บทที่ 8

บทสรุป ปัญหาที่พบ และข้อเสนอแนะ

8.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงการประดิษฐ์และการประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบอัดตัวใน 2 มิติ โดยเนื้อหาของวิทยานิพนธ์นี้ เริ่มต้นจากการอธิบายถึงความสำคัญและความเป็นมาของวิทยานิพนธ์ในการศึกษาปัญหาการไหลด้วยความเร็วสูงซึ่งเป็นการไหลแบบอัดตัวผ่านวัตถุต่างๆ ทำให้เกิดปรากฏการณ์การไหลที่มีความซับซ้อน เช่น คลื่นช็อค คลื่นช็อคสะท้อนและคลื่นมัค เป็นต้น ปรากฏการณ์ดังกล่าวมีความสำคัญต่อการออกแบบส่วนประกอบของโครงสร้างที่เกี่ยวข้องกับการไหลด้วยความเร็วสูง วิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงขั้นตอนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกัน เพื่อใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลด้วยความเร็วสูงผ่านวัตถุรูปร่างต่างๆ ขณะเดียวกันวิทยานิพนธ์นี้ได้ประยุกต์ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ เพื่อทำให้ผลเฉลยที่ได้มีความถูกต้องเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากปัญหาการไหลด้วยความเร็วสูงมีการเปลี่ยนแปลงสภาวะของการไหลในบางบริเวณสูงมาก ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กจำนวนมากวางตัวอยู่ในบริเวณดังกล่าวเพื่อลดความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ และใช้เอลิเมนต์ขนาดใหญ่ขึ้นวางตัวอยู่ในบริเวณอื่นๆ การนำระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้ควบคู่กับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นผลทำให้เวลาในการคำนวณน้อยลง ลดเนื้อที่ในหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์ใช้และผลเฉลยที่ได้มีความถูกต้องเที่ยงตรงมากขึ้น ต่อจากนั้นได้อธิบายถึง วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ วิธีการดำเนินการและขอบเขตของวิทยานิพนธ์และประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ตามลำดับ

เนื้อหาของวิทยานิพนธ์ได้อธิบายสมการเชิงอนุพันธ์ของการไหลซึ่งประกอบด้วย สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัมและสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน แล้วจึงนำสมการทั้งหมดมาจัดให้อยู่ในรูปแบบอนุรักษ์ ดังแสดงในบทที่ 2 จากนั้นจึงเป็นการแสดงขั้นตอนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยนำวิธีอัปวินด์เซลเซนเตอร์และการประมาณค่าของโรย์มาประยุกต์ใช้ ดังแสดงรายละเอียดในบทที่ 3 สมการ

ไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประดิษฐ์ขึ้นถูกนำไปประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งให้ชื่อว่า FINITE โดยมีขั้นตอนการทำงาน ลักษณะแฟ้มข้อมูลนำเข้าและลักษณะแฟ้มข้อมูลผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น รวมทั้งตัวอย่างการใช้งานโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แสดงไว้ในบทที่ 4

หลังจากที่ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ขึ้น ได้นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าวมาใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงอย่างง่าย เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ ซึ่งความถูกต้องของผลเฉลยโดยประมาณที่ได้ใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรงที่เกิดขึ้น แต่เนื่องจากปัญหาการไหลแบบอัดตัวได้นั้นมีการเปลี่ยนแปลงสภาวะของการไหลอย่างฉับพลันในบริเวณที่เกิดคลื่นช็อค ดังนั้นในบริเวณดังกล่าวจำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กเป็นจำนวนมากเพื่อให้ผลเฉลยที่ได้มีความถูกต้องและความแม่นยำมากยิ่งขึ้น แต่สำหรับปัญหาทั่วไปในทางปฏิบัตินั้นบริเวณที่เกิดคลื่นช็อคไม่สามารถระบุได้ล่วงหน้าก่อนทำการวิเคราะห์ปัญหา ขณะเดียวกันในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของค่าคุณสมบัติของการไหลน้อยหรือไม่มีการเปลี่ยนแปลงสามารถใช้เอลิเมนต์ขนาดใหญ่ขึ้นได้ เพื่อลดเนื้อที่ของหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์และเวลาที่ใช้ในการคำนวณ จากเหตุผลของการใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กและเอลิเมนต์ขนาดใหญ่ในบริเวณต่างๆ นำไปสู่หัวข้อถัดไปของวิทยานิพนธ์คือ ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ โดยในบทที่ 5 กล่าวถึงหลักการของการปรับขนาดเอลิเมนต์ซึ่งนำหลักการหาความเค้นสูงสุดภายในของแข็งมาประยุกต์ใช้ และในบทที่ 6 ได้อธิบายโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติซึ่งให้ชื่อว่า REMESH แสดงเป็นขั้นตอนการทำงาน ลักษณะแฟ้มข้อมูลนำเข้าและลักษณะแฟ้มข้อมูลผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น รวมทั้งตัวอย่างการใช้งานโปรแกรมคอมพิวเตอร์

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสองโปรแกรมถูกใช้ประมวลผลควบคู่กันในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงอย่างง่ายเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าว ซึ่งปรากฏว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องและมีความแม่นยำเพิ่มขึ้น ซึ่งถ้าใช้การปรับขนาดของเอลิเมนต์หลายๆครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้จะมีความถูกต้องและมีความแม่นยำเพิ่มขึ้นไปด้วย หลังจากทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาการไหลอย่างง่ายจนเกิดความมั่นใจในโปรแกรมคอมพิวเตอร์แล้ว จึงนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปวิเคราะห์ปัญหาการไหลที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น โดยในบทที่ 7 ได้กล่าวถึงการประมวลผลโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับปัญหาการไหลลักษณะต่างๆ เช่น การไหลผ่านลิ่ม การไหลผ่านทรงกระบอก การไหลแบบมีการสะท้อน การไหลแบบขยายตัว การไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม และการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล จากตัวอย่างปัญหาการไหลที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 7 แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของการนำระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ควบคู่กับ

ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ ซึ่งช่วยปรับปรุงผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณให้มีความถูกต้องเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้น อีกทั้งยังช่วยลดเวลาและเนื้อที่ในหน่วยความจำในการคำนวณลงไปส่วนหนึ่งด้วย

8.2 ปัญหาที่พบ

ปัญหาที่พบในขณะทำวิทยานิพนธ์สามารถจำแนกออกได้เป็น 3 ส่วนคือ

1. ปัญหาในการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากระบบสมการที่กล่าวไว้ในบทที่ 3 และปัญหาในการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกัน ในการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจำเป็นต้องกระทำอย่างเป็นขั้นเป็นตอนด้วยความระมัดระวัง ทั้งนี้เนื่องจากประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ถึง 4 สมการคือ สมการเชิงอนุพันธ์การอนุรักษ์มวล สมการเชิงอนุพันธ์การอนุรักษ์โมเมนตัมในทิศแกน x, y และสมการเชิงอนุพันธ์การอนุรักษ์พลังงาน ซึ่งอยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้นมีความซับซ้อนค่อนข้างสูง และเมื่อนำสมการไฟไนต์เอลิเมนต์มาประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกัน ก่อให้เกิดความซับซ้อนในการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยเช่นเดียวกัน ดังนั้นการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าวจึงจำเป็นต้องกระทำอย่างระมัดระวังและต้องทำการตรวจสอบความถูกต้องในทุกขั้นตอน

2. เนื่องจากเป็นปัญหาการไหลแบบไม่เชิงเส้น ซึ่งต้องทำการแก้สมการด้วยกระบวนการทำซ้ำซึ่งในแต่ละปัญหาการไหลใช้จำนวนรอบของกระบวนการทำซ้ำแตกต่างกันไป ตามลักษณะของการไหลว่ามีความซับซ้อนมากน้อยเพียงใด เป็นผลให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณแตกต่างกันไปด้วยแต่ทั้งนี้ยังขึ้นอยู่กับความเร็วของเครื่องคอมพิวเตอร์ด้วย โดยการวิเคราะห์ปัญหาการไหลในวิทยานิพนธ์นี้ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์รุ่น PENTIUM 100 และ PENTIUM 166 ซึ่งปัญหาดังกล่าวจะลดลงเนื่องจากเครื่องคอมพิวเตอร์ถูกพัฒนาให้มีความเร็วสูงขึ้น ทำให้เวลาในการคำนวณลดลง

3. ในการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ ต้องใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณครั้งที่ 1 เป็นข้อมูลในการคำนวณหาขนาดความยาวด้านของเอลิเมนต์ ดังนั้นจำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณครั้งที่ 1 ควรมีจำนวนที่เหมาะสม ไม่น้อยหรือไม่มากจนเกินไป เพื่อไม่ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนมากเกินไปและใช้เวลาในการคำนวณมากเกินไป นอกจากนี้ขนาดความยาวด้านของเอลิเมนต์ที่มากที่สุด ขนาดความยาวด้านของเอลิเมนต์ที่น้อยที่สุด และสัดส่วนของความยาวด้านของเอลิเมนต์ที่ยาวที่สุดต่อความยาวด้านของเอลิเมนต์ที่สั้นที่สุดในแต่ละเอลิเมนต์ก็เป็นสิ่งจำเป็นในการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งถัดไปด้วย กล่าวคือ ถ้ากำหนดขนาดความยาว

ด้านของเอลิเมนต์ที่สั้นที่สุดมีค่าน้อยจนเกินไป จะก่อให้เกิดจำนวนเอลิเมนต์ในครั้งถัดไปมีจำนวนมาก ขณะเดียวกันถ้ากำหนดขนาดความยาวด้านของเอลิเมนต์ที่สั้นที่สุดมีค่ามากจนเกินไป จำนวนเอลิเมนต์ในครั้งถัดไปจะมีจำนวนน้อย ผลลัพธ์ที่ได้จะมีความคลาดเคลื่อนสูงและต้องใช้การปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติหลายครั้งกว่าเดิมเพื่อทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความแม่นยำสูง ส่วนขนาดความยาวด้านของเอลิเมนต์ที่ยาวที่สุดและสัดส่วนของความยาวด้านของเอลิเมนต์ที่ยาวที่สุดต่อความยาวด้านของเอลิเมนต์ที่สั้นที่สุด ก็มีอิทธิพลต่อรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งถัดไปในลักษณะเดียวกันกับการเลือกขนาดของเอลิเมนต์ที่น้อยที่สุด

8.3 ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับงานที่สามารถสานต่อได้จากวิทยานิพนธ์นี้ สามารถจำแนกออกได้เป็น 2 ส่วนคือ

1. ตามที่กล่าวไว้ตั้งแต่ในส่วนของบทนำว่า มีผู้เสนอระเบียบวิธีต่างๆ เพื่อใช้แก้ระบบสมการแบบไม่เชิงเส้นอีกหลายวิธี นอกเหนือจากวิธีอัปวินด์เซลเซนเดอร์ เช่น วิธีเพทรอฟ-กาเลอร์คิน วิธีเทย์เลอร์-กาเลอร์คิน เป็นต้น ระเบียบวิธีต่างๆเหล่านี้สามารถนำมาประยุกต์ เพื่อสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์และประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้

2. การประยุกต์ระเบียบวิธีที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบมีความหนืดและอัดตัว โดยเพิ่มเทอมที่เกี่ยวข้องกับความหนืดลงในสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ รวมไปถึงการพิจารณาปริมาณความร้อนที่เกิดขึ้นที่ผิวเนื่องจากความหนืด เข้าสู่วัตถุนั้นๆด้วย อันจะทำให้การวิเคราะห์ปัญหาการไหลใกล้เคียงกับสภาวะความเป็นจริงมากขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย