

การตรวจวัดเบรคส์สำหรับการถอดรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบ
มาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์



นายพิสิฐ วณิชชานันท์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2544

ISBN 974-03-0465-6

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

BURST DETECTION FOR TURBO DECODING OVER TWO-STATE
MARKOV CHANNEL WITH GAUSSIAN NOISE



MR. PISIT VANICHCHANUNT

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering
Chulalongkorn University

Academic Year 2001

ISBN 974-03-0465-6

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การตรวจวัดเบรคส์สำหรับการถอดรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบ
มาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์
โดย นายพิสิฐ วนิชชานันท์
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ลัญจกร วุฒิสีทธิกุลกิจ
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม อาจารย์สุวิทย์ นาคพีระยุทธ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.ประสิทธิ์ ประพัฒน์มงคล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ลัญจกร วุฒิสีทธิกุลกิจ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(อาจารย์สุวิทย์ นาคพีระยุทธ)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.วาทีต เบญจพลกุล)

พิสิฐ วนิชชานันท์ : การตรวจวัดเบิสต์สำหรับการถอดรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ (BURST DETECTION FOR TURBO DECODING OVER TWO-STATE MARKOV CHANNEL WITH GAUSSIAN NOISE)
 อาจารย์ที่ปรึกษา: ผศ. ดร.ลัญจกร วุฒิสัทติกุลกิจ, อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม: อ. สุวิทย์ นาคไพระยุทธ, 59 หน้า, ISBN 974-03-0465-6

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอระบบถอดรหัสที่ประกอบด้วยเบิสต์ดีเทกเตอร์และตัวถอดรหัสเทอร์โบสำหรับช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ สถานะหนึ่งของช่องสัญญาณมีค่า E_b/N_0 สูงซึ่งจะเรียกว่าสถานะดี ในขณะที่อีกสถานะหนึ่งมีค่า E_b/N_0 ต่ำซึ่งเรียกว่าสถานะเลวหรือเบิสต์ เนื่องจากสัญญาณรบกวนเป็นแบบเกาส์จึงทำให้ระบบถอดรหัสสามารถใช้ข่าวสารแบบซอฟต์แวร์จากช่องสัญญาณได้ ซึ่งจะให้ผลของการถอดรหัสดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับการใช้แบบจำลองของช่องสัญญาณที่มีอินพุตและเอาต์พุตแบบไบนารี ซึ่งเป็นกรณีที่สัญญาณที่ได้รับการตัดสินใจว่าเป็นสัญลักษณ์ใดก่อนการถอดรหัส เบิสต์ดีเทกเตอร์ที่เสนอนี้ทำหน้าที่ประมาณค่าความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณที่เวลาต่าง ๆ และส่งข่าวสารนี้ให้แก่ตัวถอดรหัสเทอร์โบเพื่อปรับค่าฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริง (likelihood function) อย่างเหมาะสมกับสถานะช่องสัญญาณ อัลกอริทึมทั้งที่ใช้ในการถอดรหัสเทอร์โบและที่ใช้ในการตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณของเบิสต์ดีเทกเตอร์จะเป็นแบบ BCJR MAP การประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณสามารถใช้อัลกอริทึมแบบบอม-เวลล์ ผลที่ได้จากการจำลองแบบการถอดรหัสแสดงให้เห็นว่าสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอนี้ เมื่อวัดเป็นอัตราความผิดพลาดบิตมีค่าดีกว่าสมรรถนะของการถอดรหัสเทอร์โบแบบธรรมดาทุกกรณี

สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

ปีการศึกษา 2544

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

##4170691321: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEYWORD: TURBO DECODING/ITERATIVE DECODING/MARKOV CHANNEL

PISIT VANICHCHANUNT: THESIS TITLE (BURST DETECTION FOR TURBO
DECODING OVER TWO-STATE MARKOV CHANNEL WITH GAUSSIAN NOISE)

THESIS ADVISOR: ASSIST. PROF. LUNCHAKORN WUTTISITTIKULKIJ Ph.D.,

THESIS CO-ADVISOR: SUVIT NAKPEERAYUTH, 59 pp. ISBN 974-03-0465-6

In this thesis, a decoding system comprising a turbo decoder and a burst detector is proposed for a two-state additive white Gaussian noise Markov channel in which one state represents good state with high E_b/N_0 and the other state represents bad state or burst state with low E_b/N_0 . As the Gaussian noise model allows soft information from the channel to be used, it enables an improved performance over the commonly used binary-input binary-output channel model in which hard decision of the output is performed before decoding. In the proposed decoding structure, the burst detector is employed to estimate the probabilities of the channel states and pass them on to the turbo decoder, so that these extra informations can assist the turbo decoder to perform a more effective decision for each received symbol by adjusting the likelihood function properly in accordance with the channel states. Two key aspects of this decoding system highlighted in the thesis are as follows. Firstly, only extrinsic information of the channel states should be passed from the burst detector to the turbo decoder. Secondly, the entire information both the intrinsic information and the extrinsic information of the estimated transition probabilities of the channel states should be passed from the Baum-Welch algorithm block to the MAP algorithm block of the burst detector. Through computer simulations, it is found that the performance of this decoding system is clearly more superior to the conventional turbo decoder in all aspects.

DepartmentElectrical Engineering.....

Student's signature

Field of study ..Electrical Engineering.....

Advisor's signature

Academic year 2001

Co-advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เรื่องนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ด้วยความช่วยเหลือจาก ผศ. ดร.ลัญฉกร วุฒิ-สิทธิกุล กิจ และ อาจารย์สุวิทย์ นาคพีระยุทธ ผู้ให้คำแนะนำและประสิทธิประสาทวิชาความรู้ทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร ขอขอบคุณท่านที่ได้ให้โอกาสและความไว้วางใจแก่กระผมในการทำวิทยานิพนธ์เรื่องนี้ ขอขอบคุณ ผศ. ดร.ทับทิม อ่างแก้ว และ ดร.สมบุญธน์ แสงวงศ์วานิชย์ ที่ได้ช่วยเหลือในการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์สำหรับการประมวลผล นอกจากนี้ขอขอบคุณเพื่อน ๆ ในห้องปฏิบัติการไฟฟ้าสื่อสาร และบรรณารักษ์ห้องสมุดอิเล็กทรอนิกส์ทุกคนที่เป็นกำลังใจให้ความสะดวก และช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์เรื่องนี้

สุดท้ายนี้ กระผมขอขอบคุณพ่อ คุณแม่ และพี่น้องที่ได้ให้โอกาสและเวลาตลอดจนความห่วงใยมาตลอด

พิสิฐ วณิชชานันท์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

| | หน้า |
|---|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย..... | ง |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... | จ |
| กิตติกรรมประกาศ..... | ฉ |
| สารบัญ..... | ช |
| สารบัญตาราง..... | ฅ |
| สารบัญรูป..... | ญ |
| บัญชีสัญลักษณ์..... | ฎ |
| บทที่ | |
| 1. บทนำ..... | 1 |
| 1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย..... | 1 |
| 1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... | 2 |
| 1.3 แนวความคิดของงานวิจัยนี้..... | 4 |
| 1.4 วัตถุประสงค์..... | 4 |
| 1.5 ระเบียบวิธีวิจัย..... | 5 |
| 1.6 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์..... | 5 |
| 1.7 ประโยชน์ที่ได้รับ..... | 5 |
| 2. การวิเคราะห์การตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณ..... | 6 |
| 2.1 ช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟ..... | 6 |
| 2.2 การวิเคราะห์การตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณของเบิร์ตดีเทกเตอร์..... | 7 |
| 3. รหัสเทอร์โบ..... | 14 |
| 3.1 การเข้ารหัสเทอร์โบ..... | 14 |
| 3.2 การส่งรหัสเทอร์โบผ่านช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟ..... | 16 |
| 3.3 การถอดรหัสเทอร์โบ..... | 16 |
| 4. การประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ..... | 22 |
| 4.1 การประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณ..... | 22 |
| 4.2 การประมาณค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน..... | 24 |
| 5. โครงสร้างของระบบถอดรหัสที่เสนอ..... | 25 |
| 5.1 ระบบถอดรหัสที่เสนอ..... | 25 |
| 5.2 รายละเอียดของการวนซ้ำในระบบถอดรหัสที่เสนอ..... | 26 |

สารบัญ (ต่อ)

| บทที่ | หน้า |
|--|------|
| 5.3 การเปรียบเทียบกับการถอดรหัสแบบต่าง ๆ | 27 |
| 6. ผลการทดสอบ | 29 |
| 6.1 การทดสอบสมรรถนะของระบบถอดรหัส | 29 |
| 6.2 ผลของขนาดบล็อกข้อมูลที่มีต่อสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอ | 34 |
| 6.3 สมรรถนะการตรวจวัดเบรสต์ของเบรสต์ดีเทกเตอร์ | 36 |
| 7. บทสรุปและข้อเสนอแนะ | 39 |
| 7.1 บทสรุป | 39 |
| 7.2 ข้อเสนอแนะ | 41 |
| รายการอ้างอิง | 42 |
| ภาคผนวก | 44 |
| ภาคผนวก ก | 45 |
| ภาคผนวก ข | 49 |
| ภาคผนวก ค | 52 |
| ประวัติผู้เขียน | 59 |

สารบัญตาราง

| | หน้า |
|--|------|
| ตารางที่ 5.1 การถอดรหัสแบบต่าง ๆ ที่ใช้เปรียบเทียบกันในการวิจัย..... | 28 |



าลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญรูป

หน้า

| | | |
|------------|---|----|
| รูปที่ 2.1 | แบบจำลองของช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณ รบกวนแบบเกาส์ | 7 |
| รูปที่ 2.2 | การส่งข้อมูลผ่านช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณ รบกวนแบบเกาส์ | 8 |
| รูปที่ 2.3 | การแจกแจงขององค์ประกอบต่าง ๆ ของฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงที่ใช้ใน เบรสต์ดีเทกเตอร์ | 12 |
| รูปที่ 2.4 | การรับและส่งข่าวสารของเบรสต์ดีเทกเตอร์ | 13 |
| รูปที่ 3.1 | การเข้ารหัสเทอร์โบ | 14 |
| รูปที่ 3.2 | ตัวอย่างของการเข้ารหัสเทอร์โบที่มีอัตราการใช้รหัส 1/3 | 15 |
| รูปที่ 3.3 | การจัดบิตทางและส่วนหางของคำรหัสของการเข้ารหัสเทอร์โบ | 15 |
| รูปที่ 3.4 | การส่งรหัสเทอร์โบผ่านช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟ | 16 |
| รูปที่ 3.5 | การแจกแจงขององค์ประกอบต่าง ๆ ของฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงที่ใช้ใน ตัวถอดรหัสเทอร์โบ | 18 |
| รูปที่ 3.6 | ตัวถอดรหัสเทอร์โบที่มีอัตราการใช้รหัส 1/3 | 21 |
| รูปที่ 3.7 | โครงสร้างของตัวถอดรหัสย่อย | 21 |
| รูปที่ 5.1 | โครงสร้างของระบบถอดรหัสและการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ ช่องสัญญาณ | 25 |
| รูปที่ 6.1 | ตัวเข้ารหัสเทอร์โบที่ใช้ในการทดสอบสมรรถนะ | 30 |
| รูปที่ 6.2 | สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 300 บิต ค่า $p_b = 0.1$ และ $p_g = 0.3$ | 31 |
| รูปที่ 6.3 | สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 300 บิต ค่า $p_b = 0.033$ และ $p_g = 0.1$ | 32 |
| รูปที่ 6.4 | สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 300 บิต ค่า $p_b = 0.01$ และ $p_g = 0.03$ | 32 |
| รูปที่ 6.5 | สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 2400 บิต ค่า $p_b = 0.1$ และ $p_g = 0.3$ | 33 |
| รูปที่ 6.6 | สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 2400 บิต ค่า $p_b = 0.033$ และ $p_g = 0.1$ | 33 |

สารบัญญรูป (ต่อ)

| | หน้า |
|-------------|--|
| รูปที่ 6.7 | สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 2400 บิต ค่า $p_b = 0.01$ และ $p_g = 0.03$ 34 |
| รูปที่ 6.8 | การเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ โดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 300, 900 และ 2400 บิต ค่า $p_b = 0.1$ และ $p_g = 0.3$ 35 |
| รูปที่ 6.9 | การเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ โดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 300, 900 และ 2400 บิต ค่า $p_b = 0.033$ และ $p_g = 0.1$ 35 |
| รูปที่ 6.10 | การเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณโดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 300, 900 และ 2400 บิต ค่า $p_b = 0.01$ และ $p_g = 0.03$ 36 |
| รูปที่ 6.11 | การเปรียบเทียบสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์เมื่อทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณโดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 2400 บิต และ (p_b, p_g) มีค่าเป็น (0.1, 0.3), (0.033, 0.1) และ (0.01, 0.03) 37 |
| รูปที่ 6.12 | การเปรียบเทียบสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์เมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณโดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 300, 900 และ 2400 บิต และ (p_b, p_g) มีค่าเป็น (0.1, 0.3), (0.033, 0.1) และ (0.01, 0.03) 38 |

บัญชีสัญลักษณ์

| | |
|--------------------------|---|
| u_n | บิตข้อมูลที่ n |
| O_i | สิ่งทีสังเกตของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i |
| π_i | ฟังก์ชันอินเตอร์ลีฟเวอร์สำหรับตัวเข้ารหัสย่อยที่ i |
| λ | ฟังก์ชันอินเตอร์ลีฟเวอร์ของสัญญาณ |
| Z_k | สัญลักษณ์อินพุตของช่องสัญญาณที่เวลา k |
| R_k | สัญญาณที่ได้รับของสัญลักษณ์อินพุต Z_k ที่เวลา k |
| \tilde{Z}_k | สัญญาณของ Z_k |
| Δ | เซตของสัญลักษณ์ที่ถูกส่งเข้าไปยังอินพุตของช่องสัญญาณ |
| d | สมาชิกของ Δ |
| Θ | เซตของสถานะช่องสัญญาณ |
| q | สมาชิกของ Θ |
| q' | สมาชิกของ Θ |
| ζ_i | เซตของสถานะตัวเข้ารหัสย่อยที่ i |
| s | สมาชิกของ ζ_i |
| s' | สมาชิกของ ζ_i |
| $S_{i,n}$ | สถานะของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i ที่เวลา n |
| B_k | สถานะช่องสัญญาณที่เวลา k |
| C_R | อัตราการเข้ารหัส |
| E_b | พลังงานต่อหนึ่งบิตข้อมูล |
| E_s | พลังงานต่อหนึ่งสัญลักษณ์ที่ส่งผ่านช่องสัญญาณ |
| N_0 | ความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวนแบบความถี่ข้างเดียว |
| $\text{low } E_b / N_0$ | อัตราส่วนของพลังงานเฉลี่ยต่อบิตข้อมูลต่อความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวนเมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะเลวและความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่อยู่ขึ้นกับอินพุต |
| $\text{high } E_b / N_0$ | อัตราส่วนของพลังงานเฉลี่ยต่อบิตข้อมูลต่อความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวนเมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะดีและความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นกับอินพุต |
| $\sigma_{q,d}^2$ | แทนความแปรปรวนแบบนอร์มัลไลซ์ของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะ q และอินพุตเป็น d |

บัญชีสัญลักษณ์ (ต่อ)

| | |
|-----------------------------------|--|
| σ_q^2 | ความแปรปรวนแบบนอร์มัลไลซ์ของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะ q และความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นอยู่กับอินพุต |
| $\bar{\sigma}_q^2$ | ค่าประมาณของ σ_q^2 |
| σ_{bad}^2 | ความแปรปรวนแบบนอร์มัลไลซ์ของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะเลวและความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นอยู่กับอินพุต |
| σ_{good}^2 | ความแปรปรวนแบบนอร์มัลไลซ์ของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะดีและความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นอยู่กับอินพุต |
| $SP(Z_{k_1}^{k_2})$ | ลำดับของฟังก์ชันความน่าจะเป็น (sequence of probability mass functions) ของอินพุตที่เวลา k_1 ถึงเวลา k_2 |
| P_b | ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากสถานะดีไปยังสถานะเลว |
| P_g | ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากสถานะเลวไปยังสถานะดี |
| $\bar{P}(B_k = q B_{k-1} = q')$ | ค่าประมาณของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากสถานะ q' ไปยังสถานะ q |
| $P(\text{good_state})$ | ความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะดีเมื่อเกิดสภาวะคงตัว |
| $P(\text{bad_state})$ | ความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะเลวเมื่อเกิดสภาวะคงตัว |
| $L(B_k)$ | ข่าวสารรวมหรือฟังก์ชันลอการิทึมของอัตราส่วนโลกิไลฮูดของสถานะช่องสัญญาณที่เวลา k |
| $L_{channel}(B_k)$ | ข่าวสารจากช่องสัญญาณของสถานะช่องสัญญาณที่เวลา k |
| $L_{ext}(B_k)$ | ข่าวสารเอกซ์ทรีนซิกของสถานะช่องสัญญาณที่เวลา k |
| $L(u_n)$ | ข่าวสารรวมหรือฟังก์ชันลอการิทึมของอัตราส่วนโลกิไลฮูดของบิตข้อมูลที่ n จากตัวถอดรหัสย่อยที่ i |
| $L_{priori}(u_n)$ | ข่าวสารพริออริของบิตข้อมูลที่ n จากตัวถอดรหัสย่อยที่ i |
| $L_{channel}(u_n)$ | ข่าวสารจากช่องสัญญาณของบิตข้อมูลที่ n จากตัวถอดรหัสย่อยที่ i |
| $L_{ext}(u_n)$ | ข่าวสารเอกซ์ทรีนซิกของบิตข้อมูลที่ n จากตัวถอดรหัสย่อยที่ i |
| $L(X_{i,n})$ | ข่าวสารรวมหรือฟังก์ชันลอการิทึมของอัตราส่วนโลกิไลฮูดของบิตพาริตีที่ n ของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i |
| $L_{channel}(X_{i,n})$ | ข่าวสารจากช่องสัญญาณของบิตพาริตีที่ n ของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i |

บัญชีสัญลักษณ์ (ต่อ)

| | |
|---|---|
| $L_{\text{ext}}(X_{i,n})$ | ข่าวสารเอกซ์ทรินซิกของบิตพาริตีที่ n ของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i |
| $L(B_k B_{k-1} = q')$ | ข่าวสารรวมของการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณ |
| $L_{\text{priori}}(B_k B_{k-1} = q')$ | ข่าวสารพริออริของการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณ |
| $L_{\text{ext}}(B_k B_{k-1} = q')$ | ข่าวสารเอกซ์ทรินซิกของการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณ |
| $a_k(q)$ | ความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะ q ที่เวลา k เมื่อกวาดไปข้างหน้าบนแผนภาพเทอร์ลิส |
| $b_k(q)$ | ความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะ q ที่เวลา k เมื่อกวาดจากข้างหลังบนแผนภาพเทอร์ลิส |
| $c_k(q', q)$ | ฟังก์ชันเมทริกสาขาของการเปลี่ยนจากสถานะ q' ไปยังสถานะ q ที่เวลา k ของช่องสัญญาณ |
| $\alpha_{i,n}(s)$ | ความน่าจะเป็นที่ตัวเข้ารหัสย่อยที่ i จะอยู่ในสถานะ s ที่เวลา n เมื่อกวาดไปข้างหน้าบนแผนภาพเทอร์ลิส |
| $\beta_{i,n}(s)$ | ความน่าจะเป็นที่ตัวเข้ารหัสย่อยที่ i จะอยู่ในสถานะ s ที่เวลา n เมื่อกวาดจากข้างหลังบนแผนภาพเทอร์ลิส |
| $\gamma_{i,n}(s', s)$ | ฟังก์ชันเมทริกสาขาของการเปลี่ยนจากสถานะ s' ไปยังสถานะ s ที่เวลา n ของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i |

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ในปัจจุบันอุปกรณ์สื่อสารแบบไร้สายที่ทวีบทบาทความสำคัญในระบบโทรคมนาคมมากขึ้น เนื่องจากพหุพาสระดวง สามารถนำไปใช้งานในที่ต่าง ๆ ได้ภายในขอบเขตของการให้บริการ การวิจัยและพัฒนาาระบบสื่อสารแบบไร้สายจึงได้รับความสนใจอย่างมากเพื่อที่จะปรับปรุงประสิทธิภาพให้รองรับการบริการต่าง ๆ ที่จะมีมากขึ้นในอนาคต ปัญหาที่สำคัญอย่างหนึ่งของการวิจัยและพัฒนา ก็คือ ทำอย่างไรจึงจะส่งข้อมูลให้ภาครับได้อย่างถูกต้องในสภาพแวดล้อมที่ไม่แน่นอนของตัวกลางที่เป็นอากาศ ด้วยเหตุนี้จึงมีความจำเป็นที่จะต้องนำการเข้ารหัสช่องสัญญาณ (channel coding) มาใช้เพื่อลดความผิดพลาดในการส่งข้อมูลให้อยู่ในระดับที่ยอมรับได้และใช้งานได้

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

การเข้ารหัสช่องสัญญาณ (channel coding) เป็นวิธีการอย่างหนึ่งที่ใช้สำหรับลดอัตราความผิดพลาดในการส่งข้อมูล โดยอาศัยการเพิ่มจำนวนบิตพิเศษผนวกเข้ากับบิตข้อมูลแต่ละบล็อก ผลที่ได้นี้จะถูกเรียกว่าคำรหัส เมื่อปลายทางได้รับคำรหัส ปลายทางก็ต้องถอดรหัสเพื่อหาข้อมูลจริง ๆ ที่ได้ถูกส่งมา วิธีการของการถอดรหัสที่นิยมกันอย่างหนึ่งก็คือการเปรียบเทียบคำรหัสที่ได้รับกับคำรหัสที่เป็นไปได้ทั้งหมด เพื่อหาว่าต้นทางน่าจะส่งคำรหัสใดมา และจากคำรหัสที่ถอดได้นี้ก็จะสามารถถอดข้อมูลได้ในที่สุด เนื่องจากวิธีการถอดรหัสแบบนี้เป็นการค้นหาคำรหัสทั้งหมดที่เป็นไปได้ จึงทำให้อัตราความผิดพลาดของการถอดรหัสมีค่าต่ำที่สุด

เป็นที่ทราบกันดีว่าถ้าจะต้องการลดอัตราความผิดพลาดของข้อมูลก็จะต้องเพิ่มขนาดของคำรหัส แต่เนื่องจากความซับซ้อนและเวลาที่ใช้ของวิธีการถอดรหัสดังกล่าวข้างต้นเป็นสัดส่วนกับเลขยกกำลังของความยาวของคำรหัส จึงทำให้ความซับซ้อนและเวลาที่ใช้ในการถอดรหัสเพิ่มขึ้นอย่างมากเมื่อคำรหัสมีความยาวมากขึ้น ดังนั้นสมรรถนะของการเข้าและถอดรหัสช่องสัญญาณในอดีตที่ผ่านมาจึงถูกจำกัดด้วยความซับซ้อนและเวลาที่ใช้ในการถอดรหัส

ในปี ค.ศ. 1993 ทีมนักวิจัยซึ่งประกอบด้วย C. Berrou, A. Glavieux, และ P. Thitimajshima [1] ได้เสนอรหัสแบบใหม่ที่ชื่อว่ารหัสเทอร์โบ ในรายงานการประชุมวิชาการ IEEE International Conference on Communications ที่เมืองเจนีวา ประเทศสวิตเซอร์แลนด์ รหัสเทอร์โบนี้สามารถให้สมรรถนะเข้าใกล้ขีดจำกัดของแชนนอน (Shannon limit) ด้วยวิธีการเข้าและถอดรหัสอย่างง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน โดยตัวเข้ารหัสเทอร์โบจะประกอบด้วยตัวเข้ารหัสย่อยแบบคอนโวลูชันที่มีการป้อนกลับตั้งแต่สองตัวขึ้นไปมาต่อแบบขนานกันด้วยวงจรอินเทอร์ลิฟเวอร์ และ

ตัวถอดรหัสประกอบด้วยตัวถอดรหัสย่อยเป็นจำนวนเท่ากับตัวเข้ารหัสคอนโวลูชัน โดยตัวถอดรหัสย่อยแต่ละตัวจะถอดรหัสทีละบิต และเมื่อถอดรหัสเสร็จแล้วก็จะส่งข่าวสารของบิตข้อมูลเหล่านี้ให้กับตัวถอดรหัสย่อยอื่น ๆ เพื่อถอดรหัสต่อไป การถอดรหัสจะดำเนินไปเช่นนี้จนกว่าข่าวสารของบิตข้อมูลทั้งหมดจะถูกส่งเข้า ด้วยวิธีเช่นนี้ความซับซ้อนของการถอดรหัสจะแปรผันกับความยาวของคำรหัส การเข้ารหัสเทอร์โบสามารถให้อัตราความผิดพลาดของบิตที่ต่ำ แม้ว่าอัตราส่วนกำลังของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนจะมีค่าน้อย เมื่อเปรียบเทียบกับกรเข้ารหัสแบบอื่น ๆ ที่ระดับของความซับซ้อนในการเข้าและถอดรหัสที่ใกล้เคียงกัน ด้วยเหตุนี้ในปัจจุบันการเข้ารหัสเทอร์โบจึงได้รับความนิยมอย่างมากสำหรับการเข้ารหัสช่องสัญญาณ และรหัสเทอร์โบยังได้ถูกบรรจุเข้าเป็นมาตรฐานของการเข้ารหัสในระบบการสื่อสารแบบไร้สายในยุคที่ 3

เนื่องจากอุปกรณ์สื่อสารแบบไร้สายไม่ได้ถูกใช้งานสูงจากพื้นโลกมากนัก จึงทำให้ไม่เพียงแต่จะได้รับการแทรกสอดจากสัญญาณของผู้ใช้รายอื่นเท่านั้น แม้แต่สัญญาณจากผู้ใช้รายเดียวกันก็ยังสามารถแทรกสอดกันได้ที่ภาครับ เนื่องจากคลื่นอาจเดินทางสะท้อนจากวัตถุต่าง ๆ เช่น อาคาร พื้นดิน หรืออาจจะหักเหจากชั้นบรรยากาศก่อนจะเดินทางมายังภาครับ สัญญาณของผู้ใช้รายเดียวกันที่มาจากวิถีที่แตกต่างกันนี้จะไปแทรกสอดกันทำให้อัตราส่วนกำลังของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา และเป็นผลให้อัตราความผิดพลาดของข้อมูลที่ส่งมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาด้วย

ในระบบสื่อสารแบบไร้สาย เหตุการณ์ที่อัตราส่วนกำลังของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมีค่าต่ำ มักจะเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง ทำให้การส่งข้อมูลในช่วงนี้มีโอกาสเกิดความผิดพลาดติดกันเป็นช่วงยาว การแก้ไขความผิดพลาดเช่นนี้ด้วยการเข้ารหัสโดยทั่วไปมักจะทำได้โดยไม่มีประสิทธิภาพ เนื่องจากการเข้ารหัสโดยทั่วไปถูกออกแบบให้แก้ไขความผิดพลาดแบบสุ่ม (random error) ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องสลับลำดับของคำรหัสที่ต้องการส่งด้วยวงจรมอดูเลชันแบบแอมพลิจูดและที่ภาครับก็ต้องสลับลำดับของคำรหัสที่ได้รับ ให้กลับคืนมาดังเดิมด้วยวงจรมอดูเลชันแบบแอมพลิจูดก่อนที่จะนำไปถอดรหัส ด้วยวิธีการเช่นนี้ความผิดพลาดก็就会被กระจายออก ไม่กระจุกตัวอยู่ด้วยกัน ทำให้การเข้าและถอดรหัสสามารถกระทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ อย่างไรก็ตามเมื่ออัตราส่วนกำลังของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมีค่าต่ำมาก หรือเกิดขึ้นเป็นระยะเวลาอันยาวนาน ก็อาจทำให้สมรรถนะของการเข้าและถอดรหัสที่ได้ด้อยลง ไม่ดีเพียงพอสำหรับการใช้งาน จึงทำให้มีแนวคิดที่จะนำข่าวสารจากช่องสัญญาณมาใช้ เพื่อเพิ่มสมรรถนะการถอดรหัสให้ดีขึ้น

1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากงานวิจัยที่ผ่านมาการวิเคราะห์ความผิดพลาดที่เกิดจากช่องสัญญาณที่มีค่าอัตราส่วนกำลังของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเปลี่ยนแปลงตามเวลา มักใช้แบบจำลองแบบมาร์คอฟ

(Markov model) ที่มีจำนวนสถานะจำกัด โดยที่ทั้งอินพุตและเอาต์พุตของช่องสัญญาณเป็นแบบไบนารี [2-5] สถานะที่แตกต่างกันจะให้อัตราความผิดพลาดในการส่งข้อมูลที่ไม่เหมือนกัน แบบจำลองนี้เป็นกรณีที่เขาต์พุตของช่องสัญญาณได้รับการตัดสินใจว่าสัญลักษณ์ที่ถูกส่งมาเป็นศูนย์หรือหนึ่งก่อนการถอดรหัส เราเรียกการตัดสินใจแบบนี้ว่า การตัดสินใจแบบฮาร์ด (hard decision) สำหรับเอาต์พุตของช่องสัญญาณ การตัดสินใจแบบนี้ก่อนการถอดรหัสจะทำให้ข่าวสารบางส่วนจากช่องสัญญาณสูญหายไป งานวิจัยในเอกสารอ้างอิง [2-3] และ [5] กล่าวถึงตัวถอดรหัสที่มีการป้อนกลับ (decision feedback decoder) ซึ่งจะใช้การตัดสินใจของสัญลักษณ์ก่อนหน้าเพื่อประมาณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดของสัญลักษณ์ (symbol error probability) ตัวต่อไปเพื่อลดความผิดพลาดของสัญลักษณ์ที่เกิดขึ้นจากช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟที่มีจำนวนสถานะจำกัด โดยที่ทั้งอินพุตและเอาต์พุตเป็นแบบไบนารี วิธีการนี้มีข้อเสียเมื่อเกิดความผิดพลาดของสัญลักษณ์ติดต่อกันมาก และโดยเฉพาะเมื่อกำลังของสัญญาณรบกวนมีค่าสูงจะทำให้ความผิดพลาดของการถอดรหัสเกิดการแพร่กระจาย (error propagation) [4]

งานวิจัยในเอกสารอ้างอิง [4] ได้เสนอการถอดรหัสที่รวมแผนภาพเทรลลิส (trellis diagram) ของตัวเข้ารหัสและช่องสัญญาณเข้าด้วยกัน และเรียกแผนภาพนี้ว่า แผนภาพซูเปอร์เทรลลิส (super trellis diagram) ถึงแม้ว่าวิธีการนี้จะสามารถลดความผิดพลาดได้ แต่ก็ทำให้การถอดรหัสมีความซับซ้อนมาก งานวิจัยในเอกสารอ้างอิง [6] ได้เสนอให้แยกการตรวจวัดสถานะของช่องสัญญาณออกจากตัวถอดรหัสเทอร์โบ จึงทำให้ความซับซ้อนของการถอดรหัสเพิ่มขึ้นไม่มากนักเมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยใน [4] โดยที่แบบจำลองของช่องสัญญาณเป็นแบบมาร์คอฟที่มีจำนวนสถานะจำกัดและมีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ ซึ่งทำให้ตัวถอดรหัสสามารถใช้ข่าวสารแบบซอฟต์ (soft information) จากช่องสัญญาณได้ อย่างไรก็ตาม วิธีของการวิเคราะห์ในงานวิจัยดังกล่าวไม่สามารถตัดข่าวสารที่เรียกว่า ข่าวสารอินทรินซิก (intrinsic information) ออกจากข่าวสารของการตรวจวัดสถานะของช่องสัญญาณ ข่าวสารดังกล่าวจึงถูกป้อนกลับเข้าไปในตัวถอดรหัสเทอร์โบทำให้เกิดความซ้ำซ้อนของข่าวสารที่ใช้ในการถอดรหัส และยังทำให้การลู่เข้า (convergence) ของการถอดรหัสต้องใช้จำนวนรอบในการวนซ้ำมากกว่าที่จำเป็น และเป็นที่ยอมรับกันดีว่าถ้าไม่ตัดข่าวสารอินทรินซิกออกก็จะทำให้สมรรถนะของการถอดรหัสไม่เข้าใกล้สมรรถนะที่เหมาะสมที่สุด (optimal performance) [1, 10-13] ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเสนอวิธีการวิเคราะห์ที่สามารถแยกข่าวสารดังกล่าวออกไป เพื่อให้ตัวถอดรหัสเทอร์โบและตัวตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณสามารถแลกเปลี่ยนเฉพาะข่าวสารเอกซ์ทรินซิกได้

1.3 แนวความคิดของงานวิจัยนี้

งานวิจัยนี้เสนอให้นำข่าวสารของสถานะช่องสัญญาณมาใช้ปรับปรุงสมรรถนะของการถอดรหัสเทอร์โบ โดยกำหนดให้ช่องสัญญาณมีแบบจำลองเป็นแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ และไม่มี การแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (intersymbol interference) โดยสถานะหนึ่งแทนสถานะที่ช่องสัญญาณมีขนาดกำลังของสัญญาณรบกวนต่ำ ซึ่งจะเรียกว่า สถานะดี (good state) ในขณะที่อีกสถานะหนึ่งแทนสถานะที่ช่องสัญญาณมีขนาดกำลังของสัญญาณรบกวนสูงซึ่งเรียกว่า สถานะเลว (bad state) หรือเบิร์สต์ (burst) ตัวที่ทำหน้าที่ตรวจวัดสถานะของช่องสัญญาณเรียกว่า เบิร์สต์ดีเทกเตอร์ (burst detector) เนื่องจากแบบจำลองของสัญญาณรบกวนเป็นแบบเกาส์ จึงทำให้เอาต์พุตของช่องสัญญาณที่ใช้นี้มีความต่อเนื่อง ซึ่งจะทำให้เป็นอินพุตแบบซอฟต์ (soft input) ป้อนให้แก่ตัวถอดรหัสเทอร์โบและเบิร์สต์ดีเทกเตอร์ และเช่นเดียวกันเอาต์พุตหรือข่าวสารที่ได้จากการตัดสินใจของตัวถอดรหัสเทอร์โบและเบิร์สต์ดีเทกเตอร์ก็จะเป็นแบบซอฟต์เพื่อป้อนให้แก่กันสำหรับการทำงานในรอบถัดไปในงานวิจัยนี้ได้หาวิธีวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถตัดข่าวสารแบบอินทรีนซิกออกจากข่าวสารของตัวถอดรหัสเทอร์โบและเบิร์สต์ดีเทกเตอร์ จึงทำให้สามารถแลกเปลี่ยนเฉพาะแต่ข่าวสารเอกซ์ทรีนซิกเท่านั้น

เนื่องจากการตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณของเบิร์สต์ดีเทกเตอร์อาศัยแบบจำลองของช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟแยกจากตัวถอดรหัสเทอร์โบ จึงทำให้ไม่ต้องแก้ไขโครงสร้างของตัวถอดรหัสเทอร์โบมากนัก แต่ต้องหาวิธีวิเคราะห์ที่ทำให้ตัวถอดรหัสเทอร์โบสามารถนำข่าวสารการตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณไปใช้งานได้ ข่าวสารนี้จะบอกว่าช่องสัญญาณอยู่ในสถานะใดด้วยความน่าจะเป็นเท่าไร ซึ่งทำให้ตัวถอดรหัสทราบว่าสัญญาณที่ได้รับจากช่องสัญญาณในเวลานั้นมีความเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใด เป็นผลให้ตัวถอดรหัสเทอร์โบสามารถตัดสินใจข้อมูลได้ดีขึ้น และเนื่องจากสถานะต่าง ๆ ของช่องสัญญาณมีค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกัน นั้นหมายความว่า การถอดรหัสเทอร์โบที่เสนอนี้ใช้ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกันสำหรับสัญญาณแต่ละสัญญาณของสัญลักษณ์ที่ได้รับ ซึ่งแตกต่างจากการถอดรหัสเทอร์โบแบบธรรมดาที่ใช้ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเท่ากันตลอดในการถอดรหัส [1]

1.4 วัตถุประสงค์

1. เพื่อเสนอวิธีลดความผิดพลาดของการถอดรหัสเทอร์โบร่วมกับเบิร์สต์ดีเทกเตอร์ (burst detector) สำหรับช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ (two state Markov channel with additive white Gaussian noise)
2. จำลองการถอดรหัสเทอร์โบร่วมกับเบิร์สต์ดีเทกเตอร์สำหรับช่องสัญญาณในข้อ 1.

1.5 ระเบียบวิธีวิจัย

1. ศึกษาและวิเคราะห์การตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์
2. ศึกษาและวิเคราะห์การถอดรหัสเทอร์โบที่สามารถรับข่าวสารการตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณจากเบรสต์ดีเทกเตอร์
3. วิเคราะห์วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ
4. หาอัลกอริทึมของระบบถอดรหัสที่ประกอบด้วยตัวถอดรหัสเทอร์โบและเบรสต์ดีเทกเตอร์
5. เขียนโปรแกรมจำลองการถอดรหัสเทอร์โบร่วมกับเบรสต์ดีเทกเตอร์ตามอัลกอริทึมในข้อ 4 โดยใช้ภาษาซี
6. เปรียบเทียบและวิเคราะห์ผลจากการจำลองการถอดรหัส
7. จัดทำวิทยานิพนธ์

1.6 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1. วิเคราะห์และหาอัลกอริทึมแบบใหม่สำหรับการถอดรหัสเทอร์โบร่วมกับเบรสต์ดีเทกเตอร์สำหรับช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์
2. ทดสอบสมรรถนะของอัลกอริทึมของการถอดรหัสเทอร์โบร่วมกับเบรสต์ดีเทกเตอร์สำหรับช่องสัญญาณในข้อ 1 โดยการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

1.7 ประโยชน์ที่ได้รับ

1. อัลกอริทึมแบบใหม่สำหรับการถอดรหัสเทอร์โบร่วมกับเบรสต์ดีเทกเตอร์ เพื่อลดความผิดพลาดแบบเบรสต์ดี สำหรับช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์
2. โปรแกรมจำลองการถอดรหัสเทอร์โบร่วมกับเบรสต์ดีเทกเตอร์ เพื่อลดความผิดพลาดแบบเบรสต์ดีสำหรับช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์

บทที่ 2

การวิเคราะห์การตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณ

บทนี้อธิบายความหมายของช่องสัญญาณมาร์คอฟและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในช่องสัญญาณ และแสดงวิธีการวิเคราะห์การตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณ

2.1 ช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟ

ช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟคือช่องสัญญาณที่มีความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงของสถานะขึ้นอยู่กับสถานะปัจจุบันที่พิจารณา โดยไม่ขึ้นกับว่าในอดีตก่อนหน้านั้นเป็นเช่นไร ในที่นี้สถานะที่ต่างกันของช่องสัญญาณจะเป็นสิ่งที่กำหนดขนาดกำลังของสัญญาณรบกวนที่ต่างกัน นั่นคืออัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ที่ปลายทางได้รับก็จะแตกต่างกันด้วย และที่สถานะหนึ่ง ๆ นี้ขนาดกำลังของสัญญาณรบกวนสำหรับสัญลักษณ์แต่ละตัวที่ป้อนให้แก่ช่องสัญญาณก็อาจจะแตกต่างกัน กรณีที่ขนาดกำลังของสัญญาณรบกวนมีความต่อเนื่องจะทำให้สถานะของช่องสัญญาณมีจำนวนเป็นอนันต์ ซึ่งเป็นกรณีที่ยากที่จะวิเคราะห์ได้ยาก และเพื่อให้การวิเคราะห์ทำได้ง่ายขึ้น สถานะของช่องสัญญาณควรมีจำนวนจำกัด (finite state) ซึ่งทำได้โดยกำหนดให้ขนาดกำลังของสัญญาณรบกวนมีขอบเขตที่ไม่เป็นอนันต์และมีค่าแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete) ในขอบเขตดังกล่าวด้วย เราเรียกช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟที่มีลักษณะดังกล่าวนี้ว่าช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟที่มีจำนวนสถานะจำกัด (finite state Markov channel) การวิเคราะห์ความจุของช่องสัญญาณแบบนี้แสดงไว้ในเอกสารอ้างอิง [3] เมื่อจำนวนสถานะของช่องสัญญาณเท่ากับสองโดยที่ทั้งอินพุตและเอาต์พุตเป็นแบบไบนารีที่สมมาตร เราจะเรียกช่องสัญญาณแบบนี้ว่า ช่องสัญญาณแบบกิลเบิร์ต-เอลเลียตต์ (Gilbert-Elliott channel) โดยที่สถานะหนึ่งของช่องสัญญาณแทนสถานะที่อัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์มีค่าสูง ในขณะที่อีกสถานะหนึ่งแทนสถานะที่อัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์มีค่าต่ำ การวิเคราะห์ความจุของช่องสัญญาณแบบกิลเบิร์ต-เอลเลียตต์แสดงในเอกสารอ้างอิง [2]

การวิจัยนี้พิจารณาช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ (two-state Markov channel with additive white Gaussian noise) เอาต์พุตของช่องสัญญาณมีค่าต่อเนื่องซึ่งเบี่ยงเบนจากการรบกวนของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ สถานะหนึ่งของช่องสัญญาณมีขนาดกำลังของสัญญาณรบกวนน้อยซึ่งจะเรียกว่า สถานะดี (good state) ในขณะที่

ที่อีกสถานะหนึ่งมีขนาดกำลังของสัญญาณรบกวนมากซึ่งจะเรียกว่า สถานะเลว (bad state) หรือ เบิร์สต์ (burst) แบบจำลองของช่องสัญญาณดังกล่าวแสดงได้ดังรูปที่ 2.1

ในรูปที่ 2.1 สัญญาณ \tilde{z}_k ของสัญลักษณ์แบบไบนารี z_k ได้ถูกส่งผ่านช่องสัญญาณ โดยมีสัญญาณรบกวนเป็น η_k บวกเข้ากับสัญญาณที่ส่งเป็นสัญญาณที่ได้รับ R_k ดังสมการที่ (2.1)

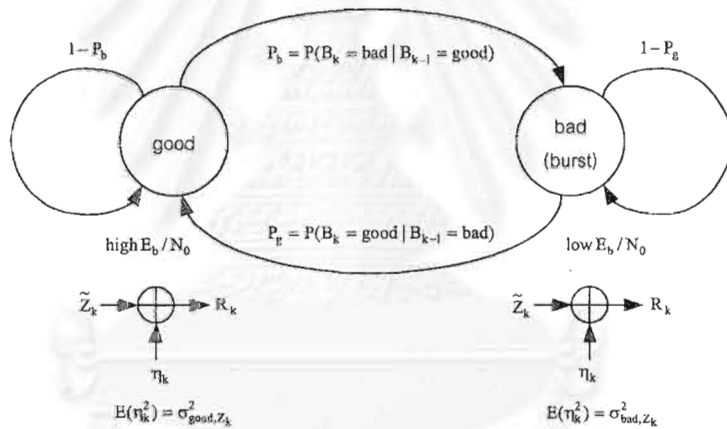
$$R_k = \tilde{z}_k + \eta_k \tag{2.1}$$

ในที่นี้กำหนดให้ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน $E(\eta_k^2)$ ขึ้นอยู่กับสถานะช่องสัญญาณ q และสัญลักษณ์ที่ส่ง z_k เป็นดังสมการที่ (2.2)

$$E(\eta_k^2) = \sigma_{q,z_k}^2 \tag{2.2}$$

สำหรับกรณีที่ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นอยู่กับการที่ป้อนให้แก่ช่องสัญญาณ สมการที่ (2.2) จะแสดงได้ดังนี้

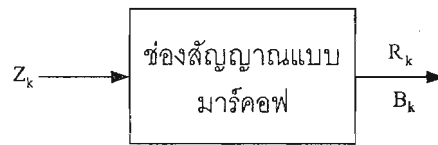
$$E(\eta_k^2) = \sigma_q^2 \tag{2.3}$$



รูปที่ 2.1 แบบจำลองของช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์

2.2 การวิเคราะห์การตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณของเบิร์สต์ดีเทกเตอร์

ในหัวข้อนี้จะแสดงการวิเคราะห์การตรวจวัดสถานะของช่องสัญญาณที่เวลาต่าง ๆ โดยให้แบบจำลองของการส่งข้อมูลผ่านช่องสัญญาณมาร์คอฟเป็นดังรูปที่ 2.2 รูปนี้แสดงการส่งลำดับของสัญลักษณ์อินพุต $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_{K-1}, Z_K)$ ผ่านช่องสัญญาณ และที่ด้านรับ ลำดับของสัญญาณเอาต์พุตที่ได้รับเป็น $R = (R_1, R_2, \dots, R_{K-1}, R_K)$ เมื่อ K คือจำนวนสัญลักษณ์ทั้งหมดและ R_k เป็นสัญญาณที่ได้รับของ Z_k และให้ $B = (B_1, B_2, \dots, B_{K-1}, B_K)$ เป็นลำดับของสถานะช่องสัญญาณที่สอดคล้องกับเอาต์พุต $R = (R_1, R_2, \dots, R_{K-1}, R_K)$



รูปที่ 2.2 การส่งข้อมูลผ่านช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์

ก่อนที่จะวิเคราะห์การตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณของเบิร์ตดีเทกเตอร์มีความจำเป็นที่จะต้องกำหนดตัวแปรต่าง ๆ ดังนี้คือ

\tilde{Z}_k แทนสัญญาณของ Z_k โดยถ้า $Z_k = 1$ จะให้ $\tilde{Z}_k = 1$ แต่ถ้า $Z_k = 0$ จะให้ $\tilde{Z}_k = -1$

Δ แทนเซตของสัญลักษณ์ที่ถูกส่งเข้าไปยังอินพุตของช่องสัญญาณ ในที่นี้จะกำหนดว่าสัญลักษณ์มีเพียงสองแบบคือบิตศูนย์หรือบิตหนึ่งดังนี้

$$\Delta = \{0, 1\}$$

และให้

$$d \in \Delta$$

Θ แทนเซตของสถานะช่องสัญญาณ ในที่นี้สถานะช่องสัญญาณจะถูกกำหนดว่ามีเพียงแค่สองสถานะดังนี้

$$\Theta = \{\text{good}, \text{bad}\} = \{0, 1\}$$

และให้

$$q, q' \in \Theta$$

B_k แทนสถานะช่องสัญญาณที่เวลา k โดย $B_k = 0$ แทนสถานะดี ในขณะที่ $B_k = 1$ แทนสถานะเลว

C_R แทนอัตราการใช้รหัส (coding rate)

E_b แทนพลังงานเฉลี่ยต่อบิตหนึ่งบิต

E_s แทนพลังงานเฉลี่ยต่อบิตสัญญาณที่ส่งผ่านช่องสัญญาณ ดังนั้น $E_s = C_R E_b$

N_0 แทนความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวนแบบความถี่ข้างเดียว (one side noise power spectral density)

$(E_b/N_0)_{q,d}$ แทนอัตราส่วนของพลังงานเฉลี่ยต่อบิตข้อมูลต่อความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวน เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะ q และอินพุตเป็น d

$(E_b/N_0)_q$ แทนอัตราส่วนของพลังงานเฉลี่ยต่อบิตข้อมูลต่อความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวน เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะ q และความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นกับอินพุต

low E_b/N_0 แทน $(E_b/N_0)_{\text{bad}}$

high E_b/N_0 แทน $(E_b/N_0)_{\text{good}}$

$\sigma_{q,d}^2$ แทนความแปรปรวนแบบนอร์มัลไลซ์ของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะ q และอินพุตเป็น d ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\sigma_{q,d}^2 = \frac{1}{2(E_s/N_0)_{q,d}} = \frac{1}{2C_R(E_b/N_0)_{q,d}}$$

σ_q^2 แทนความแปรปรวนแบบนอร์มัลไลซ์ของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะ q และความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นกับอินพุต ดังสมการที่ (2.4)

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{2(E_s/N_0)_q} = \frac{1}{2C_R(E_b/N_0)_q} \quad (2.4)$$

และถ้า $q = 1$ จะให้ $\sigma_q^2 = \sigma_{\text{bad}}^2$ แต่ถ้า $q = 0$ จะให้ $\sigma_q^2 = \sigma_{\text{good}}^2$

σ_{bad}^2 แทนความแปรปรวนแบบนอร์มัลไลซ์ของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะเลวและความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นกับอินพุต

σ_{good}^2 แทนความแปรปรวนแบบนอร์มัลไลซ์ของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะดีและความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นกับอินพุต

$R_{k_1}^{k_2}$ แทน $(R_{k_1}, R_{k_1+1}, R_{k_1+2}, \dots, R_{k_2})$

$Z_{k_1}^{k_2}$ แทน $(Z_{k_1}, Z_{k_1+1}, Z_{k_1+2}, \dots, Z_{k_2})$

$SP(Z_{k_1}^{k_2})$ แทนลำดับของฟังก์ชันความน่าจะเป็น (sequence of probability mass functions) ของอินพุตที่เวลา k_1 ถึงเวลา k_2 หรือแสดงความสัมพันธ์ได้ดังสมการที่ (2.5)

$$SP(Z_{k_1}^{k_2}) = (P(Z_{k_1}), P(Z_{k_1+1}), P(Z_{k_1+2}), \dots, P(Z_{k_2})) \quad \text{เมื่อ } 1 \leq k_1 \leq k_2 \leq K \quad (2.5)$$

และกำหนดให้

$$SP(Z) = (P(Z_1), P(Z_2), P(Z_3), \dots, P(Z_K)) \quad (2.6)$$

P_b แทนความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากสถานะดีไปยังสถานะเลวซึ่งไม่ขึ้นอยู่กับเวลา k หรือแสดงความสัมพันธ์ได้ดังสมการที่ (2.7)

$$P_b = P(B_k = 1 | B_{k-1} = 0) \quad (2.7)$$

P_g แทนความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากสถานะเลวไปยังสถานะดีซึ่งไม่ขึ้นอยู่กับเวลา k หรือแสดงความสัมพันธ์ได้ดังสมการที่ (2.8)

$$P_g = P(B_k = 0 | B_{k-1} = 1) \quad (2.8)$$

การตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณของเบรสต์ดีเทกเตอร์จะใช้วิธีการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะเลวต่อสถานะดีในรูปอัตราส่วน ซึ่งค่านี้จะถูกเรียกว่า ฟังก์ชันลอการิทึมของอัตราส่วนความน่าจะเป็นจริง หรืออัตราส่วนโลกิไลฮูด (Log-Likelihood Ratio: LLR) ของสถานะช่องสัญญาณเมื่อกำหนดเงื่อนไขสัญลักษณ์ของอินพุต SP(Z) และเอาต์พุต R ของช่องสัญญาณ แสดงได้ดังสมการที่ (2.9)

$$L(B_k) = \log \frac{P(B_k = 1 | SP(Z), R)}{P(B_k = 0 | SP(Z), R)} = \log \frac{P(B_k = 1, SP(Z), R)}{P(B_k = 0, SP(Z), R)} \quad (2.9)$$

เมื่อใช้หลักการของความน่าจะเป็นแบบมาร์จิ้นแนล (marginal probability) จะได้

$$L(B_k) = \log \frac{\sum_{q' \in \Theta} P(B_{k-1} = q', B_k = 1, SP(Z), R)}{\sum_{q' \in \Theta} P(B_{k-1} = q', B_k = 0, SP(Z), R)} \quad (2.10)$$

และเมื่อใช้อัลกอริทึมแบบ BCJR MAP [7] จะได้ความสัมพันธ์ LLR ของสถานะช่องสัญญาณ เมื่อช่องสัญญาณไม่มีการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ ดังสมการที่ (2.11) (ดูภาคผนวก ข)

$$L(B_k) = \log \frac{P(B_k = 1 | SP(Z), R)}{P(B_k = 0 | SP(Z), R)} = L_{\text{channel}}(B_k) + L_{\text{ext}}(B_k) \quad (2.11)$$

เมื่อ

$$L_{\text{channel}}(B_k) = \log \frac{P(R_k | B_k = 1, P(Z_k))}{P(R_k | B_k = 0, P(Z_k))} \quad (2.12)$$

$$L_{\text{ext}}(B_k) = \log \frac{\sum_{q' \in \Theta} a_{k-1}(q') \cdot P(B_k = 1 | B_{k-1} = q') \cdot b_k(1)}{\sum_{q' \in \Theta} a_{k-1}(q') \cdot P(B_k = 0 | B_{k-1} = q') \cdot b_k(0)} \quad (2.13)$$

$$a_k(q) = \sum_{q' \in \Theta} c_k(q', q) \cdot a_{k-1}(q') \quad (2.14)$$

$$b_k(q) = \sum_{q' \in \Theta} c_{k+1}(q, q') \cdot b_{k+1}(q') \quad (2.15)$$

$$c_k(q', q) = P(B_k = q | B_{k-1} = q') \cdot P(R_k | B_k = q, P(Z_k)) \quad (2.16)$$

ความหมายของสมการที่ (2.11) ถึง (2.16) อธิบายตามลำดับได้ดังนี้ จากสมการที่ (2.11) ข่าวสารของสถานะช่องสัญญาณประกอบด้วยข่าวสารจากช่องสัญญาณ $L_{\text{channel}}(B_k)$ และข่าวสารเอ็กซ์ทรีนซิก $L_{\text{ext}}(B_k)$ โดยที่ข่าวสาร $L_{\text{channel}}(B_k)$ ขึ้นอยู่กับสัญญาณที่ได้รับที่เวลา k ในขณะที่

ข่าวสารเอกซ์ทรีนซิก $L_{\text{ext}}(B_k)$ เป็นข่าวสารที่ขึ้นกับแบบจำลองของช่องสัญญาณและการวัดสัญญาณเอาต์พุตที่เวลาต่าง ๆ ยกเว้นที่เวลา k

พจน์ $P(R_k | B_k = q, P(Z_k))$ ในสมการที่ (2.12) และ (2.13) คือฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริง (likelihood function) ของสัญญาณที่ได้รับ R_k เมื่อกำหนดเงื่อนไขของสถานะช่องสัญญาณเป็น q และเงื่อนไขฟังก์ชันความน่าจะเป็นของสัญลักษณ์ที่ส่งเป็น $P(Z_k)$ ซึ่งคำนวณได้จากข่าวสารเอกซ์ทรีนซิกจากตัวถอดรหัสเทอร์โบ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงนี้สามารถคำนวณได้จากผลรวมของฟังก์ชันแบบเกาส์ที่ถ่วงน้ำหนักด้วยความน่าจะเป็นของสัญลักษณ์ $P(Z_k)$ ซึ่งพิสูจน์ได้จากกฎของเบย์ดังสมการที่ (2.17)

$$\begin{aligned} P(R_k | B_k = q, P(Z_k)) &= \sum_{d \in \Delta} P(R_k, Z_k = d | B_k = q, P(Z_k)) \\ &= \sum_{d \in \Delta} P(Z_k = d | B_k = q, P(Z_k)) \cdot P(R_k | B_k = q, Z_k = d, P(Z_k)) \\ &= \sum_{d \in \Delta} P(Z_k = d) \cdot P(R_k | B_k = q, Z_k = d) \end{aligned} \quad (2.17)$$

เมื่อ

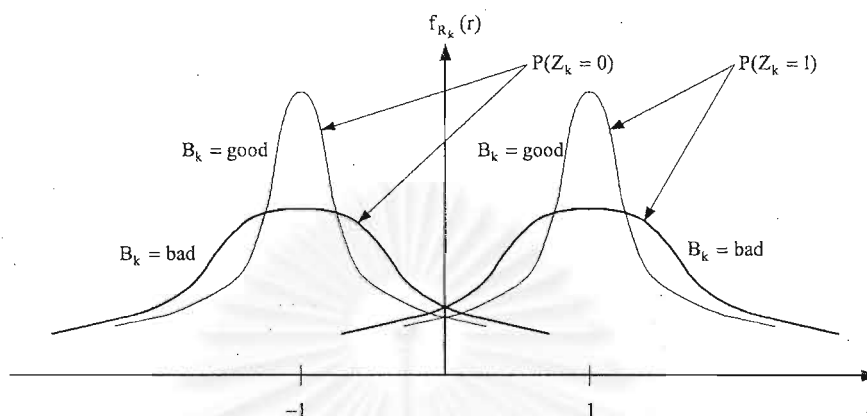
$$P(R_k | B_k = q, Z_k = d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{q,d}^2}} \exp\left(-\frac{(R_k - \tilde{Z}_k)^2}{2\sigma_{q,d}^2}\right)_{Z_k=d} \quad (2.18)$$

พจน์ $P(R_k | B_k = q, Z_k = d, P(Z_k))$ สามารถลดรูปเป็นพจน์ $P(R_k | B_k = q, Z_k = d)$ ในสมการที่ (2.17) ได้ เนื่องจากเมื่อได้กำหนดเงื่อนไขของอินพุต $Z_k = d$ แล้วทำให้เงื่อนไขของฟังก์ชันความน่าจะเป็น $P(Z_k)$ ไม่จำเป็นอีกต่อไป ประกอบกับได้ใช้ฟังก์ชัน $P(Z_k)$ นี้สำหรับการถ่วงน้ำหนักในสมการที่ (2.17) แล้ว

พจน์ $P(Z_k = d | B_k = q, P(Z_k))$ สามารถลดรูปเป็นพจน์ $P(Z_k = d)$ ในสมการที่ (2.17) ได้ เนื่องจากเหตุการณ์ของสถานะช่องสัญญาณและเหตุการณ์ของสัญลักษณ์อินพุตเป็นอิสระกัน และเมื่อไม่มีเงื่อนไขของสถานะช่องสัญญาณแล้วก็ไม่มีความจำเป็นต้องแสดงเงื่อนไขของฟังก์ชันความน่าจะเป็น $P(Z_k)$ อีก เนื่องจากเป็นการแสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ซ้ำซ้อน โดยทั่วไปแล้วไม่จำเป็นที่จะต้องใส่เงื่อนไข $P(Z_k)$ ในฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริง $P(R_k | B_k = q, P(Z_k))$ ก็ได้ แต่เหตุผลที่ใส่ก็เนื่องจากต้องการเน้นว่ามีการใช้ฟังก์ชันความน่าจะเป็น $P(Z_k)$ ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงตลอดในแต่ละรอบของการวนซ้ำ และถ้าพิจารณาฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริง $P(R_k | B_k = q)$ โดยไม่ได้ใส่เงื่อนไข $P(Z_k)$ ด้วยกฎของเบย์ ก็จะพบว่าให้ผลเดียวกันดังนี้

$$\begin{aligned} P(R_k | B_k = q) &= \sum_{d \in \Delta} P(R_k, Z_k = d | B_k = q) \\ &= \sum_{d \in \Delta} P(Z_k = d | B_k = q) \cdot P(R_k | B_k = q, Z_k = d) \\ &= \sum_{d \in \Delta} P(Z_k = d) \cdot P(R_k | B_k = q, Z_k = d) \end{aligned}$$

การแจกแจงขององค์ประกอบต่าง ๆ ของฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงที่ใช้ในเบรสต์ดีเทกเตอร์แสดงได้ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 การแจกแจงขององค์ประกอบต่าง ๆ ของฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงที่ใช้ในเบรสต์ดีเทกเตอร์

พจน์ $a_k(q)$ และ $b_k(q)$ คือความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณที่เวลา k เมื่อวาดแผนภาพเทรลลิสของช่องสัญญาณไปข้างหน้าและข้างหลังตามลำดับ

เนื่องจาก p_g และ p_b ไม่ขึ้นกับเวลา k และถ้ากำหนดให้ช่องสัญญาณอยู่ในสถานะคงตัวทางสถิติ (steady state) จะได้ว่าเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ของ $a_k(q)$ และ $b_k(q)$ เป็นไปตามสมการดังนี้

$$a_0(q) = \begin{cases} P(\text{good_state}) ; q = 0 \\ P(\text{bad_state}) ; q = 1 \end{cases} \quad (2.19)$$

$$b_k(q) = \begin{cases} P(\text{good_state}) ; q = 0 \\ P(\text{bad_state}) ; q = 1 \end{cases} \quad (2.20)$$

โดย

$$P(\text{good_state}) = \frac{P_g}{(P_g + P_b)} \quad (2.21)$$

$$P(\text{bad_state}) = \frac{P_b}{(P_g + P_b)} \quad (2.22)$$

พจน์ $P(\text{good_state})$ และ $P(\text{bad_state})$ คือความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะดีและสถานะเลวตามลำดับ เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะคงตัว

การที่กำหนดเงื่อนไขขอบเขตเป็นไปตามสมการที่ (2.19) และ (2.20) เนื่องจาก $a_0(q)$ และ $b_k(q)$ คือความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณที่เวลาเริ่มต้นและสิ้นสุดของแผนภาพเทรลลิสตามลำดับ จึงทำให้ $a_0(q)$ และ $b_k(q)$ เป็นความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณเมื่อ

ยังไม่ได้พิจารณาสัญญาณที่ได้รับเลย ซึ่งควรมีค่าเท่ากับความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณเมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสภาวะคงตัว

พจน์ $c_k(q', q)$ ในสมการที่ (2.16) คือฟังก์ชันเมตริกสาขา (branch metric function) ของแผนภาพทรอลิสของช่องสัญญาณที่เวลา k ซึ่งประกอบด้วยความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณ $P(B_k = q | B_{k-1} = q')$ และฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริง $P(R_k | B_k = q, P(Z_k))$ ดังนั้นกล่าวได้ว่าฟังก์ชันเมตริกสาขาคือความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณเมื่อกำหนดสัญญาณที่ได้รับ R_k และฟังก์ชันความน่าจะเป็น $P(Z_k)$

ในกระบวนการวนซ้ำ ขาวสารเอกซ์ทรีนซิกจากเบิสต์ดีเทกเตอร์จะถูกใช้สำหรับประมาณค่าความน่าจะเป็นของช่องสัญญาณให้แก่ตัวถอดรหัสเทอร์โบดังสมการที่ (2.23) และ (2.24)

$$P(B_k = 1) = \frac{\exp(L_{\text{ext}}(B_k))}{1 + \exp(L_{\text{ext}}(B_k))} \quad (2.23)$$

$$P(B_k = 0) = \frac{1}{1 + \exp(L_{\text{ext}}(B_k))} \quad (2.24)$$

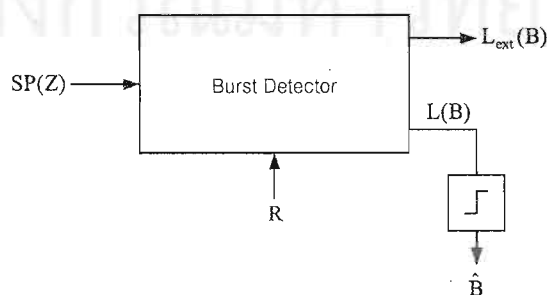
สมการที่ (2.23) และ (2.24) มาจากผลรวมของฟังก์ชันความน่าจะเป็นต้องมีค่าเท่ากับหนึ่ง [10]

สาเหตุที่เบิสต์ดีเทกเตอร์ต้องส่งเฉพาะขาวสารเอกซ์ทรีนซิกให้กับตัวถอดรหัสเทอร์โบเนื่องจากขาวสาร $L_{\text{channel}}(B_k)$ ที่ได้จากเบิสต์ดีเทกเตอร์เป็นขาวสารที่ตัวถอดรหัสเทอร์โบมีอยู่แล้ว เพียงแต่มีการถ่วงน้ำหนักที่แตกต่างกัน ซึ่งพิจารณาได้จากฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงที่ใช้ในตัวถอดรหัสเทอร์โบดังสมการที่ (3.11) และค่าที่ใช้ในการถ่วงน้ำหนักในสมการที่ (2.17) ก็ได้มาจากการตัดสินใจของตัวถอดรหัสเทอร์โบ จึงไม่ควรส่งขาวสารนี้ให้ตัวถอดรหัสเทอร์โบอีก และเมื่อระบบถอดรหัสลู่เข้า สถานะของช่องสัญญาณที่เวลา k สามารถตัดสินใจได้จากเงื่อนไขดังสมการที่ (2.25) และ (2.26)

$$B_k = 1 \quad \text{ถ้า } L(B_k) \geq 0 \quad (2.25)$$

$$B_k = 0 \quad \text{ถ้า } L(B_k) < 0 \quad (2.26)$$

การรับและส่งขาวสารของเบิสต์ดีเทกเตอร์แสดงได้ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 การรับและส่งขาวสารของเบิสต์ดีเทกเตอร์

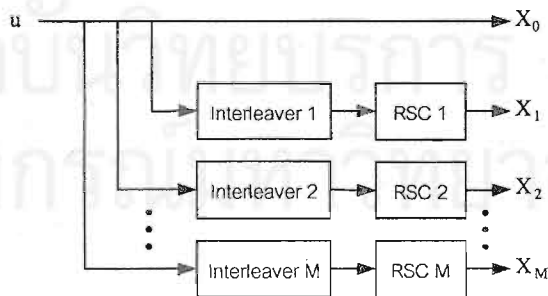


บทที่ 3 รหัสเทอร์โบ

3.1 การเข้ารหัสเทอร์โบ

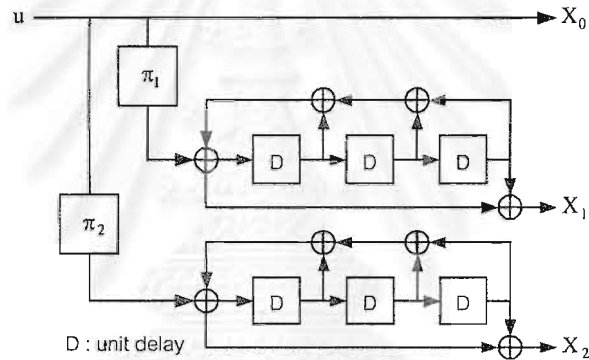
การเข้ารหัสเทอร์โบนั้นอาศัยการเข้ารหัสแบบมีระบบของตัวเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันที่มีการป้อนกลับ (recursive systematic convolutional encoder: RSC) ตั้งแต่สองตัวขึ้นไปมาต่อกันด้วยวงจรอินเตอร์ลีฟเวอร์ดังรูปที่ 3.1 โดยทั่วไปแล้วตัวเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันที่ใช้ไม่จำเป็นต้องเหมือนกัน บิตข้อมูลจะออกไปยังเอาต์พุตแบบมีระบบ (systematic output) โดยไม่มีการเข้ารหัส แต่จะถูกสลับลำดับก่อนที่จะเข้ารหัสแบบขนานด้วยตัวเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันที่มีการป้อนกลับ การสลับลำดับของบิตข้อมูลจะใช้วงจรอินเตอร์ลีฟเวอร์ในการเข้ารหัสนั้นบิตข้อมูลจะถูกแบ่งเป็นชุด แต่ละชุดของบิตข้อมูลจะถูกเรียกว่า บล็อกของบิตข้อมูล หรือบล็อกข้อมูล (data block) การเข้ารหัสจะกระทำทีละบล็อกข้อมูล โดยที่ขนาดของบล็อกข้อมูลจะเท่ากับขนาดของวงจรอินเตอร์ลีฟเวอร์

รูปที่ 3.2 เป็นตัวอย่างของตัวเข้ารหัสเทอร์โบที่มีอัตราการเข้ารหัส (coding rate) เป็น 1/3 ซึ่งประกอบด้วยเอาต์พุตแบบมีระบบและตัวเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันที่มีการป้อนกลับที่เหมือนกันสองตัวมาเชื่อมต่อกันด้วยอินเตอร์ลีฟเวอร์ บล็อกข้อมูล $u = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ ขนาด N บิตจะถูกส่งออกไปยังเอาต์พุตแบบมีระบบ $X_0 = (X_{0,1}, X_{0,2}, \dots, X_{0,N})$ โดยไม่มีการเข้ารหัส แต่จะถูกสลับลำดับด้วยวงจรอินเตอร์ลีฟเวอร์ $\pi_1(\cdot)$ และ $\pi_2(\cdot)$ ก่อนเข้ารหัสแบบขนานด้วยตัวเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันซึ่งให้เอาต์พุตหรือลำดับของบิตพาริตี (sequence of parity bits) เป็น $X_1 = (X_{1,1}, X_{1,2}, \dots, X_{1,N})$ และ $X_2 = (X_{2,1}, X_{2,2}, \dots, X_{2,N})$ ตามลำดับ

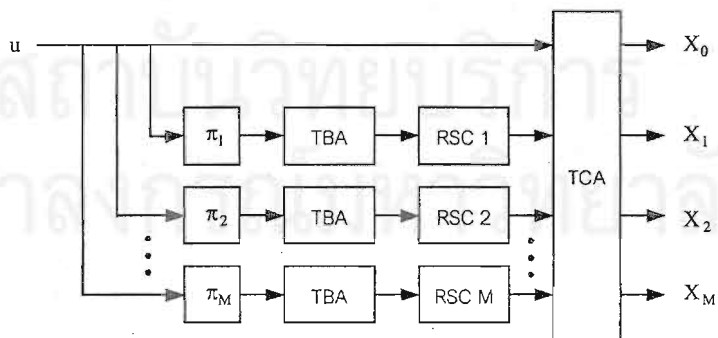


รูปที่ 3.1 การเข้ารหัสเทอร์โบ

หลังจากเข้ารหัสบล็อกข้อมูลแล้วจะต้องส่งข้อมูลต่อท้ายซึ่งจะเรียกว่าบิตหาง (tail bit) เพื่อที่จะทำให้สถานะของตัวเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันทั้งหมดเป็นศูนย์ แต่เนื่องจากตัวเข้ารหัสที่ใช้เป็นแบบตัวเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันที่มีการป้อนกลับ จึงไม่สามารถทำให้สถานะของตัวเข้ารหัสย่อยทั้งหมดเป็นศูนย์พร้อมกันด้วยบิตหางชุดเดียวกัน ดังนั้นจำเป็นที่จะต้องใช้บิตหางต่อท้ายเพื่อที่จะทำให้สถานะของตัวเข้ารหัสคอนโวลูชันเป็นศูนย์ทีละตัว ขณะที่ป้อนบิตหางเพื่อให้ตัวเข้ารหัสย่อยตัวใดตัวหนึ่ง ตัวเข้ารหัสย่อยตัวอื่น ๆ จะไม่มีการทำงานแต่ประการใด ในการส่งคำรหัสนั้นจำเป็นที่จะต้องส่งบิตหางและบิตพาริตีที่เกิดจากบิตหางไปด้วยโดยส่งต่อท้ายคำรหัส ซึ่งจะเรียกส่วนนี้ว่า ส่วนหางของคำรหัส (tail code) แบบรูปส่วนหางของคำรหัส (tail code pattern) จะมีความแตกต่างกันขึ้นอยู่กับข้อกำหนด ขั้นตอนการจัดบิตหางและส่วนหางของคำรหัสแสดงดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.2 ตัวอย่างของการเข้ารหัสเทอร์โบที่มีอัตราการเข้ารหัส 1/3



TBA: การจัดบิตหาง (TAIL BIT ASSIGNMENT)

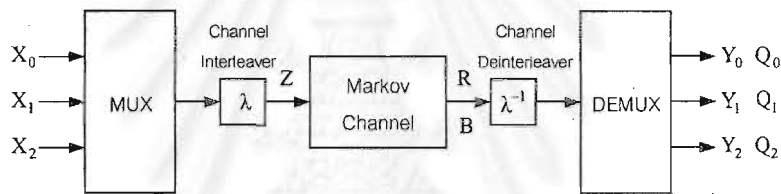
TCA: การจัดส่วนหางของคำรหัส (TAIL CODE ASSIGNMENT)

รูปที่ 3.3 การจัดบิตหางและส่วนหางของคำรหัสของการเข้ารหัสเทอร์โบ

3.2 การส่งรหัสเทอร์โบผ่านช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟ

รูปที่ 3.4 แสดงการส่งรหัสเทอร์โบที่มีอัตราเข้ารหัส $1/3$ ผ่านช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟที่ใช้ในการวิจัยนี้ ก่อนส่งคำรหัสเทอร์โบผ่านช่องสัญญาณคำรหัสเทอร์โบ (x_0, x_1, x_2) จะถูกมัลติเพล็กซ์ (multiplex) โดยมัลติเพล็กซ์เซอร์ (multiplexer: MUX) และสลับลำดับด้วยวงจรอินเตอร์ลีฟเวอร์ของสัญญาณ (channel interleaver) λ เพื่อเป็นอินพุต Z ของช่องสัญญาณ

ที่ด้านรับ เอาต์พุต R ของช่องสัญญาณจะต้องถูกสลับลำดับอีกครั้งด้วยวงจรดีอินเตอร์ลีฟเวอร์ของสัญญาณ (channel deinterleaver) λ^{-1} จากนั้นสัญญาณที่ได้จะถูกดีมัลติเพล็กซ์ด้วยดีมัลติเพล็กซ์เซอร์ (demultiplexer: DEMUX) ได้เป็นคำรหัสที่ปลายทางได้รับ (y_0, y_1, y_2) และกำหนดให้ Q_0, Q_1 และ Q_2 เป็นลำดับของสถานะช่องสัญญาณ B ที่ถูกดีอินเตอร์ลีฟเวอร์และดีมัลติเพล็กซ์ ดังนั้น Q_0, Q_1 และ Q_2 จึงเป็นลำดับของสถานะช่องสัญญาณที่สอดคล้องกับลำดับ y_0, y_1 และ y_2 ตามลำดับ



รูปที่ 3.4 การส่งรหัสเทอร์โบผ่านช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟ

3.3 การถอดรหัสเทอร์โบ

เนื่องจากบิตข้อมูล u_n เป็นข้อมูลแบบไบนารีคือมีเพียงข้อมูล 0 และ 1 จึงสะดวกที่จะใช้ฟังก์ชันลอการิทึมของอัตราส่วนโลกลีฮูด (Log-Likelihood Ratio: LLR) หรืออัตราส่วนความน่าจะเป็นจริง เพื่อตัดสินใจบิตข้อมูล u_n จากสิ่งที่สังเกต (observation) $o_i = (o_{i,1}, o_{i,2}, \dots, o_{i,N})$ สำหรับตัวถอดรหัสย่อยที่ i ดังสมการที่ (3.1)

$$L(u_n) = \log \frac{P(u_n = 1 | O_i)}{P(u_n = 0 | O_i)} \quad (3.1)$$

โดยสิ่งที่สังเกต $o_i = (o_{i,1}, o_{i,2}, \dots, o_{i,N})$ ประกอบด้วยสัญญาณที่ได้รับและข่าวสารของสถานะช่องสัญญาณจากการตัดสินใจของเบิสต์ดีเทกเตอร์ดังสมการที่ (3.2)

$$O_{i,n} = (Y_{0,\pi_i^{-1}(n)}, Y_{1,n}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n})) \quad (3.2)$$

จากสมการที่ (3.2) $o_{i,n}$ เป็นสิ่งที่สังเกตสำหรับตัวถอดรหัสย่อยที่ i ที่เวลา n ซึ่งประกอบด้วย สัญญาณของบิตข้อมูล $Y_{0,\pi_i^{-1}(n)}$ และสัญญาณของบิตพาริตี $Y_{i,n}$ และข่าวสารของสถานะ ช่องสัญญาณที่เกี่ยวข้องคือ $P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})$ และ $P(Q_{i,n})$ ตามลำดับ

การวิเคราะห์ LLR ในสมการที่ (3.1) สามารถใช้อัลกอริทึมแบบ BCJR MAP ซึ่งให้ผลดังนี้ (ดูภาคผนวก ก)

$$\begin{aligned} L^i(u_n) &= \log \frac{P(u_n = 1 | O_i)}{P(u_n = 0 | O_i)} \\ &= \log \frac{P(u_n = 1, O_i)}{P(u_n = 0, O_i)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$= L_{\text{priori}}^i(u_n) + L_{\text{channel}}^i(u_n) + L_{\text{ext}}^i(u_n) \quad (3.4)$$

เมื่อ

$$L_{\text{priori}}^i(u_n) = \log \frac{P^i(u_n = 1)}{P^i(u_n = 0)} \quad (3.5)$$

$$L_{\text{channel}}^i(u_n) = \log \frac{P(Y_{0,n} | u_n = 1, P(Q_{0,n}))}{P(Y_{0,n} | u_n = 0, P(Q_{0,n}))} \quad (3.6)$$

$$L_{\text{ext}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) = \log \frac{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}=1} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P(Y_{i,n} | X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \cdot \beta_{i,n}(s)]}{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}=0} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P(Y_{i,n} | X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \cdot \beta_{i,n}(s)]} \quad (3.7)$$

สมการที่ (3.4) ข่าวสารของบิตข้อมูลจะประกอบด้วยข่าวสารพริออริ (priori information) $L_{\text{priori}}^i(u_n)$ ข่าวสารจากช่องสัญญาณ (channel information) $L_{\text{channel}}^i(u_n)$ และข่าวสารเอกซ์ทรินซิก $L_{\text{ext}}^i(u_n)$ โดยข่าวสาร $L_{\text{priori}}^i(u_n)$ เป็นข่าวสารของบิตข้อมูลที่ทราบมาก่อนล่วงหน้าจากข่าวสารเอกซ์ทรินซิกของตัวถอดรหัสอื่น ๆ [10] ดังสมการที่ (3.8)

$$L_{\text{priori}}^i(u_n) = L_{\text{ext}}^j(u_n) \quad \text{เมื่อ } j \neq i \quad (3.8)$$

จากสมการที่ (3.5) และ (3.8) ความน่าจะเป็นพริออริ $P^i(u_n)$ คำนวณได้จากข่าวสารเอกซ์ทรินซิกของตัวถอดรหัสย่อยอื่น ๆ ดังสมการ (3.9) และ (3.10)

$$P^i(u_n = 1) = \frac{\exp(L_{\text{ext}}^j(u_n))}{1 + \exp(L_{\text{ext}}^j(u_n))} \quad \text{เมื่อ } j \neq i \quad (3.9)$$

$$P^i(u_n = 0) = \frac{1}{1 + \exp(L_{\text{ext}}^j(u_n))} \quad \text{เมื่อ } j \neq i \quad (3.10)$$

ข่าวสารจากช่องสัญญาณ $P_{\text{channel}}(u_n)$ ในสมการที่ (3.6) เป็นข่าวสารที่ได้จากการวัดสัญญาณของบิต u_n จากช่องสัญญาณ นอกจากนี้ผลรวมของข่าวสารพรีอริและข่าวสารจากช่องสัญญาณยังถูกเรียกว่า ข่าวสารอินทรินซิก (intrinsic information)

ข่าวสาร $P_{\text{ext}}(u_n)$ ในสมการที่ (3.7) เป็นข่าวสารที่ขึ้นกับโครงสร้างของตัวเข้ารหัสที่ i เมื่อพิจารณาข่าวสารพรีอริและสัญญาณของบิตอื่น ๆ ยกเว้นของบิต u_n

ผลรวมทางขวามือของพจน์เศษและส่วนของสมการ (3.7) จะกระทำเฉพาะการเปลี่ยนสถานะที่ให้บิตข้อมูลเป็นหนึ่งในและศูนย์ตามลำดับ

ฟังก์ชัน $P(Y_{0,n} | X_{0,n} = d, P(Q_{0,n}))$ ในสมการที่ (3.6) และ $P(Y_{i,n} | X_{i,n} = d, P(Q_{i,n}))$ ในสมการที่ (3.7) เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริง (likelihood function) ของสัญญาณที่ได้รับ $Y_{0,n}$ และ $Y_{i,n}$ ตามลำดับเมื่อกำหนดเงื่อนไขของสัญลักษณ์ที่ส่งเป็น d และกำหนดฟังก์ชันความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณ $P(Q_{i,n})$ ซึ่งคำนวณได้จากข่าวสารเอ็กซ์ทรินซิกของเบรสดีดีเทกเตอร์ ดังในสมการที่ (2.23) และ (2.24)

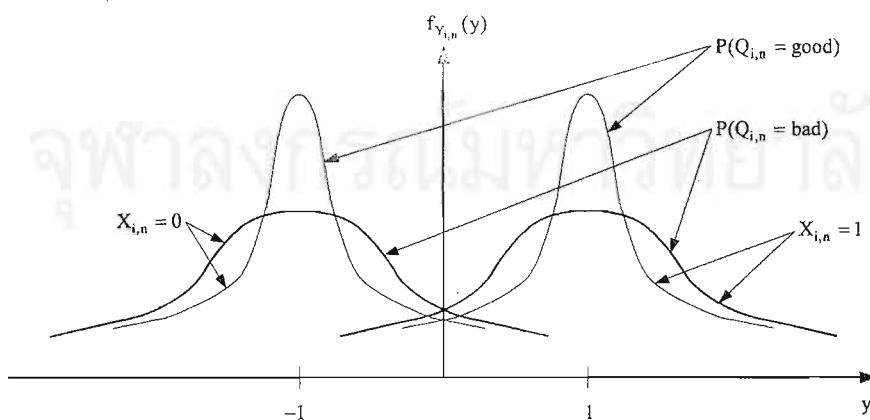
ฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงนี้คำนวณได้จากการผลรวมฟังก์ชันแบบเกาส์ที่ถ่วงน้ำหนักด้วยความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณ ดังสมการที่ (3.11)

$$P(Y_{i,n} | X_{i,n} = d, P(Q_{i,n})) = \sum_{q \in \mathcal{Q}} P(Q_{i,n} = q) \cdot P(Y_{i,n} | X_{i,n} = d, Q_{i,n} = q) \quad (3.11)$$

เมื่อ

$$P(Y_{i,n} | X_{i,n} = d, Q_{i,n} = q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{q,d}^2}} \exp\left(-\frac{(Y_{i,n} - \tilde{X}_{i,n})^2}{2\sigma_{q,d}^2}\right)_{X_{i,n}=d}$$

การแจกแจงขององค์ประกอบต่าง ๆ ของฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงนี้แสดงได้ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 การแจกแจงขององค์ประกอบต่าง ๆ ของฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงที่ใช้ในตัวถอดรหัสเทอร์โบ

พจน์ $\alpha_{i,n}(s)$ และ $\beta_{i,n}(s)$ ในสมการที่ (3.7) คำนวณได้จาก

$$\alpha_{i,n}(s) = \sum_{s' \in \zeta_i} \gamma_{i,n}(s',s) \cdot \alpha_{i,n-1}(s') \quad (3.12)$$

$$\beta_{i,n}(s) = \sum_{s' \in \zeta_i} \gamma_{i,n+1}(s,s') \cdot \beta_{i,n+1}(s') \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{i,n}(s',s) &= P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s') \\ &\quad \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \\ &\quad \cdot P(Y_{i,n} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{i,n})) \end{aligned} \quad (3.14)$$

เมื่อ

ζ_i เป็นเซตของสถานะของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i และกำหนดให้ $s, s' \in \zeta$

ในสมการที่ (3.12) พจน์ $\alpha_{i,n}(s)$ คือความน่าจะเป็นที่ตัวเข้ารหัสย่อยที่ i จะอยู่ในสถานะ s ที่เวลา n เมื่อกวาดไปข้างหน้าบนแผนภาพเทรลลิส ในขณะที่ $\beta_{i,n}(s)$ ในสมการที่ (3.13) คือความน่าจะเป็นที่ตัวเข้ารหัสย่อยที่ i จะอยู่ในสถานะ s ที่เวลา n เมื่อกวาดจากข้างหลังบนแผนภาพเทรลลิส

เนื่องจากตัวเข้ารหัสทุกตัวถูกกำหนดให้เริ่มต้นและสิ้นสุดที่สถานะศูนย์ ดังนั้นเงื่อนไขขอบเขตของ $\alpha_{i,n}(s)$ และ $\beta_{i,n}(s)$ เป็นศูนย์เมื่อ $s = 0$ และเป็นหนึ่งเมื่อ $s \neq 0$

จากสมการที่ (3.14) ถ้าการเปลี่ยนแปลงสถานะของตัวเข้ารหัส (s',s) เป็นไปไม่ได้ พจน์ $P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s')$ จะเป็นศูนย์ทำให้ $\gamma_{i,n}(s',s)$ เป็นศูนย์ด้วย แต่ถ้าการเปลี่ยนแปลงสถานะเป็นไปได้ แต่พจน์ทางขวามือของสมการที่ (3.14) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s') = P^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \quad (3.15)$$

$$P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) = P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | u_{\pi_i^{-1}(n)}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \quad (3.16)$$

$$P(Y_{i,n} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{i,n})) = P(Y_{i,n} | X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \quad (3.17)$$

เมื่อ $u_{\pi_i^{-1}(n)}$ และ $X_{i,n}$ เป็นบิตข้อมูลและบิตพาริตีของการเปลี่ยนแปลงสถานะ (s',s) ที่เวลา n ของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i ดังนั้นสมการที่ (3.14) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\gamma_{i,n}(s',s) = P^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | u_{\pi_i^{-1}(n)}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \cdot P(Y_{i,n} | X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \quad (3.18)$$

ด้วยวิธีที่คล้ายคลึงกันเมื่อใช้อัลกอริทึมแบบ BCJR MAP สำหรับการตัดสินใจพาริตี $x_{i,n}$ จะได้ผลดังนี้

$$\begin{aligned}
 L^i(X_{i,n}) &= \log \frac{P(X_{i,n} = 1 | O_i)}{P(X_{i,n} = 0 | O_i)} = \log \frac{P(X_{i,n} = 1, O_i)}{P(X_{i,n} = 0, O_i)} \\
 &= L_{\text{channel}}^i(X_{i,n}) + L_{\text{ext}}^i(X_{i,n})
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

เมื่อ

$$L_{\text{channel}}^i(X_{i,n}) = \log \frac{P(Y_{i,n} | X_{i,n} = 1, P(Q_{i,n}))}{P(Y_{i,n} | X_{i,n} = 0, P(Q_{i,n}))} \tag{3.20}$$

$$L_{\text{ext}}^i(X_{i,n}) = \log \frac{\sum_{(s',s): X_{i,n}=1} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | u_{\pi_i^{-1}(n)}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \cdot \beta_{i,n}(s)]}{\sum_{(s',s): X_{i,n}=0} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | u_{\pi_i^{-1}(n)}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \cdot \beta_{i,n}(s)]} \tag{3.21}$$

ในกระบวนการวนซ้ำ ค่าความน่าจะเป็นของบิตพาริตีที่ใช้ในเบรสต์ดีเทกเตอร์ต้องคำนวณจากข่าวสารเอกซ์ทรีนสิกของบิตพาริตี ดังสมการที่ (3.22) และ (3.23)

$$P(X_{i,n} = 1) = \frac{\exp(L_{\text{ext}}^i(X_{i,n}))}{1 + \exp(L_{\text{ext}}^i(X_{i,n}))} \tag{3.22}$$

$$P(X_{i,n} = 0) = \frac{1}{1 + \exp(L_{\text{ext}}^i(X_{i,n}))} \tag{3.23}$$

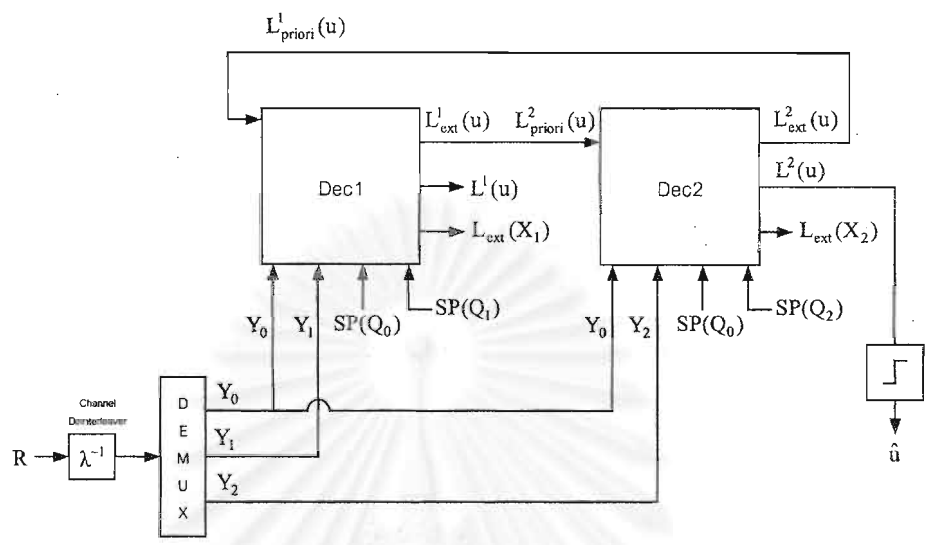
เมื่อกระบวนการวนซ้ำสิ้นสุดลง บิตข้อมูล u_n สามารถถูกตัดสินใจได้จากข่าวสารรวมของบิตข้อมูลจากตัวถอดรหัสย่อยตัวใดตัวหนึ่ง ดังเงื่อนไขในสมการที่ (3.24) และ (3.25)

$$u_n = 1 \quad \text{ถ้า } L^i(u_n) \geq 0 \tag{3.24}$$

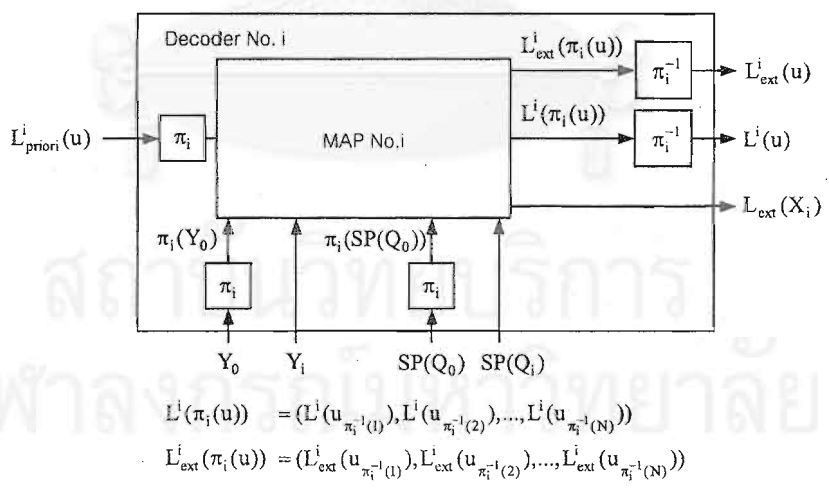
$$u_n = 0 \quad \text{ถ้า } L^i(u_n) < 0 \tag{3.25}$$

วงจรการทำงานของตัวถอดรหัสเทอร์โบที่มีอัตราเข้ารหัส $1/3$ แสดงได้ดังรูปที่ 3.6 และโครงสร้างของตัวถอดรหัสย่อยแสดงได้ดังรูปที่ 3.7

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.6 ตัวถอดรหัสเทอร์โบที่มีอัตราเข้ารหัส 1/3



$$L^i(\pi_i(u)) = (L^i(u_{\pi_i^{-1}(1)}), L^i(u_{\pi_i^{-1}(2)}), \dots, L^i(u_{\pi_i^{-1}(N)}))$$

$$L^i_{ext}(\pi_i(u)) = (L^i_{ext}(u_{\pi_i^{-1}(1)}), L^i_{ext}(u_{\pi_i^{-1}(2)}), \dots, L^i_{ext}(u_{\pi_i^{-1}(N)}))$$

รูปที่ 3.7 โครงสร้างของตัวถอดรหัสย่อย

บทที่ 4

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ

บทนี้จะกล่าวถึงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณซึ่งประกอบด้วย ค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะของสัญญาณ และค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน สำหรับสถานะต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ

4.1 การประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะของสัญญาณ

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะของสัญญาณสามารถประมาณได้โดยใช้อัลกอริทึมแบบบอม-เวลช์ (Baum-Welch algorithm) ซึ่งใช้กันอย่างกว้างขวางในการรู้จำเสียง (speech recognition) [8] ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากสถานะ q' ไปยังสถานะ q ของช่องสัญญาณสามารถประมาณได้ดังนี้

$$\bar{P}(B_k = q | B_{k-1} = q') = \frac{E\{P(B_{k-1} = q', B_k = q | SP(Z), R)\}}{E\{P(B_{k-1} = q' | SP(Z), R)\}} \quad (4.1)$$

$$= \frac{E\{P(B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z), R)\}}{E\{P(B_{k-1} = q', SP(Z), R)\}} \quad (4.2)$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot c_k(q', q) \cdot b_k(q)}{\sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot b_{k-1}(q')} \quad (4.3)$$

เมื่อ

$$E\{P(B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z), R)\} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K P(B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z), R) \quad (4.4)$$

$$= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot c_k(q', q) \cdot b_k(q) \quad (4.5)$$

$$E\{P(B_{k-1} = q', SP(Z), R)\} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K P(B_{k-1} = q', SP(Z), R) \quad (4.6)$$

$$= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot b_{k-1}(q') \quad (4.7)$$

พจน์ $E\{P(B_{k-1} = q', B_k = q | SP(Z), R)\}$ ในสมการที่ (4.1) เป็นค่าคาดหวัง (expectation) ของความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะ q' แล้วตามด้วยสถานะ q

พจน์ $E\{P(B_{k-1} = q' | SP(Z), R)\}$ ในสมการที่ (4.1) เป็นค่าคาดหวังของความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะ q' เมื่อกำหนดเงื่อนไขของฟังก์ชันความน่าจะเป็นของสัญลักษณ์ที่ส่ง $SP(Z)$ และสัญญาณที่ได้รับจากช่องสัญญาณ R และเมื่อใช้กฎของเบย์กับสมการที่ (4.1) ก็จะได้ผลดังสมการที่ (4.2)

พจน์ $E\{P(B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z), R)\}$ และ $E\{P(B_{k-1} = q', SP(Z), R)\}$ สามารถคำนวณได้จากการเฉลี่ยตามเวลา (time average) ในช่วงเวลา K ดังแสดงในสมการที่ (4.4) และ (4.6) ตามลำดับ เนื่องจากข้อสังเกตถูกกำหนดให้มีความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา และกำหนดให้มีคุณสมบัติเออร์โกดิก (ergodicity) ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ทำให้การเฉลี่ยตามตัวอย่าง (ensemble average) (ซึ่งเป็นการหาค่าคาดหวัง) สามารถถูกแทนด้วยการเฉลี่ยตามเวลา

ในการวิจัยนี้ เราจะนิยามข่าวสารของการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากสถานะ q' ดังสมการที่ (4.8)

$$L(B_k | B_{k-1} = q') = \log \frac{\bar{P}(B_k = 1 | B_{k-1} = q')}{\bar{P}(B_k = 0 | B_{k-1} = q')} \quad (4.8)$$

ข่าวสารในสมการที่ (4.8) เป็นการเปรียบเทียบอัตราส่วนของความน่าจะเป็นที่ข้อสังเกตจะเปลี่ยนจากสถานะ q' ไปยังสถานะเลขต่อสถานะดี โดยค่าที่ได้ไม่ขึ้นกับเวลา และเมื่อแทนพจน์ $\bar{P}(B_k = q | B_{k-1} = q')$ จากสมการที่ (4.3) ลงในสมการที่ (4.8) โดยใช้ความสัมพันธ์จากสมการที่ (2.16) ได้ผลดังนี้

$$L(B_k | B_{k-1} = q') = L_{\text{priori}}(B_k | B_{k-1} = q') + L_{\text{ext}}(B_k | B_{k-1} = q') \quad (4.9)$$

เมื่อ

$$L_{\text{priori}}(B_k | B_{k-1} = q') = \log \frac{P(B_k = 1 | B_{k-1} = q')}{P(B_k = 0 | B_{k-1} = q')} \quad (4.10)$$

$$L_{\text{ext}}(B_k | B_{k-1} = q') = \log \frac{\sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot P(R_k | B_k = 1, P(Z_k)) \cdot b_k(1)}{\sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot P(R_k | B_k = 0, P(Z_k)) \cdot b_k(0)} \quad (4.11)$$

จากสมการที่ (4.9) จะเห็นว่าข่าวสารของการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะของข้อสังเกตประกอบด้วยข่าวสารพรีออริและข่าวสารเอกซ์ทรินซิก

ข่าวสารพรีออริ $L_{\text{priori}}(B_k | B_{k-1} = q')$ คำนวณได้จากข่าวสารรวมของการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากรอบที่แล้ว ดังนั้นเมื่อการประมาณค่านี้เข้าสู่คำตอบที่ถูกต้องแล้วข่าวสารพรีออริและข่าวสารรวมจะมีค่าเท่ากัน ซึ่งหมายความว่าข่าวสารเอกซ์ทรินซิก $L_{\text{ext}}(B_k | B_{k-1} = q')$ จะเข้าสู่ค่าศูนย์นั่นเอง

เนื่องจาก $a_k(q)$ และ $b_k(q)$ ได้ถูกคำนวณแล้วในการตรวจวัดสถานะของข้อสังเกตของเบิสต์ดีเทกเตอร์ ดังนั้น $a_k(q)$ และ $b_k(q)$ เป็นผลพลอยได้จากเบิสต์ดีเทกเตอร์

4.2 การประมาณค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน

ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะ q และอินพุตของช่องสัญญาณเป็น d สามารถประมาณได้จากสมการ

$$\bar{\sigma}_{q,d}^2 = E\{(R_k - \tilde{Z}_k)^2 | B_k = q, Z_k = d\} \quad (4.12)$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^K P(B_k = q, Z_k = d) \cdot (R_k - \tilde{Z}_k)^2 |_{Z_k=d}}{\sum_{k=1}^K P(B_k = q, Z_k = d)} \quad (4.13)$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^K P(B_k = q) \cdot P(Z_k = d) \cdot (R_k - \tilde{Z}_k)^2 |_{Z_k=d}}{\sum_{k=1}^K P(B_k = q) \cdot P(Z_k = d)} \quad (4.14)$$

พจน์ $P(B_k = q, Z_k = d)$ ในสมการที่ (4.13) คือความน่าจะเป็นร่วม (joint probability mass function) ของสถานะช่องสัญญาณและอินพุต และเนื่องจากเหตุการณ์ทั้งสองนี้เป็นอิสระกัน จึงทำให้พจน์ $P(B_k = q, Z_k = d)$ ถูกแทนด้วย $P(B_k = q) \cdot P(Z_k = d)$ ในสมการที่ (4.14)

เมื่อค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นกับอินพุตของช่องสัญญาณ ค่าความแปรปรวนนี้สามารถประมาณได้จาก

$$\bar{\sigma}_q^2 = E\{(R_k - \tilde{Z}_k)^2 | B_k = q\} \\ = \frac{\sum_{k=1}^K P(B_k = q) \sum_{d \in \Lambda} P(Z_k = d) \cdot (R_k - \tilde{Z}_k)^2 |_{Z_k=d}}{\sum_{k=1}^K P(B_k = q)} \quad (4.15)$$

พจน์ $P(Z_k)$ และ $P(B_k)$ ในสมการที่ (4.14) และ (4.15) ต้องคำนวณจากอัตราส่วนโลกลีฮูตเท่านั้น ไม่สามารถคำนวณจากข่าวสารเอกซ์ทรีนซิก ในการคำนวณความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนจำเป็นต้องรอให้ระบบถอดรหัสลู่เข้าก่อนจึงจะสามารถปรับปรุงการคำนวณใหม่ได้ มิเช่นนั้นอาจทำให้สมรรถนะของการถอดรหัสที่ได้ด้อยลง [9]

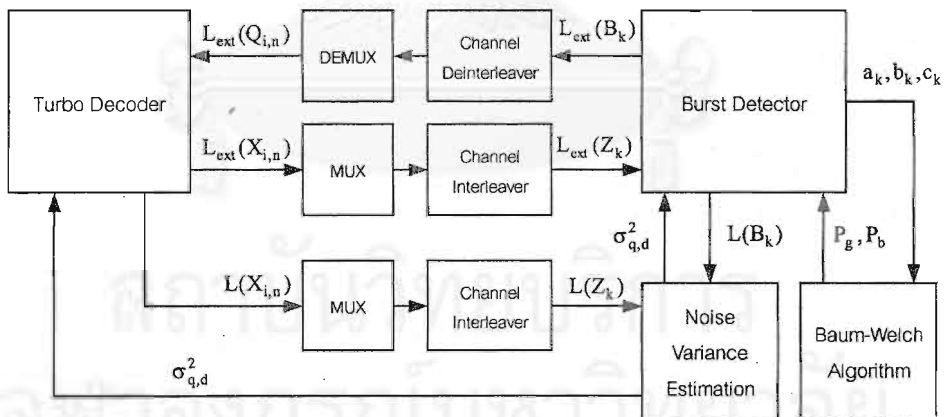
บทที่ 5

โครงสร้างของระบบถอดรหัสที่เสนอ

บทนี้กล่าวถึงการทำงานของระบบถอดรหัสที่เสนอซึ่งประกอบด้วยตัวถอดรหัสเทอร์โบ และเบิสต์ดีเทกเตอร์ โดยต้องทำงานร่วมกับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ ตลอดจนถึงขั้นตอนต่าง ๆ ที่ใช้ในการทดสอบระบบถอดรหัส

5.1 ระบบถอดรหัสที่เสนอ

เมื่อนำองค์ประกอบต่าง ๆ ที่ได้วิเคราะห์ในบทที่ผ่านมาประกอบเข้าเป็นระบบถอดรหัสที่เสนอได้ดังรูปที่ 5.1 ในรูปนี้ตัวถอดรหัสเทอร์โบทำหน้าที่ส่งข่าวสารของสัญลักษณ์ที่ป้อนเข้าอินพุตของช่องสัญญาณ $L_{ext}(Z_k)$ ให้แก่เบิสต์ดีเทกเตอร์ ในทางกลับกันเบิสต์ดีเทกเตอร์ก็ทำหน้าที่ส่งข่าวสารของสถานะช่องสัญญาณ $L_{ext}(B_k)$ ให้แก่ตัวถอดรหัสเทอร์โบ บล็อกของอัลกอริทึมแบบบอม-เวลช์จะรับความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณที่กวาดไปข้างหน้า $a_k(s)$ และที่กวาดไปข้างหลัง $b_k(s)$ และฟังก์ชันเมทริกสาขา $c_k(s',s)$ จากเบิสต์ดีเทกเตอร์ เพื่อประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณ P_g และ P_b



รูปที่ 5.1 โครงสร้างของระบบถอดรหัสที่เสนอและการประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ

บล็อกประมาณค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนจะรับข่าวสารรวมของสัญลักษณ์อินพุต $L(Z_k)$ และสถานะช่องสัญญาณ $L(B_k)$ เพื่อประมาณค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนแล้วส่งค่าประมาณนี้ให้แก่ตัวถอดรหัสและเบิสต์ดีเทกเตอร์

5.2 รายละเอียดของการวนซ้ำในระบบถดถอยที่สี่เหลี่ยม

การถดถอยของระบบถดถอยที่สี่เหลี่ยมจะกระทำด้วยวิธีการวนซ้ำ โดยรอบแรกของการวนซ้ำค่าข่าวสารพรีออริ $L_{\text{prior}}(u_n)$ จะถูกกำหนดให้มีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งเป็นกรณีที่ปิดหนึ่งและปิดศูนย์มีโอกาสเกิดเท่า ๆ กัน และในกรณีที่ไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ ค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะของสัญญาณ p_b และ p_g จะถูกกำหนดให้มีค่าเริ่มต้นเป็น 0.5 ในขณะที่ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะดีและเลวจะถูกกำหนดให้มีค่าเป็น 0.2 และ 20 ตามลำดับสำหรับรอบแรกของการวนซ้ำ การที่จะกำหนดค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนให้มีค่าเป็นเท่าใดนั้น พิจารณาจากค่าเริ่มต้นที่กำหนดนี้ว่า ต้องไม่มีค่ามากหรือน้อยจนเกินไป จนมีผลต่อความสามารถในการจัดเก็บของเครื่องประมวลผลและคอมพิวเตอร์ และถ้าค่าที่เลือกนี้ไม่ทำให้เกิดปัญหาดังกล่าว จากการทดสอบพบว่าค่าเริ่มต้นนี้ไม่มีผลต่อค่าประมาณที่ได้เมื่อระบบถดถอยสี่เหลี่ยม

ในการวนซ้ำแต่ละรอบ ตัวถดถอยแต่ละตัวจะทำงานตามลำดับแล้วตามด้วยการทำงานของเบรสต์ดีเทกเตอร์ จากนั้นก็จะเป็นบล็อกของอัลกอริทึมแบบบอม-เวลช์ และเมื่อวงจรระหว่างตัวถดถอยเทอริโบและเบรสต์ดีเทกเตอร์ลู่ออก ก็จะปรับปรุงค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน การวนซ้ำจะดำเนินไปจนกว่าระบบทั้งหมดลู่ออก จากนั้นจะตัดลินบิตข้อมูลจากข่าวสารรวมของบิตข้อมูลที่ได้จากตัวถดถอยตัวใดตัวหนึ่ง และตัดลินสถานะของสัญญาณจากข่าวสารรวมของสถานะของสัญญาณที่ได้จากเบรสต์ดีเทกเตอร์ อัลกอริทึมของการถดถอยสี่เหลี่ยมนี้

- 1) กำหนดค่าเริ่มต้น $L_{\text{ext}}^M(u_n)$ ให้มีค่าเท่ากับศูนย์สำหรับ $n = 1, 2, \dots, N$ เมื่อ M คือจำนวนของตัวถดถอยสี่เหลี่ยม
- 2) กำหนดค่าเริ่มต้นของ $L_{\text{ext}}(B_k)$ ให้มีค่าเท่ากับศูนย์สำหรับ $k = 1, 2, \dots, K$
- 3) กำหนดค่าเริ่มต้นของ p_b และ p_g
- 4) กำหนดค่าเริ่มต้นของ $\sigma_{q,d}^2$
- 5) ดีอินเทอร์ลิฟและดีมัลติเพล็กซ์ข่าวสาร $L_{\text{ext}}(B_k)$ ให้เป็นข่าวสาร $L_{\text{ext}}(Q_{i,n})$ สำหรับ $n = 1, 2, \dots, N$ และ $i = 1, 2, \dots, M$
- 6) กำหนดให้ $i = 1$
- 7) ถ้า $i \leq M$ ให้ไปขั้นตอนที่ 8 มิเช่นนั้นให้ไปขั้นตอนที่ 13
- 8) ถ้า $i = 1$ ให้ $L_{\text{prior}}^i(u_n) = L_{\text{ext}}^M(u_n)$
แต่ถ้า $i \neq 1$ ให้ $L_{\text{prior}}^i(u_n) = L_{\text{ext}}^{i-1}(u_n)$ สำหรับ $n = 1, 2, \dots, N$
- 9) คำนวณ $L(u_n)$ และ $L_{\text{ext}}^i(u_n)$ สำหรับ $n = 1, 2, \dots, N$ จากสมการที่ (3.4) และ (3.7) ตามลำดับ

- 10) คำนวณ $L(X_{i,n})$ และ $L_{\text{ext}}(X_{i,n})$ สำหรับ $n = 1, 2, \dots, N$ จากสมการที่ (3.19) และ (3.21)
- 11) ให้ $i = i+1$
- 12) ไปขั้นตอนที่ 7
- 13) มัลติเพิล็กซ์และอินเตอร์ลีฟข่าวสาร $L_{\text{ext}}^M(u_n)$ และ $L_{\text{ext}}^i(X_{i,n})$ สำหรับ $n = 1, 2, \dots, N$ และ $i = 1, 2, \dots, M$ ได้เป็นข่าวสารของอินพุต $L_{\text{ext}}(Z_k)$ สำหรับค่า $k = 1, 2, \dots, K$
- 14) คำนวณ $L(B_k)$ และ $L_{\text{ext}}(B_k)$ สำหรับค่า $k = 1, 2, \dots, K$ จากสมการที่ (2.11) และ (2.13) ตามลำดับ
- 15) คำนวณ $L(B_k | B_{k-1} = q')$ จากสมการที่ (4.9) ซึ่งจะได้ค่า P_b และ P_g
- 16) ถ้าจะจรรยาหว่างตัวถอดรหัสเทอร์โบและเบิสต์ดีเทกเตอร์ลู้เข้าไปขั้นตอนที่ 17 มิเช่นนั้นไปขั้นตอนที่ 5
- 17) มัลติเพิล็กซ์ $L^M(u_n)$ และ $L(X_{i,n})$ สำหรับ $n = 1, 2, \dots, N$ และ $i = 1, 2, \dots, M$ ได้เป็นข่าวสารของอินพุต $L(Z_k)$ สำหรับค่า $k = 1, 2, \dots, K$
- 18) คำนวณ $\sigma_{q,d}^2$ จากสมการที่ (4.14)
- 19) ถ้าระบบถอดรหัสลู้เข้าไปขั้นตอนที่ 20 มิเช่นนั้นให้ไปขั้นตอนที่ 5
- 20) ตัดสินบิตข้อมูล u_n จากเงื่อนไข (3.24) และ (3.25)
- 21) ตัดสินสถานะช่องสัญญาณ B_k จากเงื่อนไข (2.25) และ (2.26)

การลู้เข้าของการถอดรหัสในการวิจัยนี้คือเงื่อนไขที่ข่าวสารเอกซ์ทรินซิกของบิตข้อมูลทุกบิตในรอบปัจจุบันและรอบที่แล้วมีความแตกต่างกันน้อยกว่าค่าที่กำหนด

5.3 การเปรียบเทียบกับ การถอดรหัสแบบต่าง ๆ

การวิจัยนี้ทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของการถอดรหัสแบบต่าง ๆ ดังตารางที่ 5.1 จากตาราง การถอดรหัสแบบต่าง ๆ มีรายละเอียดดังนี้

- 1) ขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัส (Maximum Achievable Performance Limit) เป็นกรณีในอุดมคติที่ระบบถอดรหัสทราบสถานะช่องสัญญาณและค่าความแปรปรวนที่ถูกต้อง
- 2) ระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ (Proposed Decoding System with Known Channel Parameters) เป็นกรณีที่ระบบถอดรหัสที่เสนอทราบความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณและความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน แต่ระบบถอดรหัสต้องประมาณสถานะช่องสัญญาณ

- 3) ระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ (Proposed Decoding System with Unknown Channel Parameters) เป็นกรณีจากระบบถอดรหัสที่เสนอต้องประมาณสถานะของสัญญาณ ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะของสัญญาณ และค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนเอง
- 4) ระบบถอดรหัสเทอร์โบแบบธรรมดา (Conventional Turbo Decoding System) เป็นระบบถอดรหัสเทอร์โบที่ไม่มีการตรวจวัดสถานะของสัญญาณแต่กำหนดให้ทราบและใช้ค่าเฉลี่ยของความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน ซึ่งคำนวณได้จากการเฉลี่ยค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยความน่าจะเป็นของสถานะของสัญญาณ เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสภาวะคงตัว ดังสมการที่ (5.1)

$$\sigma_{\text{average}}^2 = P(\text{good_state}) \sigma_{\text{good}}^2 + P(\text{bad_state}) \sigma_{\text{bad}}^2 \quad (5.1)$$

ตารางที่ 5.1 การถอดรหัสแบบต่าง ๆ ที่ใช้เปรียบเทียบกันในการวิจัย

| Decoding Schemes | channel state | transition probabilities | noise variances |
|---|---------------|--------------------------|-----------------|
| Maximum Achievable Performance Limit | known | not used | known |
| Proposed Decoding with Known Channel Parameters | estimated | known | known |
| Proposed Decoding with Unknown Channel Parameters | estimated | estimated | estimated |
| Conventional Turbo Decoding with Average Noise Variance | not used | not used | known |

บทที่ 6

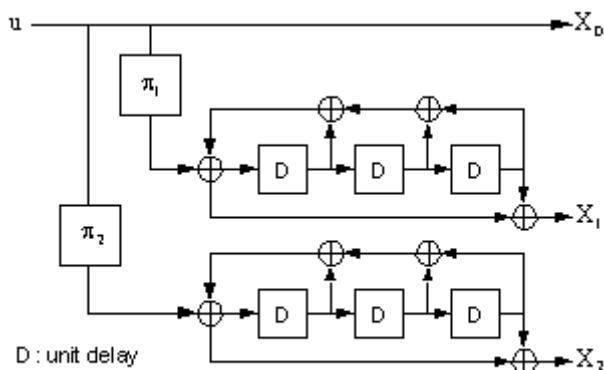
ผลการทดสอบ

บทนี้กล่าวถึงการทดสอบสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอ ซึ่งประกอบด้วยตัวถอดรหัสเทอร์โบ เบิร์สต์ดีเทกเตอร์ และการประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณดังรูปที่ 5.1 ในสถานะต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ และได้เปรียบเทียบสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอนี้เมื่อทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณกับสมรรถนะของระบบถอดรหัสเทอร์โบแบบธรรมดาและขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัส นอกจากนี้ยังมีการทดสอบสมรรถนะของเบิร์สต์ดีเทกเตอร์เพื่ออธิบายพฤติกรรมของระบบถอดรหัสที่เสนอ

6.1 การทดสอบสมรรถนะของระบบถอดรหัส

ในการทดสอบสมรรถนะของระบบถอดรหัส ตัวเข้ารหัสเทอร์โบถูกกำหนดให้มีอัตราการใช้รหัสเป็น $1/3$ โดยที่ตัวถอดรหัสย่อยทุกตัวที่ใช้มีพหุนามป้อนไปข้างหน้า (forward polynomial) เป็น $1+D^3$ และพหุนามป้อนกลับ (backward polynomial) เป็น $1+D+D^2+D^3$ ดังรูปที่ 6.1 ขนาดของบล็อกข้อมูลที่ใช้ในการทดสอบได้แก่ขนาด 300 และ 2400 บิต จำนวนบล็อกข้อมูลที่ใช้คือ 50000 และ 20000 ตามลำดับ วงจรอินเตอร์ลีฟทุกตัวที่ใช้เป็นแบบสุ่ม (random interleaver) ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณ (p_b, p_c) มีค่าเป็น $(0.1, 0.3)$, $(0.033, 0.1)$ และ $(0.01, 0.03)$ โดยรักษาสัดส่วนของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะให้คงที่ที่อัตราส่วน p_b ต่อ p_c เป็นหนึ่งต่อสาม ด้วยอัตราส่วนนี้ทำให้เมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะคงตัวแล้วสัดส่วนของการที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะดีต่อสถานะเลวเป็น 75 ต่อ 25 เปอร์เซนต์ สมรรถนะในการถอดรหัสถูกวัดด้วยอัตราความผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ถอดรหัสได้เมื่อระบบถอดรหัสถูกรบกวน และกำหนดให้กำลังของสัญญาณรบกวนไม่ขึ้นกับอินพุตที่ป้อนให้แก่ช่องสัญญาณ

ในการทดสอบสมรรถนะนี้ กำหนดให้อัตราส่วนของพลังงานเฉลี่ยต่อบิตต่อความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวนเมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะดีหรือ high E_b/N_0 มีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 6 dB และกำหนดให้อัตราส่วนของพลังงานเฉลี่ยต่อบิตต่อความหนาแน่นสเปกตรัมของกำลังของสัญญาณรบกวนเมื่อช่องสัญญาณอยู่ในสถานะเลวหรือ low E_b/N_0 มีค่าคงที่ที่ -10 และ -4 dB กราฟสมรรถนะของระบบถอดรหัสเมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเท่ากับ 300 บิตแสดงในรูปที่ 6.2 ถึง 6.4 และเมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเท่ากับ 2400 บิตแสดงในรูปที่ 6.5 ถึง 6.7



รูปที่ 6.1 ตัวเข้ารหัสเทอร์โบที่ใช้ในการทดสอบสมรรถนะ

รูปที่ 6.2 และ 6.5 เป็นกรณีที่สถานะช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงบ่อย กล่าวคือ p_b และ p_e มีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.3 ตามลำดับ จากกราฟจะเห็นว่าสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณด้อยกว่ากรณีที่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณไม่มากนัก และสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอนี้เมื่อทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ ดีกว่าสมรรถนะของระบบถอดรหัสเทอร์โบแบบธรรมดาอย่างเห็นได้ชัด โดยเฉพาะเมื่อค่า $\text{low } E_b/N_0$ มีค่าต่ำลงคือมีค่าเปลี่ยนจาก -4 dB ในรูปที่ 6.2(b) และ 6.5(b) เป็น -10 dB ในรูปที่ 6.2(a) และ 6.5(a) ซึ่งสมรรถนะของระบบถอดรหัสเทอร์โบแบบธรรมดาคจะด้อยลงอย่างมาก แต่สมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอนี้ยังด้อยกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสค่อนข้างมาก อย่างไรก็ตาม เมื่อช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงสถานะน้อยลงคือ p_b และ p_e มีค่าเท่ากับ 0.033 และ 0.1 ตามลำดับดังในรูปที่ 6.3 และ 6.6 สมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอก็คจะเข้าใกล้ขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสมากขึ้น และความแตกต่างของสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณก็มีค่าน้อยลง

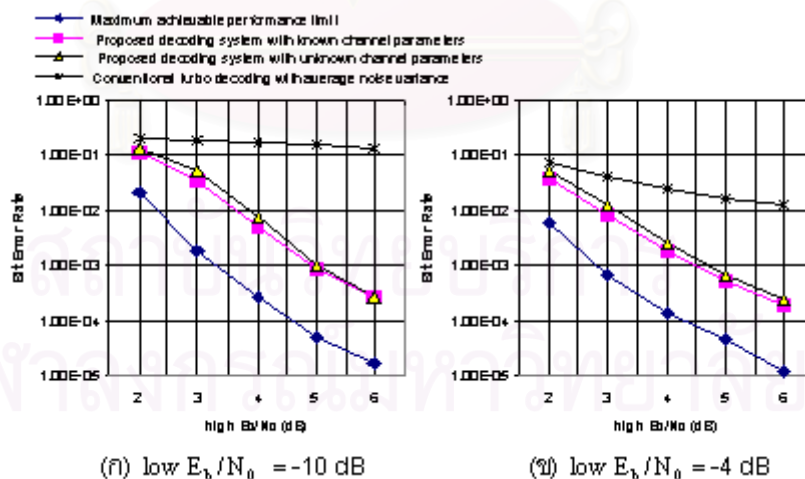
เมื่อช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงสถานะน้อยลงไปอีกคือ p_b และ p_e มีค่าเท่ากับ 0.01 และ 0.03 ตามลำดับ ดังในรูปที่ 6.4 และ 6.7 สมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอก็คจะยิ่งเข้าใกล้ขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสมากขึ้น และในกรณีนี้พบว่ากรณีที่ทราบหรือไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณก็แทบจะไม่มีผลต่อสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอ แต่กรณีที่ช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงสถานะน้อยลงนั้นทำให้สมรรถนะของระบบถอดรหัสเทอร์โบแบบธรรมดาดีด้อยลงไปบ้างแต่ไม่มากนัก

เมื่อพิจารณาขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสสำหรับกรณีที่ขนาดของบล็อกข้อมูลเท่ากับ 300 บิต โดย (p_b, p_e) มีค่าเท่ากับ (0.1, 0.3), (0.033, 0.1) และ (0.01, 0.03) แสดงดังกราฟในรูปที่ 6.2, 6.3 และ 6.4 ตามลำดับ พบว่าขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสด้อยลงเมื่อ p_b และ p_e มี

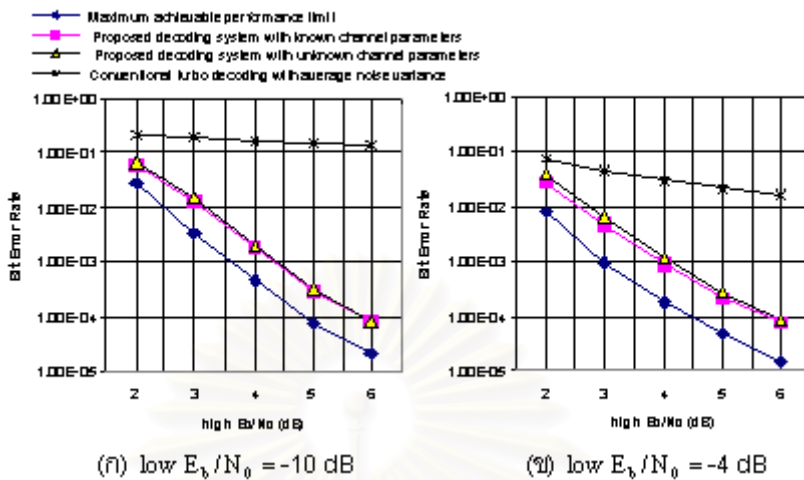
ค่าน้อยลง แต่เมื่อพิจารณากรณีที่ขนาดของบล็อกข้อมูลเท่ากับ 2400 บิต ซึ่งเป็นขนาดของบล็อกข้อมูลที่มากเพียงพอที่จะทำให้วงจรอินเตอร์ลีฟเวอร์สามารถกระจายเบอริสต์ได้อย่างเต็มที่ โดยที่ (P_b, P_g) มีค่าเท่ากับ $(0.1, 0.3)$, $(0.033, 0.1)$ และ $(0.01, 0.03)$ ดังกราฟในรูปที่ 6.5, 6.6 และ 6.7 ตามลำดับ พบว่าขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสแทบไม่มีความแตกต่างกันสำหรับกรณีที่บล็อกข้อมูลมีขนาดมากเช่นนี้

จากผลของการทดสอบสรุปได้ว่า สมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณดีกว่าสมรรถนะของระบบถอดรหัสเทอร์โบแบบธรรมดาในทุกกรณี โดยที่สมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณไม่ค่อยมีความแตกต่างกันมากนัก และสมรรถนะของระบบทั้งสองจะเข้าใกล้กันมากขึ้นเมื่อค่าของ P_b และ P_g มีค่าน้อยลงหรือค่า $high E_b/N_0$ และค่า $low E_b/N_0$ มีความแตกต่างกันมากขึ้น

ถึงแม้ว่าเมื่อเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอนี้กับขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสพบว่า สมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอนี้ยังต่อยกว่า แต่อย่างไรก็ดี เมื่อช่องสัญญาณมีความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะน้อยลงหรือ P_b และ P_g มีค่าน้อยลงสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอก็ตจะเข้าใกล้ขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสมากขึ้น เนื่องจากเบอริสต์ดีเทกเตอร์สามารถตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณได้ดีขึ้นเมื่อ P_b และ P_g มีค่าน้อยลง ซึ่งประเด็นนี้จะกล่าวต่อไปในหัวข้อ สมรรถนะการตรวจวัดเบอริสต์ของเบอริสต์ดีเทกเตอร์

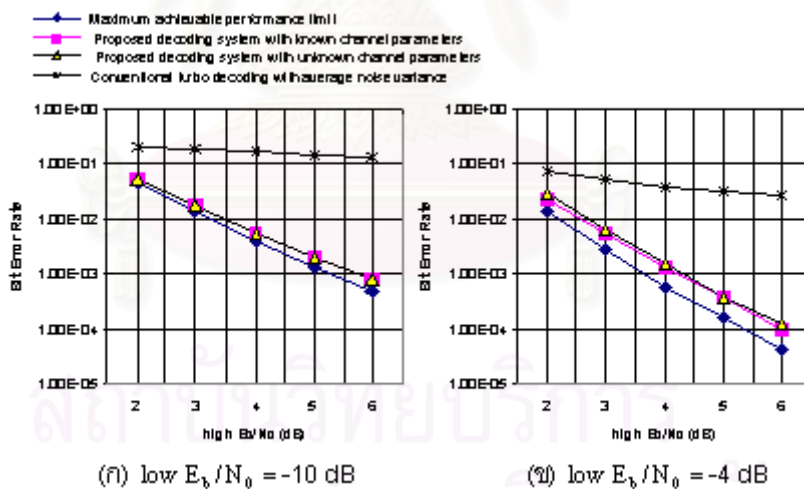


รูปที่ 6.2 สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 300 บิต ค่า $P_b = 0.1$ และ $P_g = 0.3$



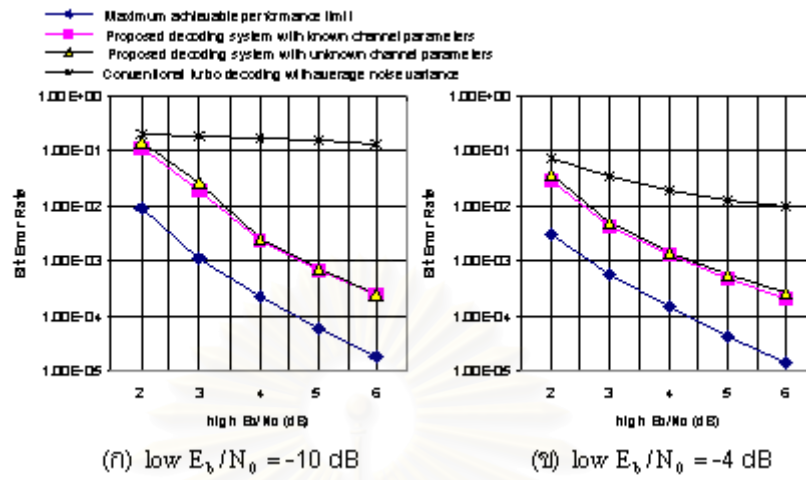
รูปที่ 6.3 สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่างๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 300 บิต ค่า

$P_b = 0.033$ และ $P_g = 0.1$

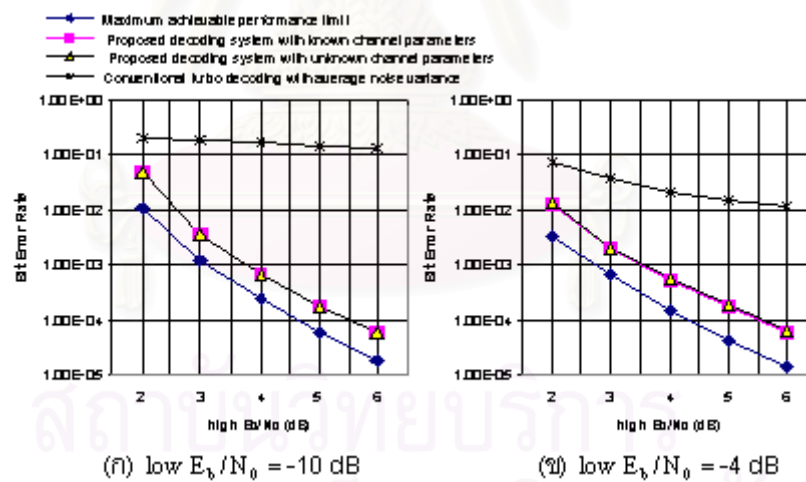


รูปที่ 6.4 สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่างๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 300 บิต ค่า

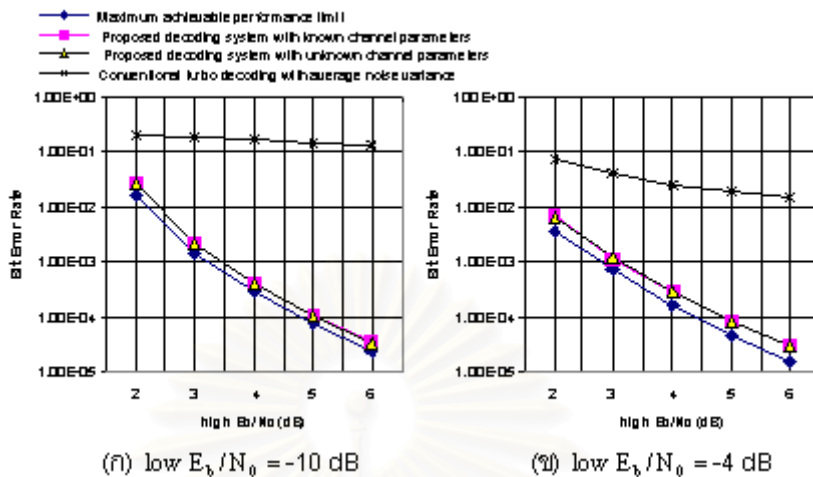
$P_b = 0.01$ และ $P_g = 0.03$



รูปที่ 6.5 สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 2400 บิต ค่า $P_b = 0.1$ และ $P_g = 0.3$



รูปที่ 6.6 สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 2400 บิต ค่า $P_b = 0.033$ และ $P_g = 0.1$



รูปที่ 6.7 สมรรถนะของระบบถอดรหัสต่าง ๆ เมื่อขนาดของบล็อกข้อมูลเป็น 2400 บิต ค่า $P_b = 0.01$ และ $P_e = 0.03$

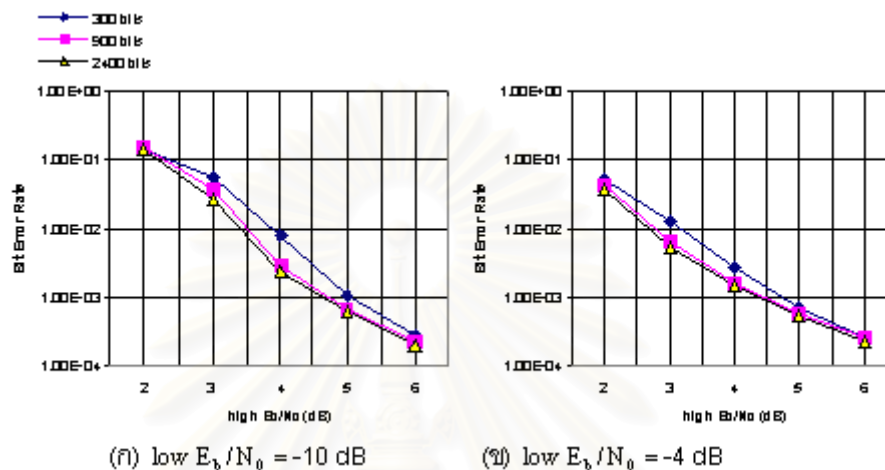
6.2 ผลของขนาดบล็อกข้อมูลที่มีต่อสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอ

หัวข้อนี้แสดงผลที่ขนาดบล็อกข้อมูลมีต่อสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ โดยได้เปรียบเทียบสมรรถนะเมื่อบล็อกข้อมูลมีขนาด 300, 900 และ 2400 บิตในสภาวะต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ จำนวนของบล็อกข้อมูลที่ใช้คือ 50000, 20000 และ 20000 ตามลำดับ ได้ผลดังกราฟในรูปที่ 6.8 ถึง 6.10

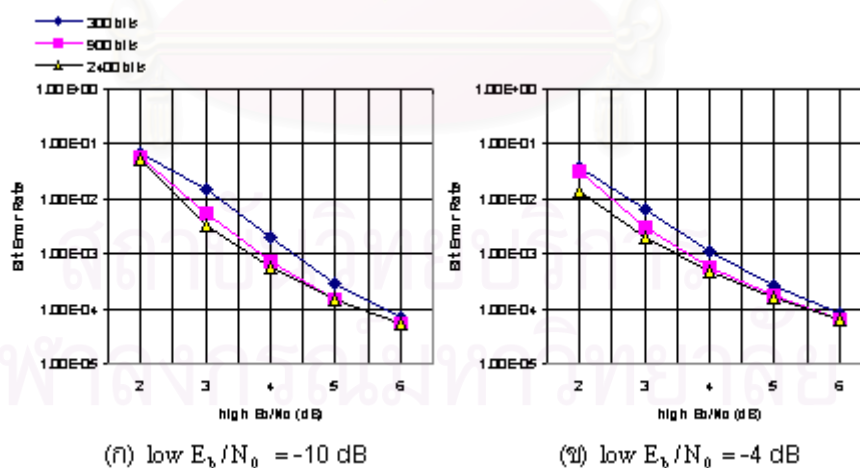
จากกราฟในรูปที่ 6.8 ถึง 6.10 พบว่า การใช้บล็อกข้อมูลที่มีขนาดมากกว่าจะให้สมรรถนะดีกว่าเสมอ และสำหรับกรณีที่บล็อกข้อมูลมีขนาดมากเพียงพอที่จะทำให้วงจรอินเทอร์ลิฟเวอร์ของสัญญาณสามารถกระจายเบรสต์ได้อย่างเต็มที่ดังในรูปที่ 6.8 ถึง 6.9 ก็พบว่า การใช้บล็อกข้อมูลขนาดมากกว่าให้สมรรถนะของการถอดรหัสดีขึ้นเมื่อ $high E_b/N_0$ มีค่ามากขึ้น แต่ข้อได้เปรียบนี้เมื่อเทียบกับการใช้บล็อกข้อมูลที่มีขนาดเล็กกว่าก็มีแนวโน้มที่เริ่มลดลง เมื่อ $high E_b/N_0$ มีค่ามากจนถึงจุดหนึ่งคือประมาณ 4 dB จากนั้นกราฟสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่ใช้บล็อกข้อมูลขนาดต่าง ๆ ก็จะเริ่มเข้าใกล้กัน

สำหรับกรณีที่บล็อกข้อมูลมีขนาดไม่มากเพียงพอที่จะทำให้วงจรอินเทอร์ลิฟเวอร์ของสัญญาณสามารถกระจายเบรสต์ได้อย่างเต็มที่ ดังเช่นกรณีบล็อกข้อมูลขนาด 300 บิตในสภาวะที่ช่องสัญญาณมีค่า P_b และ P_e เป็น 0.01 และ 0.03 โดยขนาดความยาวเฉลี่ยของเบรสต์ (average burst length) คำนวณได้จาก $1/P_e$ ซึ่งเท่ากับ 33 สมรรถนะในกรณีดังกล่าวแสดงด้วยกราฟในรูปที่ 6.10 ในรูปนี้ กราฟสมรรถนะสำหรับกรณีที่บล็อกข้อมูลมีขนาด 300 บิตไม่มีแนวโน้มที่จะเข้าใกล้

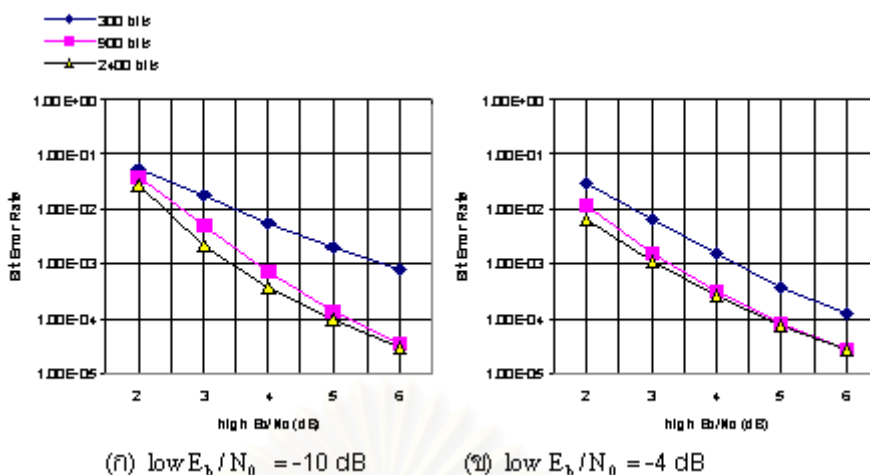
กราฟสมรรถนะของระบบถอดรหัสเมื่อบล็อกข้อมูลมีขนาด 900 และ 2400 บิต แม้ว่าค่า E_b/N_0 ให้มากขึ้น จะเห็นได้ว่าการใช้บล็อกข้อมูลที่มีขนาดไม่เพียงพอทำให้สมรรถนะของการถอดรหัสด้อยลงไปมาก



รูปที่ 6.8 การเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ โดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 300, 900 และ 2400 บิต ค่า $P_b = 0.1$ และ $P_g = 0.3$



รูปที่ 6.9 การเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ โดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 300, 900 และ 2400 บิต ค่า $P_b = 0.033$ และ $P_g = 0.1$

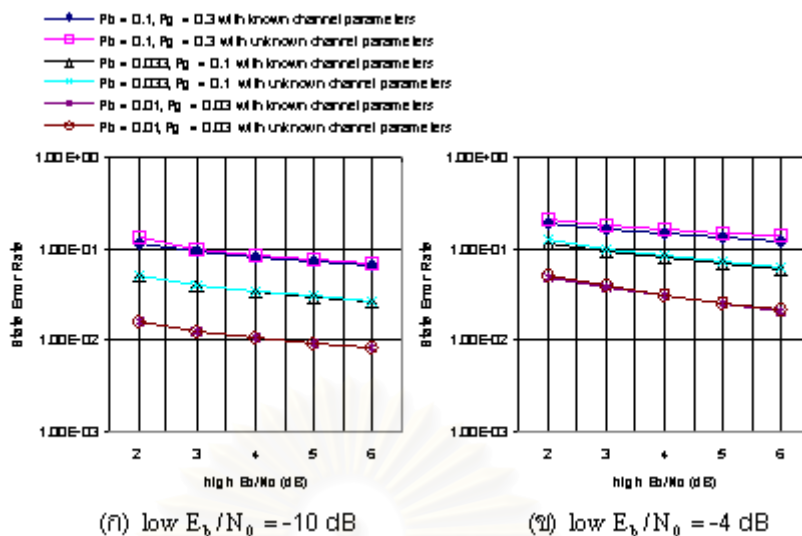


รูปที่ 6.10 การเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอเมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณโดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 300, 900 และ 2400 บิต ค่า $P_b = 0.01$ และ $P_e = 0.03$

6.3 สมรรถนะการตรวจวัดเบรสต์ของเบรสต์ดีเทกเตอร์

หัวข้อนี้แสดงผลการทดสอบสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์ ภายใต้สภาวะต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ โดยสมรรถนะนี้วัดจากอัตราความผิดพลาดของสถานะช่องสัญญาณที่เบรสต์ดีเทกเตอร์ตรวจวัดได้เมื่อระบบถอดรหัสถูกรบกวน ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์เมื่อทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณแสดงในรูปที่ 6.11 และผลที่ขนาดของบล็อกข้อมูลมีต่อสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์แสดงในรูปที่ 6.12

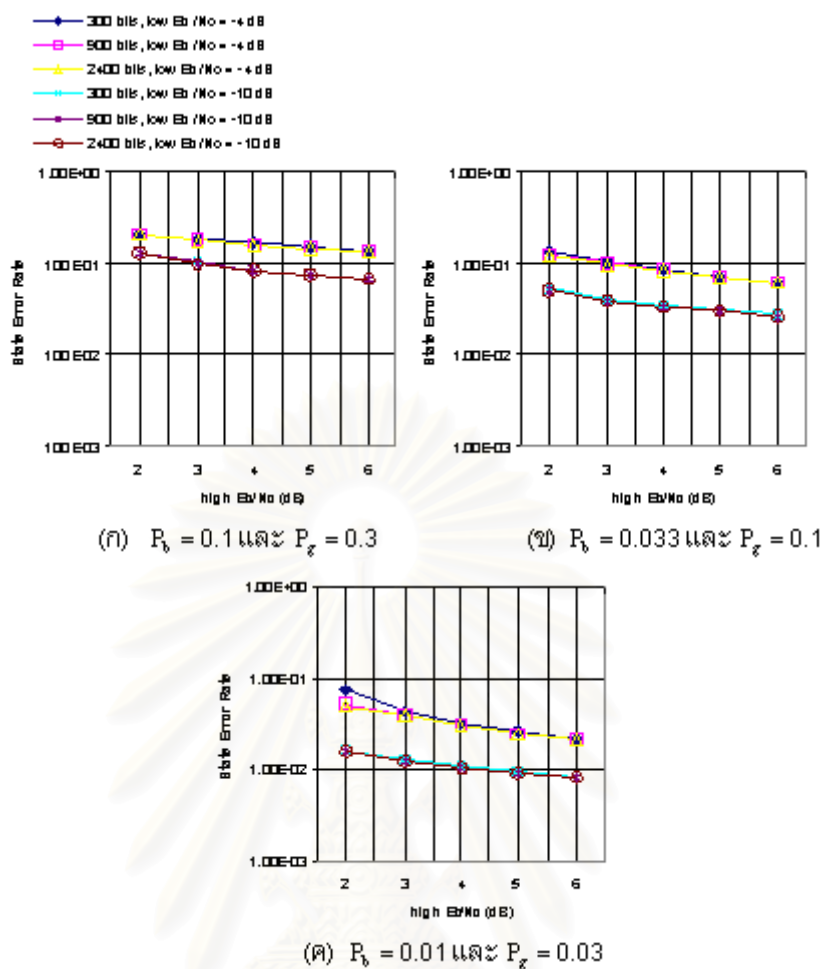
ในรูปที่ 6.11 แสดงการเปรียบเทียบกราฟสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์เมื่อทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ โดยขนาดของบล็อกข้อมูลเท่ากับ 2400 บิต ภายใต้สภาวะที่ช่องสัญญาณมีค่า (P_b, P_e) เท่ากับ $(0.1, 0.3)$, $(0.033, 0.1)$ และ $(0.01, 0.03)$ และกำหนดให้ $low E_b/N_0$ มีค่าเท่ากับ -10 dB และ -4 dB ในรูปที่ 6.11(a) และ 6.11(b) ตามลำดับ พบว่าสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์ดีขึ้นเมื่อ P_b และ P_e มีค่าลดลง หรือเมื่อ $high E_b/N_0$ และ $low E_b/N_0$ มีค่าแตกต่างกันมากขึ้น นอกจากนี้การทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณมีผลต่อสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์ไม่มากนักโดยเฉพาะเมื่อ P_b และ P_e มีค่าน้อยลง



รูปที่ 6.11 การเปรียบเทียบสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์เมื่อทราบและไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณโดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 2400 บิต และ (P_b, P_g) มีค่าเป็น (0.1, 0.3), (0.033, 0.1) และ (0.01, 0.03)

รูปที่ 6.12 แสดงถึงผลที่ขนาดของบล็อกข้อมูลมีต่อสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์ ขนาดของบล็อกข้อมูลที่ใช้ในการทดสอบคือ 300, 900 และ 2400 บิต จำนวนของบล็อกข้อมูลที่ใช้คือ 50000, 20000 และ 20000 ตามลำดับ ในรูปที่ 6.12(ก), 6.12 (ข) และ 6.12 (ค) กำหนดให้ (P_b, P_g) มีค่าเป็น (0.1, 0.3), (0.033, 0.1) และ (0.01, 0.03) ตามลำดับ จากผลที่ได้พบว่าขนาดของบล็อกข้อมูลที่ใช้แทบจะไม่มีผลต่อสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์ ถ้าขนาดของบล็อกข้อมูลที่ใช้มากเพียงพอที่จะทำให้วงจรอินเทอร์ลิฟเวอร์ช่องสัญญาณสามารถกระจายเบรสต์ได้อย่างเต็มที่ดังในรูปที่ 6.12(ก) และ 6.12 (ข)

แต่ถ้าขนาดของบล็อกข้อมูลไม่เพียงพอ ก็จะทำให้สมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์ด้อยลงได้ ดังกรณีของการใช้บล็อกข้อมูลขนาด 300 บิต และ (P_b, P_g) มีค่าเป็น (0.01, 0.03) ดังในรูปที่ 6.12 (ค) อย่างไรก็ตาม เมื่อ $high E_b/N_0$ มีค่ามากขึ้นหรือเมื่อ $high E_b/N_0$ และ $low E_b/N_0$ มีค่าแตกต่างกันมากขึ้น ขนาดของบล็อกข้อมูลก็มีผลต่อสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์น้อยลง



รูปที่ 6.12 การเปรียบเทียบสมรรถนะของเบรสต์ดีเทกเตอร์เมื่อไม่ทราบพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณโดยบล็อกข้อมูลมีขนาดเป็น 300, 900 และ 2400 บิต และ (P_b, P_e) มีค่าเป็น (0.1, 0.3), (0.033, 0.1) และ (0.01, 0.03)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 7

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

7.1 บทสรุป

งานวิจัยนี้ได้เสนอการนำเบรสต์ดีเทกเตอร์มาใช้ตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณเพื่อปรับปรุงสมรรถนะในการถอดรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบมาร์คอฟสองสถานะที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ เบรสต์ดีเทกเตอร์ทำหน้าที่ประมาณความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณเพื่อให้ตัวถอดรหัสเทอร์โบสามารถปรับฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงของสัญญาณที่ได้รับอย่างเหมาะสมกับสถานะช่องสัญญาณ และเพื่อให้ตัวถอดรหัสเทอร์โบสามารถใช้ข่าวสารของสถานะช่องสัญญาณนี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงของอัลกอริทึมแบบ BCJR MAP ทั้งที่ใช้ในตัวถอดรหัสเทอร์โบและที่ใช้ในเบรสต์ดีเทกเตอร์ให้มีความเหมาะสม และได้แสดงการวิเคราะห์องค์ประกอบของข่าวสารจากตัวถอดรหัสและเบรสต์ดีเทกเตอร์เพื่อให้เห็นแลกเปลี่ยนเฉพาะข่าวสารเอ็กซ์ทรินซิกระหว่างกัน จึงทำให้เบรสต์ดีเทกเตอร์สามารถทำงานได้ทุกรอบของการวนซ้ำ โดยไม่จำเป็นต้องรอให้ตัวถอดรหัสเทอร์โบลู่ออกก่อน

จากผลการทดสอบพบว่าการใช้เบรสต์ดีเทกเตอร์สามารถปรับปรุงสมรรถนะของการถอดรหัสเทอร์โบอย่างเห็นได้ชัดเมื่อเปรียบเทียบกับ การถอดรหัสเทอร์โบแบบธรรมดา และยังพบว่าเบรสต์ดีเทกเตอร์สามารถตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณได้ดีขึ้นเมื่อเกิดเงื่อนไขดังต่อไปนี้ (เงื่อนไขอื่น ๆ ไม่เปลี่ยนแปลง)

- 1) ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนในสถานะดีและในสถานะเลวมีความแตกต่างกันมากขึ้น
- 2) ช่องสัญญาณมีอัตราการเปลี่ยนสถานะน้อยลง นั่นคือเมื่อ P_b และ P_e มีค่าน้อยลง

งานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบผลที่ขนาดของบล็อกข้อมูลมีต่อสมรรถนะการถอดรหัส โดยพบว่า การใช้บล็อกข้อมูลที่มีขนาดมากเพียงพอที่จะทำให้วงจรอินเทอร์ลิฟเวอร์ของสัญญาณสามารถกระจายเบรสต์ได้อย่างเต็มที่นั้นเป็นเงื่อนไขเบื้องต้นที่จำเป็นสำหรับการส่งคำรหัสผ่านช่องสัญญาณแบบนี้ มิเช่นนั้นสมรรถนะที่ได้จะด้อยลงอย่างมาก

ในกรณีที่วงจรอินเทอร์ลิฟเวอร์สามารถกระจายเบรสต์ได้อย่างเต็มที่ การใช้บล็อกข้อมูลที่มีขนาดมากกว่าก็ยังไม่ผลดีกว่าเสมอ อย่างไรก็ตามเมื่อ $\text{high } E_b/N_0$ มีค่ามากเกินกว่าค่า ๆ หนึ่งข้อได้เปรียบจากการใช้บล็อกข้อมูลขนาดมากก็เริ่มมีค่าน้อยลง และในกรณีเดียวกันนี้ก็ยิ่งพบว่าขีดจำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสแทบจะไม่แตกต่างกันถ้า $\text{high } E_b/N_0$, $\text{low } E_b/N_0$ และอัตราส่วนของ P_b ต่อ P_e มีค่าคงที่แม้ว่าความยาวเฉลี่ยของเบรสต์จะเปลี่ยนไป ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่าขีด

จำกัดของสมรรถนะการถอดรหัสเป็นกรณีอุดมคติที่ได้ทราบสถานะช่องสัญญาณอย่างถูกต้อง จึงเหลือแต่การตรวจวัดข่าวสารของบิตข้อมูลซึ่งมีอย่างเท่ากัน

จากการทดสอบสรุปได้ว่า การใช้บิตลอกข้อมูลที่มีขนาดมากได้เปรียบกว่าการใช้บิตลอกข้อมูลที่มีขนาดเล็กกว่าโดยเฉพาะในกรณีต่อไปนี้

- 1) $\text{low } E_b/N_0$ มีค่าต่ำลง
- 2) ความยาวเฉลี่ยของเบิสต์มากขึ้น

สำหรับในกรณีของการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบบอม-เวลช์ พบว่าจำเป็นที่ต้องส่งข่าวสารรวมเพื่อเป็นค่าประมาณในการวนซ้ำสำหรับรอบถัดไป การส่งเฉพาะข่าวสารเอกซ์ทรินซิกจะทำให้ค่าประมาณที่ได้ผิดจากค่าที่ถูกต้องเนื่องจากความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะช่องสัญญาณไม่ขึ้นกับเวลา ซึ่งแตกต่างกับความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะของตัวเข้ารหัสเปลี่ยนแปลงตามความน่าจะเป็นของบิตข้อมูล

โดยทั่วไปเป็นที่ทราบกันดีว่า ถ้าต้องการประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณควรจะต่อรอให้ระบบลู่ออกเสียก่อน แต่พบว่าสิ่งนี้ไม่จำเป็นสำหรับอัลกอริทึมแบบบอม-เวลช์ เนื่องจากไม่ว่าจะรอหรือไม่รอก็ไม่ทำให้ค่าประมาณ (ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ) ที่ได้และสมรรถนะของการถอดรหัสมีความแตกต่างกันแต่ประการใด

นอกจากนี้ยังพบว่าอัลกอริทึมแบบบอม-เวลช์สามารถรับได้ทั้งข่าวสารรวมหรือข่าวสารเอกซ์ทรินซิกจากตัวถอดรหัสเทอร์โบโดยค่าประมาณที่ได้ยังเหมือนเดิม แต่การรับข่าวสารรวมจากตัวถอดรหัสเทอร์โบจะทำให้ไม่สามารถใช้ค่าของ $a_k(q)$ และ $b_k(q)$ จากเบิสต์ดีเทกเตอร์ได้ โดยจะต้องคำนวณค่าเหล่านี้ใหม่

จากการทดสอบพบว่า การประมาณค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนจำเป็นต้องรอให้ระบบถอดรหัสลู่ออกเสียก่อน ซึ่งทำให้เกิดความล่าช้าในการถอดรหัสมาก อย่างไรก็ตาม ในการนำไปใช้งานจริงเราสามารถหาค่าเริ่มต้นของการประมาณนี้ได้จากการถอดรหัสของบิตลอกข้อมูลก่อนหน้า ซึ่งทำให้ลดเวลาที่ใช้ในการถอดรหัสลงได้อย่างมาก

เมื่อพิจารณาสมรรถนะของระบบถอดรหัสที่เสนอนี้เห็นว่า มีประโยชน์มากในการนำมาใช้งาน เนื่องจากการนำเบิสต์ดีเทกเตอร์มาใช้ทำให้สมรรถนะที่ได้ดีขึ้นอย่างมากเมื่อเปรียบเทียบกับการใช้ที่ไม่ใช้ โดยความซับซ้อนของระบบถอดรหัสเพิ่มขึ้นเป็นผลบวกระหว่างความซับซ้อนของตัวถอดรหัสเทอร์โบกับความซับซ้อนของเบิสต์ดีเทกเตอร์ มิได้เพิ่มเป็นลักษณะผลคูณดังในกรณีของการใช้แผนภาพซูเปอร์เทอร์ลิส [4] เพราะเบิสต์ดีเทกเตอร์ทำงานแยกออกจากตัวถอดรหัสเทอร์โบโดยมิได้ผนวกเข้าไปแต่ประการใด และการนำเบิสต์ดีเทกเตอร์มาใช้ทำให้โครงสร้างของตัวถอด

รหัสเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยกล่าวคือ เพียงแต่ต้องปรับปรุงฟังก์ชันความน่าจะเป็นจริงของตัวถอดรหัสเทอร์โบให้สามารถใช้ข่าวสารการตรวจวัดสถานะช่องสัญญาณจากเบรสต์ดีเทกเตอร์

การประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะสามารถใช้ค่าที่เบรสต์ดีเทกเตอร์ได้คำนวณไปแล้วเป็นส่วนใหญ่ และจากนั้นก็เพียงแต่หาค่าเฉลี่ยของความน่าจะเป็นในพจน์เศษและส่วนของอัลกอริทึมแบบบอม-เวลซ์ในสมการที่ (4.3) และค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนก็ประมาณได้อย่างง่าย ๆ โดยการหาค่าเฉลี่ยของกำลังสองของผลต่างที่มีการถ่วงน้ำหนักดังสมการที่ (4.14) และ (4.15) ทั้งเวลาและความซับซ้อนของการคำนวณที่ใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณนี้นับว่าเล็กน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบกับเวลาและความซับซ้อนของการคำนวณที่ใช้ของระบบถอดรหัสทั้งหมด

7.2 ข้อเสนอแนะ

การวิจัยในขั้นต่อไปคือ

- 1) การเพิ่มจำนวนสถานะช่องสัญญาณ
- 2) นำระบบถอดรหัสที่เสนอนี้ไปดัดแปลงเพื่อใช้ในการใส่ลายน้ำในรูปภาพและเสียง
- 3) นำอัลกอริทึมที่ได้ไปเขียนโปรแกรมสำหรับชิพประมวลสัญญาณเชิงเลข (DSP chip)

รายการอ้างอิง

1. C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima. Near Shannon Limit Error Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes (1). Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC' 93) (May 1993): 1064-1070.
2. M. Mushkin, and I. Bar-David. Capacity and Coding for the Gilbert-Elliott Channels. IEEE Transactions on Information Theory Vol. 35 (November 1989): 1277-1289.
3. A. J. Goldsmith, and P. P. Varaiya. Capacity, Mutual Information, and Coding for Finite-State Markov Channels . IEEE Transaction on Information Theory Vol. 42 (May 1989): 868-886.
4. J. Garcia-Frias, and J. D. Villasenor. Turbo Decoding for Markov Channels. IEEE Communication Letters Vol. 2, No. 9 (September 1998): 257-259.
5. C. Pimentel, and L. C. Rego. Analysis of Soft Decision Decoding of Interleaved Convolutional Codes over Burst Channels. Proceedings of IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC'99) Vol. 3 (1999): 1090-1094.
6. J. Garcia-Frias, and J. D. Villasenor. Turbo Codes for Continuous Hidden Markov Channels with Unknown Parameters. Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'99) Vol. 5 (1999): 2363-2368.
7. L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv. Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate. IEEE Transactions on Information Theory Vol. 20 (March 1974): 284-287.
8. L. R. Rabiner. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. IEEE Proceedings Vol. 77, No. 2 (February 1989): 257-286.
9. P. Vanichchanunt, L. Wuttisittikulkij, and S. Nakpeerayuth. Turbo Decoding over Two State Markov Channel with Additive White Gaussian Noise. Proceedings of 2001 International Conference on Third Generation Wireless and Beyond (3Gwireless'01) 2nd (May 2001): 549-554.
10. J. Hagenauer, E. Offer, and L. Papke. Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes. IEEE Transaction on Information Theory Vol. 42, No. 2 (March 1996): 429-445.

รายการอ้างอิง (ต่อ)

11. C. Berrou, and A. Glavieux. Near Optimal Error Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes. IEEE Transaction on Communications Vol. 44, No. 10 (October 1996): 1261-1271.
12. D. Divsalar, and F. Pollara. Turbo Codes for PCS Applications. Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC'95) Vol. 1 (1995): 54-59.
13. C. Heegard, and S. B. Wicker. Turbo Coding. USA: Kluwer Academic Publishers, 1999.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ตัวถอดรหัสย่อย

ในภาคผนวกนี้แสดงวิธีการวิเคราะห์ข่าวสารของบิตข้อมูลจากตัวถอดรหัสย่อยที่ i โดยใช้ อัลกอริทึมแบบ BCJR MAP ข่าวสารของบิตข้อมูลจะถูกนิยามในรูปแบบฟังก์ชันลอการิทึมของอัตราส่วนไลก์ลิฮูดดังสมการ

$$L(u_{\pi_i^{-1}(n)}) = \log \frac{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 1 | O_i)}{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 0 | O_i)}$$

เมื่อใช้กฎของเบย์ (Baye's rule)

$$\begin{aligned} L(u_{\pi_i^{-1}(n)}) &= \log \frac{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 1 | O_i) \cdot P(O_i)}{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 0 | O_i) \cdot P(O_i)} \\ &= \log \frac{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 1, O_i)}{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 0, O_i)} \end{aligned} \quad (ก.1)$$

ฟังก์ชันลอการิทึมของอัตราส่วนไลก์ลิฮูดในสมการที่ (ก.1) เป็นการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นที่บิตข้อมูลจะเป็นบิตหนึ่งหรือจะเป็นบิตศูนย์ของตัวถอดรหัสย่อยที่ i เมื่อกำหนดสิ่งที่สังเกตเป็น O_i และเมื่อใช้ความน่าจะเป็นแบบมาริจแนล (marginal probability) และ อัลกอริทึมแบบ BCJR MAP กับสมการที่ (ก.1) จะให้ผลดังนี้

$$L(u_{\pi_i^{-1}(n)}) = \log \frac{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}=1} P(S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, O_i)}{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}=0} P(S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, O_i)} \quad (ก.2)$$

$$= \log \frac{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}=1} \alpha_{i,n-1}(s') \gamma_{i,n}(s',s) \beta_{i,n}(s)}{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}=0} \alpha_{i,n-1}(s') \gamma_{i,n}(s',s) \beta_{i,n}(s)} \quad (ก.3)$$

เมื่อ

$u_{\pi_i^{-1}(n)}$ เป็นบิตข้อมูลของสาขา ($S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s$)

$\pi_i(n)$ เป็นฟังก์ชันอินเตอร์ลีฟเวอร์ (interleaver function) สำหรับตัวเข้ารหัสย่อยตัวที่ i ซึ่งเป็นการแปลงตำแหน่งอินพุตไปเป็นตำแหน่งเอาต์พุตของวงจรมอดูเลเตอร์ลีฟเวอร์ สัญลักษณ์นี้ยังใช้กับลำดับเช่น $\pi_i(Y_0)$ ซึ่งหมายถึงลำดับ Y_0 ที่ถูกสลับลำดับด้วยวงจรมอดูเลเตอร์ลีฟเวอร์ที่ i และ $\pi_i^{-1}(n)$ แทนฟังก์ชันผกผัน (inverse function) ของ $\pi_i(n)$

$$P(S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, O_i) = \alpha_{i,n-1}(s') \cdot \gamma_{i,n}(s',s) \cdot \beta_{i,n}(s) \quad (ก.4)$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{i,n}(s) &= P(S_{i,n} = s, O_{i,1}^n) \\
&= \sum_{s' \in \zeta} P(S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, O_{i,1}^n) \\
&= \sum_{s' \in \zeta} P(S_{i,n} = s, O_{i,n} | S_{i,n-1} = s', O_{i,1}^{n-1}) \cdot P(S_{i,n-1} = s', O_{i,1}^{n-1}) \\
&= \sum_{s' \in \zeta} \gamma_{i,n}(s', s) \cdot \alpha_{i,n-1}(s') \tag{ก.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{i,n}(s) &= P(O_{i,n+1}^N | S_{i,n} = s, O_{i,1}^n) \\
&= \sum_{s' \in \zeta} P(S_{i,n+1} = s', O_{i,n+1}^N | S_{i,n} = s, O_{i,1}^n) \\
&= \sum_{s' \in \zeta} P(S_{i,n+1} = s', O_{i,n+1} | S_{i,n} = s, O_{i,1}^n) \cdot P(O_{i,n+2}^N | S_{i,n} = s, S_{i,n+1} = s', O_{i,1}^{n+1}) \\
&= \sum_{s' \in \zeta} P(S_{i,n+1} = s', O_{i,n+1} | S_{i,n} = s, O_{i,1}^n) \cdot P(O_{i,n+2}^N | S_{i,n+1} = s', O_{i,1}^{n+1}) \\
&= \sum_{s' \in \zeta} \gamma_{i,n+1}(s, s') \cdot \beta_{i,n+1}(s') \tag{ก.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{i,n}(s', s) &= P(S_{i,n} = s, O_{i,n} | S_{i,n-1} = s', O_{i,1}^{n-1}) \\
&= P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s', O_{i,1}^{n-1}) \cdot P(O_{i,n} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, O_{i,1}^{n-1}) \tag{ก.7}
\end{aligned}$$

$$= P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s') \cdot P(O_{i,n} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, O_{i,1}^{n-1}) \tag{ก.8}$$

$\alpha_{i,n}(s)$ และ $\beta_{i,n}(s)$ คือความน่าจะเป็นของสถานะของตัวเข้ารหัสเมื่อกวาดแผนภาพเทรลลิสไปข้างหน้าหน้าและข้างหลังซึ่งคำนวณได้จากสมการที่ (ก.5) และ (ก.6) ตามลำดับ พจน์ $\gamma_{i,n}(s', s)$ คือฟังก์ชันเมตริกสาขา (branch metric function) ของแผนภาพเทรลลิสของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i

พจน์ $P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s', O_{i,1}^{n-1})$ ในสมการที่ (ก.7) สามารถลดรูปได้เป็น $P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s')$ ในสมการที่ (ก.8) เนื่องจากคุณสมบัติมาร์คอฟของสถานะตัวเข้ารหัสจากนั้นแทน

$$O_{i,n} = (P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}), Y_{0,\pi_i^{-1}(n)}, Y_{i,n})$$

ลงในสมการที่ (ก.8) และใช้กฎของเบย์จะได้

$$\begin{aligned}
\gamma_{i,n}(s', s) &= P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s') \\
&\quad \cdot P(P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}), Y_{0,\pi_i^{-1}(n)}, Y_{i,n} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, O_{i,1}^{n-1}) \tag{ก.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s') \\
&\quad \cdot P(P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}) | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, O_{i,1}^{n-1}) \\
&\quad \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)}, Y_{i,n} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}), O_{i,1}^{n-1}) \tag{ก.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s') \\
&\quad \cdot P(P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}) | O_{i,i}^{n-1}) \\
&\quad \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \\
&\quad \cdot P(Y_{i,n} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{i,n}))
\end{aligned} \tag{ก.11}$$

พจน์ $P(P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}) | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, O_{i,i}^{n-1})$ ในสมการที่ (ก.10) สามารถลดรูปเป็นพจน์ $P(P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}) | O_{i,i}^{n-1})$ ในสมการที่ (ก.11) เพราะว่าสถานะช่องสัญญาณและสถานะของตัวเข้ารหัสเป็นอิสระกัน พจน์สุดท้ายทางขวามือของสมการที่ (ก.10) สามารถแยกเป็นสองพจน์สุดท้ายทางขวามือในสมการที่ (ก.11) เนื่องจากสัญญาณของบิตข้อมูล $Y_{0,\pi_i^{-1}(n)}$ และของบิตพาริตี $Y_{i,n}$ เป็นอิสระกันเมื่อกำหนดเงื่อนไขของการเปลี่ยนการสถานะของตัวเข้ารหัสและความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณที่เกี่ยวข้อง นอกจากนี้เงื่อนไขของสิ่งที่สังเกตได้ $O_{i,i}^{n-1}$ ก็ไม่จำเป็นสำหรับสองพจน์นี้ เนื่องจากข้อสมมุติที่ว่าวงจรรีจิสเตอร์ของสัญญาณสามารถกระจายเบิร์ตได้อย่างเต็มที่ (fully channel interleaving)

พจน์ $P(P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}) | O_{i,i}^{n-1})$ ในสมการที่ (ก.11) ไม่ขึ้นอยู่กับสถานะของตัวเข้ารหัส ดังนั้นพจน์ $\prod_{m=1}^N P(P(Q_{0,\pi_i^{-1}(m)}), P(Q_{i,m}) | O_{i,i}^{m-1})$ จะเป็นตัวประกอบของพจน์เศษและพจน์ส่วนของพจน์ทางขวามือในสมการที่ (ก.3) ทำให้สามารถตัดพจน์ $P(P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}) | O_{i,i}^{n-1})$ ออกจากการคำนวณได้ ดังนั้นฟังก์ชันเมทริกซ์สามารถคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned}
\gamma_{i,n}(s', s) &= P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s') \\
&\quad \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \\
&\quad \cdot P(Y_{i,n} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{i,n}))
\end{aligned} \tag{ก.12}$$

จากสมการที่ (ก.12) ถ้าการเปลี่ยนแปลงสถานะของตัวเข้ารหัส (s', s) เป็นไปไม่ได้ พจน์ $P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s')$ จะเป็นศูนย์ทำให้ $\gamma_{i,n}(s', s)$ เป็นศูนย์ด้วย แต่ถ้าการเปลี่ยนแปลงสถานะเป็นไปได้ แต่ละพจน์ทางขวามือของสมการที่ (ก.12) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$P(S_{i,n} = s | S_{i,n-1} = s') = P^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \tag{ก.13}$$

$$P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) = P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | u_{\pi_i^{-1}(n)}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \tag{ก.14}$$

$$P(Y_{i,n} | S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{i,n})) = P(Y_{i,n} | X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \tag{ก.15}$$

เมื่อ $u_{\pi_i^{-1}(n)}$ และ $X_{i,n}$ เป็นบิตข้อมูลและบิตพาริตีของการเปลี่ยนสถานะ (s',s) ที่เวลา n ของตัวเข้ารหัสย่อยที่ i ดังนั้นสมการที่ (ก.12) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$Y_{i,n}(s',s) = P^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | u_{\pi_i^{-1}(n)}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \cdot P(Y_{i,n} | X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \quad (\text{ก.16})$$

เมื่อแทน $Y_{i,n}(s',s)$ จากสมการที่ (ก.16) ลงในสมการที่ (ก.3) และแยกตัวประกอบร่วมจะได้ผลดังนี้

$$L^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) = \log \frac{P^i(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 1)}{P^i(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 0)} + \log \frac{P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | u_{\pi_i^{-1}(n)} = 1, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}))}{P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} | u_{\pi_i^{-1}(n)} = 0, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}))}$$

$$+ \log \frac{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}=1} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P(Y_{i,n} | X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \cdot \beta_{i,n}(s)]}{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}=0} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P(Y_{i,n} | X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \cdot \beta_{i,n}(s)]} \quad (\text{ก.17})$$

$$= L_{\text{priori}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) + L_{\text{channel}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) + L_{\text{ext}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \quad (\text{ก.18})$$

เมื่อกลับลำดับเวลาในสมการที่ (ก.18) สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$L^i(u_n) = L_{\text{priori}}^i(u_n) + L_{\text{channel}}^i(u_n) + L_{\text{ext}}^i(u_n) \quad (\text{ก.19})$$

ภาคผนวก ข

การวิเคราะห์เบิรสต์ดีเทกเตอร์

ฟังก์ชันลอการิทึมของอัตราส่วนโลกิไลฮูดของสถานะช่องสัญญาณที่เวลา k คำนวณได้จากสมการ

$$\begin{aligned} L(B_k) &= \log \frac{P(B_k = 1 | SP(Z), R)}{P(B_k = 0 | SP(Z), R)} \\ &= \log \frac{P(B_k = 1, SP(Z), R)}{P(B_k = 0, SP(Z), R)} \end{aligned} \quad (ข.1)$$

ฟังก์ชันลอการิทึมของอัตราส่วนโลกิไลฮูด $L(B_k)$ ของสถานะช่องสัญญาณถูกใช้เป็นข่าวสารการตัดสินใจของเบิรสต์ดีเทกเตอร์ ข่าวสารนี้ได้จากการเปรียบเทียบเป็นอัตราส่วนของความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณจะอยู่ในสถานะเลวต่อความน่าจะเป็นที่ช่องสัญญาณอยู่ในสถานะดีเมื่อกำหนดเงื่อนไขของสัญญาณที่ได้รับ R และเงื่อนไขของฟังก์ชันความน่าจะเป็นของสัญลักษณ์อินพุต $SP(Z)$ ซึ่งได้จากการตัดสินใจของตัวถอดรหัสเทอร์โบ จากนั้นเมื่อใช้อัลกอริทึมแบบ BCJR MAP กับสมการที่ (ข.1) ได้ผลดังนี้

$$\begin{aligned} L(B_k) &= \log \frac{\sum_{q' \in \Theta} P(B_{k-1} = q', B_k = 1, SP(Z), R)}{\sum_{q' \in \Theta} P(B_{k-1} = q', B_k = 0, SP(Z), R)} \\ &= \log \frac{\sum_{q' \in \Theta} a_{k-1}(q') \cdot c_k(q', 1) \cdot b_k(1)}{\sum_{q' \in \Theta} a_{k-1}(q') \cdot c_k(q', 0) \cdot b_k(0)} \end{aligned} \quad (ข.2)$$

เมื่อ

$$P(B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z), R) = a_{k-1}(q') \cdot c_k(q', q) \cdot b_k(q) \quad (ข.3)$$

$$\begin{aligned} a_k(q) &= P(B_k = q, SP(Z_1^k), R_1^k) \\ &= \sum_{q' \in \Theta} P(B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z_1^k), R_1^k) \\ &= \sum_{q' \in \Theta} P(B_k = q, P(Z_k), R_k | B_{k-1} = q', SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1}) \\ &\quad \cdot P(B_{k-1} = q', SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1}) \\ &= \sum_{q' \in \Theta} c_k(q', q) \cdot a_{k-1}(q') \end{aligned} \quad (ข.4)$$

$$\begin{aligned} b_k(q) &= P(SP(Z_{k+1}^K), R_{k+1}^K | B_k = q, SP(Z_1^k), R_1^k) \\ &= \sum_{q' \in \Theta} P(B_{k+1} = q', SP(Z_{k+1}^K), R_{k+1}^K | B_k = q, SP(Z_1^k), R_1^k) \\ &= \sum_{q' \in \Theta} P(B_{k+1} = q', P(Z_{k+1}), R_{k+1} | B_k = q, SP(Z_1^k), R_1^k) \\ &\quad \cdot P(SP(Z_{k+2}^K), R_{k+2}^K | B_k = q, B_{k+1} = q', SP(Z_1^{k+1}), R_1^{k+1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_k(q) &= \sum_{q' \in \Theta} P(B_{k+1} = q', P(Z_{k+1}), R_{k+1} | B_k = q, SP(Z_1^k), R_1^k) \\
&\quad \cdot P(SP(Z_{k+2}^k), R_{k+2}^k | B_{k+1} = q', SP(Z_1^{k+1}), R_1^{k+1}) \\
&= \sum_{q' \in \Theta} c_{k+1}(q, q') \cdot b_{k+1}(q') \tag{ข.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_k(q', q) &= P(B_k = q, P(Z_k), R_k | B_{k-1} = q', SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1}) \\
&= P(B_k = q | B_{k-1} = q', SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1}) \\
&\quad \cdot P(P(Z_k), R_k | B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1}) \tag{ข.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= P(B_k = q | B_{k-1} = q') \\
&\quad \cdot P(P(Z_k), R_k | B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1}) \tag{ข.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= P(B_k = q | B_{k-1} = q') \\
&\quad \cdot P(P(Z_k) | B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1}) \\
&\quad \cdot P(R_k | B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z_1^k), R_1^k) \tag{ข.8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= P(B_k = q | B_{k-1} = q') \cdot P(P(Z_k) | SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1}) \\
&\quad \cdot P(R_k | B_k = q, P(Z_k)) \tag{ข.9}
\end{aligned}$$

พจน์ $a_k(q)$ และ $b_k(q)$ คือความน่าจะเป็นของสถานะช่องสัญญาณเมื่อกวาดไปข้างหน้าและข้างหลังโดยคำนวณได้จากสมการที่ (ข.4) และ (ข.5) ตามลำดับ

พจน์ $c_k(q', q)$ คือฟังก์ชันเมตริกสาขาของแผนภาพเทอร์ลิสซของช่องสัญญาณ พจน์ $P(B_k = q | B_{k-1} = q', SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1})$ ในสมการที่ (ข.6) สามารถลดรูปเป็นพจน์ $P(B_k = q | B_{k-1} = q')$ ในสมการที่ (ข.7) เนื่องจากคุณสมบัติมาร์คอฟของช่องสัญญาณ

พจน์ $P(P(Z_k) | B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1})$ ในสมการที่ (ข.8) สามารถลดรูปเป็นพจน์ $P(P(Z_k) | SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1})$ ในสมการที่ (ข.9) เนื่องจากสถานะช่องสัญญาณและสัญลักษณ์อินพุตเป็นอิสระกัน

พจน์ $P(R_k | B_{k-1} = q', B_k = q, SP(Z_1^k), R_1^k)$ ในสมการที่ (ข.8) สามารถลดรูปเป็นพจน์ $P(R_k | B_k = q, P(Z_k))$ ในสมการที่ (ข.9) เนื่องจากเงื่อนไขของสถานะช่องสัญญาณและอินพุตของช่องสัญญาณในอดีตไม่จำเป็นเมื่อได้กำหนดเงื่อนไขของสถานะช่องสัญญาณและอินพุตของช่องสัญญาณในปัจจุบัน นอกจากนี้เงื่อนไขของสัญลักษณ์ที่ได้รับในอดีตก็ยังไม่จำเป็น เนื่องจากกำหนดว่าช่องสัญญาณไม่มีการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (intersymbol interference)

พจน์ $P(P(Z_k) | SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1})$ ในสมการที่ (ข.9) ไม่ขึ้นกับสถานะช่องสัญญาณดังนั้นพจน์ $\prod_{m=1}^k P(P(Z_m) | SP(Z_1^{m-1}), R_1^{m-1})$ เป็นตัวประกอบร่วมของพจน์ $a_{k-1}(q') \cdot c_k(q', q) \cdot b_k(q)$ สำหรับ $k=1, 2, \dots, K$

ทั้งพจน์เศษและพจน์ส่วนของทางขวามือของสมการที่ (๑.๒) ดังนั้นจึงสามารถตัดพจน์ $P(P(Z_k) | SP(Z_1^{k-1}), R_1^{k-1})$ ออกจากคำนวณดังนั้นจึงคำนวณฟังก์ชันเมทริกสาขาจากสมการ

$$c_k(q', q) = P(B_k = q | B_{k-1} = q') \cdot P(R_k | B_k = q, P(Z_k)) \quad (๑.10)$$

แทน $c_k(q', q)$ จากสมการที่ (๑.10) ลงในสมการ (๑.๒) และแยกตัวประกอบรวมจะได้ผลดังนี้

$$L(B_k) = \log \frac{P(R_k | B_k = 1, P(Z_k))}{P(R_k | B_k = 0, P(Z_k))} + \log \frac{\sum_{q' \in \mathcal{Q}} a_{k-1}(q') \cdot P(B_k = 1 | B_{k-1} = q') \cdot b_k(1)}{\sum_{q' \in \mathcal{Q}} a_{k-1}(q') \cdot P(B_k = 0 | B_{k-1} = q') \cdot b_k(0)} \quad (๑.11)$$

$$= L_{\text{channel}}(B_k) + L_{\text{ext}}(B_k) \quad (๑.12)$$

ภาคผนวก ค

บทความที่ได้รับการตีพิมพ์ในรายงานการประชุมวิชาการ “2001 International Conference on Third Generation Wireless and Beyond” วันที่ 30 พฤษภาคม-2 มิถุนายน 2544 ที่โรงแรม Holiday Inn Financial District เมืองซานฟรานซิสโก รัฐแคลิฟอร์เนีย ประเทศสหรัฐอเมริกา



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TURBO DECODING OVER TWO-STATE MARKOV CHANNEL
WITH ADDITIVE WHITE GAUSSIAN NOISE

Pisit Vanichchanunt Lunchakorn Wuttisittikulkij and Suvit Nakpeerayuth
Department of Electrical Engineering, Chulalongkorn University
Phayathai Road, Bangkok 10330, Thailand
Tel (662) 218-6512, Fax (662) 251-8991
dlpisit, lunch, suvit@ee.eng.chula.ac.th.

Abstract

In this paper, a decoding system comprising of a turbo decoder and a burst detector is proposed for two-state additive white gaussian noise Markov channel in which one state represents good state with high E_b/N_0 and the other state represents bad state or burst state with low E_b/N_0 . As the gaussian noise model allows soft information from the channel to be used, it enables an improved performance over the commonly used binary-input binary-output channel model. In the proposed decoding structure, the burst detector is employed to estimate the probability of the channel states and pass it on to the turbo decoder, so that these extra informations assist the turbo decoder to perform a more effective decision for each received symbol by adjusting the likelihood function properly in accordance with the channel states. Two key aspects of this decoding system highlighted in the paper are the followings. Firstly, only extrinsic information of the channel states should be passed from the burst detector to the turbo decoder. Secondly, the entire information both extrinsic and intrinsic of the estimated transition probabilities of the channel states should be passed from the Baum-Welch algorithm block to the MAP algorithm block of the burst detector. Through computer simulations, it is found that the performance of this decoding system is clearly more superior to the conventional turbo decoder.

Keywords: turbo decoding, iteration decoding, Baum-Welch algorithm, BCJR MAP algorithm

Introduction

Channel coding is generally an important and effective technique for controlling random errors. However, errors that found in wireless communications tend to be clustered and commonly referred to as burst error. Traditional channel coding techniques can become ineffective when applied to this type of channels, especially when the burst error length is long. At present turbo decoding is considered a promising technique to combat this kind of errors. Usually, studies of channel decoding over bursty channels are based on the Gilbert-Elliott channel model. This channel is a two-state symmetrical binary-input binary-output Markov model. Various techniques such as decision feedback decoder [1-

3] and supertrellis diagram that jointly describes the channel and encoder [4] have been proposed to improve the decoding performance. Although the Gilbert-Elliott channel is appropriate and widely used, it gives a hard decision at the channel output. Accordingly, some channel information is lost and the optimal decoding may not be reached. More recent studies [2,5] consider two-state additive white gaussian noise Markov model in which one state represents good state with high E_b/N_0 and the other state represents bad state or burst state with low E_b/N_0 . This model allows soft information at the output of the channel to be used in decoding process, hence better performance can be obtained in comparison to the Gilbert-Elliott channel. However the likelihood function for the channel state estimation in [5] is not appropriate and it cannot extract the extrinsic information from the channel state detection, so, the near optimal result cannot be reached.

In this paper, we propose a decoding system that composes of two separate blocks, namely a turbo decoder and a channel state detector, for two-state additive white gaussian noise Markov channel. The function of the channel state detector is to estimate the probability of channel states. Since the channel has only two states, we will refer the channel state detector as a burst detector. This channel state information is passed on to the turbo decoder so that the decoder can appropriately adjust the likelihood functions in accordance to the channel state. In return, the turbo decoder informs the burst detector of the probabilities of code symbols. The main feature of this proposed decoding system lies in its superior performance over conventional turbo decoding systems. In addition, the added burst detector does not cause much changes in the structure of the turbo decoder as it is a separated block from the turbo decoder. Therefore, the decoding system complexity is not substantially increased while it provides extra and useful information regarding the channel states.

An important issue that must be addressed in the burst detector is how to estimate the transition probabilities of the channel states. We show that the Baum-Welch algorithm [6], as a commonly used algorithm in the field of speech recognition, can be effectively applied to obtain the estimates. We also point out the similarities and differences between the Baum-Welch algorithm and the BCJR MAP algorithm. Although both algorithms use the forward and backward recursions and have similar composition of the informations, their utilizations of these informations differ.

We introduce a definition of the log ratio of the estimated transition probabilities of the channel states. This definition allows the separation of the intrinsic and extrinsic informations of the Baum-Welch algorithm, similar to the composition of the information from the BCJR MAP algorithm. However, in the Baum-Welch algorithm, the entire information must be passed to be the next priori transition probabilities of the channel states for the next iteration step, as opposed to the BCJR MAP algorithm where only the extrinsic information is transferred to the next iteration.

The remainder of this paper is organized as follows. In the second section, detail of decoding system is explained. In the third section, some simulation results and discussion are presented.

Decoding System

In this section, a turbo encoder system with a code rate of 1/3 as shown in Figure 1 is considered as an example for the decoding analysis. In the Figure the turbo interleavers π_1 and π_2 are used to decorrelate the data bit streams $u = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ fed to the two constituent encoders, where N is the data block size. The channel transmission model is depicted in Figure 2. Notice that a channel interleaver λ is employed to satisfy two requirements: one is to achieve statistical independence between the turbo decoder and the burst detector and the other is to distributedly scatter the burst errors over the transmitted symbols providing statistical independence of consecutive received symbols. Before transmission, the codeword $X = (X_0, X_1, X_2)$ is grouped and interleaved to be the channel input $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_K)$. At the receiver, the channel output $R = (R_1, R_2, \dots, R_K)$ is deinterleaved and demultiplexed to be received symbol $Y = (Y_0, Y_1, Y_2)$. $Q_i = (Q_{i,1}, Q_{i,2}, \dots, Q_{i,N})$ is a sequence of the channel states associated with $Y_i = (Y_{i,1}, Y_{i,2}, \dots, Y_{i,N})$ where $i = 0, 1$ or 2 . $\bar{P}(Q_i) = (P(Q_{i,1}), P(Q_{i,2}), \dots, P(Q_{i,N}))$ is a sequence of channel state probabilities of Q_i .

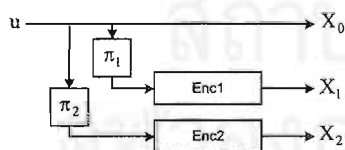


Figure 1: Turbo encoder of rate 1/3

$\hat{Q} = (\hat{Q}_1, \hat{Q}_2, \dots, \hat{Q}_K)$ is a sequence of all the channel states and also the channel interleaved and multiplexed version of (Q_0, Q_1, Q_2) . $P_b = P(\hat{Q}_k = 1 \setminus \hat{Q}_{k-1} = 0)$ is the transition probability from the good state to the bad state. $P_g = P(\hat{Q}_k = 0 \setminus \hat{Q}_{k-1} = 1)$ is the transition probability from

the bad state to the good state. Both P_b and P_g do not depend on the channel time index k . For the channel state information, it is estimated by the burst detector. The decoding and detection algorithms adopted in our analysis are the BCJR MAP algorithm [7]. The combination of the turbo decoding and the burst detection is shown in Figure 3.

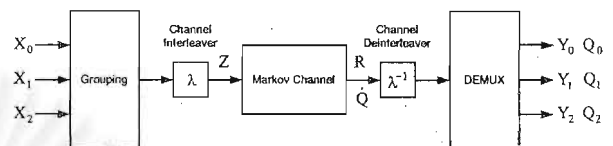


Figure 2: Channel transmission

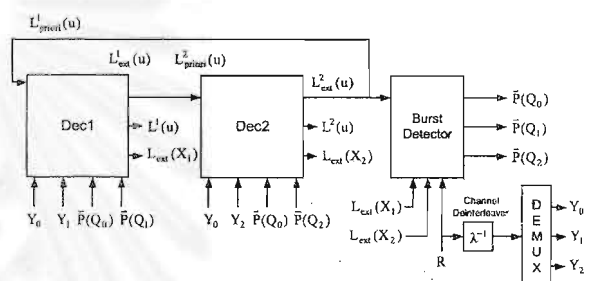


Figure 3: Combination of turbo decoding and burst detection

The log likelihood ratios of data bit symbols from the i -th decoder are calculated as follows.

$$L^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) = \log \frac{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 1 \setminus O_i)}{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 0 \setminus O_i)} \quad (1.1)$$

$$= L_{\text{priori}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) + L_{\text{channel}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) + L_{\text{ext}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \quad (1.2)$$

when

$$L_{\text{priori}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) = \log \frac{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 1)}{P(u_{\pi_i^{-1}(n)} = 0)} \quad (2)$$

$$L_{\text{channel}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) = \log \frac{P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} \setminus u_{\pi_i^{-1}(n)} = 1, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}))}{P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} \setminus u_{\pi_i^{-1}(n)} = 0, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}))} \quad (3)$$

$$L_{\text{ext}}^i(u_{\pi_i^{-1}(n)}) = \log \frac{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}^{-1} = s'} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P(Y_{i,n} \setminus X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \cdot \beta_{i,n}(s)]}{\sum_{(s',s): u_{\pi_i^{-1}(n)}^{-1} = 0} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P(Y_{i,n} \setminus X_{i,n}, P(Q_{i,n})) \cdot \beta_{i,n}(s)]} \quad (4)$$

$u_{\pi_i^{-1}(n)}$ is the data bit of branch ($S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s$) of the i -th constituent encoder at the time n
 $X_{i,n}$ is parity bit of branch ($S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s$) of the i -th constituent encoder at the time n
 $S_{i,n}$ is the encoder state of the i -th constituent encoder at the time n

$$\begin{aligned} O_{i,n} &= (\pi_i(\bar{P}(Q_0))_n, P(Q_{i,n}), \pi_i(Y_0)_n, Y_{i,n}) \\ &= (P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)}), P(Q_{i,n}), Y_{0,\pi_i^{-1}(n)}, Y_{i,n}) \end{aligned}$$

is the observation associated with the i -th decoder at the time n .

$$O_i = (O_{i,1}, O_{i,2}, \dots, O_{i,N}) = (\pi_i(\bar{P}(Q_0)), \bar{P}(Q_i), \pi_i(Y_0), Y_i)$$

$$O_{i,u_1}^{u_2} = (O_{i,n_1}, O_{i,n_1+1}, O_{i,n_1+2}, \dots, O_{i,n_2})$$

ζ is the set of encoder states; $s, s' \in \zeta$

$$\alpha_{i,n}(s) = \sum_{s' \in \zeta} \gamma_{i,n}(s', s) \cdot \alpha_{i,n-1}(s') \quad (5)$$

$$\beta_{i,n}(s) = \sum_{s' \in \zeta} \gamma_{i,n+1}(s, s') \cdot \beta_{i,n+1}(s') \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{i,n}(s', s) &= P(S_{i,n} = s \setminus S_{i,n-1} = s') \\ &\cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} \setminus S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \\ &\cdot P(Y_{i,n} \setminus S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{i,n})) \end{aligned} \quad (7)$$

The equation (1.2) show that the information of a data bit composes of the intrinsic and extrinsic informations. The intrinsic information has the priori and channel informations as shown in (2) and (3) respectively. The priori information is the log ratio of the priori probabilities of the data bit in which is estimated from the extrinsic information of the other constituent decoder. The channel information depends on the received signal of the systematic data bit and the characteristic of the channel. The extrinsic information in (4) comes from the structure of the coding regarding other bits. The summations in (4) are taken over all possible branches at time n that give the associated data bits to be one and zero in numerator and denominator respectively. If branch ($S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s$) is possible, the transition probabilities of the encoder states, the likelihood functions of the systematic and parity bits in (7) can be simplified as follows.

$$P(S_{i,n} = s \setminus S_{i,n-1} = s') = P(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} &P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} \setminus S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \\ &= P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} \setminus u_{\pi_i^{-1}(n)}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \end{aligned} \quad (9)$$

and

$$\begin{aligned} &P(Y_{i,n} \setminus S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s, P(Q_{i,n})) \\ &= P(Y_{i,n} \setminus X_{i,n}, P(Q_{i,n}))_{X_{i,n} = \text{parity of } (S_{i,n-1} = s', S_{i,n} = s)} \end{aligned} \quad (10)$$

The likelihood functions given by the probability mass function of the channel state in (9) and (10) are the sum of gaussian probability density functions with different noise variances and weighed by the probability mass function of the channel state as follows.

$$\begin{aligned} &P(Y_{i,n} \setminus X_{i,n} = d, P(Q_{i,n})) \\ &= \sum_{q \in \Theta} P(Q_{i,n} = q) \cdot P(Y_{i,n} \setminus X_{i,n} = d, Q_{i,n} = q) \end{aligned} \quad (11)$$

when

$$P(Y_{i,n} \setminus X_{i,n} = d, Q_{i,n} = q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{q,d}^2}} \exp\left(-\frac{(Y_{i,n} - \tilde{X}_{i,n})^2}{2\sigma_{q,d}^2}\right)_{X_{i,n}=d} \quad (12)$$

$\tilde{X}_{i,n}$ is mapping signal of $X_{i,n}$. If $X_{i,n} = 1$ then $\tilde{X}_{i,n} = 1$. If $X_{i,n} = 0$ then $\tilde{X}_{i,n} = -1$. $\sigma_{q,d}^2$ is the noise variance when channel state is q and input symbol is d . By using the conditional likelihood function defined in (11), it is easy to extract the common factors of the right term of equation (1.1) as intrinsic information (2,3). Because all constituent encoders begin and end with zero state, $\alpha_{i,0}(s)$ and $\beta_{i,N}(s)$ are zero for $s \neq 0$ otherwise they are one. For simplicity of expression, analysis of tail bits is not shown in this paper.

The log likelihood ratios of the parity bit symbols from the i -th decoder are calculated as follows.

$$\begin{aligned} L^i(X_{i,n}) &= \log \frac{P(X_{i,n} = 1 \setminus O_i)}{P(X_{i,n} = 0 \setminus O_i)} = \log \frac{P(X_{i,n} = 1, O_i)}{P(X_{i,n} = 0, O_i)} \\ &= L_{\text{channel}}^i(X_{i,n}) + L_{\text{ext}}^i(X_{i,n}) \end{aligned} \quad (13)$$

when

$$L_{\text{channel}}^i(X_{i,n}) = \log \frac{P(Y_{i,n} \setminus X_{i,n} = 1, P(Q_{i,n}))}{P(Y_{i,n} \setminus X_{i,n} = 0, P(Q_{i,n}))} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &L_{\text{ext}}^i(X_{i,n}) \\ &= \log \frac{\sum_{(s',s): X_{i,n-1}=1} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} \setminus u_{\pi_i^{-1}(n)}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \cdot \beta_{i,n}(s)]}{\sum_{(s',s): X_{i,n-1}=0} [\alpha_{i,n-1}(s') \cdot P(u_{\pi_i^{-1}(n)}) \cdot P(Y_{0,\pi_i^{-1}(n)} \setminus u_{\pi_i^{-1}(n)}, P(Q_{0,\pi_i^{-1}(n)})) \cdot \beta_{i,n}(s)]} \end{aligned} \quad (15)$$

Equation (13) shows that the information of the parity bit composes of extrinsic information and intrinsic information from the channel. There is no priori information in this case. When BCJR MAP algorithm is applied to the burst detection, the log likelihood ratio of the channel states at time k can be calculated as follows.

$$L(\hat{Q}_k) = \log \frac{P(\hat{Q}_k = 1 \setminus \bar{P}(Z), R)}{P(\hat{Q}_k = 0 \setminus \bar{P}(Z), R)} = L_{\text{channel}}(\hat{Q}_k) + L_{\text{ext}}(\hat{Q}_k) \quad (16)$$

when

$$L_{\text{channel}}(\hat{Q}_k) = \log \frac{P(R_k \setminus \hat{Q}_k = 1, P(Z_k))}{P(R_k \setminus \hat{Q}_k = 0, P(Z_k))} \quad (17)$$

$$L_{\text{ext}}(\hat{Q}_k) = \log \frac{\sum_{q' \in \Theta} a_{k-1}(q') \cdot P(\hat{Q}_k = 1 \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') \cdot b_k(1)}{\sum_{q' \in \Theta} a_{k-1}(q') \cdot P(\hat{Q}_k = 0 \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') \cdot b_k(0)} \quad (18)$$

$$a_k(q) = \sum_{q' \in \Theta} c_k(q', q) \cdot a_{k-1}(q') \quad (19)$$

$$b_k(q) = \sum_{q' \in \Theta} c_{k+1}(q, q') \cdot b_{k+1}(q') \quad (20)$$

$$c_k(q', q) = P(\hat{Q}_k = q \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') \cdot P(R_k \setminus \hat{Q}_k = q, P(Z_k)) \quad (21)$$

⊙ is the set of the channel states; $q, q' \in \odot$

The term $P(R_k \setminus \hat{Q}_k = q, P(Z_k))$ in (17) and (21) is the conditional likelihood function given by the propability mass function of the channel input. It is the sum of the gaussian probability density functions with the different channel inputs and weighted by probability mass function of the channel input as follows.

$$P(R_k \setminus \hat{Q}_k = q, P(Z_k)) = \sum_{d \in \Delta} P(Z_k = d) \cdot P(R_k \setminus \hat{Q}_k = q, Z_k = d) \quad (22)$$

when

$$P(R_k \setminus \hat{Q}_k = q, Z_k = d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{q,d}^2}} \exp\left(-\frac{(R_k - \tilde{Z}_k)^2}{2\sigma_{q,d}^2}\right)_{Z_k=d} \quad (23)$$

\tilde{Z}_k is the mapping signal of the input symbol Z_k

Δ is the set of the channel input symbols; $d \in \Delta$

The channel is assumed to be statistically stationary and in steady state condition, so the boundary conditions of $a_k(q)$ and $b_k(q)$ are

$$a_0(q) = \begin{cases} P(\text{good_state}), & q = 0 \\ P(\text{bad_state}), & q = 1 \end{cases} \quad (24.1)$$

$$b_K(q) = \begin{cases} P(\text{good_state}), & q = 0 \\ P(\text{bad_state}), & q = 1 \end{cases} \quad (24.2)$$

when

$$P(\text{good_state}) = \frac{P_g}{P_g + P_b} \quad \text{and} \quad P(\text{bad_state}) = \frac{P_b}{P_g + P_b} \quad (25)$$

Equation (16) shows that the information of the channel state \hat{Q}_k composes of the extrinsic and intrinsic information and also notice that the intrinsic information contains only the channel information; no priori information is involved. Based on our analysis, the exchange of only the extrinsic information between the turbo decoder and the burst detector allows burst detection to be performed in every iteration step of turbo decoding without waiting for the convergence of the turbo decoding loop. This reduces the number of iteration steps without sacrificing the performance of the decoding. Structures of the turbo decoding and burst detection are shown in Figures 4 and 5, respectively.

When the channel parameters are unknown, the parameters must be estimated by using the decisions made by the turbo decoder and the Markov chain of channel model. The channel model is assumed to be statistically stationary and ergodic, so the time average can be used as the ensemble average. The average transition probabilities of the Markov channel can be estimated from.

$$\bar{P}(\hat{Q}_k = q \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') = \frac{E\{P(\hat{Q}_{k-1} = q', \hat{Q}_k = q \setminus \bar{P}(Z), R)\}}{E\{P(\hat{Q}_{k-1} = q' \setminus \bar{P}(Z), R)\}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{E\{P(\hat{Q}_{k-1} = q', \hat{Q}_k = q, \bar{P}(Z), R)\}}{E\{P(\hat{Q}_{k-1} = q', \bar{P}(Z), R)\}} \\ &= \frac{\sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot c_k(q', q) \cdot b_k(q)}{\sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot b_{k-1}(q')} \end{aligned} \quad (26)$$

when

$$\begin{aligned} E\{P(\hat{Q}_{k-1} = q', \hat{Q}_k = q, \bar{P}(Z), R)\} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K P(\hat{Q}_{k-1} = q', \hat{Q}_k = q, \bar{P}(Z), R) \\ &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot c_k(q', q) \cdot b_k(q) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} E\{P(\hat{Q}_{k-1} = q', \bar{P}(Z), R)\} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K P(\hat{Q}_{k-1} = q', \bar{P}(Z), R) \\ &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot b_{k-1}(q') \end{aligned} \quad (28)$$

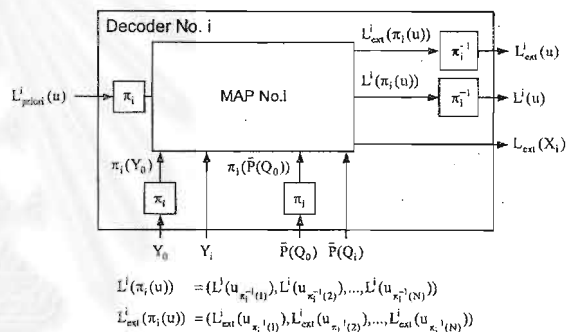


Figure 4: Structure of decoder No. i

The log ratio of the estimated transition probability from state q' is defined as follows.

$$L(\hat{Q}_k \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') = \log \frac{\bar{P}(\hat{Q}_k = 1 \setminus \hat{Q}_{k-1} = q')}{\bar{P}(\hat{Q}_k = 0 \setminus \hat{Q}_{k-1} = q')} \quad (29)$$

Substitute $\bar{P}(\hat{Q}_k = q \setminus \hat{Q}_{k-1} = q')$ from (26) in (29) and use (21), we obtain.

$$\begin{aligned} L(\hat{Q}_k \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') &= L_{\text{priori}}(\hat{Q}_k \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') + L_{\text{ext}}(\hat{Q}_k \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') \end{aligned} \quad (30)$$

when

$$L_{\text{priori}}(\hat{Q}_k \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') = \log \frac{P(\hat{Q}_k = 1 \setminus \hat{Q}_{k-1} = q')}{P(\hat{Q}_k = 0 \setminus \hat{Q}_{k-1} = q')} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} L_{\text{ext}}(\hat{Q}_k \setminus \hat{Q}_{k-1} = q') &= \log \frac{\sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot P(R_k \setminus \hat{Q}_k = 1, P(Z_k)) \cdot b_k(1)}{\sum_{k=1}^K a_{k-1}(q') \cdot P(R_k \setminus \hat{Q}_k = 0, P(Z_k)) \cdot b_k(0)} \end{aligned} \quad (32)$$

From equation (30) it is seen that the Baum-Welch algorithm has both intrinsic and extrinsic informations.

Notice that the intrinsic information only contains priori information. Our investigation reveals that it is essential for the Baum-Welch algorithm to pass both informations to the MAP algorithm block of the burst detector; this is depicted in Figure 5.

It is fortunate that $a_k(q)$ and $b_k(q)$ are already available in the burst detection. Hence, the estimation of the transition probabilities is the byproduct of burst detection. Moreover, in our investigation, it is found that the forward and backward recursions of the Baum-Welch can also be calculated by the entire information from turbo decoder. In this case, the estimated transition probabilities of the channel states will not change. However, in such calculation, $a_k(q)$ and $b_k(q)$ are not available from the burst detection. It must be noted that the forward and backward recursions of the burst detection must be calculated by the extrinsic information of the turbo decoder. The noise variance when channel state is q and input symbol is d can be calculated as follows.

$$\bar{\sigma}_{q,d}^2 = \frac{\sum_{k=1}^K P(\hat{Q}_k = q) \cdot P(Z_k = d) \cdot (R_k - \tilde{Z}_k)^2 |_{Z_k=d}}{\sum_{k=1}^K P(\hat{Q}_k = q) \cdot P(Z_k = d)} \quad (33)$$

$P(Z_k)$ and $P(\hat{Q}_k)$ in (33) must be calculated by the log likelihood ratio of code symbol from (1,13) and of the channel state from (16), respectively. The noise variance estimation is shown in Figure 5. The calculation by the extrinsic information is prohibited. Noise variance should be updated when iteration loop of turbo decoder and burst detector converges otherwise over updating of the noise variance can deteriorate the decoding performance.

Simulation Results and Discussion

To evaluate the performance of the proposed decoding systems with known and unknown channel parameters, a simulation result over the two-state additive white gaussian noise Markov model is given and discussed using the following configuration. The first and second turbo interleavers are random interleavers. The channel interleaver is random interleaver. Data block size is 300 bits. It is assumed that noise variances do not depend on the channel inputs. The low E_b/N_0 are fixed at two values, *i.e.* -10 dB and -4 dB while the high E_b/N_0 are varied from 2 dB to 6 dB. The recursive convolutional encoders are all the same. The feed forward and backward generator polynomials are 9_{octal} and 15_{octal} , respectively. The memory size is set to three. The performance of the systems is measured in terms of bit error rates.

Figures 6 and 7 illustrate the performance results of the proposed decoding systems with known and unknown channel parameters, the conventional technique and the maximum performance limit that can be achieved

under an ideal condition. In Figure 6, P_b is 0.1 and P_g is 0.3 whereas in Figure 7, P_b is 0.033 and P_g is 0.1. For the maximum achievable performance limit, the turbo decoder is provided with complete and accurate states of the channel at all time. Note that for decoding of the conventional technique, the noise variance taken in the analysis is the average of the noise variances in the good and bad states with the weighting factors of state probabilities. It is apparent that the proposed decoding systems both with known and unknown parameters outperform the conventional techniques in all channel conditions. It can be seen that the bit error rates between the proposed decoding systems with known and unknown parameters are almost identical.

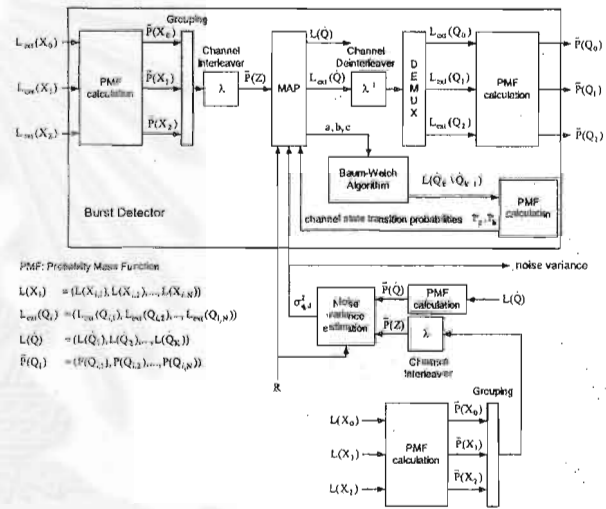


Figure 5: Structure of burst detector and noise variance estimation

When comparing the performance of the proposed decoding systems with the maximum achievable performance limit, a rather big difference between them is observed and the difference tends to get wider as the value of high E_b/N_0 is increased. This is as expected because the performance limit is obtained with the condition that all the channel states and the actual noise variances are perfectly known at all time as opposed to the proposed decoding systems in which the decoder with known parameters must acquire the channel states by itself through the burst detector whereas the decoder with unknown parameters does not have any information regarding the channel at all except for the two-state Markov model assumption.

Another interesting observation that worth mentioning is that the gap between the maximum achievable performance limit and the proposed decoding schemes becomes smaller when the channel states change less often, *i.e.* P_g and P_b are small. This is because the burst detector is

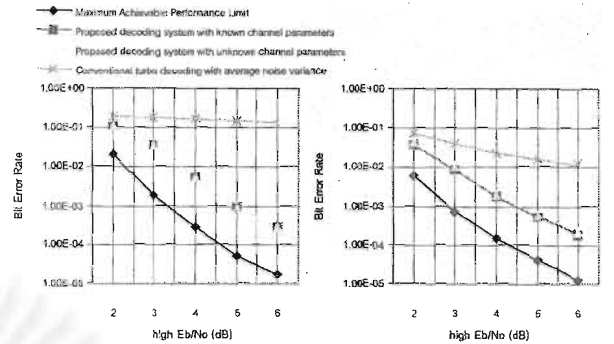
more effective when the channel states do not change frequently.

In Figure 8, the bit error rate performances of the decoding system when the first turbo interleaver is used (random interleaver) and not used (*i.e.* identity) are compared. The data block size is 900 bits and low E_b/N_0 is fixed at -10 dB. The bit error rate is improved when the first turbo interleaver is used, because the channel interleaver performs interleaving process by symbol shuffle (*i.e.* group of $(X_{0,n}, X_{1,n}, X_{2,n})$) instead of bit shuffle. If the first turbo interleaver is not used, the data and parity bits from the same trellis branch of the first constituent encoder will be transmitted consecutively and both bits are more probably corrupted in bursty channel, especially, when P_g and P_b are smaller.

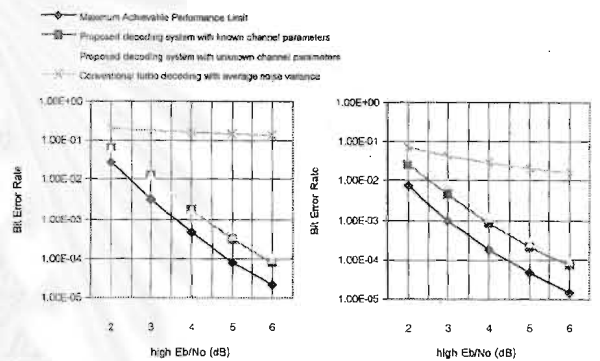
In addition, the Baum-Welch algorithm can be performed in every iteration step and does not necessarily wait for the decoding system to converge before updating the transition probability estimates.

References

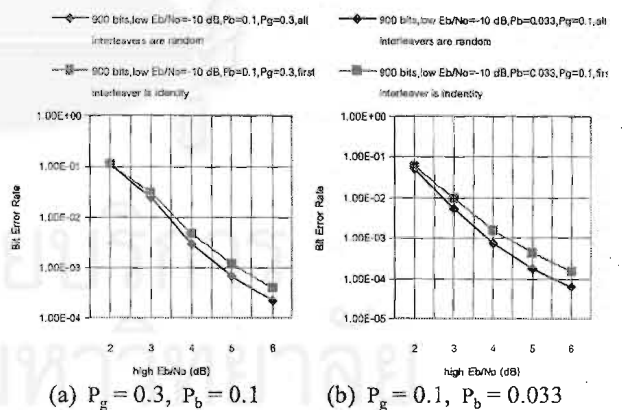
- [1] M. Mushkin, and I. Bar-David, "Capacity and Coding for the Gilbert-Elliott Channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 35, pp. 1277-1289, November 1989.
- [2] A. J. Goldsmith, and P. P. Varaiya, "Capacity, Mutual Information, and Coding for Finite-State Markov Channels," *IEEE Transaction on Information Theory*, Vol. 42, pp. 868-886, May 1989.
- [3] C. Pimentel, and L. C. Rego, "Analysis of Soft Decision Decoding of Interleaved Convolutional Codes over Burst Channels," *Wireless Communications and Networking Conference'99*, IEEE, Vol. 3, pp. 1090-1094, 1999.
- [4] J. Garcia-Frias, and J. D. Villasenor, "Turbo Decoding for Markov Channels," *IEEE Communication Letters*, Vol. 2, No. 9, pp. 257-259, September 1998.
- [5] J. Garcia-Frias, and J. D. Villasenor, "Turbo Codes for Continuous Hidden Markov Channels with Unknown Parameters," *Proceedings of IEEE GLOBECOM'99*, pp. 2363-2368, 1999.
- [6] L. R. Rabiner, "A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition," *IEEE Proceedings*, Vol. 77 2, pp. 257-286, February 1989.
- [7] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, "Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 20, pp. 284-287, March 1974.



(a) low $E_b/N_0 = -10$ dB. (b) low $E_b/N_0 = -4$ dB.
Figure 6: Bit error rate of various decoding schemes when $N = 300$, $P_g = 0.3$, $P_b = 0.1$



(a) low $E_b/N_0 = -10$ dB. (b) low $E_b/N_0 = -4$ dB.
Figure 7: Bit error rate of various decoding schemes when $N = 300$, $P_g = 0.1$, $P_b = 0.033$



(a) $P_g = 0.3$, $P_b = 0.1$ (b) $P_g = 0.1$, $P_b = 0.033$
Figure 8: Comparison of the performances between the first turbo interleaver is random and identity. $N = 900$, low $E_b/N_0 = -10$ dB.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายพิสิฐ วนิชชานันท์ เกิดวันที่ 11 สิงหาคม 2513 ที่กรุงเทพมหานคร เข้ารับการศึกษาในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2530 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2533 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2541



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย