การจำลองการเดือดเป็นชั้นฟิล์มที่ขึ้นกับเวลาบนพื้นผิววัตถุทรงกลม

นางสาวเต็มศิริ ป้อมประภา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชานิวเคลียร์เทคโนโลยี ภาควิชานิวเคลียร์เทคโนโลยี
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545
ISBN 974-17-1125-5

A SIMULATION OF TIME DEPENDENT FILM BOILING ON THE SURFACE OF A SPHERE

Miss Temsiri Pomprapha

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science in Nuclear Technology

Department of Nuclear Technology

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-1125-5

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การจำลองการเดือดเป็นชั้นฟิล์มที่ขึ้นกับเวลาบนพื้นผิววัตถุทรงกลม
โดย นางสาวเต็มศิริ ป้อมประภา
สาขาวิชา นิวเคลียร์เทคโนโลยี
อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สัญชัย นิลสุวรรณโฆษิต

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ สมยศ ศรีสถิตย์)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สัญชัย นิลสุวรรณโฆษิต)

....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพิชชา จันทรโยธา)

....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อรรถพร ภัทรสุมันต์)

เต็มศิริ ป้อมประภา : การจำลองการเดือดเป็นชั้นฟิล์มที่ขึ้นกับเวลาบนพื้นผิววัตถุทรงกลม. (A SIMULATION OF TIME DEPENDENT FILM BOILING ON THE SURFACE OF A SPHERE) อ.ที่ปรึกษา : ผศ.ดร. สัญชัย นิลสุวรรณโฆษิต จำนวนหน้า 82 หน้า. ISBN 974-17-1125-5.

วิทยานิพนธ์นี้ศึกษาและจำลองการเดือดเป็นชั้นฟิล์มที่ขึ้นกับเวลาบนพื้นผิวของวัตถุทรงกลมภายใต้เงื่อนไขการไหลแบบ Laminar ของของเหลวระบายความร้อน โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นใช้คำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม ความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลา และการวิเคราะห์ถึงอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม

วัตถุทรงกลมที่พิจารณาเป็นทรงกลมเหล็กกล้าไร้สนิม ซึ่งมีอุณหภูมิตั้งต้นสูงกว่าจุดเดือดของของเหลวระบายความร้อน มีขนาดรัศมีได้แก่ 5.56, 10 และ 25.4 มิลลิเมตร ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม มีลักษณะคล้ายกันคือ มีการลดลงของอุณหภูมิตามแนวรัศมีตามเวลาในลักษณะเดียวกัน ขณะเดียวกันการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลมสู่ของเหลวระบายความร้อนทำให้เกิดการเดือดเป็นชั้นฟิล์มบนพื้นผิวทรงกลม ที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา ซึ่งแสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ชั้นฟิล์มในส่วนหน้าของทรงกลมจะมีขนาดบางกว่าชั้นฟิล์มในส่วนหลัง อนึ่งเมื่อระยะเวลาการเดือดเป็นชั้นฟิลม์นานขึ้นจะเริ่มมีการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม ซึ่งการวิเคราะห์ผลการทดลองชี้ให้เห็นว่าอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์มประมาณได้ด้วยผลต่างของฟังก์ชันเอกซ์โปแนนเชียลสองชุด ซึ่งบรรยายอัตราการถ่ายเทความร้อนเข้าสู่ชั้นฟิล์มจากทรงกลมและอัตราการถ่ายเทความร้อนออกจากชั้นฟิล์มเข้าสู่ของเหลวระบายความร้อนตามลำดับ

ภาควิชา	นิวเคลียร์เทคโนโลยี	ลายมือชื่อนิสิต..
สาขาวิชา	นิวเคลียร์เทคโนโลยี	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..
ปีการศึกษา	2545	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม...................................

4270334421 : MAJOR NUCLEAR TECHNOLOGY

KEYWORD: LAMINAR FLOW/ FILM BOILING

TEMSIRI POMPRAPHA: A SIMULATION OF TIME DEPENDENT FILM BOILING ON THE SURFACE OF A SPHERE. THESIS ADVISOR: ASST.PROF.DR. SUNCHAI NILSUWANKOSIT, Ph.D, [82] pp. ISBN 974-17-1125-5

.

This thesis has studied and simulated the process of time dependent film boiling on the surface of a sphere under the condition of laminar flow of the cooling fluid. A computer program was developed to calculate the temperature inside a sphere, the film thickness occurred with respect to a time and the film departure rate.

The spheres considered in this work were made of solid stainless steel with the initial temperature that were more than the boiling point of the cooling fluid and with the radii of 5.56 10 and 25.4 millimeter. The calculated results of the temperature profile inside the spheres were similar having the same decreasing patterns of the temperature along their radii with respect to time. As the heat was transferred from the sphere to the cooling fluid, it caused the film boiling on the surface of the sphere at the rate that was also varied with the time. The film boiling showed the trend that the vapor film in the frontal part of the sphere was thinner than the rear part. On the other hand, over period of the film boiling, the departure of the vapor bubbles from the film was also observed. The film departure rate was derived from the experiment data show that it could be described as the difference between two exponential functions that respectively described the effect of the heat transfer rate from the sphere to the film and the heat transfer rate from the film to the cooling liquid.

Department Nuclear Technology	Student's signature...
Field of study Nuclear Technology	Advisor's signature...
Academic year 2002	Co-advisor's signature..

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของผศ.ดร.สัญชัย นิลสุวรรณโฆษิต ซึ่งท่านได้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆ ในการวิจัยมาด้วยดีตลอด ขอขอบคุณรศ.สมยศ ศรีสถิตย์ ประธานกรรมการ ผศ.ดร.สุพิชชา จันทรโยธา และ ผศ.อรรถพร ภัทรสุมันต์ อาจารย์กรรมการที่ช่วยอ่านและแก้ไขวิทยานิพนธ์ และขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้เงินอุดหนุนงานวิจัยนี้

ขอขอบคุณผศ.ดร.สัญชัย นิลสุวรรณโฆษิต คุณบัญชา อุนพาณิชย์ และคุณอุริช อัชชโคสิต สำหรับอุปกรณ์และผลข้อมูลการทดลองการลดลงของอุณหภูมิภายในทรงกลม อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับงานวิจัยนี้

ขอขอบคุณพี่ๆ ร่วมอาจารย์ที่ปรึกษาที่คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจกันมาโดยตลอด และขอขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคนที่คอยถามไถ่ ให้กำลังใจ และให้คำปรึกษาในงานวิจัยด้วยดี

ท้ายนี้ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดาและพี่ๆ ที่ให้การสนับสนุนทางด้านโอกาส กำลังใจอย่างดียิ่ง และการเงินด้วยดีมาโดยตลอด

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

สารภาพ (ต่อ)

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันไฟฟ้าถือว่าเป็นปัจจัยที่สำคัญตัวหนึ่งในการพัฒนาประเทศ ซึ่งไฟฟ้าสามารถผลิตได้จากแหล่งพลังงานหลากหลาย อาทิเช่น พลังงานลม พลังงานน้ำ พลังงานความร้อนใต้พิภพ พลังงานความร้อนจากแสงอาทิตย์ พลังงานจากน้ำมันและก๊าซธรรมชาติ พลังงานไฟฟ้า และพลังงานนิวเคลียร์ ทางหนึ่งที่สามารถนำมาผลิตไฟฟ้าได้อย่างมีประสิทธิภาพ คือโรงงานไฟฟ้านิวเคลียร์

อย่างไรก็ตามปัจจัยหนึ่งที่ต้องพิจารณาในการใช้งานโรงงานไฟฟ้านิวเคลียร์คือ ผลจากอุบัติเหตุต่อความปลอดภัยของโรงไฟฟ้านิวเคลียร์และสิ่งแวดล้อม หากเกิดอุบัติเหตุกับเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์เป็นผลให้การระบายความร้อนจากแกนปฏิกรณ์หยุดชะงัก ผลต่อเนื่องจากอุบัติเหตุดังกล่าวคือการสะสมความร้อนในแกนปฏิกรณ์ซึ่งอาจเพิ่มสูงจนเกิดการหลอมละลายของเชื้อเพลิง เมื่อเชื้อเพลิงหลอมละลายซึ่งมีอุณหภูมิสูงกว่า 2000 ถึง 3000 องศาเคลวินเหล่านี้ตกลงมาสัมผัสกับของเหลวระบายความร้อนที่ส่วนล่างของฐานรองรับแกนปฏิกรณ์ การถ่ายเทความร้อนอย่างเฉียบพลันอาจทำให้เกิดการระเบิดเป็นไออย่างรุนแรงซึ่งอาจสร้างความเสียหายให้กับแกนปฏิกรณ์โดยรวม ซึ่งนำไปสู่ความล้มเหลวของโรงไฟฟ้าทั้งระบบ เพื่อหลีกเลี่ยงปรากฏการณ์ดังกล่าว จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทราบลักษณะการเปลี่ยนสถานะเป็นไอของของเหลวระบายความร้อนและเข้าใจกระบวนการการถ่ายเทความร้อนระหว่างเชื้อเพลิงหลอมเหลวและของเหลวระบายความร้อนภายใต้สภาวะดังกล่าว โดยที่การถ่ายเทความร้อนจากเชื้อเพลิงหลอมเหลวสู่ของเหลวระบายความร้อนก่อให้เกิดการเดือดบนพื้นผิวโลหะหลอมเหลว เกิดเป็นชั้นไอฟิล์มระหว่างเชื้อเพลิงและของเหลวระบายความร้อน ด้วยชั้นไอฟิล์มนี้มีค่าการนำความร้อนที่ต่ำทำให้ชั้นไอฟิล์มแสดงพฤติกรรมที่เป็นฉนวนกันความร้อน ขณะเดียวกันการหลุดลอยตัวออกจากชั้นฟิล์มของฟองไอของเหลว กลับมีผลให้ค่าการถ่ายเทความร้อนสูงขึ้นดังนั้นผลกระทบของชั้นไอที่เกิดขึ้นต่อกระบวนการถ่ายเทความร้อนจึงมีความแตกต่างขึ้นกับอัตราการเดือด นอกจากนี้ไอที่เกิดขึ้นก่อให้เกิดความดันสะสมภายในระบบซึ่งส่งผลต่อเนื่องต่อความมั่นคงของโครงสร้างของระบบและอาจก่อให้เกิดอันตรายต่อบุคคลและสิ่งแวดล้อม [1]

ด้วยเหตุนี้การเดือดแบบฟิล์มจึงเป็นกระบวนการที่น่าสนใจและเป็นประโยชน์อย่างมาก เพื่อที่จะได้เข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของระบบและกลไกต่างๆ ของกระบวนการถ่ายเทความร้อนระหว่างตัวกำเนิดความร้อนและของเหลวระบายความร้อน ซึ่งนอกจากจะประยุกต์ใช้เพื่อศึกษาถึงผลของอุบัติเหตุจากแกนปฏิกรณ์ของโรงไฟฟ้านิวเคลียร์แล้ว ผลของการศึกษาครั้งนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับงานอุตสาหกรรมอื่นๆ อาทิเช่นอุตสาหกรรมการหลอมโลหะ อุตสาหกรรมกระดาษ และอุตสาหกรรมการปิโตรเคมีเป็นต้น

สำหรับการเดือดแบบฟิล์มภายใต้การไหลแบบพาบังคับ ได้มีการวิเคราะห์อย่างมากมาย ซึ่งสามารถจำแนกตามรูปลักษณะของพื้นผิวถ่ายเทความร้อนเช่น พื้นผิวเรียบตามแนวตั้ง พื้นผิวเรียบตามแนวนอน พื้นผิวทรงกระบอกตามแนวนอน และพื้นผิวทรงกลม ซึ่งเป็นรูปทรงที่จะทำการศึกษาในวิทยานิพนธ์นี้ด้วย เป็นต้น

เพื่อที่จะศึกษาถึงการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลม และการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มเทียบกับเวลา จำต้องทราบลักษณะการไหลของของเหลวระบายความร้อนบนพื้นผิวทรงกลมโดยธรรมชาติแล้วของเหลวจะมีความหนืด และหากมีการเคลื่อนที่ของของไหลรอบวัตถุหนึ่งๆ เมื่อพิจารณาถึงบริเวณที่ใกล้กับวัตถุ จะพบว่ามีอิทธิพลของความเสียดทาน (friction) มาก[2] ในที่นี้เพื่อจำกัดขอบเขตของปัญหาและลดความยุ่งยากในการคำนวณจะสนใจเฉพาะการเคลื่อนที่ของของเหลว อย่างมีระเบียบบนพื้นผิวทรงกลม โดยกำหนดให้มีการไหลในลักษณะราบเรียบ (Laminar flow) ซึ่งความเร็วในการไหลของของเหลวนี้ จะสามารถพาความร้อนออกจากผิวทรงกลมได้ ขณะเดียวกันมีการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในทรงกลมซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงสูงสุดในแนวรัศมี เนื่องจากวัตถุทรงกลมนี้มีสภาพเป็นของแข็ง ดังนั้นกระบวนการถ่ายเทความร้อนลักษณะที่เด่นชัดที่สุดของวัตถุทรงกลมคือการนำความร้อน สำหรับภายในชั้นฟิล์มนั้น เนื่องจากชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นมีความหนาน้อยมาก ทว่ามีความแตกต่างมากระหว่างอุณหภูมิพื้นผิวทรงกลมและที่รอยต่อระหว่างฟิล์มกับของเหลว ดังนั้นจะไม่คำนวณอุณหภูมิภายในชั้นฟิล์มและการเคลื่อนที่ของไอของเหลวภายในชั้นฟิล์มโดยตรง หากแต่จะพิจารณาการถ่ายเทความร้อนข้ามชั้นฟิล์มโดยอ้างอิงถึงรอยต่อระหว่างอุณหภูมิทั้งสองโดยตรง[1]

เป้าหมายของวิทยานิพนธ์นี้คือการสร้างแบบจำลองสำหรับลักษณะการเปลี่ยนแปลงของอัตราการถ่ายเทความร้อนการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิภายในทรงกลม ตลอดจนการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์ม ในการนี้จะดำเนินการคำนวณโดยอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อหาคำตอบของแบบจำลองดังกล่าว แบบจำลองดังกล่าวจะสามารถประยุกต์ใช้อธิบายปรากฏการณ์การถ่ายเทความร้อนระหว่างเชื้อเพลิงหลอมเหลวและของเหลวระบายความร้อนต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อจำลองการเดือดเป็นชั้นฟิล์มที่ขึ้นกับเวลาบนพื้นผิวของวัตถุทรงกลม ภายใต้การไหลของของเหลวระบายความร้อน

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับลักษณะการเดือดแบบฟิล์มเทียบกับเวลาบนพื้นผิวทรงกลมภายใต้เงื่อนไขการไหลแบบ Laminar ของของเหลวที่ใช้ระบายความร้อน
2. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมและความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลา

1.4 ขั้นตอนดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาเอกสาร งานวิจัยและแบบจำลองอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง
2. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับลักษณะการเดือดเป็นชั้นฟิล์มบนพื้นผิวทรงกลมเทียบกับเวลา
3. พัฒนาโปรแกรมเพื่อใช้ในการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม และความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลา
4. วิเคราะห์เปรียบเทียบผลการคำนวณกับแหล่งข้อมูลอื่นๆ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง
5. สรุปผลการวิจัยและเขียนวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการทำนายการเดือดเป็นชั้นฟิล์มที่ขึ้นกับเวลาบนพื้นผิวของวัตถุทรงกลมภายใต้การไหลของของเหลวระบายความร้อน

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. ปี ค.ศ 2000 โดย ดร.สัญชัย นิลสุวรรณโฆษิต[1] ได้ทำการวิจัยเรื่อง A Numerical Model for Time Dependent Film Boiling on a Sphere โดยได้ทำการศึกษาแบบจำลองสำหรับคำนวณการกระจายของอุณหภูมิภายในทรงกลมร้อนภายใต้การไหลผ่านของของเหลว และการก่อรูปของชั้นไอของของเหลวบนผิวหน้าของทรงกลมนี้ สมมติการกระจายของอุณหภูมินั้นขึ้นกับตำแหน่งตามแนวรัศมี และกำหนดการไหลของแบบจำลองของของเหลวระบายความร้อนเป็น Potential Flow โดยการไหลแบบ Potential Flow ทำให้การก่อรูปของชั้นไอในส่วนหน้ามีลักษณะที่บางกว่าและส่วนหลังของทรงกลมหนามากกว่า อย่างไรก็ตามทางปฏิบัติแล้วไม่มีของไหลใดที่มีลักษณะเป็นแบบ Potential Flow นอกจากนี้ยังต้องพิจารณาการแยกออกของฟองไอของเหลวจากชั้นไอรอบทรงกลมและการยุบตัวลงของชั้นไอหากการก่อรูปของชั้นไอใช้ระยะเวลาที่นานขึ้น
2. ปี ค.ศ 1994 โดย K.H. BANG[3] ได้ทำการวิจัยเรื่อง Numerical prediction of forced convection film boiling heat transfer from a sphere โดยได้สร้างแบบจำลองสำหรับการเดือดแบบฟิล์มบนทรงกลม ภายใต้การไหลแบบการพาบังคับและใช้ Laminar Boundary Layer ในการคำนวณลักษณะการไหลทั้งไอและของเหลวที่บริเวณเหนือพื้นผิวทรงกลม จากการวิเคราะห์นี้ได้แสดงให้เห็นถึงความหนาของชั้นไอที่บางมากซึ่งมีขนาดในระดับ 10 ไมครอน ผลการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลอง แต่จากการทดลองนี้แบบจำลองไม่ได้วิเคราะห์ถึงการแยกตัวของฟองอากาศออกจากชั้นไอและการเริ่มแยกตัวของชั้นไอออกจากพื้นผิวบางบริเวณของทรงกลม ซึ่งเป็นภาวะที่ไม่อาจอธิบายได้โดย Laminar Boundary Layer
3. ปี ค.ศ.1968 โดย L.C.WITT[4] ได้ทำวิจัยเรื่อง Film Boiling From A Sphere โดยการวิเคราะห์การเดือดแบบฟิล์มจากทรงกลมสู่การไหลแบบการพาบังคับ กำหนดให้ชั้นไอบางมาก รอยต่อระหว่างของเหลวและชั้นไอราบเรียบ ข้อมูลความเร็วและอุณหภูมิในชั้นไอเป็นเส้นตรง ความเร็วของของเหลวคำนวณจาก Potential Flow Theory ซึ่งพบว่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนจากทรงกลมมีความคล้ายคลึงกับสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนจากท่อทรงกระบอก
4. ปี ค.ศ.1965 โดย Kiyosi KOBAYASI[5] ได้ทำการวิจัยเรื่อง Film Boiling Heat Transfer around a Sphere in Forced Convection ได้ทำการศึกษาการถ่ายเทความร้อนการเดือดแบบฟิล์มรอบๆ ทรงกลมที่กำลังเคลื่อนที่ผ่านของเหลว โดยตั้งข้อสมมติฐานสำหรับ

การไหลของของเหลวเป็นแบบราบเรียบ (Laminar flow) ในการแก้ปัญหาโดยเสนอทฤษฎีที่พัฒนาข้อสมมติฐานภายใต้หลักการที่แสดงให้เห็นว่าค่า Nusselt number(Nu) สำหรับทำนายค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนของการเดือดขึ้นอยู่กับ Reynolds number(Re), Prandtl number(Pr), อัตราส่วนความหนืดของเหลวต่อไอ ขนาดของทรงกลม และค่า dimensionless number อื่นๆ ผลที่ได้จากการแก้ปัญหาดังกล่าวถูกนำไปใช้กับตัวอย่างของการถ่ายเทความร้อนสำหรับน้ำและโซเดียมเหลว

บทที่ 2

การเดือดเป็นชั้นฟิล์มบนวัตถุทรงกลม

2.1 การถ่ายเทความร้อน[6],[7]

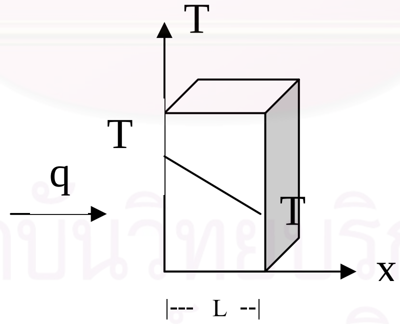
ในการถ่ายเทความร้อน ความร้อนสามารถถ่ายเทจากจุดๆ หนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งได้ด้วยกัน 3 วิธีคือ

1. การนำ (Conduction) คือการถ่ายเทความร้อนจากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำภายในตัวกลางเดียวกันโดยที่ตัวกลางมิได้มีการเคลื่อนที่ พิจารณาลักษณะอุณหภูมิภายในตัวกลาง ดังแสดงในรูปที่2.1 สามารถคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนต่อหน่วยพื้นที่ต่อเวลาในตัวกลาง ได้ดังนี้

$$q = - k\,(dT/dx) \qquad (2.1)$$

โดยที่ k คือ ค่าการนำความร้อน (thermal conductivity) ของวัตถุตัวกลาง มีหน่วยเป็น $W / m \cdot K$ ในระบบ SI

dT/dx เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิต่อระยะทาง



รูปที่ 2.1 การถ่ายเทความร้อนโดยการนำแบบ 1 มิติ

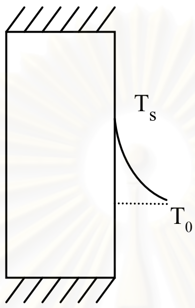
2. การพา (Convection) เป็นการถ่ายเทความร้อนที่ต้องอาศัยการเคลื่อนที่ของตัวกลางซึ่งเป็นของไหล กล่าวคือโมเลกุลของของไหลซึ่งเคลื่อนที่และพาเอาพลังงานไปด้วย พลังงานดังกล่าวจึงเป็นผลรวมของการนำความร้อน การสะสมพลังงานและการเคลื่อนที่ของของไหล อนึ่งอัตราการถ่ายเทความร้อนข้ามผิวสัมผัสสามารถคำนวณได้จาก กฎของ Newton ‘s law of cooling ดังนี้

$$q = h\,(T_S - T_0) \qquad (2.2)$$

โดยที่ h คือ สัมประสิทธิ์ของการถ่ายเทความร้อนโดยการพา มีหน่วยเป็น $W/m^2 \cdot K$ ในระบบ SI

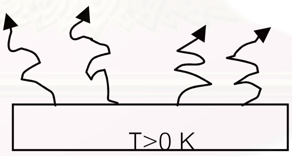
T_S คือ อุณหภูมิที่ผิวของของแข็ง

T_0 คือ อุณหภูมิส่วนต้นของของไหล



รูปที่ 2.2 การถ่ายเทความร้อนโดยการพา โดยที่ $T_s > T_0$

3. การแผ่รังสี (Radiation) ความร้อนถูกถ่ายเทได้โดยไม่ต้องอาศัยตัวกลางดังเช่นในการนำความร้อนและการพาความร้อน การถ่ายเทความร้อนในวิธีนี้เป็นผลมาจากการแผ่รังสีในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic wave) ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 การถ่ายเทความร้อนโดยการแผ่รังสี

อัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการแผ่รังสีมีค่าเป็นสัดส่วนโดยตรงกับกำลังสี่ของค่าอุณหภูมิสัมบูรณ์ ในขณะที่ค่าการนำความร้อนและการพาความร้อนจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าความแตกต่างของอุณหภูมิ อัตราการถ่ายเทความร้อนสามารถคำนวณได้จากกฎของ Stefan-Boltzmann ได้ดังนี้

$$q = \sigma T^4 \tag{2.3}$$

โดยที่ T เป็นค่าอุณหภูมิสัมบูรณ์ของพื้นผิวที่มีการถ่ายเทความร้อน

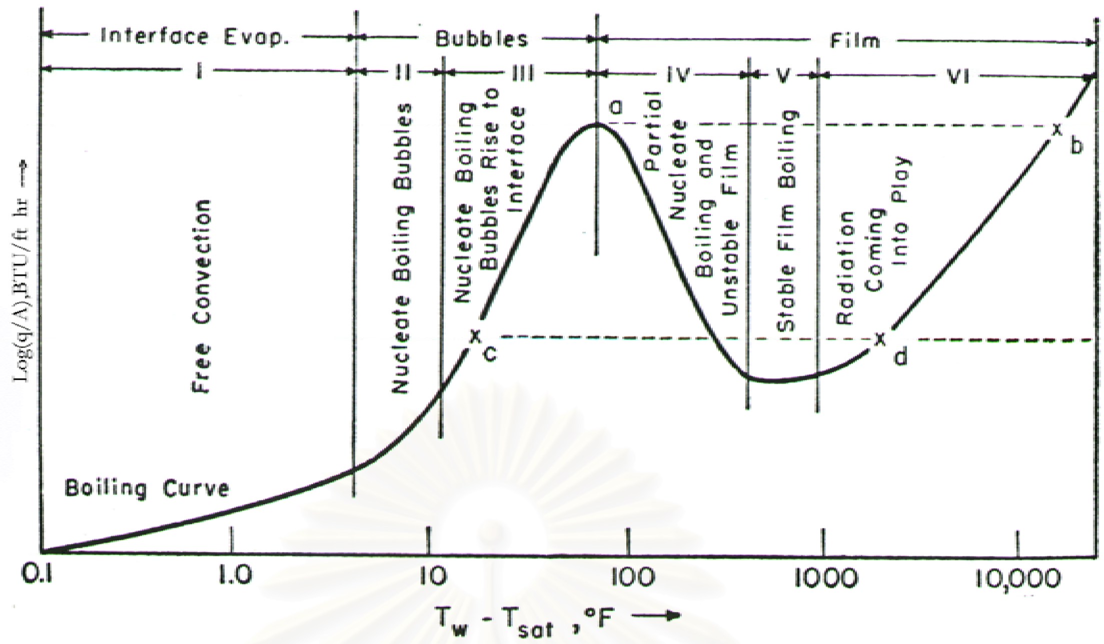
σ เป็นค่าคงที่ของสเตฟานและโบลซ์มาน (Stefan- Boltzman 's constant) เท่ากับ 5.6697e-8 $W/m^2 \cdot K^4$ (โดยที่ไม่ขึ้นกับชนิดของผิว วัสดุ และอุณหภูมิ)

2.2 การเดือดเป็นชั้นฟิล์ม

การเดือดนั้นสามารถเกิดขึ้นได้ภายใต้เงื่อนไขต่างๆ กันอย่างเช่น การพาความร้อนตามธรรมชาติเกิดเนื่องจากมีแอ่งของเหลวที่อยู่นิ่งและเกิดการเคลื่อนไหวบริเวณผิวหน้า รวมถึงการแยกตัวของฟองไอของเหลว และแรงลอยตัวเนื่องจากความแตกต่างระหว่างความหนาแน่นของของเหลวและไอ การเดือดลักษณะนี้เรียกว่า การเดือดแบบแอ่ง (Pool boiling) การเดือดอีกลักษณะหนึ่งเกิดกับของเหลวซึ่งมีการเคลื่อนที่ ลักษณะการถ่ายเทความร้อนจึงประกอบด้วย การพาความร้อนโดยบังคับ ซึ่งเกิดขึ้นโดยการเคลื่อนไหวของของไหลเนื่องจากกลไกภายนอก พร้อมกันนี้ยังได้รับอิทธิพลจากการพาความร้อนตามธรรมชาติและผลจากแรงลอยตัวอีกด้วย การเดือดลักษณะนี้เรียกว่า การเดือดแบบการพาบังคับ (Forced convection boiling)

2.2.1 การเดือดแบบแอ่ง (Pool boiling)[8]

เมื่อพิจารณาถึงน้ำที่ถูกต้มภายในกาต้มน้ำ จนกระทั่งเริ่มเดือด หรือตัวอย่างของการให้ความร้อนด้วยขดลวดความร้อนที่แช่อยู่ในของเหลว เมื่อปริมาณความร้อนที่ให้กับระบบอยู่ในอัตราที่ต่ำ ไอของของเหลวจะเกิดขึ้นที่ผิวอิสระที่ด้านบนของของเหลว ขณะที่อัตราการถ่ายเทความร้อนต่อพื้นที่ (heat flux) เพิ่มมากขึ้น จะเริ่มเกิดฟองอากาศบนพื้นผิวถ่ายเทความร้อนซึ่งจะหลุดลอยสู่พื้นผิวด้านบนของของเหลวปรากฏการณ์ดังกล่าวเรียกว่าการเดือด โดยที่ Nukiyama[5]เป็นคนแรกที่ทำการศึกษาผลกระทบของความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิของพื้นผิวถ่ายเทความร้อนและของเหลวระบายความร้อน ($\Delta T=T_w-T_{Sat}$) ต่อมา Farber และ Scorah[6] ได้ทำการทดลอง โดยนำลวดทองคำขาววางในแนวนอนแช่ลงในน้ำจากนั้นให้ความร้อนแก่ลวดทองคำขาวโดยผ่านกระแสไฟฟ้าเพื่อที่จะให้มีความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิของลวดและน้ำ จากผลการทดลองสามารถพิจารณาภาวะของการเดือดที่เกิดขึ้น ตามลักษณะเส้นโค้งการเดือด (boiling curve) ซึ่งแบ่งเป็น 6 ช่วง ดังแสดงในรูปที่ 2.4 คือ



รูปที่ 2.4 เส้นโค้งการเดือด (Boiling curve)

<u>ช่วงที่ 1</u> : ΔT มีค่าน้อย การถ่ายเทความร้อนจากผิวลวดไปสู่น้ำทำได้โดยวิธีการพาความร้อนตามธรรมชาติ การเดือดในช่วงนี้เรียกว่า Free convection

<u>ช่วงที่ 2</u> : ΔT สูงขึ้น ทำให้เกิดฟองไอน้ำขึ้นบนผิวของเส้นลวด แต่ฟองเหล่านี้จะควบแน่นก่อนที่จะลอยขึ้นมาถึงผิวน้ำ

<u>ช่วงที่ 3</u> : ΔT ที่มากขึ้นทำให้ฟองเกิดมากขึ้น ฟองเหล่านี้จะสามารถคงอยู่ได้นานจนสามารถลอยขึ้นสู่ผิวน้ำและถูกปลดปล่อยออกสู่บรรยากาศโดยรอบ อัตราการถ่ายเทความร้อนจากผิวลวดจะมีค่าสูงขึ้นอย่างรวดเร็ว โดยทั่วไปแล้วในช่วงที่ 2 และ 3 จะถูกเรียกรวมว่า Nucleate boiling จุดที่อัตราการถ่ายเทความร้อนต่อหน่วยพื้นที่มีค่ามากที่สุด(Critical Heat Flux,CHF) เป็นจุดสิ้นสุดของช่วงนี้

<u>ช่วงที่ 4</u> : เมื่ออัตราการถ่ายเทความร้อนมาถึงจุดที่มีค่าสูงสุด แล้วยังเพิ่มค่า ΔT ต่อไปอีก ฟองที่เกิดขึ้นจะมีจำนวนมากจนไม่สามารถจะเคลื่อนที่ออกจากผิวลวดได้ทันและทำตัวเป็นฉนวนกันไม่ให้ความร้อนสามารถถ่ายเทออกจากผิวลวด ทำให้อัตราการถ่ายเทความร้อนมีค่าลดลง

<u>ช่วงที่ 5</u> : ในช่วงนี้อัตราการถ่ายเทความร้อนจะลดลงมีค่าต่ำสุด การเดือดในช่วงนี้มีชื่อว่า Stable film boiling

<u>ช่วงที่ 6</u> : ลักษณะพิเศษของการเดือดในช่วงนี้คือ ΔT มีค่าสูงมาก ในช่วงนี้อัตราการถ่ายเทความร้อนจะมีค่าสูงขึ้นเนื่องจากการถ่ายเทความร้อนโดยการแผ่รังสี

2.2.2 การเดือดแบบพาบังคับ (Forced convection boiling)[6],[7],[8]

งานวิจัยนี้ศึกษาถึงการถ่ายเทความร้อนในกรณีการไหลแบบบังคับ โดยมีการถ่ายเทความร้อนระหว่างผิวของวัตถุและของไหล ซึ่งการไหลของของไหลนี้จะถูกบังคับจากภายนอกเช่น การใช้ปั๊มหรือพัดลมเป็นต้น โดยทั่วไปสิ่งสำคัญของปัญหาการพาความร้อนคือการหาค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนนั้นขึ้นอยู่กับรูปทรงเรขาคณิตและสภาวะของการไหลของของไหล การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนสามารถคำนวณได้ 2 วิธีคือวิธีแรกโดยวิธีวิเคราะห์ โดยตั้งสมการ ซึ่งอธิบายปรากฏการณ์การถ่ายเทความร้อนที่สนใจและดำเนินการแก้สมการที่ตั้งขึ้น โดยในวิธีแรกนี้ยังมีข้อจำกัดอยู่ มักนำมาใช้กับปัญหาที่ไม่ซับซ้อน วิธีที่สองนี้เป็นวิธีที่ได้จากการทดลอง โดยจากผลการทดลองที่ได้สามารถนำมาสร้างความสัมพันธ์ในรูปของพารามิเตอร์ไร้มิติ พารามิเตอร์ไร้มิติสำหรับการพาความร้อนโดยบังคับมักจะเขียนให้อยู่ในรูปแบบความสัมพันธ์ดังนี้

$$Nu = F(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}) \qquad (2.4)$$

พารามิเตอร์ไร้มิติดังกล่าวมีความสำคัญต่อการไหลและการถ่ายเทความร้อน โดยจะจำแนกดังนี้

นัสเซลท์นัมเบอร์ (Nusselt number ,Nu)

เป็นพารามิเตอร์ไร้มิติที่บอกถึงการถ่ายเทความร้อนข้ามรอยต่อของตัวกลาง โดยเป็นอัตราส่วนการถ่ายเทความร้อนต่อการนำความร้อนผ่านชั้นของไหลที่มีขนาดของระบบถ่ายเทความร้อนคือ L นั่นคือ

$$Nu = \frac{hL}{k} \qquad (2.5)$$

โดย L แทนความยาวเฉพาะ (characterictic length) ของระบบถ่ายเทความร้อน

k แทนสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของของไหล

h แทนสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนโดยการพา

เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynolds number, Re)

เป็นพารามิเตอร์ไร้มิติที่ระบุรูปแบบการไหลว่าเป็นการไหลแบบราบเรียบหรือปั่นป่วน โดยเป็นอัตราส่วนของแรงเฉื่อยต่อแรงเนื่องจากความหนืด หาได้จากสมการ

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v L}{\mu} \tag{2.6}$$

โดย ρ แทนความหนาแน่นของของไหล

v แทนความเร็วของของไหล

μ แทนความหนืดพลศาสตร์ของของไหล

พรันด์เทิลนัมเบอร์ (Prandtl number, Pr)

เป็นพารามิเตอร์ไร้มิติที่เปรียบเทียบความสามารถในการถ่ายเทความร้อนโดยการพาบังคับกับการนำความร้อน สามารถเขียนได้คือ

$$\mathrm{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\upsilon}{\alpha} \tag{2.7}$$

โดย c_p แทนความร้อนจำเพาะของของไหลเมื่อความดันคงที่

υ แทนความหนืดจลน์ศาสตร์ของของไหล (μ / ρ)

α แทนการแพร่กระจายความร้อน (Thermal diffusivity) ของของไหล ซึ่งเป็นอัตราส่วนของการนำความร้อนกับความสามารถในการจุความร้อน ดังสมการ

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \tag{2.8}$$

2.3 ระบบสมการอนุพันธ์[11]

สมการอนุพันธ์หนึ่งที่มีความสำคัญในการวิเคราะห์ระบบสำหรับอุณหภูมิไม่คงที่ คือ สมการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of energy) เมื่อพิจารณาปริมาตรคงที่อันหนึ่งซึ่งมีของไหลไหลเข้าออก สามารถเขียนสมการการอนุรักษ์พลังงานความร้อนสำหรับของไหลบรรจุภายในปริมาตรนี้ ที่เวลาใดๆ ดังนี้

$$E_{inc\_k} = E_{i\_k\_conv} \,^{\circ}\, E_{o\_k\_conv} + E_{i\_cond} - E_w \tag{2.9}$$

โดยที่ E_{inc_k} แทนอัตราของการสะสมของพลังงานความร้อนภายในปริมาตร

$E_{i\_k\_conv}$ แทนอัตราการไหลเข้าของพลังงานความร้อนโดยการพา

$E_{o\_k\_conv}$ แทนอัตราการไหลออกของพลังงานความร้อนโดยการพา

E_{i_cond} แทนอัตราสุทธิของความร้อนที่เพิ่มขึ้นโดยการนำ

E_w แทนอัตราการทำงานของระบบต่อสิ่งแวดล้อม

สมการที่(2.9) นี้คือกฎข้อแรกของเทอร์โมไดนามิกส์สำหรับระบบเปิดในสภาวะที่ไม่คงที่ (open unsteady state system) แต่ยังไม่สมบูรณ์เพราะพิจารณาเพียงพลังงานกลแต่ไม่ได้รวมรูปแบบการถ่ายเทพลังงานในลักษณะอื่น เช่นการเกิดอันตรกิริยานิวเคลียร์ หรือการแผ่รังสี ในสมการนี้ พลังงานจลน์เป็นพลังงานเนื่องจากการเคลื่อนที่ของของไหลโดยรวม (คือ $\frac{1}{2}\rho v^2$ เป็นค่าต่อหน่วยปริมาตร) พลังงานภายใน (internal energy) เป็นพลังงานเนื่องจากการเคลื่อนที่ (translation) ของโมเลกุล รวมถึงพลังงานเนื่องจากอันตรกิริยาระหว่างโมเลกุล ดังนั้นจะพบว่าพลังงานภายในขึ้นอยู่กับอุณหภูมิเฉพาะจุดและความหนาแน่นของของไหล สำหรับพลังงานศักย์นั้นจะพิจารณาว่ามีผลกระทบเพียงเล็กน้อยและจะไม่พิจารณา

สมการที่ (2.9) สามารถเขียนในรูปคณิตศาสตร์โดยอาศัยปริมาณเวคเตอร์ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\left(\hat{U}+\frac{1}{2}v^2\right)=-\left(\nabla\cdot\rho v\left(\hat{U}+\frac{1}{2}v^2\right)\right)-\left(\nabla\cdot q\right)$$

$$+\rho\left(v\cdot g\right)-\left(\nabla\cdot pv\right)-\left(\nabla\cdot\left[\tau\cdot v\right]\right) \qquad (2.10)$$

ทั้งนี้ $\hat{U}$ คือ พลังงานภายในต่อหน่วยมวลของของไหล

v คือความเร็วของของเหลว

q คือกระแสความร้อนเนื่องจากการนำความร้อน

g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

และ τ คือเทนเซอร์แรงเฉือนเนื่องจากความหนืดของของไหล
สมการที่ (2.10) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\rho\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\hat{U}+\frac{1}{2}v^2\right)+\left(v\cdot\nabla\left(\hat{U}+\frac{1}{2}v^2\right)\right)\right]+\left(\hat{U}+\frac{1}{2}v^2\right)\left[\frac{\partial\rho}{\partial t}+\left(\nabla\cdot\rho v\right)\right]$$

$$=-\left(\nabla\cdot q\right)+\rho\left(v\cdot g\right)-\left(\nabla\cdot pv\right)-\left(\nabla\left[\tau\cdot v\right]\right) \qquad (2.11)$$

พจน์แรกด้านซ้ายมือของสมการที่ (2.11)เป็นความหนาแน่นของของไหลคูณกับอนุพันธ์บางส่วนลดรูป (Substantial derivative) ของ $\left(\hat{U}+\frac{1}{2}v^{2}\right)$ สำหรับพจน์ที่สองจะเห็นได้ว่าเมื่อพิจารณาประกอบกับอาศัยสมการการอนุรักษ์มวล(ซึ่งจะกล่าวถึงในบทถัดไป) ทำให้พจน์นี้มีค่าเป็นศูนย์ จึงสามารถเขียนสมการที่ (2.11) ได้ใหม่ดังนี้

$$\rho\frac{D}{Dt}\left(\hat{U}+\frac{1}{2}v^{2}\right)=-(\nabla\cdot q)+\rho(v\cdot g)-(\nabla\cdot pv)-(\nabla\cdot[\tau\cdot v]) \qquad (2.12)$$

สมการที่ (2.11) แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงพลังงานในของไหลโดยการพิจารณาว่าผู้สังเกตอยู่กับที่ ขณะที่สมการที่ (2.12) แสดงการเปลี่ยนแปลงพลังงานโดยพิจารณาว่าผู้สังเกตเคลื่อนที่ไปกับของไหล สมการที่(2.10) เป็นสมการการเปลี่ยนแปลงสำหรับผลรวมต่อหน่วยปริมาตรของพลังงานภายในและพลังงานจลน์เนื่องจากการไหล $\frac{1}{2}v^{2}$

สำหรับสมการการเปลี่ยนแปลงพลังงานเมื่อพิจารณาว่ามีเพียงพลังงานจลน์เนื่องจากการไหล $\frac{1}{2}v^{2}$ จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\rho\frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{2}v^{2}\right)=p(\nabla\cdot v)-(\nabla\cdot pv)+\rho(v\cdot g)-(\nabla\cdot[\tau\cdot v])+(\tau:\nabla v) \qquad (2.13)$$

กรณีพิจารณาเฉพาะการเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในจะเขียนได้ว่า

$$\rho\frac{D\hat{U}}{Dt}=-(\nabla\cdot q)-p(\nabla\cdot v)-(\tau:\nabla v) \qquad (2.14)$$

สมการที่ (2.14) เรียกว่าสมการพลังงานความร้อน สำหรับการประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมแล้วการใช้สมการพลังงานความร้อนในพจน์ของอุณหภูมิของไหลและความจุความร้อนจะสะดวกกว่าสมการในพจน์ของพลังงานภายใน นอกจากนี้ยังสามารถแปลงให้เป็นรูปแบบง่ายได้โดยการเปลี่ยน q ให้อยู่ในพจน์ของเกรเดียนต์อุณหภูมิและ τ ให้อยู่ในพจน์ของเกรเดียนต์ความเร็ว

2.4 ข้อสมมติฐานสำหรับการคำนวณสมการพลังงานความร้อนและชั้นฟิล์ม

สำหรับสมการพลังงานความร้อนข้างต้น จะสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในส่วนของวัตถุทรงกลมภายใต้สมมติฐานดังนี้

2.4.1 สำหรับวัตถุทรงกลม กำหนดให้อุณหภูมิภายในทรงกลมมีการเปลี่ยนแปลงสูงสุดในแนวรัศมี อีกทั้งยังมีการพิจารณาถึงอุณหภูมิที่กระจายภายในทรงกลมเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา ดังนั้นจากเงื่อนไขดังกล่าวสามารถลดรูปสมการที่(2.14) ได้ดังนี้[1]

$$\rho_s C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{2.15}$$

2.4.2 กำหนดให้วัตถุทรงกลมมีอุณหภูมิเริ่มต้นสูงสุดคือ T_{max} ซึ่งความร้อนภายในทรงกลมออกจากทรงกลมผ่านทางพื้นผิว ดังนั้นอุณหภูมิภายในทรงกลมจึงลดลงโดยเริ่มจากผิวของทรงกลมและเคลื่อนที่เข้าไปในแนวรัศมี ดังนั้นลักษณะการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในทรงกลมถัดจากบริเวณใกล้ผิวออกมาจึงยังคงอยู่ในลักษณะราบ ดังนั้นจะประมาณได้ว่า ทำให้มีอุณหภูมิลดลงที่ศูนย์กลางเท่ากับศูนย์ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = 0 \tag{2.16}$$

2.4.3 ในส่วนของชั้นฟิล์ม จะพิจารณาถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงความหนาของชั้นฟิล์มเทียบกับเวลา เนื่องจากสิ่งที่ทำให้เกิดชั้นฟิล์มขึ้นคือการถ่ายเทความร้อนตามแนวรัศมีออกจากทรงกลมและการเพิ่มอุณหภูมิของของเหลว ปัจจัยสำคัญซึ่งกำหนดอัตราการถ่ายเทความร้อน คืออุณหภูมิที่พื้นผิวของทรงกลมซึ่งเปลี่ยนแปลงไปกับความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้น ทำให้การคำนวณชั้นฟิล์มและอุณหภูมิที่พื้นผิวต้องกระทำไปพร้อมกัน อย่างไรก็ตามการคำนวณในลักษณะนี้ค่อนข้างซับซ้อน ดังนั้นจะประมาณค่าอุณหภูมิที่พื้นผิวโดยหลีกเลี่ยงการคำนวณชั้นฟิล์ม จะคำนวณอุณหภูมิที่ผิวทรงกลมโดยประมาณให้การนำความร้อนของทรงกลมที่ผิวมีค่าเทียบได้กับการนำความร้อนข้ามชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้น นั่นคือ

$$-\frac{k\left(T_s - T_{s-1}\right)}{\Delta r} \cong -\frac{k_g\left(T_{fg} - T_s\right)}{\delta} \tag{2.17}$$

ซึ่งสามารถเขียนใหม่ได้เป็นสมการดังนี้

$$T_s \cong \frac{T_{s-1} + \frac{k_g}{k}\frac{\Delta r}{\delta}T_{fg}}{\left(\frac{k_g}{k}\frac{\Delta r}{\delta} + 1\right)} \tag{2.18}$$

โดยเหตุที่ชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นมีความหนาน้อยมาก จะไม่คำนวณอุณภูมิที่อยู่ในชั้นฟิล์มและการเคลื่อนที่ของชั้นฟิล์มโดยตรง แต่จะกำหนดให้อุณหภูมิของชั้นฟิล์มมีค่าเท่ากับอุณหภูมิที่จุดเดือด คือ T_{fg} ดังนั้นการก่อรูปของชั้นไอบนผิวหน้าวัตถุทรงกลมสามารถคำนวณได้ตามสมการนี้[1]

$$-k\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=r_0} = \rho_g h_{fg}\frac{\partial \delta}{\partial t} - \rho_f v_r C_p \left(T_{fg} - T_0\right)\Big|_{r=r_0+\delta} \tag{2.19}$$

สำหรับสมการที่ (2.17),(2.18) และ (2.19)

h_{fg} = ความร้อนแฝงการกลายเป็นไอ , (J/kg)

δ = ความหนาของชั้นไอ ,(m)

T_0 = ค่าอุณหภูมิตั้งต้นของของเหลว ,(K)

v_r = ความเร็วของของเหลวตามแนวรัศมี , (m/s)

C_p = ความจุความร้อนจำเพาะ ,(kJ/kg-K)

t = เวลา ,(sec)

ρ_f , ρ_s , ρ_g = ความหนาแน่นของของเหลว ของวัตถุทรงกลมและชั้นฟิล์ม ตามลำดับ,(kg/m^3)

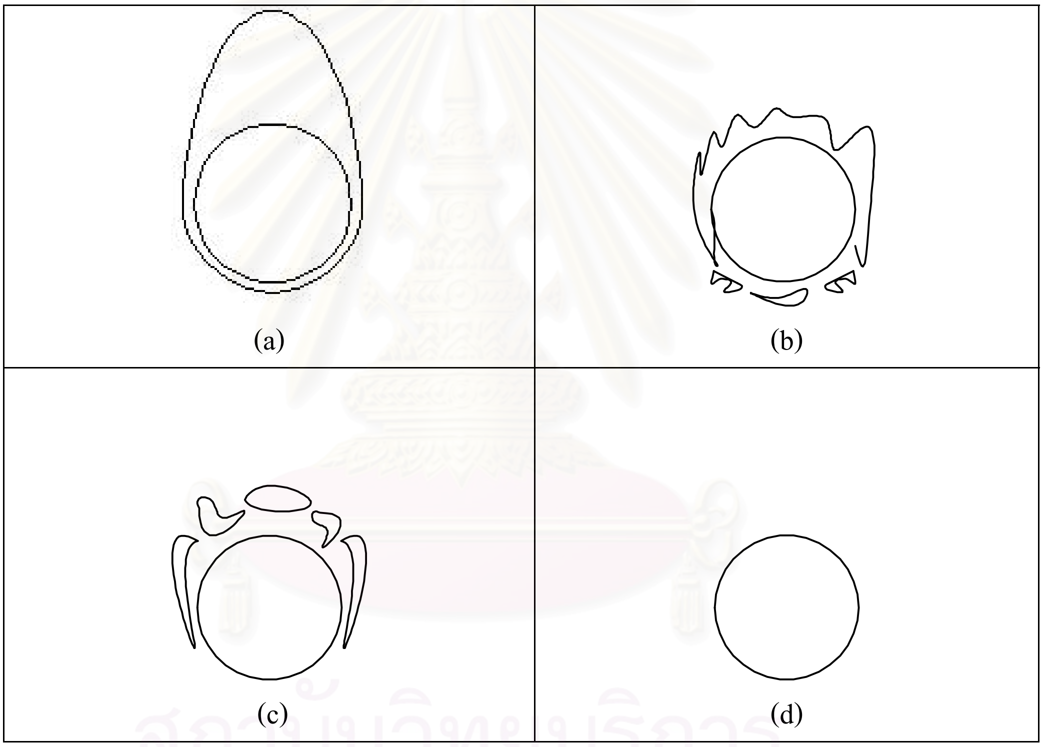
k และ k_g = ค่าการนำความร้อนของวัตถุทรงกลมและของชั้นฟิล์มตามลำดับ ,(W/m-K)

T_s = อุณหภูมิที่ผิวของวัตถุทรงกลม, (K)

T_{s-1} = อุณหภูมิที่ตำแหน่งถัดจากผิวเข้าไป Δr ของวัตถุทรงกลม, (K)

2.5 การหลุดลอกของชั้นฟิล์ม

เมื่อวัตถุทรงกลมที่มีอุณหภูมิสูงมากสัมผัสกับของเหลวระบายความร้อน วัตถุทรงกลมนี้จะมีการถ่ายเทความร้อนออกมาสู่ของเหลวระบายความร้อน เกิดการเดือดเป็นชั้นฟิล์ม ซึ่งชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นนี้ทำหน้าที่เป็นฉนวนกันความร้อน แต่การเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มจะคงรูปอยู่ได้ที่ความหนาและช่วงเวลาจำกัด เมื่อพิจารณาระยะเวลาที่นานขึ้นพบว่ามีการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม ซึ่งเกิดเนื่องจากชั้นฟิล์มไม่สามารถรักษาสมดุลภายในตัวเอง ทำให้เกิดการควบแน่นกลับลงมาเป็นการลดความหนาของชั้นฟิล์ม และรวมถึงการแยกตัวออกจากชั้นฟิล์มของฟองไอน้ำ ดังแสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 การจำลองการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม

จากสมการที่ (2.19) ซึ่งเป็นสมการที่กล่าวถึงการเกิดขึ้นของชั้นไอบนผิวหน้าของทรงกลม เมื่อพิจารณาถึงปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม จะพบว่าเมื่อระยะเวลาผ่านไประยะหนึ่งชั้นฟิล์มจะไม่เพิ่มความหนาขึ้นอีก ลักษณะเช่นนี้ชี้ให้เห็นว่า ณ เวลาดังกล่าว การไหลของของไหลที่ป้อนเข้าสู่ทรงกลมและเดือดเป็นชั้นฟิล์มได้สมดุลกับการหลุดลอกของฟองไอของของเหลวออกจากชั้นฟิล์ม ในกรณีนี้ จะสามารถพิจารณาได้ว่าความร้อนที่ถ่ายเทออกจากทรงกลมและเหลือจากการใช้เพิ่มอุณหภูมิของของเหลวขึ้นเป็นอุณหภูมิที่จุดเดือดย่อมต้องถูกพาออกไปโดยการแยกตัว

ของชั้นฟิล์ม ในกรณีเช่นนี้จะสามารถเขียนสมการแสดงอัตราการแยกตัวของชั้นฟิล์มในพจน์ของอัตราการถ่ายเทความร้อนได้เป็น

$$S = -k \frac{\partial T}{\partial r} + \rho_f v_r C_p \left(T_{fg} - T_0\right) \tag{2.20}$$

สำหรับสมการที่ (2.20) พจน์ของอัตราการถ่ายเทความร้อนเนื่องจากการนำความร้อนของทรงกลมจะคำนวณได้เท่ากับอัตราส่วนต่อพื้นที่หน้าตัดของทรงกลมของอัตราการลดลงของความร้อนที่สะสมภายในทรงกลม โดยสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{V\rho_s C \dfrac{\partial T}{\partial t}}{A}$$

$$= \frac{r\rho_s C}{3} \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.21}$$

โดยที่ V คือ ปริมาตรของทรงกลม

จากสมการที่ (2.20) และ (2.21) สามารถเขียนอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม ได้คือ

$$S = -\frac{r\rho_s C}{3} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_f v_r C_p \left(T_{fg} - T_0\right) \tag{2.22}$$

ดังนั้นจะเห็นว่าในเทอมแรกของสมการที่ (2.22) เป็นเทอมที่บ่งบอกถึงความร้อนที่ถ่ายเทออกจากทรงกลม ซึ่งขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของอัตราการลดลงของความร้อนที่สะสมภายในทรงกลมต่อพื้นที่หน้าตัดของทรงกลม และเทอมที่สองเป็นเทอมบอกถึงความร้อนที่เหลือจากการใช้เพิ่มอุณหภูมิของของเหลวขึ้นเป็นอุณหภูมิที่จุดเดือด

บทที่ 3

การไหลของของไหลและระบบสมการเชิงอนุพันธ์

3.1 การไหลของของไหล[2]

กระบวนการพิจารณาการไหลของของไหลอาจแบ่งได้เป็น 2 ชนิดใหญ่ๆ คือ

1. การไหลของของไหลในจินตภาพ (Ideal Flow) เป็นการไหลที่ไม่มีความหนืดแม้ว่าคุณสมบัติดังกล่าวนี้จะไม่มีอยู่จริงในทางธรรมชาติ การไหลลักษณะนี้ก็สามารถประยุกต์ใช้ได้สำหรับระบบ ซึ่งของไหลมีความหนืดต่ำ เช่นการไหลของอากาศ เป็นต้น
2. การไหลของของไหลมีความหนืด (Viscous Flow) จะมีผลกระทบเนื่องจากความหนืด โดยที่ความหนืดนี้เกิดขึ้นเนื่องจากการถ่ายเทโมเมนตัม ขึ้นระหว่างอนุภาคของของไหล เมื่ออนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่แตกต่างกัน

สำหรับลักษณะการไหลของของไหลนั้นมีสองลักษณะคือ การไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) เป็นการไหลซึ่งอนุภาคของของไหลที่มีความหนืดจะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบเรียงตัวเป็นชั้นๆ และการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) ซึ่งอนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่อย่างไม่เป็นระเบียบทำให้ ลักษณะของการไหลไม่แน่นอน อีกทั้งยังมีการไหลวนเกิดการผสมกัน โดยปกติแล้วการไหลของของไหลทั้งสองชนิดนี้สามารถบ่งชี้ได้จากค่าพารามิเตอร์ไร้มิติคือ ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynold Number,Re) โดยนิยามว่าเป็นอัตราส่วนของแรงเฉื่อยต่อแรงหนืด ซึ่งได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

เมื่อความหนืดในของไหล (μ) มีค่าสูงหรือความเร็วของของไหล (v) ต่ำ ทำให้เรย์โนลด์นัมเบอร์มีค่าต่ำนั่นแสดงว่าการไหลของของไหลเข้าใกล้ลักษณะการไหลแบบราบเรียบ ในทางตรงกันข้ามหากความหนืดของของไหลมีค่าน้อยหรือความเร็วของของไหลสูง ทำให้เรย์โนลด์นัมเบอร์มีค่าสูง ลักษณะการไหลจะเข้าใกล้การไหลแบบปั่นป่วน

3.2 ระบบสมการเชิงอนุพันธ์[2],[11]

สำหรับการคำนวณเกี่ยวกับการไหลนั้น จะต้องคำนวณระบบสมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งประกอบด้วย 3 สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่สอดคล้องกันคือ

1. สมการการอนุรักษ์มวล (Conservation of mass)
2. สมการการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of momentum)
3. สมการการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of energy)

สมการเชิงอนุพันธ์เหล่านี้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบไม่เชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วยตัวแปรตาม (Dependent variables) ที่ไม่ทราบค่าหลายตัวแปร ได้แก่ตัวแปรของความเร็วในทิศต่างๆ กัน ตัวแปรของความดันและตัวแปรของอุณหภูมิ เพื่อลดความซับซ้อนของการคำนวณปัญหาที่ทำการศึกษานี้ได้สมมติให้มีการกระจายของอุณหภูมิสม่ำเสมอคงที่ทั่วทั้งขอบเขตการไหล ยกเว้นแต่ที่รอยต่อกับชั้นฟิล์ม ดังนั้นจะหลีกเลี่ยงไม่ต้องแก้สมการการอนุรักษ์พลังงาน และจะพิจารณาเพียงสมการการอนุรักษ์มวลและโมเมนตัมเท่านั้น

3.2.1 สมการการอนุรักษ์มวล

เมื่อพิจารณาถึงปริมาตรเล็กๆ อันหนึ่งซึ่งมีของไหล ไหลเข้าสู่ปริมาตรเล็กๆ นี้ พบว่า

อัตราการเปลี่ยนแปลง	=	อัตราการไหลของ	-	อัตราการไหลของ	
มวลภายในปริมาตร		มวลของของเหลว		มวลของของเหลว	(3.1)
		เข้าสู่ปริมาตร		ออกจากปริมาตร	

ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์บางส่วนได้ดังนี้

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\left(\vec{\nabla} \cdot \rho \bar{v}\right) \qquad (3.2)$$

โดยที่เวกเตอร์ $\rho \bar{v}$ คือการไหลของมวลซึ่งเป็นอัตราสุทธิของมวลที่ไหลผ่านต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

และ $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นภายในปริมาตรเล็กๆ นั้น

3.2.2 สมการการอนุรักษ์โมเมนตัม

เช่นเดียวกันเมื่อพิจารณาปริมาตรเล็กๆ หนึ่งจะสามารถดุลโมเมนตัมคือ

อัตราการเพิ่มขึ้นของโมเมนตัม	=	อัตราโมเมนตัมที่เข้าสู่ปริมาตร	-	อัตราของโมเมนตัมที่ออกจากปริมาตร	-	ผลรวมของแรงที่กระทำบนปริมาตร	(3.3)

จะเห็นได้ว่าโมเมนตัมที่เข้าและออกจากปริมาตรของของไหลมีความเร็วทำให้เกิดการเคลื่อนย้ายเข้าออกในปริมาตรที่พิจารณา ซึ่งอาศัยกลไกหลัก 2 อย่างคือกลไกจากการพา (convection) โดยอาศัยการเคลื่อนที่ของของไหลที่เป็นกลุ่มก้อน (bulk fluid flow) เป็นหลัก และกลไกที่สองคือการถ่ายเทโมเมนตัมระหว่างโมเลกุลของของไหล ซึ่งจะแสดงให้เห็นได้คือความหนืด (viscosity)

แรงที่กระทำบนปริมาตรนี้มีทั้งแรงที่กระทำกับวัตถุทั้งหมด(Body force)และแรงที่ผิว (Surface force) แรงที่กระทำกับวัตถุทั้งหมดเป็นแรงที่กระทำกับวัตถุโดยไม่มีการสัมผัส เช่นแรงโน้มถ่วง ความดัน แรงแม่เหล็ก และแรงทางไฟฟ้า แรงที่สำคัญและมักนำมาพิจารณาโดยทั่วไปก็คือแรงโน้มถ่วงและความดันในระบบ ส่วนแรงที่ผิวเป็นแรงที่กระทำบนพื้นผิววัตถุโดยตรงได้แก่ แรงเนื่องจากความเค้นในแนวตั้งฉากและความเค้นเฉือน

จากสมการที่ (3.3) สามารถเขียนอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์บางส่วนได้ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\bar{v})}{\partial t} = -\left[\bar{\nabla}\cdot\rho\bar{v}\bar{v}\right] - \bar{\nabla}P - \bar{\nabla}\cdot\bar{\tau} + \rho\bar{g} \qquad (3.4)$$

โดยที่ $\frac{\partial(\rho\bar{v})}{\partial t}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมต่อหน่วยปริมาตร

$\bar{\nabla}\cdot\rho\bar{v}\bar{v}$ คือ ผลจากการไหลของโมเมนตัมโดยการพาต่อหน่วยปริมาตร

$\bar{\nabla}\cdot P$ คือผลจากการเปลี่ยนแปลงของความดันที่กระทำลงบนปริมาตรที่สนใจต่อหน่วยปริมาตร

$\bar{\nabla}\cdot\bar{\tau}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมเนื่องมาจากความหนืดต่อหน่วยปริมาตร

$\rho\bar{g}$ คือ แรงโน้มถ่วงของปริมาตรที่สนใจต่อหน่วยปริมาตร

สมการที่ (3.4) มีชื่อเรียกโดยทั่วไปว่าสมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes equation) จะเห็นได้ว่าสมการ (3.4) มีความสอดคล้องกับกฎข้อที่ 2 ของนิวตันที่กล่าวไว้ว่า แรงลัพธ์ที่กระทำบนวัตถุมีค่าเท่ากับผลคูณของมวลของวัตถุนั้นกับความเร่ง

3.3 ข้อสมมติฐานของการไหลที่ใช้ในวิทยานิพนธ์

เพื่อจำกัดขอบเขตและลดความซับซ้อนในการคำนวณ จะใช้สมมติฐานต่อไปนี้ในงานวิทยานิพนธ์นี้

3.2.1 การไหลที่สภาวะอยู่ตัว (Steady-state flow) เป็นสภาวะที่คุณสมบัติต่างๆ อันเกี่ยวเนื่องกับการไหล ภายในปริมาตรควบคุมไม่เป็นฟังก์ชันของเวลา การตั้งข้อสมมติฐานนี้ทำให้พจน์ที่เป็นค่าอนุพันธ์ของคุณสมบัติต่างๆ เทียบกับเวลามีค่าเป็นศูนย์

3.2.2 กำหนดให้ค่าความหนาแน่นของของไหลมีค่าคงที่ การไหลนี้จะเป็นการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ (Incompressible fluid) และกำหนดให้ความหนืดของของไหลมีค่าคงที่เช่นเดียวกัน

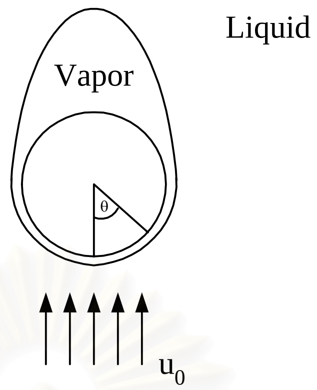
3.2.3 พิจารณาการไหลผ่านของของเหลวบริเวณรอบทรงกลม ภายใต้เงื่อนไขของการไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow)

3.2.4 พิจารณาการไหลผ่านของของเหลวด้วยพิกัดทรงกระบอก (r, θ, Z)

3.2.5 ของไหลที่ไหลมีความเร็วต้น u_0 ตามแนวแกน Z ที่ผิวทรงกลมความเร็วของของไหลจะลดลงอย่างรวดเร็วมีค่าเป็นศูนย์ รูปแบบของความเร็วจะเปลี่ยนแปลงทั้งทางแนวรัศมี (r) และแกน (Z) ดังแสดงในรูปที่ 3.1

3.2.6 การไหลมีลักษณะที่สมมาตรและไม่มีการไหลเวียนรอบแกน Z ดังนั้นจึงมีเพียงความเร็วตามแนวรัศมี (r) และแกน Z โดยไม่มีความเร็วตามแนว θ หรือ $v_\theta = 0$ อีกทั้งความเร็วตามแนวรัศมี (r) และแกน Z ไม่ขึ้นกับมุม θ

3.2.7 แรงโน้มถ่วงมีผลกระทบน้อยมากต่อระบบ



รูปที่ 3.1 แบบจำลองสำหรับการพาบังคับการเดือดแบบฟิล์มจากวัตถุทรงกลม

จากข้อสมมติฐานข้างต้น จะสามารถเขียนสมการอนุรักษ์มวลและสมการอนุรักษ์โมเมนตัมในรูปแบบที่ง่ายขึ้นได้

สมการการอนุรักษ์มวล สามารถลดรูปได้คือ

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \tag{3.5}$$

สมการที่ (3.5) สามารถเขียนในรูปของพิกัดทรงกระบอกดังนี้

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r v_r\right) + \frac{\partial v_Z}{\partial Z} = 0$$

หรือ

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_Z}{\partial Z} = 0 \tag{3.6}$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม สามารถเขียนได้ดังนี้

ตามทิศทางแนวรัศมี (r)

$$\rho\left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_Z \frac{\partial v_r}{\partial Z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial Z} \tag{3.7}$$

ตามทิศทางแนว Z

$$\rho\left(v_r \frac{\partial v_Z}{\partial r} + v_Z \frac{\partial v_Z}{\partial Z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial Z} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\tau_{rz}\right) \qquad (3.8)$$

โดยที่ $\tau_{rz} = -\mu\left[\frac{\partial v_Z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial Z}\right]$

3.4 วิธีการแก้สมการในรูปแบบของสมการไม่เชิงเส้น[12],[13]

ในบางปัญหาจะพบว่ามีสมการที่อยู่ในรูปแบบของสมการไม่เชิงเส้นหลายๆ สมการ และต้องการแก้สมการทั้งหลายเหล่านี้พร้อมกันเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ ซึ่งสมการในรูปแบบของสมการไม่เชิงเส้นจำเป็นต้องทำการแก้ปัญหาด้วยวิธีการทำซ้ำ โดยในที่นี้จะเลือกวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสัน (Newton- Raphson iteration) มาใช้

ระบบสมการไม่เชิงเส้นที่ประกอบด้วย n สมการ และมีตัวไม่รู้ค่า n ตัว นั่นคือ $x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= 0 \end{aligned} \qquad (3.9)$$

แนวคิดวิธีการทำซ้ำของนิวตันํ ราฟสัน คือการประยุกต์ใช้อนุกรมเทเลอร์ของฟังก์ชัน f_i ที่ประกอบด้วย n ตัวแปร คือ

$$\begin{aligned} &f_i(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, x_3 + \Delta x_3, \ldots, x_n + \Delta x_n) \\ &= f_i(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)\Delta x_j + \ldots \end{aligned} \qquad (3.10)$$

โดยในที่นี้ x_i, i =1,2,3,..n เสมือนเป็นค่าเริ่มต้นที่จะนำไปสู่การลู่เข้าหาผลลัพธ์ของ $x_i + \Delta x_i$ หากทำการละพจน์อันดับสูงขึ้นไปซึ่งใช้เพียง 2 พจน์แรก(อนุพันธ์ลำดับที่ 0 และอนุพันธ์ลำดับที่ 1) ทางด้านขวาของสมการที่ (3.10) ในขณะเดียวกันเนื่องจากค่าฟังก์ชันทางด้านซ้ายของสมการให้เท่ากับศูนย์ จะคำนวณผลลัพธ์ x_i, i = 1,2,3,..n ได้ดังนี้

$$0 = f_i\left(x_1, x_2, x_{3,} \ldots, x_n\right) + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_j}\left(x_1, x_2, x_{3,} \ldots, x_n\right)\Delta x_j \qquad (3.11)$$

หรือ

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Delta x_j = -f_i \qquad (3.12)$$

สมการที่ (3.12) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_3}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix} \qquad (3.13)$$

และจากสมการที่ (3.13) สามารถเขียนเป็นสัญญลักษณ์โดยย่อ ดังนี้

$$\left[J\right] \cdot \left\{\Delta x\right\} = -\left\{f\right\} \qquad (3.14)$$

โดยที่ $\left[J\right]$ เรียกว่า ยาโคเบียนเมตริก (Jacobian matrix) ซึ่งสัมประสิทธิ์ของเมตริกหาได้จาก $J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$

เมื่อได้ระบบสมการของปัญหาและสามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบดังเช่นในสมการที่ (3.14) แล้ว ถัดไปจะทำการคำนวณเพื่อแก้สมการโดยวิธีการทำซ้ำของนิวตัน ราฟสัน ประกอบด้วยขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 แก้สมการ

$$\left[J\right]^k \left\{\Delta x\right\}^{k+1} = -\left\{f\right\}^k \qquad (3.15)$$

โดยตัวยกระดับ k แทนการทำซ้ำครั้งที่ k

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าผลลัพธ์ใหม่จาก

$$\{x\}^{k+1} = \{x\}^{k} + \{\Delta x\}^{k+1} \tag{3.16}$$

ขั้นที่ 3 ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าลู่เข้าหาเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หรือไม่ หากยังไม่ถึงเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ให้ย้อนกลับไปทำขั้นที่ 1 ซ้ำใหม่

3.5 วิธีการแก้สมการในรูปแบบของสมการเชิงเส้น[14]

สำหรับปัญหาส่วนใหญ่ที่ต้องการคำนวณจะอยู่ในรูปของสมการหลายๆ สมการ ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้น และต้องการแก้สมการเหล่านี้พร้อมกันเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ หากมีสมการเชิงเส้นชุดหนึ่ง ที่สามารถเขียนในรูปทั่วไปได้ว่า

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1m}x_m &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2m}x_m &= b_2 \\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \cdots + a_{3m}x_m &= b_3 \\
\cdots \qquad & \cdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mm}x_m &= b_m
\end{aligned} \tag{3.17}$$

จากสมการที่ (3.17) นี้ประกอบด้วยสมการ m สมการ และมีตัวไม่รู้ค่า m จำนวน แทนโดย x_j เมื่อ $j = 1,2,\ldots,m$ โดยมี a_{ij} เป็นสัมประสิทธิ์ของสมการเมื่อ $i = 1,2,\ldots,m$ และ $j = 1,2,\ldots,m$ ส่วน b_i จะเรียกว่าค่าคงตัว(constant)

โดยสมการเชิงเส้นดังกล่าวสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริก เพื่อแก้ปัญหาได้เป็น

$$[A]\cdot\{x\} = \{B\} \tag{3.18}$$

เมื่อ A คือเมตริกของสัมประสิทธิ์ต่างๆ ที่รู้ค่าและเวกเตอร์ $\{x\}$ คือเมตริกของตัวแปร เวกเตอร์ $\{B\}$ คือ เมตริกของค่าคงตัว นั่นคือ

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \qquad (3.19)$$

ในการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นนั้น ถ้าหากสามารถเขียนเมตริกซ์ A เป็นผลของสองเมตริกซ์ คือ

$$[A] = [L] \cdot [U] \qquad (3.20)$$

โดยที่ $[L]$ คือ lower triangular matrix(มีสมาชิกเฉพาะเส้นทะแยงมุมจากมุมบนซ้ายสู่มุมล่างขวา และในส่วนที่ต่ำกว่าเส้นทะแยงมุม) และ $[U]$ คือ upper triangular matrix(มีสมาชิกเฉพาะเส้นทะแยงมุมจากมุมบนซ้ายสู่มุมล่างขวาและในส่วนที่สูงกว่าเส้นทะแยงมุม) เช่น ในกรณีของเมตริกซ์ขนาด m x m สมการข้างต้น จะมีลักษณะนี้ คือ

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \alpha_{m3} & \alpha_{mm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{1m} \\ 0 & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{2m} \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{mm} \end{bmatrix} \qquad (3.21)$$

ซึ่งสามารถใช้การแยกส่วนประกอบสมการข้างต้น เพื่อแก้ปัญหาเชิงเส้นได้ คือ

$$[A] \cdot \{x\} = ([L] \cdot [U]) \cdot \{x\} = [L] \cdot ([U] \cdot \{x\}) = \{B\} \qquad (3.22)$$

โดยในการแก้ปัญหาแรก จะทำการพิจารณา สำหรับเวกเตอร์ โดยที่ $\{Y\} = [U] \cdot \{x\}$ นั่นคือ

$$[L] \cdot \{Y\} = \{B\} \qquad (3.23)$$

เมื่อทราบค่า $\{Y\}$ จะสามารถคำนวณค่า $\{x\}$ ได้จากสมการ

$$[U]\cdot\{x\} = \{Y\} \tag{3.24}$$

สมการแรกสามารถแก้ปัญหาได้โดยการแทนค่าไปข้างหน้า (*forward substitution*) ซึ่งเป็นไปตามสมการดังนี้

$$y_1 = \frac{b_1}{\alpha_{11}} \tag{3.25}$$

$$y_i = \frac{1}{\alpha_{ii}}\left[b_i - \sum_{j=1}^{i-1}\alpha_{ij}y_i\right] \tag{3.26}$$

โดยที่ $i = 2,\ 3,\ \ldots, m$

ในขณะที่สมการที่สองสามารถแก้ปัญหาได้โดย การแทนค่ากลับ (*back substitution*) นั่นคือ

$$\{x\}_m = \frac{\{Y\}_m}{\beta_{mm}} \tag{3.27}$$

$$x_i = \frac{1}{\beta_{ii}}\left[y_i - \sum_{j=i+1}^{m}\beta_{ij}x_j\right] \tag{3.28}$$

โดยที่ $i = m-1,\ m-2,\ \ldots,1$

เมื่อคำนวณค่าสมาชิกแต่ละตำแหน่งในเมตริก $[L]$ และ $[U]$ จากสมการข้างต้นทั้งสองจะสามารถหาคำตอบของชุดสมการเชิงเส้นได้

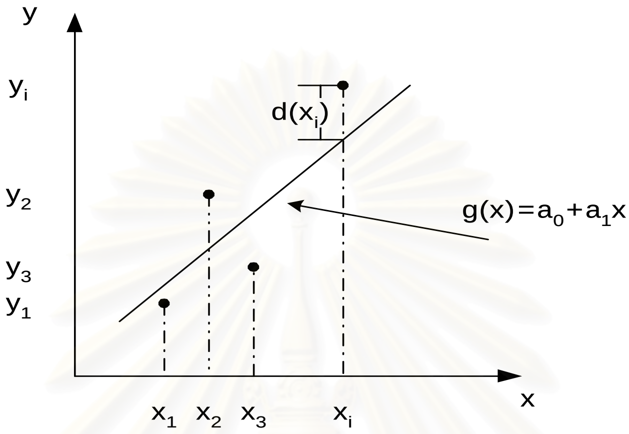
3.6 วิธีผลต่างกำลังสองน้อยสุด (Least square fit)[12]

3.6.1 การถดถอยเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Single variable, linear regression)

เป็นวิธีที่ใช้ในการสร้างฟังก์ชันเส้นตรงสำหรับชุดของข้อมูลที่กำหนดมาให้ รูปที่ 3.2 แสดงชุดของข้อมูลที่ประกอบด้วย x_i และ y_i โดย $i = 1,2,\ldots,n$ นั่นคือมีจำนวนข้อมูลทั้งหมด n ข้อมูล ซึ่งสามารถสร้างสมการเส้นตรงในรูปแบบของฟังก์ชันดังนี้

$$g(x) = a_0 + a_1 x \tag{3.29}$$

โดย a_0 และ a_1 เป็นค่าคงที่ที่ไม่รู้ค่าและต้องการคำนวณหาจากสมการที่ (3.29) สมการเส้นตรงนี้ทำให้เกิดค่าความผิดพลาดกำลังสองโดยเฉลี่ยน้อยที่สุดจากข้อมูลทุกข้อมูลที่กำหนดมา



รูปที่ 3.2 ฟังก์ชันเส้นตรงสำหรับชุดข้อมูลที่กำหนดมาให้

จากรูปที่ 3.2 จะเห็นว่าตำแหน่ง x_i ของข้อมูล i ใดๆ ค่าของฟังก์ชัน g(x) ที่สร้างขึ้นมีค่าที่แตกต่างไปจากค่าของข้อมูล y_i เท่ากับ $d(x_i)$ นั่นหมายถึงค่าความผิดพลาด (E) ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากข้อมูลทั้งหมด n ข้อมูล ซึ่งเขียนอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left[d\left(x_i\right)\right]^2 \tag{3.30}$$

หรือเขียนใหม่ได้ว่า

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - g\left(x_i\right)\right]^2 \tag{3.31}$$

หากนำสมการที่ (3.29) ที่ $x=x_i$ แทนลงในสมการที่ (3.31) จะได้

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - \left(a_0 + a_1 x_i\right)\right]^2 \tag{3.32}$$

จากสมการที่ (3.32) สามารถหาตัวไม่รู้ค่า a_0 และ a_1 ที่ต้องการโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Least square) ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าต่ำสุด (Minimization) ของค่าความผิดพลาดโดยเกี่ยวข้องกับตัวไม่รู้ค่า คือ

$$\frac{\partial E}{\partial a_0} = 0 \tag{3.33a}$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_1} = 0 \tag{3.33b}$$

และจากสมการที่ (3.33a) ให้ผลลัพธ์ดังนี้

$$2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - \left(a_0 + a_1 x_i\right)\right]\left(-1\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} a_0 - \sum_{i=1}^{n} a_1 x_i = 0$$

$$n a_0 + \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) a_1 = \sum_{i=1}^{n} y_i \tag{3.34a}$$

และจากสมการที่ (3.33b) ให้ผลลัพธ์ดังนี้

$$2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - \left(a_0 + a_1 x_i\right)\right]\left(-x_i\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} a_0 x_i - \sum_{i=1}^{n} a_1 x_i^2 = 0$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) a_0 + \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) a_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \tag{3.34b}$$

สมการที่ (3.34a) และ (3.34b) เขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกดังนี้

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \end{bmatrix}$$

จากเมตริกซ์ดังกล่าวนี้สามารถหาคำตอบคือ a_0 และ a_1 ได้ โดยการแก้ระบบสมการด้วยวิธี LU เมื่อนำคำตอบที่ได้แทนลงในสมการที่ (3.29) จะได้สมการเส้นตรงที่แสดงการถดถอยแบบเชิงเส้น

3.6.2 การถดถอยเชิงเส้นหลายตัวแปร (Multiple variables, linear regression)

ในทำนองเดียวกันชุดฟังก์ชันเส้นตรงตามสมการที่ (3.29) จะเห็นว่าเป็นสมการเชิงเส้น โดยที่ตัวแปรตาม y ขึ้นอยู่กับตัวแปรต้น x เพียงตัวเดียว หากแต่ในบางปัญหาตัวแปร y ยังสามารถขึ้นอยู่กับตัวแปรต้น x ได้มากกว่าหนึ่งตัว ซึ่งสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k) \tag{3.35}$$

โดยที่ k แทนจำนวนตัวแปรทั้งหมด

หากข้อมูลของตัวแปรตาม y ที่เปลี่ยนแปลงไปตามตัวแปรต้น x_j , j= 1,2,3,..,k ทั้งหมด k ตัว สามารถนำข้อมูลมาพล็อตเพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงของตัวแปร y กับตัวแปร x_j ทีละตัว โดยที่ลักษณะการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอยู่ในรูปแบบของเชิงเส้น ดังนั้นจะทำการสร้างฟังก์ชัน g ที่แปรผันกับ x_j ได้โดยเริ่มจากการใช้สมการเชิงเส้น ดังนี้

$$g = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k \tag{3.36}$$

โดย a_j , j = 0,1,2,..,k เป็นค่าคงที่ที่ไม่รู้ค่าซึ่งสามารถคำนวณโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด คือเขียนสมการของความผิดพลาด (E) ของข้อมูลทั้งหมด n ข้อมูลที่เบี่ยงเบนไปจากฟังก์ชัน g ดังนี้

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - \left(a_0 + a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i} + \ldots + a_k x_{ki} \right) \right]^2 \tag{3.37}$$

จากนั้นทำการหาค่าต่ำสุดของความผิดพลาด (E) โดยเกี่ยวข้องกับตัวไม่รู้ค่าดังนี้

$$\frac{\partial E}{\partial a_0} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_1} = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_k} = 0$$

และทำการกระจายพจน์ต่างๆ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกดังนี้

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=0}^{n} x_{1i} & \sum_{i=0}^{n} x_{2i} & \cdots & \sum_{i=0}^{n} x_{ki} \\ \sum_{i=0}^{n} x_{1i} & \sum_{i=0}^{n} x_{1i} x_{1i} & \sum_{i=0}^{n} x_{1i} x_{2i} & \cdots & \sum_{i=0}^{n} x_{1i} x_{ki} \\ \sum_{i=0}^{n} x_{2i} & \sum_{i=0}^{n} x_{1i} x_{2i} & \sum_{i=0}^{n} x_{2i} x_{2i} & \cdots & \sum_{i=0}^{n} x_{2i} x_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=0}^{n} x_{ki} & \sum_{i=0}^{n} x_{1i} x_{ki} & \sum_{i=0}^{n} x_{2i} x_{ki} & \cdots & \sum_{i=0}^{n} x_{ki} x_{ki} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n} y_i \\ \sum_{i=0}^{n} x_{1i} y_i \\ \sum_{i=0}^{n} x_{2i} y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{n} x_{ki} y_i \end{bmatrix}$$

แล้วทำการแก้สมการหาคำตอบ $a_0, a_1, \ldots, a_k$ โดยวิธี LU

บทที่ 4

วิธีการและขั้นตอนดำเนินงานวิจัย

การดำเนินงานวิจัยนี้สามารถแบ่งการทำงานเป็น 2 ขั้นตอนหลักคือ (1) คำนวณหาความเร็วของของไหลรอบวัตถุทรงกลม ทั้งนี้เนื่องจากความเร็วของของไหลมีส่วนสำคัญอย่างมากต่อการถ่ายเทความร้อนออกจากวัตถุทรงกลม และ (2) การคำนวณหาอุณหภูมิและความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นและเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา

4.1 การคำนวณความเร็วการไหลรอบทรงกลม

จากสมการการอนุรักษ์มวล สมการการอนุรักษ์โมเมนตัมตามแนวแกน r และ z ที่ได้ลดรูปแล้วในบทที่ 3 [สมการที่ (3.6) (3.7) และ (3.8)] เมื่อนำมาพิจารณา โดยสมมติค่าของ v_r, v_Z และ P ขึ้นมาล่วงหน้า จะพบว่าสมการที่ (3.6) (3.7) และ(3.8) อาจไม่เป็นจริง กล่าวคือมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ดังนั้นจะสามารถเขียนได้ว่า

$$\xi_1 = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \tag{4.1a}$$

$$\xi_2 = \rho\left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z}\right) + \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \tag{4.1b}$$

และ

$$\xi_3 = \rho\left(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) + \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial (r\tau_{rz})}{\partial r} \tag{4.1c}$$

โดยที่ $\tau_{rz} = -\mu\left[\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z}\right]$

เมื่อ ξ_1 ξ_2 และ ξ_3 คือค่าความคลาดเคลื่อนของสมการที่ (4.1a) (4.1b) และ (4.1c) ตามลำดับ

เมื่อกำหนดให้

$$\xi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\lambda \xi_1^2\right)_i + \left(\xi_2^2 + \xi_3^2\right)_i \tag{4.2}$$

โดยที่ □ เป็นค่าคงที่ที่ยังไม่ได้กำหนดค่า

เพื่อที่จะลดความคลาดเคลื่อนของคำตอบโดยรวม (□□) ดังกำหนดโดยสมการ(4.2) ให้น้อยที่สุด จะได้ว่าค่าของ v_r v_z และ P ที่ดีที่สุดคือค่าที่ทำให้

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial v_r} = 0 \tag{4.3a}$$

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial v_z} = 0 \tag{4.3b}$$

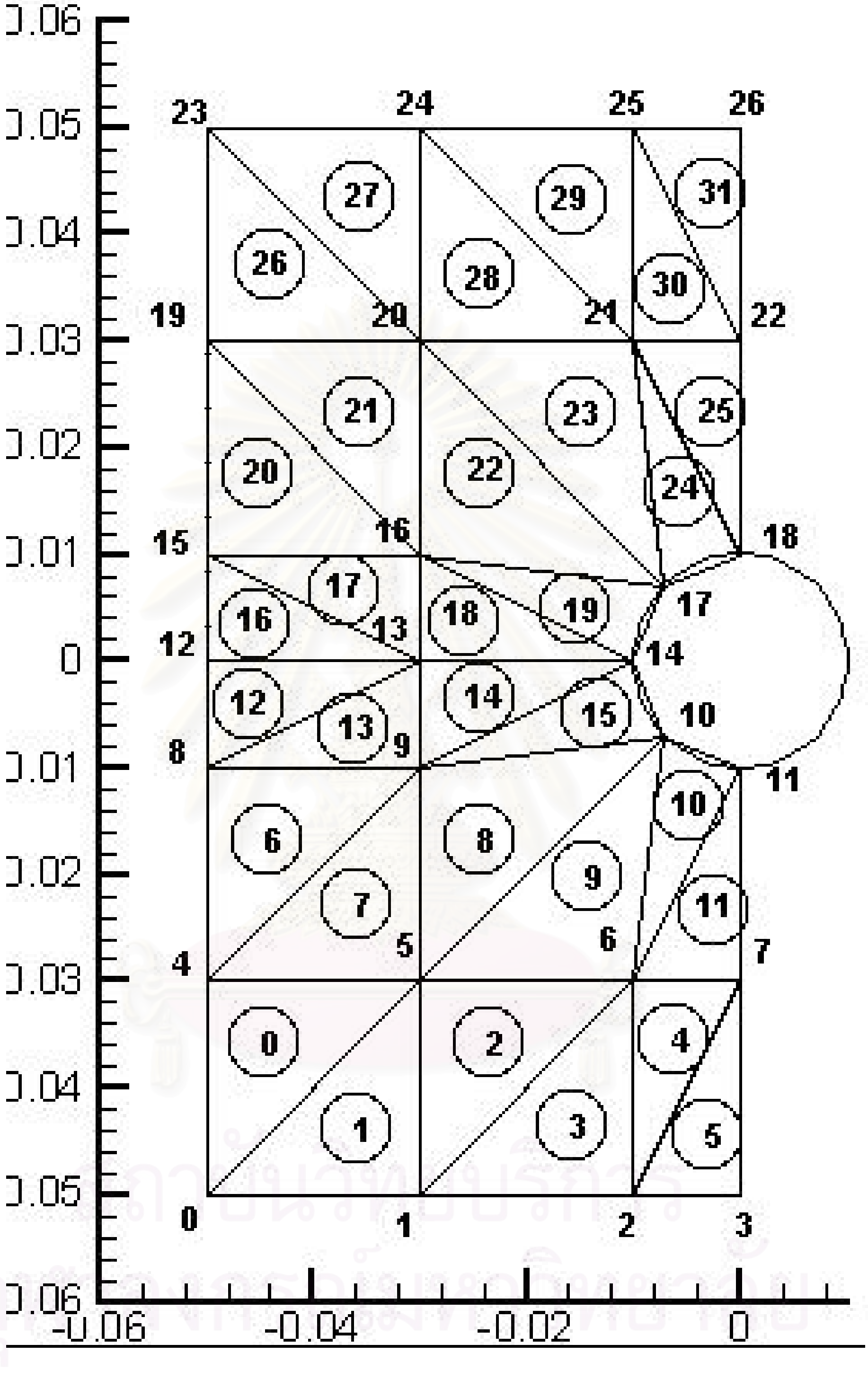
และ

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial P} = 0 \tag{4.3c}$$

ทั้งนี้จะบังคับให้

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial \lambda} = 0 \tag{4.3d}$$

ในการประมาณค่าของ v_r v_z และ P สามารถกระทำได้โดยการแบ่งพื้นที่ที่จะพิจารณาเป็นส่วน ๆ ดังแสดงในรูป 4.1 ในการพิจารณานี้จะกำหนดให้ของไหลที่ไหลผ่านวัตถุทรงกลมทางด้านซ้ายและขวามีสมมาตร



รูปที่ 4.1 พื้นที่ที่จะพิจารณาในการคำนวณหาความเร็วและความดันที่ไหลผ่านวัตถุทรงกลม

จากรูปที่ 4.1 จะเห็นได้ว่าระบบถูกแบ่งออกเป็นองค์ประกอบ (element) ย่อยๆ ซึ่งองค์ประกอบ (element)เหล่านี้มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม ประกอบด้วยจุดยอดของสามเหลี่ยมจะเรียกว่าโหนด แต่ละโหนดมีค่าพิกัด (r,z) ค่าความเร็วการไหลและค่าความดันเฉพาะสำหรับโหนดนั้นๆ อาศัยค่าความเร็วการไหลและค่าความดันที่โหนดทั้งสาม จะประมาณค่าความเร็วการไหลและค่าความดันภายในองค์ประกอบ (element) ที่ล้อมรอบโดยโหนดทั้งสามโดยใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้นได้เป็น

$$v_r^{[e]} = A_r(v_{r1},v_{r2},v_{r3})r + B_r(v_{r1},v_{r2},v_{r3})z + C_r(v_{r1},v_{r2},v_{r3}) \qquad (4.4a)$$

$$v_z^{[e]} = A_z(v_{z1},v_{z2},v_{z3})r + B_z(v_{z1},v_{z2},v_{z3})z + C_z(v_{z1},v_{z2},v_{z3}) \qquad (4.4b)$$

$$P^{[e]} = A_P(P_1,P_2,P_3)r + B_P(P_1,P_2,P_3)z + C_P(P_1,P_2,P_3) \qquad (4.4c)$$

โดยฟังก์ชัน A, B และ C สำหรับ r,z และ P เหล่านี้ แปรตามพิกัดในแต่ละองค์ประกอบ (element) ซึ่งสามารถเขียนในรูปเมตริก ดังนี้

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}_{r,z,P} = \begin{bmatrix} r_1 & z_1 & 1 \\ r_2 & z_2 & 1 \\ r_3 & z_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \qquad (4.4d)$$

โดยที่ X_i (i=1,2,3) แทน v_{ri}, v_{zi} และ P_i ตามลำดับ
เมื่อนำสมการที่ (4.4a-c) ไปแทนในสมการที่ (4.1a-c) จะได้

$$\xi_1 = A_r + A_r + B_r \frac{z}{r} + \frac{C_r}{r} + B_z \qquad (4.5a)$$

$$\xi_2 = \rho(v_r A_r + v_z B_r) + A_P \qquad (4.5b)$$

$$\xi_3 = \rho(v_r A_z + v_z B_z) + B_P - \frac{\mu}{r}(A_z + B_r) \qquad (4.5c)$$

หรือ

$$\xi_1^2 = \left[2A_r + B_r\left(1 + \frac{z}{r}\right) + \frac{C_r}{r} + B_z\right]^2 \qquad (4.6a)$$

$$\xi_2^2 = \left[\rho v_r A_r + \rho v_z B_r + A_P\right]^2 \tag{4.6b}$$

$$\xi_3^2 = \left[A_z\left(\rho v_r - \frac{\mu}{r}\right) + \rho v_z B_z + B_P - \frac{\mu}{r} B_r\right]^2 \tag{4.6c}$$

ดังนั้นหากนำสมการที่ (4.6a-c) แทนลงในสมการที่ (4.2) และ (4.3a-d) ตามลำดับ และพิจารณานับตามองค์ประกอบย่อยดังแสดงในรูป 4.1 จะได้

$$\xi^2 = \sum_{i=1}^{n}\left\{\lambda\left[2A_r + B_r\left(1+\frac{z}{r}\right) + \frac{C_r}{r} + B_z\right]^2 + \left[\rho v_r A_r + \rho v_z B_r + A_P\right]^2 \right.$$
$$\left. + \left[A_z\left(\rho v_r - \frac{\mu}{r}\right) + \rho v_z B_z + B_P - \frac{\mu}{r} B_r\right]^2\right\} \tag{4.7}$$

เมื่อ n คือจำนวนองค์ประกอบย่อยทั้งหมด

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial v_{rj}} = \sum_{i=n}^{n}\left\{2\lambda\left[2A_r + B_r\left(1+\frac{z}{r}\right) + \frac{C_r}{r} + B_z\right]\cdot\left[2\frac{\partial A_r}{\partial v_{rj}} + \left(1+\frac{z}{r}\right)\frac{\partial B_r}{\partial v_{rj}} + \frac{1}{r}\frac{\partial C_r}{\partial v_{rj}}\right]\right.$$
$$+ 2\left[\rho v_r A_r + \rho v_z B_r + A_P\right]\cdot\left[\rho v_r \frac{\partial A_r}{\partial v_{rj}} + \rho A_r \frac{\partial v_r}{\partial v_{rj}} + \rho v_z \frac{\partial B_r}{\partial v_{rj}}\right]$$
$$\left. + 2\left[A_z\left(\rho v_r - \frac{\mu}{r}\right) + \rho v_z B_z + B_P - \frac{\mu}{r} B_r\right]\cdot\left[\rho A_z \frac{\partial v_r}{\partial v_{rj}} - \frac{\mu}{r}\frac{\partial B_r}{\partial v_{rj}}\right]\right\}_i$$
$$= 0 \tag{4.8a}$$

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial v_{zj}} = \sum_{i=1}^{n}\left\{2\lambda\left[2A_r + B_r\left(1+\frac{z}{r}\right) + \frac{C_r}{r} + B_z\right]\frac{\partial B_z}{\partial v_{zj}}\right.$$
$$+ 2\left[\rho v_r A_r + \rho v_z B_r + A_P\right]\rho B_r \frac{\partial v_z}{\partial v_{zj}}$$
$$+ 2\left[A_z\left(\rho v_r - \frac{\mu}{r}\right) + \rho v_z B_z + B_P - \frac{\mu}{r} B_r\right]$$
$$\left.\cdot\left[\left(\rho v_r - \frac{\mu}{r}\right)\frac{\partial A_z}{\partial v_{zj}} + \rho v_z \frac{\partial B_z}{\partial v_{zj}} + \rho B_z \frac{\partial v_z}{\partial v_{zj}}\right]\right\}_i$$
$$= 0 \tag{4.8b}$$

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial P_j} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ 2\left[\rho v_r A_r + \rho v_z B_r + A_P\right]\frac{\partial A_P}{\partial P_j} \right.$$

$$\left. + 2\left[A_z \left(\rho v_r - \frac{\mu}{r} \right) + \rho v_z B_z + B_P - \frac{\mu}{r} B_r \right] \frac{\partial B_P}{\partial P_j} \right\}_i = 0 \qquad (4.8c)$$

และ

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \left[2A_r + B_r\left(1 + \frac{z}{r}\right) + \frac{C_r}{r} + B_z \right] \right\}_i^2 = 0 \qquad (4.8d)$$

จากสมการที่ (4.8d) จะเห็นว่าสมการนี้จะเป็นจริงได้ก็ต่อเมื่อ

$$\left[2A_r + B_r\left(1 + \frac{z}{r}\right) + \frac{C_r}{r} + B_z \right]_i = 0 \qquad (4.9)$$

สำหรับทุก ๆ ค่า i

ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการแก้สมการ จะพิจารณาสมการที่ (4.8a-b) ว่าพจน์ในสมการสามารถละทิ้งได้ จึงเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial v_{rj}} = \sum_{i=n}^{n} \left\{ + 2\left[\rho v_r A_r + \rho v_z B_r + A_P\right] \cdot \left[\rho v_r \frac{\partial A_r}{\partial v_{rj}} + \rho A_r \frac{\partial v_r}{\partial v_{rj}} + \rho v_z \frac{\partial B_r}{\partial v_{rj}} \right] \right.$$

$$\left. + 2\left[A_z \left(\rho v_r - \frac{\mu}{r} \right) + \rho v_z B_z + B_P - \frac{\mu}{r} B_r \right] \cdot \left[\rho A_z \frac{\partial v_r}{\partial v_{rj}} - \frac{\mu}{r} \frac{\partial B_r}{\partial v_{rj}} \right] \right\}_i$$

$$= 0 \qquad (4.10a)$$

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial v_{zj}} = \sum_{i=1}^{n} \Bigg\{ + 2\left[\rho v_r A_r + \rho v_z B_r + A_P\right]\rho B_r \frac{\partial v_z}{\partial v_{zj}}$$
$$+ 2\left[A_z\left(\rho v_r - \frac{\mu}{r}\right) + \rho v_z B_z + B_P - \frac{\mu}{r} B_r\right]$$
$$\cdot\left[\left(\rho v_r - \frac{\mu}{r}\right)\frac{\partial A_z}{\partial v_{zj}} + \rho v_z \frac{\partial B_z}{\partial v_{zj}} + \rho B_z \frac{\partial v_z}{\partial v_{zj}}\right]\Bigg\}_i$$
$$= 0 \qquad (4.10b)$$

จะเห็นได้ว่าเหลือเพียงสามสมการหลักคือ สมการที่ 4.10a-b และ 4.8c ที่ต้องทำการแก้สมการไปพร้อมกัน เนื่องจาก 3 สมการนี้อยู่ในรูปของสมการไม่เชิงเส้น การคำนวณต้องใช้การประมาณเชิงเส้น (linearization) และการขยับค่า (iteration) ในการคำนวณนี้จะใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสัน ซึ่งได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 3 มาทำการแก้สมการ

จากสมการที่ 4.10 a-b และ 4.8c จะเขียนให้กระทัดรัดเพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ดังนี้

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial x_k} = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\xi_2 F_{2j} + \xi_3 F_{3j}\right]_i = 0 \qquad (4.11)$$

โดยที่

$$F_{2j} = \frac{\partial \xi_2}{\partial x_k} \qquad (4.12a)$$

และ

$$F_{3j} = \frac{\partial \xi_3}{\partial x_k} \qquad (4.12b)$$

จากสมการที่ (4.12a-b) จะเห็นว่า F_{2j} และ F_{3j} เป็นเทอมค่าคงที่เสมอ แต่สำหรับเทอมของ ξ_2 และ ξ_3 สามารถแยกเทอมออกมาได้ 2 เทอมคือเทอมที่หนึ่ง เป็นเทอมที่สามารถคำนวณได้จากคำตอบในการประมาณครั้งก่อนหน้า แทนด้วยสัญลักษณ์ D_2 และ D_3 ตามลำดับ ส่วนเทอมที่สองเป็นเทอมที่เปลี่ยนแปลงกับขนาดของ Δx_k ซึ่งสามารถเขียนได้ดังสมการดังนี้

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\left\{D_2 + \sum_{k=1}^{unk*3} a_{2k}\Delta x_k\right\}F_{2j} + \left\{D_3 + \sum_{k=1}^{unk*3} a_{3k}\Delta x_k\right\}F_{3j}\right]_i = 0 \qquad (4.13)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{unk*3}\left(a_{2k}F_{2j} + a_{3k}F_{3j}\right)\Delta x_k\right] = -\sum_{i=1}^{n}\left[D_2 F_{2j} + D_3 F_{3j}\right]_i \qquad (4.14)$$

โดยที่ i= 1,2,.., จำนวนองค์ประกอบ (element)

j =1,2,..,จำนวนโหนดที่ไม่รู้ค่า

k= 1,2,..,จำนวนสามเท่า (v_r, v_z และ P) ของจำนวนโหนดที่ไม่รู้ค่า

Δx_k คือ Δv_{rj} , Δv_{zj} และ ΔP_j ตามลำดับ

สมการที่ (4.14) เป็นสมการเชิงเส้นซึ่งสามารถนำมาแก้สมการโดยวิธี LU ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ของคำตอบ Δx_k และเมื่อได้คำตอบนำค่าคำตอบที่ได้ไปปรับค่าเพื่อให้ได้คำตอบที่แท้จริง

4.2 ขั้นตอนการคำนวณสำหรับการคำนวณหาความเร็วตามแนวแกน r และ z

4.2.1 ทำการพิจารณาขนาดของขอบเขตของระบบ (กำหนดให้รัศมีของวัตถุทรงกลมคือ R = 5.56×10^{-3} m) ทั้งนี้ระยะที่วัดจากจุดศูนย์กลางของทรงกลมตามแนวแกน r มีขนาดเท่ากับ 5R และระยะที่วัดจากผิวทรงกลมตามแนวแกน z ทั้งทางด้านบนและด้านล่างมีขนาดเท่ากับ 5R พร้อมกันนี้ทำการแบ่งระบบออกเป็นองค์ประกอบ (element) ย่อยๆ รูปสามเหลี่ยม กำหนดหมายเลขโหนดบนจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม และหมายเลขสำหรับแต่ละองค์ประกอบ (element) ดังแสดงในรูปที่ 4.1 สุดท้ายจึงกำหนดค่าพิกัด (r,z) บนแต่ละโหนด

4.2.2 อ่านข้อมูล นำเข้าซึ่งประกอบด้วย

- คุณสมบัติของของไหล ได้แก่ ความหนาแน่น และความหนืด
- จำนวนองค์ประกอบ (element) ทั้งหมด จำนวนโหนด
- ข้อมูลของทุกโหนด ได้แก่ หมายเลขโหนด สถานะของโหนด (ทราบหรือไม่ทราบค่า) เงื่อนไขขอบเขตของโหนด ค่าเริ่มต้นของโหนดและพิกัดของโหนด
- ข้อมูลของทุกองค์ประกอบ (element) ได้แก่หมายเลขขององค์ประกอบ (element) โหนดที่อยู่บนองค์ประกอบ (element) และค่าเฉลี่ยพิกัดขององค์ประกอบ (element)
- ค่าความคลาดเคลื่อนที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการหยุดการคำนวณ

<u>ตัวอย่าง</u>

ตัวอย่างของข้อมูลนำเข้า ประกอบด้วยจำนวนโหนดทั้งหมด 27 โหนดและจำนวนองค์ประกอบ (element)ทั้งหมด 32 องค์ประกอบ (element) มีโหนดที่ไม่รู้ค่าทั้งหมด 9 โหนด ได้แก่โหนดหมายเลข 5, 6, 7, 9, 13, 16, 20, 21 และ 22 นอกจากนี้แล้วโหนดที่เหลืออีก 18 โหนดเป็นโหนดที่รู้ค่าทั้งหมด สำหรับข้อมูลนำเข้าชุดที่ 2 และข้อมูลชุดที่ 3 เท่านั้น ซึ่งค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลนำเข้าจะแสดงไว้ในหัวข้อถัดไป โดยมีเงื่อนไขขอบเขตดังนี้

(ก) โหนดหมายเลข 0, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 15, 19, 23, 24, 25 และ 26 หากพิจารณาว่าอยู่ไกลจากทรงกลมมากๆ อาจสมมติได้ว่าของไหล ณ โหนดดังกล่าวมีความเร็วเท่ากับความเร็วเริ่ม ซึ่งในที่นี้กำหนดให้เท่ากับ 1 m/s และมีความดันเท่ากับความดันเกจคือศูนย์

สำหรับเงื่อนไขขอบเขตของโหนด 11, 10, 14, 17 และ 18 ซึ่งเป็นโหนดที่อยู่บริเวณผิวทรงกลม โดยเหตุที่ของไหลไม่สามารถทะลุผ่านได้ดังนั้นจึงกำหนดความเร็วของไหลที่โหนดดังกล่าวเท่ากับศูนย์ โดยธรรมชาติแล้วในการไหลของของไหลจะเคลื่อนที่ได้นั้นความดันส่วนหน้าของผิวทรงกลมจะมากกว่าความดันในส่วนหลังของผิวทรงกลม จากการทดลองคำนวณพบว่าเมื่อกำหนดให้ความดันที่ผิวทรงกลมที่โหนด 10 และ 11 มีค่าเท่ากันคือ 60 N/m^2 ขณะที่ความดันที่ผิวทรงกลมที่โหนด 14, 17 และ 18 มีค่าลดลงจากส่วนหน้าของทรงกลม 10% คือ 54 N/m^2 จะสามารถคำนวณได้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุด ดังนั้นจะกำหนดความดันที่โหนดดังกล่าว

4.2.3 คำนวณหาค่าฟังก์ชันจากสมการ (4.4d) สำหรับแต่ละองค์ประกอบ (element)

4.2.4 คำนวณหาค่า ξ^2 จากสมการที่ (4.7) โดยประมาณจากค่าเริ่มต้น

4.2.5 ตรวจสอบค่าความผิดพลาดของคำตอบที่ยอมรับได้ หาก $\left|\Delta v_{rj}\right|$, $\left|\Delta v_{zj}\right|$ และ $\left|\Delta P_j\right|$ ที่ j ใดๆ ตัวใดตัวหนึ่งมีค่ามากที่สุดแต่น้อยกว่าค่าความผิดพลาดของคำตอบที่ยอมรับได้ ให้พิมพ์ค่า v_{rj}^{n+1}, v_{zj}^{n+1} และ P_j^{n+1} จากนั้นคำนวณหาค่า ξ^2 จากสมการที่ (4.7) พร้อมทั้งพิมพ์ค่า ξ^2 และหยุดการทำงาน แต่ถ้าหาก $\left|\Delta v_{rj}\right|$, $\left|\Delta v_{zj}\right|$ และ $\left|\Delta P_j\right|$ ที่ j ใดๆ ตัวใดตัวหนึ่งมีค่ามากสุดแต่ยังมีค่ามากกว่าค่าความผิดพลาดของคำตอบที่ยอมรับได้ ให้ย้อนกลับไปทำในข้อ 4.2.5 ใหม่

4.2.6 ทำการแก้สมการ ที่ได้จากสมการที่ (4.13) โดยใช้วิธี LU ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ของคำตอบคือ Δv_{rj}, Δv_{zj} และ ΔP_j

4.2.7 ทำการปรับค่าคำตอบ ดังนี้

$$v_{rj}^{n+1} = v_{rj}^{n} + \Delta v_{rj}$$
$$v_{zj}^{n+1} = v_{zj}^{n} + \Delta v_{zj}$$
$$P_j^{n+1} = P_j^{n} + \Delta P_j$$

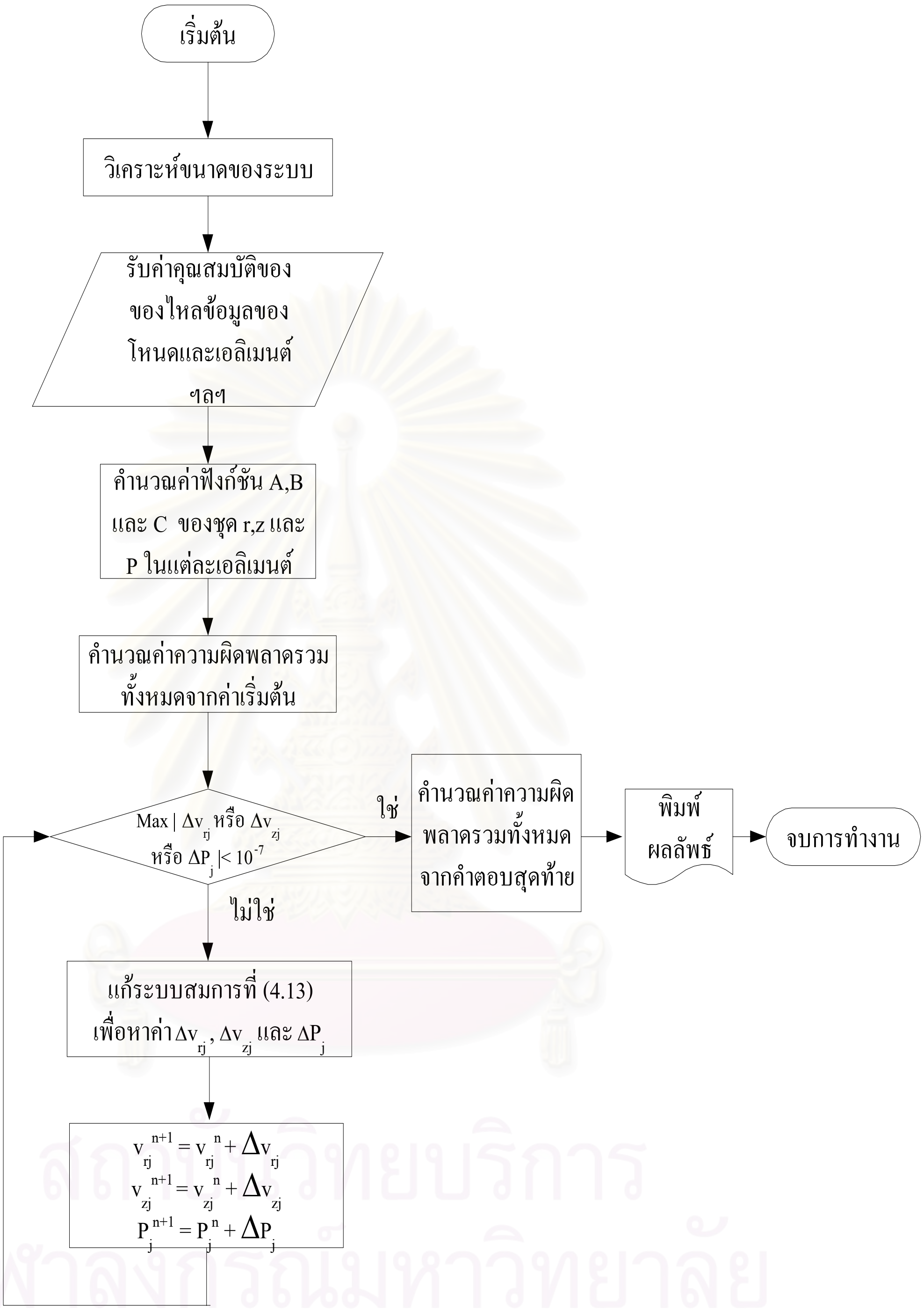
ในลำดับขั้นตอนที่ 4.2.1 ถึง 4.2.7 จะทำการแสดงดังในรูปที่ 4.3

1000.0 0.001[9]

27 32

0					
-1					
0.000	1.000	0.000	-0.02780	-0.02780	
1	5	4	-1	-1	-1
0	1	-1	-1	-1	-1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
26					
-1					
0.000	1.000	0.000	0.00000	0.02780	
22	25	-1	-1	-1	-1
31	-1	-1	-1	-1	-1
0					
-0.024093	-0.020387				
0	5	4			
⋮	⋮	⋮			
31					
-0.0018533	0.0240933				
22	26	25			

รูปที่ 4.2 ตัวอย่างข้อมูลนำเข้าเพื่อคำนวณความเร็วการไหลรอบทรงกลม



รูปที่ 4.3 แผนผังขั้นตอนการคำนวณความเร็วตามแนวแกน r และ z และความดัน

4.3 การคำนวณอุณหภูมิของทรงกลมและการเกิดชั้นฟิล์ม

สำหรับในหัวข้อนี้ เพื่อต้องการหาผลเฉลยจากสมการที่ได้สร้างขึ้นในบทที่ 2 คือสมการที่ (2.15) และ (2.19) ดังนั้นจะนำสมการดังกล่าวมาคำนวณโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข และเพื่อทำให้สมการอยู่ในรูปแบบทั่วไป ทั้งนี้แล้วเพื่อความสะดวกในการพิจารณา ดังนั้นจะทำการจัดสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบของสมการไร้มิติแทน

4.3.1 การคำนวณอุณหภูมิภายในวัตถุทรงกลม

จากสมการที่ (2.15) สามารถจัดสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบของสมการไร้มิติได้ดังนี้

$$\frac{\partial \tau}{\partial \omega} = \frac{1}{\gamma^2}\frac{\partial}{\partial \gamma}\gamma^2\frac{\partial \tau}{\partial \gamma} \qquad (4.15)\text{ [1]}$$

ซึ่งพารามิเตอร์เหล่านี้จะถูกกำหนดไว้ในตารางที่ 4.1 และกำหนดให้มีเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้นเป็นดังนี้

ตารางที่ 4.1 สัญลักษณ์พารามิเตอร์ไร้มิติและความหมาย[1]

พารามิเตอร์	ความหมาย	พารามิเตอร์	ความหมาย	พารามิเตอร์	ความหมาย
τ	$\frac{T}{T_0}$	$\tau_{\max}$	$\frac{T_{\max}}{T_0}$	τ_{fg}	$\frac{T_{fg}}{T_0}$
τ_s	$\frac{T_s}{T_0}$	κ	$\frac{k_g}{k}$	ν_γ	$\frac{v_r}{u_0}$
γ	$\frac{r}{r_0}$	ε	$\frac{\delta}{r_0}$	ω	$\frac{kt}{\rho c r_0^2}$
λ	$\frac{\rho_g h_{fg}}{\rho c T_0}$	Λ	$\frac{\rho_f u_0 r_0 c_p}{k}$		

เงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้น

$\omega = 0\,,\ \varepsilon = 0$

$\omega = 0\,,\ \tau = \tau_{\max}$

$$\gamma = 0 \ , \ \frac{\partial \tau}{\partial \gamma} = 0$$

$$\gamma = 1 \ , \tau_s = \frac{\tau_{s-1} + \kappa \dfrac{\Delta\gamma}{\varepsilon}\tau_{fg}}{\left(\kappa \dfrac{\Delta\gamma}{\varepsilon} + 1\right)}$$

จากสมการที่ (4.15) ทำการคำนวณอุณหภูมิที่กระจายอยู่ภายในทรงกลมตามแนวรัศมีเท่านั้น ซึ่งสามารถคำนวณด้วยวิธีผลต่างสมการเชิงอนุพันธ์ โดยแบ่งทรงกลมที่จะพิจารณาทั้งหมด M โหนด ซึ่งมีระยะระหว่างโหนดที่เท่าๆ กันคือ $\Delta\gamma$

$$\Delta\tau_i = \frac{\Delta\omega}{\gamma_i^2}\left[\frac{\partial}{\partial\gamma}\gamma^2\frac{\partial\tau}{\partial\gamma}\right]_i$$

$$= \frac{\Delta\omega}{\gamma^2\Delta\gamma}\left[\left(\gamma^2\frac{\partial\tau}{\partial\gamma}\right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(\gamma^2\frac{\partial\tau}{\partial\gamma}\right)_{i-\frac{1}{2}}\right] \qquad (4.16)$$

โดยกำหนดให้ $\gamma_i = i\Delta\gamma$ ดังนั้นจากสมการที่ (4.17) จะได้

$$\Delta\tau_i = \frac{\Delta\omega}{i^2\Delta\gamma^3}\left[\left(i+\frac{1}{2}\right)^2\Delta\gamma^2\frac{(\tau_{i+1}-\tau_i)}{\Delta\gamma} - \left(i-\frac{1}{2}\right)^2\Delta\gamma^2\frac{(\tau_i-\tau_{i-1})}{\Delta\gamma}\right]$$

$$= \frac{\Delta\omega}{i^2\Delta\gamma^2}\left[\left(i+\frac{1}{2}\right)^2(\tau_{i+1}-\tau_i) - \left(i-\frac{1}{2}\right)^2(\tau_i-\tau_{i-1})\right] \qquad (4.17)$$

หรือหากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เวลาที่ n และโหนดที่ i $\left(\Delta\tau_i^{[n]}\right)$ สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\Delta\tau_i^{[n]} = \frac{1}{2}\left(\Delta\tau_i^{]n]'} + \Delta\tau_i^{[n]''}\right) \qquad (4.18)$$

โดยที่

$$\Delta\tau_i^{[n]'} = \frac{\Delta\omega}{i^2\Delta\gamma^2}\left[\left(i+\frac{1}{2}\right)^2\left(\tau_{i+1}^{[n]}-\tau_i^{[n]}\right) - \left(i-\frac{1}{2}\right)^2\left(\tau_i^{[n]}-\tau_{i-1}^{[n]}\right)\right] \qquad (4.19a)$$

$$\Delta\tau_i^{[n]''} = \frac{\Delta\omega}{i^2\Delta\gamma^2}\left[\left(i+\frac{1}{2}\right)^2\left(\tau_{i+1}^{[n]'} - \tau_i^{[n]'}\right) - \left(i-\frac{1}{2}\right)^2\left(\tau_i^{[n]'} - \tau_{i-1}^{[n]'}\right)\right] \tag{4.19b}$$

$$\tau_i^{[n]'} = \tau_i^{[n]} + \Delta\tau_i^{[n]'} \tag{4.19c}$$

และเช่นเดียวกันที่เวลา n+1 อุณหภูมิ ณ. จุดที่ i คือ

$$\tau_i^{[n+1]} = \tau_i^{[n]} + \Delta\tau_i^{[n]} \tag{4.19d}$$

4.3.2 การคำนวณชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้น

ในลักษณะเดียวกันกับการคำนวณอุณหภูมิภายในวัตถุทรงกลม จากสมการที่ (2.19) จะทำการจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบสมการไร้มิติ ดังนี้

$$-\left.\frac{\partial\tau}{\partial\gamma}\right|_{\gamma=1} = \lambda\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega} - \Lambda v_\gamma\left[\tau_{fg} - 1\right]\Big|_{\gamma=1+\varepsilon} \qquad (4.20)\,[1]$$

โดยความหนาของชั้นฟิล์ม ที่เวลาที่ n $\left(\Delta\varepsilon^{[n]}\right)$

$$\Delta\varepsilon^{[n]} = \frac{1}{2}\left(\Delta\varepsilon^{[n]'} + \Delta\varepsilon^{[n]''}\right) \tag{4.21}$$

โดยที่

$$\Delta\varepsilon^{[n]'} = \frac{\Delta\omega}{\lambda}\left[-\frac{\Delta\tau_M^{[n]}}{\Delta\gamma} + \Lambda v_\gamma\left[\tau_{fg} - 1\right]\right]\Bigg|_{\gamma=1+\varepsilon^{[n]}} \tag{4.22a}$$

$$\Delta\varepsilon^{[n]''} = \frac{\Delta\omega}{\lambda}\left[-\frac{\Delta\tau_M^{[n+1]}}{\Delta\gamma} + \Lambda v_\gamma\left[\tau_{fg} - 1\right]\right]\Bigg|_{\gamma=1+\varepsilon^{[n]'}} \tag{4.22b}$$

กำหนดให้

$$\varepsilon^{[n]'} = \varepsilon^{[n]} + \Delta\varepsilon^{[n]'} \tag{4.22c}$$

ที่เวลา n+1 ชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้น คือ

$$\varepsilon^{[n+1]} = \varepsilon^{[n]} + \Delta\varepsilon^{[n]} \qquad (4.22d)$$

4.4 ขั้นตอนการคำนวณอุณหภูมิของทรงกลมและการเกิดชั้นฟิล์ม

สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้จะมีชุดข้อมูลทั้งหมด 3 ชุด โดยที่การรับค่าของตัวแปรต่างๆ ภายในโปรแกรมจะอยู่ในรูปแบบของตัวแปรไร้มิติ ซึ่งค่าคุณสมบัติของของเหลวระบายความร้อน ไอของของเหลวชนิดหนึ่งจะเป็นข้อมูลที่สมมติขึ้นเพื่อสังเกตพฤติกรรมการไหลของของไหลแบบ Potential flow และ Laminar flow และค่าคุณสมบัติต่างๆ ของวัตถุทรงกลม น้ำ ไอน้ำ ดังแสดงในตารางที่ 4.2a และตารางที่ 4.2b ตามลำดับ โดยข้อมูลของตัวแปรไร้มิติ ดังแสดงต่อไปนี้

ข้อมูลชุดที่ 1 เป็นชุดข้อมูลที่สมมติขึ้น เพื่อใช้เปรียบเทียบการไหลผ่านวัตถุทรงกลมของของไหลแบบ Potential flow และแบบ Laminar flow ซึ่งกำหนดให้เป็นดังนี้

$\tau_{max} = 3.33$ $\quad\tau_{fg} = 1.5$ $\quad\tau_s = \tau_{fg}$

$\lambda = 1.11 \times 10^{-3}$ $\quad\Lambda = 93.32$ $\quad\varepsilon_0 = 0$

$\Delta\omega = 1.10 \times 10^{-8}$ $\quad\Delta\gamma = 0.02$

ในกรณีชุดที่ 1 นี้จะกำหนดข้อมูลจริงสำหรับวัตถุทรงกลม ของเหลวและไอของของเหลว ดังแสดงโดยตารางที่ 4.2a พึ่งสังเกตว่าของเหลวที่ใช้และระบบที่พิจารณาให้ค่า Re = 3.2 ซึ่งเป็นช่วงการไหลแบบราบเรียบ

ข้อมูลชุดที่ 2 เป็นข้อมูลที่ได้จากการนำคุณสมบัติของวัตถุทรงกลม ของเหลวและไอมาใช้ โดยเป็นค่าสำหรับการทดลองของ Prof.Campo[15]

$\tau_{max} = 2.705$ $\quad\tau_{fg} = 1.264$ $\quad\tau_s = \dfrac{\tau_{s-1} + 4.9573 \cdot \Delta\gamma \cdot \tau_{fg}}{(4.9573 \cdot \Delta\gamma + 1)}$

$\lambda = 1.2399 \times 10^{-3}$ $\quad\Lambda = 1083.746$ $\quad\varepsilon_0 = 0$

$\Delta\omega = 7.7 \times 10^{-7}$ $\quad\Delta\gamma = 0.02$

ข้อมูลชุดที่ 2 นี้มีข้อมูลจริงสำหรับวัตถุทรงกลม น้ำ และไอน้ำดังแสดงในตารางที่ 4.2b

ข้อมูลชุดที่ 3 เป็นชุดข้อมูลที่ได้จากคุณสมบัติของวัตถุทรงกลม ของเหลวและไอ เช่นเดียวกับข้อมูลชุดที่ 2 โดยเป็นค่าสำหรับการทดลอง Dr.Sunchai [16]

$\tau_{max} = 2.661$ $\tau_{fg} = 1.252$ $\tau_s = \dfrac{\tau_{s-1} + 2946.406 \cdot \Delta\gamma \cdot \tau_{fg}}{(2946.406 \cdot \Delta\gamma + 1)}$

$\lambda = 1.227 \times 10^{-3}$ $\Lambda = 4950.928$ $\varepsilon_0 = 0$

$\Delta\omega = 7.7 \times 10^{-7}$ $\Delta\gamma = 0.02$

ข้อมูลชุดที่ 2 นี้มีข้อมูลจริงสำหรับวัตถุทรงกลม น้ำ และไอน้ำดังแสดงในตารางที่ 4.2b โดยที่ τ_s แทน สมดุลการถ่ายเทความร้อนที่ผิวของทรงกลม

ตารางที่ 4.2a คุณสมบัติของของเหลว และไอของของเหลวระบายความร้อนชนิดหนึ่งที่สมมติขึ้นสำหรับข้อมูลชุดที่ 1

ของเหลวระบายความร้อน	ความหนาแน่นเท่ากับ 800 kg/m^3 ความเร็วการไหลของของเหลวระบายความร้อนเท่ากับ 0.1 m/s ความหนืดของของเหลวระบายความร้อนเท่ากับ 0.5 Ns/m^2 ค่าความจุความร้อน (heat capacity) เท่ากับ 2.5×10^3 J/kgK อุณหภูมิของของเหลวระบายความร้อน (T_0) เท่ากับ 300 K
ไอของของเหลว	อุณหภูมิของไอของของเหลวเท่ากับ 450 K ความหนาแน่นเท่ากับ 3 kg/m^3 ค่าความร้อนแฝงการกลายเป็นไอ (latent heat of vaporization) เท่ากับ 400×10^3 J/kg ค่าการนำความร้อน (thermal conductivity) เท่ากับ 25×10^{-3} W/mK

**ของเหลวระบายความร้อนดังระบุในตารางข้างต้นมีสมบัติใกล้เคียงกับน้ำมันเครื่องยนต์ เช่น เบนซิน หรือเพนเทน

ตารางที่ 4.2b คุณสมบัติของวัตถุทรงกลม น้ำและไอน้ำ[9]

วัตถุทรงกลม	ค่าการนำความร้อน (thermal conductivity) เท่ากับ 21.45 W/mK ค่าความจุความร้อน (heat capacity) เท่ากับ 460 J/kgK ความหนาแน่น (density) เท่ากับ 7865 kg/m^3 หมายเหตุ ข้อมูลชุดที่ 2 อุณหภูมิสูงสุดภายในทรงกลม (T_{max}) เท่ากับ 798 K ข้อมูลชุดที่ 3 อุณหภูมิสูงสุดภายในทรงกลม (T_{max}) เท่ากับ 793 K ข้อมูลชุดที่ 1 ขนาดรัศมีของทรงกลมเท่ากับ 1.0 x 10^{-2} m. ข้อมูลชุดที่ 2 ขนาดรัศมีของทรงกลมเท่ากับ 5.56 x 10^{-3} m. และ ข้อมูลชุดที่ 3 ขนาดรัศมีของทรงกลมเท่ากับ 2.54 x 10^{-2} m.
น้ำ	ความหนาแน่นเท่ากับ 1000 kg/m^3 ความเร็วการไหลของน้ำเท่ากับ 1 m/s ความหนืดของของเหลวระบายความร้อนเท่ากับ 0.001 Ns/m^2 ค่าความจุความร้อน (heat capacity) เท่ากับ 4.181 x 10^3 J/kgK หมายเหตุ ข้อมูลชุดที่ 2 อุณหภูมิของน้ำ (T_0) เท่ากับ 295 K และ ข้อมูลชุดที่ 3 อุณหภูมิของน้ำ (T_0) เท่ากับ 298 K
ไอน้ำ	อุณหภูมิของไอน้ำเท่ากับ 373 K ความหนาแน่นเท่ากับ 0.5863 kg/m^3 ค่าความร้อนแฝงการกลายเป็นไอ (latent heat of vaporization) เท่ากับ 2257 x 10^3 J/kg ค่าการนำความร้อน (thermal conductivity) เท่ากับ 24.8 x 10^{-3} W/mK

สำหรับโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณจะทำการคำนวณหาผลลัพธ์ของอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปเทียบกับเวลา อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมและอัตราการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลมเสร็จสิ้นก่อน จึงค่อยทำการคำนวณหาชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นในลำดับถัดมา ดังนี้

1. รับจำนวนโหนดภายในทรงกลม รับค่าตัวแปร τ_{max} , τ_{fg} , λ , Λ , ε_0 , $\Delta\omega$, $\Delta\gamma$ และค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้คือ 1x 10^{-2}
2. ทุกๆ โหนดภายในทรงกลมมีค่าเท่ากับ τ_{max} ยกเว้นที่ตำแหน่งโหนดที่ผิวทรงกลมมีค่าเท่ากับ τ_s

3. ตรวจสอบค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้ หากอุณหภูมิที่จุดศูนย์กลางทรงกลมและอุณหภูมิที่ชั้นฟิล์มประมาณเกือบเท่ากัน ซึ่งสามารถเขียนได้ นั่นคือ $\left|\frac{\tau_{center}}{\tau_{fg}} - 1\right| \le 1 \times 10^{-2}$ หากเป็นจริงให้ทำข้อ 4 และหากไม่จริงให้ข้ามไปทำข้อ 5
4. จริง หยุดการทำงาน และพิมพ์ผลลัพธ์ของอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปเทียบกับเวลา อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมและอัตราการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลม และข้ามไปทำในข้อ 8
5. ไม่จริง นำสมการที่ (4.18) และ (4.19a-d) มาเพื่อคำนวณหาผลลัพธ์ของอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปเทียบกับเวลา ที่แต่ละโหนด อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลม และอัตราการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลมได้ตามลำดับ
6. ทำการเพิ่มเวลาที่จะพิจารณา คือ $\omega_{ใหม่} = \omega_{เก่า} + \Delta\omega$ และบันทึกลงไฟล์
7. ย้อนกลับไปทำข้อ 3
8. กำหนดให้ $\omega_0 = 0$, $\Delta\theta = \pi/$จำนวนมุม และ $\varepsilon_0 = 0$
9. รับค่า ω และอัตราการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลมที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่ 5 และ 6
10. นำสมการที่ (4.21) และ (4.22a-d) และค่าที่ได้จากข้อ 9 มาคำนวณหาความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้น และความหนาเฉลี่ย ในแต่ละ $\Delta\theta$ ซึ่งเริ่มตั้งแต่ $\theta = 0$ จนถึง $\theta = \pi$ โดยที่ θ เป็นมุมที่วัดจากส่วนหน้าของทรงกลมจนถึงส่วนหลังของทรงกลมอีกทั้งจากสมการดังกล่าวยังคงต้องพิจารณาความเร็วที่ไหลผ่านทรงกลมซึ่งได้มีการพิจารณาความเร็วของระบบไว้ล่วงหน้าแล้ว ดังแสดงในหัวข้อที่ 4.1 นั่นคือหากพิจารณาระยะที่ถัดออกจากผิวทรงกลมรวมกับระยะความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นเป็นระยะ γ และที่มุม (θ) โดยจะนำระยะ γ และมุม (θ) นี้ ไปทำการวิเคราะห์ว่าเป็นระยะจริงภายในระบบในหัวข้อที่ 4.1 เท่ากับเท่าไร และตกอยู่ภายในองค์ประกอบ (element)ใด ก็จะทำให้ทราบถึงค่าความเร็วที่ไหลผ่านทรงกลม (v_γ) ณ. ระยะและมุมนั้นๆ ดังนี้
    - เมื่อรับค่า (γ, θ) ที่จะพิจารณา ซึ่งจะเห็นว่าค่า (γ, θ) อยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติ ซึ่งในระบบสำหรับการคำนวณหาความเร็วของของไหลไม่ได้อยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติ แต่ (γ, θ) เสมือน (r,z) ในระบบ นั่นคือสามารถแปลง (γ, θ) ให้อยู่ในรูป (r,z) ในระบบได้ดังแสดงในสมการที่ (4.23a) และสมการที่(4.23b)

$$r = -|(\gamma P)\chi o\sigma(\theta)| \tag{4.23a}$$

$$z = \rho\ \sigma\iota\nu(\theta) \tag{4.23b}$$

- (r,z) ที่คำนวณได้จากข้างต้นทำให้ทราบว่าอยู่บริเวณใดในระบบที่จะพิจารณาหาความเร็ว จากรูปที่ 4.1 โดยจะแบ่งพื้นที่ภายในระบบที่พิจารณาหาความเร็วทั้งหมด 6 พื้นที่ ใหญ่ๆ ทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการคำนวณ

  ในพื้นที่ที่ 1 ประกอบด้วยองค์ประกอบ (element)ที่ 18,19,22,23,24 และ 25
  ในพื้นที่ที่ 2 ประกอบด้วยองค์ประกอบ (element)ที่ 14,15,8,9,10 และ 11
  ในพื้นที่ที่ 3 ประกอบด้วยองค์ประกอบ (element)ที่ 16,17,20 และ 21
  ในพื้นที่ที่ 4 ประกอบด้วยองค์ประกอบ (element)ที่ 6,7,12 และ 13
  ในพื้นที่ที่ 5 ประกอบด้วยองค์ประกอบ (element)ที่ 26,27,28,29 และ 30
  ในพื้นที่ที่ 6 ประกอบด้วยองค์ประกอบ (element)ที่ 0,1,2,3,4 และ 5

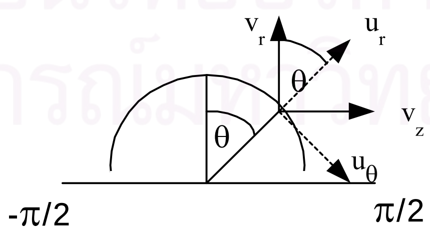
  หาก (r,z) พ้นจากพื้นที่ทั้ง 6 ดังกล่าวจะไม่นำมาพิจารณา จะเห็นว่าในแต่ละองค์ประกอบ (element)ประกอบขึ้นจากรูปสามเหลี่ยม ซึ่งทราบค่าของพิกัดที่แต่ละโหนด และหากอาศัยคุณสมบัติของสมการเส้นตรงแต่ละเส้นที่ปิดล้อมจนกลายเป็นรูปสามเหลี่ยมหนึ่งๆ ก็จะทราบว่า (r,z) อยู่ภายในองค์ประกอบ (element)ใด และทำให้ทราบถึง $v_r^{[e]}$ และ $v_z^{[e]}$ ที่องค์ประกอบ (element)นั้นๆ ซึ่งได้กล่าวถึงวิธีการคำนวณหาค่าความเร็วของของไหลในหัวข้อที่ 4.1 แล้ว

- สำหรับความเร็วหลักที่จะนำมาใช้ในการไหลผ่านทรงกลมคือความเร็วตามแนวแกนรัศมีในพิกัดทรงกลม ซึ่งความเร็วที่ได้ข้างต้นเป็นความเร็วในพิกัดทรงกระบอก อีกทั้งค่าพิกัดของระบบนี้ใช้มุมที่พิจารณาคือ $\alpha = -\pi/2$ ถึง $\alpha = \pi/2$ ดังนั้นจะทำการแตกแรงให้อยู่ในแนวพิกัดทรงกลมดังนี้

$$u_r = v_r^{[e]} \cos\theta + v_z^{[e]} \sin\theta \quad (4.24a)$$

และ

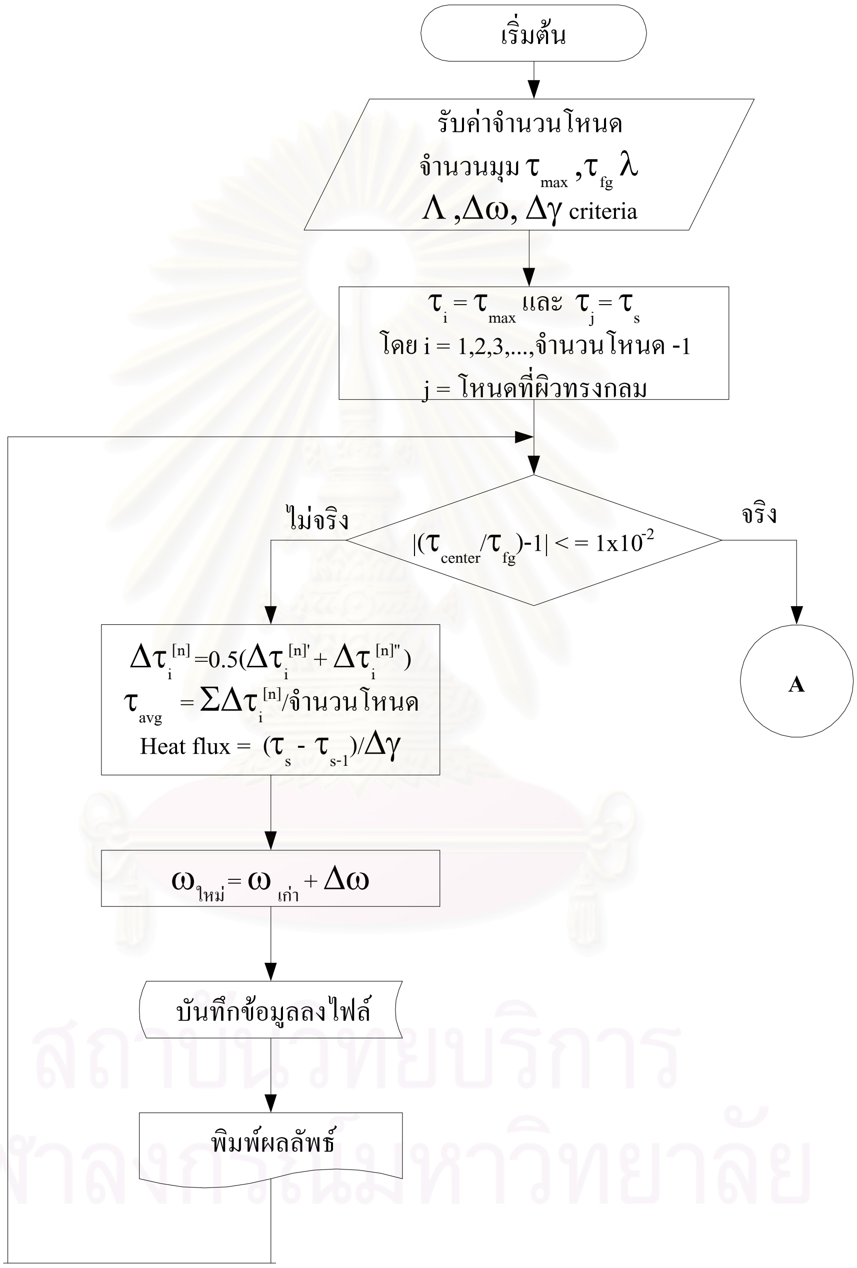
$$u_\theta = v_z^{[e]} \cos\theta - v_r^{[e]} \sin\theta \quad (4.24b)$$



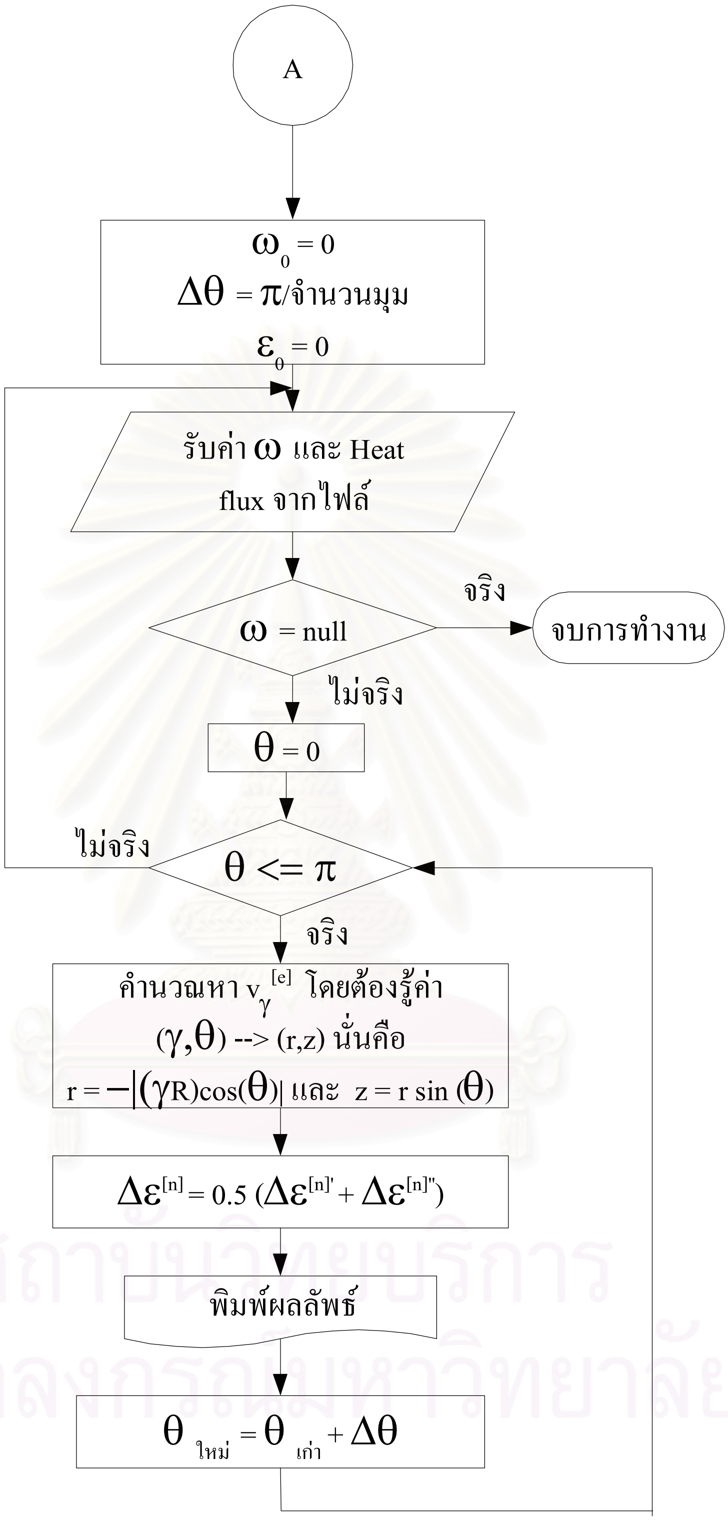
รูปที่ 4.4 ทิศทางความเร็วในแนวพิกัดทรงกลมและทรงกระบอก

- $v_\gamma^{[e]} = u_r$ นำไปคำนวณในสมการที่ (4.20)

11. พิมพ์ค่าความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา ณ. มุมต่างๆ
12. ย้อนกลับไปทำข้อ 9 จนกระทั่ง นำค่าของ ω และอัตราการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลมมาคำนวณทั้งหมด



รูปที่ 4.5 แผนผังขั้นตอนการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา



รูปที่ 4.6 แผนผังขั้นตอนการคำนวณความหนาของชั้นฟิล์มที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา

4.5 การคำนวณการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม

จากสมการที่ได้สร้างขึ้นในบทที่ 2 คือสมการที่ (2.22) จะนำสมการดังกล่าวมาคำนวณเพื่อหาปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์มออกจากวัตถุทรงกลม เพื่อความสะดวกในการพิจารณาจะจัดสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบของสมการไร้มิติ ดังนี้

$$\Theta = -\frac{1}{3}\frac{\partial \tau}{\partial \omega} + \Lambda v_{\gamma}\left(\tau_{fg} - 1\right) \tag{4.25}$$

สมการที่(4.25) เป็นสมการที่บ่งบอกอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม เมื่อพิจารณาการหลุดลอกของชั้นฟิลม์จากลักษณะการลดอุณหภูมิของทรงกลมจะเริ่มพิจารณาจากจุดที่มีอัตราการถ่ายเทความร้อนสูงสุด เมื่ออัตราการถ่ายเทความร้อนลดลงย่อมแสดงว่าชั้นฟิลม์ซึ่งมีสมบัติเป็นฉนวนความร้อนได้ครอบคลุมพื้นผิวทรงกลมทั้งหมด จากนี้ไปการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลมโดยส่วนใหญ่จึงเกิดขึ้นโดยการพาไปโดยชั้นฟิลม์ที่หลุดลอกออก

ข้อมูลชุดที่ 2

Λ=1083.746, v_{γ} = 0.222, τ_{fg} = 1.264

ตารางที่ 4.3 ปริมาณการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลมและ dimensionless ที่บ่งบอกเวลาสำหรับข้อมูลชุดที่ 2

Omega (ω)	Heat flux	Omega (ω)	Heat flux	Omega (ω)	Heat flux
0.01245	35.26316	0.01775	75.55556	0.0283	34
0.014	60	0.02085	60	0.0307	22.10526
0.01485	94.44444	0.02275	51.81818	0.03645	21.79487
0.0165	88.75	0.0259	44.73684		

ข้อมูลชุดที่ 3

Λ= 4950.928, v_γ = 0.222 , τ_{fg} = 1.252

ตารางที่ 4.4 ปริมาณการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลมและ dimensionless ที่บ่งบอกเวลา สำหรับข้อมูลชุดที่ 3

Omega (ω)	Heat flux	Omega (ω)	Heat flux
0.0385071	33.87931	0.0446125	54.05326
0.0391541	54.23154	0.0478608	37.63011
0.0402109	63.85705	0.0496971	31.2271
0.0424088	66.4802	0.0506170	29.88069

วิธีการคำนวณอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์มสำหรับข้อมูลชุดที่ 2 และ 3 ตามลำดับ สามารถทำได้ดังนี้

1. นำค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในแต่ละชุดข้อมูล แทนลงในสมการที่ (4.25) โดยจะทำให้ได้ปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์มในแต่ละ dimensionless ที่บ่งบอกเวลา
2. ผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากข้อ 1 จะนำมาใช้เป็นข้อมูลอ้างอิงในการสร้างสมการเพื่ออธิบายแนวโน้มของการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม ดังนี้

   2.1 เมื่อวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลอง จะกำหนดได้ว่าเวลาเริ่มต้นของการหลุดลอกของชั้นฟิล์มคือ ω_0 = 0.01245 สำหรับข้อมูลชุดที่ 2 และ ω_0 = 0.0385071 สำหรับข้อมูลชุดที่ 3

   2.2 จากลักษณะกราฟที่ได้ จะกำหนดให้สมการสำหรับบรรยายค่าตามกราฟอยู่ในรูปเอกซ์โปเนนเชียลคือ

$$f(x_i) = C_1 e^{-C_2 x_i} - C_3 e^{-C_4 x_i} \qquad (4.26)$$

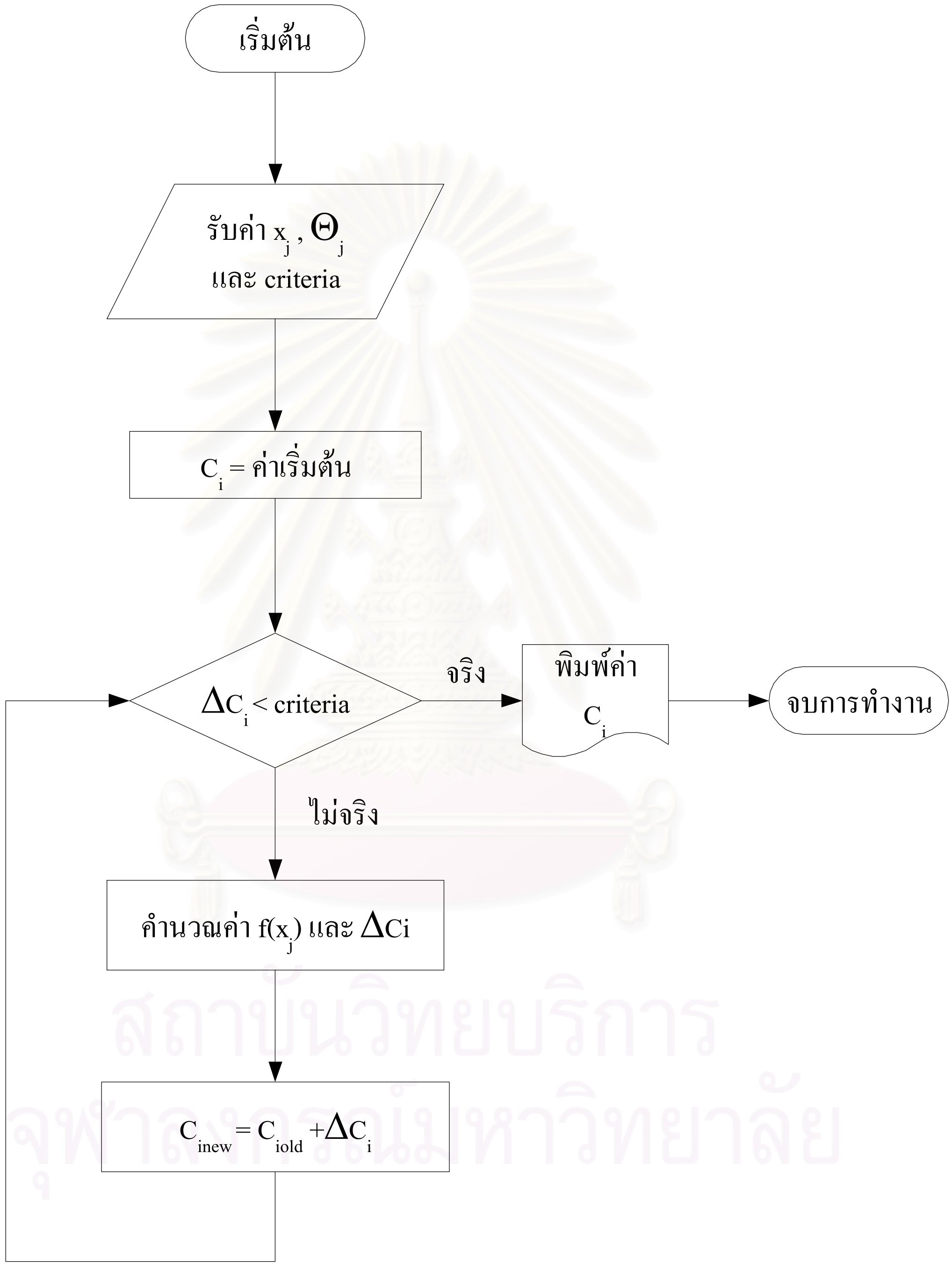
   โดยที่ x_i คือ ข้อมูลของเวลาตัวที่ i

   C_1, C_2, C_3 และ C_4 คือ ค่าคงที่ที่ไม่รู้ค่าตัวที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ และ

   $f(x_i)$ คือ ฟังก์ชันที่ได้จากการประมาณค่า

   2.3 เพื่อจะคำนวณหาค่าคงที่ที่ไม่รู้ค่าทั้ง 4 ตัว ซึ่งสมการดังกล่าวอยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้น ดังนั้นจึงต้องอาศัยหลักการทำซ้ำ โดยทำการเดาค่าคำตอบคือค่าคงที่ทั้ง 4 ค่าในตอนเริ่มต้น และทำการปรับค่าของคำตอบให้มีความคลาดเคลื่อนจากคำตอบ

จริงให้น้อยที่สุด ซึ่งในท้ายที่สุดจะทำให้ทราบค่าของค่าคงที่ทั้ง 4 ค่า ดังแสดงขั้นตอนในการหาค่าของค่าคงที่ทั้ง 4 ค่า ในรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 ขั้นตอนการหาค่าคงที่ทั้ง 4 ค่า ของสมการที่ (4.27)

บทที่ 5

ผลการคำนวณ

ในบทนี้จะนำเสนอผลจากการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้น เพื่อคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมและความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลาและอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้ใช้ชุดข้อมูลทั้งหมด 3 ชุด เพื่อนำมาคำนวณความเร็วการไหลและความดันรอบทรงกลม อุณหภูมิภายในทรงกลมและชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา สามารถจำแนกได้คือข้อมูลชุดที่หนึ่ง เป็นข้อมูลที่สมมติขึ้น เพื่อใช้เปรียบเทียบการไหลผ่านรอบวัตถุทรงกลมของของไหลแบบ Potential flow และ Laminar flow สำหรับข้อมูลชุดที่สอง เป็นข้อมูลเพื่อใช้คำนวณเปรียบเทียบกับการทดลองของ Prof. Campo และข้อมูลชุดที่สาม เป็นข้อเพื่อใช้คำนวณเปรียบเทียบกับการทดลองของ Dr. Sunchai ดังแสดงรายละเอียดในบทที่ 4 พึงสังเกตว่าการทดลองของ Prof. Campo และ Dr. Sunchai นั้นการพิจารณาลักษณะการไหลของของเหลวรอบทรงกลมเป็นการไหลแบบราบเรียบอาจมีความคลาดเคลื่อนอยู่มาก อย่างไรก็ตามผลการคำนวณที่ได้น่าจะประมาณผลกระทบจากลักษณะการไหลและของเหลวที่ใช้ได้ในระดับหนึ่ง

5.1 ผลการคำนวณความเร็วและความดันรอบทรงกลม

การคำนวณความเร็วและความดันที่รอบทรงกลมนั้น จะพิจารณาการไหลของของไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) ซึ่งอนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบเรียงตัวเป็นชั้นๆ และของไหลชนิดนี้มีความหนืด สำหรับการพิจารณาว่าลักษณะการไหลของของไหลแบบราบเรียบได้นั้นจะต้องพิจารณาจากค่าเรย์โนลด์ (Re) โดยที่ Re < 2 จะถือว่าลักษณะของการไหลของของไหลเป็นแบบราบเรียบ และไม่มีผลกระทบกับการไหลวนทางส่วนหลังของทรงกลม[6]

ตารางที่ 5.1 แสดงค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re) สำหรับข้อมูลชุดที่ 1 2 และ 3 ซึ่งมีขนาดรัศมีของทรงกลมคือ 0.01 m 5.56×10^{-3} m และ 2.54×10^{-2} m และมีความเร็วต้นของของไหลเท่ากับ 0.1 m/s 0.5 m/s 1 m/s และ 10 m/s ตามลำดับ จะเห็นว่าค่า Re ของข้อมูลชุดที่ 1 สำหรับความเร็วต้น 0.1 m/s มีค่า Re เท่ากับ 3.2 กล่าวได้ว่าระบบซึ่งกำหนดโดยข้อมูลชุดที่ 1 นี้มีลักษณะการไหลแบบราบเรียบ อย่างไรก็ตามสำหรับ ข้อมูล

ชุดที่ 1 2 และ 3 เมื่อความเร็วต้นของการไหลของของเหลวเพิ่มขึ้นเป็น 0.5 m/s 1 m/s และ 10 m/s ค่า Re ของระบบจะเพิ่มสูงขึ้นทำให้เกิดการพิจารณาการไหลแบบราบเรียบมีความคลาดเคลื่อน และขาดความเหมาะสมโดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อ Re มีค่าสูงมากๆ เช่นในกรณีความเร็วสูงกว่า 1 m/s

ตารางที่ 5.1 ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re) สำหรับข้อมูลชุดที่ 1 2 และ 3

ความเร็วต้น	ข้อมูลชุดที่ 1	ข้อมูลชุดที่ 2	ข้อมูลชุดที่ 3
0.1 m/s	Re = 3.2	Re = 1,112	Re = 2,540
0.5 m/s	Re = 10,000	Re = 5,560	Re = 25,400
1.0 m/s	Re = 20,000	Re = 11,120	Re = 50,800
10.0 m/s	Re = 200,000	Re = 111,200	Re = 508,000

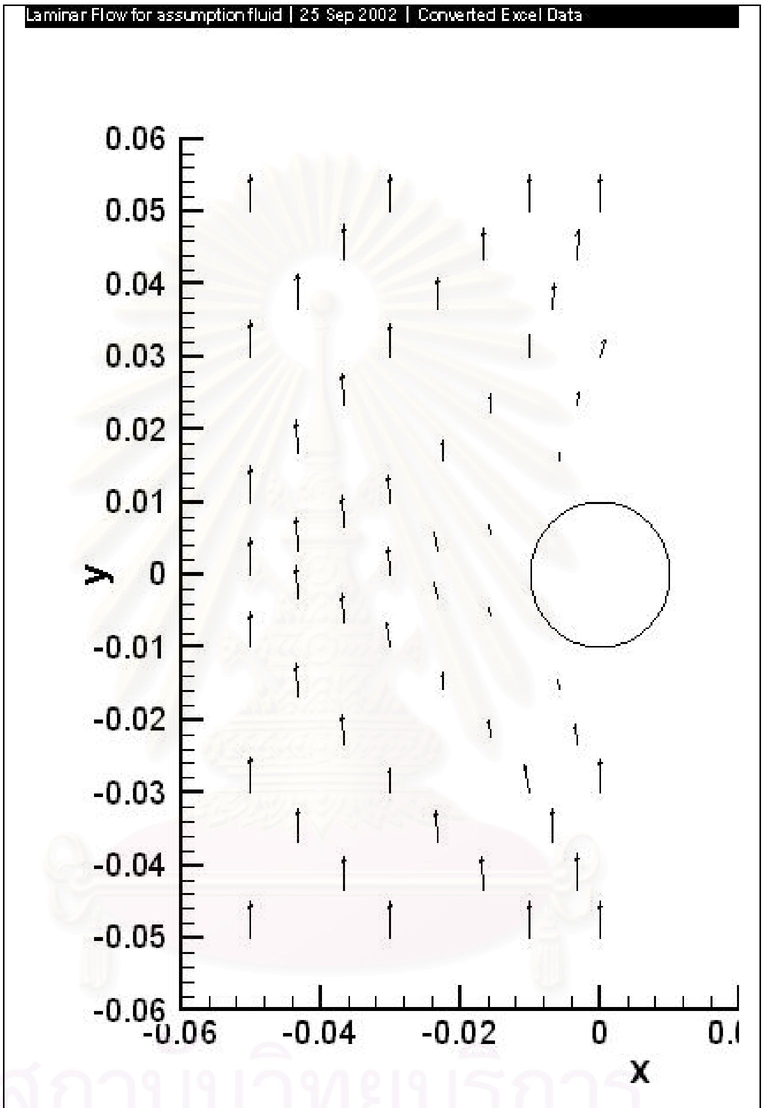
ผลลัพธ์ของการคำนวณค่าความเร็วและความดันที่ไหลผ่านทรงกลมนั้นมีความถูกต้องหรือความแม่นยำมากน้อยเพียงไร สามารถพิจารณาได้จากปริมาณของค่าความคลาดเคลื่อนสุดท้ายที่คำนวณได้ เพราะเป็นตัวบ่งบอกว่าสามารถลดขนาดของความคลาดเคลื่อนของคำตอบลงได้เป็นจำนวนกี่เท่าหรือเท่าไรจากค่าเริ่มต้น

จากตารางที่ 5.2 จะเห็นได้ว่าเมื่อข้อมูลชุดที่ 1 ค่าความคลาดเคลื่อนสุดท้ายมีค่าลดลงประมาณ 5 อันดับ จึงกล่าวได้ว่าการคำนวณที่ใช้ในกรณีความเร็วต้นต่ำเช่นนี้สามารถลดความคลาดเคลื่อนได้ดี เมื่อเทียบกับค่าความคลาดเคลื่อนสุดท้ายของข้อมูลชุดที่ 2 และ 3 นั่นคือการคำนวณความคลาดเคลื่อนสุดท้ายของข้อมูลทั้ง 2 ชุดนี้ให้ผลลดค่าความคลาดเคลื่อนสุดท้ายได้ไม่มากนัก จึงกล่าวได้ว่าการคำนวณที่ใช้อาจไม่เหมาะสมกับกรณีข้อมูลชุดที่ 2 และ ชุดที่ 3 ทั้งนี้ต้องพิจารณาผลกระทบจากการไหลแบบปั่นป่วนในการคำนวณมากกว่าเป็นการไหลแบบราบเรียบ

ตารางที่ 5.2 ค่าความคลาดเคลื่อนของการคำนวณเริ่มต้นกับค่าความคลาดเคลื่อนสุดท้ายของข้อมูลชุดที่ 1 2 และ 3

ค่าความคลาดเคลื่อน	ข้อมูลชุดที่ 1 (ความเร็วต้น 0.1 m/s)	ข้อมูลชุดที่ 2 (ความเร็วต้น 1.0 m/s)	ข้อมูลชุดที่ 3 (ความเร็วต้น 1.0 m/s)
ξ^2 เริ่มต้น	9.666268×10^{9}	1.855781×10^{10}	8.892377×10^{8}
ξ^2 สุดท้าย	1.139732×10^{5}	5.801786×10^{9}	2.780010×10^{8}

รูปที่5.1 แสดงลักษณะและทิศทางการไหลของของไหลที่ได้จากการคำนวณลดค่าความคลาดเคลื่อน



ข้อมูลชุดที่ 1

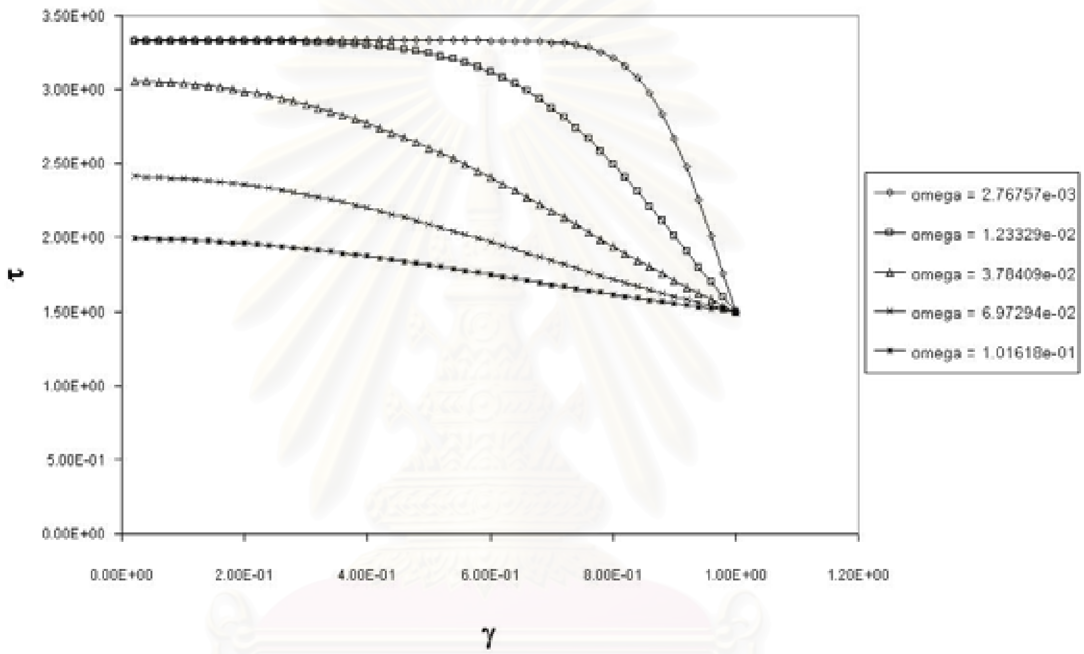
รูปที่ 5.1 ลักษณะและทิศทางการไหลของของไหลที่ได้จากการคำนวณ

5.2 ผลการคำนวณของอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา

ข้อมูลชุดที่ 1 แสดงผลของการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาตามแนวรัศมี ภายใต้เงื่อนไข $\tau_s = \tau_{fg}$ และของไหลมีความเร็วต้นเป็น 0.1 m/s ข้อมูลอื่นเป็นดังที่

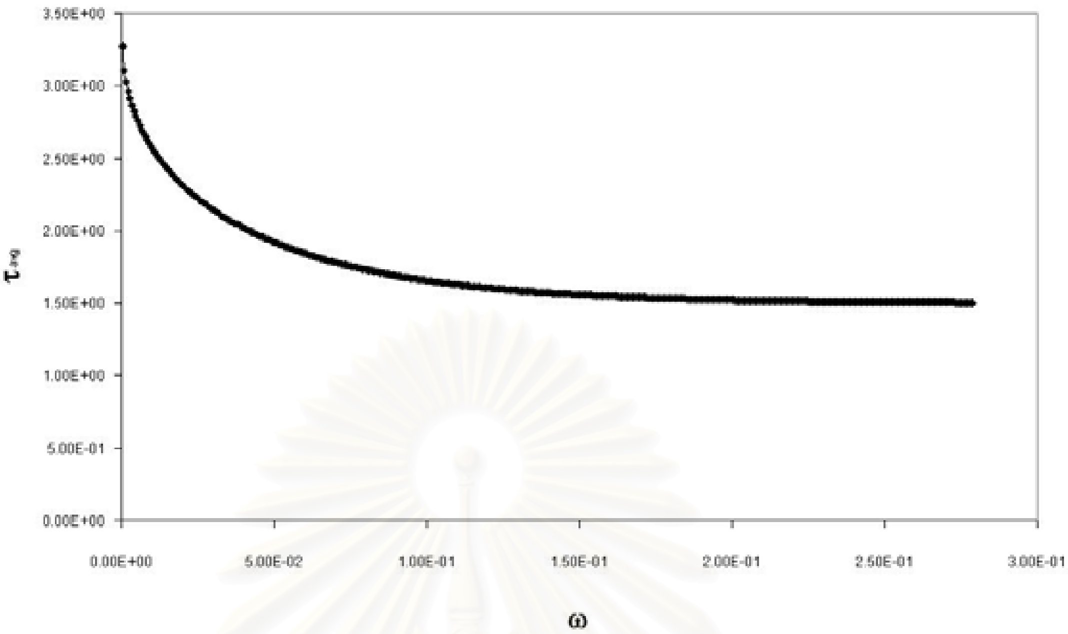
กำหนดในตารางที่ 4.2a และผลของการคำนวณค่าเฉลี่ยภายในทรงกลมเทียบกับเวลา ดังแสดงในรูปที่ 5.2 และ 5.3

สำหรับข้อมูลชุดที่ 1 เมื่อพิจารณาอุณหภูมิที่ผิวของทรงกลมที่ระยะ $\gamma = 1$ ให้เท่ากับอุณหภูมิจุดเดือด ขณะที่อุณหภูมิที่จุดศูนย์กลางของทรงกลม ($\gamma = 0$) จะพิจารณาให้มีค่าอุณหภูมิสูงสุด จากรูปที่ 5.2 จะเห็นได้ว่าการลดลงของอุณหภูมิตามแนวรัศมีจะเริ่มจากผิวทรงกลม ซึ่งจะลดลงโดยเคลื่อนที่เข้าไปในแนวรัศมีตามระยะเวลาที่เพิ่มขึ้น



รูปที่ 5.2 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาตามแนวรัศมีสำหรับข้อมูลชุดที่ 1

รูปที่ 5.3 แสดงผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมเทียบกับเวลา สำหรับข้อมูลชุดที่ 1 จะเห็นได้ว่าในช่วงค่าฟังก์ชันของเวลา (ω) 0.0-0.1 อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมลดลงอย่างรวดเร็ว แสดงว่าเกิดการถ่ายเทความร้อนอย่างมาก เนื่องจากการสัมผัสและถ่ายเทความร้อนให้กับของเหลวโดยตรงในช่วงเริ่มต้นของการเดือด (nucleate boiling) ในช่วงเวลา 0.1 ถึง 0.3 อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมเริ่มคงที่ เข้าใกล้อุณหภูมิจุดเดือด ทั้งนี้เนื่องจากวัตถุทรงกลมได้มีการถ่ายเทความร้อนสู่ของเหลวระบายความร้อนผ่านชั้นฟิล์มเหนือพื้นผิวทรงกลมซึ่งมีอุณหภูมิโดยทั่วไปเท่ากับอุณหภูมิที่จุดเดือด



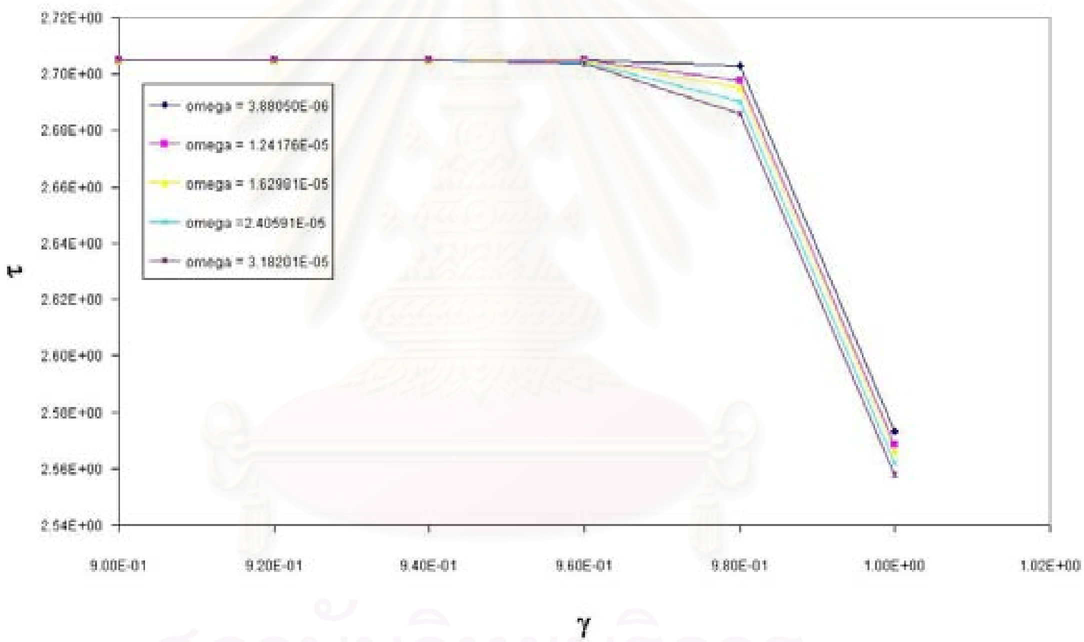
รูปที่ 5.3 ผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมตามฟังก์ชันของเวลาสำหรับข้อมูลชุดที่ 1

ข้อมูลชุดที่ 2 การคำนวณดำเนินภายใต้เงื่อนไขสมดุลอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผิวทรงกลม โดยมีข้อมูลอื่นๆ ดังกำหนดไว้ในตารางที่ 4.2b รูปที่ 5.4 แสดงผลของการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาตามแนวรัศมี รูปที่ 5.5a แสดงผลการคำนวณค่าเฉลี่ยภายในทรงกลมระหว่างอุณหภูมิ (^{0}C) กับเวลา (seconds) ขณะที่ค่าเฉลี่ยภายในทรงกลมระหว่างอุณหภูมิ (^{0}C) กับเวลา (seconds) ซึ่งมีอุณหภูมิสูงสุดภายในทรงกลมเท่ากับ 798 เคลวิน และมีรัศมีของทรงกลมเท่ากับ 5.56×10^{-3} เมตร ซึ่งได้จากการทดลองมีค่าดังแสดงในรูปที่ 5.5b

จากรูปที่ 5.4 จะเห็นได้ว่าการลดลงของอุณหภูมิตามแนวรัศมีเริ่มจากผิวทรงกลมซึ่งที่ผิวทรงกลมมีการสัมผัสกับของเหลวระบายความร้อนและอุณหภูมิของทรงกลมจะลดลงโดยเคลื่อนที่เข้าไปในแนวรัศมี จะสังเกตได้ว่าช่วงเวลาที่คำนวณค่อนข้างสั้นมาก ทั้งนี้เพื่อให้สอดคล้องกับการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์ม ที่จะได้นำเสนอในหัวข้อถัดไป เวลา ω และ second ทั้ง 5 ค่าซึ่งเลือกมาแสดงผลมีความสัมพันธ์ดังแสดงในตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3 ฟังก์ชันของเวลาโดยแปลงให้มีหน่วยของเวลาเป็นวินาทีสำหรับข้อมูลชุดที่ 2

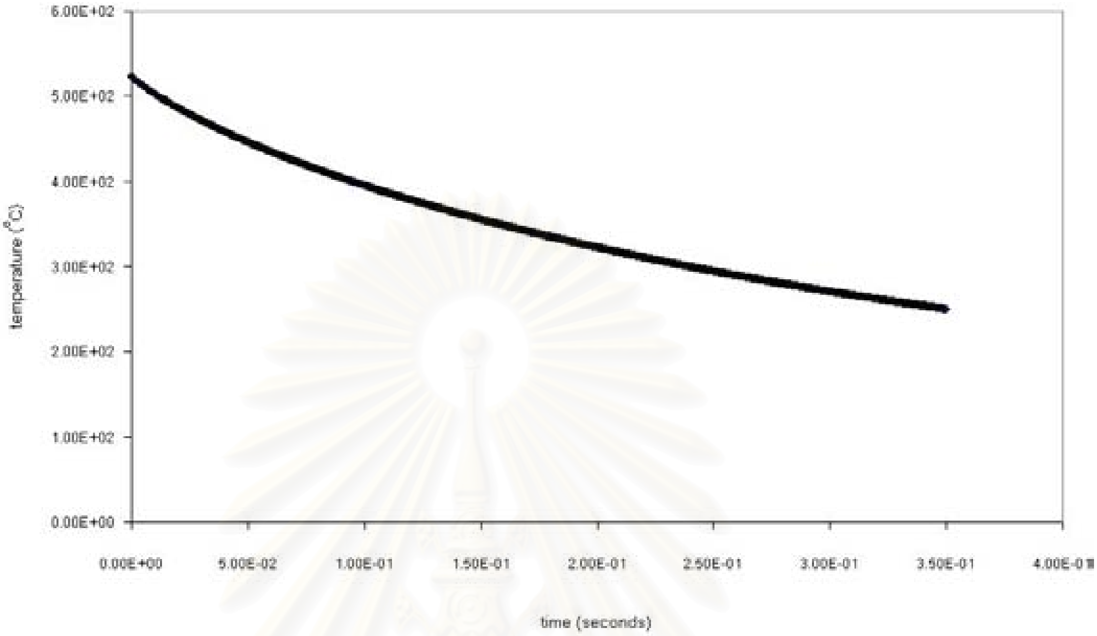
Omega (ω)	Time (seconds)
3.88050E-06	2.02333E-05
1.24176E-05	6.47465E-05
1.62981E-05	8.49798E-05
2.40591E-05	1.25446E-04
3.18201E-05	1.65913E-04



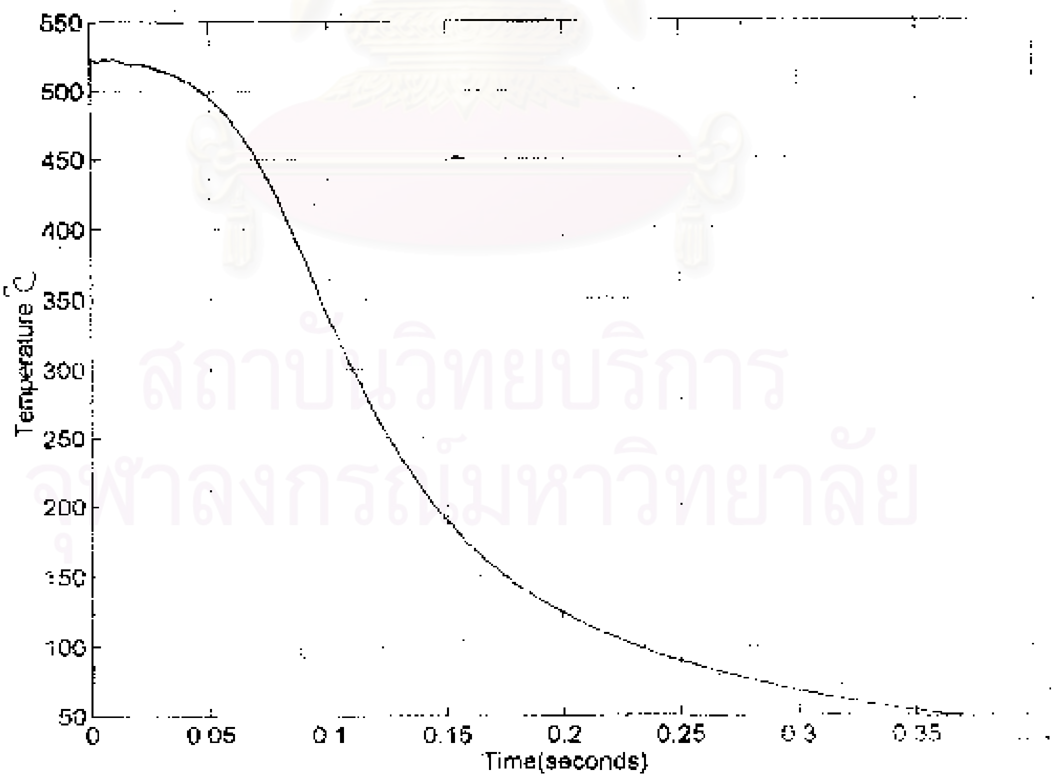
รูปที่ 5.4 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาตามแนวรัศมีสำหรับข้อมูลชุดที่ 2

จากรูปที่ 5.5a ซึ่งได้จากการคำนวณและรูปที่ 5.5b ได้จากการทดลองของ Prof. Campo[16] จะเห็นได้ว่าอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงเวลา 0.01 ถึง 0.25 วินาที ข้อแตกต่างที่ชัดเจนระหว่างรูปที่ 5.5a และรูปที่ 5.5b คือที่เวลาเท่ากับ 0.15 วินาที รูปที่ 5.5a จะมีอุณหภูมิประมาณ 370 ^{o}C ขณะที่รูปที่ 5.5b มีอุณหภูมิประมาณ 200 ^{o}C ความแตกต่างของอุณหภูมิอย่างมากนี้ อาจเกิดขึ้นได้เนื่องจากผลกระทบจากภายนอก เช่นมีการแยกตัวของชั้นฟิล์ม ทำให้น้ำมี

โอกาสสัมผัสกับวัตถุทรงกลมได้มากขึ้น อีกทั้งเกิดการไหลวน ทำให้วัตถุทรงกลมมีการถ่ายเท ความร้อนได้มาก ซึ่งการคำนวณไม่ได้พิจารณาสิ่งกระทบเหล่านี้



รูปที่ 5.5a ผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลม (^{0}C)กับเวลา (seconds) สำหรับข้อมูลชุดที่ 2



รูปที่ 5.5b ผลการทดลองอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลม (^{0}C)กับเวลา (seconds) สำหรับข้อมูลชุดที่ 2

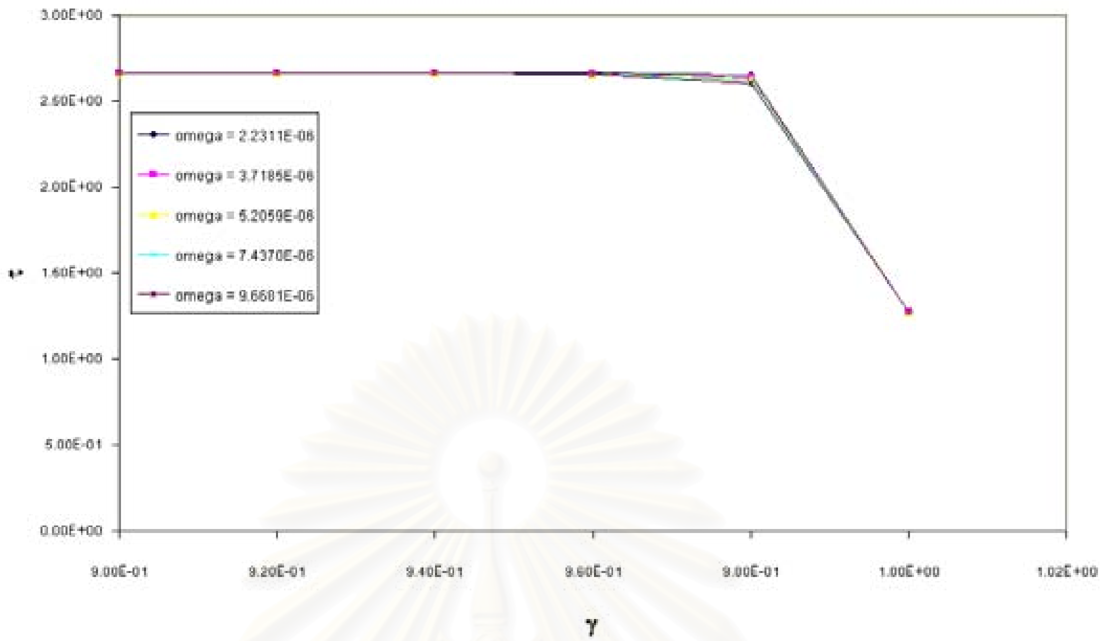
ข้อมูลชุดที่ 3 การคำนวณดำเนินภายใต้เงื่อนไขสมดุลอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผิวทรงกลม โดยมีข้อมูลอื่นๆ ดังกำหนดไว้ในตารางที่ 4.2b รูปที่ 5.6 แสดงผลของการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาตามแนวรัศมี รูปที่ 5.7a และรูปที่ 5.7b แสดงผลการคำนวณค่าเฉลี่ยภายในทรงกลมระหว่างอุณหภูมิ (^{0}C) กับเวลา (seconds) และค่าเฉลี่ยอุณหภูมิ (^{0}C) ภายในทรงกลมกับเวลา (seconds) ซึ่งได้จากการทดลอง โดยมีอุณหภูมิสูงสุดภายในทรงกลมเท่ากับ 793 เคลวินและมีรัศมีของทรงกลมเท่ากับ 2.54×10^{-2} เมตร

ผลที่ได้จากข้อมูลชุดที่ 3 นี้มีความสอดคล้องกับข้อมูลชุดที่ 1 และ 2 จากรูปที่ 5.6 จะเห็นได้ว่าการลดลงของอุณหภูมิตามแนวรัศมีเริ่มจากผิวทรงกลมซึ่งมีการสัมผัสกับของเหลวระบายความร้อนและอุณหภูมิของทรงกลมจะลดลงโดยเคลื่อนที่เข้าไปในแนวรัศมี สำหรับช่วงเวลาคำนวณค่อนข้างสั้นมากก็เพื่อให้สอดคล้องกับการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มที่จะได้นำเสนอในหัวข้อถัดไป

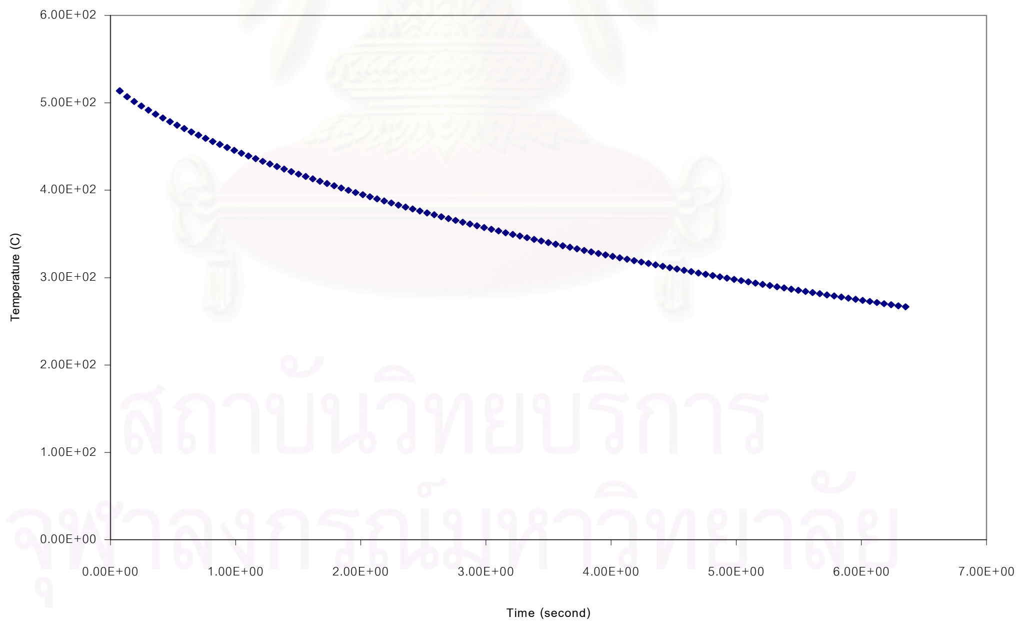
ω และ second ทั้ง 5 ค่าซึ่งเลือกมาแสดงผลมีความสัมพันธ์ดังแสดงในตารางที่ 5.4

ตารางที่ 5.4 ฟังก์ชันของเวลาโดยแปลงให้มีหน่วยของเวลาเป็นวินาทีสำหรับข้อมูลชุดที่ 3

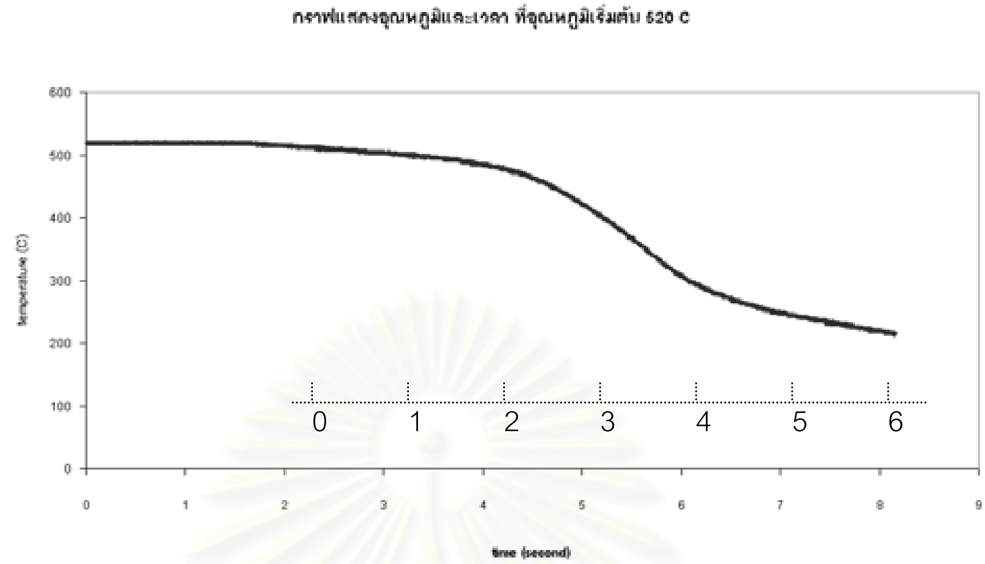
Omega (ω)	Time (seconds)
2.23110E-06	2.42782E-04
3.71850E-06	4.04636E-04
5.20590E-06	5.66490E-04
7.43700E-06	8.09272E-04
9.66810E-06	1.05205E-03



รูปที่ 5.6 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาตามแนวรัศมีสำหรับข้อมูลชุดที่ 3



รูปที่ 5.7a ผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลม (^{0}C)กับเวลา (seconds) สำหรับข้อมูลชุดที่ 3



รูปที่ 5.7b ผลการทดลองอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลม (^{0}C)กับเวลา (seconds) สำหรับข้อมูลชุดที่ 3

จากรูปที่ 5.7b เนื่องจาก t =0 เป็นเวลานับจากปล่อยทรงกลมลงสู่น้ำ เพื่อนำมาพิจารณาเปรียบเทียบกับการคำนวณซึ่ง t =0 จะเป็นเวลาที่ทรงกลมสัมผัสน้ำแล้ว ดังนั้นจะทำการปรับสเกลของรูปที่ 5.7b โดยประมาณให้ เริ่มจาก t' = t-2 คือเวลาที่ทรงกลมสัมผัสน้ำ เพราะเป็นเวลาที่อุณหภูมิเริ่มมีการลดลง จากรูปที่ 5.7b เมื่อทำการปรับสเกลใหม่ ตามเส้นประดังแสดงในรูปที่ 5.7b จะเห็นว่ามีข้อมูลการทดลองในช่วง t' =0 ถึง t' = 6 ดังนั้นจะนำข้อมูลของอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมที่ได้จากการคำนวณในช่วงเวลาดังกล่าวมาพิจารณาเปรียบเทียบกัน ดังแสดงในรูปที่ 5.7a ซึ่งจะเห็นได้ว่าจากรูปที่ 5.7a และรูปที่ 5.7b อุณหภูมิเริ่มต้นของทรงกลมเมื่อสัมผัสน้ำแล้วของทั้งสองกราฟ มีอุณหภูมิเท่ากันคือประมาณ 520 ^{o}C ซึ่งมีลักษณะการลดของอุณหภูมิภายในทรงกลมเช่นกัน แต่ก็มีความแตกต่างที่เห็นได้ชัดคือ

กราฟรูปที่ 5.7b จะเห็นได้ว่ามีช่วงการลดลงของอุณหภูมิภายในทรงกลมอย่างช้าๆ และช่วงของการลดลงของอุณหภูมิอย่างรวดเร็วซึ่งสามารถอธิบายลักษณะดังกล่าวได้ดังนี้

- ในช่วง t' = 0 ถึง t' =2.2 อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมลดลงอย่างช้าๆ ซึ่งในช่วงเวลานี้น่าจะมีชั้นฟิล์มบางๆ เกิดขึ้นเนื่องจากมีการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลมสู่น้ำทำให้เกิดการเดือดบนผิวหน้าของทรงกลม และชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นนี้ทำหน้าที่เป็นฉนวนกันความร้อน
- ในช่วง t' = 2.3 ถึง t' =4 อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมลดลงอย่างรวดเร็วเนื่องจากชั้นฟิล์มหลุดออกจากทรงกลมในปริมาณมาก ทำให้น้ำสามารถไหลเข้าสู่ทรงกลมและพาเอาความร้อนออกจากทรงกลมได้ในปริมาณที่มากขึ้น

- ในช่วง t' = 4.1 ถึง t' =6 อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมค่อยๆ ลดลง เพราะจากช่วงเวลาข้างต้น คือ t' = 0 ถึง t' = 4 น้ำมีอุณหภูมิน้อยกว่าอุณหภูมิของทรงกลมมากๆ ทำให้การถ่ายเทความร้อนเกิดขึ้นได้ดี แต่ในช่วงเวลานี้ทรงกลมมีอุณหภูมิลดลงมากเข้าใกล้อุณหภูมิของน้ำ ทำให้ประสิทธิภาพในการพาความร้อนออกจากทรงกลมลดลง

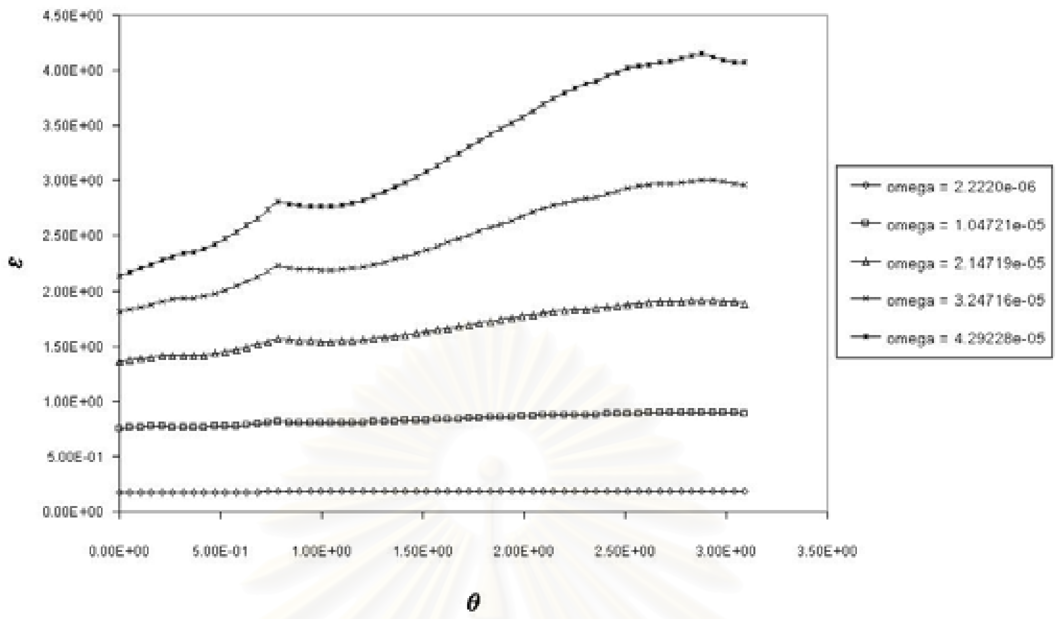
สำหรับความแตกต่างระหว่างผลการทดลองและการคำนวณน่าจะเนื่องจาก การละไม่พิจารณาลักษณะการแยกตัวของชั้นฟิลม์ในการคำนวณเช่นเดียวกับที่พบในการคำนวณของชุดข้อมูลที่ 2

5.3 ผลของการเกิดชั้นฟิล์มที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา ณ ตำแหน่งต่าง ๆ บนผิวของทรงกลม

การเกิดชั้นฟิล์มบนผิวทรงกลมได้เนื่องจากภายในทรงกลมมีอุณหภูมิสูงมาก เมื่อสัมผัสกับของเหลวระบายความร้อน ก่อให้เกิดการเดือดบนพื้นผิวทรงกลม ซึ่งจะทำการนำเสนอผลของการเกิดชั้นฟิล์มของข้อมูลชุดที่ 1 2 และ 3 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 5.8a รูปที่ 5.8b รูปที่ 5.9 และรูปที่ 5.10

5.3.1 การคำนวณการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มภายใต้การไหลแบบ Laminar

ข้อมูลชุดที่ 1 ซึ่งมี Re = 3.2 ดังแสดงในตารางที่ 5.1 รูปที่ 5.8a และรูปที่ 5.8b พบว่าชั้นฟิล์มที่อยู่บริเวณส่วนหน้าของทรงกลมเริ่มตั้งแต่ θ = 0 เรเดียนจนถึง θ = 1.5 เรเดียน มีชั้นฟิล์มที่บางกว่าชั้นฟิล์มในส่วนหลังของทรงกลมที่ θ = 1.6 เรเดียน จนถึง θ = 3.14 เรเดียน เมื่อมีระยะเวลาที่นานขึ้น เนื่องจากมีการถ่ายเทความร้อนออกจากผิวทรงกลม ก่อให้เกิดการสะสมความร้อนบริเวณชั้นฟิล์มดังนั้นจึงทำให้ชั้นฟิล์มมีความหนาเพิ่มขึ้น

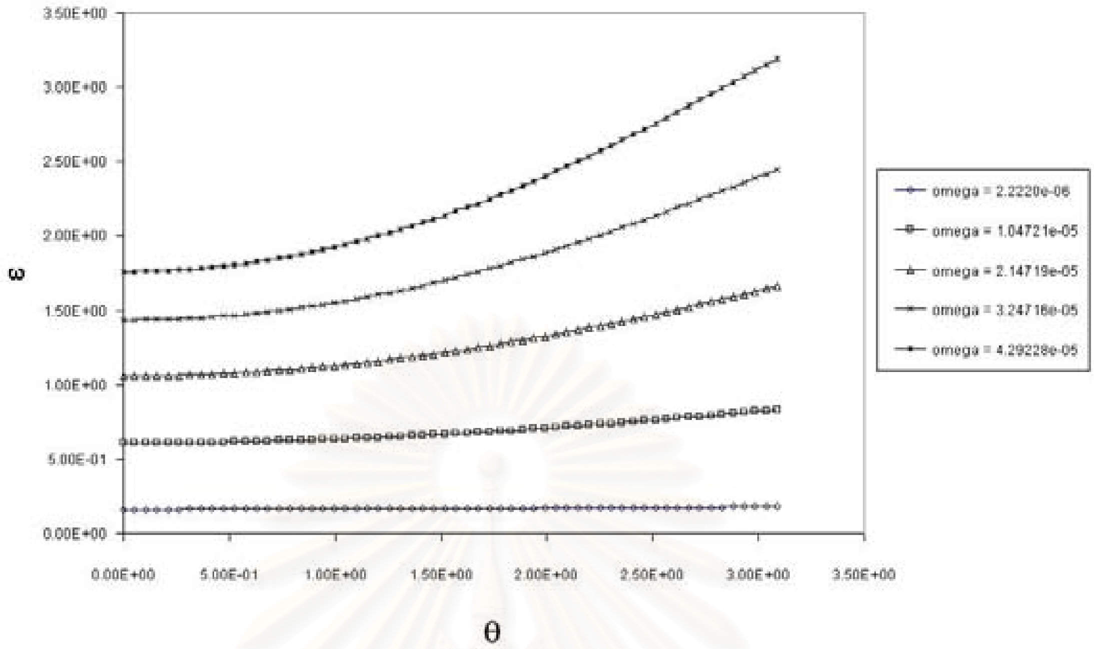


รูปที่ 5.8a ผลการคำนวณการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มบนผิวทรงกลมในแต่ละเวลา ซึ่งลักษณะการไหลเป็น Laminar flow สำหรับข้อมูลชุดที่ 1

รูปที่ 5.8a และรูปที่ 5.8b จะเห็นได้ว่ามีความแตกต่างกันคือชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นบนผิวทรงกลม ดังแสดงในรูปที่ 5.8b มีลักษณะที่ราบเรียบกว่าในรูปที่ 5.8a การที่ชั้นฟิล์มมีลักษณะที่ไม่ราบเรียบ เป็นผลสืบเนื่องจากการประมาณความเร็วที่ไหลผ่านทรงกลม เนื่องจากการพิจารณาเป็นองค์ประกอบจะพบว่าในแต่ละองค์ประกอบจะไม่มีความต่อเนื่องกันระหว่างแต่ละองค์ประกอบ ดังนั้นจึงมีจุดที่ไม่ต่อเนื่องอยู่ที่ θ = 0.785 เรเดียน θ = 2.356 เรเดียนและ θ = 3.142 เรเดียน ซึ่งเป็นมุมของรอยต่อระหว่างองค์ประกอบ (element)

เมื่อเวลาผ่านไป ชั้นฟิล์มในส่วนหลังของทรงกลมในรูปที่ 5.8a จะมีความหนามากกว่าชั้นฟิล์มในส่วนหลังของทรงกลมในรูปที่ 5.8b แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการป้อนของเหลวระบายความร้อนสำหรับการไหลแบบ Laminar flow เข้าสู่ทรงกลมได้มากกว่าการไหลของของเหลวระบายความร้อนที่มีลักษณะการไหลแบบ Potential flow

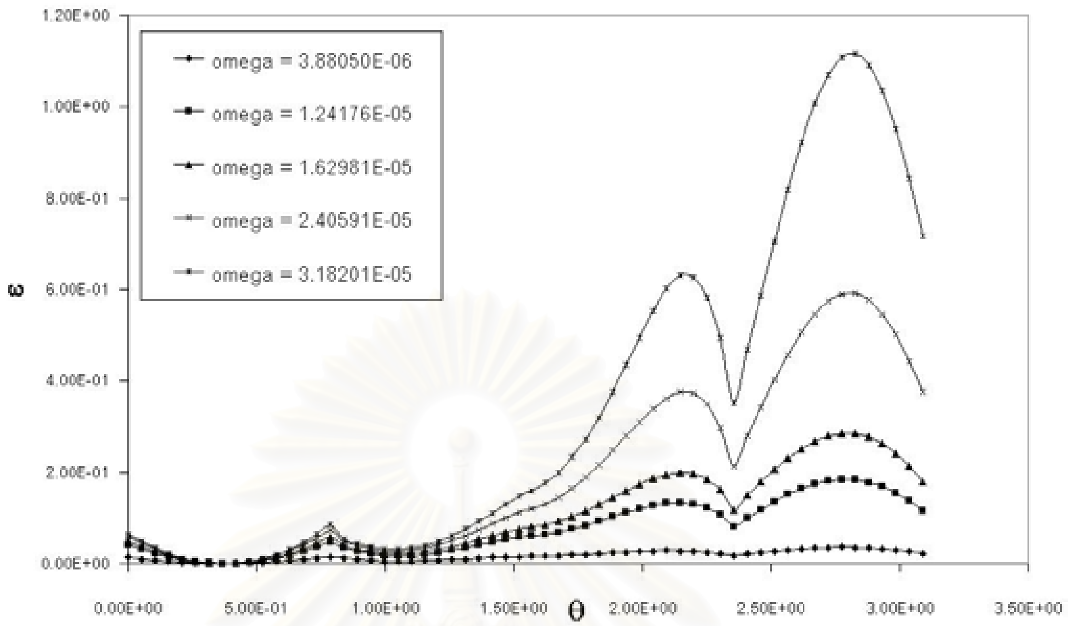
ทั้งนี้แล้วข้อมูลชุดที่ 1 ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อดูแนวโน้มของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นบนผิวทรงกลมสำหรับลักษณะการไหลของของไหลที่เป็น Laminar flow และ Potential flow



รูปที่ 5.8b ผลการคำนวณการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มบนผิวทรงกลมในแต่ละเวลา ซึ่งลักษณะการไหลเป็น Potential flow สำหรับข้อมูลชุดที่ 1

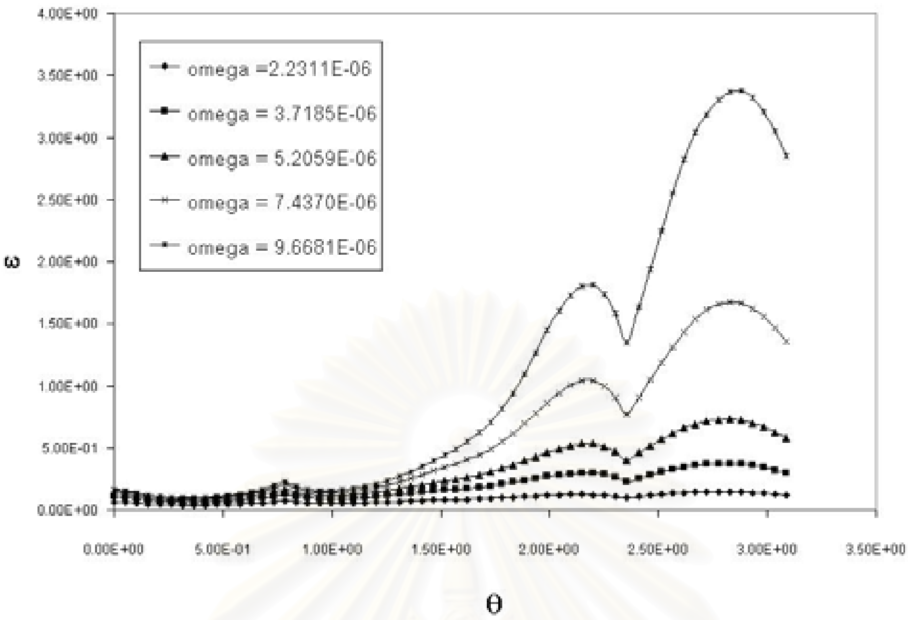
5.3.2 การทดลองคำนวณการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มโดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้น กรณีการไหลไม่เป็นแบบ Laminar flow

ข้อมูลชุดที่ 2 ซึ่งมี Re = 11,120 จะพบว่าลักษณะการไหลออกห่างจาก Laminar flow อย่างไรก็ตาม จะทดลองคำนวณโดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้น เพื่อประมาณการเกิดของชั้นฟิล์มเนื่องจากการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลม ซึ่งทรงกลมนี้สัมผัสกับของเหลวระบายความร้อน ทำให้เกิดการเดือด มีชั้นฟิล์มปกคลุมที่ผิวของทรงกลมในช่วงเวลาเริ่มต้น และเมื่อมีระยะเวลานานขึ้น การสะสมของไอของเหลวเนื่องจากการเดือดทำให้มีความหนาของชั้นฟิล์มเพิ่มมากขึ้น ซึ่งที่เวลา ω เท่ากับ 3.18201×10^{-5} จะมีความหนาของชั้นฟิล์มสูงสุดโดยประมาณ ε = 1.17 หรือคิดเป็นความหนาของชั้นฟิล์มเท่ากับ 6.51 mm. และจะเห็นว่ามีแนวโน้มของความหนาชั้นฟิล์มในส่วนหลังของทรงกลมมากกว่าในส่วนหน้าของทรงกลม ดังแสดงในรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 ผลการคำนวณการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มบนผิวทรงกลมในแต่ละเวลาสำหรับข้อมูลชุดที่ 2

ข้อมูลชุดที่ 3 ซึ่งมี Re = 50,800 จะพบว่าลักษณะการไหลออกห่างจาก Laminar flow อย่างไรก็ตาม จะทดลองคำนวณโดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้น เพื่อประมาณการเกิดของชั้นฟิล์ม มีลักษณะการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มบนผิวทรงกลมที่คล้ายกับข้อมูลชุดที่ 2 นั่นคือมีชั้นฟิล์มบางๆ ปกคลุมที่ผิวทรงกลม ในช่วงเวลาเริ่มต้นและเมื่อมีระยะเวลานานขึ้น อุณหภูมิภายในทรงกลมนี้ลดลงได้น้อย ดังแสดงในรูปที่ 5.6 แต่เนื่องจากทรงกลมมีขนาดที่ใหญ่กว่าข้อมูลชุดที่ 2 ทำให้สามารถผลิตชั้นฟิล์มได้ในปริมาณมาก ที่เวลา ω เท่ากับ 9.6681×10^{-6} ซึ่งมีความหนาของชั้นฟิล์มสูงสุดโดยประมาณ ε = 3.47 หรือคิดเป็นความหนาของชั้นฟิล์มเท่ากับ 8.81 cm. อีกทั้งยังมีแนวโน้มของความหนาชั้นฟิล์มในส่วนหลังของทรงกลมมากกว่าในส่วนหน้าของทรงกลม ดังแสดงในรูปที่ 5.10



รูปที่ 5.10 ผลการคำนวณการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มบนผิวทรงกลมในแต่ละเวลาสำหรับข้อมูลชุดที่ 3

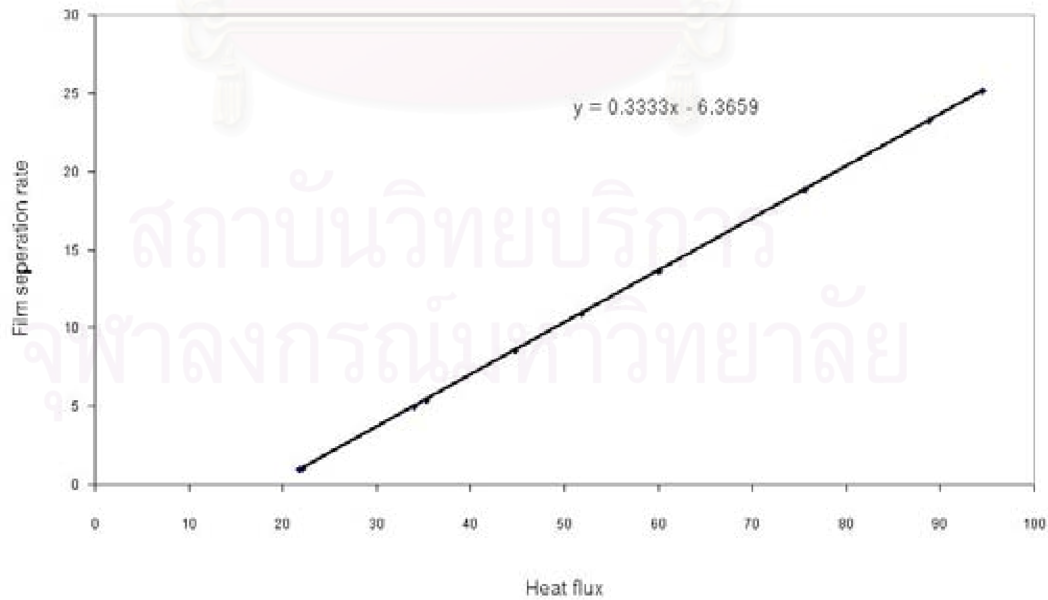
5.4 ผลการคำนวณการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม

จะพบว่าจากหัวข้อที่ 5.3 ซึ่งได้นำเสนอผลของการเกิดชั้นฟิล์ม โดยชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นนี้จะสามารถคงรูปอยู่ได้ที่ความหนาและช่วงเวลาจำกัด เมื่อพิจารณาระยะเวลาที่นานขึ้นพบว่ามีการหลุดลอกของชั้นฟิล์มเกิดขึ้น ดังนั้นในหัวข้อนี้จะแสดงถึงการวิเคราะห์และปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์มของข้อมูลชุดที่ 2 และ 3 ตามลำดับ โดยอาศัยสมการที่ (4.26) ซึ่งเป็นสมการที่บอกถึงปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม ทั้งนี้ปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์มที่คำนวณได้นี้นำมาจากข้อมูลการทดลอง ดังนี้

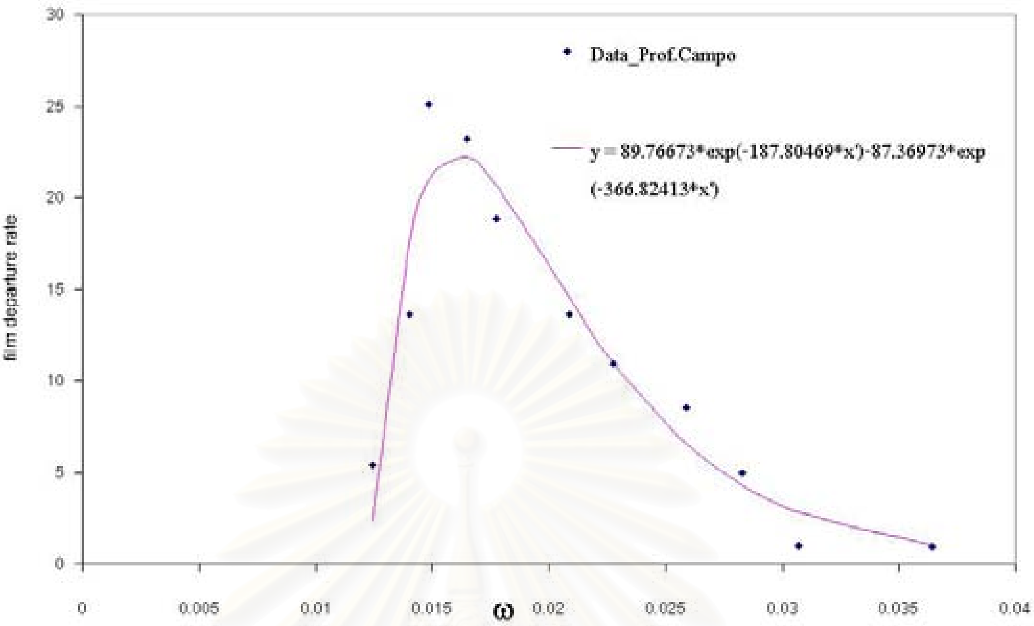
ข้อมูลชุดที่ 2

ตารางที่ 5.5 ปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม ค่า Heat flux และเวลาเมื่อพิจารณาเป็นปริมาณไม่มีหน่วย (dimensionless) และเวลาเปรียบเทียบเป็นวินาทีสำหรับข้อมูลชุดที่ 2

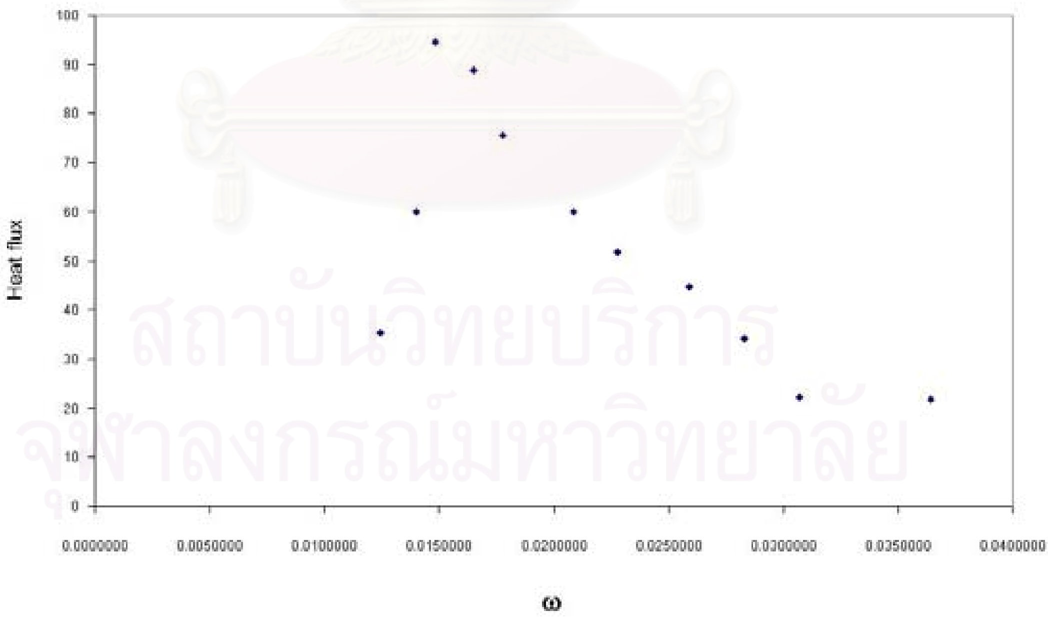
การหลุดลอกของชั้นฟิล์ม	Heat flux	Omega (ω)	Time (second)
5.388486	35.26316	0.01245	0.06
13.6341	60	0.014	0.07
25.11558	94.44444	0.01485	0.077
23.21743	88.75	0.0165	0.086
18.81929	75.55556	0.01775	0.093
13.6341	60	0.02085	0.109
10.90683	51.81818	0.02275	0.1186
8.546381	44.73684	0.0259	0.135
4.967433	34	0.0283	0.148
1.002521	22.10526	0.0307	0.16
0.899057	21.79487	0.03645	0.188



รูปที่ 5.11 อัตราค่าการหลุดลอกของชั้นฟิล์มและ heat flux สำหรับข้อมูลชุดที่ 2



รูปที่ 5.12 ค่าอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์มและเวลา เขียนในปริมาณไม่มีหน่วย (dimensionless) สำหรับข้อมูลชุดที่ 2



รูปที่ 5.13 ค่า Heat flux และ เวลา เขียนในปริมาณไม่มีหน่วย (dimensionless) ของข้อมูลชุดที่ 2

- จากรูปที่ 5.11 แสดงให้เห็นถึงลักษณะการเพิ่มขึ้นของปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์มเมื่อ heat flux มีค่าเพิ่มขึ้น กลไกการหลุดลอกออกของชั้นฟิล์มจึงน่าจะเป็นกลไก

ที่ช่วยเพิ่มค่า heat flux หรือเพิ่มความสามารถในการถ่ายเทความร้อนจากทรงกลมสู่ของเหลวระบายความร้อน

- จากรูปที่ 5.12 และรูปที่ 5.13 จะเห็นได้ว่าคล้ายคลึงกัน ซึ่งในช่วง Omega (ω) = 0.012 ถึง Omega (ω) = 0.0148 มีค่าการหลุดลอกของชั้นฟิล์มและ heat flux ที่เพิ่มขึ้นสูงสุด ซึ่งแสดงให้เห็นว่าช่วงเวลาดังกล่าวนี้ ทรงกลมมีอัตราการถ่ายเทความร้อนสูงสุด และในช่วง Omega (ω) = 0.0165 ถึง Omega (ω) = 0.03645 ค่าการหลุดลอกของชั้นฟิล์มและ heat flux ลดลงอย่างรวดเร็ว ซึ่งแสดงว่าอัตราที่ความร้อนถูกถ่ายเทออกจากทรงกลมมีค่าลดลงหรือหมดไป
- จากกราฟรูปที่ 5.12 ปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์มและเวลาเมื่อพิจารณาเป็นปริมาณไม่มีหน่วย (dimensionless) ด้วยรัศมีของทรงกลมขนาด 5.56 x 10^{-3} m จะทำการประมาณค่าเช่นเดียวกันโดยดูแนวโน้มของชุดข้อมูลการทดลองของ Prof.Campo[16] ซึ่งได้สมการตามความสัมพันธ์ดังนี้

$$y = 89.76673 \cdot e^{(-187.80469 \cdot x')} - 87.36973 \cdot e^{(-366.82413 \cdot x')} \qquad (5.1)$$

และสมการดังกล่าวนี้มีความคลาดเคลื่อนจากชุดของข้อมูลการทดลองคือ 60.716

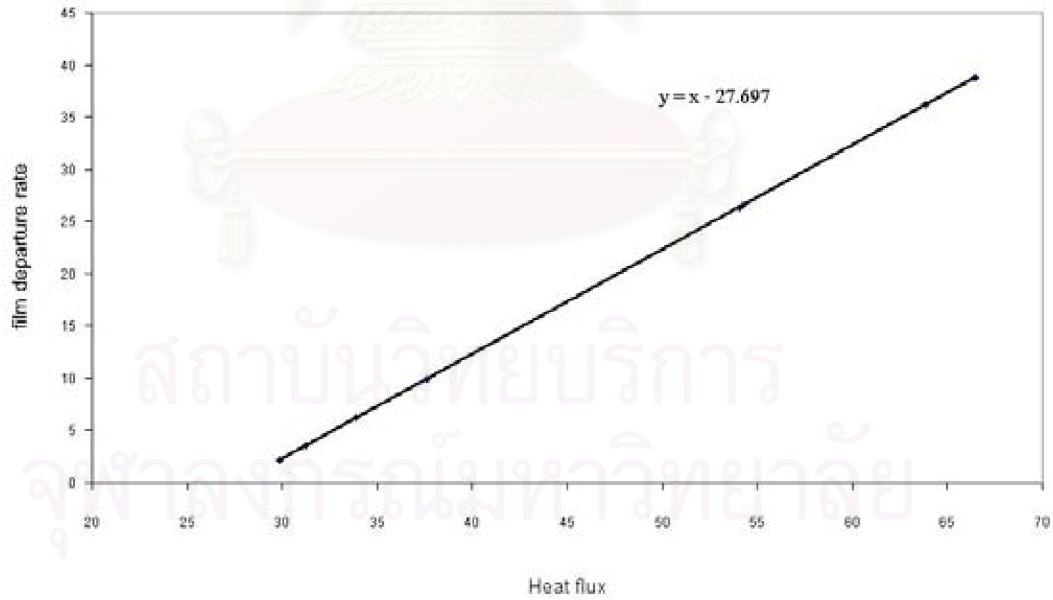
โดยที่ x’ แทน ผลต่างของเวลาที่ต้องการทราบกับเวลาเริ่มต้นของการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม (ω_0 =0.01245)

y แทน ปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม

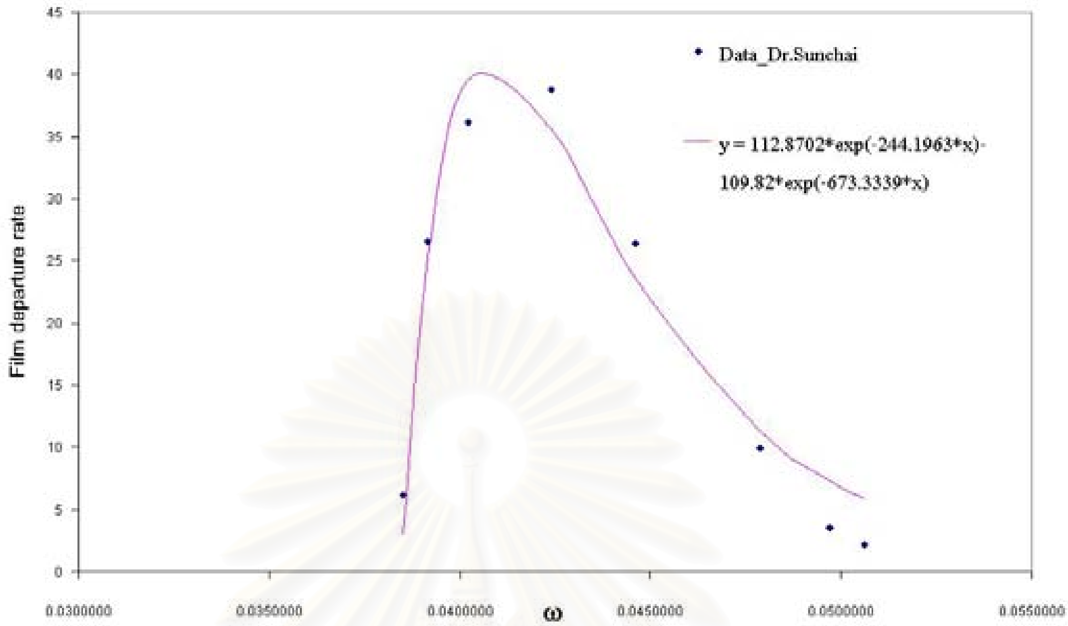
ข้อมูลชุดที่ 3

ตารางที่ 5.6 ปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม ค่า Heat flux และ เวลา เมื่อพิจารณาเป็นปริมาณไม่มีหน่วย (dimensionless) และเวลาเปรียบเทียบเป็นวินาที สำหรับข้อมูลชุดที่ 3

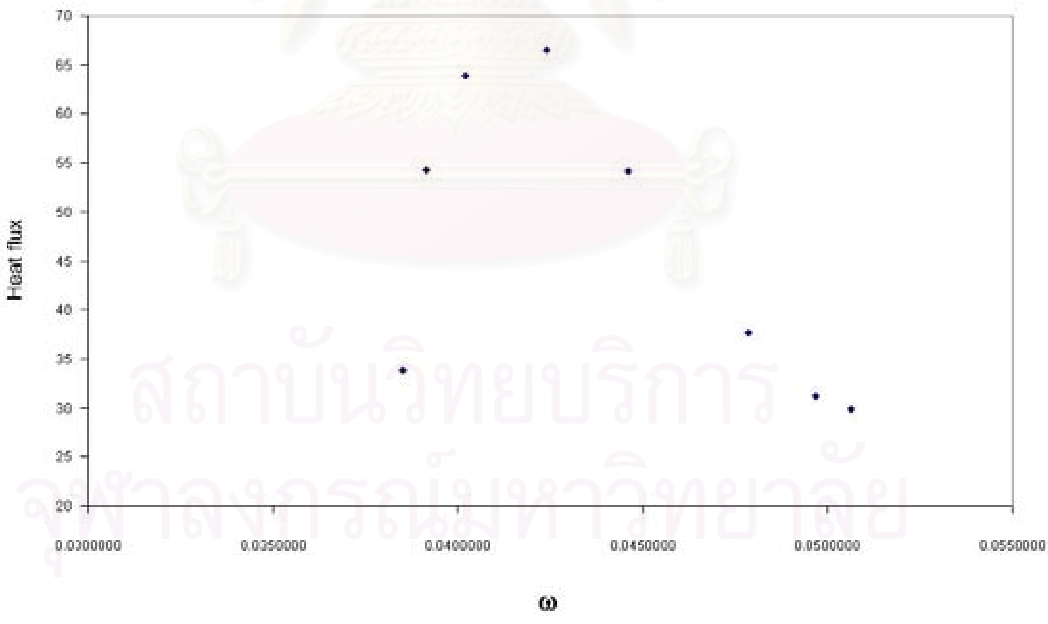
การหลุดลอกของชั้นฟิล์ม	Heat flux	Omega (ω)	Time (second)
6.1823144	33.87931	0.0385071	4.256474
26.5345444	54.23154	0.0391541	4.327992
36.1600543	63.85705	0.0402109	4.444808
38.7831986	66.4802	0.0424088	4.687758
26.3562629	54.05326	0.0446125	4.931349
9.933106	37.63011	0.0478608	5.290408
3.5300975	31.2271	0.0496971	5.493388
2.1836863	29.88069	0.0506170	5.595071



รูปที่ 5.14 ค่าอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์มและ heat flux ของข้อมูลชุดที่ 3



รูปที่ 5.15 ค่าอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์มและเวลาเขียนในปริมาณไม่มีหน่วย (dimensionless) ของข้อมูลชุดที่ 3



รูปที่ 5.16 ค่า Heat flux และ เวลา เขียนในปริมาณไม่มีหน่วย (dimensionless) ของข้อมูลชุดที่ 3

- จากรูปที่ 5.14 แสดงให้เห็นถึงลักษณะการเพิ่มขึ้นของปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์มเมื่อ heat flux มีค่าเพิ่มขึ้น กลไกการหลุดลอกออกของชั้นฟิล์มจึงน่าจะเป็นกลไก

ที่ช่วยเพิ่มค่า heat flux หรือเพิ่มความสามารถในการถ่ายเทความร้อนจากทรงกลมสู่ของเหลวระบายความร้อน

- จากรูปที่ 5.15 และ 5.16 จะเห็นได้ว่าคล้ายคลึงกัน ซึ่งในกราฟรูปที่ 5.15 จะทำการประมาณค่าโดยดูแนวโน้มของชุดข้อมูลการทดลอง ผลลัพธ์จากสมการที่ประมาณขึ้นมาไม่สามารถผ่านชุดข้อมูลจริงได้ทั้งหมด แต่จะเป็นการประมาณให้ใกล้เคียงกับข้อมูลเพียงบางจุดเท่านั้น ซึ่งได้สมการตามความสัมพันธ์ดังนี้

$$y = 112.8702 \cdot e^{(-244.1963 \cdot x')} - 109.82 \cdot e^{(-673.3339 \cdot x')} \qquad (5.2)$$

และสมการดังกล่าวนี้มีความคลาดเคลื่อนจากชุดของข้อมูลการทดลองคือ 79.238

โดยที่ x’ แทน ผลต่างของเวลาที่ต้องการทราบกับเวลาเริ่มต้นของการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม (ω_0 = 0.0385071)

y แทน ปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม

ช่วง Omega (ω) = 0.0385071 ถึง Omega (ω) = 0.0424088 มีค่าการหลุดลอกของชั้นฟิล์มและ heat flux ที่เพิ่มขึ้นสูงสุด ซึ่งแสดงให้เห็นว่าช่วงเวลาดังกล่าวนี้ ทรงกลมมีอัตราการถ่ายเทความร้อนสูงสุด และในช่วง Omega (ω) = 0.0446125 ถึง Omega (ω) = 0.0506170 ค่าการหลุดลอกของชั้นฟิล์มและ heat flux ลดลงอย่างรวดเร็ว ซึ่งแสดงว่าอัตราที่ความร้อนถูกถ่ายเทออกจากทรงกลมมีค่าลดลงหรือหมดไป

จากรูปที่ 5.12 และรูปที่ 5.15 จะเห็นได้ว่าขนาดของทรงกลมมีผลต่ออัตราการหลุดลอกของชั้นฟิลม์คือในรูปที่ 5.12 ทรงกลมมีขนาดเล็กกว่าทรงกลมในรูปที่ 5.15 ซึ่งปริมาณในการหลุดลอกของชั้นฟิล์มของทรงกลมขนาดใหญ่จะมีมากกว่า อีกทั้งระยะเวลาการหลุดลอกของชั้นฟิล์มที่นานกว่า

บทที่ 6

บทสรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุปผลการวิจัย

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการจำลองการเดือดเป็นชั้นฟิล์มที่ขึ้นกับเวลาบนพื้นผิวของวัตถุทรงกลม ภายใต้การไหลของของเหลวระบายความร้อน สิ่งสำคัญประการหนึ่งซึ่งต้องพิจารณาในลำดับแรกคือความจำเป็นที่ต้องทราบถึงลักษณะการไหลของของเหลวระบายความร้อนบนพื้นผิวทรงกลม ซึ่งสนใจเฉพาะการเคลื่อนที่ของของเหลวอย่างมีระเบียบบนพื้นผิวทรงกลม นั่นคือการไหลในลักษณะราบเรียบ (Laminar flow) ในการคำนวณหาความเร็วและความดันที่ไหลผ่านทรงกลม ได้นำรูปแบบของข้อมูล ซึ่งประกอบด้วยชุดข้อมูลทั้งหมด 3 ชุด โดยสามารถจำแนกได้คือ ข้อมูลชุดที่หนึ่ง เป็นข้อมูลที่สมมติขึ้นเพื่อใช้เปรียบเทียบการไหลผ่านรอบวัตถุทรงกลมของของไหลแบบ Potential flow และ Laminar flow สำหรับข้อมูลชุดที่สอง เป็นข้อมูลสำหรับการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Prof.Campoและข้อมูลชุดที่สาม เป็นข้อมูลสำหรับการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Dr. Sunchai ได้ถูกนำมาใช้วิเคราะห์และเปรียบเทียบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณ

ผลจากการคำนวณความเร็วและความดันที่ไหลรอบทรงกลม สำหรับข้อมูลชุดที่ 1 ค่าความเร็วต้น 0.1 m/s มีค่า Re เท่ากับ 3.2 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความเร็วต้นของข้อมูลชุดที่ 1 นี้เป็นเพียงข้อมูลชุดเดียวที่มีลักษณะการไหลของของเหลวระบายความร้อน ในลักษณะราบเรียบ ในขณะเดียวกันสำหรับข้อมูลชุดที่ 2 และชุดที่ 3 นั้น เนื่องจากการทดลองใช้น้ำ เป็นของเหลวระบายความร้อนซึ่งมีค่าความเร็วต้นคือ 1 m/s เป็นผลให้มีค่า Re ที่สูงกว่ามาก ทำให้พิจารณาได้ว่าการประมาณการไหลของของเหลวในระบบการทดลองนี้เป็นการไหลแบบราบเรียบน่าจะมีความคลาดเคลื่อนอยู่มาก อย่างไรก็ตามการคำนวณโดยใช้ข้อมูลชุดที่ 2 และชุดที่ 3 โดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นก็สามารถประมาณการเกิดของชั้นฟิล์ม โดยผลลัพธ์ของความเร็วและความดันที่ไหลรอบทรงกลม มีความถูกต้องและน่าเชื่อถือในระดับหนึ่ง ซึ่งพิจารณาได้จากความคลาดเคลื่อนที่คำนวณได้ ตามข้อสมมติฐานที่ได้ตั้งขึ้น โดยผลลัพธ์ของความเร็วและความดันนี้ เป็นตัวช่วยในการพาความร้อนออกจากทรงกลมและสามารถนำมาใช้เพื่อคำนวณหาความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นเมื่อเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา

สำหรับผลการคำนวณของอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาของข้อมูลทั้ง 3 ชุด มีลักษณะคล้ายกัน นั่นคือจะมีการลดลงของอุณหภูมิตามแนวรัศมี โดยเริ่มจากผิวทรงกลมและอุณหภูมิของทรงกลมจะลดลงโดยเคลื่อนที่เข้าไปในแนวรัศมี หากมีระยะเวลาที่นานขึ้น อย่างไรก็ตาม การลดลงของอุณหภูมิของทรงกลมตามแนวรัศมีจะสามารถลดลงได้มากหรือน้อยขึ้นอยู่กับลักษณะการถ่ายเทความร้อนของชั้นผิวทรงกลม ความร้อนออกจากทรงกลมในช่วงเวลาหนึ่งๆ ซึ่งทำให้เกิดการเดือดเป็นชั้นฟิล์มบนพื้นผิวทรงกลม ผลการคำนวณลักษณะการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาของข้อมูลทั้ง 3 ชุดนี้ แสดงถึงแนวโน้มที่ชั้นฟิล์มในส่วนหน้าของทรงกลมจะมีขนาดที่บางกว่าชั้นฟิล์มในส่วนหลังของทรงกลม อนึ่งพึงสังเกตว่าช่วงเวลาที่นำมาพิจารณาถึงความหนาของชั้นฟิล์มนี้ มีช่วงระยะเวลาเพียงสั้นๆ เท่านั้น ก่อนที่จะต้องนำการหลุดลอกของชั้นฟิล์มมาพิจารณาประกอบ

สำหรับผลการคำนวณการเกิดขึ้นของชั้นฟิล์มภายใต้การไหลของของเหลวระบายความร้อนแบบ Laminar กับการไหลแบบ Potential flow ของข้อมูลชุดที่ 1 โดยจะเห็นว่าการไหลแบบ Laminar จะทำให้มีการเกิดของชั้นฟิล์มที่หนาเพิ่มขึ้นมากกว่าการไหลแบบ Potential flow ที่เป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะในการไหลแบบ Laminar นี้มีความสามารถในการป้อนของเหลวระบายความร้อนสู่ทรงกลมได้มากกว่าการไหลของของเหลวระบายความร้อนแบบ Potential flow และสำหรับผลการทดลองคำนวณการเกิดชั้นฟิล์ม โดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้น กรณีการไหลไม่เป็นแบบ Laminar ของข้อมูลชุดที่ 2 และ ชุดที่ 3 ตามลำดับ พบว่าการก่อรูปของชั้นฟิล์มในส่วนหลังของทรงกลมมีความหนามาก ซึ่งในความเป็นจริงแล้ว ชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นนี้ไม่ควรที่จะยังคงสภาพของชั้นฟิล์มที่มีความหนามากนัก การพิจารณาการหลุดลอกของชั้นฟิล์มจึงมีความสำคัญมากในกรณีข้อมูลชุดที่ 2 และ ชุดที่ 3

หากพ้นจากช่วงระยะเวลาดังกล่าวข้างต้นและมีระยะเวลาที่นานขึ้น ผลจากการคำนวณหาความหนาของชั้นฟิล์มที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา พบว่าชั้นฟิล์มบางส่วนที่ปกคลุมบริเวณผิวทรงกลมหายไป และไม่มีชั้นฟิล์มปกคลุมอยู่ที่ผิวทรงกลม แสดงให้เห็นว่าเมื่อระยะเวลาที่นานขึ้น จะเริ่มมีการหลุดลอกของชั้นฟิล์มออกจากทรงกลม เพื่อต้องการทราบถึงปริมาณการหลุดลอกของชั้นฟิล์มนี้ จำเป็นต้องนำข้อมูลจากการทดลองอันได้แก่ ชุดข้อมูลของการทดลองชุดที่ 2 และชุดที่ 3 ตามลำดับ มาวิเคราะห์เพื่อทราบถึงแนวโน้มและกลไกการหลุดลอกของชั้นฟิล์ม ค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนออกจากทรงกลม (Heat flux) และเวลา อัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์มนี้พิจารณาได้จากความไม่สมดุลระหว่างความร้อนที่ถ่ายเทออกจากทรงกลมและความร้อนที่ของเหลวรับไปเพื่อใช้เพิ่มอุณหภูมิเข้าสู่จุดเดือด โดยรูปแบบของสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์มอธิบายได้ดังแสดงโดยสมการที่ (5.1) และ (5.2) ชี้ให้เห็นว่าอัตราการหลุดลอกของชั้นฟิล์มขึ้นอยู่กับผลต่างระหว่างผลจากอัตราการถ่ายเทความร้อนจากทรงกลมสู่ชั้นฟิล์ม และผลจากอัตรา

การถ่ายเทความร้อนจากชั้นฟิล์มสู่ของเหลว โดยเหตุที่สมการทั้งสองมีรูปแบบสมการอย่างเดียวกัน แต่ค่าคงที่ของทั้งสองสมการดังกล่าวมีความแตกต่างกันมาก ความแตกต่างนี้อาจเป็นผลกระทบจากขนาดของระบบ และปัจจัยภายนอกอื่นที่ไม่ได้นำมาพิจารณาในการคำนวณนี้

6.2 ข้อเสนอแนะ

ผลลัพธ์ในการคำนวณหาความเร็วและความดันที่ไหลผ่านทรงกลมที่ได้เป็นลักษณะของรูปแบบการไหลผ่านของทรงกลมแบบคร่าวๆ และมีความคลาดเคลื่อนของคำตอบอยู่ แต่ก็จัดได้ว่ามีความถูกต้องและน่าเชื่อถือในระดับหนึ่ง หากต้องการผลลัพธ์ของความเร็วและความดันที่มีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น สามารถทำได้โดยเพิ่มจำนวนองค์ประกอบที่จะพิจารณาภายในระบบสำหรับการไหลผ่านของทรงกลม หรืออาจทำการปรับขนาดขององค์ประกอบในบริเวณที่ผลลัพธ์มีการเปลี่ยนแปลงสูงๆ ให้มีขนาดเล็กลง ซึ่งก็คือในบริเวณใกล้กับผิวทรงกลม ในขณะเดียวกันก็ปรับขนาดขององค์ประกอบในบริเวณอื่นๆ ให้มีขนาดใหญ่ขึ้น นอกจากนี้หากทราบค่าจากความดันจริงที่ผิวทรงกลม ก็จะช่วยให้สามารถคำนวณได้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น และถ้ามีการพิจารณาถึงผลกระทบจากภายนอกสู่ระบบ อาทิเช่น ผลกระทบจากการไหลแบบปั่นป่วนของของไหล และสภาวะของการไหลซึ่งอยู่ในสภาพที่ไม่อยู่ จะทำให้แบบจำลองการไหลของของไหลมีความคล้ายคลึงกับสภาพการไหลที่แท้จริงมากยิ่งขึ้น

สำหรับผลการคำนวณชั้นฟิล์มนั้น แบบจำลองเป็นปัจจัยสำคัญของการกำหนดอัตราการถ่ายเทความร้อนคือ อุณหภูมิที่พื้นผิวของทรงกลมซึ่งเปลี่ยนแปลงไปกับความหนาของชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้น ซึ่งทำให้การคำนวณชั้นฟิล์มและอุณหภูมิที่พื้นผิวสมควรต้องกระทำไปพร้อมกัน เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องสอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาของระบบจริง ดังนั้นการพิจารณาผลกระทบต่างๆ เหล่านี้ต่อแบบจำลองและต่อผลการคำนวณเป็นงานวิจัยที่ต้องดำเนินในลำดับต่อไป

รายการอ้างอิง

1. สัญชัย นิลสุวรรณโฆษิต. A Numerical Model for Time Dependent Film Boiling on a Sphere. The Fourth Annual National Symposium on Computational Science and Engineering March 2000.
2. Robert W.Fox and Alan T.McDonald. Introduction to Fluid Mechanics 4th SI VERSION. John Wiley&Sons,1994.
3. K.H. BANG. Numerical prediction of forced convection film boiling heat transfer from a sphere. Int.J. Heat Mass Transfer Vol 37 No.16 (1994) :2415-2424
4. L.C.WITT. Film Boiling From a Sphere. I & EC Fundamentals (1968): 517-518
5. Kiyosi KOBAYASI. Film Boiling Heat Transfer around a Sphere in Forced Convection. Journal of Nuclear Science and Technology No.2 (1965) :62-67
6. Frank P. Incropera, David P. DeWitt. Introduction to heat transfer 3rd ed. John Wiley &Sons, 1996.
7. สมศรี จงรุ่งเรือง,รศ.ดร. ระเบียบวิธีวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อน. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.
8. JOHN R. LAMARSH. INTRODUCTION TO NUCLEAR ENGINEERING 2nd ed. New York : Addison-Wesley Publishing Company,Inc. 1983.
9. Nukiyama, S. The Maximum and Minimum Values of the Heat Q Transmitted from Metal to Boiling under Atmospheric Pressure. Journal Japan Soc. Mech. Engrs 37 (1934) : 367-374
10. Farber, E.A. and Scorah, R.L. Heat Transfer to Water Boiling under Pressure. Trans. ASME 79 (1948) : 369-384
11. R. Byron Bird,Warren E. Stewart and Edwin N. Lightfoot. Transport Phenomena . John Wiley & Sons,1960.
12. ปราโมทย์ เดชะอำไพ. ระเบียบเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.
13. J.N. Reddy and D.K. Garting. The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics. United States of America :CRC Press,Inc., 1994
14. ชลัมภ์ อุ่นอารีย์. เทคนิคโมดูลาไรซ์สำหรับการประมาณค่าวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชานิวเคลียร์เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543

15. Antonio Campo. Jonathan Blotter. Experimental and numerical evaluation of the unsteady cooling of ball bearing in atmospheric air: dual influence of nonlinear natural convection and surface radiation, College of Engineering, Idaho State University, 1999.

16. Bancha Ounpanich, Temsiri Pomprapha, Urith Archakositt, Sunchai Nilsuwankosit. Experiments on Time Dependent Film Boiling on a Sphere. The Second National Congress on Fluids Engineering. KOREA, August 2002.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวเต็มศิริ ป้อมประภา เกิดที่กรุงเทพมหานคร วันที่ 2 กรกฎาคม พ.ศ. 2520 จบการศึกษาวิทยาศาตรบัณฑิต สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เข้าศึกษาต่อภาควิชานิวเคลียร์เทคโนโลยี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปีการศึกษา 2542