บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของวิทยานิพนธ์

การไหลด้วยความเร็วสูงจัดเป็นการไหลแบบอัดตัวได้ กล่าวคือ ความหนาแน่นของของไหลมีค่าไม่สม่ำเสมอทั่วทั้งบริเวณของการไหล เมื่ออากาศไหลผ่านวัตถุลักษณะต่างๆจะเกิดปรากฏการณ์การไหลที่มีลักษณะซับซ้อนขึ้น เช่น การอัดตัวของอากาศ (Compressible flow) คลื่นช็อค (Shock wave) คลื่นช็อคสะท้อน (Reflecting shock wave) การขยายตัวของอากาศ (Expansion flow) และการกระทบกันระหว่างคลื่นช็อค (Shock-shock interaction) เป็นต้น ปรากฏการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้นเหล่านี้ล้วนมีอิทธิพลต่อการกระจายแรงดันของอากาศพลศาสตร์ (Aerodynamic pressure distribution) การกระจายแรงเสียดทานที่ผิว (Skin friction distribution) และอัตราการเกิดความร้อนที่ผิวจากอากาศพลศาสตร์ (Aerodynamic heating rate) หากสามารถทำนายปรากฏการณ์การไหลที่จะเกิดขึ้นได้ล่วงหน้า จะทำให้สามารถประมาณค่าการกระจายแรงดันของอากาศพลศาสตร์ การกระจายแรงเสียดทานที่ผิวและอัตราการเกิดความร้อนที่ผิวจากอากาศพลศาสตร์ได้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้น ค่าคุณสมบัติต่างๆเหล่านี้มีความสำคัญอย่างมากในการออกแบบส่วนประกอบของโครงสร้างที่เกี่ยวข้องกับการไหลด้วยความเร็วสูง โดยการไหลประเภทนี้มีลักษณะเด่นคือมีการเปลี่ยนแปลงสภาวะของการไหลอย่างฉับพลันซึ่งยากต่อการคำนวณหาค่าผลเฉลยแม่นตรง ดังนั้นจึงต้องใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) คำนวณหาผลเฉลยโดยประมาณ และใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กเป็นจำนวนมาก วางตัวอยู่ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงสภาวะของการไหลสูงเพื่อให้ผลเฉลยโดยประมาณที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องเที่ยงตรงสูง ความจำเป็นดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าการคำนวณปัญหาการไหลด้วยความเร็วสูงแบบอัดตัวได้เกี่ยวข้องกับเวลาที่ใช้ในการคำนวณและเนื้อที่หน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์เป็นจำนวนมาก

ในอดีตการคำนวณปัญหาการไหลด้วยความเร็วสูงแบบอัดตัวได้ใช้ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference method) ซึ่งเป็นระเบียบวิธีที่ทำความเข้าใจได้ง่ายแต่อาจจะก่อให้เกิดความยากลำบากในการคำนวณ หากรูปร่างของปัญหานั้นมีลักษณะซับซ้อน ต่อมาได้มีการนำ

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method) มาประยุกต์ใช้ในการคำนวณปัญหาการไหล โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ได้รับการพัฒนามาอย่างต่อเนื่องและเป็นที่นิยมนำมาประยุกต์ใช้กันมากในปัจจุบัน ทั้งนี้เนื่องจากสามารถวิเคราะห์ปัญหาต่างๆที่มีลักษณะซับซ้อนทั่วไปได้ (Zienkiewicz, 1991) ปัญหาในงานวิศวกรรมส่วนใหญ่ที่นำระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นี้มาประยุกต์ใช้กันมากคือ ปัญหาที่เกี่ยวกับความแข็งแรงในของแข็ง จากนั้นระเบียบวิธีนี้ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในงานวิศวกรรมสาขาอื่นๆเช่น ปัญหาการถ่ายเทความร้อน ปัญหาการไหลของของไหล เป็นต้น

การไหลของของไหลแบ่งได้เป็น 4 ประเภทใหญ่ๆกล่าวคือ (1) การไหลแบบไม่มีความหนืดและไม่อัดตัว (Inviscid incompressible flow) (2) การไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้ (Inviscid compressible flow) (3) การไหลแบบมีความหนืดแต่ไม่อัดตัว (Viscous incompressible flow) และ (4) การไหลแบบมีความหนืดและอัดตัวได้ (Viscous compressible flow) โดยปัญหาการไหลด้วยความเร็วสูงที่จะกล่าวในวิทยานิพนธ์นี้ จัดอยู่ในประเภทการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้ โดยค่าความหนาแน่นของของไหลมีค่าไม่สม่ำเสมอทั่วทั้งบริเวณของการไหล ซึ่งโดยปรกติการแก้ปัญหาการไหลดังกล่าวต้องจำลองรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประกอบด้วยจุดต่อและเอลิเมนต์เป็นจำนวนมาก นอกจากนี้สมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาการไหลจะประกอบด้วยสมการย่อยหลายสมการซึ่งอยู่ในรูปไม่เชิงเส้น วิธีการแก้สมการเหล่านี้และเวลาที่ใช้ในการคำนวณถูกคำนึงถึงเป็นอย่างมาก

การคำนวณปัญหาการไหลดังกล่าวมีตัวแปรไม่รู้ค่าที่ใช้ในการคำนวณได้แก่ ค่าความหนาแน่น (Density) ค่าความเร็วของการไหลในทิศทางต่างๆ (Velocity components) และค่าพลังงานรวม (Total energy) ซึ่งตัวแปรไม่รู้ค่าเหล่านี้จะถูกคำนวณมาจากสมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes equation) สำหรับปัญหาการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้ในวิทยานิพนธ์นี้ สมการนาเวียร์-สโตกส์จะถูกลดรูปและเรียกใหม่ว่า สมการออยเลอร์ (Euler equation) ซึ่งประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear partial differential equation) หลายสมการ โดยตลอดระยะเวลาที่ผ่านมา มีผู้เสนอระเบียบวิธีต่างๆ เพื่อใช้แก้ระบบสมการแบบไม่เชิงเส้นดังกล่าวเป็นจำนวนมาก เช่น วิธีอัปวินด์เซลเซนเตอร์ (Upwind cell-centered algorithm) (Gnoffo, 1986) วิธีเพทรอฟ-กาเลอร์คิน (Petrov-Galerkin algorithm) (Hughes, 1987) วิธีกำลังสองต่ำสุด (Least-squares algorithm) (Jiang, 1988) และวิธีเทย์เลอร์-กาเลอร์คิน (Taylor-Galerkin algorithm) (Lohner, 1984) โดยระเบียบวิธีต่างๆเหล่านี้ถูกนำมาประยุกต์เข้ากับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหล

จากการศึกษาพบว่า ระเบียบวิธีอัปวินด์เซลเซนเตอร์ซึ่งได้นำการประมาณค่าเฉลี่ยของโรย์ (Roe's averaging) (Roe, 1981) มาประยุกต์ใช้ด้วยนั้น เป็นระเบียบวิธีที่สามารถทำความเข้าใจได้สะดวกกว่าระเบียบวิธีอื่นๆ ทั้งนี้เนื่องมาจากระเบียบวิธีดังกล่าวสามารถประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากสมการออยเลอร์ที่สอดคล้องกันได้อย่างถูกต้องและนำไปประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกันต่อไปได้

โดยทั่วไปความถูกต้องเที่ยงตรงของผลเฉลยโดยประมาณที่ได้จากการคำนวณจะขึ้นอยู่กับขนาดของเอลิเมนต์ที่ใช้ กล่าวคือ หากต้องการผลเฉลยที่มีความถูกต้องเที่ยงตรงสูงจำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กเป็นจำนวนมาก ยิ่งใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กลงมากเท่าใดจะได้ผลเฉลยที่มีความถูกต้องเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้นเท่านั้น แต่ในขณะเดียวกันจำนวนเอลิเมนต์ทั้งหมดที่ใช้ในการจำลองรูปแบบของปัญหาก็จะมีจำนวนเพิ่มขึ้นตามไปด้วย ซึ่งอาจเกินขนาดของหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีอยู่หรืออาจใช้เวลาในการคำนวณมากจนเกินความจำเป็น วิธีหนึ่งที่ช่วยแก้ไขปัญหาดังกล่าวก็คือการสร้างเอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของผลเฉลยสูงและสร้างเอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่วางตัวอยู่ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของผลเฉลยต่ำ วิธีการดังกล่าวทำให้ผลเฉลยมีความถูกต้องเที่ยงตรงมากขึ้น แต่ขณะเดียวกันก็ก่อให้เกิดความยากลำบากในการจำลองรูปแบบของปัญหาการไหล กล่าวคือ การจัดเอลิเมนต์ซึ่งมีขนาดไม่เท่ากันแต่ต้องการให้มีความต่อเนื่องกันอย่างค่อยเป็นค่อยไปนั้นทำได้ค่อนข้างลำบาก และผลเฉลยของปัญหาการไหลโดยทั่วไปในทางปฏิบัติไม่สามารถทราบได้ล่วงหน้า ดังนั้นจึงเป็นการยากลำบากที่จะตัดสินใจใช้เอลิเมนต์ขนาดเท่าใดวางตัวอยู่ตามตำแหน่งต่างๆบนรูปแบบของปัญหาการไหล ปัญหาดังกล่าวสามารถแก้ไขได้โดยการประยุกต์ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ ซึ่งนำผลเฉลยโดยประมาณที่ได้จากการคำนวณมาใช้เป็นข้อมูลในการเลือกขนาดเอลิเมนต์เพื่อจำลองรูปแบบของปัญหาการไหล

ดังนั้นจุดประสงค์หลักของวิทยานิพนธ์ก็คือ การนำเสนอขั้นตอนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากระบบสมการเชิงอนุพันธ์ออยเลอร์อย่างเป็นขั้นเป็นตอน และการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกัน รวมถึงการประยุกต์ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ พร้อมทั้งการแสดงประสิทธิภาพของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติที่ใช้ควบคู่กันในการแก้ปัญหาการไหลในลักษณะต่างๆ

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1.2.1 ศึกษาระบบสมการเชิงอนุพันธ์นาเวียร์-สโตกส์ใน 2 มิติ สำหรับการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้ เพื่อทำความเข้าใจในลักษณะการไหลดังกล่าว

1.2.2 ประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์และโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้

1.2.3 ประยุกต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ เพื่อปรับปรุงความถูกต้องเที่ยงตรงของผลเฉลยโดยประมาณที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์เอลิเมนต์

1.2.4 แสดงประสิทธิภาพของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้งานควบคู่กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติในการแก้ปัญหาการไหลลักษณะต่างๆ

1.2.5 วิทยานิพนธ์นี้แสดงขั้นตอนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกัน โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสองโปรแกรมสามารถทำการคำนวณบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลได้ และสามารถประยุกต์ใช้ในการทำวิจัยในระดับสูงต่อไปได้

1.3 วิธีดำเนินการและขอบเขตของวิทยานิพนธ์

วิธีดำเนินการและขอบเขตของวิทยานิพนธ์นี้จะสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 1.2 อันประกอบด้วยรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.3.1 ศึกษาระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยนาเวียร์-สโตกส์ใน 2 มิติ เพื่อทำความเข้าใจในลักษณะการไหลต่างๆ

1.3.2 ประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้โดยกระทำอย่างเป็นขั้นเป็นตอน

1.3.3 ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประดิษฐ์ขึ้นและทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลอย่างง่ายที่มีผลเฉลยแม่นตรง

1.3.4 ประยุกต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ โดยใช้ผลเฉลยที่ได้จากโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นข้อมูลในการปรับขนาดเอลิเมนต์และตรวจสอบความถูกต้องของผลเฉลยโดยประมาณที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยใช้วิเคราะห์แก้ปัญหาการไหลอย่างง่ายที่มีผลเฉลยแม่นตรงในข้อ 1.3.3 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเที่ยงตรงของผลเฉลยที่เพิ่มขึ้น

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.3.5 นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสองโปรแกรมมาใช้แก้ปัญหาการไหลผ่านรูปทรงที่มีลักษณะซับซ้อนมากขึ้น เพื่อแสดงประสิทธิภาพของการใช้งานโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสองควบคู่กัน

1.3.6 สรุปผลที่เกิดขึ้นในวิทยานิพนธ์พร้อมทั้งและข้อเสนอแนะ เพื่อการขยายผลจากวิทยานิพนธ์นี้สู่งานวิจัยในระดับสูงต่อไป

1.3.7 จัดพิมพ์วิทยานิพนธ์

1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์

1.4.1 วิทยานิพนธ์นี้แสดงขั้นตอนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยออยเลอร์ใน 2 มิติโดยละเอียด สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประดิษฐ์ขึ้นอย่างเป็นขั้นเป็นตอน ถูกนำมาประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกัน สามารถวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้ในลักษณะต่างๆ และนำผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณ มาใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงรูปร่างของวัตถุให้มีความเหมาะสมกับการใช้งานยิ่งขึ้น

1.4.2 ระเบียบวิธีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่มีความหนืดแต่อัดตัวได้ในลักษณะต่างๆ ช่วยเพิ่มความถูกต้องเที่ยงตรงของผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณ ลดเวลาในการคำนวณและลดเนื้อที่หน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์

1.4.3 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสอง ถูกประดิษฐ์ขึ้นด้วยภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) ซึ่งสะดวกในการทำความเข้าใจ สามารถใช้งานบนเครื่องคอมพิวเตอร์ทั่วๆไป ตั้งแต่เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลจนถึงซูเปอร์คอมพิวเตอร์

1.4.4 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าวนี้ สามารถนำไปพัฒนาและปรับปรุงเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลในระดับสูงขึ้นไปได้