บทที่ 3
การจัดสรรกำลังการผลิต

3.1 บทนำ

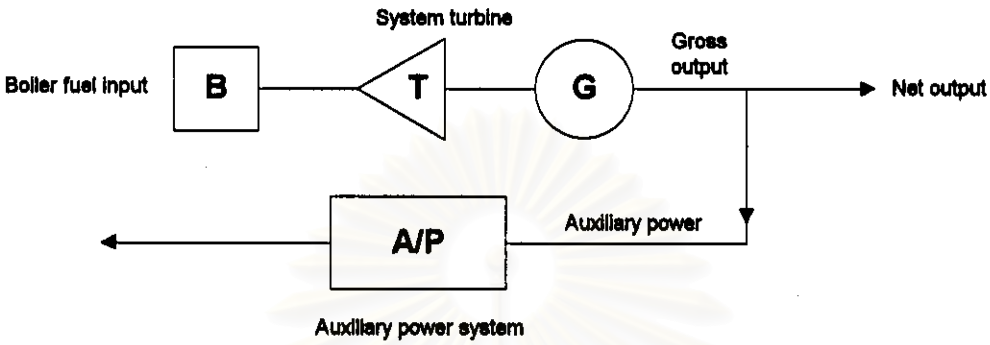
ปัญหาการจัดสรรกำลังการผลิตเกิดขึ้นเมื่อระบบผลิตนั้นมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามากกว่าหนึ่งเครื่อง และต่อเชื่อมโยงกันภายในระบบเพื่อช่วยกันจ่ายกำลังไฟฟ้าให้พอเพียงกับโหลดอยู่ตลอดเวลา เนื่องจากในการผลิตต้นทุนต่อหน่วยของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องจะไม่เท่ากัน ทำให้จำเป็นต้องทำการศึกษาปัญหาการจัดสรรกำลังการผลิต เพื่อช่วยให้สามารถกำหนดขนาดกำลังผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องได้อย่างเหมาะสม และเป็นการช่วยลดต้นทุนในการผลิตของระบบโดยรวมให้ลดลงอีกด้วย

ในสภาพความเป็นจริงระบบผลิตของระบบไฟฟ้าทั่วไป จะประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวนมาก หากไม่พิจารณาผลของกำลังสูญเสียในระบบส่งแล้ว การแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดที่ง่ายที่สุด อาจจะกระทำได้โดยอาศัยวิธี priority list ซึ่งมักจัดเรียงลำดับการจ่ายโหลดก่อนหลังของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง ตามค่าเฉลี่ยค่าใช้จ่ายในการผลิตต่อหน่วยกำลังไฟฟ้าขณะที่ทำการจ่ายโหลดที่จุดทำงานพิกัด (average full load cost : AFLC) [20] โดยจัดสรรให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่มีต้นทุนในการผลิตต่อหน่วยต่ำที่สุดหรือมีประสิทธิภาพสูงสุดจ่ายกำลังไฟฟ้าก่อน และเมื่อโหลดเพิ่มขึ้นเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่หนึ่งจะยังคงจ่ายโหลดต่อไป จนกระทั่งถึงขนาดกำลังการผลิตพิกัด จากนั้นถ้ากำลังผลิตที่ได้ยังไม่เพียงพอต่อความต้องการของโหลด ก็ให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่มีประสิทธิภาพรองลงมาตามที่กำหนดไว้ ทำการจ่ายโหลดต่อไป ทำดังนี้เรื่อยไปจนกว่ากำลังผลิตจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะเท่ากับความต้องการของโหลด อย่างไรก็ดีการกระทำในลักษณะดังกล่าวอาจไม่เหมาะสม เนื่องจากการจ่ายโหลดในระบบไฟฟ้ากำลังจริงๆ จะต้องจ่ายผ่านระบบส่ง และ กำลังไฟฟ้าส่วนหนึ่งจะต้องสูญเสียไปในรูปของกำลังสูญเสียทำให้ลำดับการจ่ายโหลดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า แต่ละเครื่องไม่เป็นไปตามที่กำหนดไว้ตั้งแต่ต้น ดังนั้นการศึกษาปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดจึงเป็นสิ่งจำเป็น และ ต้องทำการศึกษาควบคู่ไปกับการศึกษาการไหลของกำลังไฟฟ้า (power flow) ดังจะได้กล่าวรายละเอียดในลำดับถัดไป

สำหรับระบบผลิตไฟฟ้าโดยทั่วไป จะประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวนมาก ซึ่งจะอาจแบ่งแยกประเภทตามลักษณะแหล่งกำเนิดพลังงานที่ใช้ในการขับเคลื่อนกังหันของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าได้ 2 แบบ คือ

1) เครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังน้ำ (hydro unit) หมายถึง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ใช้ตามเขื่อนต่างๆ ซึ่งปล่อยให้น้ำจากเหนือเขื่อนไหลผ่านกังหันภายในเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

2) เครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อน (thermal unit) หมายถึง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าซึ่งมีหม้อต้มน้ำ (boiler) สำหรับผลิตไอน้ำที่มีอุณหภูมิและความดันสูง เพื่อขับกังหันภายในเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ทั้งนี้ความร้อนที่ใช้ในการต้มน้ำ ได้มาจากกระบวนการเผาไหม้เชื้อเพลิงชนิดต่างๆ เช่น กาซธรรมชาติ น้ำมันดีเซล หรือถ่านหิน เป็นต้น บล็อคไดอะแกรมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อนเป็นดังนี้



รูป 3.1 บล็อคไดอะแกรมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อน

ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด [9,20-25] หมายถึง การพิจารณากำลังผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องที่ต่อร่วมอยู่ภายในระบบไฟฟ้ากำลัง ว่าควรจะทำการผลิตกำลังไฟฟ้าเท่าไรเพื่อให้ได้ค่าใช้จ่ายในการผลิตของทั้งระบบมีค่าต่ำที่สุด (economic dispatch) หรือ ค่ากำลังไฟฟ้าสูญเสียภายในระบบส่งมีค่าต่ำที่สุด (minimum loss) ณ ระดับค่าโหลดหนึ่งๆ สำหรับการศึกษาปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยพิจารณาจากต้นทุนค่าใช้จ่าย สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ

1) การจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยไม่รวมผลของกำลังสูญเสียภายในระบบส่ง
2) การจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยรวมผลของกำลังสูญเสียภายในระบบส่ง

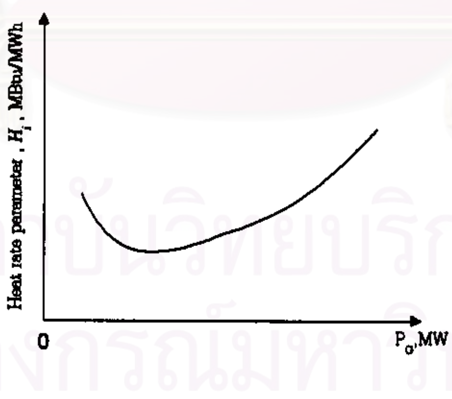
ซึ่งพบว่าการศึกษาในกรณีที่หนึ่งนั้น จะไม่นำผลของการไหลของกำลังไฟฟ้ามาพิจารณาร่วมด้วย ในขณะที่การศึกษาในกรณีที่สองจะนำผลของการไหลของกำลังไฟฟ้ามาพิจารณาร่วมด้วย ซึ่งทำได้โดยการแก้สมการความคลาดเคลื่อนของกำลังไฟฟ้า (power mismatch equation) ทั้งนี้ในบางกรณีอาจรวมเงื่อนไขบังคับการทำงานของอุปกรณ์ภายในระบบไฟฟ้า เช่น ระดับแรงดันสูงสุดและต่ำสุดที่แต่ละบัส (voltage limit) พิกัดของสายส่งกำลังไฟฟ้า (line flow limit) เป็นต้น ร่วมในการพิจารณาด้วย และมีชื่อเรียก การพิจารณาปัญหาในลักษณะใหม่นี้ว่า การไหลของกำลังไฟฟ้าอย่างเหมาะสม (optimum power flow : OPF) ซึ่งสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้หลายวิธี ดังจะได้กล่าวรายละเอียดในบทถัดไป

สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะพิจารณาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อนเพียงอย่างเดียวเท่านั้น และ ก่อนที่จะได้ศึกษาถึงรายละเอียดการจ่ายโหลดอย่างประหยัดในลำดับถัดไป จะทำการพิจารณาถึงคุณลักษณะสมบัติของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อนดังมีรายละเอียดในหัวข้อ 3.2

3.2 คุณลักษณะสมบัติของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแบบพลังความร้อน (thermal unit)

เมื่อกล่าวถึงเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อน [9,22] สิ่งที่ต้องสนใจทำการศึกษา คืออินพุท (input) และเอาท์พุท (output) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และความสัมพันธ์ระหว่างอินพุทกับเอาท์พุทของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า สำหรับอินพุทของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าอาจพิจารณาได้จาก ปริมาณพลังงานความร้อนที่ต้องใช้ไปในกระบวนการผลิต (input fuel energy) มีหน่วยเป็น MBtu หรือ อัตราการใช้พลังงานความร้อนต่อชั่วโมง (fuel input energy rate) มีหน่วยเป็น MBtu/h หรือ ค่าใช้จ่ายเนื่องจากเชื้อเพลิงที่ต้องสูญเสียไป (fuel cost) ในระหว่างการผลิต มีหน่วยเป็น บาท/h และเอาท์พุทของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ก็คือ กำลังไฟฟ้า (electrical power) มีหน่วยเป็น MW

พารามิเตอร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อนนอกเหนือจากที่กล่าวมาแล้ว ก็คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความร้อนเป็นพลังงานไฟฟ้า (heat rate) มีหน่วยเป็น MBtu/MWh แสดงได้ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความร้อนเป็นพลังงานไฟฟ้า กับ กำลังผลิต

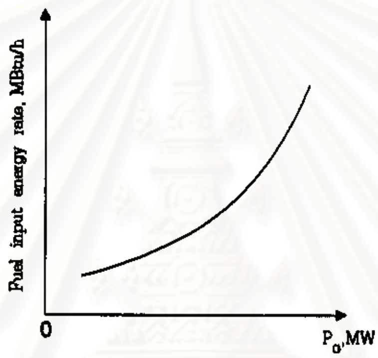
และ สามารถเขียนความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกับกำลังผลิตได้ดังสมการที่ (3.1)

$$H_i = \frac{a}{P_{Gi}} + b + cP_{Gi} \qquad (3.1)$$

เมื่อ H_i คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความร้อนเป็นพลังงานไฟฟ้า มีหน่วยเป็น MBtu/MWh โดยทั่วไปมีค่าอยู่ระหว่าง 8-13 สำหรับการผลิตกำลังไฟฟ้าช่วงประมาณ 50-1200 MW

a,b,c คือ ค่าคงที่

จากค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความร้อนเป็นพลังงานไฟฟ้าสามารถทำการแปลงต่อไปให้อยู่ในรูปของอัตราการใช้พลังงานความร้อนต่อชั่วโมงได้ โดยนำค่ากำลังผลิตไฟฟ้าคูณเข้ากับสมการ (3.1) ดังสมการที่ (3.2) จะได้ความสัมพันธ์ตามรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง fuel input energy rate กับ กำลังผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

จากรูปที่ 3.3 เขียนเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง fuel input energy rate กับกำลังผลิตไฟฟ้าได้ดังนี้

$$F_i = H_i * P_{Gi} = a + bP_{Gi} + cP_{Gi}^2 \qquad (3.2)$$

เมื่อ F_i คือ อัตราการใช้พลังงานความร้อนต่อชั่วโมง มีหน่วยเป็น MBtu/h

P_{Gi} คือ กำลังผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i มีหน่วยเป็น MW

จากสมการที่ 3.2 พบว่า fuel input energy rate ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของกำลังผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องนั้นๆ และฟังก์ชันที่ได้โดยปกติจะไม่ต่อเนื่อง (nonlinear function) อันเนื่องมาจากผลของการเปิด ปิดวาล์วส่งจ่ายไอน้ำให้กับกังหันของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

การคำนวณค่าใช้จ่ายที่ต้องใช้ไปในการผลิตเนื่องจากค่าเชื้อเพลิงที่ต้องสูญเสียไป สามารถคำนวณได้จาก

$$C_i = k_f * F_i = k_f(a + bP_{Gi} + cP_{Gi}^2) \qquad (3.3)$$

เมื่อ k_f คือ ราคาค่าเชื้อเพลิง มีหน่วยเป็น บาท/MBtu

C_i คือ ค่าใช้จ่ายในการผลิตกำลังไฟฟ้าส่งออก เท่ากับ P_{Gi} ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i มีหน่วยเป็น บาท/h

หรือ อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$C_i = \alpha + \beta P_{Gi} + \gamma P_{Gi}^2 \qquad (3.4)$$

เมื่อ α, β, γ คือ ค่าคงที่มีค่าเท่ากับ $a*k_f$, $b*k_f$, $c*k_f$ ตามลำดับ

ถึงแม้ว่าค่า C_i จะเป็นค่าที่มีความสำคัญและแสดงถึงค่าใช้จ่ายในการผลิตกำลังไฟฟ้า P_{Gi} ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i ก็ตามแต่สำหรับปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดแล้ว มีสิ่งที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งก็คือการพิจารณาเปรียบเทียบระหว่างค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้น (incremental cost) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องเนื่องจากการเพิ่มกำลังผลิตไฟฟ้าในหน่วยถัดไป ค่าดังกล่าวคำนวณได้จากการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i เทียบกับกำลังผลิตไฟฟ้า P_{Gi} แสดงได้ดังสมการ (3.5)

$$IC_i = \frac{dC_i}{dP_{Gi}} = \beta + 2\gamma P_{Gi} \qquad (3.5)$$

เมื่อ IC_i คือ ค่า incremental cost ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i มีหน่วยเป็น บาท/MWh

สิ่งที่สังเกตพบก็คือ ค่า IC_i โดยทั่วไปแล้วจะเป็นฟังก์ชันซึ่งมีลักษณะเชิงเส้นและขึ้นกับกำลังผลิตไฟฟ้า P_{Gi} โดยทั่วไป การคำนวณปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด ค่า P_{Gi} ที่ แสดงถึงกำลังผลิตไฟฟ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้า แต่ละเครื่องมักจะกำหนดให้มีหน่วยเป็น per unit (pu) ดังนั้นจึงสามารถทำการแปลงรูปสมการ (3.5) ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันกำลังผลิตไฟฟ้า มีหน่วยเป็น pu ได้ดังนี้

$$C_i = \alpha + \beta P_R * \left(\frac{P_{Gi}}{P_R}\right) + \gamma P_R^2 * \left(\frac{P_{Gi}}{P_R}\right)^2 \qquad (3.6)$$

เมื่อ P_R คือ กำลังไฟฟ้าเปรียบเทียบ (reference power) โดยปกตินิยมใช้ค่า P_R เท่ากับ 100 MW

จากสมการ (3.6) สามารถเขียนได้เป็น (3.7) และ (3.8) ดังนี้

$$C_i = \alpha + \beta P_R (puP_{Gi}) + \gamma P_R^2 (puP_{Gi}^2) \tag{3.7}$$

หรือ $$C_i = \alpha + 100\beta(puP_{Gi}) + 10000\gamma(puP_{Gi}^2) \tag{3.8}$$

หรือ อาจเขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายดังสมการที่ (3.9)

คือ $$C_i = \alpha + 100\beta(P_{Gi}) + 10000\gamma(P_{Gi}^2) \tag{3.9}$$

เมื่อ P_{Gi} ในที่นี้มีหน่วยเป็น pu

จากสมการ (3.5) สามารถเขียนค่า incremental cost ในรูปฟังก์ชันของกำลังผลิตในหน่วย pu ได้ดังนี้

$$IC_i = P_R\beta + 2P_R^2\gamma P_{Gi} \tag{3.10}$$

3.3 ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยไม่รวมผลของกำลังสูญเสีย (Optimal economic dispatch : The lossless case)

3.3.1 รูปแบบปัญหา

การจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยไม่รวมผลของกำลังสูญเสีย จะประกอบด้วยฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ต้องการหาผลเฉลยคำตอบเพื่อให้ได้ค่าของฟังก์ชันมีค่าต่ำสุด และนอกจากนี้ยังต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับสมการ (equality constraints) และเงื่อนไขบังคับอสมการ (inequality constraints) ดังต่อไปนี้

ฟังก์ชันเป้าหมาย : $$Min \quad C_T = \sum_{i=1}^{N} C_i(P_{Gi}) \tag{3.11}$$

เงื่อนไขบังคับสมการ : $$\phi = \sum_{i=1}^{N} P_{Gi} - P_D = 0 \tag{3.12}$$

เงื่อนไขบังคับอสมการ : $$P_{Gi,\min} \le P_{Gi} \le P_{Gi,\max} \tag{3.13}$$

เมื่อ C_T คือ ฟังก์ชันต้นทุนค่าใช้จ่ายในการผลิตกำลังไฟฟ้าทั้งหมดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกเครื่อง มีหน่วยเป็น บาท/h

$C_i(P_{Gi})$ คือ ฟังก์ชันต้นทุนค่าใช้จ่ายในการผลิตกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i มีหน่วยเป็น บาท/h

P_{Gi} คือ กำลังไฟฟ้าที่ผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i มีหน่วยเป็น MW

P_D คือ โหลดในระบบไฟฟ้ากำลังทั้งหมด มีหน่วยเป็น MW

N คือ จำนวนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อน

$P_{Gi,min}$, $P_{Gi,max}$ คือ กำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้ต่ำสุดและสูงสุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i มีหน่วยเป็น MW

3.3.2 วิธีการแก้ปัญหา

ทำได้โดยการแปลงรูปปัญหาดังกล่าวให้อยู่ในรูปฟังก์ชันลากรังซ์จ (Lagrangian function) ดังสมการที่ (3.14)

$$L = C_T + \lambda\phi \tag{3.14}$$

เมื่อ L คือ ฟังก์ชันลากรังซ์จ

λ คือ ตัวคูณ (multiplier) ของเงื่อนไขบังคับสมการ

ϕ คือ เงื่อนไขบังคับสมการ (3.12)

จากนั้นทำการหาอนุพันธ์ย่อย (partial derivative) เทียบกับตัวแปรต่างๆ ซึ่งในที่ได้แก่ P_{Gi} และ λ ดังแสดงในสมการที่ (3.15) และ (3.16)

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = 0 \quad for \quad i \quad to \quad N \tag{3.15}$$

และ

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 = \phi \tag{3.16}$$

จากสมการ (3.15) สามารถเขียนใหม่ได้เป็นสมการที่ (3.17) ทั้งนี้เพราะค่าใช้จ่ายในการผลิตกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าใดๆ จะขึ้นกับกำลังผลิตไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องนั้นเท่านั้น

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = \frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} - \lambda = 0 \quad for \quad i \quad to \quad N \tag{3.17}$$

และ เมื่อพิจารณาต่อไปจะพบว่า คำตอบของปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อค่า incremental cost ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องมีค่าเท่ากันและมีค่าเท่ากับ λ ดังแสดงในสมการที่ (3.18) และเราเรียกหลักการอันนี้ว่า **หลักการเท่ากันของแลมดา** (equal lambda criteria)

$$IC_i = \frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} = \lambda \qquad for \quad i \quad to \quad N \tag{3.18}$$

เมื่อ IC_i คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงค่าใช้จ่ายในการผลิตต่อหน่วยการผลิตกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ i มีหน่วยเป็น มีหน่วยเป็น บาท/MW

สังเกตการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลากรังช์จเทียบกับตัวแปร λ ในสมการ (3.16) ก็คือ การทวนซ้ำของเงื่อนไขบังคับสมการ (3.12) นั่นเอง และจากสมการที่ (3.15) - (3.16) จะพบว่ามีทั้งหมดเท่ากับ N+1 สมการ นอกจากนี้เมื่อนำเงื่อนไขบังคับอสมการมาพิจารณาร่วมด้วย จะทำให้เงื่อนไขบังคับคำตอบใน (3.18) เปลี่ยนแปลงไป ดังสมการที่ (3.19)

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} &= \lambda \qquad for \quad P_{Gi,\min} \le P_{Gi} \le P_{Gi,\max} \\
\frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} &\ge \lambda \qquad for \quad P_{Gi} = P_{Gi,\min} \\
\frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} &\le \lambda \qquad for \quad P_{Gi} = P_{Gi,\max}
\end{aligned}\right\} \tag{3.19}$$

3.3.3 ขั้นตอนการหาผลเฉลย

มีขั้นตอนในการหาผลเฉลยของปัญหา ดังต่อไปนี้

1) จากสมการที่ (3.15) และ (3.16) สามารถหาผลเฉลยได้โดยการจัดรูปสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้น ดังนี้

$$[\mathbf{A}][\mathbf{X}] = [\mathbf{B}] \tag{3.20}$$

เมื่อ **[A]** มีมิติเท่ากับ (N + 1)x(N + 1)

[B] มีมิติเท่ากับ (N + 1) x 1

และ **[X]** มีมิติเท่ากับ (N + 1) x 1

จากนั้นหาผลเฉลยโดยการแก้สมการ ดังนี้

$$[X]=[A]^{-1}[B] \tag{3.21}$$

ก็จะได้ผลเฉลยของระบบสมการดังกล่าว

2) จากผลลัพธ์ที่ได้ใน (3.21) หากค่า P_{Gi} ที่ได้ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องใดมากกว่าหรือเท่ากับค่ากำลังผลิตสูงสุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องนั้น หรือ ค่า P_{Gi} ที่ได้ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องใดน้อยกว่าหรือเท่ากับค่ากำลังผลิตต่ำสุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องนั้น ให้กำหนดค่า P_{Gi} ที่ได้เท่ากับพิกัดสูงสุดหรือต่ำสุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องนั้น จากนั้นแทนค่า P_{Gi} ดังกล่าวลงในสมการที่ (3.15) และ (3.16) อีกครั้งหนึ่ง หาคำตอบโดยการแก้สมการตามอย่างสมการ (3.20) และ (3.21) ตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่า สอดคล้องกับสมการ (3.19) หรือไม่

ถ้า IC_i ใดไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข (3.19) ที่ค่าพิกัดก็ให้ยกเลิกการแทนค่า P_{Gi} ที่ค่าพิกัดดังกล่าว จากนั้น P_{Gi} ที่เหลือและยังคงไม่ถึงค่าพิกัดหรือเกินกว่าค่าขีดจำกัด หากยังสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ (3.19) ก็ให้คงค่าพิกัดดังกล่าวและแทนลงไปในสมการดังเดิม จากนั้นหาคำตอบโดยการแก้สมการอย่างสมการ (3.20) และ (3.21) ทำดังนี้เรื่อยไปจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้อง

3.4 ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยรวมผลของกำลังสูญเสีย (Optimal economic dispatch : Effect of line losses)

โดยทั่วไป เครื่องกำเนิดไฟฟ้าและโหลดมักกระจายอยู่ทั่วไปเป็นอาณาบริเวณกว้าง และเชื่อมต่อถึงกันโดยระบบส่ง ดังนั้นการส่งกำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้จากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าไปยังโหลดจึงมีกำลังไฟฟ้าบางส่วนที่ต้องสูญเสียไปในระหว่างการส่งกำลังไฟฟ้า ในทางทฤษฎีกำลังสูญเสียควรจะมีค่าน้อยที่สุด ดังนั้นการส่งกำลังไฟฟ้าจึงสามารถทำได้โดยให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ใกล้กันกับโหลดมากที่สุดทำการจ่ายโหลดนั้นก่อน ถ้าไม่เพียงพอจึงให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องอื่นในบริเวณใกล้เคียงทำการจ่ายเพิ่มเติม การกระทำในลักษณะดังกล่าวมีผลให้ค่ากำลังสูญเสียในการส่งมีค่าต่ำก็จริง แต่อาจมีความไม่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์ ทั้งนี้เพราะเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่อยู่ใกล้กับโหลดอาจมีต้นทุนการผลิตต่อหน่วยที่สูงกว่าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องอื่นที่อยู่ห่างไกล แต่มีต้นทุนการผลิตต่อหน่วยที่ต่ำกว่า ดังนั้นจึงมีความคุ้มค่าที่จะส่งกำลังไฟฟ้าจากที่ระยะไกลกว่ามาเพื่อจ่ายโหลด แม้ว่าจะต้องมีกำลังสูญเสียเพิ่มขึ้นในระหว่างการส่งกำลังไฟฟ้าก็ตาม และจากที่เคยกล่าวแล้วในบทนำว่า การพิจารณาปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดอาจพิจารณาจาก ค่ากำลังสูญเสียน้อยที่สุด หรือ ค่าใช้จ่ายในการผลิตโดยรวมต่ำที่สุด หรือ พิจารณาทั้งสองกรณีร่วมกันก็ได้ สำหรับในวิทยานิพนธ์

ฉบับนี้จะพิจารณาแต่เพียงเฉพาะ การจ่ายโหลดอย่างประหยัดที่ค่าใช้จ่ายในการผลิตโดยรวมมีค่าต่ำที่สุดเท่านั้น

3.4.1 รูปแบบปัญหา

ผลของกำลังสูญเสียในระหว่างการส่งกำลังไฟฟ้าทำให้เงื่อนไขบังคับสมการ (3.12) เปลี่ยนไป ดังแสดงในสมการที่ (3.22)

เงื่อนไขบังคับสมการ : $$\phi = \sum_{i=1}^{N} P_{Gi} - P_L - P_D = 0 \tag{3.22}$$

หรือ $$P_L = \sum_{i=1}^{N} P_{Gi} - P_D = \sum_{i=1}^{N} P_i \tag{3.23}$$

เมื่อ P_L คือ กำลังไฟฟ้าสูญเสียในระบบส่ง มีหน่วยเป็น MW

จากสมการที่ (3.23) จะพบว่า P_L ก็คือ ผลรวมของค่ากำลังไฟฟ้าป้อนเข้าที่แต่ละบัส (injection power) ทั้งนี้อาจพิสูจน์ได้จากสมการการอนุรักษ์กำลังไฟฟ้าหรือสมการคลาดเคลื่อนของกำลังไฟฟ้า (power conservation equation or power mismatch equation) ดังนี้

ที่บัส i ใดๆ : $$P_{Gi} - P_{di} - P_i = 0 \tag{3.24}$$

หรือ $$\sum_{i=1}^{N} P_{Gi} - \sum_{i=1}^{N} P_{di} - \sum_{i=1}^{N} P_i = 0 \tag{3.25}$$

$$\sum_{i=1}^{N} P_i = \sum_{i=1}^{N} P_{Gi} - \sum_{i=1}^{N} P_{di} = \sum_{i=1}^{N} P_{Gi} - P_D = P_L \tag{3.26}$$

เมื่อ P_{di} คือ ค่าความต้องการกำลังไฟฟ้าที่แต่ละบัส มีหน่วยเป็น MW

P_i คือ ค่ากำลังไฟฟ้าจริงที่แต่ละบัส มีหน่วยเป็น MW

เนื่องจาก P_i เป็นฟังก์ชันของขนาดและมุมของแรงดันที่บัสใดๆ (ซึ่งจะได้พิสูจน์โดยละเอียดในลำดับถัดไป) ดังนั้นสิ่งที่สังเกตและพบต่อไปก็คือ ค่า P_L และ ค่า P_{Gi} โดยแท้แล้วก็เป็นฟังก์ชันแฝง (implicit function) ของขนาดและมุมของแรงดันที่บัสใดๆ เช่นกัน

สำหรับสมการคณิตศาสตร์ ที่ใช้อธิบายปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดกรณีรวมผลของกำลังไฟฟ้าสูญเสีย ซึ่งประกอบด้วย ฟังก์ชันเป้าหมาย เงื่อนไขบังคับสมการ และเงื่อนไขบังคับอสมการ แสดงได้ดังนี้

ฟังก์ชันเป้าหมาย : $$Min \quad C_T = \sum_{i=1}^{N} C_i(P_{Gi}) \tag{3.27}$$

เงื่อนไขบังคับสมการ : $$\phi = \sum_{i=1}^{N} P_{Gi} - P_L(P_{G1}, P_{G2}, P_{G3}, \ldots, P_{GN}) - P_D = 0 \tag{3.28}$$

เงื่อนไขบังคับอสมการ : $$P_{Gi,\min} \le P_{Gi} \le P_{Gi,\max} \tag{3.29}$$

3.4.2 วิธีการแก้ปัญหา

ทำได้โดยการแปลงรูปปัญหาดังกล่าวให้อยู่ในรูปฟังก์ชันลากรังซ์จ (Lagrangian function) ดังสมการที่ (3.14) จากนั้นทำการหาอนุพันธ์ย่อย (partial derivative) เทียบกับตัวแปรต่างๆ ซึ่งในที่ได้แก่ P_{Gi} และ λ ดังแสดงในสมการที่ (3.30) และ (3.31)

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = \frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} - \lambda + \lambda\left(\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}\right) = 0 \qquad for \quad i \quad to \quad N \tag{3.30}$$

และ $$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 = \phi \tag{3.31}$$

จากสมการ (3.30) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = \frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} = IC_i = \lambda\left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}\right) \qquad for \quad i \quad to \quad N \tag{3.32}$$

หรือ $$\lambda = \frac{dC_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} * pf_i = IC_i * pf_i \tag{3.33}$$

เมื่อ $$pf_i = \frac{1}{1 - ITL_i} \tag{3.34}$$

และ $$ITL_i = \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} \tag{3.35}$$

เมื่อ pf_i คือ ค่าถ่วงน้ำหนัก (penalty factor) ของค่า incremental cost ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i เนื่องจากผลของกำลังสูญเสียภายในระบบส่ง

ITL_i คือ ค่า incremental transmission loss ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i

การอธิบายความหมายของผลเฉลยของระบบสมการ (3.30) และ (3.31) โดยอาศัยสมการ (3.33) ประกอบร่วม ก็คือ

สำหรับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i พบว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงค่าใช้จ่ายต่อหน่วยในการผลิตคูณกับค่าถ่วงน้ำหนักเนื่องจากผลของกำลังสูญเสียภายในระบบส่งของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i จะเท่ากันทุกเครื่องและจะเท่ากับค่า λ ซึ่งเป็นไปตาม**หลักการเท่ากันของแลมดา**

นอกจากนี้คำตอบที่ได้จะเป็นผลเฉลยของปัญหาอย่างแท้จริงก็ต่อเมื่อพิจารณาร่วมกับเงื่อนไขบังคับอสมการ (3.29) ทำให้สมการ (3.33) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\left.\begin{array}{lll} IC_i * pf_i = \lambda & for & P_{Gi,\min} \le P_{Gi} \le P_{Gi,\max} \\ IC_i * pf_i \ge \lambda & for & P_{Gi} = P_{Gi,\min} \\ IC_i * pf_i \le \lambda & for & P_{Gi} = P_{Gi,\max} \end{array}\right\} \qquad (3.36)$$

3.4.3 การคำนวณค่า incremental transmission loss

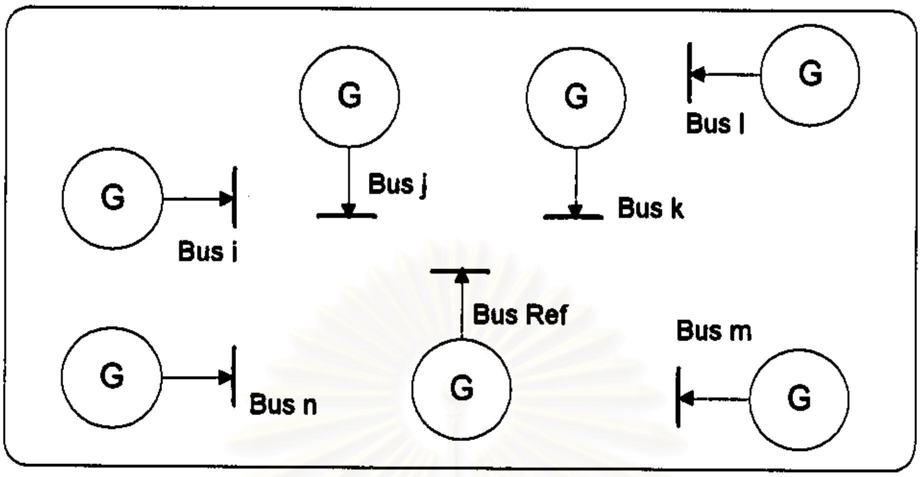
การคำนวณค่า incremental transmission loss ตามสมการ (3.35) มีความจำเป็นและสำคัญต่อการแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยรวมผลของกำลังสูญเสีย ซึ่งวิธีการหาค่า Incremental transmission loss สามารถแบ่งได้เป็นหลักกว้างๆ 2 วิธี คือ

3.4.3.1) วิธีการหาโดยตรงจากการสร้างฟังก์ชันกำลังสูญเสีย (loss function)

สำหรับวิธีการนี้การสร้างฟังก์ชันกำลังสูญเสียสามารถสร้างได้ โดยให้อยู่ในรูปสมการโพลิโนเมียลกำลังสอง และมีตัวแปรของสมการคือ ค่ากำลังผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง และ สัมประสิทธิ์อยู่ในรูป B-coefficient matrix ดังแสดงในสมการ (3.37) สำหรับวิธีการคำนวณค่า B-coefficient matrix สามารถหาได้หลายวิธีเช่นกัน [21] แต่ในที่นี้จะละไว้และมิได้กล่าวถึง เพราะมิได้เป็นวิธีที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

$$P_L = \mathbf{P}_G^T[B]\mathbf{P}_G + B_0^T\mathbf{P}_G + B_{00} \qquad (3.37)$$

3.4.3.2) วิธีการหาโดยอ้อม [9] มีวิธีในการหาดังนี้



รูปที่ 3.4 ระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งประกอบด้วยบัสผลิตต่างๆ

กำหนดให้รูปที่ 3.4 แทนระบบไฟฟ้ากำลังทั่วๆไป ซึ่งประกอบด้วยบัสอ้างอิง (reference bus) และบัสผลิต (generation bus) จำนวนมากดังแสดงในรูป เมื่อค่ากำลังผลิตของบัสที่ i มีการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ ΔP_{Gi} ดังสมการ (3.38)

$$P_{Gi}^{NEW} = P_{Gi}^{OLD} + \Delta P_{Gi} \tag{3.38}$$

สมมติ โหลดภายในระบบไฟฟ้ากำลังมีค่าคงที่ และค่ากำลังผลิตที่บัสอื่นๆไม่เปลี่ยนแปลง ดังนั้นการชดเชย (compensate) การเปลี่ยนแปลงเนื่องจาก ΔP_{Gi} ที่เกิดขึ้นจะมีผลกระทบต่อ ค่ากำลังผลิตที่บัสอ้างอิงเท่านั้นดังสมการ (3.39)

$$P_{G,REF}^{NEW} = P_{G,REF}^{OLD} + \Delta P_{G,REF} \tag{3.39}$$

สิ่งหนึ่งที่สังเกตพบก็คือ เมื่อลักษณะการผลิตภายในระบบเปลี่ยนไป จะทำให้ค่ากำลังสูญเสียภายในระบบเปลี่ยนแปลงไปด้วย ดังนั้นความเปลี่ยนแปลงของ $\Delta P_{G,REF}$ จึงต้องชดเชยการเปลี่ยนแปลงของกำลังสูญเสียภายในระบบไฟฟ้ากำลังด้วย และทิศทางของการเปลี่ยนแปลง $\Delta P_{G,REF}$ จะตรงข้ามกับการเปลี่ยนแปลงของ ΔP_{Gi} ดังสมการที่ (3.40)

$$\Delta P_{G,REF} = -\Delta P_{Gi} + \Delta P_{loss} \tag{3.40}$$

จากสมการ (3.40) ถ้านำ $-\Delta P_{Gi}$ หารตลอดทั้งสมการจะได้ผลดังสมการ (3.41)

$$-\frac{\Delta P_{G,REF}}{\Delta P_{Gi}} = \frac{\Delta P_{Gi}}{\Delta P_{Gi}} - \frac{\Delta P_{loss}}{\Delta P_{Gi}} \tag{3.41}$$

จากสมการ (3.41) จัดรูปใหม่ได้ ดังสมการ (3.42)

$$-\frac{\Delta P_{G,REF}}{\Delta P_{Gi}} = 1 - \frac{\Delta P_{loss}}{\Delta P_{Gi}} \tag{3.42}$$

หรือ อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$\beta_{Pi} = -\frac{\Delta P_{G,REF}}{\Delta P_{Gi}} = 1 - \frac{\Delta P_{loss}}{\Delta P_{Gi}} \tag{3.43}$$

$$\beta_{Pi} = -\frac{\partial P_{G,REF}}{\partial P_{Gi}} = 1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{Gi}} \tag{3.44}$$

$$\beta_{Pi} = 1 - ITL_i \tag{3.45}$$

จากสมการ (3.43)-(3.44) สามารถจัดรูปใหม่ได้แก้โดยการอ้างอิงสมการความคลาดเคลื่อนของกำลังไฟฟ้า (power mismatch equation) ตามสมการ (3.24) ดังนี้

$$P_{Gi} - P_{di} - P_i = 0 \tag{3.24}$$

กำหนดให้ P_{di} ที่แต่ละบัสมีค่าคงที่ ดังนั้นการเปลี่ยนแปลง P_{Gi} ที่แต่ละบัส ก็คือ การเปลี่ยนแปลงค่า P_i นั่นเอง

$$\Delta P_{Gi} - \Delta P_{di} - \Delta P_i = 0 \tag{3.46}$$

แต่ $\Delta P_{di} = 0$

ดังนั้น $\Delta P_{Gi} = \Delta P_i$ (3.47)

ดังนั้น สมการ (3.43) จึงสามารถเปลี่ยนใหม่ได้เป็น

$$\beta_{Pi} = -\frac{\Delta P_{G,REF}}{\Delta P_{Gi}} = -\frac{\Delta P_{G,REF}}{\Delta P_i} = 1 - \frac{\Delta P_{loss}}{\Delta P_i} \tag{3.48}$$

หรือ
$$\beta_{Pi} = -\frac{\partial P_{REF}}{\partial P_i} = 1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_i} \tag{3.49}$$

จากสมการ (3.44) และ (3.49) ทำให้อธิบายความหมายของค่า β_{Pi} ได้ดังนี้ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังผลิตไฟฟ้าจริงที่บัสอ้างอิงเทียบกับการเปลี่ยนแปลงกำลังผลิตไฟฟ้าจริงที่บัส i หรือ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังไฟฟ้าจริงที่บัสอ้างอิงเทียบกับการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าจริงที่บัส i จะสังเกตว่าการหาค่า ITL_i ไม่จำเป็นจะต้องสร้างฟังก์ชันกำลังสูญเสีย นอกจากนี้โดยการอาศัยสมการ (3.49) ทำให้สามารถหาค่า ITL_i ได้จากการทำ AC Load flow โดยตรงได้อีกวิธีหนึ่ง ซึ่งจะได้อธิบายในลำดับถัดไป

ก่อนอื่น จะได้พิจารณาค่า P_i และ Q_i ที่บัสใดๆ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของขนาดและมุมของแรงดันที่บัสใดๆ ได้ดังนี้

$$P_i + jQ_i = E_i I_i^* \tag{3.50}$$

แต่
$$I_i = \sum_{k=1}^{N} Y_{ik} E_k \tag{3.51}$$

ดังนั้น
$$P_i + jQ_i = E_i [\sum_{k=1}^{N} Y_{ik} E_k]^* \tag{3.52}$$

$$P_i + jQ_i = |E_i|^2 Y_{ik}^* + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N} Y_{ik}^* E_i E_k^* \tag{3.53}$$

เมื่อ
$$Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik} \tag{3.54}$$

จากสมการ (3.54) แทนในสมการ (3.52) จัดรูปสมการใหม่ได้

$$P_i + jQ_i = \sum_{k=1}^{N} |E_i||E_k|(G_{ik} - jB_{ik})\exp(j\theta_i - j\theta_k) \tag{3.55}$$

$$P_i + jQ_i = \sum_{k=1}^{N} \begin{Bmatrix} |E_i||E_k|[G_{ik}\cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik}\sin(\theta_i - \theta_k)] + \\ j|E_i||E_k|[G_{ik}\sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik}\cos(\theta_i - \theta_k)] \end{Bmatrix} \tag{3.56}$$

หรือ
$$P_i = \sum_{k=1}^{N} \{|E_i||E_k|[G_{ik}\cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik}\sin(\theta_i - \theta_k)]\} \tag{3.57}$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^{N} \{|E_i||E_k|[G_{ik}\sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik}\cos(\theta_i - \theta_k)]\} \tag{3.58}$$

เมื่อ P_i คือ กำลังไฟฟ้าจริงที่บัสที่ i มีหน่วยเป็น MW

Q_i คือ กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่บัสที่ i มีหน่วยเป็น MVAR

θ_i, θ_k คือ มุมของแรงดันที่บัสที่ i มีหน่วยเป็น องศา

$|E_i|, |E_k|$ คือ ขนาดของแรงดันที่บัสที่ i มีหน่วยเป็น Volt

$G_{ik}+jB_{ik}$ คือ เทอมที่ Y_{ik} ของ Y-Bus เมตริกซ์ มีหน่วยเป็น Mhos

จากสมการ (3.57) และ (3.58) เมื่อทำการหาอนุพันธ์ย่อย เทียบกับขนาดและมุมของแรงดันที่บัสที่ i ใดๆ จะได้ดังสมการ (3.59) ถึง (3.66)

เมื่อ i ≠ k

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} = |E_i||E_k|[G_{ik}\sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik}\cos(\theta_i - \theta_k)] \tag{3.59}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |E_k|} = |E_i|[G_{ik}\cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik}\sin(\theta_i - \theta_k)] \tag{3.60}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} = -|E_i||E_k|[G_{ik}\cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik}\sin(\theta_i - \theta_k)] \tag{3.61}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |E_k|} = |E_i|[G_{ik}\sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik}\cos(\theta_i - \theta_k)] \tag{3.62}$$

เมื่อ i = k

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -Q_i - B_{ii}|E_i|^2 \tag{3.63}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |E_i|} = \frac{P_i}{|E_i|} + G_{ii}|E_i| \tag{3.64}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = P_i - G_{ii}|E_i|^2 \tag{3.65}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |E_i|} = \frac{Q_i}{|E_i|} - B_{ii}|E_i| \tag{3.66}$$

ซึ่งสามารถเขียนใน รูปสมการเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = [\mathbf{J}] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |\mathbf{E}| \end{bmatrix} \tag{3.67}$$

$$[\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial |\mathbf{E}|} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial |\mathbf{E}|} \end{bmatrix} \tag{3.68}$$

เมื่อ เมตริกซ์ [J] มีชื่อเรียกว่า Jacobian matrix ของ P,Q เทียบ $\theta,|E|$

ต่อไปเมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลง ΔP_{REF} เทียบกับ การเปลี่ยนแปลงของ $\Delta\theta$ และ $\Delta|E|$ จะได้ผลดังนี้

$$\Delta P_{REF} = \sum_i \frac{\partial P_{REF}}{\partial \theta_i}\Delta\theta_i + \sum_i \frac{\partial P_{REF}}{\partial |E_i|}\Delta|E_i| \tag{3.69}$$

หรือ $$\Delta P_{REF} = \sum_i \frac{\partial P_{REF}}{\partial \theta_i}\frac{\partial \theta_i}{\partial P_i}\Delta P_i + \sum_i \frac{\partial P_{REF}}{\partial |E_i|}\frac{\partial |E_i|}{\partial P_i}\Delta P_i \tag{3.70}$$

หรือ $$\Delta P_{REF} = \sum_i \frac{\partial P_{REF}}{\partial \theta_i}\frac{\partial \theta_i}{\partial Q_i}\Delta Q_i + \sum_i \frac{\partial P_{REF}}{\partial |E_i|}\frac{\partial |E_i|}{\partial Q_i}\Delta Q_i \tag{3.71}$$

จากสมการ (3.70) และ (3.71) นำมาจัดรูปใหม่ได้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{REF}}{\partial P} \\ \frac{\partial P_{REF}}{\partial Q} \end{bmatrix} = \left[\mathbf{J}^T\right]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{REF}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_{REF}}{\partial |E|} \end{bmatrix} \tag{3.72}$$

นำสมการ (3.72) แทนในสมการ (3.49) ได้

$$\begin{bmatrix} \beta_P \\ \beta_Q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{REF}}{\partial P} \\ \frac{\partial P_{REF}}{\partial Q} \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

หรือ
$$\begin{bmatrix} \beta_P \\ \beta_Q \end{bmatrix} = -\left[\mathbf{J}^T\right]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{REF}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_{REF}}{\partial |E|} \end{bmatrix} \tag{3.74}$$

เมื่อ β_{Qi} พิจารณาได้ในทำนองเดียวกับ β_{Pi} คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังไฟฟ้าจริงที่บัสอ้างอิงเทียบกับการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่บัส i

โดยสรุปกรณีการหาค่า *ITLi* โดยอ้อม อาจหาได้จากวิธีในสมการ (3.43), (3.48) หรือ (3.74) ก็ได้

3.4.4 ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนในการแก้ปัญหาสามารถเขียนเป็นขั้นตอนการดำเนินงานได้ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 : สมมติค่าตัวแปรเริ่มต้น P_{Gi}^0

ขั้นตอนที่ 2 : Run AC load flow

ขั้นตอนที่ 3 : คำนวณค่ากำลังสูญเสียในระบบไฟฟ้า

หาค่า pf_i จากสมการ (3.34) และ สมการ (3.74)

หาค่า IC_i จากสมการ (3.10)

เมื่อ กำลังไฟฟ้าสูญเสียในระบบไฟฟ้า คำนวณได้จากสมการที่ (3.75) ดังนี้

$$P_{loss} = \sum_{k=1}^{line} \left|P_{ij} + P_{ji}\right|_k \tag{3.75}$$

โดยที่ $P_{ij} = |E_i|^2 G_{ii} - |E_i||E_j|[G_{ij}\cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij}\sin(\theta_i - \theta_j)]$ (3.76)

และ *line* คือ จำนวนสายส่งทั้งหมดภายในระบบไฟฟ้า

k คือ สายส่งเส้นที่ k และต่ออยู่ระหว่างบัสที่ i กับบัสที่ j

ขั้นตอนที่ 4 : คำนวณค่า λ_i จากสมการ (3.33)

ขั้นตอนที่ 5 : ตรวจสอบค่า λ_i ว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขสมการ (3.36) หรือไม่ ถ้าสอดคล้องให้ออกจากโปรแกรม มิเช่นนั้นให้ทำขั้นตอนต่อไป

ขั้นตอนที่ 6 : สมมติค่า λ^0 ที่เหมาะสม เช่น ค่าเฉลี่ยของ λ ที่ได้จากขั้นตอนที่ 4

ขั้นตอนที่ 7 : หาค่า P_{Gi} จากสมการที่ (3.32)

ขั้นตอนที่ 8 : Run AC Load flow

ขั้นตอนที่ 9 : คำนวณค่ากำลังสูญเสียเช่นเดียวกับขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 10 : ตรวจสอบเงื่อนไข

$$\left|\sum_{i=1}^{N} P_{Gi}^{NEW} - P_{Loss} - P_D\right| < \varepsilon \quad (3.77)$$

ถ้าไม่เป็นจริงให้กลับไปทำการปรับค่า λ ให้เหมาะสม แล้วกลับไปทำขั้นตอนที่ 7 ใหม่

ถ้าเป็นจริงให้ทำขั้นตอนต่อไป

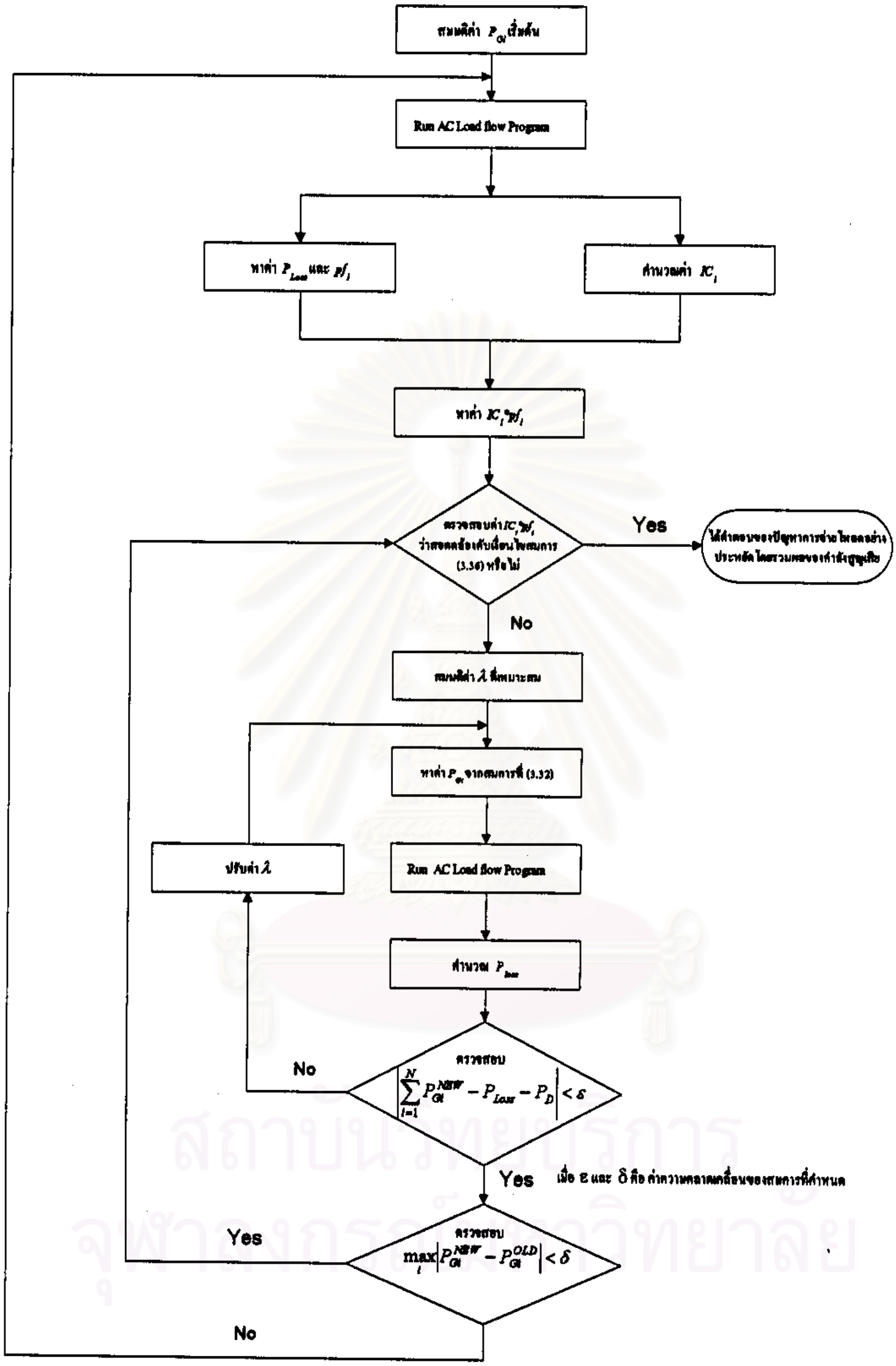
ขั้นตอนที่ 11 : ตรวจสอบเงื่อนไข

$$\max_i \left|P_{Gi}^{NEW} - P_{Gi}^{OLD}\right| < \delta$$

ถ้าไม่เป็นจริงให้กลับไปทำขั้นตอนที่ 2 ใหม่

ถ้าเป็นจริงให้กลับไปตรวจสอบเงื่อนไขในขั้นตอนที่ 5 ต่อไป

จากขั้นตอนดังที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นสามารถนำมาเขียนเป็นผังการทำงาน (flow chart) ได้ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 ขั้นตอนการหาคำตอบปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด
โดยรวมผลของกำลังสูญเสียโดยวิธีเท่ากันของแลมดา