

บทที่ 7

การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาการไหลต่างๆ

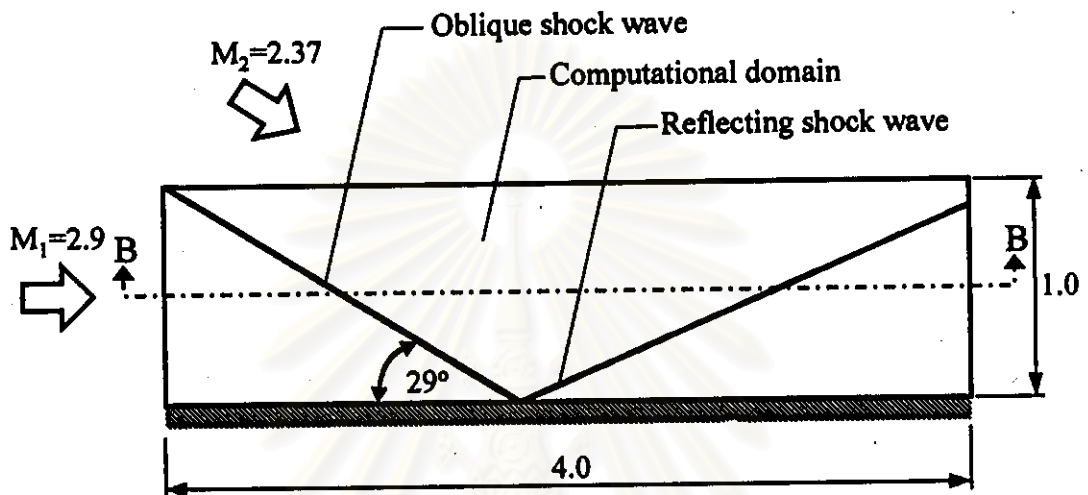
ขั้นตอนการประคิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้นั้น ถูกอธิบายได้ในบทที่ 3 โดยสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ดังกล่าวถูกนำไปประคิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE และขั้นตอนของการคำนวณในตัวโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ลักษณะเพิ่มข้อมูลนำเข้าสำหรับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพิ่มข้อมูลผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ รวมทั้งตัวอย่างการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ถูกแสดงไว้ในบทที่ 4 ขณะเดียวกันในบทที่ 5 ได้อธิบายถึงระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ เพื่อเพิ่มความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ ระยะเวลาในการคำนวณและลดขนาดหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์ จากนั้นในบทที่ 6 ได้แสดงขั้นตอนของการคำนวณของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ REMESH ลักษณะเพิ่มข้อมูลนำเข้าสำหรับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพิ่มข้อมูลผลลัพธ์ที่ได้ รวมทั้งตัวอย่างการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ในบทที่ 7 นี้ จะนำเสนอการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสองโปรแกรมกับปัญหาการไหลในลักษณะต่างๆ ซึ่งประกอบด้วยปัญหาการไหลพื้นฐานที่มีผลเฉลยแม่นยำตรงเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ รวม 2 ปัญหา ได้แก่ ปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อนและปัญหาการไหลแบบขยายตัว และปัญหาการไหลที่มีลักษณะซับซ้อนมากขึ้น 3 ปัญหา ได้แก่ ปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก ปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม และปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ขนาดพื้นที่การไหล เพื่อแสดงประสิทธิภาพของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสองโปรแกรมในการแก้ปัญหาการไหลทั่วไป โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

7.1 ปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

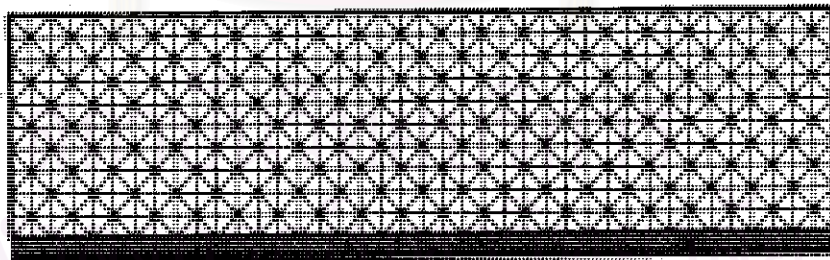
ปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน (Peraire, 1987) เป็นปัญหาการไหลพื้นฐานซึ่งใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยรายละเอียดของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน ได้แสดงในรูป 7.1 ซึ่งประกอบด้วย การไหลของอากาศด้วยความเร็วมากกว่าความเร็วเสียง 2.9 เท่า ($M_1=2.9$) ในแนวระดับบริเวณขอบเขตด้านซ้ายมือของปัญหาการไหล และ

การไหลของอากาศด้วยความเร็วมากกว่าความเร็วเสียง 2.37 เท่า ($M_2=2.37$) บริเวณขอบเขตด้านบนของปัญหาการไหล ซึ่งการไหลทั้งสองถูกแบ่งบริเวณการไหลด้วยแนวคลื่นช็อกซึ่งทำมุม 29° เทียบกับแนวระดับ เมื่อคลื่นช็อกตกกระทบกับผนังจะเกิดการสะท้อนของคลื่นช็อก แบ่งบริเวณการไหลออกเป็น 3 บริเวณ โดยแนวค้ว B-B ที่แสดงในรูป 7.1 ถูกใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ



รูป 7.1 ปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อนพร้อมเงื่อนไขขอบเขต

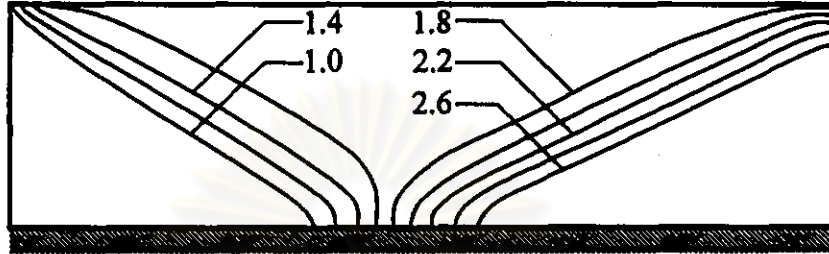
รูป 7.2 แสดงรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างเป็นระเบียบ (Nonadaptive mesh) ประกอบด้วย 451 จุดต่อ 800 เอลิเมนต์



รูป 7.2 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

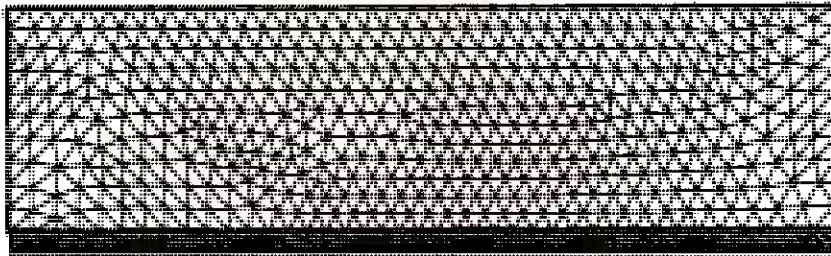
เมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อให้เกิดการกระจายของความหนาแน่นดังแสดงในรูป 7.3 จากรูปพบว่า ความหนาแน่นมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อพิจารณาจากขอบเขตด้านซ้ายมือมายังขอบเขตด้านขวามือ คลื่นช็อกที่ตกกระทบผนังและคลื่นช็อกที่สะท้อนจากผนังเกิดขึ้น

เป็นบริเวณกว้าง รวมทั้งจุดที่เกิดการสะท้อนของคลื่นช็อกก็ไม่ต่อเนื่องกัน ทั้งนี้เนื่องจากในบริเวณดังกล่าวมีการจัดวางเอลิเมนต์ขนาดใหญ่เกินไป ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความคลาดเคลื่อนสูง ดังนั้นถ้าใช้ขนาดเอลิเมนต์ที่เล็กลงวางตัวอยู่ในบริเวณดังกล่าวก็จะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความแม่นยำมากขึ้น



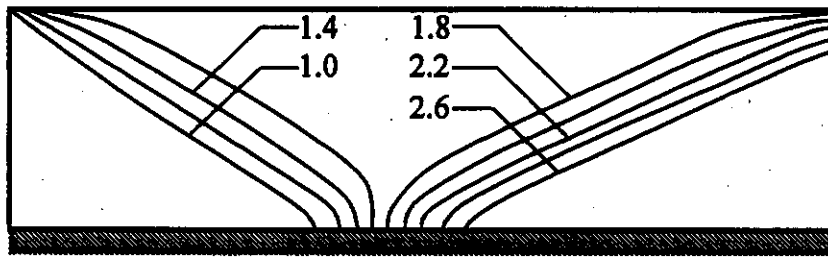
รูป 7.3 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

เริ่มจากการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรก (1" adaptive mesh) ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างไม่เป็นระเบียบ ดังแสดงในรูป 7.4 ประกอบด้วย 493 จุดต่อ 883 เอลิเมนต์



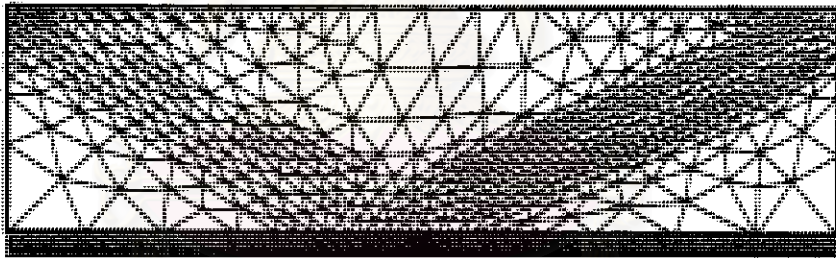
รูป 7.4 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

จากนั้นจึงทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อนให้เกิดการกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.5 ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับรูป 7.3

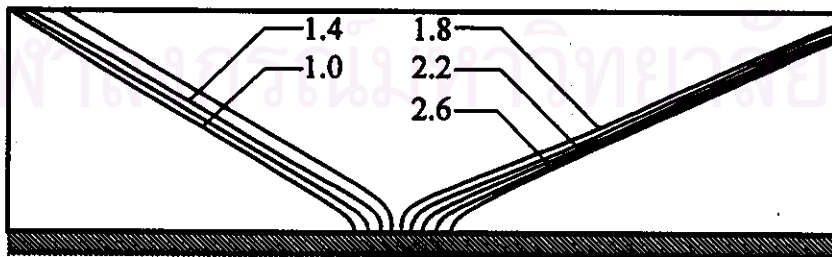


รูป 7.5 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้จากรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์
เริ่มแรกของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

จากนั้นนำค่าความหนาแน่นที่ได้จากการคำนวณมาใช้ในการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยทำการประมวลผลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ REMESH ได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 (2nd adaptive mesh) ดังแสดงในรูป 7.6 ประกอบด้วย 498 จุดต่อ 892 เอลิเมนต์ โดยมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในบริเวณคลื่นช็อคและมีเอลิเมนต์ขนาดใหญ่วางตัวอยู่ในบริเวณอื่นๆ และเมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ได้การกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.7 พบว่า คลื่นช็อคเกิดขึ้นเป็นบริเวณแคบลงเมื่อเปรียบเทียบกับรูป 7.5 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรก

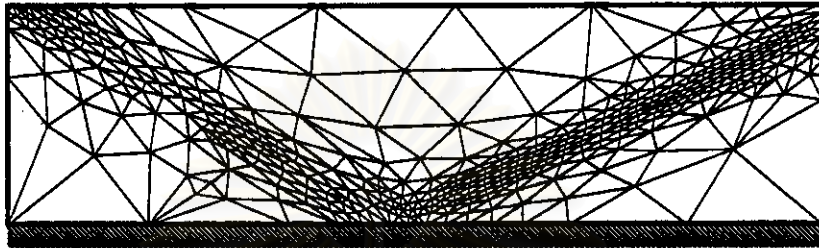


รูป 7.6 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน



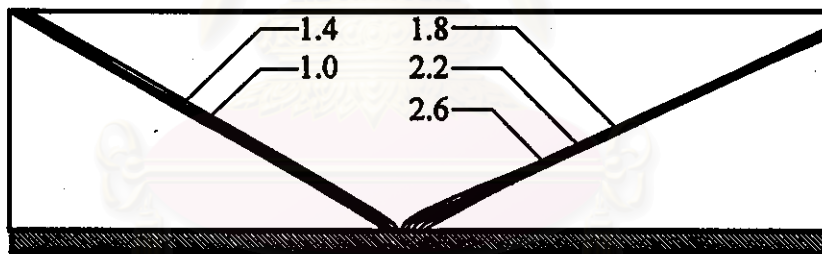
รูป 7.7 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์
ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

และเพื่อให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากขึ้น จำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กลงวางตัวอยู่ในบริเวณคลื่นช็อก โดยใช้ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 (3rd adaptive mesh) ดังแสดงในรูป 7.8 ประกอบด้วย 410 จุดต่อ 766 เอลิเมนต์ และเมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE อีกครั้งหนึ่งได้การกระจายของผลลัพธ์ต่างๆ แสดงในรูป 7.9-7.12



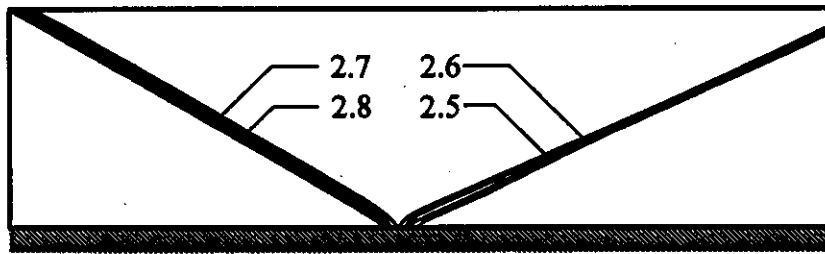
รูป 7.8 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

รูป 7.9 แสดงการกระจายของความหนาแน่น ซึ่งเห็นการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นได้ชัดเจนมากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับรูป 7.5 และรูป 7.7



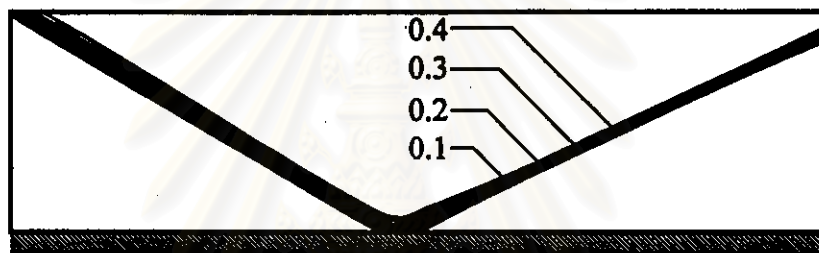
รูป 7.9 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

รูป 7.10 แสดงการกระจายของความเร็ว u โดยความเร็ว u มีค่าลดลงเมื่อพิจารณาจากขอบเขตด้านซ้ายมือมายังขอบเขตด้านขวามือ



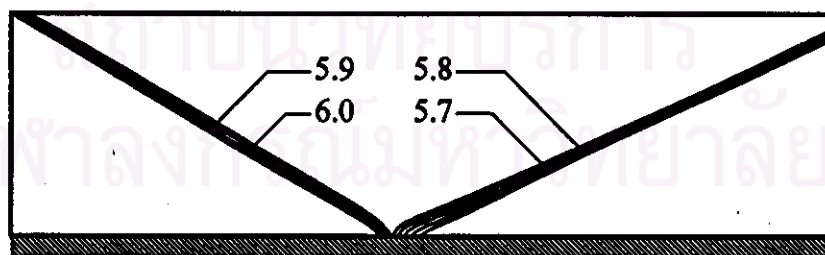
รูป 7.10 การกระจายของความเร็ว u ที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์
ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

รูป 7.11 แสดงการกระจายของความเร็ว v โดยความเร็ว v ในบริเวณด้านซ้ายมือและด้าน
ขวามือมีค่าเท่ากับ 0 เนื่องจากการไหลในแนวระดับ



รูป 7.11 การกระจายของความเร็ว v ที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์
ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

รูป 7.12 แสดงการกระจายของพลังงานรวม โดยพลังงานรวมมีค่าลดลงเมื่อพิจารณาจาก
ขอบเขตด้านซ้ายมือมายังขอบเขตด้านขวามือ



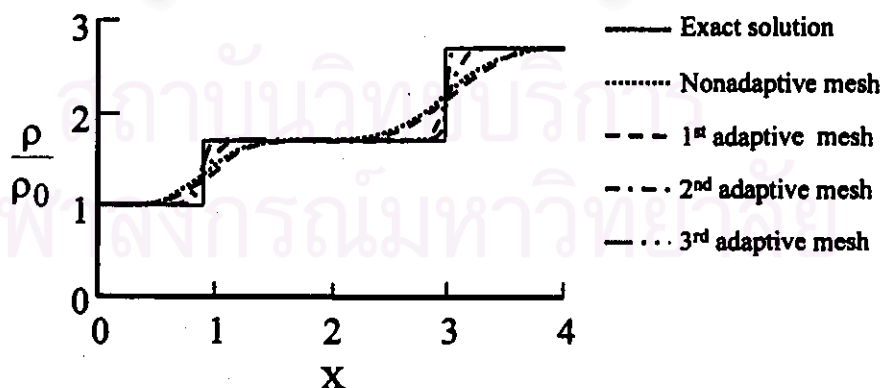
รูป 7.12 การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์
ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

ซึ่งเห็นได้ว่า แนวข้อมีความคมชัดมากขึ้นและแบ่งบริเวณของปัญหาออกเป็น 3 บริเวณอย่างชัดเจน โดยผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณสำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 มีความถูกต้องเที่ยงตรงสูง เนื่องจากมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในบริเวณคลื่นข้อรวมทั้งบริเวณที่เกิดการสะท้อน โดยรายละเอียดของขนาดเอลิเมนต์ที่ใช้และเวลาในการคำนวณ (บนเครื่องคอมพิวเตอร์ รุ่น PENTIUM 100) ได้แสดงในตารางที่ 7.1

ตารางที่ 7.1 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

Mesh	Elements	Nodes	h_{min}	h_{max}	s_{max}	CPU times (sec.)
Nonadaptive	800	451	-	0.10	1.0	80
1 st adaptive	883	493	0.090	0.12	1.0	85
2 nd adaptive	892	498	0.015	0.40	3.0	120
3 rd adaptive	766	410	0.008	0.60	5.0	150

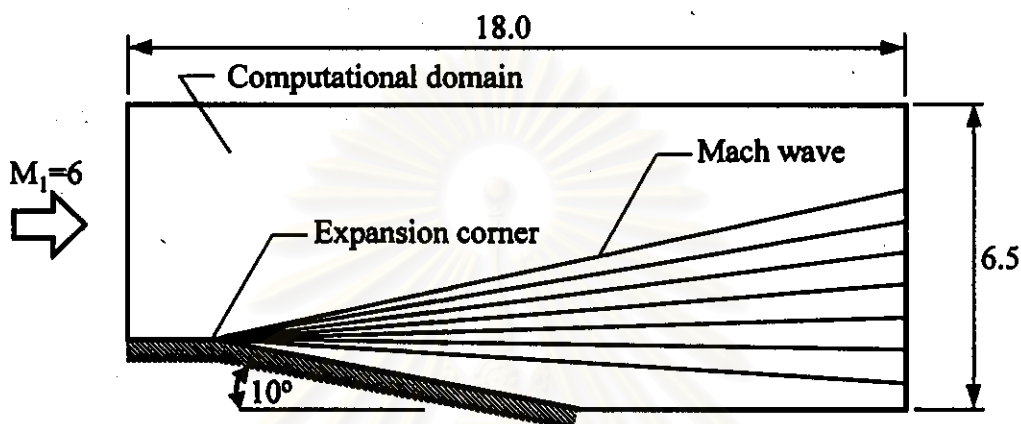
ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม พิจารณาจากการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นบนแนว B-B ดังแสดงในรูป 7.1 โดยทำการเปรียบเทียบตั้งแต่รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างเป็นระเบียบ รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรก (1st adaptive mesh) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 (2nd adaptive mesh) และรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 (3rd adaptive mesh) เทียบกับผลเฉลยแม่นยำ ดังแสดงในรูป 7.13 พบว่าค่าความหนาแน่นที่ได้จากการคำนวณในแต่ละครั้งของการปรับขนาดเอลิเมนต์ มีค่าเข้าใกล้ผลเฉลยแม่นยำมากขึ้น



รูป 7.13 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของค่าความหนาแน่นที่คำนวณได้กับผลเฉลยแม่นยำตามแนว B-B ของปัญหาการไหลแบบมีการสะท้อน

7.2 ปัญหาการไหลแบบขยายตัว

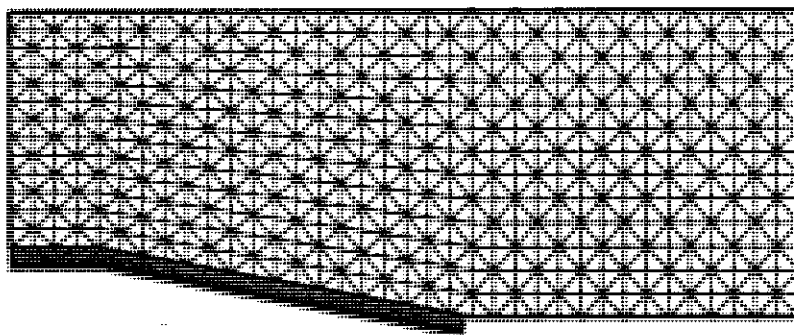
ปัญหาการไหลแบบขยายตัว (Peraire, 1987) เป็นปัญหาการไหลพื้นฐานอีกลักษณะหนึ่งของการไหลแบบอัดตัวได้ที่เกิดขึ้นในบริเวณที่มีการเพิ่มพื้นที่การไหลแบบฉับพลัน โดยปัญหาการไหลนี้ถูกใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วย



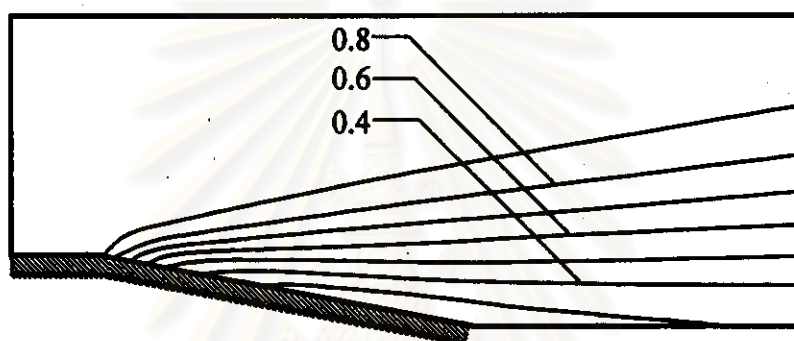
รูป 7.14 ปัญหาการไหลแบบขยายตัวพร้อมเงื่อนไขขอบเขต

โดยพิจารณาการไหลของอากาศด้วยความเร็วมากกว่าความเร็วเสียง 6 เท่า ($M_1=6$) ในแนวระดับผ่านมุมของผนังซึ่งถูกลดระดับเป็นมุม 10° เทียบกับแนวระดับ ดังแสดงในรูป 7.14 เมื่ออากาศไหลผ่านมุมของผนังจะเกิดการเปลี่ยนทิศทางการไหลไปตามแนวของผนัง ก่อให้เกิดการขยายตัวของอากาศโดยมีสถานะของการไหลเปลี่ยนแปลงอย่างค่อยเป็นค่อยไป ปรากฏเป็นคลื่นมัก (Mach wave) ขึ้นจำนวนหนึ่ง โดยมีจุดเริ่มอยู่ที่มุมของผนังนั่นเอง

รูป 7.15 แสดงรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างเป็นระเบียบประกอบด้วย 518 จุดต่อ 936 เอลิเมนต์ เมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อให้เกิดการกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.16 จากรูปพบว่า อากาศไหลเข้ามาโดยมีการกระจายของความหนาแน่นอย่างสม่ำเสมอ ต่อมาอากาศไหลผ่านมุมของผนังเกิดการขยายตัวของอากาศ ค่าความหนาแน่นลดลงอย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยคลื่นมักที่เกิดขึ้นมีความแม่นยำน้อยโดยสังเกตจากจุดเริ่มที่บริเวณมุมของผนัง ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากในบริเวณมุมของผนังมีขนาดเอลิเมนต์ใหญ่เกินไป จึงทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความคลาดเคลื่อนสูง ดังนั้นถ้าในบริเวณมุมของผนังมีขนาดเอลิเมนต์เล็กลง จะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้น

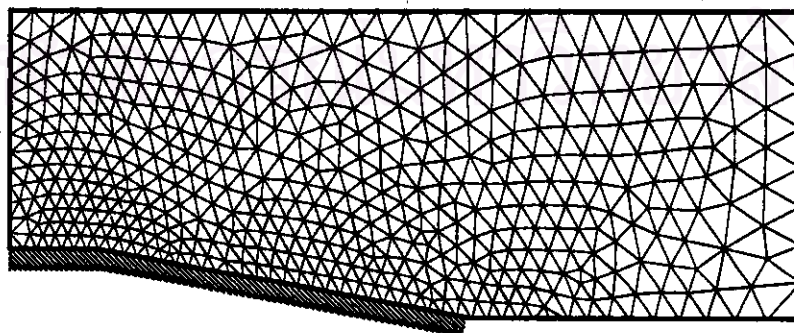


รูป 7.15 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

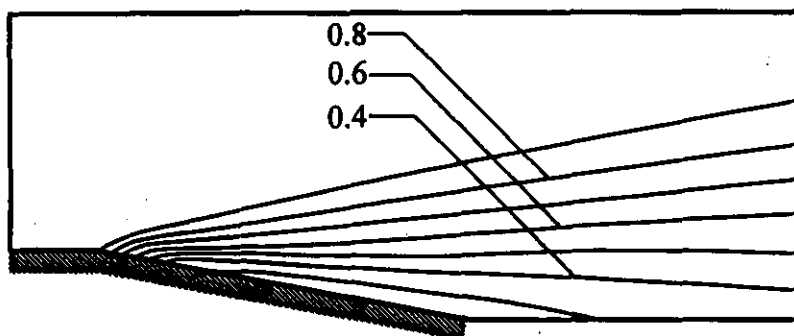


รูป 7.16 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

เริ่มจากการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างไม่เป็นระเบียบแสดงในรูป 7.17 ประกอบด้วย 517 จุดต่อ 934 เอลิเมนต์ จากนั้นจึงทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อให้เกิดการกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.18 ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับรูป 7.16

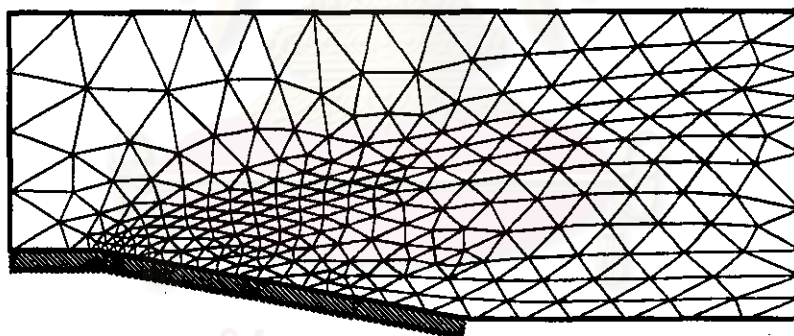


รูป 7.17 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

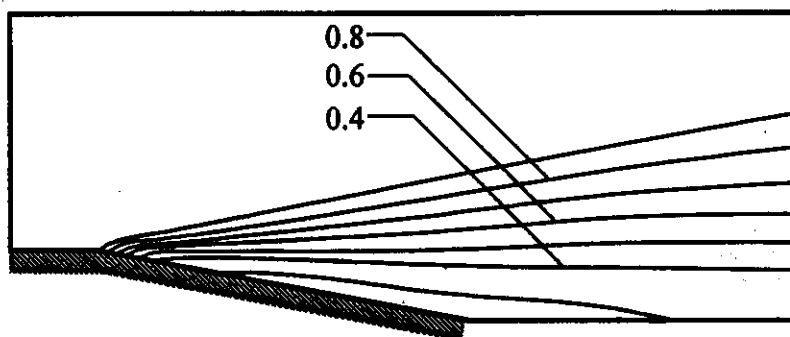


รูป 7.18 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์
เริ่มแรกของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

จากนั้นนำค่าความหนาแน่นที่ได้จากการคำนวณมาใช้ในการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยทำการประมวลผลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ REMESH ได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ดังแสดงในรูป 7.19 ประกอบด้วย 272 จุดต่อ 488 เอลิเมนต์ โดยมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในบริเวณมุมของผนังและมีเอลิเมนต์ขนาดใหญ่วางตัวอยู่ในบริเวณอื่นๆ และได้การกระจายของความหนาแน่น แสดงในรูป 7.20

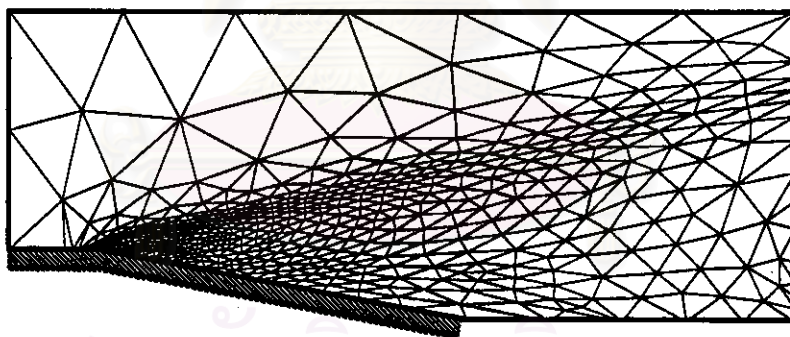


รูป 7.19 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว



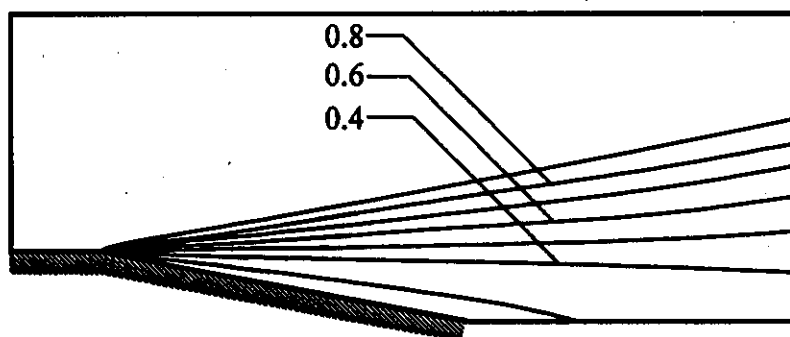
รูป 7.20 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

ใช้ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติอีกครั้งหนึ่ง เพื่อทำการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ดังแสดงในรูป 7.21 ประกอบด้วย 502 จุดต่อ 927 เอลิเมนต์ โดยมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กเป็นจำนวนมากวางตัวอยู่ในบริเวณมุมของผนังและมีเอลิเมนต์ขนาดใหญ่วางตัวอยู่ในบริเวณอื่นๆ และเมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE อีกครั้งหนึ่ง ได้การกระจายของผลลัพธ์ต่างๆดังแสดงในรูป 7.22-7.24



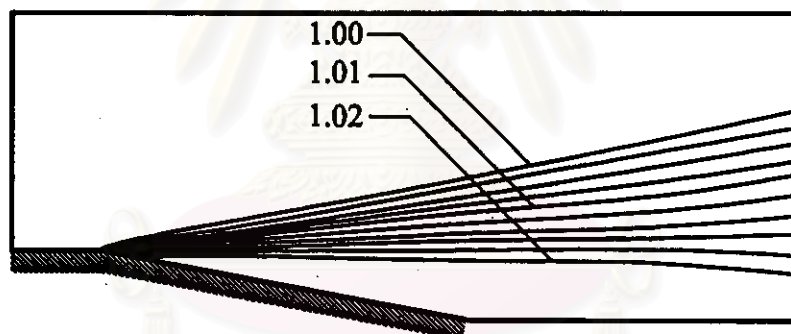
รูป 7.21 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

รูป 7.22 แสดงการกระจายของความหนาแน่น ซึ่งเห็นการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นได้ชัดเจนมากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับรูป 7.18 และรูป 7.20



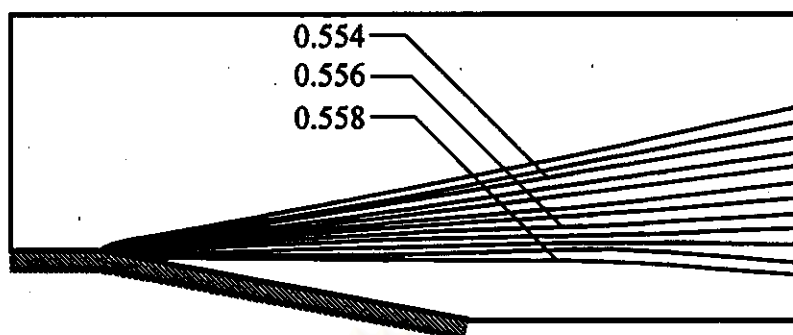
รูป 7.22 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

รูป 7.23 แสดงการกระจายของความเร็ว อากาศไหลเข้ามาโดยมีการกระจายของความเร็วอย่างสม่ำเสมอ ต่อมาอากาศไหลผ่านมุมของผนังเกิดการขยายตัวของอากาศ ความเร็วมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป



รูป 7.23 การกระจายของความเร็วที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

รูป 7.24 แสดงการกระจายของพลังงานรวม ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกันกับการกระจายของความเร็ว



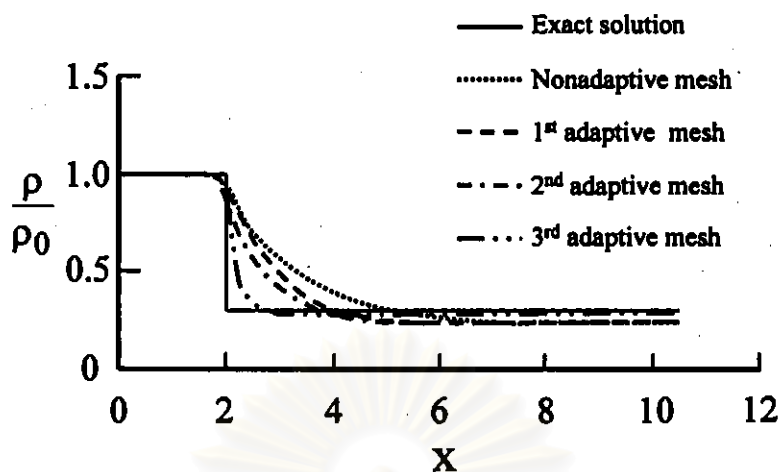
รูป 7.24 การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

ผลลัพธ์ที่ได้ของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 มีความแม่นยำสูงดังเห็นได้จากจุดเริ่มของคลื่นมักอยู่ที่มุมของผนังเพียงจุดเดียว โดยรายละเอียดของขนาดเอลิเมนต์ที่ใช้ เวลาในการคำนวณ (บนเครื่องคอมพิวเตอร์ รุ่น PENTIUM 100) ได้แสดงในตารางที่ 7.2

ตารางที่ 7.2 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

Mesh	Elements	Nodes	h_{min}	h_{max}	s_{max}	CPU times (sec.)
Nonadaptive	936	518	-	0.5	1.0	30
1 st adaptive	934	517	0.300	0.9	1.0	28
2 nd adaptive	488	272	0.100	1.5	3.0	20
3 rd adaptive	927	502	0.035	2.5	5.0	50

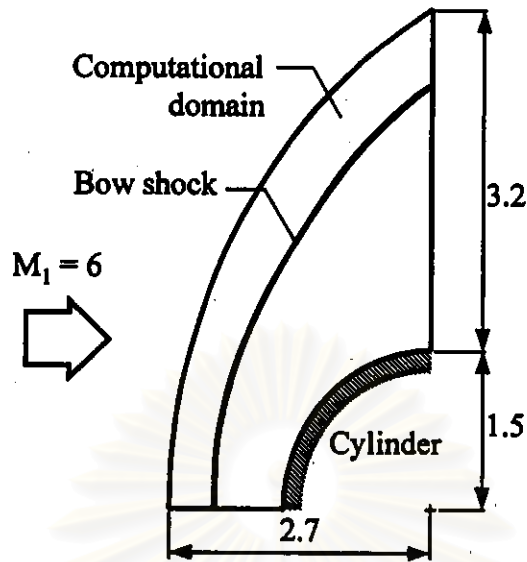
ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม พิจารณาจากการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นบนแนวผนังในรูป 7.14 โดยทำการเปรียบเทียบตั้งแต่รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างเป็นระเบียบ รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรก รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 และรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 กับผลเฉลยแม่นยำ ดังแสดงในรูป 7.25 พบว่า ค่าความหนาแน่นที่ได้จากการคำนวณในแต่ละครั้งของการปรับขนาดเอลิเมนต์ มีค่าเข้าใกล้ผลเฉลยแม่นยำมากขึ้น และจากรูปจะเห็นได้ว่า สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างเป็นระเบียบ รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกและรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 มีขนาดเอลิเมนต์ใหญ่เกินไป ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำ



รูป 7.25 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของค่าความหนาแน่นที่คำนวณได้กับผลเฉลย
แม่นยำตรงตามแนวผนังของปัญหาการไหลแบบขยายตัว

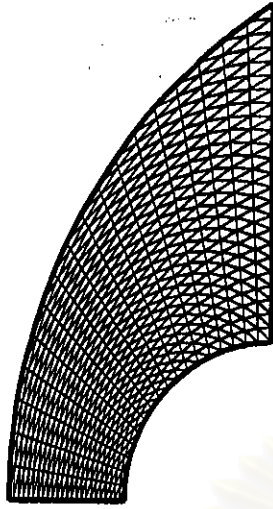
7.3 ปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก

ปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอกเป็นปัญหาการไหลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาการไหลผ่านลิ้นแต่มีความซับซ้อนมากกว่า ทั้งนี้เนื่องจากมุมของระนาบเอียงที่กระทำกับแนวระดับตามปัญหาการไหลผ่านลิ้นมีค่ามากกว่าค่ามุมมากที่สุดที่สามารถเกิดแนวคลื่นช็อกเอียงเริ่มต้นจากบริเวณมุมดังกล่าวได้ เป็นผลทำให้ปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอกจะเกิดแนวคลื่นช็อกโค้งขึ้นโดยแนวคลื่นช็อกโค้งเกิดขึ้นบริเวณด้านหน้าของทรงกระบอกและในบริเวณเส้นผ่านศูนย์กลางระหว่างแนวช็อกโค้งและพื้นผิวทรงกระบอกจะเกิดการไหลของอากาศด้วยความเร็วต่ำกว่าความเร็วเสียง (Subsonic flow) เมื่อถัดจากบริเวณนี้ไปแล้วความเร็วของการไหลจะค่อยๆเพิ่มจนกระทั่งกลายเป็นการไหลด้วยความเร็วมากกว่าความเร็วเสียง (Supersonic flow) อีกครั้ง โดยการวิเคราะห์ครั้งนี้ พิจารณาการไหลของอากาศด้วยความเร็วมากกว่าความเร็วเสียง 6 เท่า ($M_1=6$) ในแนวระดับผ่านพื้นผิวของทรงกระบอก โดยพิจารณาว่าการไหลของอากาศนี้มีความสมมาตรสามารถเลือกพื้นผิวของทรงกระบอกในการวิเคราะห์ลักษณะการไหล ดังแสดงในรูป 7.26

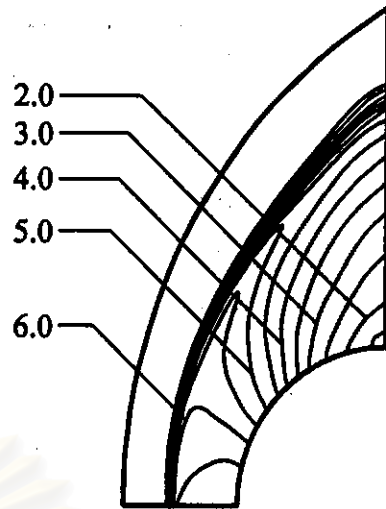


รูป 7.26 ปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอกพร้อมเงื่อนไขขอบเขต

สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาการไหลด้วยรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างเป็นระเบียบ แสดงดังรูป 7.27(ก) ประกอบด้วย 475 จุดต่อ 864 เอลิเมนต์ และเมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อให้เกิดการกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.27(ข) จะเห็นว่าอากาศไหลเข้ามาโดยมีการกระจายของความหนาแน่นอย่างสม่ำเสมอ ต่อมาอากาศไหลผ่านพื้นผิวของทรงกระบอก เกิดการเปลี่ยนทิศทางการไหลไปตามพื้นผิวของทรงกระบอก ก่อให้เกิดการอัดตัวของอากาศ ความหนาแน่นมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ปรากฏเป็นคลื่นช็อกโค้งขึ้น โดยบริเวณหลังแนวคลื่นช็อกส่วนหน้าของพื้นผิวทรงกระบอกมีความหนาแน่นมากที่สุด จากนั้นความหนาแน่นจะค่อยๆ ลดลงไปตามพื้นผิวของกระบอก ส่วนคลื่นช็อกโค้งนั้นเกิดขึ้นเป็นบริเวณกว้าง โดยในบริเวณส่วนหน้าของพื้นผิวทรงกระบอกจะมีคลื่นช็อกที่มีความคมชัดมากกว่าในบริเวณที่ห่างออกไป ทั้งนี้เนื่องจากขนาดเอลิเมนต์ในบริเวณที่ห่างออกไปนั้นมีขนาดใหญ่เกินไป ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในครั้งนี้แสดงให้เห็นว่าควรใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในแนวคลื่นช็อกโค้ง เพื่อให้แนวคลื่นช็อกโค้งที่เกิดขึ้นมีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น แต่ทั้งนี้เนื่องจากไม่สามารถทราบล่วงหน้าได้ว่า แนวคลื่นช็อกโค้งเกิดขึ้นในบริเวณใด การนำระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาประยุกต์ใช้ จึงช่วยแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นได้



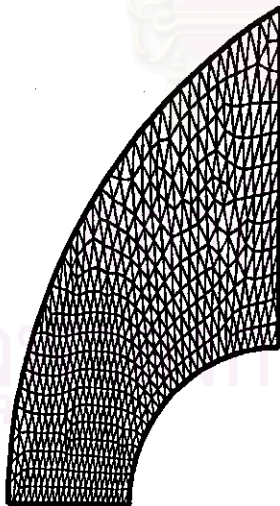
(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์



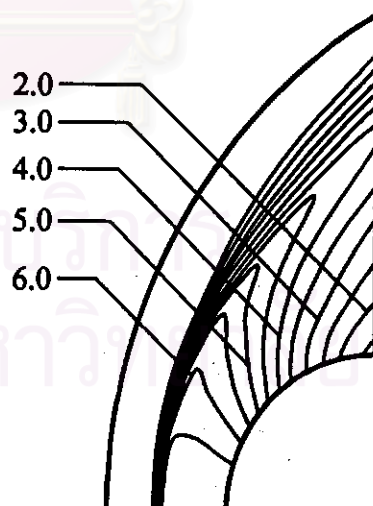
(ข) การกระจายของความหนาแน่น

รูป 7.27 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบและการกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก

เริ่มจากการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างไม่เป็นระเบียบ ดังแสดงในรูป 7.28(ก) ประกอบด้วย 497 จุดต่อ 895 เอลิเมนต์ จากนั้นจึงทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อให้เกิดการกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.28(ข) ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับรูป 7.27(ข) สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบ



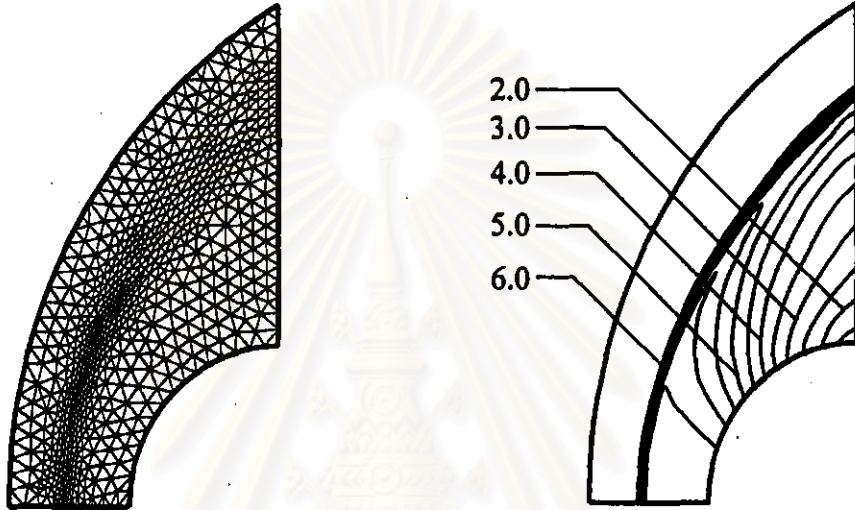
(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์



(ข) การกระจายของความหนาแน่น

รูป 7.28 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกและการกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก

ค่าความหนาแน่นที่ได้จากการคำนวณถูกนำมาใช้ในการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยทำการประมวลผลโปรแกรมคอมพิวเตอร์ REMESH ได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ประกอบด้วย 671 จุดต่อ 1,241 เอลิเมนต์ ดังแสดงในรูป 7.29(ก) โดยมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในแนวคลื่นช็อก และมีเอลิเมนต์ขนาดใหญ่ขึ้นวางตัวอยู่ในบริเวณอื่นๆ และเมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ได้การกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.29(ข) พบว่าคลื่นช็อกที่เกิดขึ้นมีบริเวณแคบลงหรือคลื่นช็อกมีความคมชัดมากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับรูป 7.28(ข) สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรก

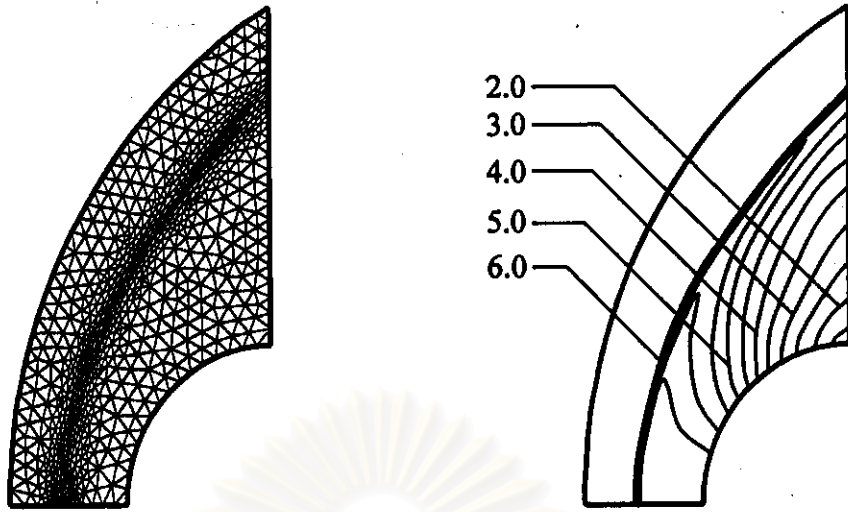


(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

(ข) การกระจายของความหนาแน่น

รูป 7.29 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 และการกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก

และเพื่อให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากขึ้น จำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในบริเวณคลื่นช็อก โดยใช้ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ประกอบด้วย 728 จุดต่อ 1,350 เอลิเมนต์ ดังแสดงในรูป 7.30(ก) โดยมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กวางอยู่ตามแนวคลื่นช็อก และเมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE อีกครั้งหนึ่ง ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณจะมีความถูกต้องเที่ยงตรงมากขึ้น โดยสังเกตจากคลื่นช็อกโค้งที่เกิดขึ้นเป็นบริเวณแคบๆ และได้การกระจายของความหนาแน่น แสดงในรูป 7.30(ข) และการกระจายของผลลัพธ์อื่นๆ แสดงในรูป 7.31-7.33

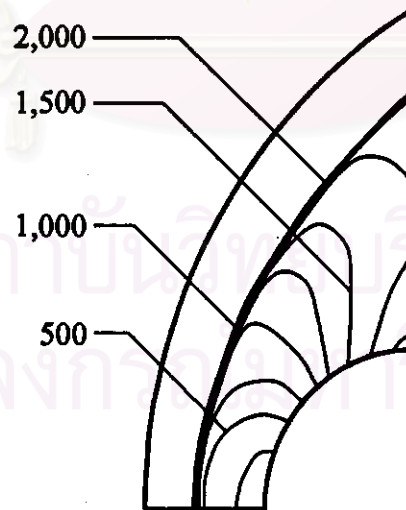


(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

(ข) การกระจายของความหนาแน่น

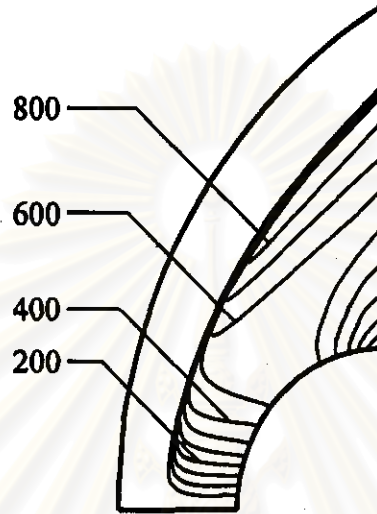
รูป 7.30 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 และการกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก

รูป 7.31 แสดงการกระจายของความเร็ว u โดยอากาศไหลเข้ามาในแนวระดับด้วยความเร็วสูงสม่ำเสมอทั่วทั้งบริเวณของการไหล ต่อมาเมื่ออากาศไหลผ่านพื้นผิวทรงกระบอก ความเร็ว u มีค่าลดลงอย่างรวดเร็ว โดยบริเวณหลังแนวคลื่นช็อคส่วนหน้าของพื้นผิวทรงกระบอก มีค่าความเร็ว u ต่ำที่สุด และความเร็ว u จะค่อยๆเพิ่มขึ้นไปตามพื้นผิวของกระบอก

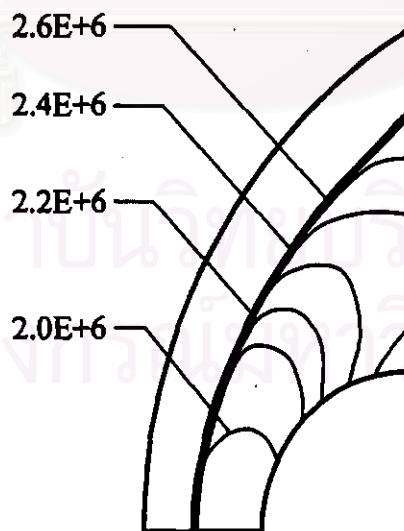


รูป 7.31 การกระจายของความเร็ว u ที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก

รูป 7.32 แสดงการกระจายของความเร็ว v โดยอากาศไหลเข้ามาในแนวระดับ ดังนั้นความเร็ว v เริ่มแรกจึงมีค่าเท่ากับ 0 เสมอทั่วทั้งบริเวณของการไหล ต่อมาเมื่ออากาศไหลผ่านพื้นผิวทรงกระบอก ความเร็ว v มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และความเร็ว v ในบริเวณพื้นผิวทรงกระบอกจะค่อยๆเพิ่มขึ้นไปตามพื้นผิวของกระบอก จนกระทั่งอากาศไหลผ่านส่วนบนของพื้นผิวทรงกระบอก ความเร็ว v จะค่อยๆลดลงเนื่องจากการไหลของอากาศอยู่ในแนวระดับมากขึ้น



รูป 7.32 การกระจายของความเร็ว v ที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก



รูป 7.33 การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก

รูป 7.33 แสดงการกระจายของพลังงานรวม อากาศไหลเข้ามา โดยมีการกระจายของพลังงานรวมสม่ำเสมอทั่วทั้งบริเวณของการไหล ต่อมาเมื่ออากาศไหลผ่านพื้นผิวทรงกระบอก ความเร็วมีค่าลดลงอย่างรวดเร็ว ทำให้พลังงานรวมมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วด้วยเช่นเดียวกัน โดยบริเวณหลังแนวคลื่นช็อกส่วนหน้าของพื้นผิวทรงกระบอกมีพลังงานรวมน้อยที่สุด และพลังงานรวมจะค่อยๆเพิ่มขึ้นไปตามพื้นผิวของกระบอก

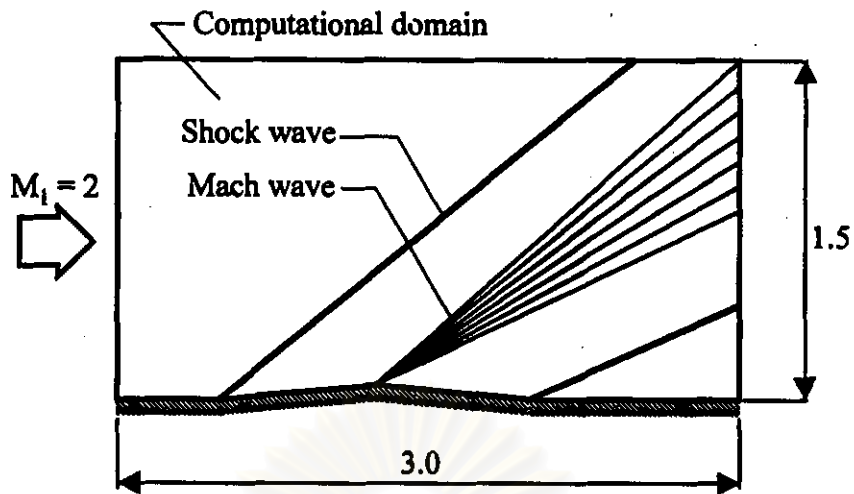
จากการวิเคราะห์ปัญหาการไหลผ่านกระบอกแสดงให้เห็นว่า เมื่อนำระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้ควบคู่กับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ช่วยปรับปรุงผลเฉลยโดยประมาณของการไหลให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้นได้ โดยรายละเอียดของขนาดเอลิเมนต์ที่ใช้และเวลาในการคำนวณ (บนใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ รุ่น PENTIUM 166) ได้แสดงในตารางที่ 7.3

ตารางที่ 7.3 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก

Mesh	Elements	Nodes	h_{min}	h_{max}	s_{max}	CPU times (sec.)
Nonadaptive	864	475	0.050	0.13	3.0	575
1 st adaptive	895	497	0.050	0.11	3.0	590
2 nd adaptive	1,242	671	0.020	0.15	4.0	1,330
3 rd adaptive	1,350	728	0.014	0.15	6.0	1,260

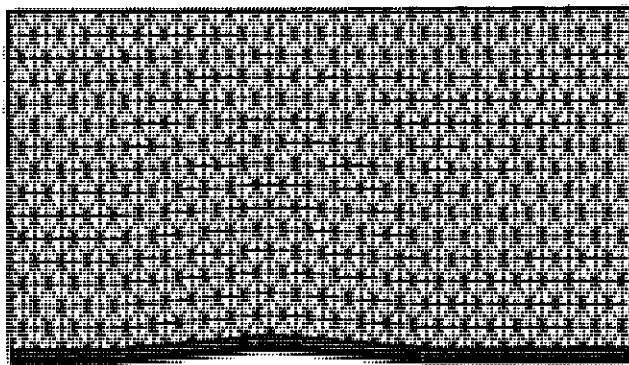
7.4 ปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

ปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม เป็นปัญหาการไหลที่มีความซับซ้อนมากขึ้น โดยมีการอัดตัวและการขยายตัวของอากาศเกิดขึ้นพร้อมกัน กล่าวคือ เมื่ออากาศไหลผ่านปีกเครื่องบินส่วนหน้าซึ่งเอียง 5° จากแนวระดับ จะเกิดการอัดตัวของอากาศและคลื่นช็อกขึ้น จากนั้นเมื่ออากาศไหลผ่านส่วนยอดของปีกเครื่องบิน จะเกิดการขยายตัวของอากาศและคลื่นมัคขึ้น และเมื่ออากาศไหลผ่านปีกเครื่องบินส่วนท้าย จะเกิดการอัดตัวของอากาศและคลื่นช็อกอีกครั้งหนึ่ง โดยการวิเคราะห์ครั้งนี้ อากาศไหลเข้ามาในแนวระดับด้วยความเร็วมากกว่าความเร็วเสียง 2 เท่า ($M_1=2$) ผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม โดยพิจารณาว่าการไหลนี้มีความสมมาตร จึงเลือกบริเวณปีกเครื่องบินส่วนบนเป็นพื้นที่ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหล ดังแสดงในรูป 7.34

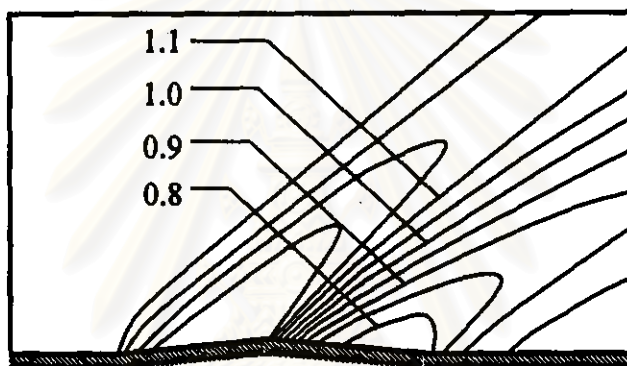


รูป 7.34 ปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยมพร้อมเงื่อนไขขอบเขต

รูป 7.35 แสดงรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างเป็นระเบียบ ประกอบด้วย 784 จุดต่อ 1,440 เอลิเมนต์ และเมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อให้เกิดการกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.36 จากรูปพบว่า อากาศไหลเข้ามาโดยมีการกระจายของความหนาแน่นอย่างสม่ำเสมอ ต่อมาอากาศไหลผ่านบริเวณปีกเครื่องบินส่วนหน้า เกิดการเปลี่ยนทิศทางการไหลไปตามแนวของปีกเครื่องบิน ก่อให้เกิดการอัดตัวของอากาศและคลื่นช็อคขึ้น โดยความหนาแน่นมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในบริเวณหลังแนวคลื่นช็อค จากนั้นอากาศไหลผ่านบริเวณส่วนยอดของปีกเครื่องบิน เกิดการเปลี่ยนทิศทางการไหลไปตามแนวของปีกเครื่องบินทำให้เกิดการขยายตัวของอากาศ ความหนาแน่นมีค่าลดลงอย่างค่อยเป็นค่อยไปและก่อให้เกิดคลื่นมักจำนวนหนึ่ง โดยมีจุดเริ่มอยู่ที่ส่วนยอดของปีกเครื่องบิน และเมื่ออากาศไหลผ่านบริเวณส่วนท้ายของปีกเครื่องบินเกิดการอัดตัวของอากาศและคลื่นช็อคขึ้นอีกครั้งเพื่อปรับทิศทางการไหลให้อยู่ในแนวระดับและความหนาแน่นมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จากรูปคลื่นช็อคและคลื่นมักที่เกิดขึ้นยังมีความแม่นยำน้อย โดยสังเกตจากบริเวณที่เกิดคลื่นช็อคมีบริเวณกว้างและจุดเริ่มของคลื่นมักที่บริเวณส่วนยอดของปีกเครื่องบินมีหลายจุด ทั้งนี้เนื่องจากในบริเวณดังกล่าวมีขนาดเอลิเมนต์ใหญ่เกินไป ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความคลาดเคลื่อนสูง หากใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กลงวางตัวอยู่ในบริเวณดังกล่าวจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความแม่นยำมากขึ้น

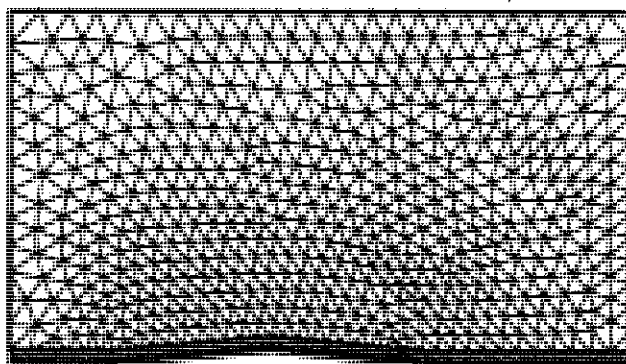


รูป 7.35 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลผ่าน
ปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

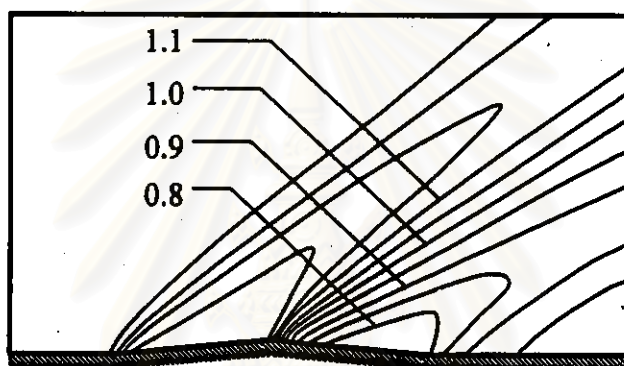


รูป 7.36 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์
ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

เริ่มจากการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างไม่เป็น
ระเบียบแสดงในรูป 7.37 ประกอบด้วย 557 จุดต่อ 1,021 เอลิเมนต์ จากนั้นจึงทำการคำนวณด้วย
โปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อให้เกิดการกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.38
โดยมีลักษณะคล้ายคลึงกับรูป 7.36

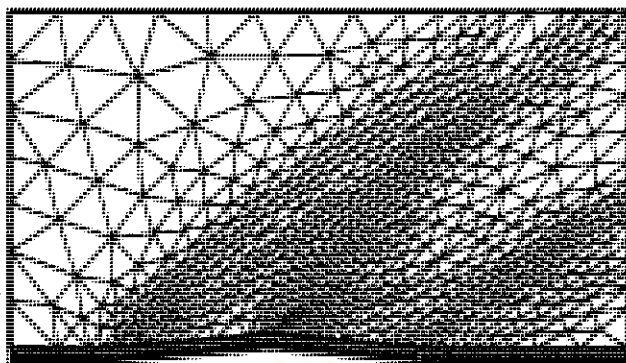


รูป 7.37 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

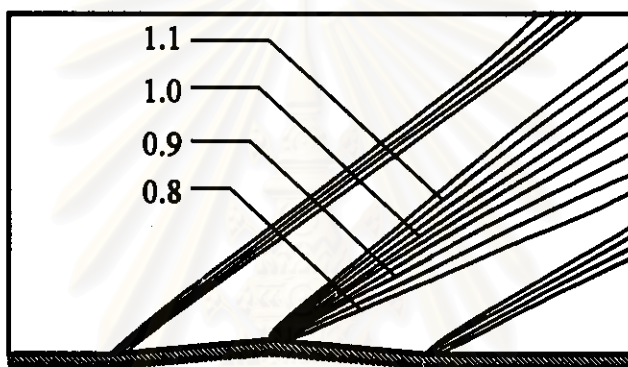


รูป 7.38 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

จากนั้นนำค่าความหนาแน่นที่ได้จากการคำนวณมาใช้ในการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยทำการประมวลผลโปรแกรมคอมพิวเตอร์ REMESH ได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ดังแสดงในรูป 7.39 ประกอบด้วย 600 จุดต่อ 1,113 เอลิเมนต์ โดยมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในบริเวณแนวคลื่นช็อกและส่วนยอดของปีกเครื่องบิน และมีเอลิเมนต์ขนาดใหญ่วางตัวอยู่ในบริเวณอื่นๆ และเมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ได้การกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.40 พบว่า เห็นการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นได้ชัดเจนมากขึ้น คลื่นช็อกเกิดขึ้นเป็นบริเวณแคบลงและคลื่นมักมีจุดเริ่มบริเวณส่วนยอดของปีกเครื่องบินมากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับรูป 7.38 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรก

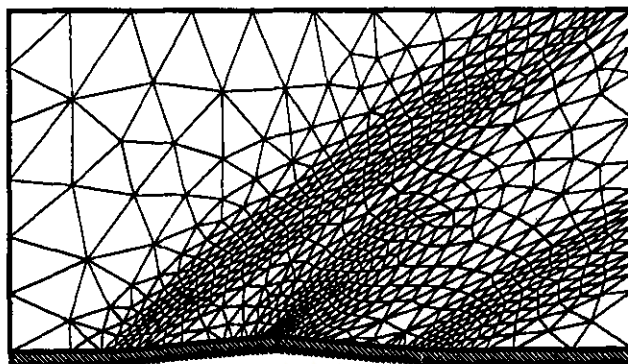


รูป 7.39 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม



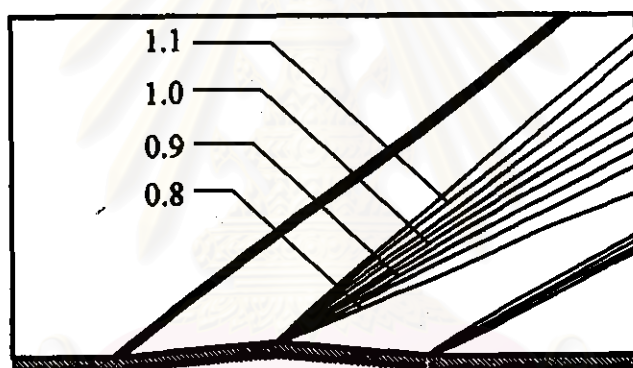
รูป 7.40 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

ใช้ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติอีกครั้งหนึ่ง เพื่อทำการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ดังแสดงในรูป 7.41 ประกอบด้วย 624 จุดต่อ 1,155 เอลิเมนต์ โดยมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กเป็นจำนวนมากวางตัวอยู่ในแนวคลื่นซ็อกและบริเวณตัวออกของปีกเครื่องบิน และมีเอลิเมนต์ขนาดใหญ่วางตัวอยู่ในบริเวณอื่นๆ และเมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE อีกครั้งหนึ่ง ได้การกระจายของผลลัพธ์ต่างๆ แสดงในรูป 7.42-7.44



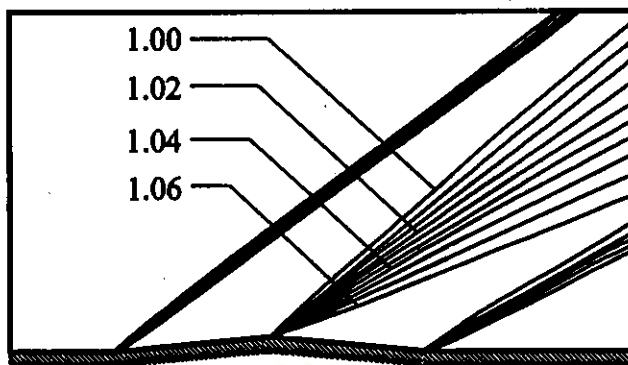
รูป 7.41 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

รูป 7.42 แสดงการกระจายของความหนาแน่น ซึ่งเห็นการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นได้อย่างชัดเจนเมื่อเปรียบเทียบกับรูป 7.38 และรูป 7.40



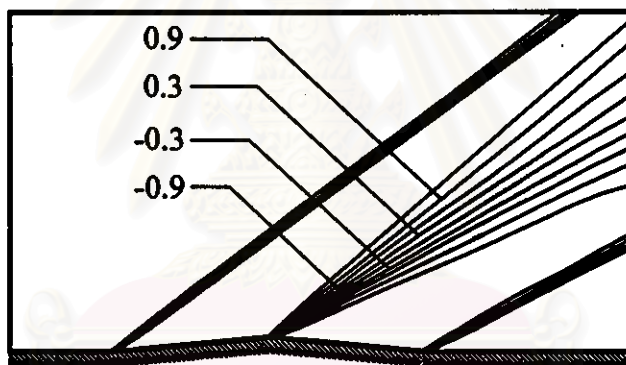
รูป 7.42 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

รูป 7.43 แสดงการกระจายของความเร็ว โดยอากาศไหลเข้ามาด้วยความเร็วสูงและมีการกระจายของความเร็วอย่างสม่ำเสมอ ต่อมาอากาศไหลผ่านบริเวณปีกเครื่องบินส่วนหน้าเกิดการอัดตัวของอากาศเป็นผลให้ความเร็วลดลงอย่างรวดเร็ว จากนั้นอากาศไหลผ่านบริเวณส่วนยอดของปีกเครื่องบินเกิดการขยายตัวของอากาศเป็นผลให้ความเร็วเพิ่มขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป และเมื่ออากาศไหลผ่านบริเวณส่วนท้ายของปีกเครื่องบินเกิดการอัดตัวของอากาศทำให้ความเร็วลดลงอย่างรวดเร็วอีกครั้ง



รูป 7.43 การกระจายของความเร็วที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

รูป 7.44 แสดงการกระจายของพลังงานรวม ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับกับการกระจายของความเร็ว



รูป 7.44 การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

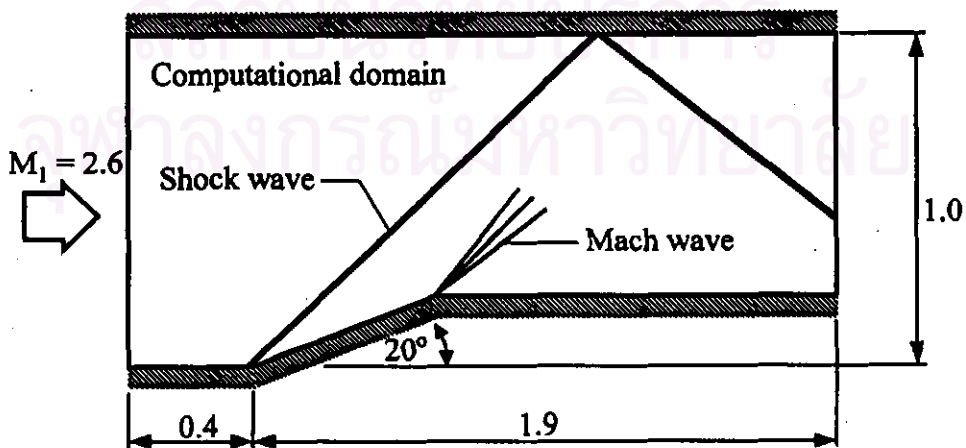
ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณสำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 มีความถูกต้องเที่ยงตรงสูง ดังเห็นได้จากคลื่นช็อกที่เกิดขึ้นเป็นบริเวณแคบๆ และจุดเริ่มของคลื่นมักอยู่ที่จุดยอดเพียงจุดเดียว ซึ่งถ้าทำการปรับขนาดเอลิเมนต์อีกหลายๆ ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณจะมีความถูกต้องเที่ยงตรงสูงขึ้นไปอีก โดยรายละเอียดของขนาดเอลิเมนต์ที่ใช้และเวลาในการคำนวณ (บนเครื่องคอมพิวเตอร์ รุ่น PENTIUM 100) แสดงในตารางที่ 7.4

ตารางที่ 7.4 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลผ่านปีกเครื่องบินรูปเหลี่ยม

Mesh	Elements	Nodes	h_{\min}	h_{\max}	s_{\max}	CPU times (sec.)
Nonadaptive	1,440	784	-	0.06	1.0	160
1 st adaptive	1,021	557	0.070	0.15	1.0	100
2 nd adaptive	1,113	600	0.015	0.25	3.0	165
3 rd adaptive	1,155	624	0.011	0.30	4.0	210

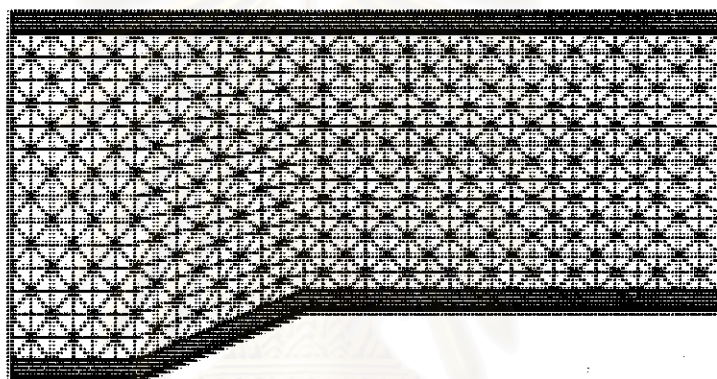
7.5 ปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

ปัญหาการไหลที่จะวิเคราะห์ดังต่อไปนี้ เป็นปัญหาการไหลที่มีความซับซ้อนมากกว่า ปัญหาการไหลที่ผ่านมา โดยมีกาผสมผสานกันระหว่างการอัดตัว (Compression) การขยายตัว (Expansion) การสะท้อน (Reflection) และการกระทบกัน (Interaction) ของคลื่นช็อกและคลื่นมัก กล่าวคือ อากาศไหลในแนวระดับเข้ามาในอุโมงค์ลมด้วยความเร็วเหนือความเร็วเสียง โดยภายใน อุโมงค์ลมมีการลดขนาดพื้นที่การไหลอยู่ช่วงหนึ่ง เมื่ออากาศไหลผ่านส่วนแรกของช่วงดังกล่าว ซึ่งเป็นระนาบเอียงจะเกิดการอัดตัวของอากาศและคลื่นช็อกขึ้น ต่อมาอากาศไหลผ่านส่วนท้าย ของช่วงดังกล่าวจะเกิดการขยายตัวของอากาศและคลื่นมักขึ้น ขณะเดียวกันคลื่นช็อกที่เกิดขึ้นจะ ตกกระทบกับขอบบนของอุโมงค์ลมก่อให้เกิดคลื่นช็อกสะท้อน และเมื่อคลื่นช็อกสะท้อนและ คลื่นมักกระทบกันจะเกิดการเปลี่ยนแปลงในบริเวณหลังแนวคลื่นช็อกสะท้อน รายละเอียดของ ปัญหาการไหลได้แสดงในรูป 7.45 โดยอากาศไหลในแนวระดับด้วยความเร็วมากกว่าความเร็ว เสียง 2.6 เท่า ($M_1=2.6$) เข้าอุโมงค์ลมซึ่งมีการลดขนาดพื้นที่การไหล

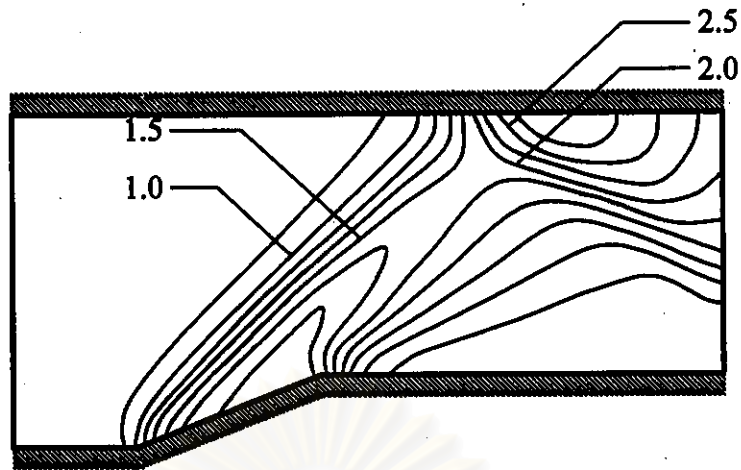


รูป 7.45 ปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหลพร้อมเงื่อนไขขอบเขต

รูป 7.46 แสดงรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างเป็นระเบียบ ประกอบด้วย 640 จุดต่อ 980 เอลิเมนต์ และเมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อให้เกิดการกระจายของความหนาแน่นแสดงในรูป 7.47 จากรูปพบว่า การกระจายของความหนาแน่นยังไม่ชัดเจนเท่าที่ควร คลื่นช็อกและคลื่นมักที่เกิดขึ้นยังมีความแม่นยำน้อยโดยสังเกตจากบริเวณที่เกิดคลื่นช็อกมีบริเวณกว้าง จุดเริ่มของคลื่นมักที่บริเวณมุมของผนังมีหลายจุด รวมทั้งความไม่ต่อเนื่องในบริเวณที่มีการสะท้อนของคลื่นช็อก ทั้งนี้เป็นผลมาจากเอลิเมนต์ในบริเวณดังกล่าวมีขนาดใหญ่เกินไป ดังนั้นถ้าใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในบริเวณที่เกิดคลื่นช็อกและมุมของผนังจะทำให้ผลลัพธ์มีความแม่นยำมากขึ้น การใช้ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติช่วยอธิบายลักษณะการไหลได้อย่างชัดเจนมากขึ้น

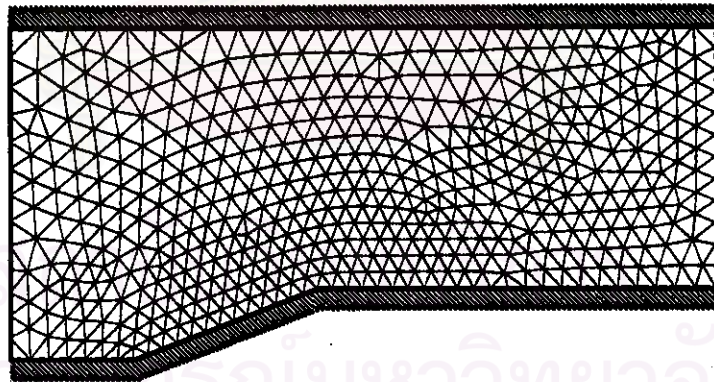


รูป 7.46 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

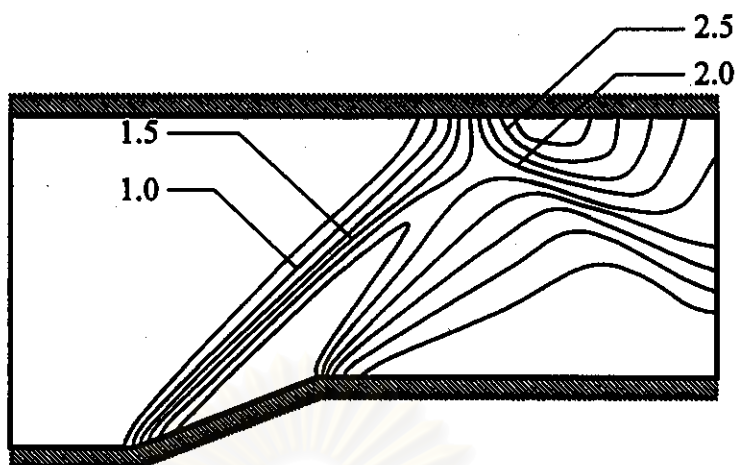


รูป 7.47 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

เริ่มจากการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างไม่เป็นระเบียบ ดังแสดงในรูป 7.48 ประกอบด้วย 548 จุดต่อ 998 เอลิเมนต์ จากนั้นจึงทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ก่อนให้เกิดการกระจายของความหนาแน่น ดังแสดงในรูป 7.49 โดยมีลักษณะคล้ายคลึงกับรูป 7.47

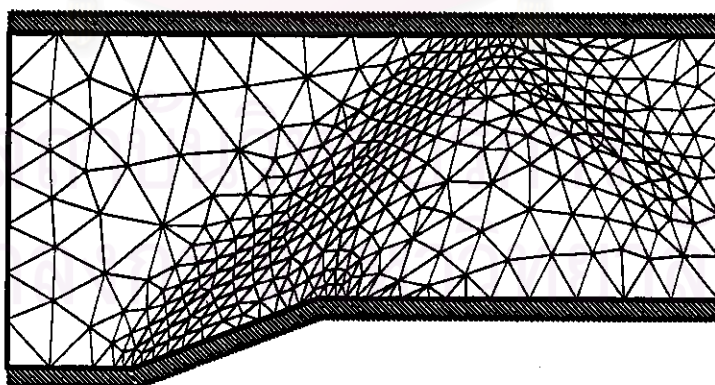


รูป 7.48 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

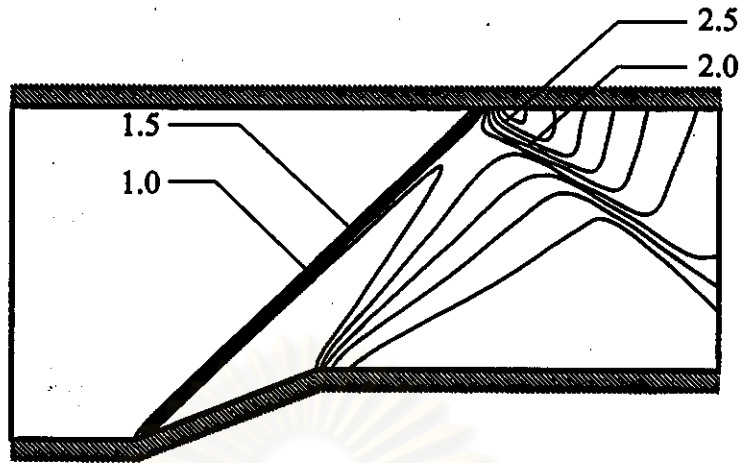


รูป 7.49 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์
เริ่มแรกของปัญหาการไหลผ่านรูโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

จากนั้นนำค่าความหนาแน่นที่ได้จากการคำนวณมาใช้ในการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยทำการประมวลผลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ REMESH ได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ดังแสดงในรูป 7.50 ประกอบด้วย 386 จุดต่อ 697 เอลิเมนต์ โดยมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในบริเวณแนวคลื่นซ็อกและบริเวณมุมของผนัง และมีเอลิเมนต์ขนาดใหญ่วางตัวอยู่ในบริเวณอื่นๆ และเมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ได้การกระจายของความหนาแน่น แสดงในรูป 7.51 ซึ่งเห็นการกระจายของความหนาแน่นได้ชัดเจนมากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับรูป 7.49 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรก

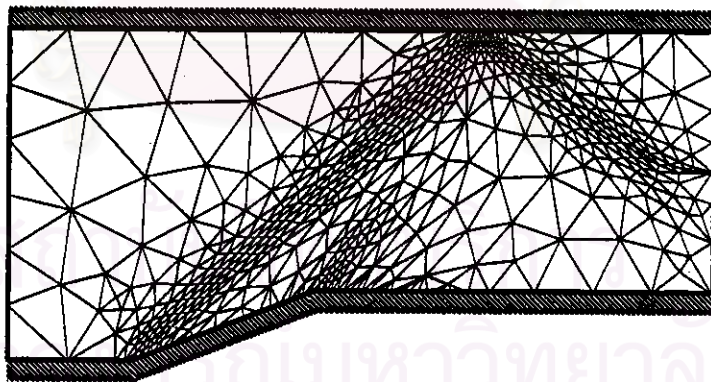


รูป 7.50 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลผ่านรูโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล



รูป 7.51 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

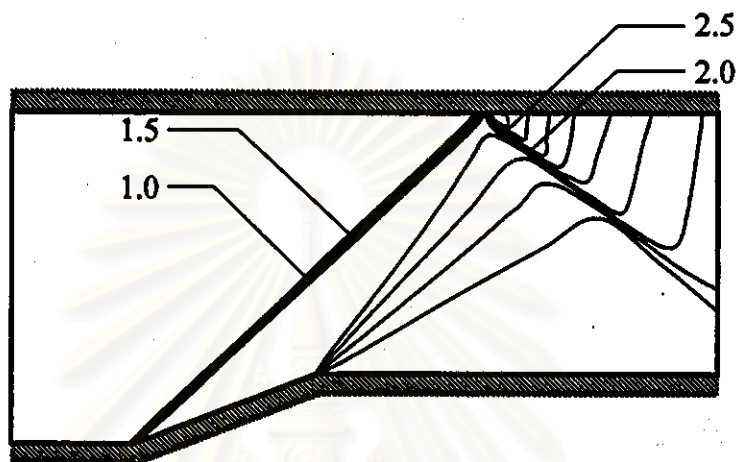
ใช้ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติอีกครั้งหนึ่ง เพื่อทำการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ดังแสดงในรูป 7.52 ประกอบด้วย 496 จุดต่อ 907 เอลิเมนต์ โดยมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กเป็นจำนวนมากวางตัวอยู่ในแนวคลื่นช็อกและบริเวณมุมของผนัง และมีเอลิเมนต์ขนาดใหญ่วางตัวอยู่ในบริเวณอื่นๆ เมื่อคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE อีกครั้งหนึ่ง ได้การกระจายของผลลัพธ์ต่างๆ แสดงในรูป 7.53-7.55



รูป 7.52 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

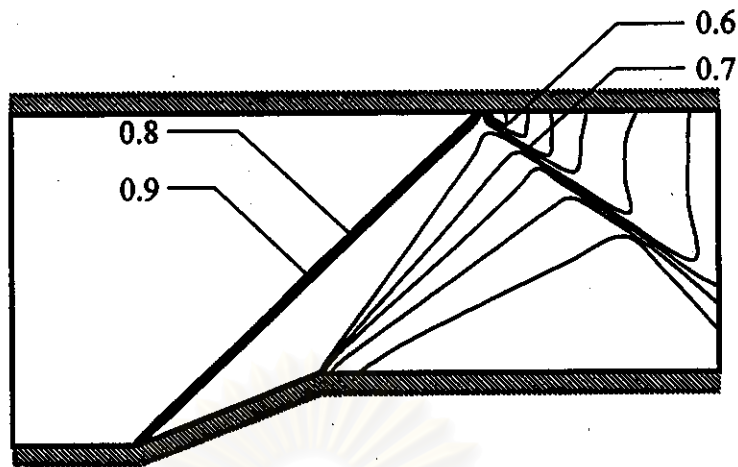
รูป 7.53 แสดงการกระจายของความหนาแน่น อากาศไหลเข้ามาในอุโมงค์ลมโดยมีการกระจายของความหนาแน่นอย่างสม่ำเสมอ ต่อมาอากาศไหลผ่านส่วนแรกของบริเวณที่ลดขนาดพื้นที่การไหลเกิดการอัดตัวของอากาศและคลื่นช็อก ความหนาแน่นมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จาก

นั้นอากาศไหลผ่านส่วนท้ายของบริเวณที่ลดขนาดพื้นที่การไหลเกิดการขยายตัวของอากาศ ความหนาแน่นมีค่าลดลงอย่างค่อยเป็นค่อยไป ปรากฏเป็นคลื่นมักจำนวนหนึ่ง ขณะเดียวกันคลื่นช็อคตกกระทบกับผนังด้านบนเกิดคลื่นช็อคสะท้อนขึ้น ความหนาแน่นในบริเวณหลังแนวคลื่นช็อคสะท้อนมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และเมื่อคลื่นช็อคสะท้อนกระทบกับคลื่นมัก ทำให้ความหนาแน่นในบริเวณหลังแนวคลื่นช็อคสะท้อนมีค่าลดลงอย่างค่อยเป็นค่อยไปตามทิศทางการไหล



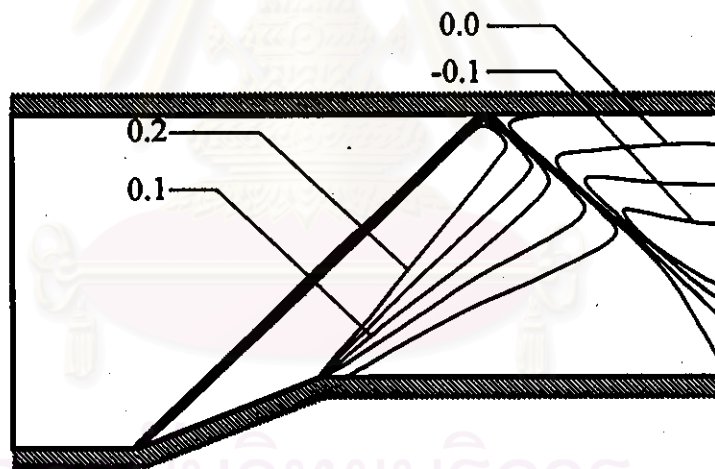
รูป 7.53 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

รูป 7.54 แสดงการกระจายของความเร็ว โดยอากาศไหลเข้ามาในอุโมงค์ลมด้วยความเร็วสูงสม่ำเสมอทั่วทั้งบริเวณของการไหล ต่อมาอากาศไหลผ่านส่วนแรกๆของบริเวณที่ลดขนาดพื้นที่การไหลเกิดการอัดตัวของอากาศ ความเร็วมีค่าลดลงอย่างรวดเร็ว จากนั้นอากาศไหลผ่านส่วนท้ายของบริเวณที่ลดขนาดพื้นที่การไหลเกิดการขยายตัวของอากาศ ความเร็วมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป ขณะเดียวกันคลื่นช็อคตกกระทบกับผนังด้านบนเกิดคลื่นช็อคสะท้อนขึ้น ความเร็วในบริเวณหลังแนวคลื่นช็อคสะท้อนมีค่าลดลงอย่างรวดเร็ว และเมื่อคลื่นช็อคสะท้อนกระทบกับคลื่นมัก ทำให้ความเร็วในบริเวณหลังแนวคลื่นช็อคสะท้อนมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไปตามทิศทางการไหล



รูป 7.54 การกระจายของความเร็วที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

รูป 7.55 แสดงการกระจายของพลังงานรวม ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับรูป 7.54



รูป 7.55 การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 ของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 3 มีความถูกต้องเที่ยงตรงสูง ดังเห็นได้จากคลื่นช็อกที่เกิดขึ้นเป็นบริเวณแคบๆ จุดเริ่มของคลื่นมักอยู่ที่มุมเพียงจุดเดียวและความต่อเนื่องของคลื่นช็อกสะท้อนที่เกิดขึ้น ซึ่งถ้าทำการปรับขนาดเอลิเมนต์อีกหลายๆครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณจะมีความถูกต้องเที่ยงตรงสูงขึ้นไปอีก โดยรายละเอียดของขนาด

เอลิเมนต์ที่ใช้และเวลาในการคำนวณ (บนเครื่องคอมพิวเตอร์ รุ่น PENTIUM 100) แสดงในตาราง 7.5

ตารางที่ 7.5 รายละเอียดในการคำนวณของปัญหาการไหลผ่านอุโมงค์ลมที่ลดขนาดพื้นที่การไหล

Mesh	Elements	Nodes	h_{min}	h_{max}	s_{max}	CPU times (sec.)
Regular	980	540	-	0.07	1.0	102
1 st adaptive	998	548	0.050	0.09	1.0	120
2 nd adaptive	697	386	0.014	0.16	3.0	135
3 rd adaptive	907	496	0.008	0.20	5.0	277

จากตัวอย่างปัญหาการไหลต่างๆที่แสดงในบทนี้ เห็นได้ว่าการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติควบคู่กัน ช่วยในการปรับปรุงความถูกต้องเที่ยงตรงของผลเฉลยโดยประมาณ และทำนายลักษณะการไหลได้อย่างถูกต้องมากขึ้น รวมทั้งลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณและลดเนื้อที่ของหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสองสามารถนำไปวิเคราะห์ปัญหาการไหลที่มีลักษณะซับซ้อนมากขึ้นต่อไปได้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย