บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาประชากรด้วยวิธีการอนุมานเชิงสถิติจะศึกษาบนพื้นฐานข้อมูลตัวอย่าง โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่างมาสรุปเกี่ยวกับลักษณะที่สำคัญของประชากร ซึ่งอาจทำการประมาณค่าหรือทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ โดยแสดงลักษณะเฉพาะบางประการของประชากร

การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ เป็นวิธีการหนึ่งที่จะตอบปัญหาที่เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากร โดยอาศัยข้อมูลจากการสำรวจตัวอย่าง เพื่ออนุมานพารามิเตอร์ของประชากรที่เราสนใจ ในที่นี้จะพิจารณาการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร โดยทำตรวจสอบว่าค่าเฉลี่ยที่สนใจศึกษาในประชากรนั้นๆ เป็นไปตามที่ผู้วิจัยคาดไว้หรือไม่ โดยทราบรูปแบบการแจกแจงของประชากรที่สุ่มตัวอย่างมา แต่ในทางปฏิบัติส่วนใหญ่แล้วจะไม่ทราบว่าประชากรที่สุ่มตัวอย่างมามีการแจกแจงรูปแบบใด

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยหลายประชากร การทดสอบแบบพื้นฐานที่ใช้กันโดยปกติทั่วไปคือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว โดยใช้ตัวสถิติทดสอบเอฟ (One-Way Analysis of Variance : ANOVA F-Test) ซึ่งมีข้อสมมติว่าประชากรต่างๆ ที่นำมาทดสอบจะต้องเป็นอิสระต่อกัน มีการแจกแจงปกติ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน แต่ในทางปฏิบัติข้อสมมตินี้อาจไม่เป็นจริง กล่าวคือลักษณะของข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์อาจไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นบางประการ เช่น ถ้าการแจกแจงของประชากรที่ต้องการศึกษาเบี่ยงเบนไปจากการแจกแจงปกติ ถ้าผู้วิจัยยังคงใช้ตัวสถิติทดสอบเอฟ ผลสรุปที่ได้อาจขัดแย้งกับความเป็นจริง ทั้งนี้เนื่องจากตัวสถิติทดสอบเอฟจะมีความไว (Sensitive) ต่อลักษณะการแจกแจงของประชากรที่ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น ซึ่งในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรนั้น เรามุ่งที่จะตอบข้อสงสัยเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร โดยคาดหวังว่าลักษณะการแจกแจงของประชากรไม่มีผลต่อการสรุปผลของการทดสอบ สมมติว่าในการวิจัยสรุปผลได้ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ แต่เมื่อเปลี่ยนการแจกแจงของข้อมูลจากการแจกแจงปกติไปเป็นการแจกแจงแบบอื่นแล้ว ผลของการ

ทดสอบกลับยอมรับสมมติฐานหลัก H_0 ซึ่งลักษณะเช่นนี้กล่าวได้ว่า วิธีการทดสอบที่นำมาใช้นั้นมีความไวต่อการแจกแจงของประชากรที่ไม่เป็นตามข้อตกลงเบื้องต้นอันจะมีผลทำให้การสรุปผลผิดพลาดไปจากความเป็นจริง

จากปัญหาที่เกิดขึ้นนี้เอง ได้มีนักสถิติหลายท่านพัฒนาตัวสถิติทดสอบที่มีคุณสมบัติที่ดีและเหมาะสม กล่าวคือเมื่อลักษณะของข้อมูลที่นำมาทดสอบมีข้อตกลงเบื้องต้นผิดไปบ้าง จะมีผลกระทบเพียงเล็กน้อยต่อการแจกแจงตัวอย่างสุ่มของตัวสถิติทดสอบ (Sampling Distribution of the Test Statistic) ลักษณะเช่นนี้เราจะเรียกตัวสถิติทดสอบนั้นว่ามีความแกร่ง (Robust) Box (1953) ได้อธิบายความหมายของตัวสถิติทดสอบที่มีความแกร่งไว้ว่า ในกรณีที่ข้อตกลงเบื้องต้นผิดพลาดไปบ้างนั้น ตัวสถิติทดสอบที่มีความแกร่งจะต้องไม่ทำให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I error) มากขึ้น ดังนั้นคุณสมบัติที่จะชี้เห็นว่าตัวสถิติทดสอบนั้นมีความแกร่งหรือไม่นั้น จะพิจารณาได้จากความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

จากการศึกษาของ Brown และ Forsyth (1974) พบว่าในกรณีข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนแล้ว ผู้วิจัยไม่ควรใช้ตัวสถิติทดสอบเอฟ ทั้งนี้ เพราะว่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จะมีค่าสูง ซึ่งหมายความว่า ผู้วิจัยจะมีความเสี่ยงสูงต่อการปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักถูก ในกรณีนี้ผู้วิจัยอาจจะพิจารณาการทดสอบชั้นที่แกร่งกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ ซึ่งได้มีนักสถิติหลายท่านทำการศึกษาหรือพัฒนาตัวสถิติทดสอบที่มีความแกร่งหลายตัว เช่นตัวสถิติทดสอบครัสคัล-วัลลิส ตัวสถิติทดสอบนอร์มอลสกอร์ และตัวสถิติทดสอบแบบดัดแปลงอย่างต่อเนื่อง ซึ่งการคำนวณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจของการทดสอบของแต่ละตัวสถิติทดสอบเหล่านี้โดยตรงนั้นกระทำได้ยาก ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกหนทางศึกษาด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ศึกษาในรูปของการจำลอง (Simulation) สถานการณ์โดยอาศัยตัวเลขสุ่ม ซึ่งสามารถระบุขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ค่าความแปรปรวน ค่าเฉลี่ยและลักษณะการแจกแจงของประชากรได้ตามที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการเปรียบเทียบตัวตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรขนาด 3 และ 5 กลุ่ม โดยพิจารณาภายใต้ตัวสถิติทดสอบดังนี้

1. ตัวสถิติทดสอบเอฟ (F Test)
2. ตัวสถิติทดสอบครัสคัล-วัลลิส (Kruskal-Wallis Test)
3. ตัวสถิติทดสอบนอร์มอลสกอร์ (Normal Score Test)
4. ตัวสถิติทดสอบแบบดัดแปลงอย่างต่อเนื่อง (Continuously Adaptive Test)

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

การวิจัยครั้งนี้ต้องการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบสมมติฐานความไม่แตกต่างกันของค่าเฉลี่ยหลายประชากร ในกรณีที่ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรเท่ากัน ภายใต้การแจกแจงแลมดาของตูกีร์ ซึ่งการแจกแจงนี้สามารถแปลงให้มีลักษณะการแจกแจงต่างจากการแจกแจงปกติได้ง่ายและหลากหลาย และภายใต้การแจกแจงปกติ นอกจากนี้ผู้วิจัยได้เพิ่มการแจกแจงที่รู้จักกันโดยทั่วไปอีก 2 การแจกแจงเป็นกรณีเฉพาะในการศึกษาครั้งนี้ด้วย คือ การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงลอกนอร์มอล

1.3.1 การแจกแจงแลมดาของตูกีร์ (Tukey's Lambda Distribution)

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแลมดาตูกีร์ ด้วยพารามิเตอร์ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ และ λ_4 ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$\begin{aligned} f(x) &= f[R(p)] \\ &= \lambda_2\left[\lambda_3 p^{\lambda_3-1} + \lambda_4(1-p)^{\lambda_4-1}\right]^{-1}, \quad 0 \le p \le 1 \end{aligned}$$

1.3.2 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นปกติ ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right\}, \quad -\infty < x < \infty;$$
$$-\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

1.3.3 การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแกมมา ด้วยพารามิเตอร์ α และ λ ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x) = \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0; \ \lambda > 0, \alpha > 0$$

1.3.4 การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล (Lognormal Distribution)

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นลอกนอร์มอล ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2}(\ln x-\mu)^2\right\}, \quad x > 0;$$
$$-\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$$

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 ศึกษาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟ ตัวสถิติทดสอบครัสคัล-วัลลิส ตัวสถิติทดสอบนอร์มอลสกอร์ และตัวสถิติทดสอบแบบดัดแปลงอย่างต่อเนื่อง เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเดียวกันทุกกลุ่ม โดยกำหนดการแจกแจงของประชากรต่างๆ ดังนี้

1.4.1.1 การแจกแจงแลมดาของตูกีร์ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เป็น 0, 0.5, 1.0, 1.3 และ 2.0 สัมประสิทธิ์ความโด่งเป็น $1.8+2.4\alpha_3^2$, $3.0+2.4\alpha_3^2$ และ $6.0+2.4\alpha_3^2$ โดยอาศัยการศึกษาของ O'Gorman (1997) ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ความโด่งจะขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ตามที่กำหนด

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.4.1.2 การแจกแจงปกติ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0 และสัมประสิทธิ์ความโด่งเท่ากับ 3 เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์เป็นค่าใดๆ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งจะคงที่ ดังนั้นเพื่อความชัดเจนในตัวเลข ผู้วิจัยเลือกกำหนดพารามิเตอร์ μ และ σ^2 เท่ากับ 100

1.4.1.3 การแจกแจงแกมมา สัมประสิทธิ์ความเบ้เป็น $2/\sqrt{\alpha}$ และสัมประสิทธิ์ความโด่งเป็น $3+6/\alpha$ ดังนั้นจึงกำหนดสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่ง ตามพารามิเตอร์ α และกำหนดพารามิเตอร์ λ เป็น 1.0

1.4.1.4 การแจกแจงลอกนอร์มอล มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เป็น $\alpha_3 = (w+2)(w-1)^{1/2}$ และสัมประสิทธิ์ความโด่งเป็น $\alpha_4 = w^4 + 2w^3 + 3w^2 - 3$ โดยที่ $w = \exp(\sigma^2)$ ซึ่งสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ σ^2 และกำหนดพารามิเตอร์ μ เท่ากับ 1.0

1.4.2 เปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 3 และ 5 กลุ่ม โดยกำหนดให้ขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มเป็น 5, 10, 20, 30, 40 และ 50

1.4.3 กำหนดระดับนัยสำคัญเป็น 0.01, 0.05 และ 0.10

1.4.4 ทำการจำลองการทดลองตามสถานการณ์ต่างๆ โดยอาศัยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) ซึ่งเป็นการศึกษาในรูปของการจำลองสถานการณ์ โดยการทดสอบทำซ้ำ 1,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา

1.5 สมมติฐานของการวิจัย

ในการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบเอฟมีอำนาจการทดสอบสูงสุด และสำหรับประชากรที่ไม่ได้มีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบครัสคัล-วัลลิสมีอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ

1.6 เกณฑ์การตัดสินใจ

การวิจัยจะถือว่า ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I error) และอำนาจของการทดสอบเป็นดัชนีที่ผู้วิจัยใช้เป็นเกณฑ์ในการเลือกตัวตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสมในการนำไปใช้ในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนดในวัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.7 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I error) **คือ** ความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นจริง

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II error) **คือ** ความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นไม่เป็นจริง

อำนาจการทดสอบ (Power of the test) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง (Null Hypothesis) เมื่อสมมติฐานว่างนั้นไม่เป็นจริง ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1-β เมื่อ β คือ ค่าความน่าจะเป็นที่เกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2

1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. จากผลงานวิจัยนี้ จะเป็นแนวทางในการเลือกใช้ตัวตัวสถิติทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรที่เหมาะสมภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ที่ศึกษา

2. เป็นแนวทางในการวิจัยหาตัวตัวสถิติทดสอบต่อไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย