บทที่ 3

การสังเคราะห์เชิงมิติ (Dimension Synthesis)

การสังเคราะห์เชิงมิติ คือการหาสัดส่วน เช่นความยาวของก้านต่อต่างๆ การกำหนดระยะของจุดหมุนที่อยู่กับที่ของกลไก เพื่อให้สามารถเคลื่อนที่ได้ตามต้องการ ในการสังเคราะห์เชิงมิตินี้จะเป็นไปได้ถ้ามีการเลือกชนิดของกลไก เช่นข้อเหวี่ยงแบบเลื่อนไถล (Slider–Crank) กลไก 4 ก้านต่อ (Four-Bar Linkage) ลูกเบี้ยว (Cams) เฟือง (Gear) กลไก 5 ก้านต่อ (Five-Bar Linkage) กลไก 6 ก้านต่อ (Six-Bar Linkage) ต่างๆ เป็นต้น ที่เหมาะสมขึ้นมาแล้วจากวิธีสังเคราะห์เชิงรูปแบบ

การสังเคราะห์ทางคิเนแมติกที่ทำกันตามปกติ คือการหาฟังก์ชันเจนเนอเรชัน (Function Generation) พาธเจนเนอเรชัน (Path Generation) และโมชันเจนเนอเรชัน (Motion Generation) โดยที่

ฟังก์ชันเจนเนอเรชัน (Function Generation) คือการหาความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ หรือแรงของตัวส่งเข้า (Inputs) กับตัวส่งออก (Outputs) ของกลไก

พาธเจนเนอเรชัน (Path Generation) คือการควบคุมให้จุดๆ หนึ่งในกลไกเคลื่อนที่ตามกำหนด เช่นให้จุดๆ หนึ่งบนก้านส่ง (Coupler) ของกลไก 4 ก้านต่อ เคลื่อนที่ตามกำหนด แต่จะไม่ควบคุมตำแหน่งของก้านส่ง ถ้ามีการระบุเวลาให้จุดที่ลากเส้นมายังตำแหน่งที่กำหนดไว้กรณีแบบนี้จะเป็นพาธเจนเนอเรชันด้วยการกำหนดเวลาล่วงหน้า (Path Generation With Prescribed Timing) ซึ่งจะคล้ายกับฟังก์ชันเจนเนอเรชันที่มีการกำหนดฟังก์ชัน (Function) เฉพาะของตัวตาม (Output) เอาไว้

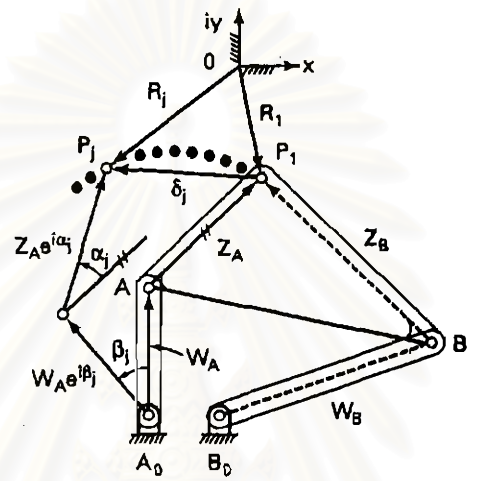
โมชันเจนเนอเรชัน (Motion Generation) คือการควบคุมเส้นๆ หนึ่งในกลไกให้เคลื่อนที่ไปอยู่ในตำแหน่งต่างๆ ที่กำหนดไว้ตามลำดับติดต่อกัน ในที่นี้จะเน้นความสำคัญของการกำหนดตำแหน่งของก้านต่อที่มีเส้นนั้นอยู่ด้วย กรณีนี้คือปัญหาโดยทั่วๆ ไปมากกว่ากรณีของพาธเจนเนอเรชัน ทั้งนี้อาจถือว่าพาธเจนเนอเรชันเป็นส่วนย่อยของโมชันเจนเนอเรชันก็ได้

ดังที่กล่าวมาแล้วการสังเคราะห์เชิงมิติ คือการหาสัดส่วนของก้านต่อต่างๆ ในกลไกให้สามารถเคลื่อนที่ได้ตามต้องการหลังจากขบวนการสังเคราะห์เชิงรูปแบบแล้ว

วิธีที่ง่ายและเร็วที่สุด คือวิธีการแสดงด้วยรูป (Graphical Method) แต่จะต้องใช้เวลานานมากเมื่อจะต้องทำซ้ำไปซ้ำมาเพื่อจะหาคำตอบที่เหมาะสม

ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ใช้วิธีการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกลไกสำหรับสังเคราะห์กลไกที่เคลื่อนที่อยู่ในระนาบ (Planar Synthesis) ด้วยวิธีเทคนิคจำนวนเชิงซ้อน (Complex-Number Technique)

โดยทั่วๆ ไปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกลไกที่เคลื่อนที่ในแนวระนาบ 2 มิติ จะใช้เวคเตอร์ (Vectors) แทนก้านต่อเพื่อจะทำการสังเคราะห์กลไก เราสามารถสังเคราะห์กลไกได้โดยการจำลองกลไกที่ประกอบกันด้วยส่วนของเวคเตอร์ เรียกว่า ไดแอด (Dyads)



รูปที่ 3.1 ไดแอด $A\left(\mathbf{W}_A,\mathbf{Z}_A\right)$ และไดแอด $B\left(\mathbf{W}_B,\mathbf{Z}_B\right)$ ของกลไก 4 ก้านต่อ

สำหรับตัวอย่างกลไก 4 ก้านต่อ แสดงดังรูปที่ 3.1 จะเห็นว่ามี 2 ไดแอด ข้างซ้ายของกลไกจะใช้แทนด้วยส่วนของเวคเตอร์ $\left(\mathbf{W}_A,\mathbf{Z}_A\right)$ และข้างขวาของกลไกจะใช้แทนด้วยส่วนของเวคเตอร์ $\left(\mathbf{W}_B,\mathbf{Z}_B\right)$ เวคเตอร์ $\left(\mathbf{Z}_A,\mathbf{Z}_B\right)$ จะผูกติดกันกับก้านส่ง (Coupler Link) ไดแอดเหล่านี้จะประกอบรวมกันได้เป็นรูปร่างของกลไก 4 ก้านต่อ เวคเตอร์ $\mathbf{AB}$ ใช้แทนเป็นก้านส่ง และก้านต่อที่ยึดอยู่กับที่ ก็คือเวคเตอร์ $\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0$ จะหาได้โดยเมื่อรู้ไดแอด $\left(\mathbf{W}_A,\mathbf{Z}_A\right)$ กับ $\left(\mathbf{W}_B,\mathbf{Z}_B\right)$ เรียบร้อยแล้ว

ดังรูปที่ 3.1 มีการกำหนดแนวทางการเคลื่อนที่ไว้ล่วงหน้า ที่ต้องการให้กลไก 4 ก้านต่อเคลื่อนที่จากตำแหน่ง 1 ถึงตำแหน่งที่ j โดยที่พิกัด (Coordinate) ของ P_1,P_j จะเป็นตัวอ้างถึงตำแหน่งที่ 1 ไปถึง j และเวคเตอร์ $\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_j$ ก็คือพิกัดสัมบูรณ์ (Absolute Coordinates) ของ P_1,P_j โดยเวคเตอร์ $\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_j$ อยู่ในระบบพิกัดฉาก (Cartesian Coordinate System) และเวคเตอร์ δ_j มีความหมายเป็นเวคเตอร์จาก P_1 ถึง P_j ซึ่งก็คือ $\delta_j=\mathbf{R}_j-\mathbf{R}_1$ มุม α_j มีความหมายคือมุมที่หมุนเชิงมุมของเวคเตอร์ $\mathbf{Z}_A$ จากตำแหน่งแรกถึงตำแหน่งที่ j มุม β_j เป็นมุมที่หมุนเชิงมุมของเวคเตอร์ $\mathbf{W}_A$ จากตำแหน่งแรกถึงตำแหน่งที่ j

สาเหตุที่จำลองกลไก 4 ก้านต่อด้วย 2 ไดแอด

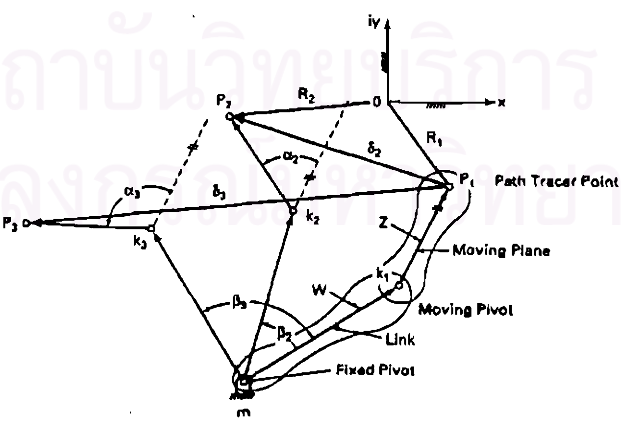
1. ต้องการระบบสมการที่ใช้ได้โดยทั่วไป ซึ่งสามารถใช้ได้กับกลไกที่แตกต่างกันไป เพื่อหลีกเลี่ยงการที่จะต้องคิดสมการขึ้นใหม่ทุกครั้งที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างลักษณะของกลไก

2. ต้องการให้ไดแยดเป็นบิลด์ดิ่งบล็อค (Building Block) โดยทั่วไปสำหรับกลไกต่าง ๆ กล่าวคือเป็นไดแอดที่มีรูปแบบของสมการภายในเป็นสมการมาตรฐาน ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสังเคราะห์เป็นกลไกได้ตั้งแต่กลไกที่มีจำนวนก้านต่อน้อย ๆ ไปจนถึงกลไกที่มีจำนวนก้านต่อมาก ๆ โดยเพิ่มจำนวนการใช้ไดแอดมาตรฐานนี้มากขึ้นมาต่อเข้าด้วยกันเป็นกลไกที่มีความซับซ้อนขึ้นได้ เช่นกลไก 4 ก้านต่อ ซึ่งสามารถจำลองได้ด้วย 2 ไดแอด กลไก 6 ก้านต่อ สามารถจำลองได้ด้วย 3 ไดแอด และกลไก 8 ก้านต่อ จำลองได้ด้วย 4 ไดแอด

ซึ่งจะแสดงให้เห็นว่ากลไก 6 ก้านต่อ สามารถจำลองได้ 3 ไดแอด ในท้ายของบทนี้ โดยต่อไปนี้จะแสดงวิธีการคำนวณหามิติ (Dimension) จากไดแอด เพื่อให้เข้าใจในเบื้องต้นก่อน โดยการแบ่งแยกกลไกออกมาคำนวณทีละส่วน ซึ่งได้มีการแบ่งวิธีการคำนวณตามลักษณะงาน 3 ประเภท ได้แก่ โมชันเจนเนอเรชัน พาธเจนเนอเรชัน ฟังก์ชันเจนเนอเรชัน

3.1 กรณีของโมชันเจนเนอเรชัน (Motion Generation)

แบบที่ 1 เป็นการสังเคราะห์เชิงมิติที่กำหนดตัวแปรเลือกอิสระ β_j เข้าไปโดยตรง ซึ่งจะพิจารณาโดยใช้ไดแอดมาตรฐาน ซึ่งกำหนดแนวทางการเคลื่อนไว้ 3 ตำแหน่งดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ไดแอด **W,Z** *กับการกำหนด* β_j

จากรูปที่ 3.2 จะได้สมการดังนี้

$$\mathbf{W}(e^{i\beta_j}-1)+\mathbf{Z}(e^{i\alpha_j}-1)=\mathbf{R}_j-\mathbf{R}_1=\delta_j \qquad (3.1)$$

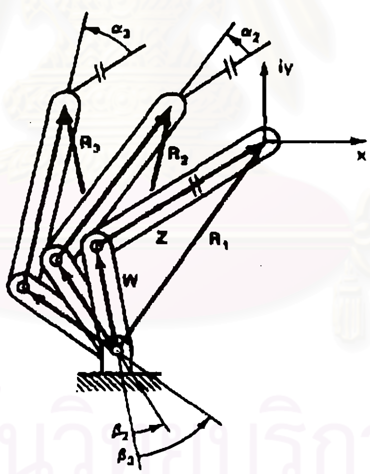
โดย $j=2,3$

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า (Prescribed) คือ δ_j, α_j

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรเลือกอิสระ (Free Choice) คือ β_j

จากสมการ (3.1) แก้สมการหาคา $\mathbf{W},\mathbf{Z}$ ได้โดยใช้วิธีหลักเกณฑ์คราเมอร์ (Cramer's Rule) ได้

แบบที่2 เป็นการกำหนดตัวแปรเลือกอิสระ β_j โดยอ้อม ซึ่งจะใช้วิธีการกำหนดตำแหน่งที่ยึดอยู่กับที่ของก้านต่อที่ยึดอยู่กับที่ก่อน แล้วจากนั้นคำนวณหา β_j วิธีนี้เรียกว่า การกำหนดตำแหน่งที่ยึดอยู่กับที่ (Ground Pivot Specification)



รูปที่ 3.3 ไดแอด $\mathbf{W},\mathbf{Z}$ *กับการกำหนดตำแหน่งก้านต่ออยู่กับที่*

จากรูปที่ 3.3 เป็นวิธีที่ใช้สำหรับกำหนดตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า 3 ตำแหน่ง

$$\begin{aligned}
\mathbf{W} &+ \mathbf{Z} &= \mathbf{R}_1 \\
\mathbf{W}e^{i\beta_2} &+ \mathbf{Z}e^{i\alpha_2} &= \mathbf{R}_2 \\
\mathbf{W}e^{i\beta_3} &+ \mathbf{Z}e^{i\alpha_3} &= \mathbf{R}_3
\end{aligned} \qquad (3.2)$$

$\mathbf{W},\mathbf{Z}$ จะสามารถหาคำตอบได้ถ้าดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) ของสัมประสิทธิ์ในสมการ (3.2) เท่ากับศูนย์

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \mathbf{R}_1 \\ e^{i\beta_2} & e^{i\alpha_2} & \mathbf{R}_2 \\ e^{i\beta_3} & e^{i\alpha_3} & \mathbf{R}_3 \end{vmatrix} = 0 \tag{3.3}$$

จะได้

$$\mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 e^{i\beta_2} + \mathbf{D}_3 e^{i\beta_3} = 0 \tag{3.4}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_1 &= \mathbf{R}_3 e^{i\alpha_2} - \mathbf{R}_2 e^{i\alpha_3} \\ \mathbf{D}_2 &= \mathbf{R}_1 e^{i\alpha_3} - \mathbf{R}_3 \\ \mathbf{D}_3 &= \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 e^{i\alpha_2} \end{aligned} \tag{3.5}$$

หา β_2,β_3

$$\begin{aligned} \beta_2 &= 2\arg(-\mathbf{D}_1) - \arg(\mathbf{D}_2) - \arg(\mathbf{D}_2 e^{i\alpha_2}) \\ \beta_3 &= 2\arg(-\mathbf{D}_1) - \arg(\mathbf{D}_3) - \arg(\mathbf{D}_3 e^{i\alpha_3}) \end{aligned} \tag{3.6}$$

โดยที่ $\arg(\mathbf{D}_j) = \theta = \arg(a + \mathrm{i}b)$

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า (Prescribed) คือ $\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2,\mathbf{R}_3$ และ α_2,α_3

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรเลือกอิสระ (Free Choice) คือ ไม่มี

นำ β_2,β_3 แทนค่าในสมการ (3.2) แก้สมการหาค่า $\mathbf{W},\mathbf{Z}$ ด้วยวิธีหลักเกณฑ์คราเมอร์

3.2 กรณีของพาธเจนเนอเรชัน (Path Generation)

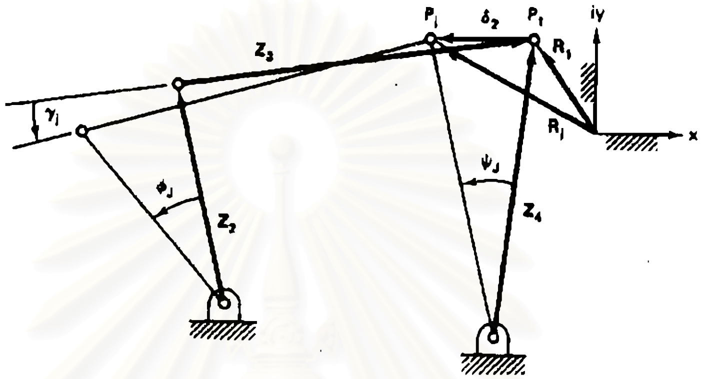
พาธเจนเนอเรชันจะใช้สมการ (3.1) ในการคำนวณหามิติเช่นเดียวกัน แต่ค่าที่จะกำหนดเป็นตัวแปรเลือกอิสระ และตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้านั้นแตกต่างกัน

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า คือ β_2,β_3

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรเลือกอิสระ คือ α_2,α_3

3.3 กรณีของฟังก์ชันเจนเนอเรชัน (Function Generation)

แบบที่ 1 เป็นไดแอดมาตรฐานที่สามารถนำไปใช้ในการสังเคราะห์เชิงมิติของกลไกที่มีจำนวนก้านต่อที่มากกว่า 4 ก้านต่อได้ โดยมีการเพิ่มตัวแปรเลือกอิสระมากขึ้นกว่ากรณีของโมชันเจนเนอเรชัน แต่ทั้งสองกรณีสามารถจัดเป็นรูปแบบสมการมาตรฐานได้เช่นเดียวกัน



รูปที่ 3.4 กลไก 4 ก้านต่อ สำหรับฟังก์ชันเจนเนอเรชัน (Function Generation)

จากรูปที่ 3.4 นั้น $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3$ ก็คือส่วนของเวคเตอร์ที่เป็นไดแอดจำลองกลไกเช่นเดียวกับ $\mathbf{W}_A, \mathbf{Z}_A$ และ $\mathbf{W}_B, \mathbf{Z}_B$ ของกรณีของโมชันเจนเนอเรชัน ซึ่งต้องใช้ 2 ไดแอด ในการจำลองเป็นกลไก 4 ก้านต่อ แต่ในกรณีของฟังก์ชันเจนเนอเรชันนี้จะใช้ไดแอดมาตรฐานเพียง 1 ไดแอด คือ $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3$ โดยมี $\mathbf{Z}_4$ เป็นตัวแปรเลือกอิสระ สาเหตุที่ใช้เพียง 1 ไดแอดก็เพราะว่าในกรณีนี้ไม่คำนึงการควบคุมตำแหน่งบนก้านต่อส่งเหมือนกับโมชันเจนเนอเรชันและพาธเจนเนอเรชัน และในการกำหนดเช่นนี้สามารถนำไปประยุกต์ในการสังเคราะห์กลไกที่มีจำนวนก้านต่อมากกว่า 4 ก้านต่อได้ ดังจะได้แสดงในท้ายบทนี้

จะได้สมการ

$$\mathbf{Z}_2(e^{i\phi_j}-1)+\mathbf{Z}_3(e^{i\gamma_j}-1)-\mathbf{Z}_4(e^{i\psi_j}-1)=0 \tag{3.7}$$

$$\mathbf{Z}_2(e^{i\phi_j}-1)+\mathbf{Z}_3(e^{i\gamma_j}-1)=\mathbf{Z}_4(e^{i\psi_j}-1)=\delta_j \tag{3.8}$$

โดย $j=2,3$

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า คือ ϕ_j, ψ_j

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรเลือกอิสระ คือ $\mathbf{Z}_4, \gamma_j$

ดังนั้นจากสมการ (3.8) แก้สมการหาค่า $\mathbf{Z}_2,\mathbf{Z}_3$ ได้โดยใช้วิธีหลักเกณฑ์คราเมอร์

จะเห็นได้ว่าสมการ (3.1) และสมการ (3.8) ซึ่งเป็นงานโมชันเจนเนอเรชัน พาธเจนเนอเรชัน และฟังก์ชันเจนเนอเรชัน นั้นมีรูปแบบเหมือนกัน

ดังนั้นลักษณะงานทั้ง 3 ประเภท จะใช้สมการรูปแบบเดียวกัน คือสมการ (3.1) สมการดังกล่าวเรียกได้ว่าเป็นรูปแบบมาตรฐาน (Standard Form)

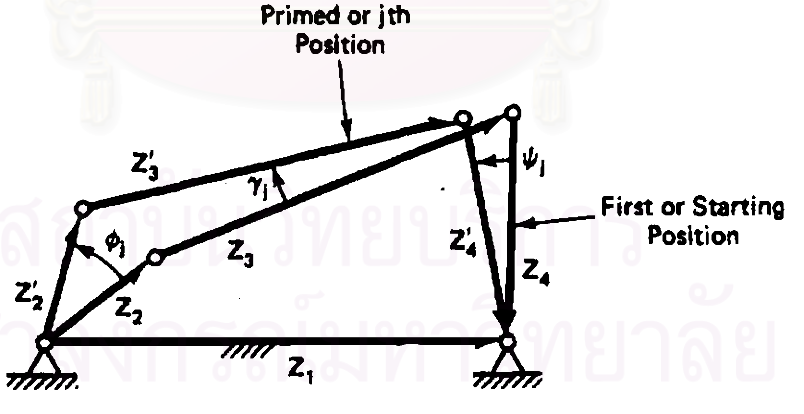
แบบที่ 2 เป็นสมการที่ใช้สำหรับการสังเคราะห์กลไก 4 ก้านต่อ เพียงอย่างเดียว แต่ดีตรงที่ไม่มีตัวแปรเลือกอิสระ $\mathbf{Z}_4$ เพิ่มขึ้นมา มีเพียงแต่ γ_j เท่านั้น

สมการวงวนปิด (Loop-Closure- Equation)

$$\sum_{k=1}^{4}\mathbf{Z}_k = 0 \tag{3.9}$$

สมการวงวนปิดของกลไก 4 ก้านต่อ

เป็นเวคเตอร์ที่ต่อกันเป็นวงวนปิดโดยใช้สมการ (3.9) ซึ่ง $\mathbf{Z}_1$ หมายถึงกำหนดให้ความยาวของของการกระจัดระหว่างจุดยึดอยู่กับที่ทั้งสอง ซึ่งจะเป็นตัวแปรที่รู้ค่าที่ได้จากการกำหนดตำแหน่งที่จะวางตำแหน่งที่ยึดอยู่กับที่ทั้งสอง ดังนั้นจะหาค่า $\mathbf{Z}_2,\mathbf{Z}_3,\mathbf{Z}_4$ เท่านั้น



รูปที่ 3.5 วงวนปิดของกลไก 4 ก้านต่อ

จากรูปที่ 3.5 จะสมการดังนี้

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_2 \quad &+\mathbf{Z}_3 \quad +\mathbf{Z}_4 \quad = \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{Z}_2 e^{i\phi_j} &+\mathbf{Z}_3 e^{i\gamma_j} +\mathbf{Z}_4 e^{i\psi_j} = \mathbf{Z}_1 \end{aligned} \tag{3.10}$$

โดยที่ $j = 2,3$

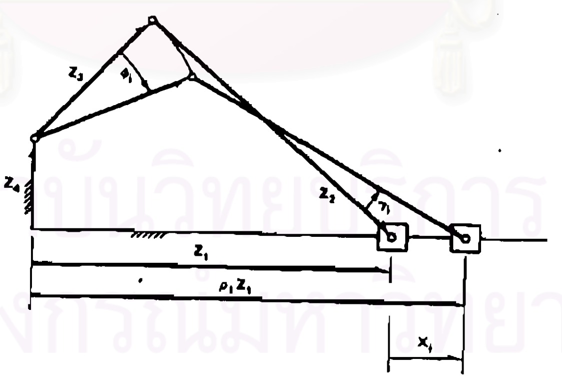
ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า คือ ϕ_j, ψ_j

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรตัวเลือกอิสระ คือ γ_j

จากสมการ (3.10) แก้สมการหาค่า $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4$ ด้วยวิธีหลักเกณฑ์คราเมอร์

สมการวงวนปิดของกลไก ตัวเลื่อน-ข้อเหวี่ยง (Slider-Crank)

เป็นเวคเตอร์ที่ต่อกันเป็นวงวนปิดโดยใช้สมการที่ (3.9) แต่ $\mathbf{Z}_1$ หมายถึงการกำหนดให้ด้านหนึ่งจะยึดอยู่ที่และอีกด้านหนึ่งสามารถเปลี่ยนแปลงเลื่อนเข้าเลื่อนออกได้ คือระยะ x_j ซึ่งก็เป็นตำแหน่งที่กำหนดการเคลื่อนที่ไว้ล่วงหน้า 3 ตำแหน่งนั่นเองส่วน $\mathbf{Z}_4$ ก็เป็นก้านต่อถูกยึดอยู่กับที่ดังนั้นก็จะเหลือ $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3$ ที่เคลื่อนที่ได้ ซึ่งก็คือไดแอดมาตรฐาน 1 ไดแอดที่มีการกำหนดการเคลื่อนที่ไว้ล่วงหน้า 3 ตำแหน่งที่อยู่ในแนวเส้นตรง ดังนั้นก็สามารถจะใช้ไดแอดมาตรฐานและกำหนดตัวแปรเลือกอิสระด้วยวิธีการกำหนดตำแหน่งที่ยึดอยู่กับที่ โดยคำนวณเพียง 1 ไดแอดเท่านั้น แต่ในกรณีนี้จะเสนอการใช้วิธีการของสมการวงวนปิดของกลไก โดยจะมีตัวแปร ρ_j เป็นตัวแปรเพื่อกำหนดระยะทางเลื่อนไถล ซึ่งเกี่ยวข้องกับ $\mathbf{Z}_1$ ดังนั้นจะเหลือตัวแปรที่จะต้องหาค่าคือ $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4$ เท่านั้น



รูปที่ 3.6 กลไก 4 ก้านต่อแบบตัวเลื่อน-ข้อเหวี่ยง

จากรูปที่ 3.6 จะได้สมการ

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2 - \mathbf{Z}_1 &= 0 \\ \mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_3 e^{i\phi_j} + \mathbf{Z}_2 e^{i\gamma_j} - \rho_j \mathbf{Z}_1 &= 0 \end{aligned} \tag{3.11}$$

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า คือ ϕ_j, ρ_j

ค่าที่ผู้ใช้ต้องกำหนดตัวแปรเลือกอิสระ คือ γ_j

อัตราส่วนการเลื่อนของอุปกรณ์เลื่อนไถล (Slider)

$$\rho_j = \frac{Z_1 + x_j}{Z_1} \tag{3.12}$$

จากสมการ (3.11) แก้สมการหาค่า $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4$ ด้วยวิธีหลักเกณฑ์คราเมอร์

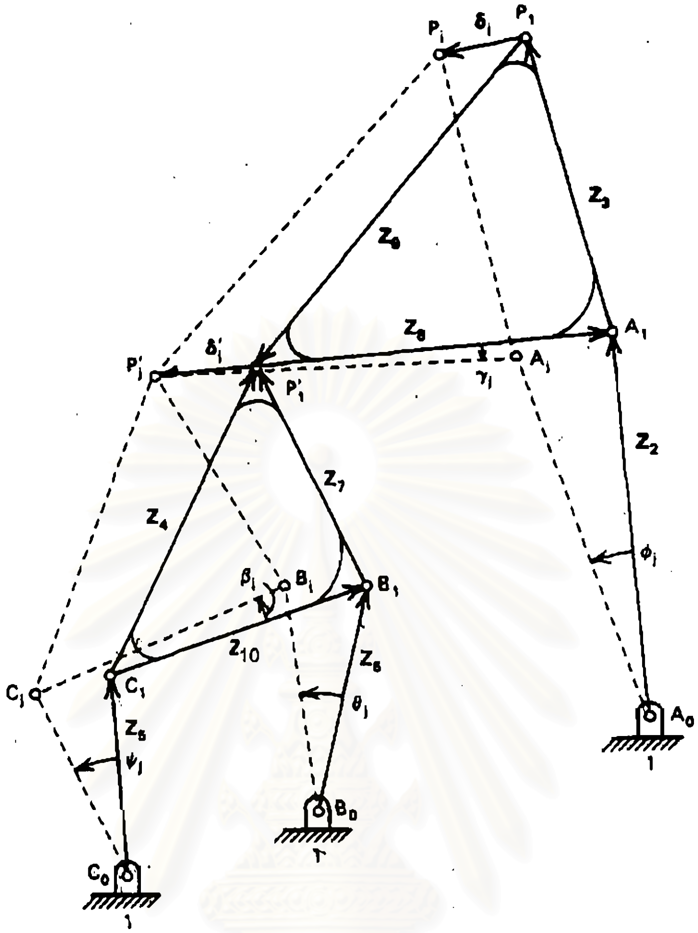
สรุปการกำหนดตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้าและตัวแปรเลือกอิสระของทั้ง 3 กรณี ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 การกำหนดตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า และตัวแปรเลือกอิสระ

Dyad Task	Prescribed Variables		Free Choices	
Motion generation	α_2	α_3	β_2	β_3
	δ_2	δ_3		
Path generation with prescribed timing	β_2	β_3	α_2	α_3
	δ_2	δ_3		
Function generation	ϕ_2	ϕ_3	γ_2	γ_3
	ψ_2	ψ_3	$\mathbf{Z}_4$	

การสังเคราะห์กลไก 6 ก้านต่อที่เคลื่อนที่อยู่ในระนาบขนานกันโดยใช้ไดแอดนั้น สามารถจำลองได้ด้วย 3 ไดแอดดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง การสังเคราะห์เชิงมิติของกลไก 6 ก้านต่อ (Six-Bar Mechanism) แบบสเตฟเฟนสันแบบที่ III (Stephenson III) ดังรูปที่ 3.7

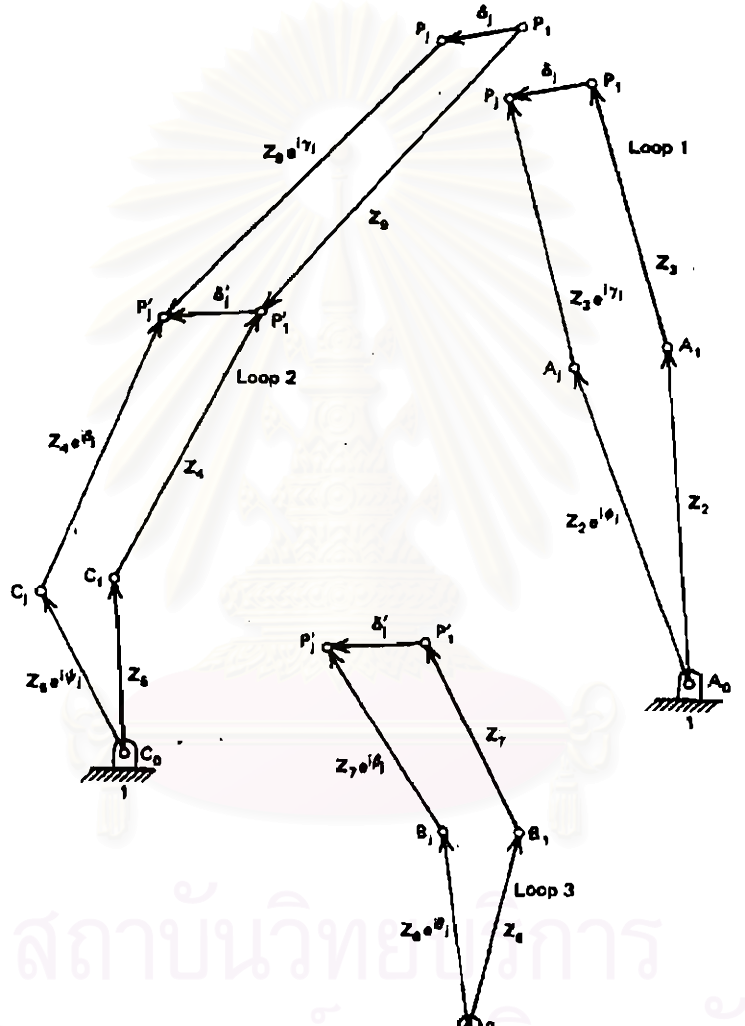


รูปที่ 3.7 กลไก 6 ก้านต่อแบบสเตฟเฟนสันแบบที่ III

โดยจะจำลองกลไก 6 ข้อต่อนี้ด้วยไดแอด 3 ไดแอด ซึ่งประกอบด้วยส่วนของเวคเตอร์ โดยก้านต่อที่ 1 คือที่ข้อต่อ A_0, B_0, C_0 เป็นก้านต่อที่ยึดอยู่กับที่ และเวคเตอร์จะใช้จำลองเป็นก้านต่อ 2 ถึงก้านต่อ 6 ส่วน ดังนี้

- เวคเตอร์ $\mathbf{Z}_2$ ใช้จำลองเป็นก้านต่อ 2
- เวคเตอร์ $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_8, \mathbf{Z}_9$ ใช้จำลองเป็นก้านต่อ 3
- เวคเตอร์ $\mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_{10}$ ใช้จำลองเป็นก้านต่อ 4
- เวคเตอร์ $\mathbf{Z}_5$ ใช้จำลองเป็นก้านต่อ 5
- เวคเตอร์ $\mathbf{Z}_6$ ใช้จำลองเป็นก้านต่อ 6

จากรูปที่ 3.7 เส้นประแสดงถึงเมื่อกลไก 6 ก้านต่อเคลื่อนที่จากตำแหน่งที่ P_1 ถึง P_j ซึ่งเราสามารถแบ่งกลไก 6 ก้านต่อ ออกเป็นไดแอด 3 วงวน (Loop) ดังรูปที่ 3.8 และจะใช้ไดแอดที่ได้จัดรูปเป็นสมการมาตรฐาน โดยได้มาจากกรณีของงานโมชันเจนเนอเรชันจากสมการที่ (3.1) และในกรณีงานฟังก์ชันเจนเนอเรชันจากสมการที่ (3.7) ทั้งสองรูปแบบนี้สามารถนำมาใช้ร่วมกันเพื่อสังเคราะห์เชิงมิติ



รูปที่ 3.8 จำลองกลไก 6 ก้านต่อแบบสเตฟเฟนสันแบบที่ III เป็น 3 ไดแอด

วงวนที่ 1: เป็นไดแอดที่ได้จากสมการที่ (3.1) ในกรณีโมชันเจนเนอเรชัน

$$\mathbf{Z}_2(e^{i\phi_j}-1)+\mathbf{Z}_3(e^{i\gamma_j}-1)=\mathbf{R}_j-\mathbf{R}_1=\delta_j \qquad (3.13)$$

วงวนที่ 2: เป็นไดแอดที่ได้จากสมการที่ (3.7) .ในกรณีฟังก์ชันเจนเนอเรชัน ยกเว้นข้างขวามือนั้นเป็นศูนย์ ซึ่งกรณีของสมการที่ (3.7) นี้ข้างขวาเป็นศูนย์เพราะว่าเป็นตำแหน่งที่ยึดอยู่กับที่ แต่ในกรณีนี้เป็นตำแหน่งของ P_j ซึ่งมีการเคลื่อนที่ ดังนั้นจึงไม่เป็นศูนย์

$$\mathbf{Z}_5(e^{i\psi_j}-1)+\mathbf{Z}_4(e^{i\beta_j}-1)-\mathbf{Z}_9(e^{i\gamma_j}-1)=\mathbf{R}_j-\mathbf{R}_1=\delta_j \quad (3.14)$$

วงวนที่ 3: เป็นไดแอดที่ได้จากสมการที่ (3.7) เช่นเดียวกัน

$$\mathbf{Z}_6(e^{i\theta_j}-1)+\mathbf{Z}_7(e^{i\beta_j}-1)-\mathbf{Z}_9(e^{i\gamma_j}-1)=\mathbf{R}_j-\mathbf{R}_1=\delta_j \quad (3.15)$$

จะเห็นได้ว่าวงวนที่ 1 นั้นมี δ_j เป็นตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า และ ϕ_j หรือ γ_j ตัวใดตัวหนึ่งเป็นตัวแปรเลือกอิสระ ที่เหลืออีกตัวหนึ่งคือตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า ส่วนวงวน 2 และวงวนที่ 3 นั้นจากสมการ (3.14) และสมการ (3.15) นั้นจะต้องจัดให้อยู่ในรูปแบบของสมการมาตรฐานเดียวกันเพื่อจะได้สามารถใช้ไดแอดมาตรฐานที่เป็นบิลด์ดิ้งบล็อคได้ ดังนั้นจึงจัดให้

$$\delta_j' = \delta_j + \mathbf{Z}_9(e^{i\gamma_j}-1) \quad (3.16)$$

ซึ่ง $\mathbf{Z}_9, \gamma_j$ ของสมการ (3.16) ถ้าให้ตัวใดตัวหนึ่งเป็นตัวแปรเลือกอิสระ ที่เหลืออีกตัวหนึ่งคือตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้า

ดังนั้นถ้ากำหนดให้ตัวแปร γ_j เป็นตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้าของกลไก 6 ก้านต่อนี้ ดังนั้นสามารถจัดสมการรูปแบบมาตรฐานของไดแอดวงวนที่ 2 และวงวนที่ 3 ได้ดังนี้

วงวนที่ 2: เมื่อกำหนดให้ $\delta_j' = \delta_j + \mathbf{Z}_9(e^{i\gamma_j}-1)$ จะได้รูปแบบสมการมาตรฐานดังนี้

$$\mathbf{Z}_5(e^{i\psi_j}-1)+\mathbf{Z}_4(e^{i\beta_j}-1)=\delta_j' \quad (3.17)$$

ตัวแปร ψ_j, β_j ตัวใดตัวหนึ่งเป็นตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้าและอีกตัวหนึ่งเป็นตัวแปรเลือกอิสระ

วงวนที่ 3: เมื่อกำหนดให้ $\delta_j' = \delta_j + \mathbf{Z}_9(e^{i\gamma_j}-1)$ จะได้รูปแบบสมการมาตรฐานดังนี้

$$\mathbf{Z}_6(e^{i\theta_j}-1)+\mathbf{Z}_7(e^{i\beta_j}-1)=\delta_j' \quad (3.18)$$

ตัวแปร θ_j, β_j ตัวใดตัวหนึ่งเป็นตัวแปรที่กำหนดค่าล่วงหน้าและอีกตัวหนึ่งเป็นตัวแปรเลือกอิสระ

ดังนั้นจากสมการ (3.13) แก้สมการหาค่า $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3$ สมการ (3.17) แก้สมการหาค่า $\mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5$ และสมการ (3.18) แก้สมการหาค่า $\mathbf{Z}_6, \mathbf{Z}_7$ ด้วยวิธีหลักเกณฑ์คราเมอร์