฟา (Cronbach's Alpha)	การวิเคราะห์พหุมิติ (EPA Reliability)
การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ ของปัญหาในชีวิตจริง (A <sub>1</sub> )	0.763	0.868
การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของ ภาษาทางคณิตศาสตร์ (A <sub>2</sub> )	0.820	0.917
การใช้หลักการและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา (A <sub>3</sub> )	0.842	0.920
การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (A <sub>4</sub> )	0.814	0.881

#### 4.2.4 ผลการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ

สำหรับการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ ผู้วิจัยเปรียบเทียบความเหมาะสมระหว่างโมเดลการตอบสนองข้อสอบ 3 โมเดล ได้แก่

- 1) โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 1 พารามิเตอร์ ซึ่งวิเคราะห์เฉพาะความยาก (b)
- 2) โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ ซึ่งวิเคราะห์อำนาจจำแนก (a) และความยาก (b)
- 3) โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 3 พารามิเตอร์ ซึ่งวิเคราะห์อำนาจจำแนก (a) ความยาก (b) และโอกาสในการเดา (c)

ทั้งนี้ เพื่อคัดเลือกโมเดลที่สอดคล้องกับข้อมูลการตอบสนองข้อสอบของนักเรียนมากที่สุด โดยพิจารณาจากค่าสถิติ 3 ค่า ได้แก่ 1)  $-2\log\text{likelihood}$  2) Akaike Information Criterion (AIC) และ 3) Bayesian Information Criterion (BIC) ปรากฏผลดังตารางที่ 4.2.6

ตารางที่ 4.2.6 ค่าสถิติเปรียบเทียบความเหมาะสมระหว่างโมเดลการตอบสนองข้อสอบ

ค่าสถิติ	โมเดล 1 พารามิเตอร์	โมเดล 2 พารามิเตอร์	โมเดล 3 พารามิเตอร์
$-2\text{LogLikelihood}$	4,518.00	4,305.20	4,273.60
AIC	4,582.00	4,369.20	4,337.60
BIC	4,596.46	4,383.66	4,352.06

จากตารางที่ 4.2.6 ผลการพิจารณาจากค่าสถิติข้างต้นพบว่าโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 3 พารามิเตอร์เป็นโมเดลที่เหมาะสมและสอดคล้องกับข้อมูลการตอบสนองข้อสอบของนักเรียนมากที่สุด เนื่องจากเป็นโมเดลที่มีค่า AIC และค่า BIC น้อยที่สุด (AIC=4,337.60 และ BIC=4,352.06) ผู้วิจัยจึงเลือกตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบด้วยโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 3 พารามิเตอร์

การตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบด้วยโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 3 พารามิเตอร์ ซึ่งวิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนก (a) ค่าความยาก (b) และค่าโอกาสในการเดา (c) พบว่า อำนาจจำแนกของข้อสอบมีค่าตั้งแต่ 0.44 ถึง 3.23 แสดงว่าข้อสอบทุกข้ออยู่ในเกณฑ์ที่สามารถนำไปใช้จำแนกนักเรียนได้ ( $a \geq 0.50$ ) ยกเว้นข้อ 8.1 เพียงข้อเดียว ที่มีค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่าเกณฑ์เพียงเล็กน้อย สำหรับความยากของข้อสอบมีค่าตั้งแต่ -1.88 ถึง 1.50 แสดงว่าข้อสอบทุกข้ออยู่ในเกณฑ์ที่สามารถนำไปใช้ได้ ( $-2.50 \leq b \leq 2.50$ ) และสำหรับโอกาสในการเดามีค่าตั้งแต่ 0.00 ถึง 0.31 แสดงว่าข้อสอบทุกข้อเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ ( $0.00 \leq c \leq 0.30$ ) ยกเว้นข้อ 4.1 เพียงข้อเดียวที่มีโอกาสในการเดาสูงกว่าเกณฑ์เพียงเล็กน้อย ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการปรับปรุงตัวลวงให้มีประสิทธิภาพก่อนนำข้อสอบไปใช้ รายละเอียดผลการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบแสดงดังตารางที่ 4.2.7

ตารางที่ 4.2.7 ผลการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ

ข้อที่	อำนาจจำแนก (a)	ความยาก (b)	โอกาสในการเดา (c)	คุณภาพข้อสอบ
1.1	0.84	-1.88	0.00	นำไปใช้ได้
1.2	0.96	-0.27	0.16	นำไปใช้ได้
1.3	1.37	-0.08	0.03	นำไปใช้ได้
1.4	1.50	1.15	0.03	นำไปใช้ได้
2.1	1.45	-0.90	0.00	นำไปใช้ได้
2.2	2.32	0.19	0.00	นำไปใช้ได้
2.3	2.05	-0.03	0.00	นำไปใช้ได้
2.4	1.25	1.09	0.00	นำไปใช้ได้
3.1	1.82	-0.63	0.19	นำไปใช้ได้
3.2	2.01	-0.26	0.10	นำไปใช้ได้
3.3	1.64	0.01	0.00	นำไปใช้ได้
3.4	1.95	0.74	0.01	นำไปใช้ได้
4.1	2.33	-0.45	0.31	ปรับปรุงตัวลวงก่อนนำไปใช้
4.2	2.24	-0.09	0.09	นำไปใช้ได้
4.3	1.29	0.47	0.01	นำไปใช้ได้
4.4	2.02	0.95	0.01	นำไปใช้ได้
5.1	0.76	-0.89	0.14	นำไปใช้ได้
5.2	1.28	0.07	0.04	นำไปใช้ได้
5.3	1.26	0.32	0.00	นำไปใช้ได้
5.4	1.04	0.98	0.00	นำไปใช้ได้
6.1	1.05	-1.40	0.00	นำไปใช้ได้
6.2	0.80	-0.87	0.00	นำไปใช้ได้
6.3	0.82	0.04	0.00	นำไปใช้ได้
6.4	1.25	0.78	0.05	นำไปใช้ได้

ตารางที่ 4.2.7 ผลการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ (ต่อ)

ข้อที่	อำนาจจำแนก (a)	ความยาก (b)	โอกาสในการเดา (c)	คุณภาพข้อสอบ
7.1	1.43	-0.85	0.28	นำไปใช้ได้
7.2	1.72	0.12	0.14	นำไปใช้ได้
7.3	3.23	0.80	0.00	ปรับปรุงคำถามก่อนนำไปใช้
7.4	2.89	1.50	0.00	ปรับปรุงคำถามก่อนนำไปใช้
8.1	0.44	-1.28	0.00	นำไปใช้ได้
8.2	2.70	-0.20	0.12	ปรับปรุงคำถามก่อนนำไปใช้
8.3	2.51	0.41	0.00	ปรับปรุงคำถามก่อนนำไปใช้
8.4	1.56	1.49	0.00	นำไปใช้ได้

#### 4.3 ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องและการให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยขอเสนอผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 3 ส่วน ได้แก่ 1) ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม 2) ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล และ 3) ผลการตรวจสอบคุณภาพของการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

##### 4.3.1 ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ครอบคลุม 4 คุณลักษณะ ได้แก่ 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ 4) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ในการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนที่สร้างขึ้นจาก Netica Application เริ่มต้นด้วยการนำคะแนนสอบของนักเรียนแต่ละคนแทนค่าลงในโหมดข้อสอบ (Item Model) ให้ครบทุกโหมดในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ผลการวินิจฉัยจะแสดงในรูปค่าร้อยละของความน่าจะเป็นของการมีข้อบกพร่องหรือไม่มีข้อบกพร่อง (Bug or No Bug) การแปลผลที่ได้จะพิจารณาจากค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่อง (Bug) ในโหมดของคุณลักษณะต่างๆ ถ้าโมเดลการวินิจฉัยปรากฏว่านักเรียนมีค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องสูงกว่าค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่ใช้เป็นเกณฑ์ จะแปลผลว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะนั้น เกณฑ์การวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (จากภาพที่ 3.3.5 หน้า 113) สรุปได้ดังนี้

- 1) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 44.3 ขึ้นไป ( $\text{Bug} \geq 44.3$ )
- 2) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงก็ต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 30.4 ขึ้นไป ( $\text{Bug} \geq 30.4$ )
- 3) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 39.2 ขึ้นไป ( $\text{Bug} \geq 39.2$ )
- 4) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาก็คือต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 49.9 ขึ้นไป ( $\text{Bug} \geq 49.9$ )
- 5) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 57.7 ขึ้นไป ( $\text{Bug} \geq 57.7$ )

การวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวมนี้ ผู้วิจัยสุ่มตัวอย่างวิจัยจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานจากทั้ง 9 ภูมิภาค ได้แก่ กรุงเทพมหานครและปริมณฑล (กรุงเทพมหานครและปทุมธานี) ภาคกลาง (สระบุรีและลพบุรี) ภาคตะวันออก (ระยองและฉะเชิงเทรา) ภาคตะวันตก (กาญจนบุรีและประจวบคีรีขันธ์) ภาคเหนือตอนบน (เชียงรายและลำปาง) ภาคเหนือตอนล่าง (พิจิตรและกำแพงเพชร) ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน (เลยและขอนแก่น) ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง (ศรีสะเกษและบุรีรัมย์) และภาคใต้ (นครศรีธรรมราชและพังงา) ได้นักเรียนรวมทั้งสิ้น 673 คน รายละเอียดดังตารางที่ 4.3.1

ตารางที่ 4.3.1 จำนวนตัวอย่างวิจัย จำแนกตามภูมิภาคและเพศ (n=673)

ภูมิภาค	จำนวนตัวอย่างวิจัย (คน)		
	เพศชาย	เพศหญิง	รวม
กรุงเทพมหานครและปริมณฑล (กรุงเทพมหานครและปทุมธานี)	26	45	71
ภาคกลาง (สระบุรีและลพบุรี)	34	40	74
ภาคตะวันออก (ระยองและฉะเชิงเทรา)	36	52	88
ภาคตะวันตก (กาญจนบุรีและประจวบคีรีขันธ์)	33	38	71
ภาคเหนือตอนบน (เชียงรายและลำปาง)	28	49	77
ภาคเหนือตอนล่าง (พิจิตรและกำแพงเพชร)	31	43	74
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน (เลยและขอนแก่น)	30	49	79
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง (ศรีสะเกษและบุรีรัมย์)	27	37	64
ภาคใต้ (นครศรีธรรมราชและพังงา)	29	46	75
รวม	274	399	673

เมื่อได้ตัวอย่างวิจัยแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบสอบถามวิจัยแบบออนไลน์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้น และนำข้อมูลจากผลการตอบข้อสอบของนักเรียนมาวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยใช้เครือข่ายเบย์เซียน ปรากฏผลการวินิจฉัยดังตารางที่ 4.3.2

ตารางที่ 4.3.2 ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม

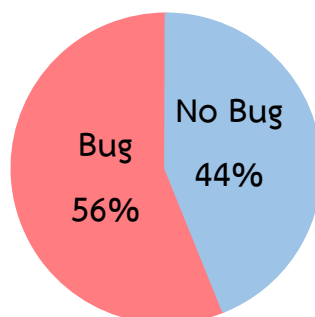
คุณลักษณะ	จำนวนนักเรียน			
	มีข้อบกพร่อง (Bug)		ไม่มีข้อบกพร่อง (No Bug)	
	(คน)	(ร้อยละ)	(คน)	(ร้อยละ)
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)	378	56.17	295	43.83
1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ ของปัญหาในชีวิตจริง (Identify)	273	40.56	400	59.44
2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูป ของภาษาทางคณิตศาสตร์ (Transform)	320	47.55	353	52.45
3) การใช้หลักการและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา (Employ)	420	62.41	253	37.59
4) การตีความ การประยุกต์ใช้และ การประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (Applying)	402	59.73	271	40.27

จากตารางที่ 4.3.2 ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 673 คน พบว่า มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจำนวน 378 คน คิดเป็นร้อยละ 56.17 และมีนักเรียนที่ไม่มีข้อบกพร่องจำนวน 295 คน คิดเป็นร้อยละ 43.83 แสดงแผนภูมิได้ดังภาพที่ 4.3.1

สำหรับคุณลักษณะที่มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจำนวน 420 คน คิดเป็นร้อยละ 62.41 และคุณลักษณะที่มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุด คือ การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจำนวน 273 คน คิดเป็นร้อยละ 40.56

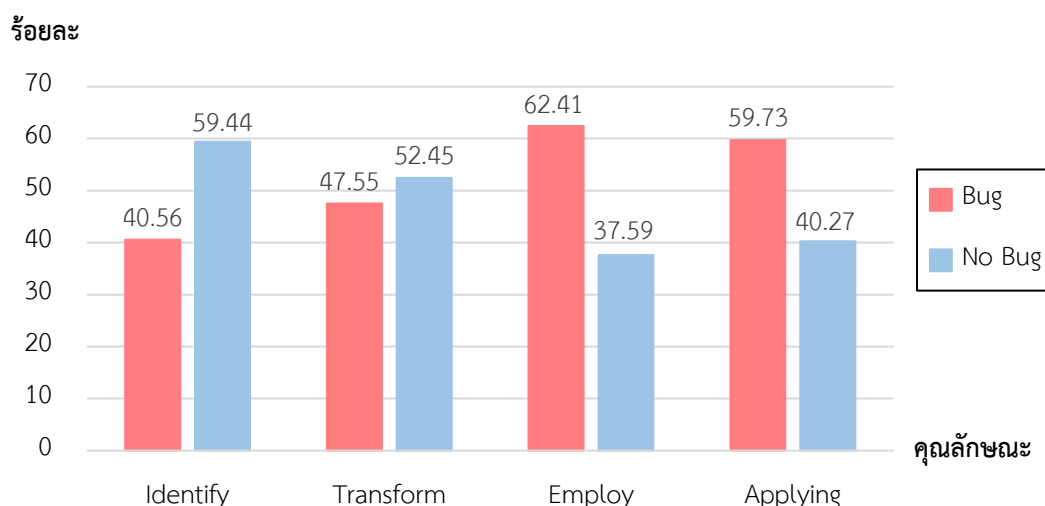
ทั้งนี้ คุณลักษณะที่มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกินครึ่ง (ร้อยละ 50) มี 2 คุณลักษณะ ได้แก่ 1) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องคิดเป็นร้อยละ 62.41 และ 2) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ ซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องคิดเป็นร้อยละ 59.73 แสดงแผนภูมิได้ดังภาพที่ 4.3.2

### ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม



ภาพที่ 4.3.1 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม

### ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามคุณลักษณะ

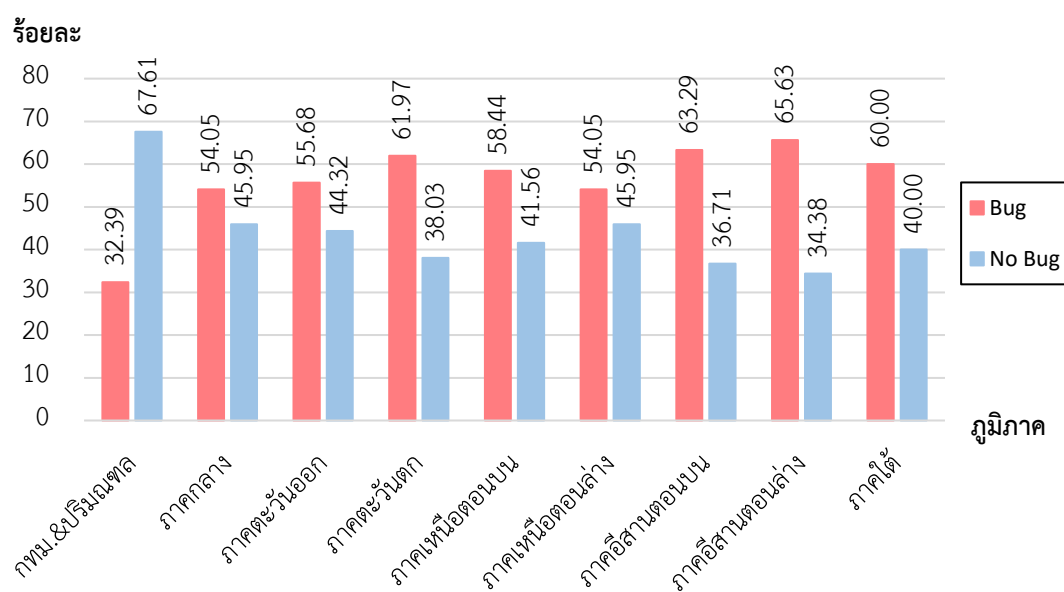


ภาพที่ 4.3.2 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามคุณลักษณะ

เมื่อพิจารณาผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นตัวอย่างวิจัย จำแนกตามภูมิภาค ทั้ง 9 ภูมิภาค พบว่าสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องแตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.01 ( $\chi^2 = 22.110$ , Sig. = 0.005) โดยภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 65.63 รองลงมาเป็นภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบนและภาคตะวันตกซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 63.29 และ 61.97 ตามลำดับ ในขณะที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑลมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 32.39 รายละเอียดดังภาพที่ 4.3.3 และตารางที่ 4.3.3



### ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จำแนกตามภูมิภาค



ภาพที่ 4.3.3 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามภูมิภาค

ตารางที่ 4.3.3 ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามภูมิภาค

ภูมิภาค	การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)				$\chi^2$
	มีข้อบกพร่อง (Bug)		ไม่มีข้อบกพร่อง (No Bug)		
	(คน)	(ร้อยละ)	(คน)	(ร้อยละ)	
กรุงเทพฯและปริมณฑล	23	32.39	48	67.61	22.110**
ภาคกลาง	40	54.05	34	45.95	
ภาคตะวันออก	49	55.68	39	44.32	
ภาคตะวันตก	44	61.97	27	38.03	
ภาคเหนือตอนบน	45	58.44	32	41.56	
ภาคเหนือตอนล่าง	40	54.05	34	45.95	
ภาคอีสานตอนบน	50	63.29	29	36.71	
ภาคอีสานตอนล่าง	42	65.63	22	34.37	
ภาคใต้	45	60.00	30	40.00	
<b>รวม</b>	<b>378</b>		<b>295</b>		

\*\*p<0.01

เมื่อพิจารณาผลการวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นตัวอย่างวิจัย จำแนกตามคุณลักษณะ ปรากฏผลดังนี้

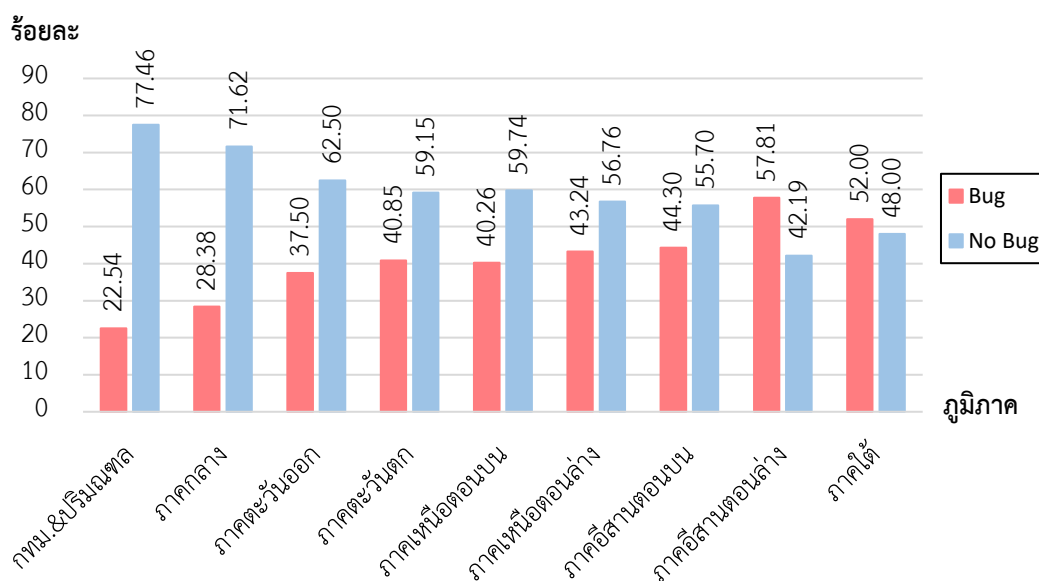
1. การวินิจฉัยข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง พบว่าสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องแตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ( $\chi^2 = 27.122$ , Sig. = 0.001) โดยภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 57.81 รองลงมาเป็นภาคใต้และภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบนซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องคิดเป็นร้อยละ 52.00 และ 44.30 ตามลำดับ ในขณะที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑลมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 22.54 รายละเอียดดังภาพที่ 4.3.4 และตารางที่ 4.3.4

2. การวินิจฉัยข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ พบว่าสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องแตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ( $\chi^2 = 26.035$ , Sig. = 0.001) โดยภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 64.06 รองลงมาเป็นภาคใต้และภาคตะวันตกซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องคิดเป็นร้อยละ 56.00 และ 54.93 ตามลำดับ ในขณะที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑลมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 28.17 รายละเอียดดังภาพที่ 4.3.5 และตารางที่ 4.3.5

3. การวินิจฉัยข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา พบว่าสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องแตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ( $\chi^2 = 14.944$ , Sig. = 0.060) รายละเอียดดังภาพที่ 4.3.6 และตารางที่ 4.3.6

4. การวินิจฉัยข้อบกพร่องในการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ พบว่าสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องแตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ( $\chi^2 = 6.164$ , Sig. = 0.629) รายละเอียดดังภาพที่ 4.3.7 และตารางที่ 4.3.7

### ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง



ภาพที่ 4.3.4 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยข้อบกพร่อง

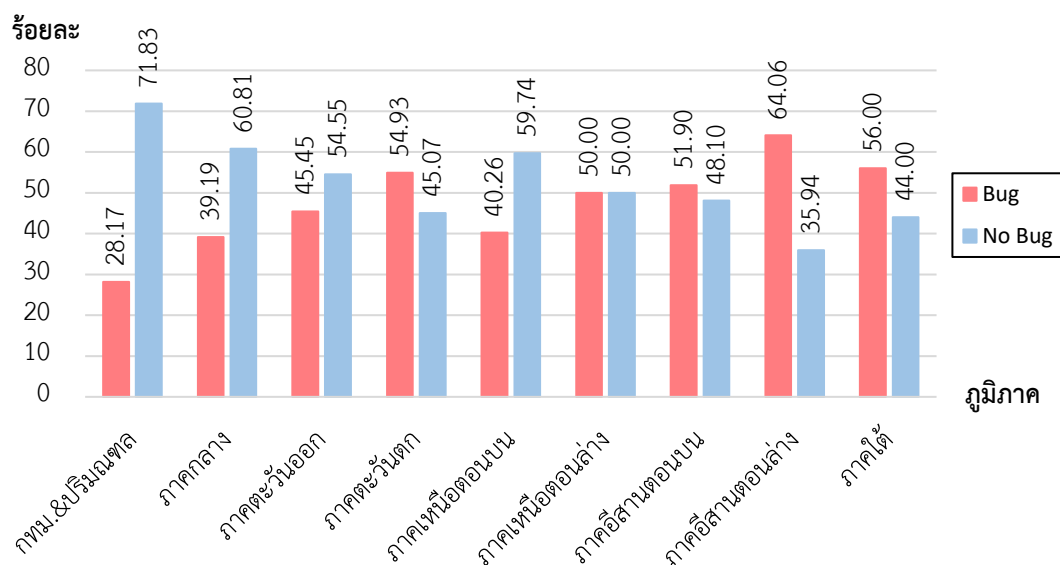
ในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง จำแนกตามภูมิภาค

ตารางที่ 4.3.4 ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง

ภูมิภาค	การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)				$\chi^2$
	มีข้อบกพร่อง (Bug)		ไม่มีข้อบกพร่อง (No Bug)		
	(คน)	(ร้อยละ)	(คน)	(ร้อยละ)	
กรุงเทพฯและปริมณฑล	16	22.54	55	77.46	27.122**
ภาคกลาง	21	28.38	42	59.15	
ภาคตะวันออก	33	37.50	27	42.19	
ภาคตะวันตก	29	40.85	36	48.00	
ภาคเหนือตอนบน	31	40.26	44	55.70	
ภาคเหนือตอนล่าง	32	43.24	39	52.00	
ภาคอีสานตอนบน	35	44.30	27	42.19	
ภาคอีสานตอนล่าง	37	57.81	27	42.19	
ภาคใต้	39	52.00	36	48.00	
<b>รวม</b>	<b>273</b>		<b>400</b>		

\*\* $p < 0.01$

### ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์



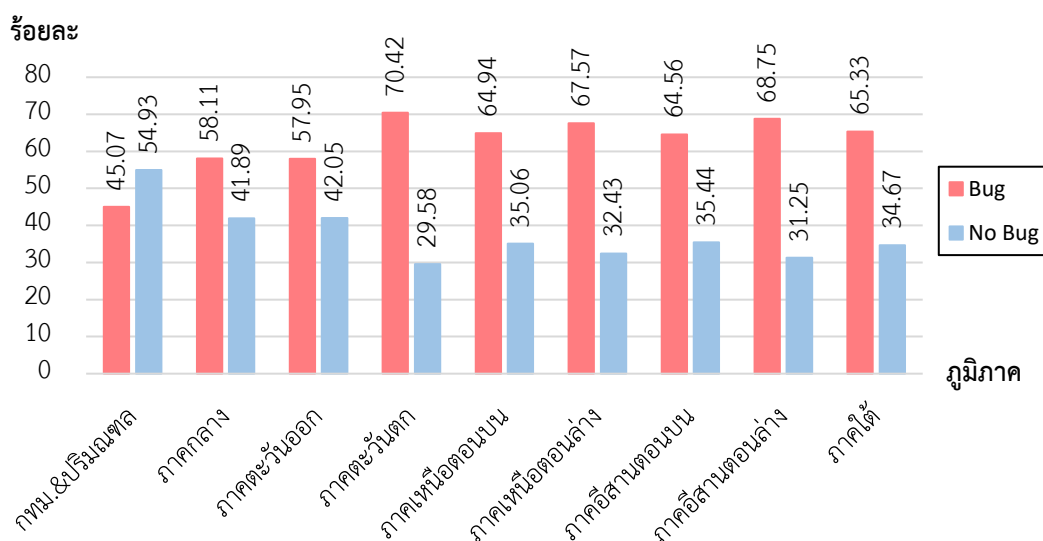
ภาพที่ 4.3.5 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามภูมิภาค

ตารางที่ 4.3.5 ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)					
ภูมิภาค	มีข้อบกพร่อง (Bug)		ไม่มีข้อบกพร่อง (No Bug)		$\chi^2$
	(คน)	(ร้อยละ)	(คน)	(ร้อยละ)	
กรุงเทพฯและปริมณฑล	20	28.17	51	71.83	26.035**
ภาคกลาง	29	39.19	45	60.81	
ภาคตะวันออก	40	45.45	48	54.55	
ภาคตะวันตก	39	54.93	32	45.07	
ภาคเหนือตอนบน	31	40.26	46	59.74	
ภาคเหนือตอนล่าง	37	50.00	37	50.00	
ภาคอีสานตอนบน	41	51.90	38	48.10	
ภาคอีสานตอนล่าง	41	64.06	23	35.94	
ภาคใต้	42	56.00	33	44.00	
<b>รวม</b>	<b>320</b>		<b>353</b>		

\*\* $p < 0.01$

### ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา



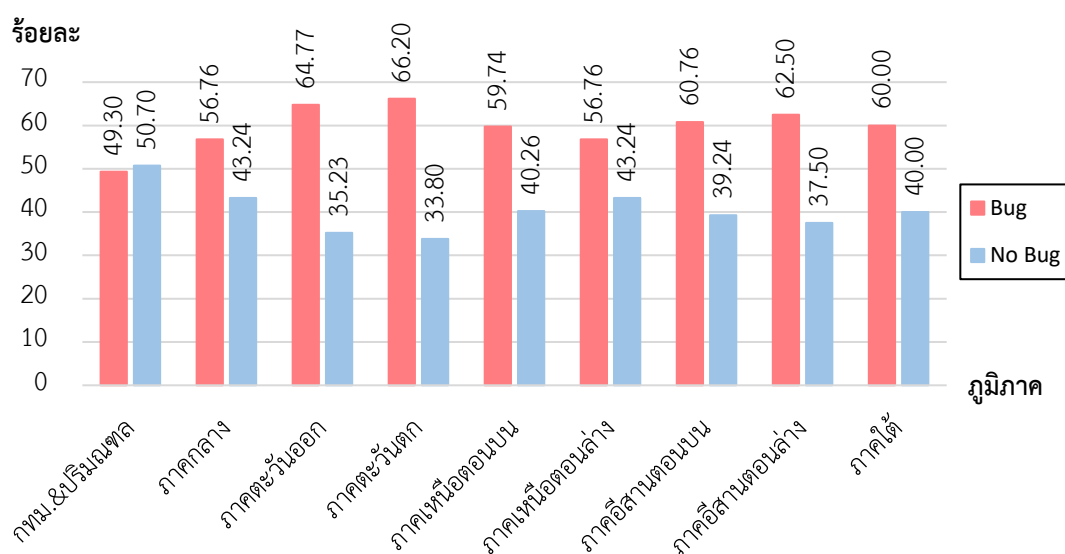
ภาพที่ 4.3.6 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยข้อบกพร่อง

ในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา จำแนกตามภูมิภาค

ตารางที่ 4.3.6 ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)					
ภูมิภาค	มีข้อบกพร่อง (Bug)		ไม่มีข้อบกพร่อง (No Bug)		$\chi^2$
	(คน)	(ร้อยละ)	(คน)	(ร้อยละ)	
กรุงเทพฯและปริมณฑล	32	45.07	39	54.93	14.944
ภาคกลาง	43	58.11	31	41.89	
ภาคตะวันออก	51	57.95	37	42.05	
ภาคตะวันตก	50	70.42	21	29.58	
ภาคเหนือตอนบน	50	64.94	27	35.06	
ภาคเหนือตอนล่าง	50	67.57	24	32.43	
ภาคอีสานตอนบน	51	64.56	28	35.44	
ภาคอีสานตอนล่าง	44	68.75	20	31.25	
ภาคใต้	49	65.33	26	34.67	
<b>รวม</b>	<b>420</b>		<b>253</b>		

ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์



ภาพที่ 4.3.7 แผนภูมิเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยข้อบกพร่อง

ในการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามภูมิภาค

ตารางที่ 4.3.7 ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)					
ภูมิภาค	มีข้อบกพร่อง (Bug)		ไม่มีข้อบกพร่อง (No Bug)		$\chi^2$
	(คน)	(ร้อยละ)	(คน)	(ร้อยละ)	
กรุงเทพฯและปริมณฑล	35	49.30	36	50.70	6.164
ภาคกลาง	42	56.76	32	43.24	
ภาคตะวันออก	57	64.77	31	35.23	
ภาคตะวันตก	47	66.20	24	33.80	
ภาคเหนือตอนบน	46	59.74	31	40.26	
ภาคเหนือตอนล่าง	42	56.76	32	43.24	
ภาคอีสานตอนบน	48	60.76	31	39.24	
ภาคอีสานตอนล่าง	40	62.50	24	37.50	
ภาคใต้	45	60.00	30	40.00	
<b>รวม</b>	<b>402</b>		<b>271</b>		

#### 4.3.2 ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล

จากการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยได้พิจารณาแบบแผนความรอบรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่ามีรูปแบบที่แตกต่างกัน 16 รูปแบบ โดยกำหนดสัญลักษณ์แทนความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะ ดังนี้

I / i หมายถึง ไม่มี/มีข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง (Identify)

T / t หมายถึง ไม่มี/มีข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ (Transform)

E / e หมายถึง ไม่มี/มีข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา (Employ)

A / a หมายถึง ไม่มี/มีข้อบกพร่องในการตีความ ประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์คณิตศาสตร์ (Applying)

ตารางที่ 4.3.8 ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล จำแนกตามแบบแผนความรอบรู้

ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องประจำโหมด				แบบแผน	จำนวนนักเรียน	
Identify	Transform	Employ	Applying	ความรอบรู้	(คน)	(ร้อยละ)
Bug	Bug	Bug	Bug	[i t e a]	196	29.12
No Bug	Bug	Bug	Bug	[I t e a]	59	8.77
Bug	No Bug	Bug	Bug	[i T e a]	19	2.82
Bug	Bug	No Bug	Bug	[i t E a]	8	1.19
Bug	Bug	Bug	No Bug	[i t e A]	9	1.34
No Bug	No Bug	Bug	Bug	[I T e a]	49	7.28
No Bug	Bug	No Bug	Bug	[I t E a]	9	1.34
No Bug	Bug	Bug	No Bug	[I t e A]	18	2.67
Bug	No Bug	No Bug	Bug	[i T E a]	9	1.34
Bug	No Bug	Bug	No Bug	[i T e A]	13	1.93
Bug	Bug	No Bug	No Bug	[i t E A]	5	0.74
Bug	No Bug	No Bug	No Bug	[i T E A]	15	2.23
No Bug	Bug	No Bug	No Bug	[I t E A]	16	2.38
No Bug	No Bug	Bug	No Bug	[I T e A]	57	8.47
No Bug	No Bug	No Bug	Bug	[I T E a]	54	8.02
No Bug	No Bug	No Bug	No Bug	[I T E A]	137	20.36

จากตารางที่ 4.3.8 ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล จำแนกตามแบบแผนความรอบรู้ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีแบบแผนความรอบรู้เป็นรูปแบบ [i t e a] กล่าวคือ นักเรียนมีข้อบกพร่องในทั้ง 4 คุณลักษณะ ซึ่งมีจำนวน 196 คน หรือคิดเป็นร้อยละ 29.12 รองลงมา คือ รูปแบบ [I T E A] ที่นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องในทั้ง 4 คุณลักษณะ ซึ่งมีจำนวน 188 คน หรือคิดเป็นร้อยละ 27.93 และแบบแผนความรอบรู้ที่พบน้อยที่สุด คือ รูปแบบ [i t E A] ที่นักเรียนมีความรอบรู้ใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่ 1) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ 2) การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีจำนวน 5 คน หรือคิดเป็นร้อยละ 0.74

เมื่อได้ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคลแล้ว ผู้วิจัยจัดทำแบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนทราบข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของตนเองเป็นรายคุณลักษณะ ในกรณีที่นักเรียนอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจะให้ข้อมูลย้อนกลับที่เป็นข้อเสนอแนะที่เหมาะสมแก่นักเรียนแต่ละคนตามคุณลักษณะที่มีความบกพร่อง เพื่อประโยชน์ในการทำ ความเข้าใจ แก้ไขปรับปรุงจุดบกพร่อง ตลอดจนเพื่อส่งเสริมแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์แก่นักเรียน โดยข้อเสนอแนะสำหรับการเพิ่มเติมหรือซ่อมเสริมในแต่ละคุณลักษณะมีดังนี้

- **การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้

- **การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปรสัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

- **การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

- **การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่



ตัวอย่างผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องและการให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นตัวอย่างวิจัยเป็นรายบุคคล โดยเทียบกับเกณฑ์การวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (ภาพที่ 3.3.5 หน้า 113) จำแนกตามแบบแผนความรอบรู้ทั้ง 16 รูปแบบ เป็นดังนี้

1. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 2

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>54.2</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>45.8</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.458 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 54.2 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	54.2	No Bug	45.8	$0.458 \pm 0.5$		
MathLiteracy									
Bug	54.2								
No Bug	45.8								
$0.458 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Identify_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Transform_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Employ_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.333 \pm 0.47</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 66.7 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	66.7	No Bug	33.3	$0.333 \pm 0.47$		
Applying_Bug									
Bug	66.7								
No Bug	33.3								
$0.333 \pm 0.47$									

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 2 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ *[i t e a]* กล่าวคือ นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 4 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
- 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์
- 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- 4) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวิจักษ์ของนักเรียนเลขที่ 2 : แบบแผนความรู้ [i t e a]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 2)	
คะแนนของฉันทัน 17		โรงเรียน (A)	
คุณลักษณะ	ความรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 4 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้
- 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหาทักภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
- 4) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

2. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 4

<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>59.4</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>40.6</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.406 \pm 0.49</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 59.4 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	59.4	No Bug	40.6	$0.406 \pm 0.49$		
MathLiteracy									
Bug	59.4								
No Bug	40.6								
$0.406 \pm 0.49$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>25.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>75.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.75 \pm 0.43</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 25.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	25.0	No Bug	75.0	$0.75 \pm 0.43$		
Identify_Bug									
Bug	25.0								
No Bug	75.0								
$0.75 \pm 0.43$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Transform_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.375 \pm 0.48</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 62.5 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	62.5	No Bug	37.5	$0.375 \pm 0.48$		
Employ_Bug									
Bug	62.5								
No Bug	37.5								
$0.375 \pm 0.48$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 100.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	100	No Bug	0	$0 \pm 0$		
Applying_Bug									
Bug	100								
No Bug	0								
$0 \pm 0$									

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 4 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ [I t e a] กล่าวคือ นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์
- 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเลขที่ 4 : แบบแผนความรู้ [I t e a]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 4)	
คะแนนของฉันทัน 18		โรงเรียน (A)	
คุณลักษณะ	ความรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
- 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

## 3. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 188

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>53.1</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>46.9</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.489 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 53.1 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	53.1	No Bug	46.9	0.489 ± 0.5		
MathLiteracy									
Bug	53.1								
No Bug	46.9								
0.489 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.5 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	0.5 ± 0.5		
Identify_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
0.5 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.667 ± 0.47</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 33.3 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	33.3	No Bug	66.7	0.667 ± 0.47		
Transform_Bug									
Bug	33.3								
No Bug	66.7								
0.667 ± 0.47									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.375 ± 0.48</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 62.5.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	62.5	No Bug	37.5	0.375 ± 0.48		
Employ_Bug									
Bug	62.5								
No Bug	37.5								
0.375 ± 0.48									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.333 ± 0.47</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 66.7 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	66.7	No Bug	33.3	0.333 ± 0.47		
Applying_Bug									
Bug	66.7								
No Bug	33.3								
0.333 ± 0.47									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 188 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ [i T e a] กล่าวคือ นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
- 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเลขที่ 188 : แบบแผนความรอบรู้ [i T e a]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 188)	
คะแนนของฉันทัน 17		โรงเรียน (F)	
คุณลักษณะ	ความรอบรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้
- 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
- 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

## 4. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 270

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>51.1</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>48.9</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.489 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 51.1 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	51.1	No Bug	48.9	0.489 ± 0.5		
MathLiteracy									
Bug	51.1								
No Bug	48.9								
0.489 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.5 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	0.5 ± 0.5		
Identify_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
0.5 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.5 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	0.5 ± 0.5		
Transform_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
0.5 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.625 ± 0.48</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 37.5 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	37.5	No Bug	62.5	0.625 ± 0.48		
Employ_Bug									
Bug	37.5								
No Bug	62.5								
0.625 ± 0.48									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.333 ± 0.47</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 66.7 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	66.7	No Bug	33.3	0.333 ± 0.47		
Applying_Bug									
Bug	66.7								
No Bug	33.3								
0.333 ± 0.47									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 270 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ *[i t E a]* กล่าวคือนักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
- 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์
- 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเลขที่ 270 : แบบแผนความรู้ [i t E a]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 270)	
คะแนนของฉันทัน 18		โรงเรียน (H)	
คุณลักษณะ	ความรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้
- การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับความอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่



## 5. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 272

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>53.8</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>46.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.483 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 53.8 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	53.8	No Bug	46.3	0.483 ± 0.5		
MathLiteracy									
Bug	53.8								
No Bug	46.3								
0.483 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.5 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	0.5 ± 0.5		
Identify_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
0.5 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.5 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	0.5 ± 0.5		
Transform_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
0.5 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>75.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>25.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.25 ± 0.43</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 75.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	75.0	No Bug	25.0	0.25 ± 0.43		
Employ_Bug									
Bug	75.0								
No Bug	25.0								
0.25 ± 0.43									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>40.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>60.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.6 ± 0.49</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 40.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	40.0	No Bug	60.0	0.6 ± 0.49		
Applying_Bug									
Bug	40.0								
No Bug	60.0								
0.6 ± 0.49									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 272 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ  $[i t e A]$  กล่าวคือนักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
- 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์
- 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

แบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเลขที่ 272 : แบบแผนความรอบรู้ [i t e A]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 272)	
คะแนนของฉันทัน 17		โรงเรียน (H)	
คุณลักษณะ	ความรอบรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้
- 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหา กับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

## 6. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 47






<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>44.8</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>55.2</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.552 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 44.8 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	44.8	No Bug	55.2	$0.552 \pm 0.5$		
MathLiteracy									
Bug	44.8								
No Bug	55.2								
$0.552 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>1 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table>	Identify_Bug		Bug	0	No Bug	100	$1 \pm 0$		<p>Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)</p> <p>แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>
Identify_Bug									
Bug	0								
No Bug	100								
$1 \pm 0$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.667 \pm 0.47</math></td> </tr> </tbody> </table>	Transform_Bug		Bug	33.3	No Bug	66.7	$0.667 \pm 0.47$		<p>Bug = 33.3 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)</p> <p>แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>
Transform_Bug									
Bug	33.3								
No Bug	66.7								
$0.667 \pm 0.47$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.375 \pm 0.48</math></td> </tr> </tbody> </table>	Employ_Bug		Bug	62.5	No Bug	37.5	$0.375 \pm 0.48$		<p>Bug = 62.5 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)</p> <p>แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>
Employ_Bug									
Bug	62.5								
No Bug	37.5								
$0.375 \pm 0.48$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>83.3</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>16.7</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.167 \pm 0.37</math></td> </tr> </tbody> </table>	Applying_Bug		Bug	83.3	No Bug	16.7	$0.167 \pm 0.37$		<p>Bug = 83.3 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)</p> <p>แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>
Applying_Bug									
Bug	83.3								
No Bug	16.7								
$0.167 \pm 0.37$									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 47 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ [I T e a] กล่าวคือ นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- 2) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเลขที่ 47 : แบบแผนความรู้ [I T e a]

คุณลักษณะ	ความรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)	
	รอบรู้	ไม่รอบรู้
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์		
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง		
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์		
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา		
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์		

ชื่อ (เลขที่ 47)  
โรงเรียน (B)  
คะแนนของฉันทน์ 18

**ข้อแนะนำ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
- 2) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

## 7. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 73






<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>44.8</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>55.2</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.552 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 44.8 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	44.8	No Bug	55.2	$0.552 \pm 0.5$		
MathLiteracy									
Bug	44.8								
No Bug	55.2								
$0.552 \pm 0.5$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>25.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>75.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.75 \pm 0.43</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 25.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	25.0	No Bug	75.0	$0.75 \pm 0.43$		
Identify_Bug									
Bug	25.0								
No Bug	75.0								
$0.75 \pm 0.43$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Transform_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.625 \pm 0.48</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 37.5 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	37.5	No Bug	62.5	$0.625 \pm 0.48$		
Employ_Bug									
Bug	37.5								
No Bug	62.5								
$0.625 \pm 0.48$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.333 \pm 0.47</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 66.7 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	66.7	No Bug	33.3	$0.333 \pm 0.47$		
Applying_Bug									
Bug	66.7								
No Bug	33.3								
$0.333 \pm 0.47$									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 73 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ [I t E a] กล่าวคือ นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์
- 2) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเลขที่ 73 : แบบแผนความรู้ [I t E a]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 73)	
คะแนนของฉันทน์ 19		โรงเรียน (C)	
คุณลักษณะ	ความรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- 2) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

## 8. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 330

<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>35.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>65.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.65 \pm 0.48</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 35.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มีข้อบกพร่อง</u>เกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	35.0	No Bug	65.0	$0.65 \pm 0.48$		
MathLiteracy									
Bug	35.0								
No Bug	65.0								
$0.65 \pm 0.48$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>1 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มีข้อบกพร่อง</u>ในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	0	No Bug	100	$1 \pm 0$		
Identify_Bug									
Bug	0								
No Bug	100								
$1 \pm 0$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>มีข้อบกพร่อง</u>ในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Transform_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>มีข้อบกพร่อง</u>ในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Employ_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>40.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>60.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.6 \pm 0.49</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 40.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)            แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มีข้อบกพร่อง</u>ในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	40.0	No Bug	60.0	$0.6 \pm 0.49$		
Applying_Bug									
Bug	40.0								
No Bug	60.0								
$0.6 \pm 0.49$									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 330 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ [I t e A] กล่าวคือนักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์
- 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

แบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเลขที่ 330 : แบบแผนความรู้ [I t e A]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy) คะแนนของฉันทัน 21		ชื่อ (เลขที่ 330) โรงเรียน (I)	
คุณลักษณะ	ความรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น



## 9. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 372




<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>46.9</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>53.1</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.531 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 46.9 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	46.9	No Bug	53.1	$0.531 \pm 0.5$		
MathLiteracy									
Bug	46.9								
No Bug	53.1								
$0.531 \pm 0.5$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Identify_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.667 \pm 0.47</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 33.3 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	33.3	No Bug	66.7	$0.667 \pm 0.47$		
Transform_Bug									
Bug	33.3								
No Bug	66.7								
$0.667 \pm 0.47$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.625 \pm 0.48</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 37.5 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	37.5	No Bug	62.5	$0.625 \pm 0.48$		
Employ_Bug									
Bug	37.5								
No Bug	62.5								
$0.625 \pm 0.48$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.333 \pm 0.47</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 66.7 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	66.7	No Bug	33.3	$0.333 \pm 0.47$		
Applying_Bug									
Bug	66.7								
No Bug	33.3								
$0.333 \pm 0.47$									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 372 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ [i T E a] กล่าวคือ นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
- 2) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวิญญ์ของนักเรียนเลขที่ 372 : แบบแผนความรอบรู้ [i T E a]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 372)	
คะแนนของฉััน 19		โรงเรียน (J)	
คุณลักษณะ	ความรอบรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อแนะนำ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้
- 2) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

## 10. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 426






<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>45.8</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>54.2</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.542 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 45.8 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	45.8	No Bug	54.2	0.542 ± 0.5		
MathLiteracy									
Bug	45.8								
No Bug	54.2								
0.542 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.5 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	0.5 ± 0.5		
Identify_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
0.5 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.667 ± 0.47</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 33.3 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	33.3	No Bug	66.7	0.667 ± 0.47		
Transform_Bug									
Bug	33.3								
No Bug	66.7								
0.667 ± 0.47									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.5 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	0.5 ± 0.5		
Employ_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
0.5 ± 0.5									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.5 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	0.5 ± 0.5		
Applying_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
0.5 ± 0.5									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 426 มีแบบแผนความรู้ คือ  $[i T e A]$  กล่าวคือนักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
- 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

แบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเลขที่ 426 : แบบแผนความรู้ [i T e A]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 426)	
คะแนนของฉันทัน 19		โรงเรียน (L)	
คุณลักษณะ	ความรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้
- การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

## 11. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 457






<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>46.9</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>53.1</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.531 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 46.9 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	46.9	No Bug	53.1	$0.531 \pm 0.5$		
MathLiteracy									
Bug	46.9								
No Bug	53.1								
$0.531 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Identify_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Transform_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.625 \pm 0.48</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 37.5 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	37.5	No Bug	62.5	$0.625 \pm 0.48$		
Employ_Bug									
Bug	37.5								
No Bug	62.5								
$0.625 \pm 0.48$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Applying_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 457 มีแบบแผนความรู้ คือ [i t E A] กล่าวคือนักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
- 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวิถินิจนัยของนักเรียนเลขที่ 457 : แบบแผนความรอบรู้ [i t E A]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 457)	
คะแนนของฉัน 19		โรงเรียน (M)	
คุณลักษณะ	ความรอบรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้
- 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหาทักกับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

## 12. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 571

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>42.7</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>57.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.573 \pm 0.49</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 42.7 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	42.7	No Bug	57.3	$0.573 \pm 0.49$		
MathLiteracy									
Bug	42.7								
No Bug	57.3								
$0.573 \pm 0.49$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Identify_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.667 \pm 0.47</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 33.3 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	33.3	No Bug	66.7	$0.667 \pm 0.47$		
Transform_Bug									
Bug	33.3								
No Bug	66.7								
$0.667 \pm 0.47$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.625 \pm 0.48</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 37.5 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	37.5	No Bug	62.5	$0.625 \pm 0.48$		
Employ_Bug									
Bug	37.5								
No Bug	62.5								
$0.625 \pm 0.48$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7) แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Applying_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 571 มีแบบแผนความรู้ คือ [i T E A] กล่าวคือ นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง

แบบรายงานคะแนนเชิงวิญญ์ของนักเรียนเลขที่ 571 : แบบแผนความรอบรู้ [i T E A]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy) คะแนนของฉััน 20		ชื่อ (เลขที่ 571) โรงเรียน (P)	
คุณลักษณะ	ความรอบรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็น ทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหา ให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อเสนอแนะ**

นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน หรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยการเพิ่มเติม ส้อมเสริมในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง ด้วยการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้




## 13. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 619

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>29.4</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>70.6</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.706 \pm 0.46</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 29.4 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	29.4	No Bug	70.6	$0.706 \pm 0.46$		
MathLiteracy									
Bug	29.4								
No Bug	70.6								
$0.706 \pm 0.46$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>1 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	0	No Bug	100	$1 \pm 0$		
Identify_Bug									
Bug	0								
No Bug	100								
$1 \pm 0$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Transform_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.625 \pm 0.48</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 37.5 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	37.5	No Bug	62.5	$0.625 \pm 0.48$		
Employ_Bug									
Bug	37.5								
No Bug	62.5								
$0.625 \pm 0.48$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>30.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>70.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.7 \pm 0.46</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 30.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	30.0	No Bug	70.0	$0.7 \pm 0.46$		
Applying_Bug									
Bug	30.0								
No Bug	70.0								
$0.7 \pm 0.46$									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 619 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ [I t E A] กล่าวคือนักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์

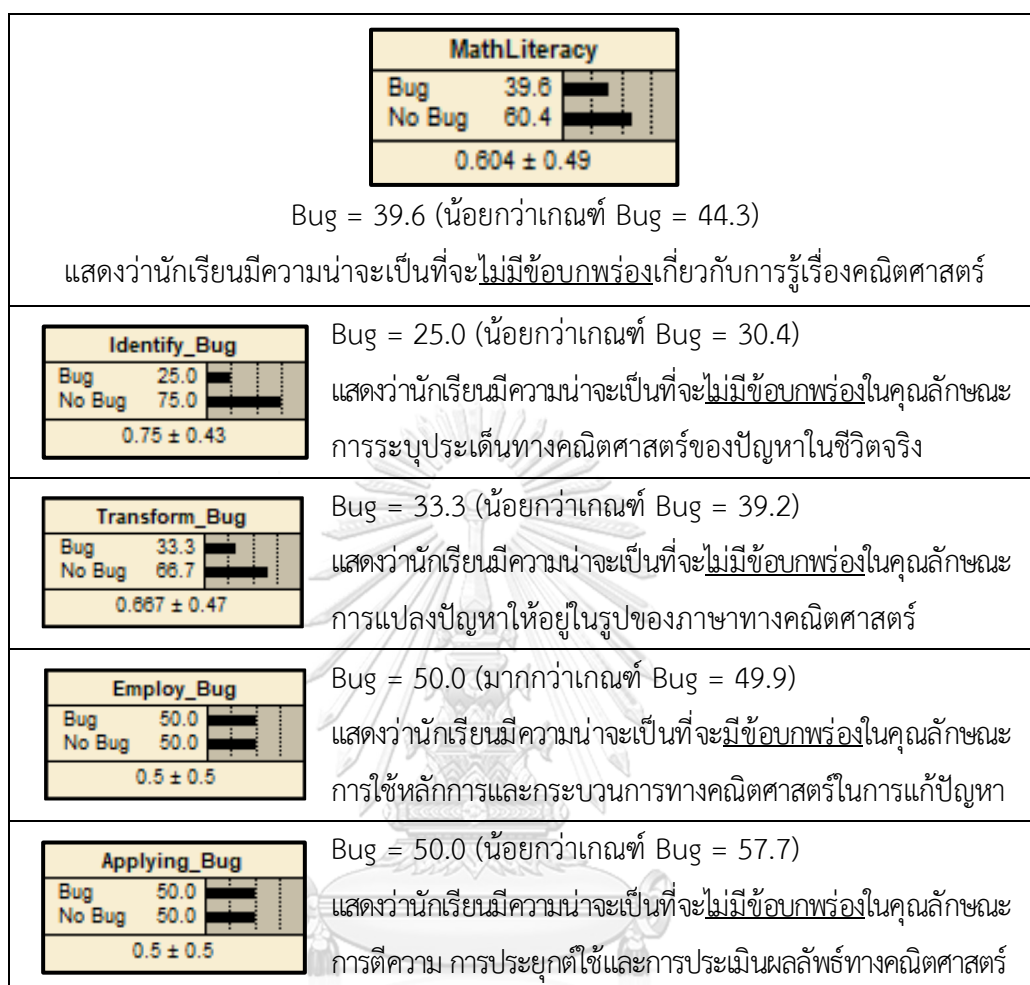
แบบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยของนักเรียนเลขที่ 619 : แบบแผนความรู้ [I t E A]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 619)	
คะแนนของฉันทัน 23		โรงเรียน (Q)	
คุณลักษณะ	ความรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อแนะนำ**

นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยการเพิ่มเติมส่งเสริมในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหาเกี่ยวกับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

## 14. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 648



## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 648 มีแบบแผนความรู้ คือ [I T e A] กล่าวคือ นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

แบบรายงานคะแนนเชิงวิถินิจนัยของนักเรียนเลขที่ 648 : แบบแผนความรอบรู้ [I T e A]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 648)	
คะแนนของฉันทัน 20		โรงเรียน (R)	
คุณลักษณะ	ความรอบรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อแนะนำ**

นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ด้วยการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

## 15. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 147

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>27.1</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>72.9</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.729 ± 0.44</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 27.1 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	27.1	No Bug	72.9	0.729 ± 0.44		
MathLiteracy									
Bug	27.1								
No Bug	72.9								
0.729 ± 0.44									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">1 ± 0</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	0	No Bug	100	1 ± 0		
Identify_Bug									
Bug	0								
No Bug	100								
1 ± 0									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>16.7</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>83.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.833 ± 0.37</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 16.7 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	16.7	No Bug	83.3	0.833 ± 0.37		
Transform_Bug									
Bug	16.7								
No Bug	83.3								
0.833 ± 0.37									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>25.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>75.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.75 ± 0.43</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 25.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	25.0	No Bug	75.0	0.75 ± 0.43		
Employ_Bug									
Bug	25.0								
No Bug	75.0								
0.75 ± 0.43									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.333 ± 0.47</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 66.7 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)</p> <p style="text-align: center;">แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	66.7	No Bug	33.3	0.333 ± 0.47		
Applying_Bug									
Bug	66.7								
No Bug	33.3								
0.333 ± 0.47									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 147 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ [I T E a] กล่าวคือนักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวิจักษ์ของนักเรียนเลขที่ 147 : แบบแผนความรอบรู้ [I T E a]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy)		ชื่อ (เลขที่ 147)	
คะแนนของฉันทัน 23		โรงเรียน (E)	
คุณลักษณะ	ความรอบรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อแนะนำ**

นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

## 16. ภาพแสดงการแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลขที่ 193






<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>1 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)</p> <p>แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มีข้อบกพร่อง</u>เกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	0	No Bug	100	$1 \pm 0$		
MathLiteracy									
Bug	0								
No Bug	100								
$1 \pm 0$									
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>1 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)</p> <p>แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มีข้อบกพร่อง</u>ในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	0	No Bug	100	$1 \pm 0$		
Identify_Bug									
Bug	0								
No Bug	100								
$1 \pm 0$									
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>1 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)</p> <p>แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มีข้อบกพร่อง</u>ในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	0	No Bug	100	$1 \pm 0$		
Transform_Bug									
Bug	0								
No Bug	100								
$1 \pm 0$									
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>1 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)</p> <p>แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มีข้อบกพร่อง</u>ในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	0	No Bug	100	$1 \pm 0$		
Employ_Bug									
Bug	0								
No Bug	100								
$1 \pm 0$									
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>1 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)</p> <p>แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มีข้อบกพร่อง</u>ในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	0	No Bug	100	$1 \pm 0$		
Applying_Bug									
Bug	0								
No Bug	100								
$1 \pm 0$									

## จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลได้ว่า นักเรียนเลขที่ 193 มีแบบแผนความรอบรู้ คือ [I T E A] กล่าวคือนักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ มีความเข้าใจที่ถูกต้องในทั้ง 4 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
- 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์
- 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- 4) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

แบบรายงานคะแนนเชิงวิญญ์ของนักเรียนเลขที่ 193 : แบบแผนความรอบรู้ [I T E A]

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Math Literacy) คะแนนของฉััน 32		ชื่อ (เลขที่ 193) โรงเรียน (F)	
คุณลักษณะ	ความรอบรู้		
	รอบรู้	ไม่รอบรู้	
ภาพรวม: การรู้เรื่องคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการระบุประเด็น ทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง			
ความสามารถในการแปลงปัญหา ให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการใช้หลักการและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา			
ความสามารถในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์			

**ข้อแนะนำ**

นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจที่ถูกต้อง  
ในทั้ง 4 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
- 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์
- 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- 4) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์



### 4.3.3 ผลการตรวจสอบคุณภาพของการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

การตรวจสอบคุณภาพของการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบผลที่ได้จากการวินิจฉัยโดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนที่พัฒนาขึ้นกับการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียง โดยพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของแคปปา (Cohen's Kappa Coefficient: **K**) ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยใช้การคิดออกเสียงและผลการเปรียบเทียบความสอดคล้องของผลที่ได้จากการวินิจฉัยโดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนกับการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียง แสดงดังตารางที่ 4.3.9 และตารางที่ 4.3.10 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.3.9 ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยใช้การคิดออกเสียง (n=32)

ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องประจำหมวด				แบบแผน	จำนวนนักเรียน	
Identify	Transform	Employ	Applying	ความรอบรู้	(คน)	(ร้อยละ)
Bug	Bug	Bug	Bug	[i t e a]	8	25.000
No Bug	Bug	Bug	Bug	[I t e a]	6	18.750
Bug	No Bug	Bug	Bug	[i T e a]	0	0.000
Bug	Bug	No Bug	Bug	[i t E a]	0	0.000
Bug	Bug	Bug	No Bug	[i t e A]	0	0.000
No Bug	No Bug	Bug	Bug	[I T e a]	3	9.375
No Bug	Bug	No Bug	Bug	[I t E a]	1	3.125
No Bug	Bug	Bug	No Bug	[I t e A]	0	0.000
Bug	No Bug	No Bug	Bug	[i T E a]	0	0.000
Bug	No Bug	Bug	No Bug	[i T e A]	0	0.000
Bug	Bug	No Bug	No Bug	[i t E A]	0	0.000
Bug	No Bug	No Bug	No Bug	[i T E A]	0	0.000
No Bug	Bug	No Bug	No Bug	[I t E A]	0	0.000
No Bug	No Bug	Bug	No Bug	[I T e A]	2	6.250
No Bug	No Bug	No Bug	Bug	[I T E a]	7	21.875
No Bug	No Bug	No Bug	No Bug	[I T E A]	5	15.625

ตารางที่ 4.3.10 ผลการเปรียบเทียบความสอดคล้องของผลที่ได้จากการวินิจฉัยโดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนกับการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียง

ผลการวินิจฉัย โดยใช้ เครือข่าย เบย์เซียน	ผลการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียง							รวม
	<i>[i t e a]</i>	<i>[I t e a]</i>	<i>[I T e a]</i>	<i>[I t E a]</i>	<i>[I T e A]</i>	<i>[I T E a]</i>	<i>[I T E A]</i>	
<i>[i t e a]</i>	8*	0	0	0	0	0	0	8
<i>[I t e a]</i>	0	6*	0	0	0	0	0	6
<i>[i T e a]</i>	0	0	1	0	0	0	0	1
<i>[i t E a]</i>	0	0	0	1	0	0	0	1
<i>[I T e a]</i>	0	0	1*	0	0	0	0	1
<i>[i T E a]</i>	0	0	0	0	0	1	0	1
<i>[i T e A]</i>	0	0	0	0	1	0	0	1
<i>[I t E A]</i>	0	0	0	0	0	0	1	1
<i>[I T e A]</i>	0	0	1	0	1*	0	1	3
<i>[I T E a]</i>	0	0	0	0	0	6*	0	6
<i>[I T E A]</i>	0	0	0	0	0	0	3*	3
รวม	8	6	3	1	2	7	5	32

**หมายเหตุ** จำนวนที่มีเครื่องหมายดอกจัน (\*) คือ จำนวนผลการวินิจฉัยที่ได้แบบแผนความรอบรู้ตรงกัน

จากตารางที่ 4.3.10 ผู้วิจัยตรวจสอบคุณภาพของการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ด้วยการเปรียบเทียบแบบแผนความรอบรู้ที่ได้จากการวินิจฉัยโดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนกับการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียงพบว่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของแคปปามีค่าเท่ากับ 0.739 แสดงว่าการวินิจฉัยโดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนกับการวินิจฉัยโดยใช้การคิดออกเสียงให้ผลที่มีความสอดคล้องตรงกันมาก ซึ่งเป็นหลักฐานบ่งชี้ถึงคุณภาพของการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์การวิจัย 3 ประการ ได้แก่ 1) เพื่อพัฒนาแบบสอบวินิจฉัย การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้น ของคุณลักษณะ 2) เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะที่พัฒนาขึ้น และ 3) เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องและให้ข้อมูลย้อนกลับ เกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ประชากรวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั่วประเทศ โดยมีตัวอย่างวิจัย คือ นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 956 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่ใช้ในการทดลองเครื่องมือ จำนวน 283 คน และกลุ่มที่ใช้ในการวินิจฉัย จำนวน 673 คน ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ ประกอบด้วยข้อสอบจำนวน 8 สถานการณ์ สถานการณ์ละ 4 คำถามย่อย

การดำเนินการวิจัยมี 3 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 การศึกษาเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ตามกรอบการประเมินผลของ PISA ระยะที่ 2 การพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัย การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยแบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นได้ผ่านการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ ด้านคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษาจำนวนทั้งหมด 7 ท่าน และตรวจสอบคุณภาพ ของเครื่องมือโดยวิเคราะห์ความตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) โดยใช้วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบ เชิงยืนยัน (CFA) วิเคราะห์ความเที่ยงของแบบสอบ (Reliability) โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Method) และวิธีการวิเคราะห์พหุมิติโดยใช้ค่าความเที่ยง EAP (EPA Reliability) จำแนกตามคุณลักษณะ วิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบรายข้อด้วยค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนของข้อสอบ แต่ละข้อกับคะแนนรวมแต่ละคุณลักษณะของแบบสอบวินิจฉัย (Item-Total Correlation;  $r_i$ ) ค่าความยาก (Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) และค่าโอกาสในการเดา (Guessing) ตามทฤษฎี การตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory) และระยะที่ 3 การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและ การให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ใช้เครือข่ายเบย์เซียนในการคำนวณ คะแนนเชิงวินิจฉัยในรูปร้อยละของความน่าจะเป็นของความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะ ด้วยโปรแกรม สำเร็จรูป Netica Application

## สรุปผลการวิจัย

จากการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ สามารถสรุปผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยได้ดังนี้

### 1. ผลการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นเป็นแบบสอบแบบออนไลน์ที่ประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหาจำนวน 8 สถานการณ์ สามารถวัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์จำนวน 4 เรื่อง ตามกรอบการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA โดยสถานการณ์ที่ 1-2 เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องปริมาณ สถานการณ์ที่ 3-4 เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องความไม่แน่นอนและข้อมูล สถานการณ์ที่ 5-6 เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ และสถานการณ์ที่ 7-8 เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องปริภูมิและรูปทรง ทั้งนี้ ข้อสอบแต่ละสถานการณ์ปัญหาประกอบด้วย 4 คำถามย่อย โดยคำถามย่อยที่ 1 วัดคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง คำถามย่อยที่ 2 วัดคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ คำถามย่อยที่ 3 วัดคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และคำถามย่อยที่ 4 วัดคุณลักษณะการตีความประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ รวมมีข้อสอบทั้งหมด 32 ข้อ ซึ่งคำถามย่อยที่ 1 และ 2 ของแต่ละสถานการณ์เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบจำนวน 4 ตัวเลือก ส่วนคำถามย่อยที่ 3 และ 4 ของแต่ละสถานการณ์เป็นข้อสอบปรนัยแบบเติมคำ กำหนดรูปแบบการให้คะแนนแบบ 2 ค่า คือ ให้ 1 คะแนนสำหรับข้อที่นักเรียนตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อที่นักเรียนตอบผิด และกำหนดเวลาสำหรับการทดสอบ 60 นาที

### 2. ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นได้ผ่านการตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่อง ความตรงเชิงโครงสร้าง และความเที่ยง รวมทั้งผ่านการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ มีรายละเอียดดังนี้

#### ความตรงตามเนื้อเรื่อง (Content Validity)

ข้อสอบทั้ง 32 ข้อ ได้รับการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษาจำนวน 7 ท่าน พบว่าข้อสอบทุกข้อมีความตรงผ่านเกณฑ์ สามารถวัดได้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระและคุณลักษณะที่กำหนดไว้ในเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ และสำหรับข้อมูลย้อนกลับที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นได้รับการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน พบว่าเป็นข้อมูลย้อนกลับที่มีความตรงผ่านเกณฑ์เช่นกัน สามารถนำไปใช้ได้ ผู้วิจัยได้นำแบบสอบวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นไปใช้เก็บข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563

ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานที่ยินยอมให้ความร่วมมือในการวิจัย  
 จำแนกเป็น 9 ภูมิภาค ได้แก่ กรุงเทพมหานครและปริมณฑล ภาคกลาง ภาคตะวันออก ภาคตะวันตก  
 ภาคเหนือตอนบน ภาคเหนือตอนล่าง ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง  
 และภาคใต้ ภูมิภาคละ 2 จังหวัด (รวม 18 จังหวัด) จังหวัดละ 1 โรงเรียน (รวม 18 โรงเรียน) จำนวนนักเรียน  
 รวมทั้งสิ้น 673 คน

### ความตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity)

การตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงเชิงโครงสร้างของโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์  
 ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง  
 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์  
 ในการแก้ปัญหา และ 4) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัย  
 ใช้วิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (CFA) ในการตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดลกับข้อมูล  
 เชิงประจักษ์ โดยผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันพบว่าน้ำหนักองค์ประกอบอยู่ในระดับ  
 ที่ยอมรับได้ และดัชนีความสอดคล้องของโมเดลแสดงให้เห็นว่าโครงสร้างการรู้เรื่องคณิตศาสตร์  
 มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ ซึ่งเป็นหลักฐานแสดงถึงความตรงเชิงโครงสร้างของแบบสอบ  
 วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น

### ความเที่ยง (Reliability)

การตรวจสอบคุณภาพด้านความเที่ยงของแบบสอบวินิจฉัย ผู้วิจัยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา  
 ของครอนบาค (Cronbach's Alpha Method) จำแนกตามคุณลักษณะ ผลการประมาณค่าความเที่ยง  
 ทั้ง 4 คุณลักษณะ ได้แก่ 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง 2) การแปลงปัญหา  
 ให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา  
 และ 4) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมิน ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่ามีค่าความเที่ยง  
 อยู่ในระดับสูง นอกจากนี้ ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบรายข้อด้วยค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนน  
 ของข้อสอบแต่ละข้อกับคะแนนรวมแต่ละคุณลักษณะของแบบสอบวินิจฉัย พบว่าค่าสหสัมพันธ์สูงกว่าเกณฑ์  
 ทุกข้อ แสดงว่าข้อสอบทั้ง 32 ข้อ มีคุณภาพและสามารถใช้ในการวัดเพื่อจำแนกคุณลักษณะระดับสูง  
 และคุณลักษณะระดับต่ำในการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ออกจากกันได้

### คุณภาพของข้อสอบ

การตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบด้วยโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 3 พารามิเตอร์  
 พบว่าข้อสอบทุกข้อมีค่าอำนาจจำแนก (a) อยู่ในเกณฑ์ที่สามารถนำไปใช้จำแนกนักเรียนได้ ยกเว้น  
 ข้อ 8.1 เพียงข้อเดียวที่มีค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่าเกณฑ์เพียงเล็กน้อย สำหรับความยากของข้อสอบ (b)  
 มีค่าอยู่ในเกณฑ์ที่สามารถนำไปใช้ได้ทุกข้อ รวมทั้งโอกาสในการเดา (c) มีค่าอยู่ในเกณฑ์ที่นำไปใช้ได้ทุกข้อ

ยกเว้นข้อ 4.1 เพียงข้อเดียว ที่มีโอกาสในการเดาสูงกว่าเกณฑ์เพียงเล็กน้อย ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการปรับปรุงตัวลงให้มีประสิทธิภาพก่อนนำข้อสอบไปใช้

### 3. ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องและการให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

การวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนที่สร้างขึ้นจาก Netica Application มีเกณฑ์ในการวินิจฉัย ดังนี้

- 1) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 44.3 ขึ้นไป
- 2) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงก็ต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 30.4 ขึ้นไป
- 3) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 39.2 ขึ้นไป
- 4) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่ต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 49.9 ขึ้นไป
- 5) นักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องมีค่าตั้งแต่ 57.7 ขึ้นไป

ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นตัวอย่างวิจัยจำนวน 673 คน โดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนที่สร้างขึ้นจาก Netica Application ในภาพรวมพบว่ามึนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จำนวน 378 คน คิดเป็นร้อยละ 56.17 และมีนักเรียนที่ไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จำนวน 295 คน คิดเป็นร้อยละ 43.83 โดยคุณลักษณะที่มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจำนวน 420 คน คิดเป็นร้อยละ 62.41 และคุณลักษณะที่มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุด คือ การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจำนวน 273 คน คิดเป็นร้อยละ 40.56

เมื่อจำแนกนักเรียนตามภูมิภาคทั้ง 9 ภูมิภาค ได้แก่ 1) กรุงเทพมหานครและปริมณฑล 2) ภาคกลาง 3) ภาคตะวันออก 4) ภาคตะวันตก 5) ภาคเหนือตอนบน 6) ภาคเหนือตอนล่าง 7) ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน 8) ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง และ 9) ภาคใต้ พบว่าสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องแตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง

มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 65.63 ในขณะที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑลมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 32.39

สำหรับผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นตัวอย่างวิจัย จำแนกตามคุณลักษณะ พบว่า 1) สัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง แตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 57.81 ในขณะที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑลมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 22.54 2) สัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 โดยภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 64.06 ในขณะที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑลมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 28.17 3) สัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาแตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 และ 4) สัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในการตีความการประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์แตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01

เมื่อพิจารณาผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคลตามแบบแผนความรู้ทั้ง 16 รูปแบบ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีแบบแผนความรู้เป็นรูปแบบ [i t e a] กล่าวคือ นักเรียน มีข้อบกพร่องในทั้ง 4 คุณลักษณะ ซึ่งมีจำนวน 196 คน หรือคิดเป็นร้อยละ 29.12 รองลงมา คือ รูปแบบ [I T E A] ที่นักเรียนไม่มีข้อบกพร่องในทั้ง 4 คุณลักษณะ ซึ่งมีจำนวน 188 คน หรือคิดเป็นร้อยละ 27.93 และแบบแผนความรู้ที่พบน้อยที่สุด คือ รูปแบบ [i t E A] ที่นักเรียนมีความรอบรู้ใน 2 คุณลักษณะ ได้แก่ คุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีจำนวน 5 คน หรือคิดเป็นร้อยละ 0.74

สำหรับการตรวจสอบคุณภาพของการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่าผลการวินิจฉัยที่ได้จากการใช้เครือข่ายเบย์เซียนมีความสอดคล้องตรงกันมากกับผลการวินิจฉัยที่ได้จากการคิดออกเสียง เป็นหลักฐานบ่งชี้ถึงคุณภาพของการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

## อภิปรายผล

จากการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ผู้วิจัยขอเสนอประเด็นการอภิปรายผล 5 ประเด็น ได้แก่ 1) คุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ 2) วิธีการวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นและความถูกต้อง ในการวินิจฉัยเพื่อจำแนกกลุ่มนักเรียน 3) ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ 4) แบบแผนความรู้ ของนักเรียนรายบุคคล และ 5) การให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน มีรายละเอียดดังนี้

### 1. คุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

#### 1.1 ความตรงเชิงโครงสร้างของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างของโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ที่ประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา และ 4) การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (CFA) ในการตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดล กับข้อมูลเชิงประจักษ์ พบว่า มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบตั้งแต่ 0.367 ถึง 0.742 เมื่อพิจารณารายองค์ประกอบ พบว่า องค์ประกอบด้านการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงมีค่าน้ำหนักองค์ประกอบ ตั้งแต่ 0.367 ถึง 0.742 องค์ประกอบด้านการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์มีค่าน้ำหนัก องค์ประกอบตั้งแต่ 0.407 ถึง 0.734 องค์ประกอบด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหามีค่าน้ำหนักองค์ประกอบตั้งแต่ 0.475 ถึง 0.742 และองค์ประกอบด้านการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบตั้งแต่ 0.504 ถึง 0.705 ซึ่งหากพิจารณาตามเกณฑ์ค่าน้ำหนักองค์ประกอบ (Standardized Loading) ของ Hair, Black et al. (2010) ที่ได้เสนอเกณฑ์การพิจารณาค่าน้ำหนักองค์ประกอบควรมีค่าตั้งแต่ 0.300 ขึ้นไป จะเห็นได้ว่า ทั้ง 4 คุณลักษณะสามารถเป็นตัวแทนขององค์ประกอบความรู้เกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ตามกรอบการประเมินของ PISA ได้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

นอกจากนี้ เมื่อทำการทดสอบไคสแควร์ ( $\chi^2$ ) ได้ค่าไคสแควร์เท่ากับ 334.770 (df=372, p=0.918) นั่นคือ ค่าไคสแควร์ไม่เท่ากับศูนย์อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 อย่างไรก็ตาม เนื่องจากค่าไคสแควร์มีความไวต่อขนาดของตัวอย่าง ผู้วิจัยจึงพิจารณาค่าสถิติตัวอื่น ร่วมด้วย ได้แก่ ดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (GFI) เท่ากับ 0.931 และดัชนีวัดระดับความกลมกลืน ที่ปรับค่าแล้ว (AGFI) เท่ากับ 0.902 ซึ่งทั้ง 2 ค่ามากกว่า 0.900 อยู่ในเกณฑ์การยอมรับ แสดงถึงประสิทธิภาพ ของโมเดลในภาพรวมทั้งหมด สำหรับค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า



(RMSEA) ซึ่งเป็นค่าที่แสดงถึงขนาดของความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มีค่าเท่ากับ 0.000 น้อยกว่า 0.050 อยู่ในเกณฑ์การยอมรับเช่นกัน

ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) Hox (2010) และ Steiger (2007) ได้กล่าวไว้ว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันเป็นการแสดงหลักฐานความตรงเชิงโครงสร้าง โดยหลักฐานที่แสดงนั้นเป็นการตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดลกับข้อมูล หากโมเดลมีความสอดคล้องกับข้อมูลจะบ่งชี้ว่าโมเดลองค์ประกอบที่ศึกษาเป็นหลักฐานสำหรับยืนยันองค์ประกอบคุณลักษณะที่วัดจากค่าสถิติที่ได้ทำการทดสอบจะเห็นว่าอยู่ในเกณฑ์การยอมรับทุกค่า จึงบ่งชี้ว่าการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ อันเป็นหลักฐานแสดงความตรงเชิงโครงสร้างของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ด้วยวิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน

### 1.2 ความเที่ยงของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

จากผลการตรวจสอบความเที่ยงของแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ด้วยค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Coefficients) พบว่าค่าความเที่ยงด้านการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงเท่ากับ 0.763 ค่าความเที่ยงด้านการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.820 ค่าความเที่ยงด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.842 และค่าความเที่ยงด้านการตีความการประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.814 ซึ่งหากพิจารณาตามเกณฑ์การตัดสินค่าความเที่ยงที่แสดงถึงคุณภาพของการออกแบบการวัด (Measurement Design) ของศิริชัย กาญจนวาสี (2556) ที่ได้เสนอไว้ว่าอย่างน้อยที่สุดควรมีค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงไม่ต่ำกว่า 0.50 หากการทดสอบนั้นไม่ได้ส่งผลต่อการตัดสินใจในเรื่องที่สำคัญและยังมีโอกาสในการติดตามตรวจสอบเพื่อพัฒนาความก้าวหน้าของสิ่งนั้นในอนาคตต่อไป เช่น การทดสอบเพื่อจัดกลุ่มนักเรียนตามความสามารถหรือการทดสอบเพื่อวินิจฉัยว่าใครควรได้รับการเรียนซ่อมเสริม ซึ่งความคลาดเคลื่อนของผลการตัดสินไม่ก่อให้เกิดผลอันตรายร้ายแรง จะเห็นได้ว่าแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ มีหลักฐาน ที่แสดงถึงความเที่ยงที่น่าเชื่อถืออยู่ในระดับค่อนข้างสูง

### 1.3 คุณภาพของข้อสอบ

งานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ ด้วยการพิจารณาอำนาจจำแนกของข้อสอบ ความยากของข้อสอบ และโอกาสในการเดา

อำนาจจำแนกของข้อสอบเป็นความสามารถของเครื่องมือในการแบ่งระดับคุณลักษณะที่ต้องการวัด ผลการวิเคราะห์พบว่าอำนาจจำแนกปานกลาง ซึ่งในทางปฏิบัติตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ

อำนาจจำแนกควรอยู่ระหว่าง 0.50 ถึง 2.50 (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556) ซึ่งหลักการเลือกข้อสอบไม่จำเป็นต้องเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกสูง แต่ควรเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกปานกลางขึ้นไปหรือเป็นไปตามเกณฑ์ มีความครอบคลุมและสามารถเป็นตัวแทนของคุณลักษณะที่ต้องการวัดร่วมกับพิจารณาคุณภาพด้านอื่นๆ (Hair, Black et al., 2010) นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาความยากของข้อสอบพบว่ามีความยากปานกลาง แสดงให้เห็นว่าแบบสอบมีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้วินิจฉัยข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ อีกทั้งจำนวนข้อสอบที่มีเพียง 32 คำถามย่อย แต่สามารถวินิจฉัยข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้ครอบคลุมทั้ง 4 คุณลักษณะ ได้แก่ 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง 2) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ 3) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ 4) การตีความการประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนไม่เกิดความเหน็ดเหนื่อยในการทำข้อสอบและช่วยลดโอกาสในการเดาข้อสอบของนักเรียน

อย่างไรก็ตาม แบบสอบที่พัฒนาขึ้นนี้ใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะ ซึ่งแตกต่างจากวิธี Rule Space (Tatsuoka, 1983) ที่มีข้อดีคือสามารถวิเคราะห์สาเหตุของความคลาดเคลื่อนได้ แต่วิธี Rule Space ก็มีข้อจำกัดที่ต้องใช้ตัวอย่างขนาดใหญ่ เนื่องจากใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ จึงไม่เหมาะสมกับการวินิจฉัยในระดับห้องเรียน ดังนั้น เพื่อให้ได้แบบสอบวินิจฉัยที่สามารถใช้ได้กับนักเรียนในห้องเรียนทั่วไป การใช้วิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะก็มีความเหมาะสม แม้ว่าจะมีข้อจำกัดที่ไม่สามารถวิเคราะห์สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือแบบการคิดที่ผิด (Error Pattern) ของนักเรียนได้ แต่อย่างน้อยก็สามารถชี้ให้เห็นรูปแบบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนได้โดยง่าย ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบวินิจฉัยครั้งนี้จึงถือว่ามีประโยชน์เพียงพอต่อการนำไปใช้วิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนได้ในระดับหนึ่ง

## 2. วิธีการวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นและความถูกต้องในการวินิจฉัยเพื่อจำแนกกลุ่มนักเรียน

วิธีการวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นนี้อาศัยแนวคิดของโมเดลการจำแนกวินิจฉัยที่ใช้เครือข่ายเบย์เซียนมาเป็นพื้นฐานในการออกแบบเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสามารถเข้าใจได้ง่าย มีความชัดเจน และมีความยืดหยุ่น โดยเครือข่ายเบย์เซียนจะเชื่อมโยงความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของคุณลักษณะที่ส่งผลต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และนำหลักการของความน่าจะเป็นมาใช้ประมาณค่าการมีข้อบกพร่องหรือไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ กรอบการสร้างโมเดลเครือข่ายเบย์เซียนเชื่อมโยงโดยตรงกับการสร้างโมเดลการตอบสนองข้อสอบ ด้วยการเป็นส่วนหนึ่งของเครือข่ายที่ประกอบขึ้นด้วยส่วนของตัวแปรที่แสดงถึงความสามารถ การเชื่อมโยงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆ เหล่านี้ และความสัมพันธ์ของตัวแปรกับสถานการณ์ที่นำมาใช้วัดความสามารถของนักเรียน (Almond et al. 2007) จากงานวิจัยของ Shin และ Kuo (2005) ได้ใช้แนวคิดเครือข่ายเบย์เซียนร่วมกับทฤษฎีการเรียงลำดับข้อสอบ (Item Ordering Theory) เพื่อสร้างเครือข่าย

เบย์เซียนแล้วประยุกต์ใช้กับการทดสอบแบบปรับเหมาะด้วยคอมพิวเตอร์ จนได้ระบบการประเมินที่มีชื่อว่า Bayesian Networks Based Adaptive Test (BNET) โดยมีการนำระบบนี้ไปใช้ทำนายการมีข้อบกพร่องหรือไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการเรียนเรื่องการประมาณค่าและการปิดเศษและการประมาณค่าทศนิยม ซึ่งเมื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของระบบการประเมินนี้ พบว่ามีอัตราส่วนของความแม่นยำในการทำนาย (Prediction Accuracy Rate) อยู่ในระดับดีมาก คิดเป็น 97.7% และจากงานวิจัยของ Lee และ Corter (2010) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะที่เกี่ยวกับการแสดงการลบที่มีพหุแกวของนักเรียนด้วยเครือข่ายเบย์เซียน ในการศึกษาถึงประสิทธิภาพของเครือข่ายจะประเมินโดยใช้สถานการณ์การทดสอบ ผลการทำนายการมี/ไม่มีข้อบกพร่องที่ดีที่สุดที่เกิดจากการใช้เครือข่ายเบย์เซียนที่มีการเชื่อมโยงกันของโหนดต่างๆ ในเครือข่ายอย่างเป็นลำดับขั้น มีอัตราการวินิจฉัยที่ถูกต้องสูงถึง 99% ผลที่ได้จากการศึกษาเหล่านี้บ่งชี้ว่าการนำเครือข่ายเบย์เซียนมาใช้เพื่อการวินิจฉัยข้อบกพร่องสามารถทำได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีความน่าเชื่อถือ โดยเครือข่ายเบย์เซียนจะมีประสิทธิภาพสูงขึ้นเมื่อสามารถสร้างได้ครอบคลุมทักษะต่างๆ ที่มีความเกี่ยวข้องกัน โดยใช้การเชื่อมโยงความสัมพันธ์เชิงสาเหตุที่ถูกต้อง นอกจากนี้ โมเดลการวินิจฉัยแบบเครือข่ายเบย์เซียนยังสามารถใช้กับเนื้อหาที่ประกอบด้วยหลายทักษะและแต่ละทักษะมีความสัมพันธ์กัน โดยการสร้างโมเดลให้ครอบคลุมข้อบกพร่องในทักษะของเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัย ซึ่งสามารถทำได้ง่าย มีความสะดวก และวินิจฉัยนักเรียนจำนวนมากได้ ด้วยการนำคะแนนสอบของนักเรียนแต่ละคนใส่ในโหนดข้อสอบให้ครบทุกโหนดในโมเดลการวินิจฉัย จึงเหมาะที่จะใช้ในการวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียนกลุ่มใหญ่ได้โดยใช้เวลาน้อยและมีความเป็นปรนัยในการตรวจและวินิจฉัย จากลักษณะสำคัญดังกล่าวของเครือข่ายเบย์เซียน ทำให้วิธีวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นนี้มีลักษณะเด่นที่แตกต่างจากการวินิจฉัยโดยทั่วไปที่ใช้แบบสอบวินิจฉัยเพียงอย่างเดียว (สมชาย บุญรักษา 2536, สุภาวดี กิตติวิศิษฎ์ 2537, วัลยา อารัมภ์รัตน์ 2546, วิทยา ซ่อนขำ 2551, Tatsuoka and Corter 2004) หรือวิธีวินิจฉัยที่ทำการวินิจฉัยทีละเนื้อหาย่อย (Tatsuoka 1983) ซึ่งไม่มีการเชื่อมโยงทักษะหรือองค์ประกอบที่มีความสัมพันธ์กัน

สำหรับค่าร้อยละของสัดส่วนความถูกต้องในการจำแนกกลุ่ม (The Correct Prediction Rate or Classification Accuracy) เป็นค่าที่ใช้เปรียบเทียบความถูกต้องในการจำแนกกลุ่มที่สามารถคำนวณและเปรียบเทียบความแตกต่างได้โดยง่าย มีการนำมาใช้เปรียบเทียบความถูกต้องในการจำแนกกลุ่มอย่างแพร่หลาย สอดคล้องกับงานวิจัยของ Shu และ Kuo (2005) ที่ได้ศึกษาประสิทธิภาพของเครือข่ายเบย์เซียนสำหรับการสร้างโมเดลการประเมินเพื่อระบุข้อบกพร่องในการบวกและลบทศนิยม มีการสร้างโมเดลเครือข่ายเบย์เซียนจำนวน 4 โมเดล โดยใช้จุดตัดแบบเจาะจงในระดับที่แตกต่างกัน (0.2 – 0.8) แล้วเปรียบเทียบความถูกต้องในการจำแนกกลุ่มระหว่างโมเดลที่ระดับจุดตัดต่างๆ กับการจำแนกกลุ่มโดยผู้เชี่ยวชาญจากผลการวิจัย พบว่าการกำหนดจุดตัดแต่ละโหนดในโมเดลให้มีค่าที่แตกต่างกันได้หลายค่า จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของการจำแนกกลุ่มนักเรียน และมีการเสนอเกณฑ์การยอมรับค่าความถูกต้องในการจำแนกกลุ่มด้วยค่าร้อยละของการเห็นตรงกันของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 70% ขึ้นไป โดยผู้วิจัย

เลือกใช้วิธีการกำหนดคะแนนจุดตัดแบบวิธีของแองกอฟ สอดคล้องกับงานวิจัยของพรพิมล ยังฉิม (2557) ที่ทำการเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างโมเดลที่มีการกำหนดคะแนนจุดตัดแตกต่างกัน 3 วิธี ได้แก่ วิธีของแองกอฟ วิธีเจาะจงจุดตัด และวิธีที่ใช้ทฤษฎีการตัดสินใจของแกลส โดยเมื่อพิจารณาผลการวินิจฉัยจากโมเดลที่มีการกำหนดคะแนนจุดตัดด้วยวิธีของแองกอฟ พบว่ามีความสอดคล้องกับผลการวินิจฉัยมากกว่าโมเดลที่มีการกำหนดคะแนนจุดตัดด้วยวิธีเจาะจงจุดตัด และวิธีที่ใช้ทฤษฎีการตัดสินใจของแกลส ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากวิธีการนี้ สามารถดำเนินการได้ทั้งก่อนและหลังการทดสอบ โดยให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณากำหนดมาตรฐาน มีหลักในการพิจารณาความน่าจะเป็นที่ผู้มีความสามารถขั้นต่ำ (Minimally Competent Candidate) จะสามารถตอบข้อสอบข้อนั้นๆ ได้ถูกต้อง และพิจารณาค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบแต่ละข้อประกอบการตัดสินใจ โดยคะแนนจุดตัดจะได้มาจากผลรวมของความน่าจะเป็นของข้อสอบทุกข้อ ซึ่งจะเห็นว่าเป็นวิธีที่สามารถนำมาปฏิบัติได้ง่าย คะแนนจุดตัดมีความแตกต่างกันได้ในแต่ละตอนหรือแต่ละมิติตามค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบ โดยผู้เชี่ยวชาญที่จะเป็นผู้กำหนดจุดตัดต้องเป็นผู้เชี่ยวชาญในด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผล เพราะจะทราบปัญหาข้อบกพร่องของนักเรียนและสามารถให้ข้อเสนอแนะแก่ผู้วิจัยได้ ความสามารถของผู้เชี่ยวชาญจะส่งผลต่อคะแนนจุดตัดที่กำหนด ซึ่งคะแนนจุดตัดที่แตกต่างกันในแต่ละมิตีย่อมมีความเหมาะสมกับลักษณะของข้อสอบที่มีความยากง่ายแตกต่างกัน (Livingston and Zieky 1982, ศิริพันธ์ ตีระวงศ์สุวรรณ 2554)

อย่างไรก็ตาม วิธีการวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นนี้แม้จะสามารถวินิจฉัยได้ง่ายและรวดเร็ว แต่ยังมีข้อบกพร่องในกรณีที่นักเรียนเดาข้อสอบหรือไม่ตั้งใจทำการทดสอบ ซึ่งอาจทำการวินิจฉัยให้ผลที่ไม่ตรงได้ ดังนั้น ก่อนที่จะให้นักเรียนเริ่มทำแบบสอบวินิจฉัย ควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการนำผลที่ได้จากการวินิจฉัยไปใช้เป็นสารสนเทศในการปรับปรุงพัฒนาการเรียนของตนเองต่อไปในอนาคต

### 3. ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

จากผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม พบว่ามีนักเรียนเกินครึ่งหนึ่ง (ร้อยละ 56.17) ที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนมีข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหามากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 62.41 และมีข้อบกพร่องในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงน้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 40.56 สอดคล้องกับงานวิจัยของญาณกวี ชัดสีหะลี (2557) ที่พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา กล่าวคือ นักเรียนสามารถทำโจทย์พื้นฐานหรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาง่ายๆ ได้ แต่ไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนได้ โดยนักเรียนไม่รู้ว่าควรเริ่มแก้ปัญหาอย่างไร หรืออาจเริ่มแก้ปัญหาได้บางส่วนแต่ไม่สามารถนำมาซึ่งคำตอบ แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ในเนื้อหาเป็นเป็นอย่างดีก็ตาม

สำหรับผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อพิจารณาจำแนกตามภูมิภาค ทั้ง 9 ภูมิภาค ได้แก่ 1) กรุงเทพมหานครและปริมณฑล 2) ภาคกลาง 3) ภาคตะวันออก 4) ภาคตะวันตก 5) ภาคเหนือตอนบน 6) ภาคเหนือตอนล่าง 7) ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน 8) ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง และ 9) ภาคใต้ พบว่าสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องแตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง (จังหวัดศรีสะเกษและจังหวัดบุรีรัมย์) และภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนบน (จังหวัดเลยและจังหวัดขอนแก่น) เป็นภูมิภาคที่มีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มากที่สุดสองอันดับแรก คิดเป็นร้อยละ 65.63 และร้อยละ 63.29 ตามลำดับ ในขณะที่กรุงเทพมหานครและปริมณฑลมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 32.39 ซึ่งร้อยละของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างกับกรุงเทพมหานครและปริมณฑลมีความแตกต่างกันสูงมาก สอดคล้องกับผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Program for International Student Assessment: PISA) ซึ่งดำเนินการโดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organization for Economic Co-operation and Development: OECD) ที่พบว่าการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างมีค่าเฉลี่ยต่ำที่สุดใน 9 ภูมิภาค โดยต่ำกว่าทั้งค่าเฉลี่ยของประเทศไทยและค่าเฉลี่ยของ OECD ในขณะที่การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกรุงเทพมหานครและปริมณฑลมีค่าเฉลี่ยสูงที่สุดใน 9 ภูมิภาค โดยสูงกว่าค่าเฉลี่ยของประเทศไทยแต่ยังต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD ซึ่งจากการวิเคราะห์การกระจายคะแนนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยในพื้นที่ต่างๆ ยังพบว่ามี ความแตกต่างกันมาก กล่าวคือ นักเรียนจากพื้นที่ที่มีคะแนนต่ำที่สุด (ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง) มีคะแนนแตกต่างจากนักเรียนในพื้นที่ที่มีคะแนนสูงที่สุด (กรุงเทพมหานครและปริมณฑล) เทียบเท่ากับการเรียนที่ต่างกันประมาณ 2 ปี และสอดคล้องกับผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2561, 2562 และ 2563 ที่พบว่านักเรียนในภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ต่ำที่สุด โดยมีคะแนนเฉลี่ย 27.89, 24.71 และ 23.82 คะแนน ตามลำดับ ในขณะที่คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศอยู่ที่ 30.77, 27.43 และ 26.45 คะแนน ตามลำดับ

นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในรายคุณลักษณะ ก็พบว่าภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างเป็นภูมิภาคที่มีจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องสูงสุดเป็นอันดับที่ 1-3 จากจำนวนทั้งหมด 9 ภูมิภาค ในทุกคุณลักษณะ กล่าวคือ มีจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องสูงสุดเป็นอันดับแรก ในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงและคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 57.81 และ 64.06 ตามลำดับ มีจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องสูงสุดเป็นอันดับที่สองในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 68.75 และมีจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องสูงสุดเป็นอันดับที่สาม

ในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ คิดเป็นร้อยละ 62.50 แสดงให้เห็นว่าภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกินครึ่งในทุกคุณลักษณะ ซึ่งเป็นเรื่องที่น่ากังวล

#### 4. แบบแผนความรู้ของนักเรียนรายบุคคล

จากผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนรายบุคคล จำแนกตามแบบแผนความรู้ พบว่ามีนักเรียนจำนวนหนึ่งที่มีความรอบรู้เกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ไม่เป็นไปตามลำดับขั้น กล่าวคือมีความรอบรู้ในคุณลักษณะขั้นสูงโดยที่ไม่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะขั้นที่ต่ำกว่า ซึ่งพบเป็นส่วนใหญ่ อาจเนื่องมาจากปัจจัยแทรกซ้อน เช่น การเรียนกวดวิชาที่เน้นวิธีการทำข้อสอบ ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการจดจำรูปแบบและขั้นตอนในการหาคำตอบ โดยที่นักเรียนไม่ได้มีคุณลักษณะหรือความเข้าใจขั้นพื้นฐานอย่างแท้จริง นอกจากนี้ จากผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามภูมิภาค พบว่าสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ ซึ่งล้วนเป็นคุณลักษณะขั้นสูง แตกต่างกันตามภูมิภาคอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากนักเรียนส่วนใหญ่เกินครึ่งหนึ่งล้วนมีข้อบกพร่องใน 2 คุณลักษณะดังกล่าว (ร้อยละ 62.41 และร้อยละ 59.73 ตามลำดับ) สอดคล้องกับผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA ที่พบว่านักเรียนไทยมากกว่าครึ่งหนึ่ง (ร้อยละ 53.8) รู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับ 2 จากทั้งหมด 6 ระดับ ซึ่งถือว่าเป็นกลุ่มที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐาน จึงทำให้นักเรียนมีความรอบรู้ในคุณลักษณะขั้นสูงไม่แตกต่างกัน ซึ่งอาจเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ทำให้นักเรียนมีความรอบรู้เกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ไม่เป็นไปตามลำดับขั้น

#### 5. การให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน

เนื่องจากการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีขอบเขตค่อนข้างกว้าง การวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์โดยใช้เครือข่ายเบย์เซียนที่สร้างขึ้นสามารถให้ผลการวินิจฉัยว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะใดบ้าง แต่ไม่ได้วิเคราะห์ถึงสาเหตุของความบกพร่องในแต่ละคุณลักษณะ ในการให้ข้อมูลย้อนกลับที่เป็นข้อเสนอแนะที่เหมาะสมแก่นักเรียนแต่ละคนจึงมีข้อจำกัด ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะเดียวกันได้รับข้อมูลย้อนกลับที่เหมือนกันตามรูปแบบของแต่ละคุณลักษณะ นอกจากนี้ ข้อมูลย้อนกลับที่เป็นข้อเสนอแนะที่เหมาะสมแก่นักเรียนมีการใช้ภาษาที่เป็นทางการมากเกินไป อาจไม่ค่อยเหมาะสมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ควรปรับใช้ภาษาที่ง่ายขึ้นเพื่อสื่อสารให้นักเรียนเข้าใจว่าควรดำเนินการอย่างไร เพื่อนำไปสู่การพัฒนาตนเองในคุณลักษณะที่มีความบกพร่อง

## ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอใน 2 ประเด็น คือ ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้ และข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป มีรายละเอียดดังนี้

### ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. การนำแบบสอบถามวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะไปใช้ทดสอบกับนักเรียน สถานศึกษาจะต้องมีความพร้อมในด้านอุปกรณ์คอมพิวเตอร์และระบบอินเทอร์เน็ต เนื่องจากเป็นแบบสอบถามออนไลน์ สามารถเข้าถึงผ่าน Web Browser เช่น Internet Explorer, Google Chrome, Mozilla Firefox หรือ Safari โดยใช้ URL ที่กำหนด คือ <https://www.flexiquiz.com/SC/N/CEduMath> ทั้งนี้ ผู้อำนวยการทดสอบ ควรมีความชำนาญในการใช้คอมพิวเตอร์ โดยทำหน้าที่อำนวยความสะดวกแก่นักเรียนที่รับการทดสอบ ในกรณีที่ระบบมีปัญหา และควรให้ความสำคัญกับการกระตุ้นเตือนให้นักเรียนอ่านคำอธิบายในคู่มือ และคำชี้แจงในแบบสอบถามให้ละเอียดก่อนลงมือทำการทดสอบ เนื่องจากในการเก็บข้อมูลพบว่ามีนักเรียน บางส่วนที่ไม่ตั้งใจทำการทดสอบหรือทำการทดสอบโดยที่ยังไม่ได้อ่านสถานการณ์และคำถาม สำหรับครู ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนควรศึกษาเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นเรื่องที่ทั่วโลก ให้ความสำคัญ รวมถึงมนทัศน์เกี่ยวกับวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและวิธีการใช้งาน Netica Application ในการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดความเข้าใจและสามารถนำแบบทดสอบไปใช้ ได้อย่างถูกต้อง ตลอดจนนำผลที่ได้จากการใช้แบบทดสอบไปวิเคราะห์เพื่อการปรับปรุง พัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ โดยมีแนวทางในการใช้งาน Netica Application เพื่อวินิจฉัย การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) เรียกใช้งาน Netica Application ผ่านอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ แล้วเลือกโฟลเดอร์ ที่เก็บข้อมูลไว้ จากนั้นเลือกไฟล์โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน ที่สร้างขึ้น จะปรากฏหน้าต่างที่แสดงโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน
- 2) นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบสอบถามวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน แต่ละคนแทนค่าลงในโหนดข้อสอบ โดยใส่คะแนนรวมในแต่ละคุณลักษณะของนักเรียน ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 0 – 8 คะแนน
- 3) พิจารณาค่าความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จากโหนดข้อบกพร่องและโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หากโมเดลวินิจฉัยได้ค่าร้อยละ ของความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องมากกว่าค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่ใช้เป็นเกณฑ์ จะแปลผล ได้ว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในโหนดนั้นๆ
- 4) หากต้องการวินิจฉัยนักเรียนคนต่อไปให้เลือกคำสั่ง Remove Case (Findings) เพื่อเริ่มการวินิจฉัยนักเรียนคนต่อไป โดยทำตามขั้นตอนเดิม

2. แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ เหมาะสำหรับนำไปใช้ทดสอบกับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในช่วงปลายภาคเรียนที่ 2 เนื่องจากเป็นช่วงที่นักเรียนจะได้ผ่านการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ที่สำคัญและจำเป็นสำหรับโลกชีวิตจริงมาแล้ว เพื่อให้ผลการวินิจฉัยที่ได้จากการทดสอบ สามารถใช้สรุปว่านักเรียนมีข้อบกพร่องหรือไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ในคุณลักษณะใดบ้าง ทั้งนี้ ควรมีการให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน โดยอาจนำเสนอแนวคิด ในการแก้ปัญหาสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเองภายหลังเสร็จสิ้นการทดสอบ และจัดทำแบบรายงานผลคะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายบุคคลพร้อมให้ข้อเสนอแนะที่เหมาะสมกับคุณลักษณะ ที่นักเรียนมีความบกพร่อง เพื่อให้นักเรียนได้รับทราบข้อบกพร่องของตนเองและนำข้อเสนอแนะที่ได้ ไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาคุณลักษณะที่ยังมีข้อบกพร่องให้ดีขึ้น นอกจากนี้ ผลการวินิจฉัย ยังสามารถใช้เป็นข้อมูลสำคัญสำหรับผู้รับผิดชอบในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนา ให้นักเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในบริบทโลกชีวิตจริงภายหลังจาก จบการศึกษาระดับมัธยมศึกษา

3. ผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 673 คน จาก 18 โรงเรียน ใน 9 ภูมิภาค พบว่านักเรียนเกินกว่าครึ่งหนึ่งมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาและคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นคุณลักษณะขั้นสูงของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ดังนั้น ครูผู้สอนสามารถนำสารสนเทศนี้ไปใช้ ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนเพื่อยกระดับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยฝึก ให้นักเรียนใช้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์และค้นหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณ การแก้สมการ การลงข้อสรุปจากสมมติฐานทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์ การสกัดข้อมูล ทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล การสร้างแบบจำลอง ของสถานการณ์ปัญหา รวมทั้งจัดกิจกรรมส่งเสริมการเรียนรู้ที่ประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมา ในบริบทของปัญหาในโลกชีวิตจริง ฝึกให้นักเรียนสามารถแปลความหมายของวิธีการแก้ปัญหา หรือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ย้อนกลับไปที่บริบทของปัญหา แล้วตัดสินความสมเหตุสมผล ของผลลัพธ์นั้นกับบริบทของปัญหาได้ ในขณะเดียวกัน หน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษา ควรให้การสนับสนุนการพัฒนาครูอย่างเป็นระบบ เพื่อพัฒนาการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพอย่างเต็มที่ ให้ครูได้เรียนรู้เทคนิคการสอนใหม่ๆ ที่เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละกลุ่ม ส่งเสริมการใช้เทคโนโลยี ให้เป็นประโยชน์ รวมทั้งให้ความรู้แก่ครูในด้านการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัจจุบัน ให้ครูสามารถพัฒนาแบบสอบที่มีคุณภาพด้วยวิธีการและรูปแบบที่หลากหลาย เน้นการพัฒนา กระบวนการคิดและการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันมากกว่าการท่องจำ



4. ผลการวิจัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเปรียบเทียบระหว่างภูมิภาค พบว่า ภาคตะวันออกเฉียงเหนือทั้งตอนบนและตอนล่างมีสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มากที่สุด และมีสัดส่วนคิดเป็นประมาณ 2 เท่าของกรุงเทพมหานครและปริมณฑล ซึ่งมีสัดส่วนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุด แสดงให้เห็นว่าคุณภาพการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยมีความผันแปรสูงมาก ความแตกต่างระหว่างนักเรียนในเมืองใหญ่กับนักเรียนในชนบทมีช่องว่างกว้างมาก ซึ่งสะท้อนถึงความไม่เท่าเทียมกันทางการศึกษาของไทย จึงมีความจำเป็นที่ทุกภาคส่วนที่เกี่ยวข้องจะต้องช่วยกันหาแนวทางในการยกระดับคุณภาพการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของเยาวชนไทย โดยเฉพาะอย่างยิ่งให้นักเรียนกลุ่มอ่อนได้รับการส่งเสริมสนับสนุนให้มากพอ เพื่อลดช่องว่างของความแตกต่างระหว่างนักเรียนกลุ่มสูงกับกลุ่มต่ำให้แคบลง โดยอาจสร้างแรงจูงใจให้ครูที่มีความรู้ความสามารถไปสอนในโรงเรียนในพื้นที่ห่างไกลอย่างทั่วถึงทุกภูมิภาค เพื่อช่วยลดปัญหาความเหลื่อมล้ำทางการศึกษา จัดการฝึกอบรมครูให้สามารถพัฒนาข้อสอบที่มีคุณภาพเทียบเคียงกับข้อสอบ PISA ตลอดจนปรับปรุงหนังสือเรียนให้มีบริบทที่นักเรียนได้ใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงให้มากขึ้น ควบคู่ไปกับการสร้างนักเรียนที่มีความรู้และทักษะในระดับสูงให้มีสัดส่วนมากขึ้น เพื่อให้เยาวชนไทยมีทักษะที่สำคัญสำหรับชีวิตและเป็นกำลังสำคัญในการพัฒนาประเทศต่อไปในอนาคต

#### ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. การกำหนดความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดในโมเดลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียนที่แตกต่างกันอาจส่งผลต่อประสิทธิภาพของการวินิจฉัย แต่การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยไม่ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลการกำหนดความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดข้อบกพร่องและโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ดังนั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปจึงควรมีการศึกษาเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยเมื่อมีการกำหนดความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขประจำโหนดต่างๆ ในรูปแบบที่แตกต่างกัน
2. วิธีการวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปใช้ได้ง่ายและสามารถใช้กับนักเรียนได้ครั้งละจำนวนมาก เพียงแทนค่าคะแนนที่ได้จากการตอบข้อสอบของนักเรียนลงในโหนดข้อสอบในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน จากนั้นโปรแกรมจะทำการวิเคราะห์ความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องหรือไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และทำให้ทราบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องหรือไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะใดบ้าง แต่วิธีการนี้มีข้อจำกัด คือ ไม่สามารถวินิจฉัยถึงรายละเอียดว่านักเรียนมีข้อบกพร่องอย่างไร วินิจฉัยได้เพียงว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะใด ดังนั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปอาจใช้วิธีการอื่นประกอบการวินิจฉัยเพิ่มเติม เช่น การสัมภาษณ์นักเรียนหรือการให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำ
3. วิธีการวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปปรับใช้กับการวินิจฉัยความสามารถในเนื้อหาวิชาอื่นๆ ที่มีลักษณะเป็นความสามารถที่มีหลายองค์ประกอบย่อยได้ โดยเริ่มจากการวิเคราะห์เพื่อค้นหาลักษณะองค์ประกอบของความสามารถที่ต้องการวินิจฉัยให้ครอบคลุม แล้วค้นหาความสัมพันธ์เชิงสาเหตุขององค์ประกอบย่อย

เพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์นั้นจนพัฒนาขึ้นเป็นโมเดลการวินิจฉัย ทั้งนี้ ในการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยตามโมเดลที่พัฒนาขึ้นควรออกแบบให้มีจำนวนข้อสอบที่เหมาะสมและสามารถครอบคลุมข้อบกพร่องที่พบและองค์ประกอบของความสามารถที่ต้องการวินิจฉัย สำหรับตัวเลือกของข้อสอบในแต่ละข้อควรมีการสำรวจข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนใหญ่และควรมีตัวเลือกปลายเปิดให้นักเรียนได้ตอบในกรณีที่นักเรียนมีข้อบกพร่องไม่เหมือนกับตัวลวงที่อยู่ในข้อสอบ

4. การพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์อาจประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและระบบการสร้างข้อสอบอัตโนมัติ เพื่อช่วยให้ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์หรือผู้ที่สนใจสามารถสร้างข้อสอบและแบบสอบเพื่อวินิจฉัยนักเรียนได้หลากหลายมากขึ้น นอกจากนี้ เมื่อทราบผลการวินิจฉัยว่านักเรียนแต่ละคนมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะใดแล้ว ครูผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือจัดทำชุดแบบฝึกหัดที่ส่งเสริมการเรียนรู้ในแต่ละคุณลักษณะโดยเฉพาะ เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ในการพัฒนาคุณลักษณะของตนเองให้ดีขึ้นต่อไป





ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
**CHULALONGKORN UNIVERSITY**



ภาคผนวก ก  
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

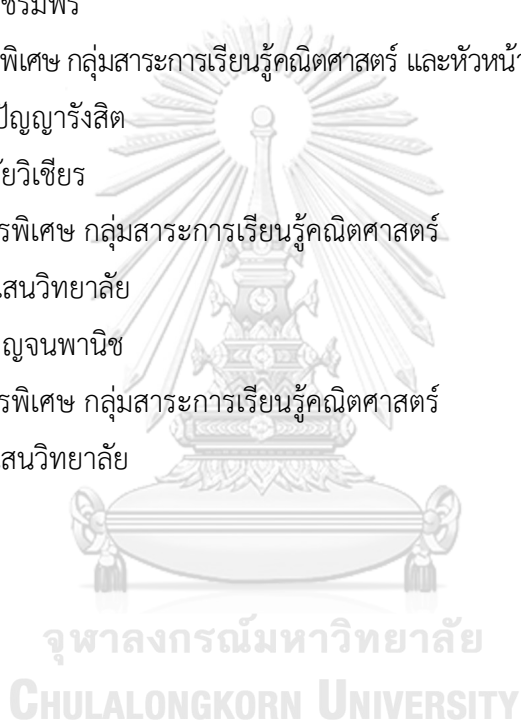
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
**CHULALONGKORN UNIVERSITY**

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อคำถามในแบบสอบ

1. รศ.ดร.ณัฐภรณ์ หลาวทอง  
 อาจารย์ประจำสาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา  
 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. รศ.ดร.ดวงรัตน์ ไชยชนะ  
 อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์  
 คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. ผศ.ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน  
 อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์  
 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
4. ผศ.ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม  
 อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์  
 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
5. อาจารย์ ดร.พรทิพย์ อีรภานนท์  
 หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
6. ครูเปรมกมล พิริยปัญญาบุตร  
 ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และหัวหน้างานพัฒนาหลักสูตร  
 โรงเรียนธัญบุรี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
7. ครูโฉมณภา วัชรัมพร  
 ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และหัวหน้าโครงการห้องเรียนพิเศษ Gifted  
 โรงเรียนสายปัญญารังสิต

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจคุณภาพด้านความตรงตามเนื้อเรื่องของข้อมูลย้อนกลับและกำหนดคะแนนจุดตัด

1. อาจารย์ ดร.พรทิพย์ อีรภานนท์  
หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
2. ครูเปรมกมล พิริยปัญญบุตร  
ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และหัวหน้างานพัฒนาหลักสูตร  
โรงเรียนธัญบุรี
3. ครูโฉมณภา วัชรัมพร  
ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และหัวหน้าโครงการห้องเรียนพิเศษ Gifted  
โรงเรียนสายปัญญารังสิต
4. ครูนิลเนตร ชัยวิเชียร  
ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย
5. ครูวิลาสินี กาญจนพานิช  
ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย





ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (ฉบับทดลองใช้)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY





สถานการณ์ A (เนื้อหา: ปริมาณ)

ส่วนผสมโดยประมาณของน้ำผักผลไม้รวมยี่ห้อหนึ่งเป็นดังนี้

ส่วนผสม	ปริมาณ (มิลลิลิตร)
น้ำส้ม	400
น้ำสับปะรด	250
น้ำมะเขือเทศ	150
น้ำแครอท	200

คำถามที่ 1 : ถ้าต้องการทราบปริมาณของส่วนผสมในน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดต่อไปนี้ช่วยในการแก้ปัญหา

- ก. การประมาณค่า
- ข. อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ
- ค. ความรู้เกี่ยวกับสถิติประกอบการตัดสินใจ
- ง. ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์

คำถามที่ 2 : ข้อใดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของส่วนผสมไม่ถูกต้อง

ก.  $\frac{x}{5,000} = \frac{400}{1,000}$

เมื่อ  $x$  แทนปริมาณของน้ำส้มที่ต้องใช้ในการทำน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร

ข.  $\frac{250}{1,000} = \frac{x}{5,000}$

เมื่อ  $x$  แทนปริมาณของน้ำสับปะรดที่ต้องใช้ในการทำน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร

ค.  $\frac{x}{5,000} = \frac{1,000}{150}$

เมื่อ  $x$  แทนปริมาณของน้ำมะเขือเทศที่ต้องใช้ในการทำน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร

ง.  $\frac{1,000}{200} = \frac{5,000}{x}$

เมื่อ  $x$  แทนปริมาณของน้ำแครอทที่ต้องใช้ในการทำน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร

คำถามที่ 3 : จากส่วนผสมของน้ำผักผลไม้รวมยี่ห้อนี้ ผู้ที่สนใจจะทำน้ำผักผลไม้รวม 3,500 มิลลิลิตร จะต้องใช้น้ำส้มกี่มิลลิลิตร

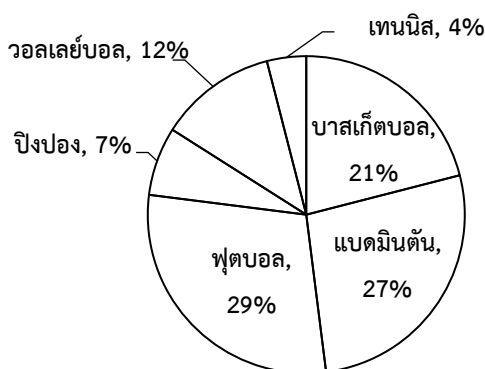
คำถามที่ 4 : ถ้านาวีมีน้ำส้ม 2,200 มิลลิลิตร น้ำสับปะรด 1,300 มิลลิลิตร น้ำมะเขือเทศ 900 มิลลิลิตร และน้ำแครอท 1,000 มิลลิลิตร แล้วนาวีจะทำน้ำผักผลไม้รวมได้มากที่สุดกี่มิลลิลิตร

สถานการณ์ B (เนื้อหา: ความไม่แน่นอนและข้อมูล)

รายได้รวมรายปีของร้านขายอุปกรณ์กีฬาในหน่วยล้านบาท ระหว่างปี พ.ศ. 2557 – 2560 เป็นดังนี้

ปี พ.ศ.	2557	2558	2559	2560
รายได้ (ล้านบาท)	4.2	5.3	5.7	6.6

รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแต่ละชนิดในปี พ.ศ. 2559



คำถามที่ 1 : จากข้อมูลรายได้ของร้านขายอุปกรณ์กีฬา ถ้าต้องการทราบรายได้จากการขายอุปกรณ์แต่ละชนิด ในปี พ.ศ. 2559 สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้ช่วยในการแก้ปัญหา ยกเว้นข้อใด

- การประมาณค่า
- อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ
- ความรู้เกี่ยวกับสถิติประกอบการตัดสินใจ
- การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการวิเคราะห์ข้อมูล

คำถามที่ 2 : จากข้อมูลรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแต่ละชนิดในปี พ.ศ. 2559 ข้อใดไม่ถูกต้อง

- รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาฟุตบอลเท่ากับ  $\frac{29}{100} \times 5.7$  ล้านบาท
- รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาปิงปองน้อยกว่าเทนนิส  $\frac{7-4}{100} \times 5.7$  ล้านบาท
- รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาบาสเก็ตบอลและฟุตบอลรวมกันเท่ากับ  $\frac{1}{2} \times 5.7$  ล้านบาท
- รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแบดมินตันมากกว่าวอลเลย์บอล  $\frac{27-12}{100} \times 5.7$  ล้านบาท

คำถามที่ 3 : อุปกรณ์กีฬาชนิดที่มีรายได้จากการขายมากที่สุดในปี พ.ศ. 2559 ทำรายได้คิดเป็นเงินกี่ล้านบาท

คำถามที่ 4 : จากสถานการณ์ข้างต้น ถ้าร้อยละของรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาชนิดต่างๆ ในปี พ.ศ. 2560 เหมือนกับปี พ.ศ. 2559 แล้วรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาเทนนิส ในปี พ.ศ. 2560 เพิ่มขึ้น หรือลดลงจากปี พ.ศ. 2559 กี่ล้านบาท

### สถานการณ์ C (เนื้อหา: การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์)

การให้ยาทางหลอดเลือดเป็นวิธีการให้ของเหลวและยาแก่ผู้ป่วย โดยการให้ยาทางหลอดเลือดอาจใช้สูตร  $D = \frac{dv}{t}$  เมื่อ  $D$  แทนอัตราการหยด (หยดต่อนาที)  $d$  แทนสัมประสิทธิ์การหยด (หยดต่อมิลลิลิตร)  $v$  แทนปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (มิลลิลิตร) และ  $t$  แทนระยะเวลาของการให้ยาทางหลอดเลือด (นาที)

คำถามที่ 1 : ถ้าพยาบาลต้องการให้ยาทางหลอดเลือดแก่ผู้ป่วยโดยใช้สูตร  $D = \frac{dv}{t}$  แล้วพยาบาล

จะสามารถคำนวณปริมาตรของยาให้สอดคล้องกับอัตราการหยดและระยะเวลาของการให้ยาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

- ก. การประมาณค่า
- ข. อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ
- ค. ความรู้และสมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลัง
- ง. ความรู้เกี่ยวกับสถิติประกอบการตัดสินใจ

คำถามที่ 2 : ถ้าคุณหมอนำให้เพิ่มระยะเวลาในการให้ยาแก่ผู้ป่วยเป็นสองเท่า โดยให้สัมประสิทธิ์การหยดและอัตราการหยดคงเดิม แล้วปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยจะตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{Dt}{2d}$  มิลลิลิตร

ข.  $\frac{2Dt}{d}$  มิลลิลิตร

ค.  $\frac{D+2t}{d}$  มิลลิลิตร

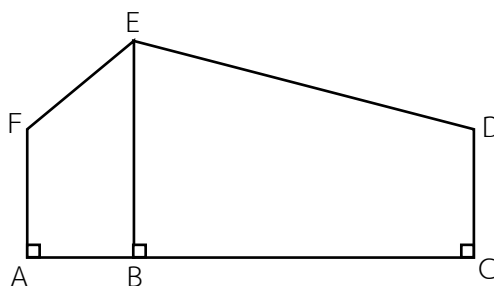
ง.  $\frac{2(D+t)}{d}$  มิลลิลิตร

คำถามที่ 3 : ถ้าเดิมพยาบาลให้ยาทางหลอดเลือดแก่ผู้ป่วยโดยใช้อัตราการหยด 30 หยดต่อนาทีเป็นเวลา 2 ชั่วโมง ด้วยสัมประสิทธิ์การหยด 20 หยดต่อมิลลิลิตร แล้วปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือดเท่ากับกี่มิลลิลิตร

คำถามที่ 4 : จากเดิมที่พยาบาลให้ยาทางหลอดเลือดแก่ผู้ป่วยโดยใช้อัตราการหยด 30 หยดต่อนาทีเป็นเวลา 2 ชั่วโมง ด้วยสัมประสิทธิ์การหยด 20 หยดต่อมิลลิลิตร หากคุณหมอนำให้เพิ่มระยะเวลาในการให้ยาผู้ป่วยเป็นสองเท่า โดยให้สัมประสิทธิ์การหยดและอัตราการหยดคงเดิม แล้วปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือดจะเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากเดิมกี่มิลลิลิตร

สถานการณ์ D (เนื้อหา: ปริภูมิและรูปทรง)

ผนังด้านข้างบ้านของสุตารัตน์เป็นดังรูป



ความยาวของด้านต่างๆ เป็นดังนี้

$ED = 5$  เมตร,  $AF = CD = 2.5$  เมตร,  $BE = 5.5$  เมตร และ  $AC = 6$  เมตร

คำถามที่ 1 : ถ้าสุตารัตน์ต้องการหาพื้นที่ของผนังเพื่อคำนวณค่าใช้จ่ายในการทาสี

แล้วสุตารัตน์สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดช่วยในการแก้ปัญหา

- ก. การประมาณค่า
- ข. สมบัติของเส้นขนาน
- ค. ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ
- ง. การเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน

คำถามที่ 2 : จากข้อมูลความยาวของด้านต่างๆ ของผนังด้านข้างบ้านของสุตารัตน์

ข้อใดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านต่างๆ ได้ถูกต้อง

- ก.  $BC^2 = ED^2 - BE^2$
- ข.  $BC^2 = ED^2 + BE^2$
- ค.  $BC^2 = ED^2 - (BE - AF)^2$
- ง.  $BC^2 = ED^2 + (BE - AF)^2$

คำถามที่ 3 : จากข้อมูลข้างต้น BC ยาวกี่เมตร

คำถามที่ 4 : สุตารัตน์ต้องการทาสีผนังซึ่งมีความยาวของด้านต่างๆ ดังกล่าวข้างต้น สุตารัตน์จะต้องจ่ายค่าแรง

ช่างทาสีเป็นเงินกี่บาท ถ้าช่างทาสีคิดค่าแรงตารางเมตรละ 60 บาท

## กระดาษคำตอบ

ชื่อ-สกุล ..... ชั้น ม.3/..... โรงเรียน .....

คำชี้แจง แบบสอบมี 9 หน้า ประกอบด้วยข้อสอบจำนวน 8 สถานการณ์ๆ ละ 4 คำถามย่อย ดังนี้

- คำถามย่อยที่ 1 และ 2 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย **X** ลงในช่องที่ถูก
- คำถามย่อยที่ 3 และ 4 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเติมคำ ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

สถานการณ์ที่ 1				
คำถามที่	คำตอบ			
1	ก	ข	ค	ง
2	ก	ข	ค	ง
3	..... มิลลิลิตร			
4	..... มิลลิลิตร			

สถานการณ์ที่ 2				
คำถามที่	คำตอบ			
1	ก	ข	ค	ง
2	ก	ข	ค	ง
3	..... หยวน			
4	<input type="checkbox"/> เพิ่มขึ้น		<input type="checkbox"/> ลดลง	
	..... บาท			

สถานการณ์ที่ 3				
คำถามที่	คำตอบ			
1	ก	ข	ค	ง
2	ก	ข	ค	ง
3	..... ล้านบาท			
4	<input type="checkbox"/> เพิ่มขึ้น		<input type="checkbox"/> ลดลง	
	..... ล้านบาท			

สถานการณ์ที่ 4				
คำถามที่	คำตอบ			
1	ก	ข	ค	ง
2	ก	ข	ค	ง
3	จำนวน ..... ข้อความ ได้แก่ <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C			
4	<input type="checkbox"/> มากกว่า <input type="checkbox"/> น้อยกว่า ร้อยละ .....			

สถานการณ์ที่ 5				
คำถามที่	คำตอบ			
1	ก	ข	ค	ง
2	ก	ข	ค	ง
3	..... มิลลิลิตร			
4	<input type="checkbox"/> เพิ่มขึ้น		<input type="checkbox"/> ลดลง	
	..... มิลลิลิตร			

สถานการณ์ที่ 6				
คำถามที่	คำตอบ			
1	ก	ข	ค	ง
2	ก	ข	ค	ง
3	เวลา .....น.			
4	เวลา .....น.			

สถานการณ์ที่ 7				
คำถามที่	คำตอบ			
1	ก	ข	ค	ง
2	ก	ข	ค	ง
3	..... เมตร			
4	..... บาท			

สถานการณ์ที่ 8				
คำถามที่	คำตอบ			
1	ก	ข	ค	ง
2	ก	ข	ค	ง
3	..... เมตร			
4	..... ตารางเมตร			

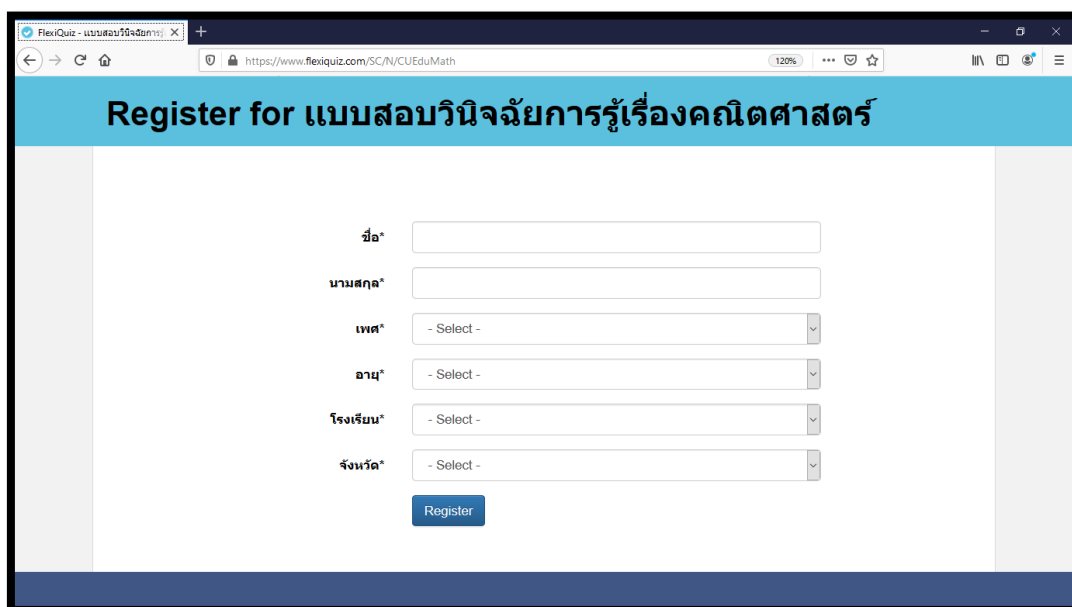


ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (ฉบับออนไลน์)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ฉบับออนไลน์ (ตัวอย่าง)



Register for แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ชื่อ\*

นามสกุล\*

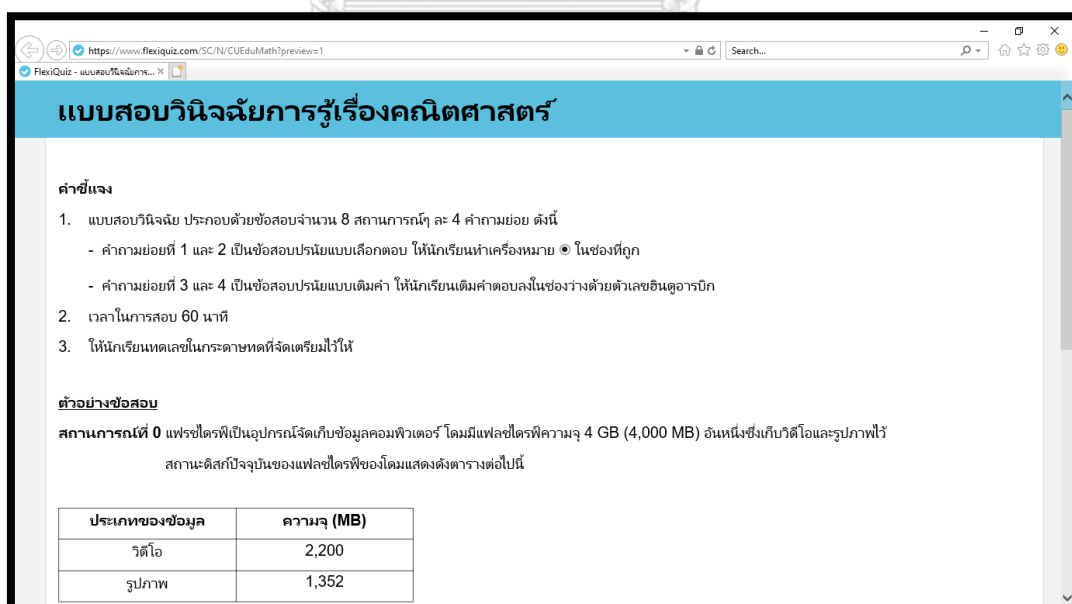
เพศ\* - Select -

อายุ\* - Select -

โรงเรียน\* - Select -

จังหวัด\* - Select -

หน้าจอลงชื่อเข้าสู่ระบบการทดสอบ



แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

**คำชี้แจง**

- แบบสอบวินิจฉัย ประกอบด้วยข้อสอบจำนวน 8 สถานการณ์ๆ ละ 4 คำถามย่อย ดังนี้
  - คำถามย่อยที่ 1 และ 2 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ⊙ ในช่องที่ถูก
  - คำถามย่อยที่ 3 และ 4 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเติมคำ ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างด้วยตัวเลขในคู่อารบิก
- เวลาในการสอบ 60 นาที
- ให้นักเรียนหมายเลขในกระดาษทดที่จัดเตรียมไว้ให้

**ตัวอย่างข้อสอบ**

สถานการณ์ที่ 0 แฟลชไดรฟ์เป็นอุปกรณ์จัดเก็บข้อมูลคอมพิวเตอร์ โดยมีแฟลชไดรฟ์ความจุ 4 GB (4,000 MB) อันหนึ่งซึ่งเก็บวิดีโอและรูปภาพไว้ สถานะดีสก์ปัจจุบันของแฟลชไดรฟ์ของโดมแสดงดังตารางต่อไปนี้

ประเภทของข้อมูล	ความจุ (MB)
วิดีโอ	2,200
รูปภาพ	1,352

หน้าจอลงคำชี้แจงในการทำแบบทดสอบ

คำถามที่ 1 : โดมต้องการเพิ่มไฟล์ข้อมูลจำนวนหนึ่งลงในแฟลชไดรฟ์ แต่ไม่แน่ใจว่าพื้นที่ว่างในแฟลชไดรฟ์มีเพียงพอหรือไม่  
โดมสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดช่วยในการแก้ปัญหา

- การประมาณค่า
- ความสัมพันธ์ของแบบรูป
- ความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็ม
- พื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ

คำถามที่ 2 : ถ้าโดมจะย้ายข้อมูลจากแฟลชไดรฟ์อันเก่าไปเก็บไว้ในแฟลชไดรฟ์อันใหม่ซึ่งมีความจุ 8 GB (8,000 MB)  
พร้อมทั้งเพิ่มอัลบั้มรูปภาพจำนวน 3 อัลบั้ม ซึ่งมีขนาด 1,100 MB, 640 MB และ 1,520 MB  
ลงในแฟลชไดรฟ์อันใหม่ แล้วพื้นที่ว่างในแฟลชไดรฟ์จะเหลือหรือขาดกี่ MB

- เหลือ
- ขาด

MB

Start Quiz

### หน้าจอตัวอย่างการตอบข้อสอบ

เมื่อนักเรียนพร้อมแล้ว ให้กดปุ่มเริ่มการทดสอบ (Start Quiz) ระบบจะเริ่มจับเวลาการทดสอบ

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

Time remaining: 0:59:48

สถานการณ์ที่ 1

ส่วนหนึ่งโดยประมาณของนักเรียนมัธยมต้นทั้งหมดเป็นดังนี้

ส่วนหนึ่ง	ปริมาณ (นักศึกษา)
น้ำส้ม	400
น้ำสับปะรด	250
น้ำมะเขือเทศ	150
น้ำแตงกวา	200

คำถามที่ 1 : ถ้าต้องการหาปริมาณของส่วนหนึ่งในนักเรียนมัธยม 5,000 คนทั้งหมด  
นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดต่อไปนี้ช่วยในการแก้ปัญหา

- การประมาณค่า
- อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ
- ความรู้เกี่ยวกับสถิติประกอบกราฟสถิติเบื้องต้น
- ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์

Next Page > Save and Continue

### หน้าจอสถานการณ์ปัญหาที่ 1 คำถามย่อยที่ 1



แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

Time remaining: 0:59:09

สถานการณ์ที่ 1

ส่วนแยกโดยประมาณของน้ำดื่มมีปริมาณดังนี้

ส่วนแยก	ปริมาณ (มิลลิลิตร)
น้ำดื่ม	400
น้ำสับประรด	250
น้ำมะขวิด	150
น้ำคอกเทล	200

คำถามที่ 2 : จัดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของส่วนแยกในข้อก่อน

$\frac{x}{5,000} = \frac{400}{1,000}$   
 เมื่อ  $x$  แทนปริมาณของน้ำดื่มที่ซื้อในกาทำน้ำดื่มมีรวม 5,000 มิลลิลิตร

$\frac{250}{1,000} = \frac{x}{5,000}$   
 เมื่อ  $x$  แทนปริมาณของน้ำสับประรดที่ซื้อในกาทำน้ำดื่มมีรวม 5,000 มิลลิลิตร

$\frac{x}{5,000} = \frac{1,000}{150}$   
 เมื่อ  $x$  แทนปริมาณของน้ำมะขวิดที่ซื้อในกาทำน้ำดื่มมีรวม 5,000 มิลลิลิตร

$\frac{1,000}{200} = \frac{5,000}{x}$   
 เมื่อ  $x$  แทนปริมาณของน้ำคอกเทลที่ซื้อในกาทำน้ำดื่มมีรวม 5,000 มิลลิลิตร

หน้าจอสถานการณ์ปัญหาที่ 1 คำถามย่อยที่ 2

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

Time remaining: 0:58:53

สถานการณ์ที่ 1

ส่วนแยกโดยประมาณของน้ำดื่มมีปริมาณดังนี้

ส่วนแยก	ปริมาณ (มิลลิลิตร)
น้ำดื่ม	400
น้ำสับประรด	250
น้ำมะขวิด	150
น้ำคอกเทล	200

คำถามที่ 3 : จากส่วนแยกของน้ำดื่มมีรวมนี้หาค่า  $x$  ที่สัมพันธ์กับน้ำดื่มมีรวม 3,500 มิลลิลิตร

จะซื้อน้ำดื่มมีรวม

มิลลิลิตร

[« Previous Page](#)
[Next Page »](#)
[Save and Continue](#)

หน้าจอสถานการณ์ปัญหาที่ 1 คำถามย่อยที่ 3

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ Time remaining 0:58:35

สถานการณ์ที่ 1

ส่วนแยกโดยประมาณของน้ำดื่มที่มีรวมอยู่ทั้งหมดเป็นดังนี้

ส่วนแยก	ปริมาณ (มิลลิลิตร)
น้ำส้ม	400
น้ำสับปรด	250
น้ำมะเขือเทศ	150
น้ำแครอท	200

คำถามที่ 4 : ถ้าเรามีน้ำส้ม 2,200 มิลลิลิตร น้ำสับปรด 1,300 มิลลิลิตร น้ำมะเขือเทศ 900 มิลลิลิตร และน้ำแครอท 1,000 มิลลิลิตร แล้วเราจะทำน้ำดื่มที่มีรวมได้มากที่สุดกี่มิลลิลิตร

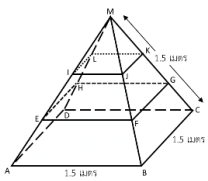
มิลลิลิตร

« Previous Page   Next Page » Save and Continue

หน้าจอสถานการณ์ปัญหาที่ 1 คำถามย่อยที่ 4

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ Time remaining 0:43:18

สถานการณ์ที่ 8



ร้านเพื่อจำหน่ายเครื่องดื่มหนึ่งออกแบบบรรจุภัณฑ์ของเพื่อจำหน่าย โดยออกแบบเป็นรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นทุกด้านยาว 1.5 เมตร  $CG : CM = 1 : 3$  และ  $CK : CM = 2 : 3$  ดังรูป โดยตั้งใจจะใช้เหล็กทำเป็นโครง ส่วนแผ่นชิ้นงานแต่ละชิ้นจะทำด้วยไม้

คำถามที่ 1 : ถ้าต้องการทราบความยาวของเหล็กที่ใช้ทำโครงและที่เชื่อมไม้ที่จะใช้ทำแผ่นชิ้นงาน

ดาวสามารถชี้ข้อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องต่อไปนี้ช่วยในการแก้ปัญหา ยกเว้นข้อใด

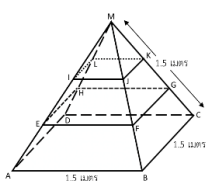
- การคาดคะเนพื้นที่
- จัดทำส่วน สัดส่วน ร้อยละ
- สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย
- พื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ

หน้าจอสถานการณ์ปัญหาที่ 8 คำถามย่อยที่ 1

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

Time remaining 0:42:46

สถานการณ์ที่ 8



ร้านเฟอร์นิเจอร์หนึ่งออกแบบชั้นวางของเพื่อจำหน่าย โดยออกแบบเป็นรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นทุกด้านยาว 1.5 เมตร  
 $CG : CM = 1 : 3$  และ  $CK : CM = 2 : 3$  ดังรูป โดยตั้งใจจะใช้เหล็กทำเป็นโครง ส่วนแผ่นชั้นวางแต่ละชั้นจะทำด้วยไม้

คำถามที่ 2 : จากแบบชั้นวางของข้างต้น ข้อใดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านไม่ถูกต้อง

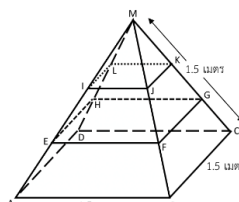
$KG = \frac{1}{2}CK$   
  $JB = \frac{2}{3}CM$   
  $MH = \frac{1}{3}MB$   
  $MI = \frac{1}{3}CM$

หน้าจอสถานการณ์ปัญหาที่ 8 คำถามย่อยที่ 2

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

Time remaining 0:42:24

สถานการณ์ที่ 8



ร้านเฟอร์นิเจอร์หนึ่งออกแบบชั้นวางของเพื่อจำหน่าย โดยออกแบบเป็นรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นทุกด้านยาว 1.5 เมตร  
 $CG : CM = 1 : 3$  และ  $CK : CM = 2 : 3$  ดังรูป โดยตั้งใจจะใช้เหล็กทำเป็นโครง ส่วนแผ่นชั้นวางแต่ละชั้นจะทำด้วยไม้

คำถามที่ 3 : จากรูป FG ยาวกว่า JK กี่เมตร

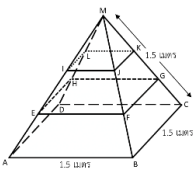
เมตร

หน้าจอสถานการณ์ปัญหาที่ 8 คำถามย่อยที่ 3

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

Time remaining: 0:41:35

สถานการณ์ที่ 8



จำนวนพีระมิดทั้งหมดที่ประกอบขึ้นจากหน้าของพีระมิดนี้ โดยออกแบบเป็นรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นก้านยาว 1.5 เมตร  
 $CG : CM = 1 : 3$  และ  $CK : CM = 2 : 3$  ดังรูป โดยที่ K จะใช้หลักทฤษฎีบทพีทาโกรัส ส่วนแนบข้างวางแต่ละชั้นจะเท่าด้วย

คำถามที่ 4 : พื้นที่ของไม้ที่ใช้ทำแนบข้างวางทั้ง 3 ชั้น รวมกันทั้งหมดกี่ตารางเมตร

ตารางเมตร

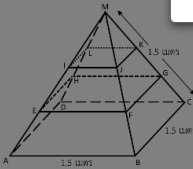
Previous Page Submit Save and Continue

หน้าจอสถานการณ์ปัญหาที่ 8 คำถามย่อยที่ 4 ซึ่งเป็นหน้าจอสุดท้ายของแบบสอบ  
เมื่อนักเรียนตรวจทานแล้ว ให้กดปุ่มส่งคำตอบ (Submit)

แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

Time remaining: 0:41:24

สถานการณ์ที่ 8



จำนวนพีระมิดทั้งหมดที่ประกอบขึ้นจากหน้าของพีระมิดนี้ โดยออกแบบเป็นรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นก้านยาว 1.5 เมตร  
 $CG : CM = 1 : 3$  และ  $CK : CM = 2 : 3$  ดังรูป โดยที่ K จะใช้หลักทฤษฎีบทพีทาโกรัส ส่วนแนบข้างวางแต่ละชั้นจะเท่าด้วย

คำถามที่ 4 : พื้นที่ของไม้ที่ใช้ทำแนบข้างวางทั้ง 3 ชั้น รวมกันทั้งหมดกี่ตารางเมตร

ตารางเมตร

Previous Page Submit Save and Continue

Are you sure you want to submit?

Submit Cancel

ระบบจะขึ้นหน้าต่างให้ยืนยันการส่งคำตอบ

The following questions are required to be completed prior to continuing

คำถามที่ 3 : จากรูป FG ยาวกว่า JK กี่เมตร

[a] เมตร

Close

แบบสอบ

สถานการณ์ที่ 8

คำถามที่ 3 : จากรูป FG ยาวกว่า JK กี่เมตร

1.5 เมตร

1.5 เมตร

ร้านเฟอร์นิเจอร์หนึ่งออกแบบชั้นวางของเพื่อจำหน่าย โดยออกแบบเป็นรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นก้านยาว 1.5 เมตร

$CG : CM = 1 : 3$  และ  $CK : CM = 2 : 3$  ดังรูป โดยตั้งใจว่าจะใช้เหล็กทำเป็นโครง ส่วนแผ่นชั้นวางแต่ละชั้นจะหาด้วยไม้

คำถามที่ 4 : ชั้นที่ยังคงไม่ที่จะใช้ทำแผ่นชั้นวางทั้ง 3 ชั้น รวมกันทั้งหมดกี่ตารางเมตร

1 ตารางเมตร

Previous Page Submit Save and Continue

ระบบจะขึ้นหน้าต่างแจ้งเตือนในกรณีที่ยังตอบข้อสอบไม่ครบ

Results for แบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

จังหวัด กรุงเทพฯ

อายุ 15

ชื่อ สุภาพ

เพศ ชาย

นามสกุล รักเรียน

โรงเรียน โพธิ์สารพิทยากร

Score 12/32 (37%)

Duration 05m:50s

หน้าจอรายงานผลคะแนนและสรุปเวลาที่ใช้ทดสอบ

สถานการณ์ที่ 1

ส่วนประกอบปริมาณของน้ำในกบฏไม่รวมยี่ห้ออื่นเป็นดังนี้

ส่วนผสม	ปริมาณ (มิลลิลิตร)
น้ำส้ม	400
น้ำสับปะรด	250
น้ำมะขวิด	150
น้ำตรอง	200

คำถามที่ 3 : จากส่วนผสมน้ำในกบฏไม่รวมยี่ห้ออื่น ผู้ที่คิดจะทำน้ำในกบฏไม่รวม 3,500 มิลลิลิตร จะต้องใช้น้ำส้มกี่มิลลิลิตร

100 ✖ มิลลิลิตร

**Correct answers:**  
1. 1400 or 1,400 or 1400.0 or 1400.00 or 1,400.0 or 1,400.00

จากสัดส่วน  

$$\frac{x}{3,500} = \frac{400}{1,000}$$
 จะได้ว่า  

$$x = \frac{400}{1,000} \times 3,500$$

$$x = 1,400$$
 ดังนั้น ถ้าต้องการทำน้ำในกบฏไม่รวม 3,500 มิลลิลิตร จะต้องใช้น้ำส้ม 1,400 มิลลิลิตร

หน้าต่างแสดงข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสำหรับสถานการณ์ที่นักเรียนตอบผิด

สถานการณ์ที่ 1

ส่วนประกอบปริมาณของน้ำในกบฏไม่รวมยี่ห้ออื่นเป็นดังนี้

ส่วนผสม	ปริมาณ (มิลลิลิตร)
น้ำส้ม	400
น้ำสับปะรด	250
น้ำมะขวิด	150
น้ำตรอง	200

คำถามที่ 4 : ถ้าทำน้ำส้ม 2,200 มิลลิลิตร น้ำสับปะรด 1,300 มิลลิลิตร น้ำมะขวิด 900 มิลลิลิตร และน้ำตรอง 1,000 มิลลิลิตร แล้วน้ำจะทำน้ำในกบฏไม่รวมได้มากที่สุดกี่มิลลิลิตร

100 ✖ มิลลิลิตร

**Correct answers:**  
1. 5000 or 5,000 or 5000.0 or 5000.00 or 5,000.0 or 5,000.00

อัตราส่วนของส่วนประกอบของน้ำในกบฏไม่รวมยี่ห้ออื่น เป็นดังนี้  
 น้ำส้ม : น้ำสับปะรด : น้ำมะขวิด : น้ำตรอง : น้ำในกบฏไม่รวม  

$$= 400 : 250 : 150 : 200 : 1,000$$

$$= 400 \times 5 : 250 \times 5 : 150 \times 5 : 200 \times 5 : 1,000 \times 5$$

$$= 2,000 : 1,250 : 750 : 1,000 : 5,000$$
 ดังนั้น น้ำจะทำน้ำในกบฏไม่รวมได้มากที่สุด 5,000 มิลลิลิตร

หน้าต่างแสดงข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสำหรับสถานการณ์ที่นักเรียนตอบผิด



ภาคผนวก ง  
ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์

สถานการณ์ A											
ส่วนผสมโดยประมาณของน้ำผักผลไม้รวมยี่ห้อหนึ่งเป็นดังนี้											
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>ส่วนผสม</th> <th>ปริมาณ (มิลลิลิตร)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>น้ำส้ม</td> <td>400</td> </tr> <tr> <td>น้ำสับปะรด</td> <td>250</td> </tr> <tr> <td>น้ำมะเขือเทศ</td> <td>150</td> </tr> <tr> <td>น้ำแครอท</td> <td>200</td> </tr> </tbody> </table>	ส่วนผสม	ปริมาณ (มิลลิลิตร)	น้ำส้ม	400	น้ำสับปะรด	250	น้ำมะเขือเทศ	150	น้ำแครอท	200
ส่วนผสม	ปริมาณ (มิลลิลิตร)										
น้ำส้ม	400										
น้ำสับปะรด	250										
น้ำมะเขือเทศ	150										
น้ำแครอท	200										
<p><b>คำถามที่ 1</b></p> <p>ถ้าต้องการทราบปริมาณส่วนผสมในน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดต่อไปนี้ ช่วยในการแก้ปัญหา</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับของผสม สามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ ช่วยในการแก้ปัญหาได้</p>										
<p><b>คำถามที่ 2</b></p> <p>ข้อใดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของส่วนผสม<u>ไม่ถูกต้อง</u></p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>เนื่องจากน้ำผักผลไม้รวม 1,000 มล. ประกอบด้วยน้ำส้ม 400 มล. น้ำสับปะรด 250 มล. น้ำมะเขือเทศ 150 มล. และน้ำแครอท 200 มล. จะได้ว่า</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{x}{5,000} = \frac{400}{1,000}</math> เมื่อ <math>x</math> แทนปริมาณของน้ำส้มที่ต้องใช้ในการทำน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร (ถูกต้อง)</li> <li><math>\frac{250}{1,000} = \frac{x}{5,000}</math> เมื่อ <math>x</math> แทนปริมาณของน้ำสับปะรดที่ต้องใช้ในการทำน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร (ถูกต้อง)</li> <li><math>\frac{x}{5,000} = \frac{1,000}{150}</math> เมื่อ <math>x</math> แทนปริมาณของน้ำมะเขือเทศที่ต้องใช้ในการทำน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร (ไม่ถูกต้อง)</li> <li><math>\frac{1,000}{200} = \frac{5,000}{x}</math> เมื่อ <math>x</math> แทนปริมาณของน้ำแครอทที่ต้องใช้ในการทำน้ำผักผลไม้รวม 5,000 มิลลิลิตร (ถูกต้อง)</li> </ol>										



## ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

สถานการณ์ A (ต่อ)	
ส่วนผสมโดยประมาณของน้ำผักผลไม้รวมยี่ห้อหนึ่งเป็นดังนี้	
ส่วนผสม	ปริมาณ (มิลลิลิตร)
น้ำส้ม	400
น้ำสับปะรด	250
น้ำมะเขือเทศ	150
น้ำแครอท	200
<p><b>คำถามที่ 3</b></p> <p>จากส่วนผสมของน้ำผักผลไม้รวมยี่ห้อนี้ ผู้ที่สนใจจะทำน้ำผักผลไม้รวม 3,500 มิลลิลิตร จะต้องใช้น้ำส้มกี่มิลลิลิตร</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>จากสัดส่วน</p> $\frac{x}{3,500} = \frac{400}{1,000}$ <p>จะได้ว่า</p> $x = \frac{400}{1,000} \times 3,500$ $x = 1,400$ <p>ดังนั้น ถ้าต้องการน้ำผักผลไม้รวม 3,500 มิลลิลิตร ต้องใช้น้ำส้ม 1,400 มิลลิลิตร</p>
<p><b>คำถามที่ 4</b></p> <p>ถ้านาวีมีน้ำส้ม 2,200 มิลลิลิตร น้ำสับปะรด 1,300 มิลลิลิตร น้ำมะเขือเทศ 900 มิลลิลิตร และน้ำแครอท 1,000 มิลลิลิตร แล้วนาวีจะทำน้ำผักผลไม้รวมได้มากที่สุดกี่มิลลิลิตร</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>อัตราส่วนของส่วนประกอบของน้ำผักผลไม้รวมเป็นดังนี้</p> <p>ส้ม : สับปะรด : มะเขือเทศ : แครอท : ผักผลไม้รวม</p> $= 400 : 250 : 150 : 200 : 1,000$ $= 400 \times 5 : 250 \times 5 : 150 \times 5 : 200 \times 5 : 1,000 \times 5$ $= 2,000 : 1,250 : 750 : 1,000 : 5,000$ <p>ดังนั้น ทำน้ำผักผลไม้รวมได้มากที่สุด 5,000 มล.</p>

## ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

สถานการณ์ B																		
รายได้รวมรายปีของร้านขายอุปกรณ์กีฬาแห่งหนึ่งในหน่วยล้านบาท เป็นดังนี้																		
ปี พ.ศ.	2557	2558	2559	2560														
รายได้ (ล้านบาท)	4.2	5.3	5.7	6.6														
รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแต่ละชนิดในปี พ.ศ. 2559																		
<table border="1"> <caption>รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแต่ละชนิดในปี พ.ศ. 2559</caption> <thead> <tr> <th>ชนิดกีฬา</th> <th>ร้อยละ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ฟุตบอล</td> <td>29%</td> </tr> <tr> <td>แบดมินตัน</td> <td>27%</td> </tr> <tr> <td>บาสเก็ตบอล</td> <td>21%</td> </tr> <tr> <td>วอลเลย์บอล</td> <td>12%</td> </tr> <tr> <td>ปิงปอง</td> <td>7%</td> </tr> <tr> <td>เทนนิส</td> <td>4%</td> </tr> </tbody> </table>					ชนิดกีฬา	ร้อยละ	ฟุตบอล	29%	แบดมินตัน	27%	บาสเก็ตบอล	21%	วอลเลย์บอล	12%	ปิงปอง	7%	เทนนิส	4%
ชนิดกีฬา	ร้อยละ																	
ฟุตบอล	29%																	
แบดมินตัน	27%																	
บาสเก็ตบอล	21%																	
วอลเลย์บอล	12%																	
ปิงปอง	7%																	
เทนนิส	4%																	
คำถามที่ 1	แนวคิด																	
จากข้อมูลรายได้ของร้านขายอุปกรณ์กีฬา ถ้าต้องการทราบรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแต่ละชนิดในปี พ.ศ. 2559 สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้ช่วยในการแก้ปัญหา <u>ยกเว้นข้อใด</u>	การหาข้อมูลจากแผนภูมิวงกลม สามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ ความรู้เรื่องเกี่ยวกับสถิติ ประกอบการตัดสินใจ และความรู้เรื่องการเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล ช่วยในการแก้ปัญหาได้																	
คำถามที่ 2	แนวคิด																	
จากข้อมูลรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแต่ละชนิดในปี พ.ศ. 2559 ข้อใด <u>ไม่ถูกต้อง</u>	<ol style="list-style-type: none"> <li>รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาฟุตบอลเท่ากับ <math>\frac{29}{100} \times 5.7</math> ล้านบาท (ถูกต้อง เนื่องจากรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาฟุตบอลคิดเป็น 29% ของรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาทั้งหมด)</li> <li>รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาปิงปองน้อยกว่าเทนนิส <math>\frac{7-4}{100} \times 5.7</math> ล้านบาท (ไม่ถูกต้อง เนื่องจากร้อยละของรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาปิงปองมากกว่าร้อยละของรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาเทนนิส ดังนั้น รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาปิงปองมากกว่าเทนนิส)</li> </ol>																	

ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

สถานการณ์ B (ต่อ)

รายได้รวมรายปีของร้านขายอุปกรณ์กีฬาแห่งหนึ่งในหน่วยล้านบาท เป็นดังนี้

ปี พ.ศ.	2557	2558	2559	2560
รายได้ (ล้านบาท)	4.2	5.3	5.7	6.6

รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแต่ละชนิดในปี พ.ศ. 2559




คำถามที่ 2 (ต่อ)

จากข้อมูลรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแต่ละชนิดในปี พ.ศ. 2559 ข้อใดไม่ถูกต้อง

- รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาสบาสเก็ตบอลและฟุตบอลรวมกันเท่ากับ  $\frac{1}{2} \times 5.7$  ล้านบาท (ถูกต้อง เนื่องจากรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาสบาสเก็ตบอลและฟุตบอลรวมกันคิดเป็น 50% หรือ  $\frac{1}{2}$  ของรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาทั้งหมด)
- รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแบดมินตันมากกว่าวอลเลย์บอล  $\frac{27-12}{100} \times 5.7$  ล้านบาท (ถูกต้อง เนื่องจากรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแบดมินตันมากกว่าวอลเลย์บอลคิดเป็น  $(27 - 12)\%$  ของรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาทั้งหมด)

## ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

สถานการณ์ B (ต่อ)																
รายได้รวมรายปีของร้านขายอุปกรณ์กีฬาแห่งหนึ่งในหน่วยล้านบาท เป็นดังนี้																
ปี พ.ศ.	2557	2558	2559	2560												
รายได้ (ล้านบาท)	4.2	5.3	5.7	6.6												
<p>รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาแต่ละชนิดในปี พ.ศ. 2559</p>  <table border="1"> <caption>ข้อมูลจากกราฟวงกลม</caption> <thead> <tr> <th>ชนิดกีฬา</th> <th>เปอร์เซ็นต์</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ฟุตบอล</td> <td>29%</td> </tr> <tr> <td>บาสเกตบอล</td> <td>21%</td> </tr> <tr> <td>แบดมินตัน</td> <td>27%</td> </tr> <tr> <td>วอลเลย์บอล</td> <td>12%</td> </tr> <tr> <td>เทนนิส</td> <td>4%</td> </tr> </tbody> </table>					ชนิดกีฬา	เปอร์เซ็นต์	ฟุตบอล	29%	บาสเกตบอล	21%	แบดมินตัน	27%	วอลเลย์บอล	12%	เทนนิส	4%
ชนิดกีฬา	เปอร์เซ็นต์															
ฟุตบอล	29%															
บาสเกตบอล	21%															
แบดมินตัน	27%															
วอลเลย์บอล	12%															
เทนนิส	4%															
<p><b>คำถามที่ 3</b></p> <p>อุปกรณ์กีฬาชนิดที่มีรายได้จากการขายมากที่สุด ในปี พ.ศ. 2559 ทำรายได้คิดเป็นเงินกี่ล้านบาท</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>รายได้รวมปี พ.ศ. 2559 เท่ากับ 5.7 ล้านบาท          อุปกรณ์กีฬาฟุตบอลมีรายได้มากที่สุด คือ 29%          คิดเป็นเงิน <math>\frac{29}{100} \times 5.7 = \frac{165.3}{100} = 1.653</math> ล้านบาท</p>															
<p><b>คำถามที่ 4</b></p> <p>จากสถานการณ์ข้างต้น ถ้าร้อยละของรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาชนิดต่างๆ ในปี พ.ศ. 2560 เหมือนกับปี พ.ศ. 2559 แล้วรายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาเทนนิสในปี พ.ศ. 2560 เพิ่มขึ้นหรือลดลงจากปี พ.ศ. 2559 กี่ล้านบาท</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาเทนนิสปี พ.ศ. 2559 เป็น 4% ของรายได้ 5.7 ล้านบาท          คิดเป็นเงิน <math>\frac{4}{100} \times 5.7 = 0.228</math> ล้านบาท          รายได้จากการขายอุปกรณ์กีฬาเทนนิสปี พ.ศ. 2560 เป็น 4% ของรายได้ 6.6 ล้านบาท          คิดเป็นเงิน <math>\frac{4}{100} \times 6.6 = 0.264</math> ล้านบาท          ดังนั้น รายได้ในปี พ.ศ. 2560 เพิ่มขึ้น <math>0.264 - 0.228 = 0.036</math> ล้านบาท</p>															

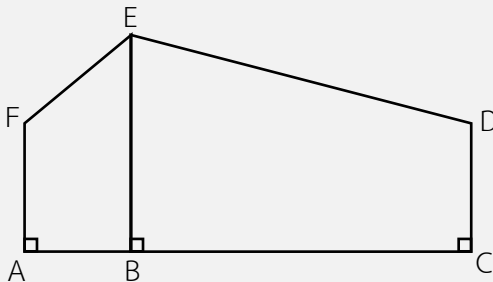
## ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

<p><b>สถานการณ์ C</b></p> <p>การให้ยาทางหลอดเลือดเป็นวิธีการให้ของเหลวและยาแก่ผู้ป่วย โดยการให้ยาทางหลอดเลือด อาจใช้สูตร <math>D = \frac{dv}{t}</math> เมื่อ <math>D</math> แทนอัตราการหยด (หยดต่อนาที)</p> <p><math>d</math> แทนสัมประสิทธิ์การหยด (หยดต่อมิลลิลิตร)</p> <p><math>v</math> แทนปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (มิลลิลิตร)</p> <p><math>t</math> แทนระยะเวลาของการให้ยาทางหลอดเลือด (นาที)</p>	
<p><b>คำถามที่ 1</b></p> <p>ถ้าพยาบาลต้องการให้ยาทางหลอดเลือดแก่ผู้ป่วย โดยใช้สูตร <math>D = \frac{dv}{t}</math> แล้วพยาบาลจะสามารถคำนวณปริมาตรของยาให้สอดคล้องกับอัตราการหยดและระยะเวลาของการให้ยาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใด</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>โจทย์ปัญหาที่ต้องการคำนวณอัตราการหยด ปริมาตร และระยะเวลาของการให้ยา สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ ช่วยในการแก้ปัญหาได้</p>
<p><b>คำถามที่ 2</b></p> <p>ถ้าคุณหมอแนะนำให้เพิ่มระยะเวลาในการให้ยาแก่ผู้ป่วยเป็นสองเท่า โดยให้สัมประสิทธิ์การหยดและอัตราการหยดคงเดิม แล้วปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยจะตรงกับข้อใด</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>จากสูตรการให้ยาทางหลอดเลือด <math>D = \frac{dv}{t}</math> จะได้ว่า <math>\frac{Dt}{d} = v</math></p> <p>ถ้าเพิ่มระยะเวลาในการให้ยาแก่ผู้ป่วยเป็นสองเท่า โดยสัมประสิทธิ์การหยดและอัตราการหยดคงเดิม ปริมาตรของยา คือ <math>v = \frac{D(2t)}{d} = \frac{2Dt}{d}</math> มิลลิลิตร</p>
<p><b>คำถามที่ 3</b></p> <p>ถ้าเดิมพยาบาลให้ยาทางหลอดเลือดแก่ผู้ป่วย โดยใช้อัตราการหยด 30 หยดต่อนาที เป็นเวลา 2 ชั่วโมง ด้วยสัมประสิทธิ์การหยด 20 หยดต่อมิลลิลิตร แล้วปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือดเท่ากับกี่มิลลิลิตร</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>จากสูตรการให้ยาทางหลอดเลือด <math>D = \frac{dv}{t}</math> จะได้ว่า <math>30 = \frac{20v}{2 \times 60}</math></p> $30 = \frac{20v}{120}$ $v = \frac{30 \times 120}{20}$ $v = 180$ <p>ดังนั้น ปริมาตรยาที่ให้ผู้ป่วยเท่ากับ 180 มิลลิลิตร</p>

## ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

<b>สถานการณ์ C (ต่อ)</b> การให้ยาทางหลอดเลือดเป็นวิธีการให้ของเหลวและยาแก่ผู้ป่วย โดยการให้ยาทางหลอดเลือด อาจใช้สูตร $D = \frac{dv}{t}$ เมื่อ $D$ แทนอัตราการหยด (หยดต่อนาที) $d$ แทนสัมประสิทธิ์การหยด (หยดต่อมิลลิลิตร) $v$ แทนปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (มิลลิลิตร) $t$ แทนระยะเวลาของการให้ยาทางหลอดเลือด (นาที)	
<b>คำถามที่ 4</b> จากเดิมที่พยาบาลให้ยาทางหลอดเลือดแก่ผู้ป่วย โดยใช้อัตราการหยด 30 หยดต่อนาที เป็นเวลา 2 ชั่วโมง ด้วยสัมประสิทธิ์การหยด 20 หยดต่อมิลลิลิตร หากคุณหมอแนะนำให้เพิ่มระยะเวลาในการให้ยาผู้ป่วยเป็นสองเท่า โดยให้สัมประสิทธิ์การหยดและอัตราการหยดคงเดิม แล้วปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือดจะเพิ่มขึ้นหรือลดลง จากเดิมกี่มิลลิลิตร	<b>แนวคิด</b> เนื่องจาก เดิมให้ยาทางหลอดเลือดโดยใช้สูตร $D = \frac{dv}{t}$ จะได้ว่า $v_1 = \frac{Dt}{d}$ ต่อมาเพิ่มระยะเวลาในการให้ยาเป็นสองเท่า แต่สัมประสิทธิ์การหยดและอัตราการหยดคงเดิม ทำให้สูตรการให้ยาทางหลอดเลือดเปลี่ยนเป็น $D = \frac{dv}{2t}$ จะได้ว่า $v_2 = \frac{2Dt}{d}$ นั่นคือ ปริมาตรยาที่ต้องให้ผู้ป่วยจะเพิ่มขึ้นจากเดิม $v_2 - v_1 = \frac{2Dt}{d} - \frac{Dt}{d}$ $= \frac{Dt}{d}$ $= \frac{30 \times (2 \times 60)}{20}$ $= 180$ ดังนั้น ปริมาตรยาที่ให้ผู้ป่วยเพิ่มขึ้น 180 มิลลิลิตร

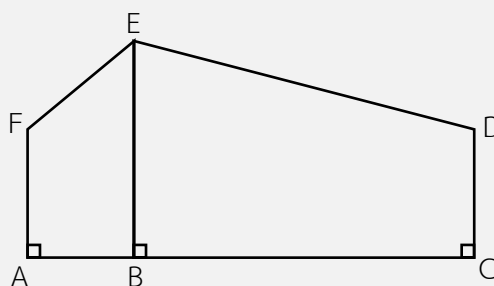
## ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

<p><b>สถานการณ์ D</b></p> <p>ผนังด้านข้างบ้านของสุตารัตน์เป็นดังรูป</p>  <p>ความยาวของด้านต่างๆ เป็นดังนี้</p> <p>ED = 5 เมตร, AF = CD = 2.5 เมตร, BE = 5.5 เมตร และ AC = 6 เมตร</p>	
<p><b>คำถามที่ 1</b></p> <p>ถ้าสุตารัตน์ต้องการหาพื้นที่ของผนังเพื่อคำนวณค่าใช้จ่ายในการทาสี แล้วสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดช่วยในการแก้ปัญหา</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สามารถใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับช่วยในการแก้ปัญหาได้</p>
<p><b>คำถามที่ 2</b></p> <p>จากข้อมูลความยาวของด้านต่างๆ ของผนังด้านข้างบ้านของสุตารัตน์ ข้อใดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านต่างๆ ได้ถูกต้อง</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า <math>BC^2 = ED^2 - (BE - AF)^2</math></p>
<p><b>คำถามที่ 3</b></p> <p>จากข้อมูลข้างต้น BC ยาวกี่เมตร</p>	<p><b>แนวคิด</b></p> <p>โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า <math>BC^2 = ED^2 - (BE - AF)^2</math></p> $BC^2 = 5^2 - (5.5 - 2.5)^2$ $BC^2 = 5^2 - 3^2$ $BC^2 = 25 - 9$ $BC^2 = 16$ $BC = \pm 4$ <p>ดังนั้น BC ยาว 4 เมตร</p>

## ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ (ต่อ)

## สถานการณ์ D (ต่อ)

ผนังด้านข้างบ้านของสุตารัตน์เป็นดังรูป



ความยาวของด้านต่างๆ เป็นดังนี้

ED = 5 เมตร, AF = CD = 2.5 เมตร, BE = 5.5 เมตร และ AC = 6 เมตร

## คำถามที่ 4

สุตารัตน์ต้องการทาสีผนังซึ่งมีความยาวของด้านต่างๆ ดังกล่าวข้างต้น สุตารัตน์จะต้องจ่ายค่าแรงช่างทาสีเป็นเงินกี่บาท ถ้าช่างทาสีคิดค่าแรงตารางเมตรละ 60 บาท

## แนวคิด

พื้นที่ผนัง = พื้นที่  $\square$  ABEF + พื้นที่  $\square$  BCDE

จะได้ว่า พื้นที่ที่ต้องทาสี = พื้นที่ผนัง

$$= \left[ \frac{1}{2} \times (AF + BE) \times AB \right] + \left[ \frac{1}{2} \times (BE + CD) \times BC \right]$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \times (2.5 + 5.5) \times 2 \right] + \left[ \frac{1}{2} \times (5.5 + 2.5) \times 4 \right]$$

$$= \frac{1}{2} \times (2.5 + 5.5) \times (2 + 4)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$= 24$$

เนื่องจาก ช่างทาสีคิดค่าแรงตารางเมตรละ 60 บาท

ดังนั้น สุตารัตน์จะต้องจ่ายค่าแรงช่างทาสีเป็นเงิน

$$24 \times 60 = 1,440 \text{ บาท}$$



ตัวอย่างข้อมูลย้อนกลับที่เป็นข้อเสนอแนะสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง

<p><b>นักเรียนที่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</b></p>
<p><b>ข้อเสนอแนะ</b></p> <p>นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทางและนำไปแก้ปัญหาได้</p>
<p><b>นักเรียนที่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</b></p>
<p><b>ข้อเสนอแนะ</b></p> <p>นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในบริบทโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม</p>
<p><b>นักเรียนที่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</b></p>
<p><b>ข้อเสนอแนะ</b></p> <p>นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น</p>
<p><b>นักเรียนที่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</b></p>
<p><b>ข้อเสนอแนะ</b></p> <p>นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผล และเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่</p>



ภาคผนวก จ

วิธีการใช้งาน Netica Application เพื่อการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

## Netica Application

### การใช้งาน Netica Application

Netica Application (<http://www.norsys.com/WebHelp/NETICA.htm>) เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่พัฒนาโดย Norsys SOFTWARE CORP ประเทศแคนาดา ซึ่งทำการพัฒนาซอฟต์แวร์เครือข่ายเบย์เซียนของโลก มีการออกแบบให้ใช้งานได้ง่าย เชื่อถือได้ และมีประสิทธิภาพสูง สำหรับการจัดการกับความไม่แน่นอนในการดำเนินการทางธุรกิจ วิศวกรรม การแพทย์ นิเวศวิทยา และการศึกษา เป็นเครื่องมือทางเลือกที่นำไปใช้กันอย่างแพร่หลายในหลายบริษัทชั้นนำของโลก ตลอดจนหน่วยงานราชการและผู้ที่มีรายละเอียดยึดเบื้องต้นเกี่ยวกับ Netica Application ดังนี้

### ลักษณะเบื้องต้นของ Netica Application

Netica Application มีประสิทธิภาพและง่ายต่อการใช้งาน ด้วยโปรแกรมที่สมบูรณ์สำหรับการทำงานกับ Belief Networks และมีอิทธิพลต่อแผนภาพความเชื่อ มีการโต้ตอบระหว่างโปรแกรมกับผู้ใช้สามารถวาดภาพเครือข่าย (Networks) และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในเครือข่ายที่อาจจะเข้ามาในรูปแบบของความน่าจะเป็นหรือจากแฟ้มข้อมูล เมื่อสร้างเครือข่ายขึ้นแล้ว สิ่งที่อยู่ในเครือข่ายสามารถย้ายไปยังเครือข่ายอื่นๆ ได้ด้วยการคัดลอกและนำไปวาง หรือบันทึกแบบแยกส่วนโดยการสร้างที่เก็บ (Libraries) แล้วบันทึกเป็นไฟล์ข้อมูลหรือพิมพ์ออกมา Netica Application สามารถใช้เครือข่ายในการดำเนินการหลายชนิด เพื่อการอนุมานโดยใช้ขั้นตอนวิธีการที่เร็วและทันสมัย

การใช้งาน Netica Application เริ่มต้นจากการสร้างสถานการณ์ (Case) ที่เรามีความรู้จำกัดเกี่ยวกับสถานการณ์นั้น Netica Application จะช่วยหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขสำหรับทุกตัวแปรที่ไม่รู้จักในสถานการณ์นั้นได้อย่างเหมาะสม โดยจะแสดงค่าของความน่าจะเป็นด้วยรูปแบบที่แตกต่างกันได้ ทั้งกราฟแท่งและมิเตอร์ (Meters) สถานการณ์ที่ได้สร้างขึ้นใหม่นั้น สามารถจัดเก็บในรูปแบบของไฟล์ข้อมูลเพื่อเรียกกลับมาใช้ได้ตามต้องการหรือแม้จะเรียกมาใช้ในเครือข่ายอื่นๆ ได้ และสามารถใส่ข้อมูลเพิ่มเติมเข้าไปในเครือข่ายได้ Netica Application สามารถใช้แผนภาพที่มีอิทธิพลต่อการตัดสินใจ โดยการหาค่า Expected Values ของตัวแปรที่ต้องการ Netica Application สามารถสร้างหรือเปลี่ยนเครือข่ายได้หลายวิธี ตัวแปรที่ไม่ได้สนใจศึกษาอาจถูกลบออกโดยไม่ต้องเปลี่ยนความสัมพันธ์โดยรวมระหว่างตัวแปรที่เหลือ

### ส่วนประกอบของ Netica Application

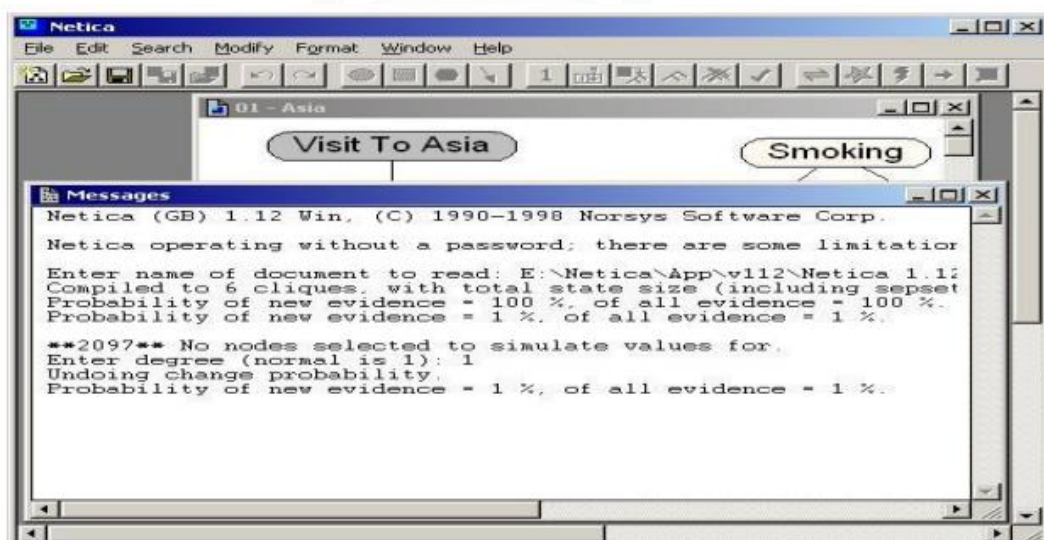
ในการใช้งาน Netica Application เพื่อการออกแบบและการตัดสินใจนั้น ควรต้องเรียนรู้ถึงส่วนประกอบที่สำคัญของ Netica GUI (Graphical User Interface) ซึ่งเป็นการใช้งานในรูปแบบที่คล้ายกับโปรแกรมสำเร็จรูปทั่วไป มีส่วนประกอบที่สำคัญดังนี้

1. หน้าต่างหลัก (Main Window) เป็นส่วนที่อยู่ส่วนนอกสุด มองเห็นได้ชัดเจนเมื่อเปิดใช้งาน Netica Application ซึ่งเป็นหน้าต่างหลักและเป็นมาตรฐานคล้ายกับ Microsoft Windows สามารถปรับขนาด ปิด ลาก ฯลฯ ได้ เมื่อเปิดโปรแกรมขึ้นครั้งแรก หน้าต่างข้อความจะปรากฏขึ้นและจะมีฟังก์ชันการใช้งานเกิดขึ้น 3 ฟังก์ชัน



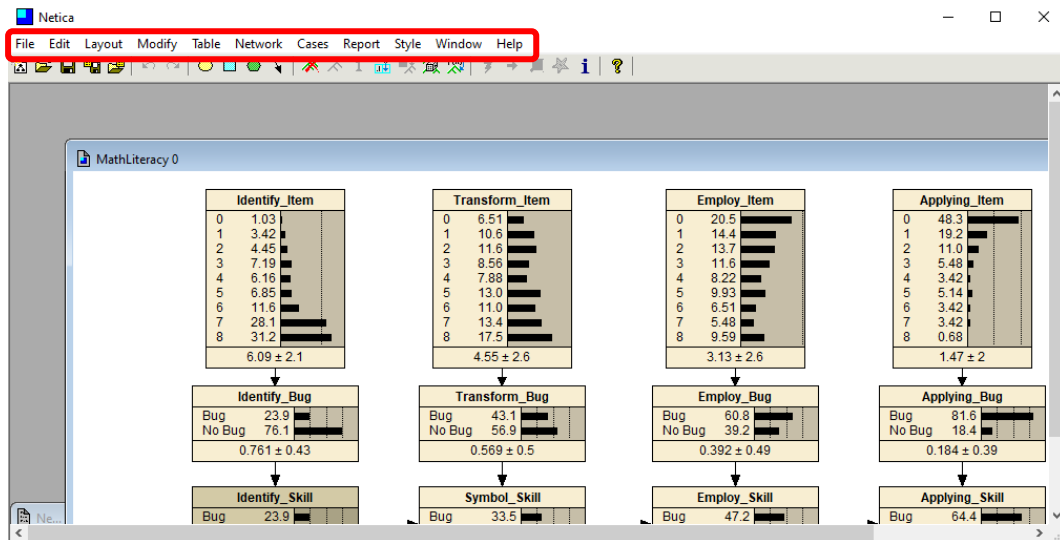
หน้าต่างหลักของ Netica Application

2. หน้าต่างข้อความ (Message Window) ใช้สำหรับการตรวจสอบสิ่งที่เกิดขึ้นขณะที่มีการทำงานของ Netica Application โดยแสดงข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น หน้าต่างข้อความมีการแสดงขั้นตอนที่ละขั้นตอนเป็นข้อความที่แสดงเกี่ยวกับทุกขั้นตอนการประมวลผลหลักและรายละเอียดที่มีประโยชน์ รวมทั้งข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น Netica Application จะมีการรายงานการประมวลผลไว้ที่หน้าต่างข้อความนี้



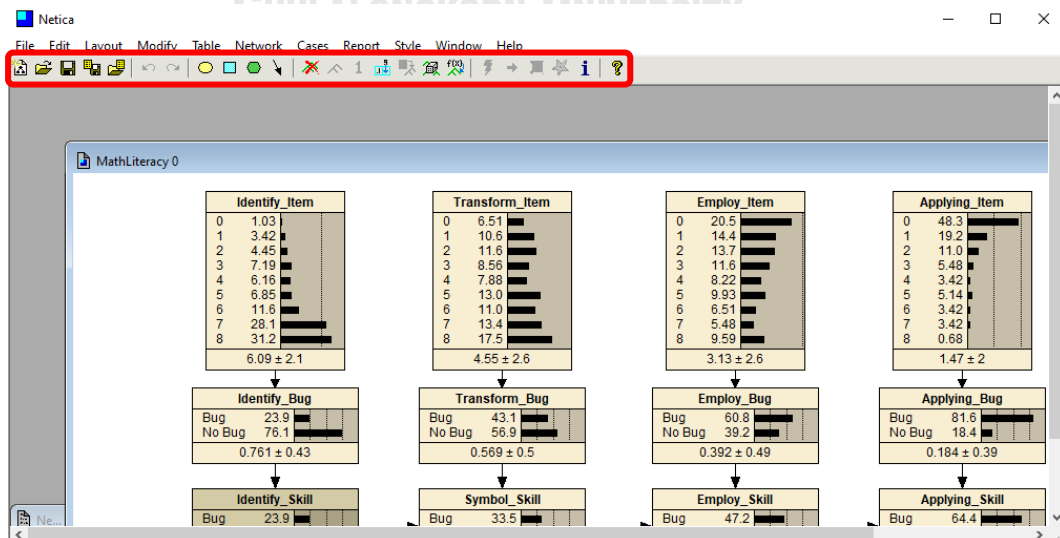
หน้าต่างข้อความของ Netica Application

3. แถบเมนู (Menu Bar) เป็นส่วนที่แสดงฟังก์ชันที่มีอยู่ของ Netica Application เมนูหนึ่งที่สำคัญสำหรับผู้เริ่มต้นใช้ Netica Application คือ เมนูความช่วยเหลือ (Help) เมื่อผู้ใช้งานมีคำถามเกี่ยวกับการใช้งานฟังก์ชันหรือวิธีการใช้งาน นอกจากนี้ ผู้ใช้งานสามารถอีเมลไปขอความช่วยเหลือเกี่ยวกับการใช้งานได้ที่ [info@norsys.com](mailto:info@norsys.com)



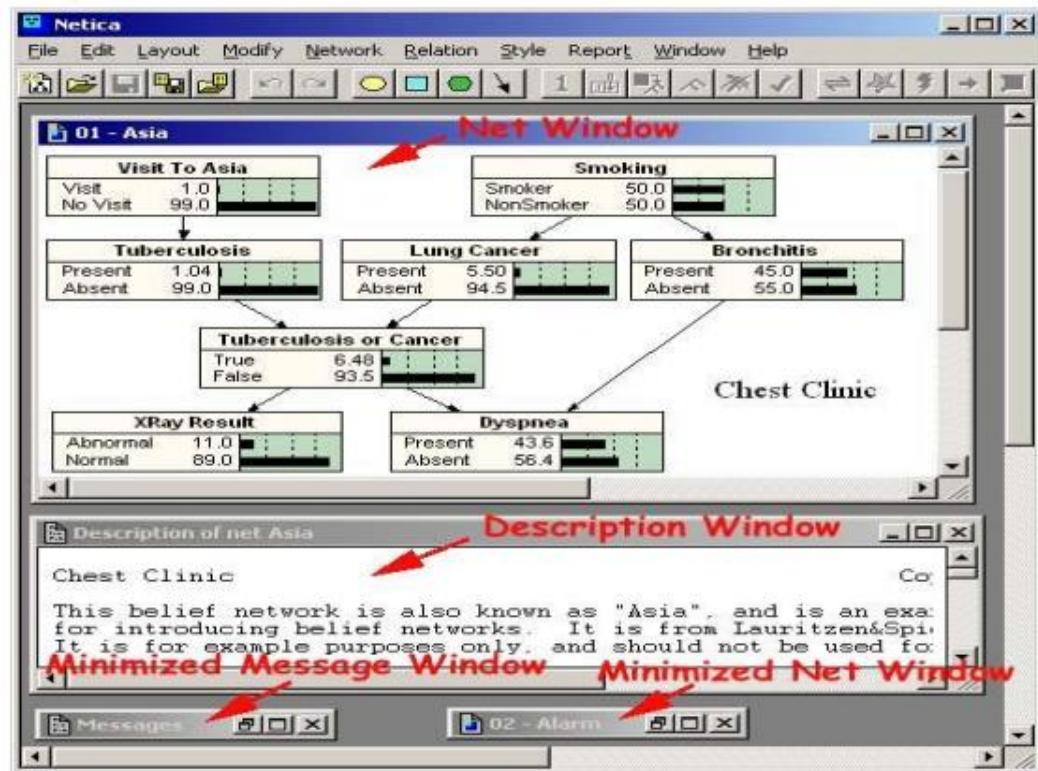
แถบเมนูของ Netica Application

4. แถบเครื่องมือ (Tool Bar) เป็นทางลัดที่สะดวกในการเรียกใช้ฟังก์ชันที่มีอยู่ในแถบเมนู แถบเครื่องมือสามารถเลือกบันทึกฟังก์ชันที่มีการใช้งานบ่อยๆ เพื่อความสะดวกในการใช้งาน โดยในการเพิ่มหรือลบฟังก์ชันให้เลือก “ปรับแต่งแถบเครื่องมือ” กล่องโต้ตอบปรับแต่งแถบเครื่องมือจะปรากฏขึ้นให้เลือกเพิ่มหรือลบฟังก์ชันได้ตามต้องการ



แถบเครื่องมือของ Netica Application

5. หน้าต่างเครือข่าย (Net Window) เป็นหน้าต่างที่แสดงการเชื่อมโยงระหว่างโหนดต่างๆ ในเครือข่ายที่สร้างขึ้น แต่ละหน้าต่างสามารถเชื่อมโยงกับหน้าต่างข้อความพิเศษที่เรียกว่าหน้าต่างรายละเอียด ทางเลือกของตัวอักษรภายใต้เมนูรูปแบบจะสามารถปรับขนาดได้ตามต้องการ



หน้าต่างเครือข่ายของ Netica Application

6. กล่องโต้ตอบโหนด (Node Dialog Box) จะปรากฏขึ้นเมื่อมีการคลิกเลือกโหนดใดๆ ซึ่งเป็นฟังก์ชันสำคัญที่ใช้กำหนดคุณสมบัติต่างๆ ของโหนดในเครือข่าย ซึ่งประกอบด้วย

6.1 ชื่อโหนดและชื่อเรื่อง (Name and Title) จะต้องมีชื่อที่เป็นเอกลักษณ์ ถูกจำกัดจำนวนไม่เกิน 30 ตัวอักษร โดยบังคับว่าตัวแรกของชื่อจะต้องเป็นตัวอักษรเท่านั้น ส่วนตัวที่เหลือสามารถใช้ตัวอักษร ตัวเลข (0 - 9) หรือขีดกลาง แต่ต้องไม่มีช่องว่างหรือเครื่องหมายวรรคตอนใดๆ

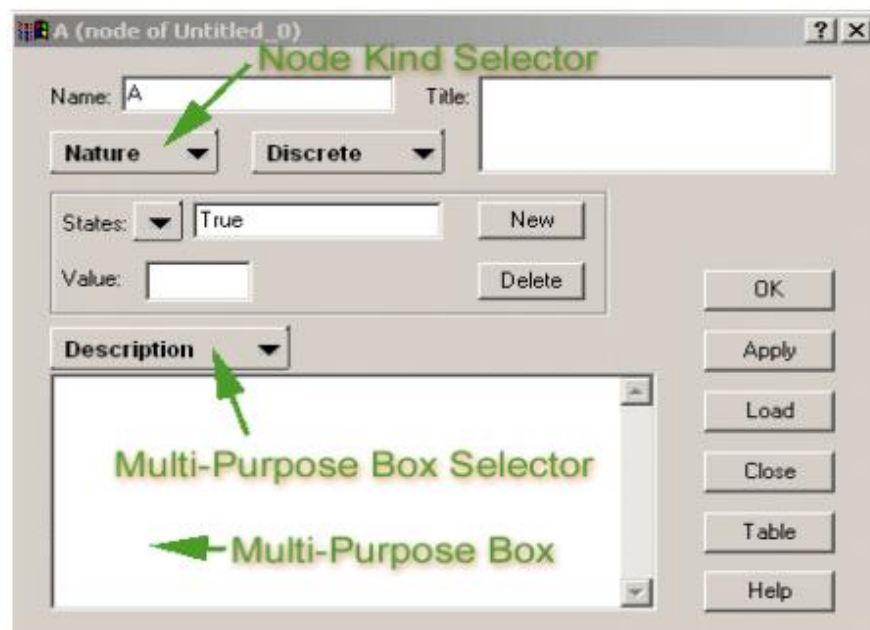
6.2 ชนิดของโหนด มี 3 ลักษณะ ได้แก่ 1) Nature Node 2) Utility Node และ 3) Decision Node ซึ่งโหนดส่วนใหญ่ในเครือข่ายมักจะเป็น Nature Node เพราะเป็นโหนดที่แสดงความเป็นจริงทั่วไป โดยใช้แทนตัวแปรที่เราสนใจศึกษาซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่สามารถควบคุมการเกิดขึ้นโดยตรงโดยผู้ตัดสินใจ แต่เกิดจากความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันกับ Parents Node หรือที่บางครั้งเรียกว่า Deterministic Node และถ้าความสัมพันธ์ อยู่ในรูปของค่าความน่าจะเป็นจะเรียกว่า Chance ในส่วนของ Utility Node หรือที่บางครั้งเรียกว่า Value Node เป็นโหนดที่อยู่ใน Decision Net ที่ค่า Expected Value เป็นค่าที่สูงสุด

ที่จะทำให้เกิดการตัดสินใจที่ดีที่สุด สำหรับ Decision Node เป็นโหนดหนึ่งที่อยู่ใน Decision Net ซึ่งใช้แสดงแทนตัวแปรหรือทางเลือกภายใต้การควบคุมของผู้ตัดสินใจเมื่อเครือข่ายนั้นถูกแก้ปัญหาที่สนใจ

6.3 ลักษณะค่าของโหนด มี 2 ลักษณะ ได้แก่ 1) ค่าไม่ต่อเนื่อง (Discrete) มีความหมายที่เป็นตัวแทนของจำนวนจำกัดของค่าที่เป็นไปได้ เช่น ร้อน/เย็น เล็ก/กลาง/ใหญ่ 1/2/3 ฯลฯ และ 2) ค่าต่อเนื่อง(Continuous) มีความหมายที่เป็นตัวแทนของช่วงที่ไม่มีที่สิ้นสุดของค่าที่เป็นไปได้ เช่น 0.50 – 3.40 ซึ่งเป็นลักษณะพิเศษที่พิจารณาจากทฤษฎีของเบย์ โดย Utility Node จะต้องเป็นค่าแบบต่อเนื่อง ส่วน Decision Node จะต้องเป็นค่าแบบไม่ต่อเนื่อง

6.4 สถานะของโหนด (States) ค่าเริ่มต้นของโหนดจะถูกสร้างขึ้นด้วยสองสถานะ เช่น จริง/เท็จ มี/ไม่มี สถานะของโหนดจะเป็นเงื่อนไขที่นำไปสู่การกำหนดความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของโหนดลูก ผู้ใช้สามารถกำหนดสถานะของโหนดได้เอง และสามารถเพิ่มสถานะของโหนดให้มีมากกว่า 2 สถานะได้

6.5 การบรรยายลักษณะ (Description) โหนดจะได้รับการบรรยายเป็นข้อความหรือเอกสารที่มีประโยชน์ รวมทั้งข้อมูลรายละเอียดหรือความคิดเห็นเกี่ยวกับแต่ละโหนด

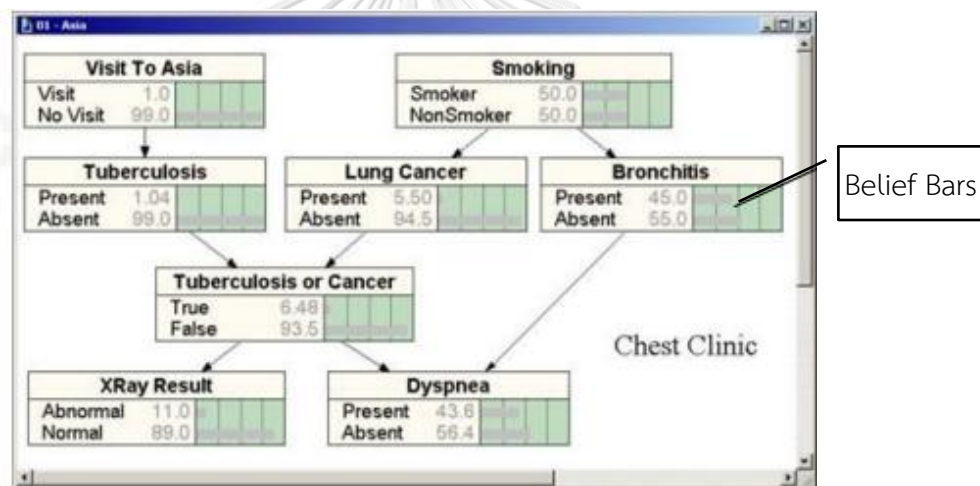


กล่องโต้ตอบโหนดของ Netica Application

## ขั้นตอนสำคัญในการสร้างเครือข่ายเบย์เซียนด้วย Netica Application

ในการใช้ Netica Application เพื่อสร้างเครือข่ายเบย์เซียน มีขั้นตอนสำคัญดังนี้

1. รวมโหนดในเครือข่ายเข้าด้วยกัน (Compiling the Net) เมื่อเปิดไฟล์ขึ้นใหม่ สถานการณ์ที่แสดงด้วยเครือข่ายเบย์เซียนจะยังไม่ได้ทำการรวมโหนดหรือสถานะต่างๆ ในเครือข่ายเข้าในกล่องโต้ตอบ ความสัมพันธ์ของแต่ละโหนดยังเป็นเพียงการแสดงค่าความน่าจะเป็นที่เกิดขึ้นก่อน (Prior Probabilities) ซึ่งแสดงถึงความน่าจะเป็นก่อนที่จะมีหลักฐานใดๆ ใส่เพิ่มเติมเข้าไปในแต่ละโหนดในเครือข่าย และยังไม่มีการหาข้อสรุปของการเกิดสถานการณ์ในเครือข่ายนั้น ซึ่งแต่ละโหนดจะแสดงให้เห็น (Belief Bars) เป็นสีเทา ดังนั้นเพื่อให้ได้ข้อสรุปเพื่อแสดงความน่าจะเป็นภายหลังจากเครือข่ายเบย์เซียน จะต้องมีการรวมโหนดในเครือข่ายเข้าด้วยกัน ซึ่งสังเกตได้จากสีของ Belief Bars จะเปลี่ยนเป็นเป็นสีดำ แต่จะยังไม่มีการเปลี่ยนแปลงในส่วนอื่น ทั้งนี้ เนื่องจากยังไม่มีบ่อนหลักฐานเพิ่มเติมใดๆ เข้าไปในเครือข่าย เพื่อสรุปสถานการณ์ที่เราสนใจ จึงต้องมีการบ่อนหลักฐานที่พบเพิ่มเติมเข้าไปในเครือข่าย



### โหนดและการเชื่อมโยงระหว่างโหนดก่อนการรวมโหนดในเครือข่ายเข้าด้วยกัน

2. การบ่อนหลักฐานที่พบเพิ่มเติมเข้าไปในเครือข่าย ทำได้โดยการคลิกเมาส์ทางขวาบนโหนดที่ต้องการบ่อนข้อมูลเพิ่มเติม ซึ่งอาจเป็นข้อมูลที่ได้จากการอ่านเอกสารและงานวิจัย จากการสังเกต หรือจากการนับสถิติ เป็นต้น

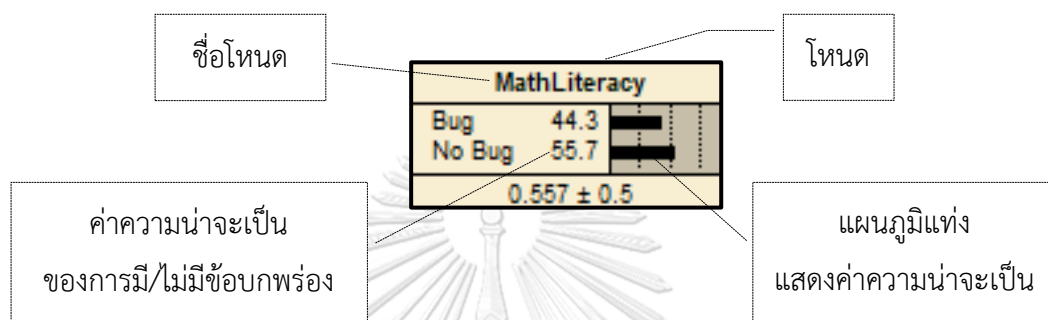
3. การนำหลักฐานที่ค้นพบออกจากเครือข่าย เมื่อต้องการนำสิ่งที่ค้นพบในเครือข่ายออกจากโหนดใดๆ อาจเกิดจากการพบหลักฐานใหม่หรือการบ่อนข้อมูลเพิ่มเติมเข้าไปแทนที่ จึงต้องมีการนำหลักฐานเดิมที่เคยใส่ไว้ออกจากเครือข่าย



### การใช้ Netica Application เพื่อการวินิจฉัย

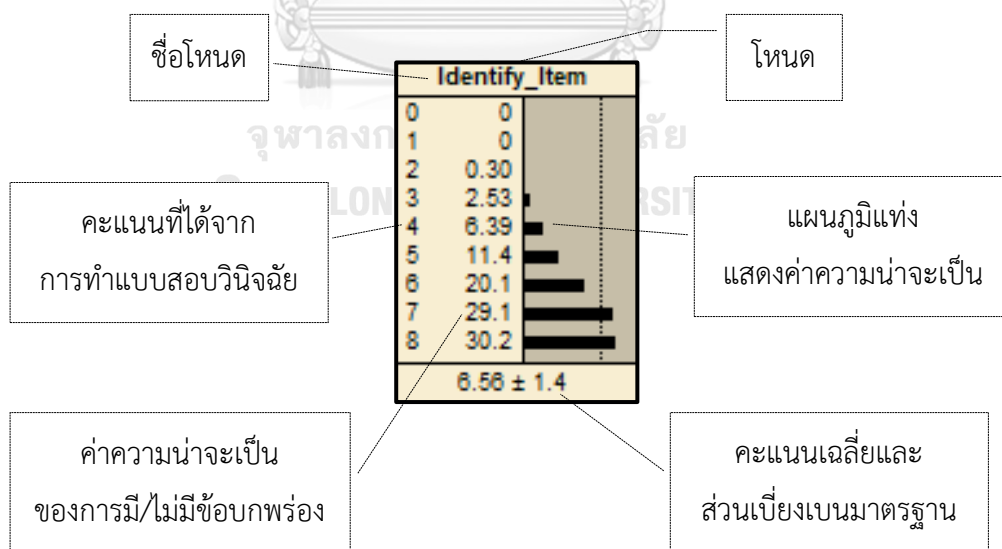
โครงสร้างของโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียนประกอบด้วยโหนด 3 ลักษณะ คือ โหนดข้อสอบ (Item Nodes) โหนดข้อบกพร่อง (Bug Nodes) และโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Solving Node) ซึ่งจำแนกโหนดทั้ง 4 ลักษณะได้เป็น 2 รูปแบบ ดังนี้

**รูปแบบที่ 1** โหนดที่ใช้วินิจฉัย ได้แก่ โหนดข้อบกพร่องและโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งมีส่วนประกอบที่คล้ายกันดังภาพที่ 2.5.12



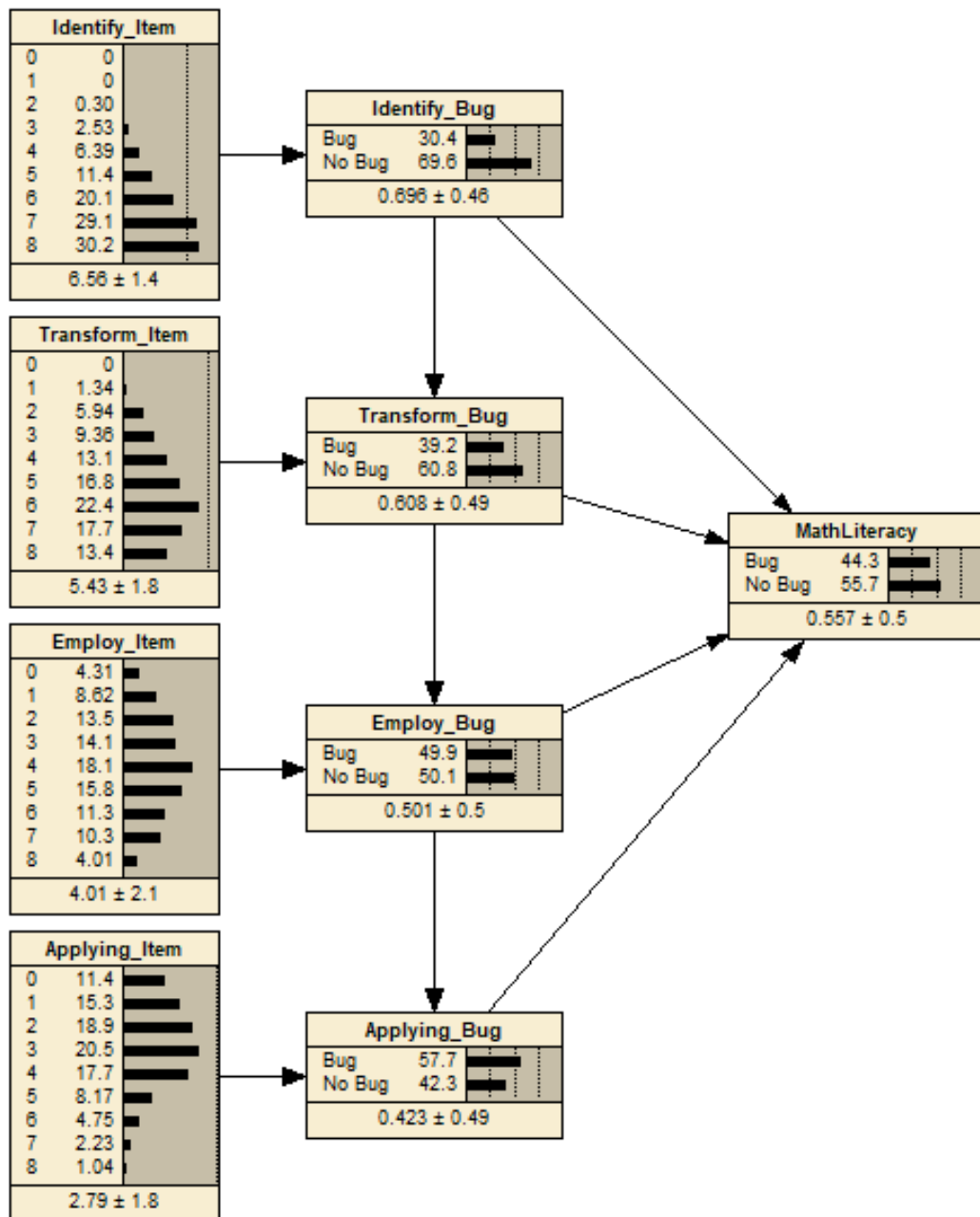
ส่วนประกอบของโหนดที่ใช้วินิจฉัย

**รูปแบบที่ 2** โหนดสำหรับใส่คะแนนสอบ คือ โหนดข้อสอบ เป็นโหนดที่แสดงค่าความน่าจะเป็นเบื้องต้น ซึ่งมีส่วนประกอบดังภาพที่ 2.5.13



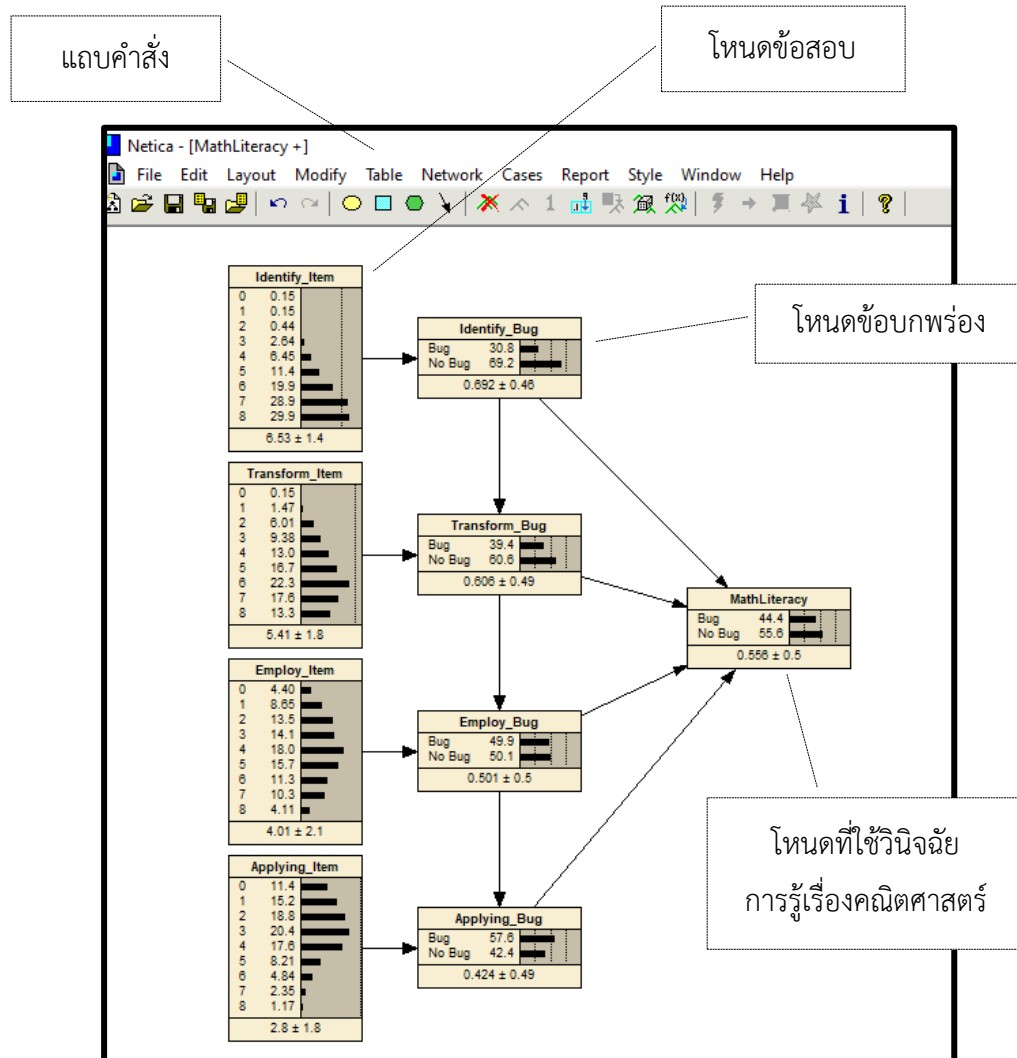
ส่วนประกอบของโหนดสำหรับใส่คะแนนสอบ

เมื่อนำโหนดทั้ง 3 ลักษณะมาเชื่อมโยงและกำหนดค่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข จะได้โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน ดังภาพตัวอย่างต่อไปนี้



ตัวอย่างโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน

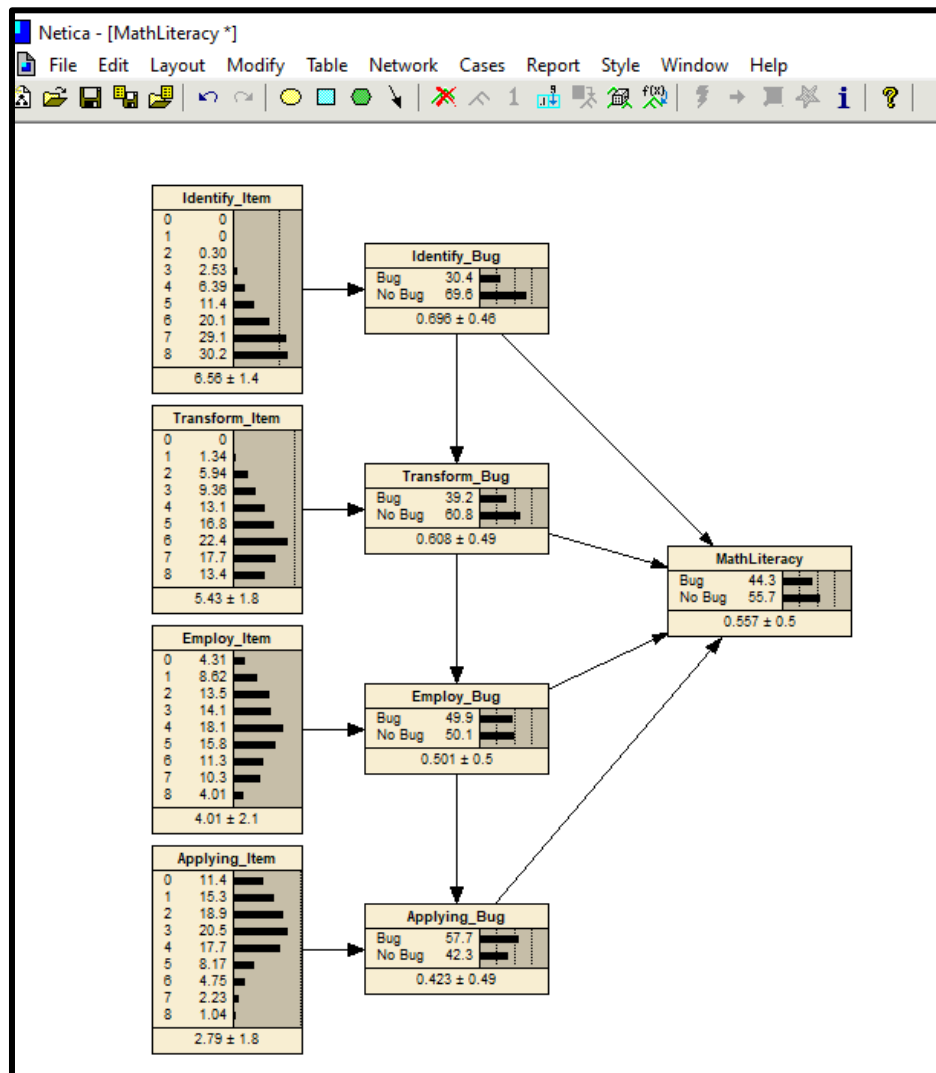
## ส่วนประกอบของหน้าจอ Netica Application



ส่วนประกอบของหน้าจอ Netica Application

### ขั้นตอนการใช้งาน Netica Application ในการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

1. เรียกใช้งาน Application ผ่านอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ แล้วเลือกโพลเดอร์ที่เก็บข้อมูลไว้ จากนั้นเลือกไฟล์โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียนที่สร้างขึ้น จะปรากฏหน้าต่างที่แสดงโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียนดังภาพต่อไปนี้



หน้าต่างเริ่มต้นเมื่อเปิดไฟล์โมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน

2. แทนค่าคะแนนที่ได้จากการทำแบบสอบวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน ลงในโหนดข้อสอบ โดยใส่คะแนนรวมในแต่ละคุณลักษณะของนักเรียน ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 0 – 8 คะแนน ดังนี้

ข้อสอบข้อที่ใช้รวมคะแนน	โหนดสำหรับใส่คะแนน
1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6.1, 7.1, 8.1	Identify_Item
1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2, 7.2, 8.2	Transform_Item
1.3, 2.3, 3.3, 4.3, 5.3, 6.3, 7.3, 8.3	Employ_Item
1.4, 2.4, 3.4, 4.4, 5.4, 6.4, 7.4, 8.4	Applying_Item

3. พิจารณาค่าความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จากโหนดที่ใช้วินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (MathLiteracy) แล้วแปลผลโดยเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด
4. เมื่อต้องการวินิจฉัยนักเรียนคนต่อไปให้เลือกคำสั่ง Remove Case (Findings) เพื่อเริ่มการวินิจฉัยนักเรียนคนต่อไป

### การแปลผลที่ได้จากการวินิจฉัย

เมื่อแทนค่าคะแนนสอบลงในโหนดข้อสอบแล้ว การแปลผลที่ได้ให้พิจารณาจากค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะมีข้อบกพร่อง (Bug) ในโหนดต่างๆ ถ้าโมเดลวินิจฉัยได้ค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่อง (Bug) มากกว่าค่าร้อยละของความน่าจะเป็นที่ใช้เป็นเกณฑ์ จะแปลผลได้ว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในโหนดนั้น ดังตัวอย่างเกณฑ์การวินิจฉัยต่อไปนี้

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td style="text-align: right;">44.3</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td style="text-align: right;">55.7</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.557 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug <math>\geq</math> 44.3 แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	44.3	No Bug	55.7	$0.557 \pm 0.5$		
MathLiteracy									
Bug	44.3								
No Bug	55.7								
$0.557 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td style="text-align: right;">30.4</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td style="text-align: right;">69.6</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.696 \pm 0.46</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug <math>\geq</math> 30.4 แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	30.4	No Bug	69.6	$0.696 \pm 0.46$		
Identify_Bug									
Bug	30.4								
No Bug	69.6								
$0.696 \pm 0.46$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td style="text-align: right;">39.2</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td style="text-align: right;">60.8</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.608 \pm 0.49</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug <math>\geq</math> 39.2 แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	39.2	No Bug	60.8	$0.608 \pm 0.49$		
Transform_Bug									
Bug	39.2								
No Bug	60.8								
$0.608 \pm 0.49$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td style="text-align: right;">49.9</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td style="text-align: right;">50.1</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.501 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug <math>\geq</math> 49.9 แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	49.9	No Bug	50.1	$0.501 \pm 0.5$		
Employ_Bug									
Bug	49.9								
No Bug	50.1								
$0.501 \pm 0.5$									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td style="text-align: right;">57.7</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td style="text-align: right;">42.3</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>0.423 \pm 0.49</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug <math>\geq</math> 57.7 แสดงว่านักเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	57.7	No Bug	42.3	$0.423 \pm 0.49$		
Applying_Bug									
Bug	57.7								
No Bug	42.3								
$0.423 \pm 0.49$									

เมื่อแปลผลโดยเทียบกับเกณฑ์แล้ว กำหนดสัญลักษณ์แทนความรู้ในแต่ละคุณลักษณะ ดังนี้  
 I หมายถึง มีความรอบรู้ในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง (Identify)  
 i หมายถึง ไม่มีความรอบรู้ในการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง (Identify)  
 T หมายถึง มีความรอบรู้ในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ (Transform)  
 t หมายถึง ไม่มีความรอบรู้ในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ (Transform)  
 E หมายถึง มีความรอบรู้ในการใช้หลักการและกระบวนการคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา (Employ)  
 e หมายถึง ไม่มีความรอบรู้ในการใช้หลักการและกระบวนการคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา (Employ)  
 A หมายถึง มีความรอบรู้ในการตีความ ประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์คณิตศาสตร์ (Applying)  
 a หมายถึง ไม่มีความรอบรู้ในการตีความ ประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์คณิตศาสตร์ (Applying)  
 จะได้รูปแบบของเมทริกซ์แบบแผนความรู้ที่แตกต่างกันจำนวนทั้งสิ้น 16 รูปแบบ ดังนี้

- 1) [i t e a]    2) [i t a A]    3) [i t E a]    4) [i t E A]  
 5) [i T e a]    6) [i T e A]    7) [i T E a]    8) [i T E A]  
 9) [I t e a]    10) [I t e A]    11) [I t E a]    12) [I t E A]  
 13) [I T e a]    14) [I T e A]    15) [I T E a]    16) [I T E A]

กรณีที่นักเรียนอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จะให้คำแนะนำในการเพิ่มเติมซ่อมเสริมในแต่ละคุณลักษณะ ดังนี้

- **การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับภาษาสัญลักษณ์เชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในโลกชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ โดยอาจนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ เครื่องหมายแทน แผนภาพ แบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

- **การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าส่วนใดที่สามารถนำคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหาได้

- **การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่าง และรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

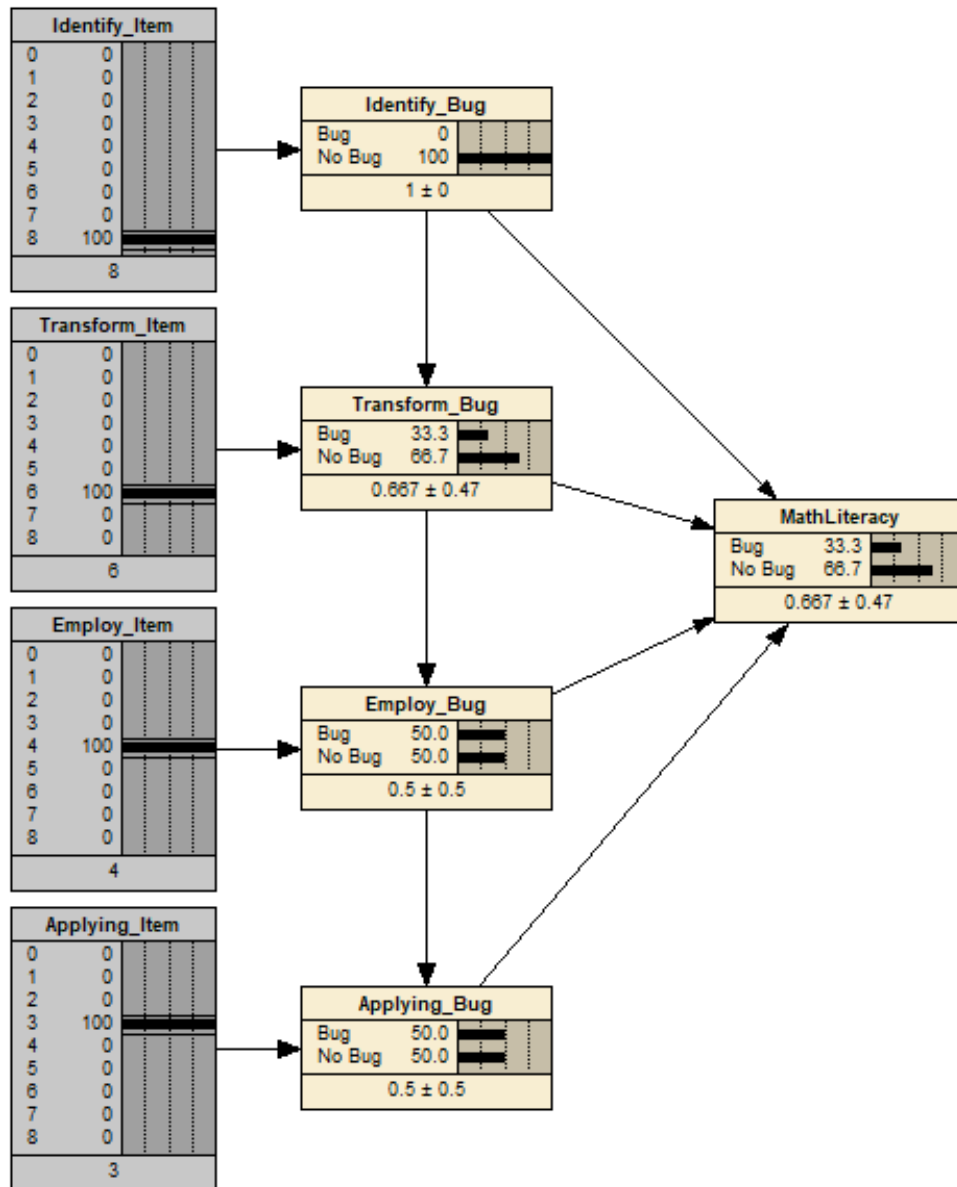
- **การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนควรได้รับการฝึกเกี่ยวกับการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากับบริบทของปัญหาหรือไม่

ตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ตัวอย่างที่ 1 การวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนายเอ  
นายเอได้คะแนนจากการทำแบบสอบวินิจัย ดังนี้

ข้อที่	คะแนน			
	Identify_Item	Transform_Item	Employ_Item	Applying_Item
1	1	1	0	0
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	0	1	0
5	1	1	0	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0
8	1	0	0	0
รวม	8	6	4	3

เมื่อนำคะแนนที่ได้ในแต่ละโหนดของนายเอไปแทนค่าลงในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน จะปรากฏผลดังนี้





จากโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนายเอ สามารถแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.667 \pm 0.47</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 33.3 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3)            แสดงว่านายเอมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	33.3	No Bug	66.7	$0.667 \pm 0.47$		
MathLiteracy									
Bug	33.3								
No Bug	66.7								
$0.667 \pm 0.47$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>1 \pm 0</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 0.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4)            แสดงว่านายเอมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	0	No Bug	100	$1 \pm 0$		
Identify_Bug									
Bug	0								
No Bug	100								
$1 \pm 0$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>33.3</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>66.7</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.667 \pm 0.47</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 33.3 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2)            แสดงว่านายเอมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	33.3	No Bug	66.7	$0.667 \pm 0.47$		
Transform_Bug									
Bug	33.3								
No Bug	66.7								
$0.667 \pm 0.47$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9)            แสดงว่านายเอมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Employ_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><math>0.5 \pm 0.5</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bug = 50.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7)            แสดงว่านายเอมีความน่าจะเป็นที่จะ<u>ไม่มี</u>ข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	$0.5 \pm 0.5$		
Applying_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
$0.5 \pm 0.5$									

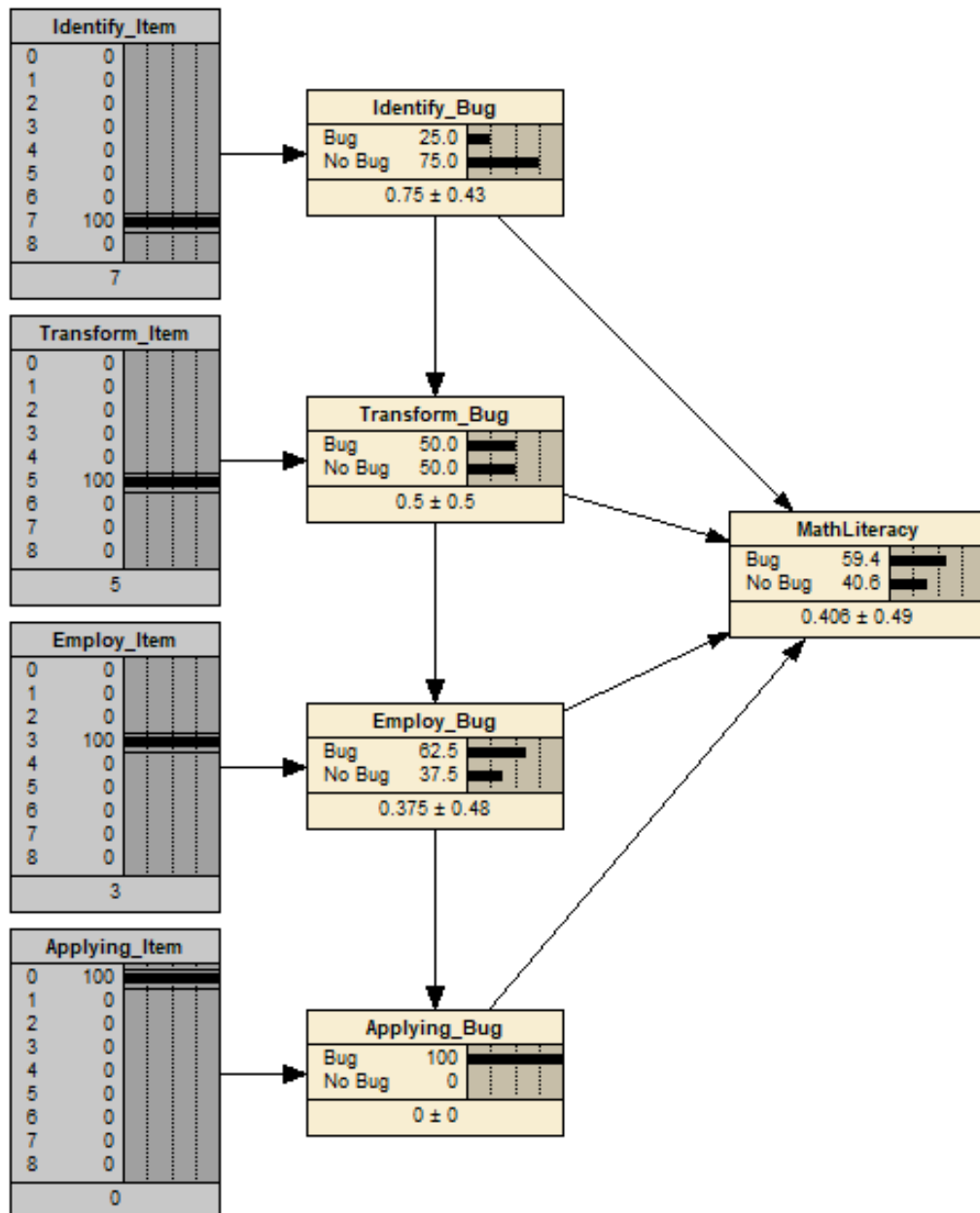
### CHULALONGKORN UNIVERSITY

สรุปผลได้ว่า นายเอมีแบบแผนความรู้ คือ [I T e A] กล่าวคือ ไม่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่อาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไข เพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ด้วยการฝึกเกี่ยวกับการคำนวณ การแก้สมการ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การจัดการกับรูปร่างและรูปทรง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ตัวอย่างที่ 2 การวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนายสาวปี  
นางสาวปีได้คะแนนจากการทำแบบสอบวินิจฉัย ดังนี้

ข้อที่	คะแนน			
	Identify_Item	Transform_Item	Employ_Item	Applying_Item
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	1	0	0	0
4	1	1	0	0
5	1	0	0	0
6	1	1	1	0
7	1	1	1	0
8	0	1	1	0
รวม	7	5	3	0

เมื่อนำคะแนนที่ได้ในแต่ละโหนดของนางสาวปีไปแทนค่าลงในโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์แบบเครือข่ายเบย์เซียน จะปรากฏผลดังนี้



จากโมเดลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนางสาวบี สามารถแปลผลการวินิจฉัยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">MathLiteracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>59.4</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>40.6</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.406 ± 0.49</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 59.4 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 44.3) แสดงว่านางสาวบีมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์</p>	MathLiteracy		Bug	59.4	No Bug	40.6	0.406 ± 0.49		
MathLiteracy									
Bug	59.4								
No Bug	40.6								
0.406 ± 0.49									
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Identify_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>25.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>75.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.75 ± 0.43</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 25.0 (น้อยกว่าเกณฑ์ Bug = 30.4) แสดงว่านางสาวบีมีความน่าจะเป็นที่จะไม่มีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>	Identify_Bug		Bug	25.0	No Bug	75.0	0.75 ± 0.43		
Identify_Bug									
Bug	25.0								
No Bug	75.0								
0.75 ± 0.43									
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Transform_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>50.0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.5 ± 0.5</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 50.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 39.2) แสดงว่านางสาวบีมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์</p>	Transform_Bug		Bug	50.0	No Bug	50.0	0.5 ± 0.5		
Transform_Bug									
Bug	50.0								
No Bug	50.0								
0.5 ± 0.5									
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Employ_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>62.5</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>37.5</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0.375 ± 0.48</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 62.5 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 49.9) แสดงว่านางสาวบีมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p>	Employ_Bug		Bug	62.5	No Bug	37.5	0.375 ± 0.48		
Employ_Bug									
Bug	62.5								
No Bug	37.5								
0.375 ± 0.48									
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Applying_Bug</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bug</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>No Bug</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">0 ± 0</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Bug = 100.0 (มากกว่าเกณฑ์ Bug = 57.7) แสดงว่านางสาวบีมีความน่าจะเป็นที่จะมีข้อบกพร่องในคุณลักษณะการตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>	Applying_Bug		Bug	100	No Bug	0	0 ± 0		
Applying_Bug									
Bug	100								
No Bug	0								
0 ± 0									

### CHULALONGKORN UNIVERSITY

สรุปผลได้ว่า นางสาวบีมีแบบแผนความรอบรู้ คือ [I t e a] กล่าวคือ มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยอาจมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือมีข้อบกพร่องที่ควรแก้ไข เพื่อให้การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความถูกต้องสมบูรณ์ โดยการเพิ่มเติมซ่อมเสริมใน 3 คุณลักษณะ ได้แก่

- 1) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์
- 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- 3) การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

## บรรณานุกรม

### ภาษาไทย

- โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท. (2554). *ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท. (2557). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท. (2560). *ผลการประเมิน PISA 2015 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- โชติ เพชรชื่น. (2544). แบบทดสอบวินิจฉัย. *สารานุกรมศึกษาศาสตร์*, 23, 7-11.
- ญาณกวี ชัดสีทะลี. (2557). *การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคเคดับเบิลยูดีแอลเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านปาง จังหวัดเชียงใหม่*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ณัฐภรณ์ หลาวทอง. (2551). *เอกสารวิชา 2757305 การวัดและประเมินผลการศึกษา*. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดาวเรือง ลุมทอง. (2553). *ผลของรูปแบบข้อมูลย้อนกลับที่มีต่อพัฒนาการของผลงานด้านทัศนศิลป์: การประยุกต์ใช้ข้อมูลย้อนกลับทั่วไปและข้อมูลชี้แนะเพื่อการปรับปรุง*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาการศึกษาและการวัดและประเมินผลการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทดสอบทางการศึกษา, สำนัก. (2539). *แนวทางการสร้างแบบสอบวินิจฉัยเพื่อพัฒนาการทดสอบทางการศึกษา*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ปรารณา พลอภิชาติ. (2556). *การพัฒนาคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับครูประถมศึกษาโดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาการศึกษาและการวัดและประเมินผลการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปิยาพร ขาวสะอาด. (2541). *การพัฒนากระบวนการสอบความก้าวหน้าวิชาภาษาอังกฤษโดยใช้คอมพิวเตอร์ ที่ให้ผลการวินิจฉัยย้อนกลับ*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาการศึกษาและการวัดและประเมินผลการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- พรพิมล ยังฉิม. (2557). *การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้เครือข่ายเบย์เซียนและทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบแบบพหุมิติ*. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุณศึกษบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วลี เฉลยสมัย. (2539). *การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2556). *ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม*. (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2563). *ทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่*. (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศิริเดช สุชีวะ. (2538). *การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยสำหรับตรวจสอบโน้ตค้นที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุณศึกษบัณฑิต, ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศิริเดช สุชีวะ. (2550). *การวิเคราะห์จุดอ่อนและจุดแข็งของผู้เรียน*. ใน สุวิมล ว่องวานิช, *การประเมินผล การเรียนรู้แนวใหม่*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558). *การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนไทย การพัฒนา ผลกระทบ ภาวะถดถอยในปัจจุบัน*. กรุงเทพมหานคร.
- สุปราณี บุระ. (2557). *การพัฒนาแบบสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เรื่องการดำเนินการเลขคณิตพื้นฐานโดยใช้คอมพิวเตอร์: การประยุกต์โมเดลดีไอเอ็นเอ*. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุณศึกษบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิมล เสวกสุริยวงศ์. (2553). *การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบวินิจฉัยทางคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อมรรัตน์ สร้อยสังวาล. (2551). *การพัฒนาวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยโดยประยุกต์ใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะและการทดสอบแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์*. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุณศึกษบัณฑิต, ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

## ภาษาอังกฤษ

- Adam M. Persky, G. M. P. (2008). Using answer-until-correct examinations to provide immediate feedback to students in a pharmacokinetics course. *American Journal of Pharmaceutical Education*, 72(4).
- Ahmad, A., Al-Mashari, A., & Al-Lawati, A. (2010). On the development of a computer based diagnostic assessment tool to help in teaching and learning process. *International Journal of Education and Development using ICT*, 6(1), 76-87.
- Akçapınar, G. (2015). How automated feedback through text mining changes plagiaristic behavior in online assignments. *Computers & Education*, 87, 123-130.
- Amanda Lipko-Speeda, J. D., Katherine A. Rawsonba. (2014). Does testing with feedback help grade-school children learn keyconcepts in science? *Journal of Applied Research in Memory and Cognition*, 3, 171-176.
- Aryadoust, V. (2011). Application of the fusion model to while-listening performance tests. *Shiken: JALT Testing & Evaluation SIG Newsletter*, 15(2), 2-9.
- Attali, Y. (2015). Effects of multiple-try feedback and question type during mathematics problem solving on performance in similar problems. *Computers & Education*, 86, 260-267.
- Bennett, R. E., Braswell, J., Oranje, A., Sandene, B., Kaplan, B., & Yan, F. (2008). Does it matter if I take my mathematics test on computer? A second empirical study of mode effects in NAEP. *The Journal of Technology, Learning and Assessment*, 6(9).
- Brueckner, L. J., & Grossnickle, F. E. (1947). *How to make arithmetic meaningful*. John C. Winston Company.
- Buckley, P. (2012). Can the effectiveness of different forms of feedback be measured? Retention and student preference for written and verbal feedback in level 4 bioscience students. *Journal of Biological Education*, 46(4), 242-246.
- Butler, A. C., Karpicke, J. D., & Roediger III, H. L. (2007). The effect of type and timing of feedback on learning from multiple-choice tests. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 13(4), 273.

- Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and Psychological Measurement*, 20(1), 37-46.
- Cui, Y., Gierl, M. J., & Chang, H. H. (2012). Estimating classification consistency and accuracy for cognitive diagnostic assessment. *Journal of Educational Measurement*, 49(1), 19-38.
- Daniel, R. C., & Embretson, S. E. (2010). Designing cognitive complexity in mathematical problem-solving items. *Applied Psychological Measurement*, 34(5), 348-364.
- De La Torre, J., Hong, Y., & Deng, W. (2010). Factors affecting the item parameter estimation and classification accuracy of the DINA model. *Journal of Educational Measurement*, 47(2), 227-249.
- DeCarlo, L. T. (2011). On the analysis of fraction subtraction data: The DINA model, classification, latent class sizes, and the Q-matrix. *Applied Psychological Measurement*, 35(1), 8-26.
- Diab, N. M. (2015). Effectiveness of written corrective feedback : Does type of error and type of correction matter? *Assessing Writing*, 24, 16-34.
- Embretson, S. E. (1991). A multidimensional latent trait model for measuring learning and change. *Psychometrika*, 56(3), 495-515.
- Embretson, S. E., & Yang, X. (2007). Construct validity and cognitive diagnostic assessment. In. Georgia Institute of Technology.
- Fabienne M. van der Kleij, T. J. H. M. E., Caroline F. Timmers, Bernard P. Veldkamp. (2012). Effects of feedback in a computer-based assessment for learning. *Computers & Education*, 58, 263-272.
- Gierl, M. J., Alves, C., & Majeau, R. T. (2010). Using the attribute hierarchy method to make diagnostic inferences about examinees' knowledge and skills in mathematics: An operational implementation of cognitive diagnostic assessment. *International Journal of Testing*, 10(4), 318-341.
- Gierl, M. J., Cui, Y., & Zhou, J. (2009). Reliability and attribute-based scoring in cognitive diagnostic assessment. *Journal of Educational Measurement*, 46(3), 293-313.
- Gierl, M. J., Leighton, J. P., & Hunka, S. M. (2000). An NCME instructional module on exploring the logic of Tatsuoka's Rule-Space Model for test development and analysis. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 19(3), 34-44.



- Gierl, M. J., Leighton, J. P., & Hunka, S. M. (2007). Using the attribute hierarchy method to make diagnostic inferences about examinees' cognitive skills.
- Golke, S., Dörfler, T., & Artelt, C. (2015). The impact of elaborated feedback on text comprehension within a computer-based assessment. *Learning and instruction, 39*, 123-136.
- Gülsah Çinar Yastibas, A. E. Y. (2015). The effect of peer feedback on writing anxiety in Turkish EFL (English as a foreign language) students. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 199*, 530-538.
- Han, Y., & Hyland, F. (2015). Exploring learner engagement with written corrective feedback in a Chinese tertiary EFL classroom. *Journal of second language writing, 30*, 31-44.
- Hardcastle, J., Herrmann-Abell, C. F., & DeBoer, G. E. (2017). Comparing Student Performance on Paper-and-Pencil and Computer-Based-Tests. *Grantee Submission*.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of educational research, 77*(1), 81-112.
- Henson, R. A., Templin, J. L., & Willse, J. T. (2009). Defining a family of cognitive diagnosis models using log-linear models with latent variables. *Psychometrika, 74*(2), 191-210.
- Hox, J. J., Moerbeek, M., & Van de Schoot, R. (2017). *Multilevel analysis: Techniques and applications*. Routledge.
- Huang, H. Y., & Wang, W. C. (2014). The random-effect DINA model. *Journal of Educational Measurement, 51*(1), 75-97.
- Huebner, A., & Wang, C. (2011). A note on comparing examinee classification methods for cognitive diagnosis models. *Educational and Psychological Measurement, 71*(2), 407-419.
- Huff, K., & Goodman, D. P. (2007). The demand for cognitive diagnostic assessment.
- Jabr, F. (2013). Why the brain prefers paper. *Scientific American, 309*(5), 48-53.
- John Dunlosky, K. A. R. (2015). Do students use testing and feedback while learning? A focus on key concept definitions and learning to criterion. *Learning and Instruction, 39*, 32-44.

- Ketterlin-Geller, L. R., & Yovanoff, P. (2009). Diagnostic assessments in mathematics to support instructional decision making. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 14(1), 16.
- Lee, J., & Corter, J. E. (2011). Diagnosis of subtraction bugs using Bayesian networks. *Applied Psychological Measurement*, 35(1), 27-47.
- Leighton, J., & Gierl, M. (2007). *Cognitive diagnostic assessment for education: Theory and applications*. Cambridge University Press.
- Leighton, J. P., Gierl, M. J., & Hunka, S. M. (2004). The attribute hierarchy method for cognitive assessment: A variation on Tatsuoka's rule-space approach. *Journal of Educational Measurement*, 41(3), 205-237.
- Leighton, J. P., Gokiert, R. J., Cor, M. K., & Heffernan, C. (2010). Teacher beliefs about the cognitive diagnostic information of classroom-versus large-scale tests: implications for assessment literacy. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 17(1), 7-21.
- Li, X., & Wang, W. C. (2015). Assessment of differential item functioning under cognitive diagnosis models: The DINA model example. *Journal of Educational Measurement*, 52(1), 28-54.
- Lipko-Speed, A., Dunlosky, J., & Rawson, K. A. (2014). Does testing with feedback help grade-school children learn key concepts in science? *Journal of Applied Research in Memory and Cognition*, 3(3), 171-176.
- Mario Gielen, B. D. W. (2015). Structuring peer assessment: Comparing the impact of the degree of structure on peer feedback content. *Computers in Human Behavior*, 52, 315-325.
- Metcalfe, J., Kornell, N., & Finn, B. (2009). Delayed versus immediate feedback in children's and adults' vocabulary learning. *Memory & cognition*, 37(8), 1077-1087.
- Neha Sinha, A. L. G. (2015). Delayed, But Not Immediate, Feedback After Multiple-Choice Questions Increases Performance on a Subsequent Short-Answer, But Not Multiple-Choice, Exam: Evidence for the Dual-Process Theory of Memory. *The Journal of General Psychology*, 142(2), 118-134.

- Persky, A. M., & Pollack, G. M. (2008). Using answer-until-correct examinations to provide immediate feedback to students in a pharmacokinetics course. *American journal of pharmaceutical education*, 72(4).
- Rassaei, E. (2015). Oral corrective feedback, foreign language anxiety and L2 development. *System*, 49, 98-109.
- Roberts, M. R., & Gierl, M. J. (2010). Developing score reports for cognitive diagnostic assessments. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 29(3), 25-38.
- Singer, L. M., & Alexander, P. A. (2017). Reading on paper and digitally: What the past decades of empirical research reveal. *Review of educational research*, 87(6), 1007-1041.
- Stefanie Golke a, T. D. b., Cordula Artelt. (2015). The impact of elaborated feedback on text comprehension within a computer-based assessment. *Learning and Instruction*, 39, 123-136.
- Steiger, J. H. (2007). Understanding the limitations of global fit assessment in structural equation modeling. *Personality and Individual differences*, 42(5), 893-898.
- Tatsuoka, K. K. (1983). Rule space: An approach for dealing with misconceptions based on item response theory. *Journal of Educational Measurement*, 345-354.
- Tatsuoka, K. K. (1984). Caution indices based on item response theory. *Psychometrika*, 49(1), 95-110.
- Tatsuoka, K. K. (2009). *Cognitive assessment: An introduction to the rule space method*. Routledge.
- Tatsuoka, K. K., Corter, J. E., & Tatsuoka, C. (2004). Patterns of diagnosed mathematical content and process skills in TIMSS-R across a sample of 20 countries. *American educational research journal*, 41(4), 901-926.
- Tatsuoka, K. K., & Tatsuoka, M. M. (1992). A psychometrically sound cognitive diagnostic model: Effect of remediation as empirical validity. *ETS Research Report Series*, 1992(1), i-24.
- Tatsuoka, K. K., & Tatsuoka, M. M. (1997). Computerized cognitive diagnostic adaptive testing: Effect on remedial instruction as empirical validation. *Journal of Educational Measurement*, 34(1), 3-20.

- Tauber, S. K., & Dunlosky, J. (2015). Monitoring of learning at the category level when learning a natural concept: Will task experience improve its resolution? *Acta psychologica, 155*, 8-18.
- Templin, J., & Henson, R. A. (2010). *Diagnostic measurement: Theory, methods, and applications*. Guilford Press.
- Van der Kleij, F. M., Eggen, T. J., Timmers, C. F., & Veldkamp, B. P. (2012). Effects of feedback in a computer-based assessment for learning. *Computers & Education, 58*(1), 263-272.
- Von Davier, M., & Haberman, S. J. (2014). Hierarchical diagnostic classification models morphing into unidimensional 'diagnostic' classification models—a commentary. *Psychometrika, 79*(2), 340-346.
- Wang, C., & Gierl, M. J. (2011). Using the attribute hierarchy method to make diagnostic inferences about examinees' cognitive skills in critical reading. *Journal of Educational Measurement, 48*(2), 165-187.
- Yang, C.W., Kuo, B.C., & Liao, C.H. (2011). A HO-IRT Based Diagnostic Assessment System with Constructed Response Items. *Turkish Online Journal of Educational Technology TOJET, 10*(4), 46-51.
- Yastibaş, G. Ç., & Yastibaş, A. E. (2015). The effect of peer feedback on writing anxiety in Turkish EFL (English as a foreign language) students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 199*, 530-538.

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล นายไพฑูรย์ เอื้อบุญประดิษฐ์  
สถานที่เกิด กรุงเทพมหานคร  
วุฒิการศึกษา - ปีการศึกษา 2553  
สำเร็จการศึกษาครุศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิชามัธยมศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ (เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง)  
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
- ปีการศึกษา 2557  
สำเร็จการศึกษาครุศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาบริหารการศึกษา  
ภาควิชานโยบาย การจัดการและความเป็นผู้นำทางการศึกษา  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
- ปีการศึกษา 2558  
เข้าศึกษาต่อหลักสูตรครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต  
สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา  
ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHULALONGKORN UNIVERSITY