

การปรับความละเอียดของโครงข่ายชนิดเอชสำหรับการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์
ทางวิศวกรรมธรณีเทคนิค



นาย พงศธร สนั่นประสาธ

สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-53-1686-5

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

THE ADAPTIVE H-TYPE MESH REFINEMENT FOR FINITE ELEMENT ANALYSIS
IN GEOTECHNICAL ENGINEERING



Mr. Pongsatorn Sontiprasat

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2004

ISBN 974-53-1686-5

พงศธร สนธิประสาธ : การปรับความละเอียดของโครงข่ายชนิดเฮกซ์สำหรับการวิเคราะห์
ไฟไนต์เอลิเมนต์ทางวิศวกรรมธรณีเทคนิค. (THE ADAPTIVE H-TYPE MESH REFINEMENT
FOR FINITE ELEMENT ANALYSIS IN GEOTECHNICAL ENGINEERING) อ. ที่ปรึกษา :
ผศ.ดร. บุญชัย อุกฤษฏาน, อ.ที่ปรึกษาร่วม : ผศ.ดร. จีรวัตร บุญญะฐิติ 158 หน้า. ISBN 974-53-
1686-5.

วิทยานิพนธ์นี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและพัฒนาระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายสำหรับ
การวิเคราะห์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และตรวจสอบความถูกต้องของระบบที่พัฒนาขึ้นโดยการนำไปวิเคราะห์
ปัญหา 3 มิติทางวิศวกรรมธรณีเทคนิค

ระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วย การสร้างโครงข่ายเริ่มต้นของ
ชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนสี่จุดต่อแบบไร้โครงสร้าง การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ การประมาณค่าคลาดเคลื่อน
ในรูปหน่วยแรง การเลือกชิ้นส่วนที่ต้องทำการเพิ่มความละเอียด การเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายโดย
การแบ่งสองส่วน และการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายโดยวิธีการปรับพิกัดจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไข
ควบคุมและการสลับหน้าชิ้นส่วน

การตรวจสอบความถูกต้องของระบบที่พัฒนาขึ้นกระทำโดยการนำไปวิเคราะห์ปัญหาพื้นฐาน 3
มิติได้แก่ ฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องและแบบวงกลม ผลการตรวจสอบค่าการหลุดตัวของฐานรากรวมถึง
หน่วยแรงแนวตั้งและหน่วยแรงแนวอนของปัญหาพบว่าการเพิ่มความละเอียดโครงข่ายช่วยปรับผลการ
วิเคราะห์ที่ได้ให้ใกล้เคียงกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์อย่างมาก นอกจากนั้นสำหรับปัญหาที่มีความซับซ้อน
สูงชิ้นของเสาเข็มเดี่ยวและเสาเข็มกลุ่มในชั้นดินเนื้อเดียวระบบที่พัฒนาขึ้นสามารถช่วยปรับปรุงผลการ
วิเคราะห์ให้ดีขึ้นเช่นเดียวกัน โดยการหลุดตัวของหัวเสาเข็มสำหรับเสาเข็มเดี่ยวและเสาเข็มกลุ่มมีความ
คลาดเคลื่อนอยู่ในระดับไม่เกิน 10 % จากผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ ส่วนหน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มในกรณี
เสาเข็มเดี่ยวแบบลอยมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์มาก

ภาควิชา.....วิศวกรรมโยธา.....ลายมือชื่อ.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมโยธา.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ปีการศึกษา.....2547.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

4470419321 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORD: FINITE ELEMENT / ADAPTIVE MESH REFINEMENT / BISECTION

PONGSATORN SONTIPRASAT : THE ADAPTIVE H-TYPE MESH REFINEMENT FOR FINITE ELEMENT ANALYSIS IN GEOTECHNICAL ENGINEERING. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. BOONCHAI UKRITCHON, Sc.D., THESIS COADVISOR : ASST. PROF. TIRAWAT BOONYATEE, D.Eng., 158 pp. ISBN 974-53-1686-5.

The purposes of this thesis are to study and develop an adaptive mesh refinement system for finite element analysis and to verify the developed system by analyzing three dimensional problems in geotechnical engineering.

Adaptive mesh refinement system is consisted of initial mesh generation of four-node unstructured tetrahedral element, finite element analysis, stress error estimation, selection of refinement elements, mesh refinement algorithm based on bisection, and mesh quality improvement implemented by constrained Laplacian mesh smoothing and face swapping.

The developed system was verified by analyzing three dimensional problems of strip and circular footings. The numerical results of footing settlement and vertical and horizontal stresses showed a significant improvement and corresponded with analytical solutions after successive mesh refinement process. For more complex problems of single pile and pile group in homogeneous soil, the proposed system also enhanced accuracy of numerical results. Pile head settlement for both single pile and pile group cases differed from analytical solutions within 10 % level. The distribution of shear stress along the pile shaft for single floating pile case corresponded well with analytical solutions.

Department...Civil Engineering.....Student's signature.....

Field of study...Civil Engineering.....Advisor's signature.....

Academic year...2004.....Co-advisor's signature.....

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บุญชัย อุกฤษฏ์ชน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชูวิวัฒน์ บุญญะฐิติ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านทั้งสองช่วยกรุณา สละเวลาในการให้คำแนะนำปรึกษา ตรวจสอบผลงาน แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ พร้อมทั้งยังช่วยเหลือในการ ให้ข้อมูลรวมถึงให้ยืมหนังสือและเอกสารที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อวิทยานิพนธ์นี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. วันชัย เทพรัักษ์ และ รองศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ เตชวรสินสกุล ประธานกรรมการและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาสละเวลาและให้ความสนใจในการ ร่วมเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

สุดท้ายนี้ ผู้เขียนขอขอบพระคุณ บิดา มารดา และครูบาอาจารย์ทุกท่านที่ให้การดูแล อบรมสั่งสอน ประสิทธิ์ประสาทความรู้ต่าง ๆ ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญภาพ	ญ
สารบัญตาราง.....	ด
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาของปัญหา	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา	2
1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	4
1.4 ขอบเขตของงานวิจัย	5
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย	5
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม	8
2.1 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	8
2.1.1 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์พื้นฐาน.....	8
2.1.2 ระบบพิกัด(coordinate system).....	11
2.1.3 ฟังก์ชันรูปร่าง(shape function)	11
2.1.4 เมตริกซ์ความเครียดและการเคลื่อนตัว (strain-displacement matrix).....	13
2.1.5 การอินทิเกรตเชิงตัวเลข (numerical integration).....	15
2.2 ทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการเพิ่มความละเอียดของโครงข่าย.....	16
2.2.1 การประมาณความคลาดเคลื่อน (Error Estimation).....	16
2.2.2 การประมาณค่าหน่วยแรงโดยวิธี Superconvergent Patch Recovery (SPR)	19
2.2.3 เกณฑ์การเลือกชิ้นส่วนที่ต้องทำการเพิ่มความละเอียด.....	22
2.2.4 วิธีเพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วน.....	22
2.3 การปรับปรุงรูปร่างของชิ้นส่วน.....	24
2.3.1 รูปร่างของชิ้นส่วน	24
2.3.2 การปรับพิกัดจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุม.....	25

2.3.3 การสลับน้ําของชิ้นส่วน.....	27
2.4 โปรแกรมพื้นฐานที่ใช้ในการพัฒนา.....	28
2.4.1 โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ SNAC.....	28
2.4.2 โปรแกรมสร้างโครงข่าย GMSH.....	29
2.4.3 โปรแกรมที่ใช้แสดงผลทางกราฟิกส์.....	29
บทที่ 3 รายละเอียดของโปรแกรมที่พัฒนา.....	37
3.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม.....	37
3.2 การอ่านข้อมูลการวิเคราะห์ (Read Input Data).....	38
3.3 การปรับพิคัดจุดต่อและการสลับน้ําชิ้นส่วน (Mesh Smoothing and Face Swapping)	38
3.4 การบันทึกข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ (Write Analysis Data).....	40
3.5 การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Analysis).....	41
3.6 การประมาณความคลาดเคลื่อน (Error Estimation).....	41
3.7 การเลือกชิ้นส่วนที่ทำการเพิ่มความละเอียด (Selection of Refinement Elements).....	44
3.8 การเพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วน (Refinement Step).....	45
บทที่ 4 การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมในการวิเคราะห์ปัญหาพื้นฐาน.....	54
4.1 ปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง (Strip footing)	54
4.1.1 รายละเอียดของปัญหา.....	54
4.1.2 ผลการวิเคราะห์.....	55
4.2 ปัญหาฐานรากแผ่วงกลม (Circular footing)	66
4.2.1 รายละเอียดของปัญหา.....	66
4.2.2 ผลการวิเคราะห์.....	66
บทที่ 5 การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมในการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็ม.....	79
5.1 การวิเคราะห์เสาเข็มเดี่ยว (Single Pile Analysis).....	79
5.1.1 ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยที่ชั้นดินแข็งอยู่ในระดับลึกมาก.....	79
5.1.1.1 ผลการวิเคราะห์.....	80
5.1.2 ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยที่ชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	107
5.1.2.1 ผลการวิเคราะห์.....	107

5.2 การวิเคราะห์เสาเข็มกลุ่ม (Pile Group Analysis).....	119
5.2.1 เสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น.....	119
5.2.1.1 ผลการวิเคราะห์.....	119
5.2.2 เสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น.....	120
5.2.2.1 ผลการวิเคราะห์.....	120
บทที่ 6 สรุปผลงานวิจัย	136
รายการอ้างอิง	139
ภาคผนวก.....	142
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	158



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

หน้า

รูปที่ 1.1	การแบ่งสองส่วนสำหรับชิ้นส่วนสามเหลี่ยมและชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน	6
รูปที่ 1.2	การเพิ่มจุดต่อและลักษณะของโครงข่าย.....	6
รูปที่ 1.3	ชิ้นส่วนที่เสียรูปและไม่เสียรูป.....	7
รูปที่ 1.4	การแบ่งแปดส่วนสำหรับชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน	7
รูปที่ 2.1	แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของสมการพื้นฐานในการวิเคราะห์ด้วย ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	30
รูปที่ 2.2	ระบบพิกัดรวม (Global Coordinate) พิกัดเฉพาะที่ (Local Coordinate) และ การเรียงตัวของชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนชนิด 4 จุดต่อ.....	30
รูปที่ 2.3	ตัวอย่างแสดงจุดรวมแพทช์ (Patch Assembly Point) และชิ้นส่วนในแพทช์ (Element Patch) ของวิธี SPR.....	31
รูปที่ 2.4	การแบ่งสองส่วนสำหรับชิ้นส่วนสามเหลี่ยมและเตตระฮีดรอน.....	31
รูปที่ 2.5	ตัวอย่างขั้นตอนการเพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วนในกรณี 2 มิติ.....	32
รูปที่ 2.6	ตัวอย่างขั้นตอนการเติมจุดต่อและการแบ่งชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน.....	33
รูปที่ 2.7	ทรงกลมที่บรรจุชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนลักษณะต่างๆ.....	33
รูปที่ 2.8	ทิศทางของเวกเตอร์ที่ใช้ในการป้องกันการเกิดชิ้นส่วนพลิกกลับ.....	34
รูปที่ 2.9	การสลับหน้าชิ้นส่วน (Face Swapping).....	35
รูปที่ 2.10	ตัวอย่างแสดงผลของการกำหนดค่าขนาดชิ้นส่วน (characteristic length) สำหรับโปรแกรม GMSH.....	36
รูปที่ 3.1	โครงสร้างการทำงานรวมของโปรแกรม.....	47
รูปที่ 3.2	โครงสร้างการทำงานของการปรับพิกัดจุดต่อและการสลับหน้าของชิ้นส่วน.....	48
รูปที่ 3.3	โครงสร้างการทำงานของการปรับพิกัดจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุม (Constrained Laplacian Smoothing).....	49
รูปที่ 3.4	ตัวอย่างการเลือกบริเวณแพทช์สำหรับจุดต่อที่บริเวณขอบเขตและ ภายในขอบเขตของปัญหา.....	50
รูปที่ 3.5	ตัวอย่างการเลือกบริเวณแพทช์สำหรับจุดต่อที่บริเวณรอยต่อของวัสดุ.....	50
รูปที่ 3.6	โครงสร้างการทำงานของการเพิ่มความละเอียดชิ้นส่วน (ขั้นตอนที่ 1).....	51
รูปที่ 3.7	โครงสร้างการทำงานของการเพิ่มความละเอียดชิ้นส่วน (ขั้นตอนที่ 2 และ 3).....	52
รูปที่ 3.8	โครงสร้างการทำงานของการเพิ่มความละเอียดชิ้นส่วน (ขั้นตอนที่ 4, 5 และ 6).....	53

รูปที่ 4.1	ปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง (strip footing).....	56
รูปที่ 4.2	โครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง (strip footing).....	57
รูปที่ 4.3	โครงข่ายเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์สำหรับปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง.....	57
รูปที่ 4.4	โครงข่ายเริ่มต้นของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง.....	58
รูปที่ 4.5	โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1.....	58
รูปที่ 4.6	โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2.....	59
รูปที่ 4.7	โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3.....	59
รูปที่ 4.8	โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4.....	60
รูปที่ 4.9	โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5.....	60
รูปที่ 4.10	โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 6.....	61
รูปที่ 4.11	โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 7.....	61
รูปที่ 4.12	จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดโครงข่าย ของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง.....	62
รูปที่ 4.13	ความคลาดเคลื่อนของระบบ (Global error, %) เปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อ และชิ้นส่วนของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง.....	62
รูปที่ 4.14	โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง (แสดงโครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 7).....	63
รูปที่ 4.15	หน่วยแรงแหวดิ่งของหน้าตัด 1-1 (หน้าตัดจากรูป4.2).....	64
รูปที่ 4.16	หน่วยแรงแหวดิ่งของหน้าตัด 2-2 (หน้าตัดจากรูป4.2).....	64
รูปที่ 4.17	หน่วยแรงแหวดิ่งของหน้าตัด 3-3 (หน้าตัดจากรูป4.2).....	65
รูปที่ 4.18	หน่วยแรงแหวดิ่งของหน้าตัด 4-4 (หน้าตัดจากรูป4.2).....	65
รูปที่ 4.19	ปัญหาฐานรากแผ่วงกลม.....	68
รูปที่ 4.20	ขนาดของโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาฐานรากแผ่วงกลม.....	68
รูปที่ 4.21	โครงข่ายเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาฐานรากแผ่วงกลม.....	69
รูปที่ 4.22	โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลม	70
รูปที่ 4.23	โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1.....	70
รูปที่ 4.24	โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2.....	71
รูปที่ 4.25	โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3.....	71
รูปที่ 4.26	โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4.....	72
รูปที่ 4.27	โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5.....	72

รูปที่ 4.28	โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 6.....	73
รูปที่ 4.29	โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 7.....	73
รูปที่ 4.30	จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดโครงข่าย ของปัญหาฐานรากแผ่แบบวงกลม.....	74
รูปที่ 4.31	ความคลาดเคลื่อนของระบบ (Global error, %) เปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อ และชิ้นส่วนของปัญหาฐานรากแผ่แบบวงกลม.....	74
รูปที่ 4.32	โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวของปัญหาฐานรากแผ่แบบวงกลม (แสดงโครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 7).....	75
รูปที่ 4.33	การเคลื่อนตัวในแนวตั้งตามแนวแกนกลางของฐานรากแผ่วงกลม.....	76
รูปที่ 4.34	การเคลื่อนตัวในแนวตั้งที่ตำแหน่งศูนย์กลางของฐานรากแผ่วงกลมที่ระดับผิวดิน ในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด.....	76
รูปที่ 4.35	หน่วยแรงแนวตั้งตามแนวแกนกลางของฐานรากแผ่วงกลม.....	77
รูปที่ 4.36	หน่วยแรงแนวราบตามแนวแกนกลางของฐานรากแผ่วงกลม.....	77
รูปที่ 4.37	หน่วยแรงในแนวนอนตามแนวรัศมีที่ระดับผิวดินของฐานรากแผ่วงกลม.....	78
รูปที่ 4.38	หน่วยแรงในแนวนอนตามแนวสัมผัสที่ระดับผิวดินของฐานรากแผ่วงกลม.....	78
รูปที่ 5.1	ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย (single floating pile).....	84
รูปที่ 5.2	โครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยและเงื่อนไขขอบเขต.	84
รูปที่ 5.3	ขนาดโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย.....	85
รูปที่ 5.4	ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย	85
รูปที่ 5.5	โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย.....	86
รูปที่ 5.6	โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50, \mathbf{V}_s = 0.5$	87
รูปที่ 5.7	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 50, \mathbf{V}_s = 0.5$	88
รูปที่ 5.8	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 50, \mathbf{V}_s = 0.5$	89
รูปที่ 5.9	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 50, \mathbf{V}_s = 0.5$	90
รูปที่ 5.10	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 50, \mathbf{V}_s = 0.5$	91
รูปที่ 5.11	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 50, \mathbf{V}_s = 0.5$	92

รูปที่ 5.12 จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50$	93
รูปที่ 5.13 ความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบ ของการเพิ่มความละเอียดสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50$	93
รูปที่ 5.14 โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 50$, $V_s = 0.5$ (แสดงโครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5).....	94
รูปที่ 5.15 การทรุดตัวที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดสำหรับ ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50$	94
รูปที่ 5.16 หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มก่อนและหลังเพิ่มความละเอียดเปรียบเทียบกับ ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50$, $V_s = 0$	95
รูปที่ 5.17 หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มก่อนและหลังเพิ่มความละเอียดเปรียบเทียบกับ ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50$, $V_s = 0.5$	96
รูปที่ 5.18 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$	97
รูปที่ 5.19 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$	98
รูปที่ 5.20 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$	99
รูปที่ 5.21 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$	100
รูปที่ 5.22 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$	101
รูปที่ 5.23 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$	102
รูปที่ 5.24 จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$	103
รูปที่ 5.25 ความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบ ของการเพิ่มความละเอียดสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$	103
รูปที่ 5.26 โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$ (แสดงโครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5).....	104
รูปที่ 5.27 การทรุดตัวที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดสำหรับ ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$	104

รูปที่ 5.28	หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มก่อนและหลังเพิ่มความละเอียดเปรียบเทียบกับ ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000, \mathbf{V}_s = 0$	105
รูปที่ 5.29	หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มก่อนและหลังเพิ่มความละเอียดเปรียบเทียบกับ ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000, \mathbf{V}_s = 0.5$	106
รูปที่ 5.30	ขนาดโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	109
รูปที่ 5.31	ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด	109
รูปที่ 5.32	โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี ชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	110
รูปที่ 5.33	โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	111
รูปที่ 5.34	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	112
รูปที่ 5.35	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	113
รูปที่ 5.36	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	114
รูปที่ 5.37	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	115
รูปที่ 5.38	โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย กรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	116
รูปที่ 5.39	จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	117
รูปที่ 5.40	ความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบของการเพิ่ม ความละเอียดสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	117
รูปที่ 5.41	โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดิน มีความลึกจำกัด (แสดงโครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5).....	118
รูปที่ 5.42	การหลุดตัวที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดสำหรับ ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	118
รูปที่ 5.43	โครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้นและเงื่อนไขขอบเขต.....	121

รูปที่ 5.68	การทรุดตัวที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดสำหรับ ปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น.....	134
รูปที่ ก.1	ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวที่ชั้นดินแข็งอยู่ในระดับลึกมาก.....	143
รูปที่ ก.2	ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการทรุดตัวสำหรับเสาเข็มต้นเดี่ยวที่อยู่ในชั้นดินซึ่งมี ฐานรากแข็งอยู่ในระดับลึกมาก สำหรับ $L/d = 25$	144
รูปที่ ก.3	ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวที่ชั้นดินมีความลึกจำกัด.....	145
รูปที่ ก.4	ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการทรุดตัว(Displacement-influence Factor, I_0).....	146
รูปที่ ก.5	ค่าปรับแก้ค่าความสามารถในการอัดตัวของเสาเข็ม (compressibility correction factor, R_c).....	147
รูปที่ ก.6	ค่าปรับระดับของฐานรากแข็ง (depth correction factor, R_n).....	147
รูปที่ ก.7	ค่าปรับแก้อัตราส่วนปัวซองส์ (Poisson's ratio correction factor, R_v).....	148
รูปที่ ก.8	แสดงปัญหาเสาเข็มกลุ่มชนิด 2 ต้น.....	149
รูปที่ ก.9	อินเตอร์แอกชันแฟกเตอร์สำหรับเสาเข็ม 2 ต้นชนิดเสาเข็มลอย เมื่อ $L/d = 25$	151
รูปที่ ก.10	ค่าปรับแก้ผลของระดับความลึกของฐานแข็งสำหรับอินเตอร์แอกชันแฟกเตอร์(N_p) สำหรับเสาเข็ม 2 ต้นกรณีปลายเข็มอยู่บนชั้นดินที่แข็งกว่าเมื่อ $L/d = 25$	152
รูปที่ ก.11	ค่าปรับแก้อัตราส่วนปัวซองส์(Poisson 's ratio)สำหรับอินเตอร์แอกชันแฟกเตอร์(N_v) สำหรับเสาเข็ม 2 ต้นกรณีปลายเข็มอยู่บนฐานแข็ง เมื่อ $L/d = 25$	152
รูปที่ ก.12	แสดงปัญหาเสาเข็มกลุ่มชนิด 4 ต้น.....	153
รูปที่ ก.13	สัมประสิทธิ์ลดค่าจากผลของระดับความลึกของฐานแข็งสำหรับ ค่าอัตราส่วนการทรุดตัว(ζ_n)สำหรับเสาเข็มกลุ่ม.....	157
รูปที่ ก.14	สัมประสิทธิ์ลดค่าจากผลของอัตราส่วนปัวซองส์สำหรับ ค่าอัตราส่วนการทรุดตัว(ζ_v)สำหรับเสาเข็มกลุ่ม.....	157

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 5.1	สรุปผลความคลาดเคลื่อนของค่าการหลุดตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยว.....	135
ตารางที่ 5.2	สรุปผลความคลาดเคลื่อนของค่าการหลุดตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม.....	135
ตารางที่ ก.1	ค่าอัตราส่วนการหลุดตัว(Settlement Ratio) R_s สำหรับเสาเข็มกลุ่ม ในดินสม่่าเสมอที่มีความลึกมาก และแคบหัวเข็มแบบแข็ง(rigid cap).....	156



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัญหาทางวิศวกรรมส่วนใหญ่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation) ซึ่งการวิเคราะห์หาคำตอบแท้จริง(exact solution)โดยใช้วิธีเชิงวิเคราะห์(analytical method) เป็นเรื่องที่ยุ่งยากหรือในบางกรณีที่สมการเชิงอนุพันธ์มีความซับซ้อนสูงอาจทำให้หาคำตอบแท้จริงไม่ได้ ปัญหาทางวิศวกรรมกรณีเทคนิคจัดเป็นปัญหาที่มีความสลับซับซ้อนสูงเช่นกัน การหาคำตอบแท้จริงไม่อาจทำได้โดยง่าย ดังนั้นในทางปฏิบัติจึงนิยมใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) ในการแก้ปัญหาทั้งทางวิศวกรรมทั่วไปและทางวิศวกรรมกรณีเทคนิค เนื่องจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ใช้วิธีเชิงตัวเลข(numerical method)ในการหาคำตอบ เมื่อเปรียบเทียบกับหาคำตอบแท้จริงโดยวิธีเชิงวิเคราะห์ ทำให้การวิเคราะห์ปัญหาอยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น เพียงแต่วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ให้ผลการวิเคราะห์ในรูปของคำตอบเชิงประมาณ(approximate solution)

ในการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ความแม่นยำของผลการวิเคราะห์ขึ้นกับความละเอียดของโครงข่าย ซึ่งความละเอียดที่ต้องการขึ้นกับระดับการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรง(stress)ในบริเวณนั้น โดยในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงสูงจำเป็นต้องใช้โครงข่ายที่มีความละเอียดสูงเพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่มีความแม่นยำ และในบริเวณที่หน่วยแรงเปลี่ยนแปลงไม่สูงสามารถใช้โครงข่ายที่มีละเอียดมากได้ ซึ่งในกรณีที่ปัญหาที่วิเคราะห์ไม่ซับซ้อนมากการระบุบริเวณที่ต้องการความละเอียดของโครงข่ายสูงสามารถทำได้ง่าย เช่น บริเวณขอบของรูานรอก เป็นต้น ทำให้เลือกใช้โครงข่ายที่มีละเอียดสูงได้ในบริเวณที่เหมาะสม แต่ในกรณีที่ปัญหามีความซับซ้อนสูงการที่จะระบุบริเวณที่ต้องการความละเอียดสูงทำได้ยาก ซึ่งมักจะทำให้ผลการวิเคราะห์ในบริเวณเหล่านั้นเกิดความคลาดเคลื่อนสูงเนื่องจากใช้โครงข่ายที่ละเอียดไม่เพียงพอ หรือถ้าใช้โครงข่ายที่ละเอียดสูงทั่วทั้งขอบเขตของปัญหาก็จะทำให้ความละเอียดสูงเกินไปในบางบริเวณส่งผลให้ต้องเสียเวลาในการคำนวณสูงมากโดยไม่จำเป็น และในบริเวณที่ต้องการความละเอียดสูง ความละเอียดที่เลือกใช้อาจไม่เพียงพอ จากที่กล่าวมานั้นแสดงให้เห็นว่า ในทางปฏิบัติการใช้ความละเอียดของโครงข่ายเพียงครั้งเดียวเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นเป็นไปได้ยากที่จะเหมาะสมกับแต่ละบริเวณของปัญหา

ดังนั้นเพื่อแก้ไขปัญหาก็กล่าวมาแล้วทำให้เริ่มมีการนำระบบการปรับความละเอียดของโครงข่าย (Adaptive Mesh Refinement) มาใช้งานร่วมกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้ในการปรับความละเอียดของโครงข่ายให้เหมาะสมกับแต่ละบริเวณของปัญหา หลักการคือ ทำการวิเคราะห์โดยเริ่มจากโครงข่ายที่

หยابก่อนจากนั้นอาศัยผลการคำนวณที่ได้มาเป็นข้อมูลเพื่อใช้ในการปรับความละเอียดของโครงข่าย สำหรับนำไปวิเคราะห์ในขอบเขตที่ โดยในบริเวณที่ผลการวิเคราะห์มีความคลาดเคลื่อนสูงเกินขอบเขตที่กำหนด โครงข่ายในบริเวณนั้นก็จะถูกปรับให้มีความละเอียดสูงขึ้น ปกติแล้วมักพิจารณาความคลาดเคลื่อนในแต่ละชิ้นส่วน(element)และทำการเพิ่มความละเอียดสำหรับชิ้นส่วนที่มีความคลาดเคลื่อนสูง ซึ่งการวิเคราะห์ก็จะถูกทำซ้ำไปเรื่อยๆ จนกระทั่งผลการวิเคราะห์มีความคลาดเคลื่อนอยู่ในขอบเขตที่กำหนด โดยที่การทำงานร่วมกันระหว่างวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และ ระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายเป็นแบบอัตโนมัติ(automatic)ซึ่งเหมาะสมต่อการใช้งานในทางปฏิบัติ นอกจากนี้ที่กล่าวไปนั้นการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมธรณีเทคนิคด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ส่วนใหญ่มีการตั้งข้อสมมติฐานเพิ่มเติม เพื่อให้สามารถจำลองปัญหาให้อยู่ในสภาพ 2 มิติได้ ทำให้การจำลองสภาพปัญหาไม่เป็นไปตามความเป็นจริง ส่งผลให้ความถูกต้องแม่นยำลดลง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ในการพัฒนาระบบการปรับปรุงความละเอียดของโครงข่ายสำหรับการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในสภาพ 3 มิติ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมธรณีเทคนิค

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

Babuska และ Rheinboldt (1978, 1979) เริ่มนำการปรับความละเอียดของโครงข่ายเข้ามาใช้ร่วมกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อลดความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

Zienkiewicz และ Taylor (2000) แบ่งลักษณะของการเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายเป็น 2 ประเภทหลัก ได้แก่

- 1.การเพิ่มความละเอียดชนิดเอช (The h-refinement) วิธีนี้ใช้การเพิ่มปริมาณชิ้นส่วนในบางบริเวณของโครงข่าย แต่ใช้ฟังก์ชันรูปร่าง (shape function) ในแต่ละชิ้นส่วนเหมือนเดิม
- 2.การเพิ่มความละเอียดชนิดพี (The p-refinement) วิธีนี้ใช้โครงข่ายเหมือนเดิม แต่ใช้การเพิ่มลำดับชั้นของฟังก์ชันรูปร่าง ซึ่งไม่เหมือนกับฟังก์ชันรูปร่างทั่วไปและเรียกฟังก์ชันรูปร่างชนิดนี้ว่า ฟังก์ชันรูปร่างแบบลำดับชั้น (hierarchical shape function)

ในวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้การเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายชนิดเอช ซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมมากกว่า เนื่องจากสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั่วไป ในขณะที่ชนิดพีใช้ฟังก์ชันรูปร่างซึ่งไม่เหมือนกับฟังก์ชันรูปร่างทั่วไป ทำให้ไม่สามารถนำไปใช้ร่วมกับโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีอยู่เดิมได้ อีกทั้งต้องใช้ในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ที่ซับซ้อนอีกด้วย

การเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายชนิดเอช แบ่งได้เป็น 2 ประเภท

1. การสร้างโครงข่ายใหม่ (mesh regeneration or remeshing) วิธีนี้อาศัยผลจากการวิเคราะห์ในการกำหนดขนาดของแต่ละชิ้นส่วนสำหรับการวิเคราะห์หรือรอบใหม่ โดยใช้เพิ่มจุดต่อในบริเวณที่ต้องการความละเอียดสูงขึ้นและลบจุดต่อในกรณีที่ต้องการความละเอียดลดลง ซึ่งจะสามารถทำให้แต่ละบริเวณของโครงข่ายใหม่มีความละเอียดสูงขึ้นหรือต่ำลงได้ จากนั้นทำการลบชิ้นส่วนทั้งหมดไปจากโครงข่ายโดยเหลือไว้แต่จุดต่อ จากจุดต่อที่เหลืออยู่ทำการสร้างโครงข่ายขึ้นมาใหม่ โดยอาศัยหลักการเดอลอนเนในการสร้างชิ้นส่วนสามเหลี่ยม (Delaunay triangulation) สำหรับปัญหาในสภาพ 2 มิติ และหลักการเดอลอนเนในการสร้างชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน (Delaunay tetrahedralization) สำหรับปัญหาในสภาพ 3 มิติ วิธีนี้มีความยุ่งยากซับซ้อนในการสร้างโครงข่ายขึ้นมาใหม่ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับปัญหาในสภาพ 3 มิติ

2. การแบ่งชิ้นส่วนให้ละเอียดขึ้น (element subdivision or mesh enrichment) วิธีนี้ใช้การแบ่งชิ้นส่วนที่มีความคลาดเคลื่อนสูงให้เล็กลงโดยอาศัยการเติมจุดต่อที่บริเวณขอบของชิ้นส่วน (edge of element) จากนั้นทำการลากเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดต่อที่เพิ่มเข้าไปและจุดต่อที่มีอยู่เดิมตามรูปแบบที่ได้ถูกกำหนดไว้ซึ่งจะทำให้ชิ้นส่วนที่มีอยู่เดิมถูกแบ่งเป็นชิ้นส่วนย่อยที่เล็กลง วิธีการแบ่งแบบนี้เหมาะสมสำหรับการปรับขนาดชิ้นส่วนให้มีขนาดเล็กลง แต่มีความซับซ้อนสูงสำหรับการปรับขนาดชิ้นส่วนให้ใหญ่ขึ้น อย่างไรก็ตามวิธีนี้เป็นที่แพร่หลายเนื่องจากไม่มีความซับซ้อนจากการสร้างโครงข่ายใหม่

เนื่องจากการสร้างโครงข่ายเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นหัวข้อที่มีความซับซ้อนสูงมากโดยเฉพาะในสภาพ 3 มิติ ดังนั้นการเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายในวิทยานิพนธ์นี้จึงใช้การแบ่งชิ้นส่วนให้ละเอียดขึ้น เนื่องจากข้อจำกัดจากการสร้างโครงข่าย(mesh generation)

หลักการที่ใช้ในการแบ่งชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน(tetrahedron)ให้ละเอียดขึ้นที่ใช้กันทั่วไป คือ วิธีแบ่งสองส่วน (bisection) (Arnold และ Mukherjee ;Plaza และ Rivara) หลักการพื้นฐานคือ เพิ่มจุดต่อที่กึ่งกลางของขอบที่ยาวที่สุด (longest edge) ของชิ้นส่วนที่ต้องการแบ่งให้ละเอียดขึ้น จากนั้นลากเส้นตรงเชื่อมต่อระหว่างจุดต่อที่เพิ่มขึ้นกับอีก 2 จุดต่อที่ไม่ได้อยู่บนขอบที่ยาวที่สุด ซึ่งจะทำให้ชิ้นส่วนที่มีอยู่เดิมถูกแบ่งออกเป็น 2 ชิ้นส่วน รายละเอียดแสดงในรูปที่ 1.1 ในกรณีของชิ้นส่วนสามเหลี่ยมจะมีเพียงจุดต่อเดียวที่ไม่ได้อยู่บนขอบที่ยาวที่สุด จากการเพิ่มจุดต่อเข้าไปที่บริเวณขอบของชิ้นส่วนนี้ทำให้จุดต่อที่เพิ่มเข้าไปกลายเป็นจุดต่อลอย (hanging node) เนื่องจากจุดตอดังกล่าวจะกลายเป็นจุดยอด (vertex) ของชิ้นส่วนใหม่แต่ไม่ได้เป็นจุดยอดของชิ้นส่วนอื่นๆ ที่มีขอบร่วมกับขอบที่ได้ทำการเพิ่มจุดต่อ ส่งผลให้โครงข่ายที่ได้เป็นแบบไม่สอดคล้อง (non-conforming mesh) หมายถึง ค่าการเคลื่อนตัวที่จุดต่อลอยจะมีมากกว่าหนึ่งค่า ดังนั้นชิ้นส่วนอื่นๆ ที่ยังคงมีจุดต่อลอยอยู่ก็จะต้องถูกแบ่งตามไปด้วย รายละเอียดแสดงอยู่ในรูปที่ 1.2 สำหรับชิ้นส่วนที่มีจุดต่อลอยจะถูกทำการแบ่งตามวิธีเดิม ซึ่งในกรณีที่จุดต่อลอยไม่ได้อยู่บนขอบที่ยาวที่สุดของชิ้นส่วนนั้นก็จะมีการเพิ่มจุดต่อที่ขอบที่ยาวที่สุดเข้าไปด้วยเพื่อช่วยป้องกันไม่ให้ชิ้นส่วนนั้นเสียรูป (degenerated element)รายละเอียดแสดงอยู่ในรูปที่ 1.3 และการแบ่งจะทำโดยเลือกจากจุดต่อที่อยู่บนขอบที่ยาวที่สุดก่อน ซึ่งกระบวนการดังกล่าวก็จะเกิดซ้ำไปมาจนกระทั่งไม่มีจุดต่อลอยเหลืออยู่

อีกวิธีการที่ใช้ในการแบ่งชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนให้ละเอียดขึ้นสำหรับปัญหาในสภาพ 3 คือ การแบ่งแปดส่วน (octasection) (Grosso, Lurig และ Ertl ; Liu และ Joe, 1996) หลักการคือ เพิ่มจุดต่อที่ทุกขอบของชิ้นส่วนที่จะทำการเพิ่มความละเอียด จากนั้นลากเชื่อมต่อระหว่างจุดต่อที่เพิ่มขึ้นเหล่านั้นตามรูปแบบที่กำหนดไว้ ซึ่งจะทำให้ชิ้นส่วนที่มีอยู่เดิมถูกแบ่งออกเป็น 8 ชิ้นส่วน โดยเป็นชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนที่บริเวณมุมทั้งสี่ของชิ้นส่วนเดิม และตรงกลางของชิ้นส่วนกลายเป็นรูปทรงออกตะฮีดรอน (octahedron) ซึ่งจะถูกแบ่งออกเป็นสี่ชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน รายละเอียดแสดงในรูปที่ 1.4 โดยชิ้นส่วนที่ทำการแบ่งแบบนี้เรียกว่าชิ้นส่วนปกติ (regular element) จากนั้นแต่ละชิ้นส่วนที่ไม่ได้เป็นชิ้นส่วนที่ถูกแบ่งโดยตรงแต่มีการเพิ่มของจุดต่อที่ขอบซึ่งจุดต่อดังกล่าวคือ จุดต่อลอย จะถูกแบ่งออกเป็นหลายชิ้นส่วน รูปแบบในการแบ่งชิ้นกับจำนวนและลักษณะการวางตัวของจุดต่อที่ขอบที่ถูกเพิ่มสำหรับชิ้นส่วนนั้น ซึ่งในงานวิจัยที่ใช้วิธีนี้ ผู้ทำการวิจัยได้กำหนดรูปแบบของการแบ่งชิ้นส่วนออกเป็น 5 ประเภท ชิ้นส่วนที่ถูกทำการแบ่งด้วยวิธีนี้เรียกว่า ชิ้นส่วนไม่ปกติ (irregular element) ซึ่งเป็นการแบ่งชิ้นส่วนแบบชั่วคราวเพื่อกำจัดจุดต่อลอย หากจะต้องมีการแบ่งชิ้นส่วนไม่ปกตินี้อีกจะต้องทำการเปลี่ยนชิ้นส่วนไม่ปกติให้กลับอยู่ในสภาพเดิมก่อนและจากนั้นค่อยทำการแบ่งตามวิธีของชิ้นส่วนปกติ แต่วิธีการนี้มีความซับซ้อนในการเปลี่ยนจากชิ้นส่วนไม่ปกติให้กลับมามีอยู่ในสภาพเดิม

ในงานวิจัยนี้ใช้การเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายด้วยวิธีแบ่งสองส่วนซึ่งไม่ซับซ้อนจนเกินไป และสามารถทำได้ในทางปฏิบัติ

นอกจากนั้นหลักการที่มีเกี่ยวข้องกับการสร้างโครงข่ายคือการปรับพิกัดจุดต่อ(mesh smoothing) ซึ่งทำหน้าที่ในการปรับปรุงรูปร่างของชิ้นส่วนในโครงข่ายให้ดีขึ้นส่งผลให้ผลการวิเคราะห์มีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น โดยในงานวิจัยนี้การปรับพิกัดจุดต่อมีความสำคัญมากเนื่องจากการเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายเป็นการเพิ่มจุดต่อเข้าไปในโครงข่าย ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการปรับพิกัดของจุดต่อในโครงข่ายหลังจากมีการเพิ่มจุดต่อใหม่เข้าไป วิธีการปรับพิกัดจุดต่อซึ่งเป็นที่นิยมใช้ได้แก่ การปรับพิกัดจุดต่อแบบลาปลาซ (Laplacian mesh smoothing) และนอกจากนั้นยังมีการสลับหน้าของชิ้นส่วน (face swapping) เพื่อช่วยปรับปรุงรูปร่างของชิ้นส่วนที่อยู่ติดกันให้ดีขึ้นอีกด้วย

1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

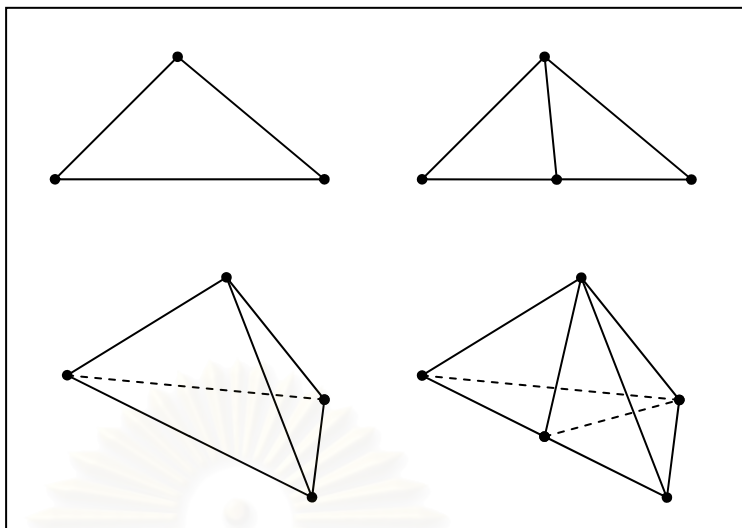
1. ศึกษาและพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาในสภาพ 3 มิติได้
2. ศึกษาและพัฒนาระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายเพื่อนำมาใช้งานร่วมกับโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติที่พัฒนาขึ้น
3. ทดสอบระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายสำหรับการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติที่พัฒนาขึ้นในการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมธรณีเทคนิค

1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

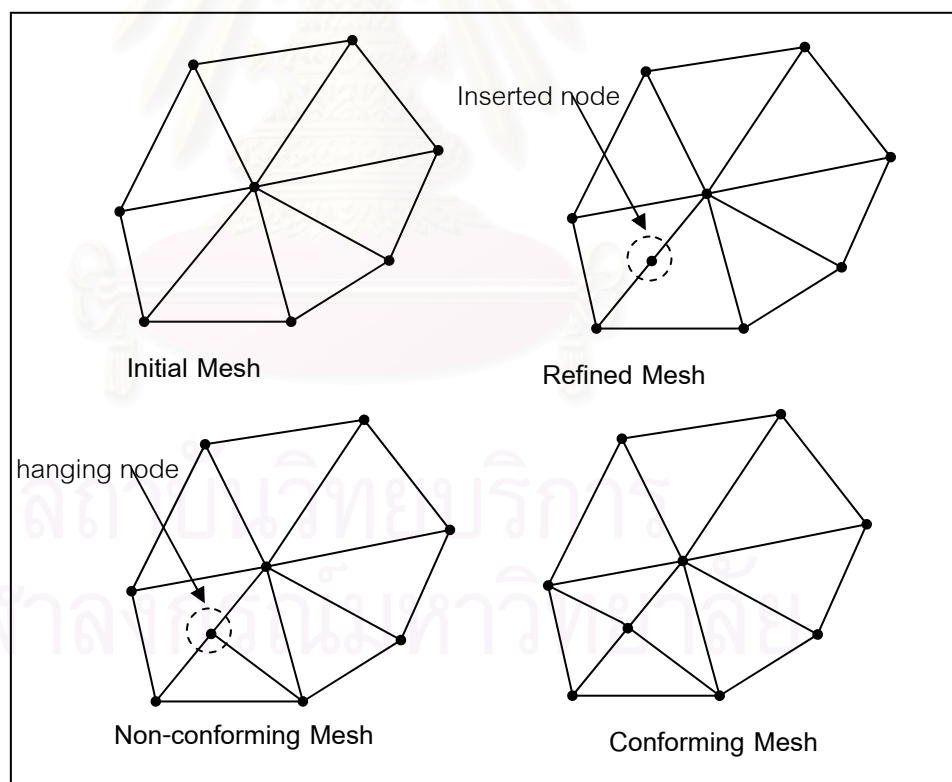
- 1.ปรับปรุงโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ SNAC(Solid Nonlinear Analysis Code) สำหรับวิเคราะห์ปัญหาในสภาพ 3 มิติ โดยใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ฟอร์แทรน (Fortran)
- 2.ระบบการปรับความละเอียดของโครงข่ายเป็นชนิดเอช (Adaptive H-type Mesh Refinement) โดยใช้วิธีแบ่งสองส่วน (bisection) ในการแบ่งชิ้นส่วนให้ละเอียดขึ้น
3. การปรับปรุงรูปร่างของชิ้นส่วนในโครงข่ายกระทำด้วยการปรับพิกัดจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุม (constrained Laplacian mesh smoothing) และการสลับหน้าชิ้นส่วน (face swapping)
- 4.ใช้ชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน (tetrahedron) แบบ 4 จุดต่อ ในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์
- 5.กำหนดการเคลื่อนตัวของมวลดินเป็นไปตามทฤษฎีการเคลื่อนตัวแบบความเครียดน้อย (small strain deformation theory)
- 6.ศึกษาพฤติกรรมของดินเมื่อโครงสร้างรับแรงในสภาวะใช้งาน โดยกำหนดคุณสมบัติของดินเป็นอีลาสติกเชิงเส้น (linear elastic)
- 7.ทดสอบระบบการวิเคราะห์ที่พัฒนาขึ้นกับปัญหาพื้นฐานทางวิศวกรรมธรณีเทคนิค ได้แก่
 - ปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง (strip footing)
 - ปัญหาฐานรากแผ่แบบวงกลม (circular footing)
- 8.ประยุกต์ใช้ระบบการวิเคราะห์ที่พัฒนาขึ้นกับปัญหาทางวิศวกรรมธรณีเทคนิคที่มีความซับซ้อนสูงขึ้นได้แก่
 - ปัญหาเสาเข็มเดี่ยว (single pile)
 - ปัญหาเสาเข็มกลุ่ม (pile group)

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย

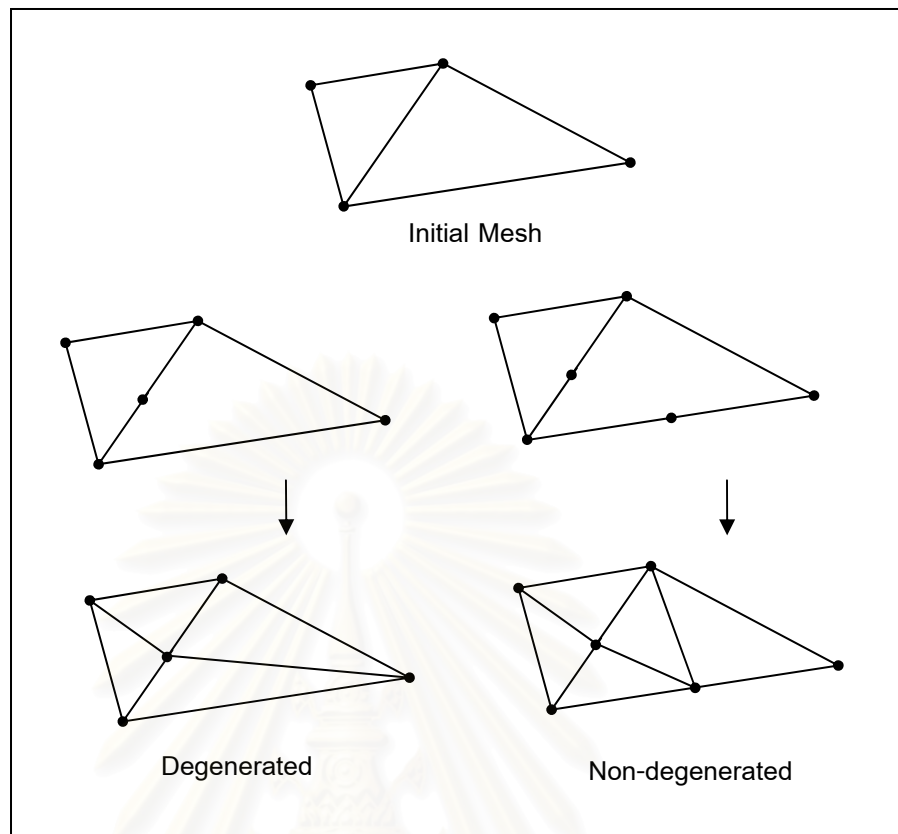
- 1.ทำให้การวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมธรณีเทคนิคด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีความแม่นยำและสะดวกต่อการใช้งานมากขึ้น
- 2.สามารถนำระบบการปรับความละเอียดของโครงข่ายที่พัฒนาขึ้น และผลการศึกษาจากวิทยานิพนธ์ไปใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาและการพัฒนาต่อไปในอนาคต



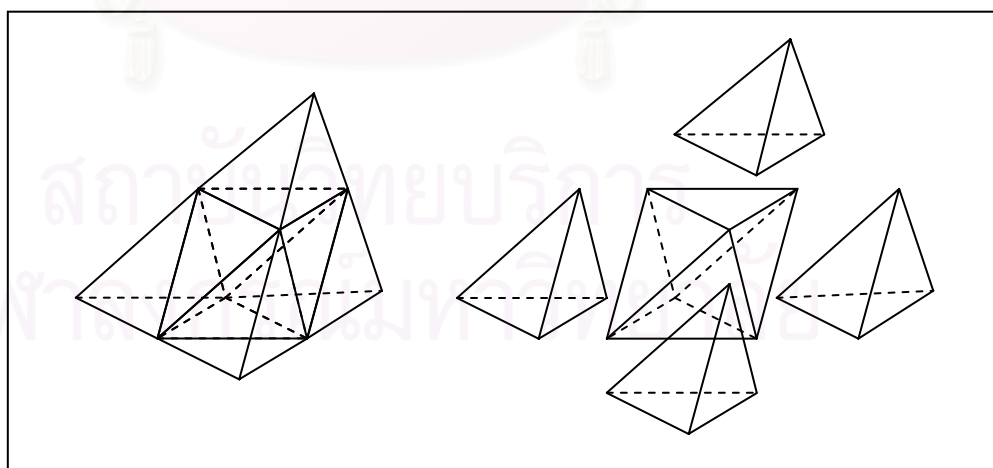
รูปที่ 1.1 การแบ่งสองส่วนสำหรับชั้นส่วนสามเหลี่ยมและชั้นส่วนเตตระฮีดรอน



รูปที่ 1.2 การเพิ่มจุดต่อและลักษณะของโครงข่าย



รูปที่ 1.3 ชิ้นส่วนที่เสียรูปและไม่เสียรูป



รูปที่ 1.4 การแบ่งแปดส่วนสำหรับชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน

ทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม

ในบทนี้แสดงรายละเอียดของทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม ซึ่งประกอบด้วย ส่วนหลัก คือ ทฤษฎีพื้นฐานของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ หลักการที่ใช้ในการปรับปรุงความละเอียดของโครงข่าย รวมถึงโปรแกรมที่ใช้เป็นพื้นฐานของโปรแกรมที่พัฒนาในงานวิจัย โดยมีรายละเอียดในแต่ละส่วนดังนี้

2.1 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Buchanan, 1995; Zienkiewicz และ Taylor, 200) เป็นวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาที่อยู่ในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ และเป็นที่ยอมรับใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรม หลักการทั่วไปคือ การแบ่งปัญหาที่พิจารณาออกเป็นชิ้นส่วนย่อยจำนวนหนึ่ง (finite element) ซึ่งจุดที่ชิ้นส่วนเหล่านี้มาบรรจบกัน เรียกว่าจุดต่อ (node) โดยที่จุดต่อเป็นตำแหน่งของตัวแปรพื้นฐานที่ต้องการหาค่า ซึ่งในกรณีของการวิเคราะห์ปัญหาของหน่วยแรงและการเคลื่อนตัว (stress-deformation analysis) ตัวแปรพื้นฐาน คือ ค่าการเคลื่อนตัวที่จุดต่อ (nodal displacement) และค่าการเคลื่อนตัวที่ตำแหน่งใดๆ ถูกสมมติให้เป็นฟังก์ชันกับค่าการเคลื่อนตัวที่จุดต่อนี้ และเมื่อหาค่าการเคลื่อนตัวที่จุดต่อได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้วสามารถนำไปคำนวณหาค่าความเค้นและความเครียดของแต่ละชิ้นส่วนได้ สำหรับสัญลักษณ์แทนเมตริกซ์และเวกเตอร์ในที่นี้จะใช้ $\langle \rangle$ แทน เวกเตอร์แถว (row vector) , $\{ \}$ แทนเวกเตอร์หลัก (column vector) และ $[]$ แทนเมตริกซ์ (matrix)

2.1.1 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์พื้นฐาน

2.1.1.1 สมการสมดุลทางสถิตยศาสตร์ (Static Equilibrium Equation)

เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายนอก (external force) และความเค้นของชิ้นส่วน ซึ่งมีความสัมพันธ์ในรูปของเมตริกซ์คือ

$$\{ F \} = [A]^T \{ \sigma \} \quad (2.1)$$

โดยที่ $\{ \sigma \} =$ เมตริกซ์ของความเค้น
 $\{ F \} =$ เมตริกซ์ของแรงภายนอก

2.1.1.2 สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการเคลื่อนตัว (Compatibility Equation)

เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบของความเครียดในทิศทางต่าง ๆ กับค่าการเคลื่อนตัว ซึ่งมีความสัมพันธ์ในรูปของเมตริกซ์คือ

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{U}\} \quad (2.2)$$

โดยที่

$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$	=	เมตริกซ์ของความเครียด
$\{\mathbf{U}\}$	=	เมตริกซ์ของการเคลื่อนตัว
$[\mathbf{B}]$	=	เมตริกซ์ของความเครียดและการเคลื่อนตัว (strain – displacement matrix)

ซึ่งการหาค่าเมตริกซ์ของความเครียดและการเคลื่อนตัวแสดงในหัวข้อ 2.1.4

2.1.1.3 สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด (Constitutive Equation)

ในกรณีของงานวิจัยนี้ซึ่งใช้วัสดุที่มีคุณสมบัติแบบอีลาสติกเชิงเส้น (linear elastic) และมีคุณสมบัติเดียวกันทุกทิศทาง (isotropic) แสดงความสัมพันธ์ในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = [\mathbf{D}]\{\boldsymbol{\varepsilon}\} \quad (2.3)$$

โดยที่ $[\mathbf{D}]$ = เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด
(Constitutive Matrix)

สำหรับปัญหาในสภาพ 3 มิติ ส่วนประกอบของ $\{\boldsymbol{\sigma}\}$ และ $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ คือ

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

จากหลักการพลังงานศักย์ต่ำสุด (principle of minimum potential energy) ร่วมกับความสัมพันธ์ของสมการพื้นฐานทั้ง 3 สมการ และจากการเท่ากันของเมตริกซ์ $[A = B]$ ทำให้สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำและการเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นที่จุดต่อใด ๆ ภายในชิ้นส่วนได้ คือ

$$\{F\} = \int [B]^T [D] [B] dv \{U\} \quad (2.6)$$

โดยที่ $[B]$ = เมตริกซ์ความเครียดและการเคลื่อนตัว
 $[D]$ = เมตริกซ์ความสัมพันธ์ความเค้นและความเครียด
 ν = ปริมาตรของชิ้นส่วน
 $\{U\}$ = เวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นที่จุดต่อในทิศทาง x,y,z
 $\{F\}$ = เวกเตอร์แรงกระทำที่เพิ่มขึ้นที่จุดต่อ

หรือ $\{F\} = [K]\{U\} \quad (2.7)$

โดยที่ $[K]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ (stiffness matrix)
 $= \int [B]^T [D] [B] dv \quad (2.8)$

การหาค่าสติฟเนสเมตริกซ์สามารถหาได้จากการอินทิเกรตเชิงตัวเลข (numerical integration) โดยมีรายละเอียดแสดงในหัวข้อ 2.1.5 และ รูปที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ของสมการพื้นฐานในการวิเคราะห์ปัญหาโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

2.1.2 ระบบพิกัด (coordinate system)

ชิ้นส่วนที่ใช้ในงานวิจัยนี้ คือ ชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน 4จุดต่อ (4-node tetrahedron) โดยใช้พิกัดระบบ (global coordinate) เป็น ระบบพิกัดมุมฉาก x-y-z (Cartesian coordinate system) และใช้พิกัดเฉพาะที่ (local coordinate) เป็นแบบพิกัดเชิงปริมาตร (volume coordinate) โดยพิจารณาชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนที่มีจุดต่อเป็น 1-2-3-4 จุด P ซึ่งเป็นจุดใดๆ ในชิ้นส่วนจะมีพิกัดเฉพาะที่ r,s,t เป็นดังนี้

$$r = [\text{volume P234}] / [\text{volume 1234}]$$

$$s = [\text{volume P134}] / [\text{volume 1234}]$$

$$t = [\text{volume P124}] / [\text{volume 1234}]$$

รายละเอียดของพิกัดระบบและพิกัดเฉพาะที่แสดงในรูปที่ 2.2

2.1.3 ฟังก์ชันรูปร่าง (shape function)

การวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นต้องมีการกำหนดรูปแบบการกระจายของค่าตัวแปรพื้นฐานในแต่ละชิ้นส่วน ซึ่งในกรณีของการวิเคราะห์ปัญหาของหน่วยแรงและการเคลื่อนตัว (stress-deformation analysis) ตัวแปรพื้นฐาน คือ ค่าการเคลื่อนตัวที่จุดต่อ (nodal displacement) การกระจายของค่าการเคลื่อนตัวที่ตำแหน่งใดๆ ภายในชิ้นส่วน มีค่าขึ้นกับค่าการเคลื่อนตัวที่แต่ละจุดต่อของชิ้นส่วน โดยใช้ฟังก์ชันรูปร่าง (shape function) ในการประมาณการเคลื่อนตัวที่ตำแหน่งใดๆ ของชิ้นส่วนจากค่าการเคลื่อนตัวที่แต่ละจุดต่อของชิ้นส่วน ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$u = \langle N \rangle \{ u \} \quad (2.9)$$

$$v = \langle N \rangle \{ v \} \quad (2.10)$$

$$w = \langle N \rangle \{ w \} \quad (2.11)$$

โดยที่ u, v, w = ค่าการเคลื่อนตัวที่ตำแหน่งใดๆ ภายในชิ้นส่วนตามแนวแกน x,y,z ตามลำดับ

$\{ u \}, \{ v \}, \{ w \}$ = ค่าการเคลื่อนตัวที่ทุกจุดต่อของชิ้นส่วน ตามแนวแกน x,y,z ตามลำดับ

$$\{ u \} = \langle U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \rangle^T$$

$U_1, U_2, U_3, U_4 =$ การเคลื่อนตัวในทิศทาง x ที่จุดต่อที่ 1,2,3,4 ตามลำดับ

$$\{v\} = \langle V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \rangle^T$$

$V_1, V_2, V_3, V_4 =$ การเคลื่อนตัวในทิศทาง y ที่จุดต่อที่ 1,2,3,4 ตามลำดับ

$$\{w\} = \langle W_1 \ W_2 \ W_3 \ W_4 \rangle^T$$

$W_1, W_2, W_3, W_4 =$ การเคลื่อนตัวในทิศทาง z ที่จุดต่อที่ 1,2,3,4 ตามลำดับ

$\langle N \rangle =$ ฟังก์ชันรูปร่าง ซึ่งมีค่าขึ้นกับพิกัดเฉพาะที่ของตำแหน่งนั้น

$$= \langle N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \rangle$$

$$N_1 = r \quad (2.12)$$

$$N_2 = s \quad (2.13)$$

$$N_3 = t \quad (2.14)$$

$$N_4 = 1 - r - s - t \quad (2.15)$$

นอกจากนั้นในงานวิจัยนี้กำหนดให้ชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนที่ใช้มีคุณสมบัติเป็นไอโซพารามेटริก (Isoparametric) ซึ่งทำให้สามารถใช้ฟังก์ชันรูปร่างในการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดระบบที่ตำแหน่งใดๆ ของชิ้นส่วนกับพิกัดระบบที่จุดต่อของชิ้นส่วนได้ โดยมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$x = \langle N \rangle \{X\} \quad (2.16)$$

$$y = \langle N \rangle \{Y\} \quad (2.17)$$

$$z = \langle N \rangle \{Z\} \quad (2.18)$$

โดยที่ $x, y, z =$ พิกัดระบบ (global coordinate) ที่ตำแหน่งใดๆ ของชิ้นส่วนตามแนวแกน x, y, z ตามลำดับ

$\{X\}, \{Y\}, \{Z\} =$ พิกัดระบบ (global coordinate) ของทุกจุดต่อของชิ้นส่วนตามแนวแกน x, y, z ตามลำดับ

2.1.4 เมตริกซ์ความเครียดและการเคลื่อนตัว (strain-displacement matrix)

ในกรณีปัญหา 3 มิติ สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการเคลื่อนตัวได้ คือ

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

โดยที่ u, v, w = ค่าการเคลื่อนตัวที่ตำแหน่งใดๆภายในชิ้นส่วนตามแนวแกน x, y, z ตามลำดับ

จากนั้นแทนค่า u, v, w ด้วยสมการ (2.9), (2.10), (2.11) ตามลำดับ จะทำให้สามารถหาค่าเมตริกซ์ความเครียดและการเคลื่อนตัว ($[B]$) สำหรับชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนได้ คือ

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ \frac{W_1}{U_2} \\ U_2 \\ V_2 \\ \frac{W_2}{U_3} \\ U_3 \\ V_3 \\ \frac{W_3}{U_4} \\ U_4 \\ V_4 \\ W_4 \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

หรือ $\{\epsilon\} = [B]\{U\}$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

เนื่องจากเมตริกซ์ [B] เป็นการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันรูปร่างซึ่งมีค่าขึ้นกับพิกัดเฉพาะที่เทียบกับพิกัดระบบ ซึ่งจำเป็นต้องใช้กฎลูกโซ่ (chain rule) ในการหาค่า ดังแสดงคือ

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \frac{\partial N_3}{\partial r} & \frac{\partial N_4}{\partial r} \\ \frac{\partial N_1}{\partial s} & \frac{\partial N_2}{\partial s} & \frac{\partial N_3}{\partial s} & \frac{\partial N_4}{\partial s} \\ \frac{\partial N_1}{\partial t} & \frac{\partial N_2}{\partial t} & \frac{\partial N_3}{\partial t} & \frac{\partial N_4}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

อนุพันธ์ของฟังก์ชันรูปร่างเทียบกับพิกัดระบบในสมการ (2.22) หาได้จากการหาส่วนกลับ (inverse) ของเมตริกซ์จาโคเบียน (Jacobian Matrix , [J]) ซึ่งเมตริกซ์จาโคเบียนมีค่า คือ

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

โดยที่

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \frac{\partial N_3}{\partial r} & \frac{\partial N_4}{\partial r} \\ \frac{\partial N_1}{\partial s} & \frac{\partial N_2}{\partial s} & \frac{\partial N_3}{\partial s} & \frac{\partial N_4}{\partial s} \\ \frac{\partial N_1}{\partial t} & \frac{\partial N_2}{\partial t} & \frac{\partial N_3}{\partial t} & \frac{\partial N_4}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \\ X_4 & Y_4 & Z_4 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

จากนั้นจึงสามารถหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันรูปร่างเทียบกับฟังก์ชันระบบดังแสดงคือ

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \frac{\partial N_3}{\partial r} & \frac{\partial N_4}{\partial r} \\ \frac{\partial N_1}{\partial s} & \frac{\partial N_2}{\partial s} & \frac{\partial N_3}{\partial s} & \frac{\partial N_4}{\partial s} \\ \frac{\partial N_1}{\partial t} & \frac{\partial N_2}{\partial t} & \frac{\partial N_3}{\partial t} & \frac{\partial N_4}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

2.1.5 การอินทิเกรตเชิงตัวเลข (numerical integration)

การอินทิเกรตเชิงตัวเลขที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นวิธีของ Gauss-Legendre ซึ่งหาค่าของฟังก์ชันที่พิกัดใดๆ ที่กำหนดภายในชิ้นส่วน ซึ่งเรียกว่า จุดเกาส์ (Gauss point) หรือจุดอินทิเกรต (integration point) คูณกับตัวประกอบถ่วงน้ำหนัก (weighting factor) และค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมตริกซ์จาโคเบียน (determinant of Jacobian matrix) ซึ่งหาผลการอินทิเกรตได้โดยการรวมผลคูณของแต่ละจุดเกาส์เข้าด้วยกัน การหาค่าสติเฟนสเมตริกซ์ $[K]$ ในสมการที่ (2.8) แสดงได้ดังนี้

$$\int [B]^T [D] [B] dv \sim \sum_{i=1}^{nip} [B_i]^T [D_i] [B_i] \det J_i w_i \quad (2.26)$$

โดยที่ $[B_i]$ = เมตริกซ์ $[B]$ ซึ่งทำการหาค่าที่จุดเกาส์ที่ i
 $[D_i]$ = เมตริกซ์ $[D]$ ซึ่งทำการหาค่าที่จุดเกาส์ที่ i
= $[D]$ ที่ทุกจุดเกาส์ในกรณีวัสดุมีคุณสมบัติเป็นอิลาสติก
 $\det J_i$ = ค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมตริกซ์จาโคเบียนที่จุดเกาส์ที่ i
 w_i = ค่าตัวประกอบถ่วงน้ำหนักที่จุดเกาส์ที่ i

nip = จำนวนจุดเกาส์ของชิ้นส่วน

สำหรับชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน 4 จุดต่อที่ใช้ในงานวิจัยมีจุดเกาส์ของชิ้นส่วนจำนวน 1 จุด โดยมีรายละเอียดของพิกัดเฉพาะที่ (local coordinates) และตัวประกอบถ่วงน้ำหนัก (weighting factor) ดังนี้คือ

จุดเกาส์ที่	พิกัดเฉพาะที่ (r,s,t)	ตัวประกอบถ่วงน้ำหนัก
1	(1/4, 1/4, 1/4)	1/6

2.2 ทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการเพิ่มความละเอียดของโครงข่าย

2.2.1 การประมาณความคลาดเคลื่อน (Error Estimation)

การประมาณความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ใช้ในการหาชิ้นส่วนที่มีความคลาดเคลื่อนสูงเพื่อทำการเพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วนนั้น ในงานวิจัยนี้ ใช้การคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนในรูปของหน่วยแรง (Zienkiewicz และ Zhu ,1992) ซึ่งคำนวณได้จากสมการ

$$e_{\sigma}^* = \sigma^* - \sigma_h \quad (2.27)$$

โดยที่ e_{σ}^* = ค่าประมาณความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรงที่จุดใดๆ
 σ^* = ค่าหน่วยแรงที่มีความถูกต้องกว่าผลจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
 σ_h = ค่าหน่วยแรงจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในงานวิจัยนี้ กำหนดให้ ค่า σ^* คือ ค่าหน่วยแรงที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี Superconvergent Patch Recovery (SPR) โดยอธิบายในหัวข้อ 2.2.2

ค่าความคลาดเคลื่อนในสมการ (2.27) เป็นความคลาดเคลื่อนที่จุดใดจุดหนึ่งของชิ้นส่วน ซึ่งเป็นการแสดงค่าที่ไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติ โดยทั่วไปมักแปลงความคลาดเคลื่อนจากสมการ (2.27) ให้อยู่ในรูปของขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อน (error energy norm) ซึ่งเป็นค่าสเกลาร์ ขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนหาได้จากการใช้ค่าความคลาดเคลื่อนรวมทั้งชิ้นส่วน โดยได้จากการอินทิเกรตสมการ (2.27) ตลอดขอบเขตของชิ้นส่วนที่พิจารณา ดังแสดงในสมการ(2.28)

$$\|e^*\| = \left(\int_{\Omega} \{e^*\}^T [D]^{-1} \{e^*\} d\Omega \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.28)$$

โดยที่ $\|e^*\|$ = ขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของชิ้นส่วน
 $\{e^*\}$ = เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรง
 $[D]^{-1}$ = เมตริกซ์ผกผันของความสัมพันธ์หน่วยแรงและความเครียด

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1/E & -\mathbf{v}/E & -\mathbf{v}/E & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{v}/E & 1/E & -\mathbf{v}/E & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{v}/E & -\mathbf{v}/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1+\mathbf{v})/E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1+\mathbf{v})/E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1+\mathbf{v})/E \end{bmatrix}$$

Ω = ขอบเขตของชิ้นส่วนที่พิจารณา

ในทางปฏิบัติความคลาดเคลื่อนของชิ้นส่วน นิยมแสดงค่าในรูปแบบความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของชิ้นส่วน (relative error , η_e) ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของชิ้นส่วน และขนาดพลังงานของหน่วยแรงในชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของชิ้นส่วนหาได้จาก

$$\eta_e = \frac{\|e^*\|}{\|U^*\|} \quad (2.29)$$

$$\|U^*\| = \left(\int_{\Omega} \{\sigma^*\}^T [D]^{-1} \{\sigma^*\} d\Omega \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.30)$$

โดยที่ η_e = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของชิ้นส่วน
 $\|U^*\|$ = ขนาดพลังงานของหน่วยแรงในชิ้นส่วน
 $\{\sigma^*\}$ = เวกเตอร์ของหน่วยแรง
 $[D]^{-1}$ = เมตริกซ์ผกผันของความสัมพันธ์หน่วยแรงและความเครียด
 Ω = ขอบเขตของชิ้นส่วนที่พิจารณา

นอกจากการหาความคลาดเคลื่อนของชิ้นส่วนแล้ว ในทางปฏิบัติจะคำนวณความคลาดเคลื่อนรวมทั้งระบบ(global error)เพื่อเป็นตัวบ่งบอกถึงความคลาดเคลื่อนโดยรวมของผลการวิเคราะห์ ซึ่งหาในรูปแบบความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ ซึ่งคำนวณได้จาก

$$\eta_g = \frac{\|e^*\|_g}{\|U^*\|_g} \quad (2.31)$$

$$\|e^*\|_g = \left(\sum_{i=1}^{nel} \|e^*\|_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.32)$$

$$\|U^*\|_g = \left(\sum_{i=1}^{nel} \|U^*\|_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.33)$$

โดยที่	η_g	=	ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของระบบ
	$\ e^*\ _g$	=	ขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรงทั้งระบบ
	$\ U^*\ _g$	=	ขนาดพลังงานของหน่วยแรงทั้งระบบ
	$\ e^*\ _i$	=	ขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรง ของชิ้นส่วนที่ i
	$\ U^*\ _i$	=	ขนาดพลังงานของหน่วยแรงของชิ้นส่วนที่ i
	nel	=	จำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในระบบ

การอินทิเกรตหาขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรง(e^*) และขนาดพลังงานของหน่วยแรง(U^*)ในชิ้นส่วนใดๆ สามารถคำนวณได้ด้วยการอินทิเกรตเชิงตัวเลข (numerical integration) โดยมีรายละเอียดดังนี้

$$\int_{\Omega} \{e^*\}^T [D]^{-1} \{e^*\} d\Omega \sim \sum_{i=1}^{nip} \{e^*\}_i^T [D]_i^{-1} \{e^*\}_i \det J_i w_i \quad (2.34)$$

$$\int_{\Omega} \{\sigma^*\}^T [D]^{-1} \{\sigma^*\} d\Omega \sim \sum_{i=1}^{nip} \{\sigma^*\}_i^T [D]_i^{-1} \{\sigma^*\}_i \det J_i w_i \quad (2.35)$$

โดยที่	i	=	จุดเกาส์ที่ i ของชิ้นส่วน
	n	=	จำนวนทั้งหมดของจุดเกาส์ภายในชิ้นส่วน
	$\{e^*\}_i$	=	เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรงที่จุดเกาส์ที่ i

$\{\sigma^*\}_i$	=	เวกเตอร์ของหน่วยแรงที่จุดเกาส์ที่ i
$[D]_i^{-1}$	=	เมตริกซ์ผกผันระหว่างหน่วยแรงและความเครียดที่จุดเกาส์ที่ i
$\det J_i$	=	ดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์จาโคเบียน
w_i	=	ตัวประกอบถ่วงน้ำหนัก (weighting factor)
nip	=	จำนวนจุดเกาส์ของชิ้นส่วน

สำหรับชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน 4 จุดต่อที่ใช้ในงานวิจัยมีจุดเกาส์ทั้งหมด 1 จุด โดยมีรายละเอียดดังนี้คือ

จุดเกาส์ที่	พิกัดเฉพาะที่ (local coordinates)	ตัวประกอบถ่วงน้ำหนัก
1	(1/4, 1/4, 1/4)	1/6

2.2.2 การประมาณค่าหน่วยแรงโดยวิธี Superconvergent Patch Recovery (SPR)

วิธี SPR ซึ่งเสนอโดย Zienkiewicz และ Zhu (1992) มีจุดประสงค์ของคือ การประมาณค่าสนามของหน่วยแรงที่มีความต่อเนื่องในบริเวณเฉพาะที่ (smoothed local stress field) และเนื่องจากการใช้ค่าหน่วยแรงที่จุดเกาส์ของชิ้นส่วนซึ่งเป็นจุดที่ให้ค่าแม่นยำสูงที่สุดที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังนั้นในการประมาณค่าสนามของหน่วยแรงดังกล่าว จึงทำให้ค่าของหน่วยแรงในบริเวณที่ทำการประมาณด้วยวิธีนี้มีความแม่นยำสูงกว่าหน่วยแรงที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จากคุณสมบัติของจุดเกาส์ซึ่งให้ค่าหน่วยแรงที่มีความแม่นยำสูงกว่าจุดอื่นจึงทำให้จุดเกาส์ถูกเรียกด้วยอีกชื่อว่า superconvergent point

หลักการคือ เริ่มจากการกำหนดจุดต่อที่สนใจ เรียกว่า จุดรวมแพทช์ (patch assembly point) โดยที่บริเวณของสนามของหน่วยแรงที่ทำการหา คือ ทุกชิ้นส่วนที่อยู่ล้อมรอบจุดต่อที่สนใจซึ่งรวมกันเป็นบริเวณที่เรียกว่า แพทช์ (patch) จากนั้นใช้จุดเกาส์ของทุกชิ้นส่วนที่อยู่ล้อมรอบจุดต่อที่สนใจในการประมาณค่า โดยที่จุดเกาส์ในบริเวณแพทช์เรียกว่า จุดแซมพลิง (sampling point) โดยมีรายละเอียดแสดงในรูปที่ 2.3

โดยวิธีนี้สมมติให้การกระจายของหน่วยแรงในบริเวณแพทช์ (σ_p^*) เป็นไปตามสมการพหุนาม

$$\sigma_p^* = \langle P \rangle \{a\} \quad (2.36)$$

หรือ

$$\sigma_p^* = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy + a_4x^2 + \dots$$

โดยที่ $\langle P \rangle =$ ฟังก์ชันพื้นฐาน (Base Function) ที่อยู่ในรูปตัวแปรของพหุนาม
 $\langle 1 \ x \ y \ xy \ x^2 \dots \rangle$
 $\{a\} =$ สัมประสิทธิ์ของพหุนามซึ่งเป็นค่าที่ต้องคำนวณหา

สำหรับชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนชนิด 4 จุดต่อค่าของ $\langle P \rangle$ และ $\{a\}$ คือ

$$\langle P \rangle = \langle 1 \ x \ y \ z \rangle \quad (2.37)$$

$$\{a\} = \langle a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \rangle^T \quad (2.38)$$

การหาค่าคงตัวของพหุนาม $\{a\}$ ทำโดยใช้หลักวิธีกำลังสองน้อยที่สุด เพื่อให้ค่าของหน่วยแรงที่ประมาณแตกต่างจากค่าที่จุดเกาส์น้อยที่สุด โดยผลรวมของผลต่างระหว่างหน่วยแรงโดยประมาณ และหน่วยแรงที่ตำแหน่งเกาส์ กำหนดโดยสมการ

$$R(a) = \sum_{i=1}^n (\sigma_n(x_i, y_i, z_i) - \sigma_p^*(x_i, y_i, z_i))^2 \quad (2.39)$$

$$R(a) = \sum_{i=1}^n (\sigma_n(x_i, y_i, z_i) - [P(x_i, y_i, z_i)]\{a\})^2 \quad (2.40)$$

โดยที่ $\sigma_n =$ หน่วยแรงที่จุดเกาส์จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
 $n =$ จำนวนจุดเกาส์ทั้งหมดในแพทช์

การหาค่าคงตัวของพหุนาม ทำโดยกำหนดค่าอนุพันธ์ของ $R(a)$ เทียบกับค่าคงตัว $\{a\}$ มีค่าเป็นศูนย์จะได้ชุดของสมการดังนี้

$$\sum_{i=1}^n [P(x_i, y_i, z_i)]^T [P(x_i, y_i, z_i)] \{a\} = \sum_{i=1}^n \sigma_n(x_i, y_i, z_i) [P(x_i, y_i, z_i)]^T \quad (2.41)$$

หรือ $[A] \{a\} = \{b\}$

จะได้ $\{a\} = [A]^{-1} \{b\}$ (2.42)

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum y_i & \sum z_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i z_i \\ \sum y_i & \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i z_i \\ \sum z_i & \sum x_i z_i & \sum y_i z_i & \sum z_i^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sum \sigma_{hi} \\ \sum x_i \sigma_{hi} \\ \sum y_i \sigma_{hi} \\ \sum z_i \sigma_{hi} \end{Bmatrix}$$

หลังจากคำนวณค่าสัมประสิทธิ์พหุนาม $\{a\}$ ก็จะสามารถประมาณค่าหน่วยแรงที่ตำแหน่งใดๆ ภายในบริเวณแพทช์ได้โดยการแทนค่าพิกัดระบบ (global coordinates) ของตำแหน่งนั้นลงไปนในสมการที่ (2.36) แต่ในทางปฏิบัติจะหาค่าหน่วยแรงที่เฉพาะจุดต่อของชิ้นส่วนที่อยู่ภายในบริเวณแพทช์เท่านั้น ซึ่งในกรณีชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนชนิด 4 จุดต่อ จุดต่อที่อยู่ภายในบริเวณแพทช์มีเพียงจุดรวมแพทช์จุดเดียวเท่านั้นเนื่องจาก Zienkiewicz และ Zhu (1992) ได้เสนอหลักการให้ค่าประมาณของหน่วยแรงที่ตำแหน่งใดๆ ของชิ้นส่วน (σ^*) มีค่าขึ้นกับค่าประมาณหน่วยแรงที่แต่ละจุดต่อของชิ้นส่วนนั้นและค่าฟังก์ชันรูปร่างโดยกรณีของชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนชนิด 4 จุดต่อมีค่าตามสมการคือ

$$\sigma^* = N_1 \sigma_{p1}^* + N_2 \sigma_{p2}^* + N_3 \sigma_{p3}^* + N_4 \sigma_{p4}^* \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } \sigma^* &= \text{ค่าหน่วยแรงที่ตำแหน่งใดๆ ของชิ้นส่วน} \\ \sigma_{p1}^*, \sigma_{p2}^*, \sigma_{p3}^*, \sigma_{p4}^* &= \text{ค่าประมาณของหน่วยแรงที่จุดต่อที่ 1 ถึง 4 ของชิ้นส่วน} \\ &\quad \text{ซึ่งหาค่าได้จากการเลือกแต่ละจุดต่อให้เป็นจุดรวมแพทช์} \\ N_1, N_2, N_3, N_4 &= \text{ค่าฟังก์ชันรูปร่างซึ่งมีค่าตามสมการที่ (2.12) ถึง (2.15)} \end{aligned}$$

ค่าหน่วยแรงที่ตำแหน่งใดๆ ของชิ้นส่วนตามสมการที่ (2.43) สามารถคำนวณค่าได้โดยการแทนค่าพิกัดเฉพาะที่ (local coordinates) ของตำแหน่งที่ต้องการทราบค่าลงไปนในสมการ ซึ่งค่าหน่วยแรงตามสมการที่ (2.43) นี้จะต้องใช้ในการคำนวณความคลาดเคลื่อนตามสมการที่ (2.34) และ (2.35) และเนื่องจากหน่วยแรงที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีความไม่ต่อเนื่องที่จุดต่อและขอบเขตของชิ้นส่วน ในงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้หน่วยแรงที่จุดต่อสำหรับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เท่ากับหน่วยแรงที่จุดต่อซึ่งได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี SPR ซึ่งเป็นค่าที่มีความต่อเนื่อง และหากต้องการหาหน่วยแรงที่จุดใดๆ ในชิ้นส่วนจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ให้ใช้การคำนวณตามสมการ (2.43)

ในกรณีที่จุดรวมแพทช์อยู่ที่บริเวณขอบเขตของปัญหาทำให้จำนวนจุดเกาส์มีไม่เพียงพอต่อการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนาม $\{a\}$ สำหรับงานวิจัยนี้ทำการขยายบริเวณแพทช์ออกไป โดยเลือกจุดต่อทั้งหมดที่ล้อมรอบจุดรวมแพทช์และใช้ชิ้นส่วนทั้งหมดที่อยู่ล้อมรอบจุดต่อเหล่านั้นเป็นบริเวณแพทช์ โดยรายละเอียดของการขยายแพทช์จะกล่าวถึงในบทที่ 3

2.2.3 เกณฑ์การเลือกชิ้นส่วนที่ต้องทำการเพิ่มความละเอียด (refinement criterion)

ขั้นตอนเริ่มจากการหาค่าความคลาดเคลื่อนของแต่ละชิ้นส่วนในโครงข่าย ซึ่งในงานวิจัยนี้ ใช้ค่าความคลาดเคลื่อนของชิ้นส่วน (E) เท่ากับกำลังสองของขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อน (error energy norm) ของชิ้นส่วนนั้น

$$E = \|e^*\|^2 \quad (2.44)$$

โดยที่ $\|e^*\|$ = ขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของชิ้นส่วนจากสมการ (2.28)

จากนั้นชิ้นส่วนที่มีความคลาดเคลื่อน (E) มากกว่าความคลาดเคลื่อนวิกฤต (E_{crit}) จะถูกเลือกให้เป็นชิ้นส่วนที่ต้องทำการเพิ่มความละเอียด โดยที่ความคลาดเคลื่อนวิกฤตหาได้จาก

$$E_{crit} = E_{max} - \beta (E_{max} - E_{min}) \quad (2.45)$$

โดยที่ E_{crit} = ความคลาดเคลื่อนวิกฤต
 E_{max} = ความคลาดเคลื่อนสูงสุดของทุกชิ้นส่วนในโครงข่าย
 E_{min} = ความคลาดเคลื่อนต่ำสุดของทุกชิ้นส่วนในโครงข่าย
 β = cutoff factor , $\beta = 0.75$

ค่าความคลาดเคลื่อนวิกฤตไม่ใช่ค่าคงที่แต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามความคลาดเคลื่อนสูงสุดและต่ำสุดของชิ้นส่วนในโครงข่ายขณะนั้น โดยที่โปรแกรมจะทำการค้นหาความคลาดเคลื่อนสูงสุดและต่ำสุดของชิ้นส่วนในโครงข่ายเพื่อใช้ในการคำนวณความคลาดเคลื่อนวิกฤต สำหรับความหมายของ cutoff factor ทางกายภาพคือ หาก cutoff factor มีค่าเท่ากับ 0 หมายความว่า ชิ้นส่วนที่จะถูกเลือกให้เพิ่มความละเอียดจะมีเฉพาะชิ้นส่วนที่มีความคลาดเคลื่อนเท่ากับความคลาดเคลื่อนสูงสุดเท่านั้น และในทางตรงกันข้ามถ้า cutoff factor มีค่าเท่ากับ 1 หมายความว่า ชิ้นส่วนที่จะถูกเลือกให้เพิ่มความละเอียดคือชิ้นส่วนที่มีความคลาดเคลื่อนมากกว่าหรือเท่ากับความคลาดเคลื่อนต่ำสุด ซึ่งก็คือชิ้นส่วนทั้งหมดจะถูกเลือกให้เพิ่มความละเอียด

2.2.4 วิธีเพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วน (refinement method)

การเพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วนแต่ละอีตรอนในงานวิจัยนี้ คือ วิธีแบ่งสองส่วน (bisection) ซึ่งมีหลักการคือ การเติมจุดต่อที่ขอบที่ยาวที่สุด(longest edge) จากนั้นลากเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดต่อบน

ขอบที่ยาวที่สุดกับอีก 2 จุดต่อที่ไม่ได้อยู่บนขอบนั้น ซึ่งจะทำให้ชิ้นส่วนที่มีอยู่เดิมถูกแบ่งออกเป็น 2 ชิ้นส่วน วิธีนี้มีชื่อเรียกอีกอย่างว่า วิธีแบ่งสองส่วนด้วยด้านยาวที่สุด (longest edge bisection) รูปที่ 2.4 แสดงลักษณะของชิ้นส่วนสามเหลี่ยมและเตตระฮีดรอนที่ถูกแบ่งด้วยวิธีนี้ โดยในงานวิจัยนี้นำหลักการจากงานวิจัยของ Plaza และ Rivara มาประยุกต์ใช้งานเพื่อความเหมาะสมในทางปฏิบัติ เพื่อให้ง่ายต่อการเข้าใจจะเริ่มจากขั้นตอนการเพิ่มความสำหรับชิ้นส่วนสามเหลี่ยมในสภาพ 2 มิติก่อน โดยมีขั้นตอนพื้นฐาน 2 ขั้นตอนคือ

1. การเพิ่มจุดต่อ (node insertion)

1.1 สำหรับชิ้นส่วนที่ต้องเพิ่มความละเอียด

- เพิ่มจุดต่อที่กึ่งกลางของขอบที่ยาวที่สุด (longest edge) ของชิ้นส่วนที่ทำการเพิ่มความละเอียด ซึ่งขอบใดก็ตามที่ได้มีการเพิ่มจุดต่อลงไปแล้วจะถูกเรียกว่า ขอบเพิ่มความละเอียด (refinement edge)

1.2 สำหรับชิ้นส่วนที่ไม่ได้ถูกเลือกให้เพิ่มความละเอียด

- ถ้าชิ้นส่วนมีขอบเพิ่มความละเอียดอย่างน้อยหนึ่งขอบให้ทำการตรวจสอบว่ามีขอบที่ยาวที่สุดรวมอยู่ด้วยหรือไม่ ถ้าไม่มีให้เติมจุดต่อบนขอบที่ยาวที่สุดด้วย สำหรับขั้นตอน 1.2 นี้จะต้องทำซ้ำไปมาจนกระทั่งไม่มีการเพิ่มของจุดต่ออีก

2. การแบ่งสองส่วน (bisection)

- สำหรับชิ้นส่วนที่มีขอบเพิ่มความละเอียด ลากเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดต่อที่อยู่บนขอบเพิ่มความละเอียดกับอีกจุดต่อที่ไม่ได้อยู่บนขอบเพิ่มความละเอียดนั้น ซึ่งจะทำให้ชิ้นส่วนที่มีอยู่เดิมถูกแบ่งออกเป็น 2 ชิ้นส่วน ในกรณีที่มีขอบเพิ่มความละเอียดมากกว่าหนึ่งขอบให้เลือกทำจากขอบเพิ่มความละเอียดที่ยาวที่สุดก่อน ขั้นตอนที่ 2 นี้จะถูกทำซ้ำจนกว่าจะไม่มีชิ้นส่วนที่มีขอบเพิ่มความละเอียดเหลืออยู่ โดยมีตัวอย่างแสดงรายละเอียดในรูปที่ 2.5

สำหรับชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนสามารถพิจารณาเทียบเคียงได้กับชิ้นส่วนสามเหลี่ยม โดยพิจารณาแต่ละหน้าของชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนเสมือนเป็นชิ้นส่วนสามเหลี่ยม ซึ่งเมื่อหน้าใดของชิ้นส่วนมีการเติมจุดต่อซึ่งไม่ได้อยู่บนขอบที่ยาวที่สุดของหน้านั้น ให้ทำการเติมจุดต่อบนขอบที่ยาวที่สุดของหน้านั้นด้วยเพื่อป้องกันการเสียรูปของชิ้นส่วน ขั้นตอนสำหรับชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนมี 2 ขั้นตอนดังนี้ คือ

1. การเพิ่มจุดต่อ (node insertion)

1.1 สำหรับชิ้นส่วนที่ต้องเพิ่มความละเอียด

- เพิ่มจุดต่อที่กึ่งกลางของขอบที่ยาวที่สุด (longest edge) ของชิ้นส่วนที่ทำการเพิ่มความละเอียด ซึ่งขอบใดก็ตามที่ได้มีการเพิ่มจุดต่อลงไปแล้วจะถูกเรียกว่า ขอบเพิ่มความละเอียด (refinement edge)

1.2 สำหรับทุกชั้นส่วนในโครงข่าย

- ถ้าชั้นส่วนมีขอบเพิ่มความละเอียดอย่างน้อยหนึ่งขอบให้ทำการตรวจสอบว่ามีขอบที่ยาวที่สุดรวมอยู่ด้วยหรือไม่ ถ้าไม่มีให้เติมจุดต่อบนขอบที่ยาวที่สุดด้วย
 - จากนั้นตรวจสอบแต่ละหน้าของชั้นส่วนเดิมหากหน้านั้นมีขอบเพิ่มความละเอียดแต่ไม่ใช่ขอบที่ยาวที่สุดของหน้า ให้ทำการเติมจุดต่อที่ขอบที่ยาวที่สุดของหน้าด้วย ทำการตรวจสอบจนครบทุกหน้าจากนั้นจึงทำการตรวจสอบชั้นส่วนต่อไปในโครงข่าย
- ขั้นตอนที่ 1.2 จะต้องทำซ้ำไปมาจนกว่าจะไม่มีชั้นส่วนใดในโครงข่ายที่ต้องเติมจุดต่ออีก

2. การแบ่งสองส่วน (bisection)

- สำหรับชั้นส่วนที่มีขอบเพิ่มความละเอียด ให้ลากเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดต่อที่อยู่บนขอบเพิ่มความละเอียดกับอีกสองจุดต่อที่ไม่ได้อยู่บนขอบเพิ่มความละเอียดนั้น ซึ่งจะทำให้ชั้นส่วนที่มีอยู่เดิมถูกแบ่งออกเป็น 2 ชั้นส่วน ในกรณีที่ขอบเพิ่มความละเอียดมากกว่าหนึ่งขอบให้เลือกทำจากขอบเพิ่มความละเอียดที่ยาวที่สุดก่อน ขั้นตอนนี้จะถูกทำซ้ำจนกว่าจะไม่มีชั้นส่วนที่มีขอบเพิ่มความละเอียดเหลืออยู่

เนื่องจากลักษณะการเติมจุดต่อและการแบ่งชั้นส่วนเตตระฮีดรอนมีรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดอยู่จำนวนมากโดยขึ้นกับตำแหน่งสัมพัทธ์ระหว่างขอบที่ยาวที่สุดของชั้นส่วนกับขอบยาวที่สุดในแต่ละหน้าของชั้นส่วน และขึ้นกับจำนวนขอบเพิ่มความละเอียดของชั้นส่วน ทำให้ไม่สามารถแสดงให้ดูทั้งหมดได้ในที่นี้ แต่จะใช้การยกตัวอย่างประกอบเพื่อเป็นการอธิบายถึงกระบวนการในการเติมจุดต่อและลักษณะในการแบ่งชั้นส่วน โดยตัวอย่างแสดงในรูปที่ 2.6 ซึ่งในตัวอย่างนี้ตอนเริ่มต้นชั้นส่วนที่พิจารณามีขอบ 2-3 เป็นขอบเพิ่มความละเอียด

2.3 การปรับปรุงรูปร่างของชั้นส่วน

2.3.1 รูปร่างของชั้นส่วน

ความแม่นยำของผลการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นอยู่กับรูปร่างของชั้นส่วนที่ใช้ในโครงข่าย ชั้นส่วนที่มีรูปร่างดีจะทำให้ผลการวิเคราะห์มีความแม่นยำ ในส่วนนี้จะกล่าวถึงการวัดคุณภาพรูปร่างของชั้นส่วนเตตระฮีดรอนที่ใช้ในงานวิจัย

ชั้นส่วนเตตระฮีดรอนที่มีรูปร่างดี คือ ชั้นส่วนที่มีขอบทุกขอบยาวเท่ากัน รูปร่างของชั้นส่วนเตตระฮีดรอนคำนวณจากค่า อัตราส่วนรัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นที่สุด (circumradius-to-shortest edge ratio) (Shewchuk, 1997) ขั้นตอนเริ่มจากการนิยามทรงกลมที่เล็กที่สุดที่สามารถบรรจุชั้นส่วน เตตระฮีดรอนได้ อัตราส่วนรัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นที่สุดคำนวณได้จากสมการ

$$\text{CSR} = \frac{R}{SE} \quad (2.46)$$

โดยที่	CSR	=	อัตราส่วนรัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นที่สุด
	R	=	รัศมีของทรงกลมตามนิยามที่กำหนดไว้
	SE	=	ความยาวของขอบที่สั้นที่สุดของชิ้นส่วน

ชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนที่มีรูปร่างดี ค่าอัตราส่วนรัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นที่สุดจะมีค่าต่ำ จากรูปที่ 2.7 ชิ้นส่วนแบบเข็ม (needles) และแบบฝาครอบ (caps) จะมีรัศมีทรงกลมใหญ่กว่ามากเมื่อเทียบกับความยาวของขอบที่สั้นที่สุด สำหรับชิ้นส่วนแบบด้านเท่า (Equilaterals) จะมีรัศมีทรงกลมสั้นกว่าความยาวของขอบที่สั้นที่สุด ซึ่งอัตราส่วนรัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นที่สุดของชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนแบบด้านเท่ามีค่าเท่ากับ 0.612

2.3.2 การปรับพิภักจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุม (Constrained Laplacian Mesh Smoothing)

วิธีการนี้มีรากฐานจากการปรับพิภักจุดต่อแบบลาปลาซ (Laplacian Mesh Smoothing) ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้มากเนื่องจากเป็นวิธีที่ไม่ซับซ้อนหลักการคือ การปรับพิภักของแต่ละจุดต่อให้อยู่ที่กึ่งกลางของทุกจุดต่อที่เชื่อมต่อกับจุดต่อนั้นโดยทำกระบวนการนี้ซ้ำไปมา แต่กระบวนการดังกล่าวมีข้อเสียคืออาจทำให้ชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิภักนั้นมีรูปร่างแย่ง โดยการปรับพิภักจุดต่อแบบลาปลาซให้ผลที่ค่อนข้างดีในกรณีปัญหา 2 มิติ แต่ให้ผลที่แย่งในกรณีปัญหา 3 มิติ (Shewchuk, 1997; Amenta, Bern and Eppstein) ดังนั้นในทางปฏิบัติจึงมีการพัฒนาไปสู่การปรับพิภักจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุม (Canann, Tristano and Staten) โดยมีการเพิ่มเงื่อนไขควบคุมเข้าไปในกระบวนการเพื่อป้องกันไม่ให้เกิดการปรับพิภักทำให้ชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อนั้นมีรูปร่างแย่งกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยในงานวิจัยนี้ได้นำค่าอัตราส่วนรัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นที่สุดมาเป็นเงื่อนไขในการควบคุมรูปร่างของชิ้นส่วน

ขั้นตอนในการปรับพิภักจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุม

1. คำนวณพิภักใหม่ของแต่ละจุดต่อตามหลักการของวิธีลาปลาซ โดยคำนวณได้จากสมการ

$$x = \left(\sum_{i=1}^N x_i \right) / N \quad (2.47)$$

$$y = \left(\sum_{i=1}^N y_i \right) / N \quad (2.48)$$

$$z = \left(\sum_{i=1}^N z_i \right) / N \quad (2.49)$$

โดยที่	x, y, z	=	พิกัดใหม่ของจุดต่อ
	i	=	จุดต่อที่ i ที่เชื่อมต่อกับจุดต่อที่ปรับพิกัด
	x_i, y_i, z_i	=	พิกัดของจุดต่อที่ i ที่เชื่อมต่อกับจุดต่อที่ปรับพิกัด
	N	=	จำนวนจุดต่อทั้งหมดที่เชื่อมต่อกับจุดต่อที่ปรับพิกัด

2. พิกัดใหม่ที่คำนวณได้จากข้อ 1 จะถูกปฏิเสธและจุดต่อที่ทำการปรับพิกัดจะถูกคงไว้ที่พิกัดเดิม ถ้าชิ้นส่วนใดชิ้นส่วนหนึ่งที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิกัดกลายเป็นชิ้นส่วนพลิกกลับ (inverted element) การตรวจสอบว่าชิ้นส่วนใดๆ ที่มีจุดต่อเป็น ABCD กลายเป็นชิ้นส่วนพลิกกลับทำได้โดยพิจารณาทิศทางของเวกเตอร์ AB, AC และ AD ซึ่งชิ้นส่วน ABCD จะกลายเป็นชิ้นส่วนพลิกกลับเมื่อมีทิศทางของเวกเตอร์ดังกล่าวก่อนและหลังการใช้พิกัดใหม่เป็นไปตามที่กำหนดไว้ คือ

$$I_1 > 0 \quad \text{และ} \quad I_2 < 0 \quad \text{หรือ}$$

$$I_1 < 0 \quad \text{และ} \quad I_2 > 0$$

โดยที่	I_1	=	ค่าแสดงทิศทางของเวกเตอร์ก่อนการใช้พิกัดใหม่
		=	$[(\overline{AB} \times \overline{AC}) \cdot \overline{AD}]_1$
	I_2	=	ค่าแสดงทิศทางของเวกเตอร์หลังการใช้พิกัดใหม่
		=	$[(\overline{AB} \times \overline{AC}) \cdot \overline{AD}]_2$

รายละเอียดของทิศทางของเวกเตอร์แสดงในรูปที่ 2.8

3. พิกัดใหม่ที่คำนวณได้จากข้อ 1 จะถูกยอมรับและจุดต่อที่ทำการปรับพิกัดจะถูกเปลี่ยนพิกัดให้เท่ากับพิกัดใหม่ที่คำนวณได้ ตรวจสอบจากค่าสูงสุดและผลรวมของค่าอัตราส่วนรัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นที่สุดของทุกชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิกัด โดยค่าดังกล่าวก่อนและหลังการใช้พิกัดใหม่เป็นไปตามที่กำหนดไว้ คือ

$$\text{Max2} < \text{Max1} \quad \text{และ}$$

$$\sum \text{CSR2} < \sum \text{CSR1}$$

โดยที่	Max1	=	ค่าสูงสุดของค่า CSR ของชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิคัดก่อนการใช้พิคัดใหม่
	Max2	=	ค่าสูงสุดของค่า CSR ของชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิคัดหลังการใช้พิคัดใหม่
	\sum CSR1	=	ผลรวมของค่า CSR ของทุกชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิคัดก่อนการใช้พิคัดใหม่
	\sum CSR2	=	ผลรวมของค่า CSR ของทุกชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิคัดหลังการใช้พิคัดใหม่

การปรับพิคัดจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุมจะเป็นการทำตามขั้นตอนในข้อ 1 ถึงข้อ 3 สำหรับแต่ละจุดต่อ โดยกระบวนการจะทำซ้ำไปมาจนครบทุกจุดต่อ

2.3.3 การสลับหน้าของชิ้นส่วน (Face swapping)

การสลับหน้าของชิ้นส่วนช่วยปรับปรุงรูปร่างของชิ้นส่วนที่อยู่ติดกันให้ดีขึ้นได้ ซึ่งรูปร่างของชิ้นส่วนวัดจากค่าอัตราส่วนรัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นที่กล่าวในหัวข้อ 2.3.1 รูปที่ 2.9 แสดงลักษณะการวางตัวของชิ้นส่วนที่สามารถทำการสลับหน้าได้ โดยในกรณี 2 ชิ้นส่วน เป็นการสลับจากหน้า ACE ให้เป็นหน้า DEB ส่วนในกรณี 4 ชิ้นส่วน เป็นการสลับจากหน้า AECF ให้เป็นหน้า DEBF

เงื่อนไขของการสลับหน้าของชิ้นส่วนคือ

1. จุด A,B,C และ D จะต้องอยู่บนระนาบเดียวกัน
2. มุม $DAB < 180^\circ$ และ มุม $DCB < 180^\circ$
3. ทำการสลับหน้าเมื่อค่าอัตราส่วนรัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นของชิ้นส่วน (CSR) ก่อนและหลังการสลับหน้าเป็นไปตามที่กำหนดไว้คือ

$$\begin{array}{l} \text{Max2} < \text{Max1} \quad \text{และ} \\ \sum \text{CSR2} < \sum \text{CSR1} \end{array}$$

โดยที่	Max1	=	ค่าสูงสุดของค่า CSR ของชิ้นส่วนทั้งหมดก่อนการสลับหน้า
	Max2	=	ค่าสูงสุดของค่า CSR ของชิ้นส่วนทั้งหมดหลังการสลับหน้า
	\sum CSR1	=	ผลรวมของค่า CSR ของชิ้นส่วนทั้งหมดก่อนการสลับหน้า
	\sum CSR2	=	ผลรวมของค่า CSR ของชิ้นส่วนทั้งหมดหลังการสลับหน้า

โดยชั้นส่วนทั้งหมดในกรณี 2 และ 4 ชั้นส่วนมีรายละเอียดดังนี้

กรณี 2 ชั้นส่วน

ชั้นส่วนทั้งหมดก่อนการสลับหน้าได้แก่ ABCE และ ACDE

ชั้นส่วนทั้งหมดหลังการสลับหน้าได้แก่ ADBE และ BCDE

กรณี 4 ชั้นส่วน

ชั้นส่วนทั้งหมดก่อนการสลับหน้าได้แก่ ABCE , ACDE ,ACBF และ ACDF

ชั้นส่วนทั้งหมดหลังการสลับหน้าได้แก่ ADBE , BCDE ,ABDF และ BCDF

2.4 โปรแกรมพื้นฐานที่ใช้ในการพัฒนา

2.4.1 โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ SNAC (Solid Nonlinear Analysis Code)

ในงานวิจัยนี้ใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ SNAC (Abbo และ Sloan,1997) เป็นโปรแกรมพื้นฐานในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยโปรแกรมห้างกล่าวว่ามีข้อดีและข้อจำกัดดังต่อไปนี้

ข้อดี

โปรแกรมมีความสามารถสูงในการวิเคราะห์ปัญหา โดยสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ทั้งในสภาวะระบายน้ำ (drained analysis) และในสภาวะการอัดตัวคายนํ้าของมวลดิน (consolidation) นอกจากนี้ยังสามารถวิเคราะห์ปัญหาที่วัสดุมีคุณสมบัติเป็นอีลาสโตพลาสติก (elasto-plastic material) รวมถึงมีกฎเกณฑ์การวิบัติ (failure criterion) ของมวลดินให้เลือกใช้หลายแบบ ทำให้สามารถพัฒนาเพื่อนำไปใช้ในงานวิจัยที่การวิเคราะห์ปัญหาที่มีความซับซ้อนสูงได้

ข้อจำกัด

1. สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ในสภาพ 2 มิติเท่านั้น
2. ในการวิเคราะห์ต้องป้อนข้อมูลโครงข่ายเอง (manual) ทำให้ไม่สะดวกในการใช้งานและมีความซับซ้อนสูงมากจนไม่อาจทำได้สำหรับในกรณีของงานวิจัยนี้เป็นชั้นส่วนเตตระฮีดรอนในโครงข่าย 3 มิติ

2.4.2 โปรแกรมการสร้างโครงข่าย GMSH

การสร้างโครงข่ายเป็นส่วนที่มีความสำคัญมากในหัวข้อการศึกษาด้านไฟไนต์เอลิเมนต์ แต่เนื่องจากความซับซ้อนในการสร้างโครงข่าย โดยเฉพาะอย่างยิ่งโครงข่ายแบบไร้โครงสร้าง (unstructure mesh) ที่เกิดจากชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนซึ่งเป็นชิ้นส่วนที่นิยมใช้ในปัญหา 3 มิติเพราะสามารถจำลองรูปร่างของปัญหาได้ใกล้เคียงความเป็นจริงโดยเฉพาะปัญหาที่มีรูปร่างเป็นส่วนโค้ง แต่ในทางปฏิบัติเป็นการยากและสิ้นเปลืองเวลาอย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างโครงข่าย ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องใช้โปรแกรมสร้างโครงข่ายสำเร็จรูป โดยในงานวิจัยนี้เลือกใช้โปรแกรม GMSH ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ถูกพัฒนาโดยไม่มีจุดประสงค์ทางการค้า

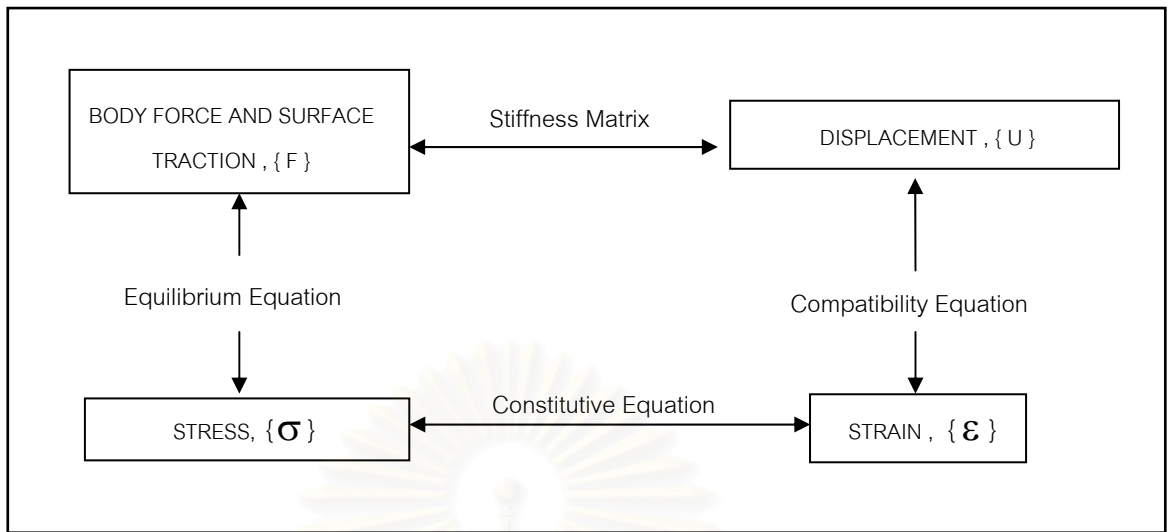
โปรแกรม GMSH ถูกพัฒนาขึ้นโดย Christophe และ Jean-François (2003) และโปรแกรมนี้อยู่ได้รับการปรับปรุงอยู่อย่างต่อเนื่อง ซึ่งเวอร์ชันที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ GMSH-1.46 โดยมีลักษณะสำคัญของโปรแกรมนี้อยู่

ลักษณะสำคัญ

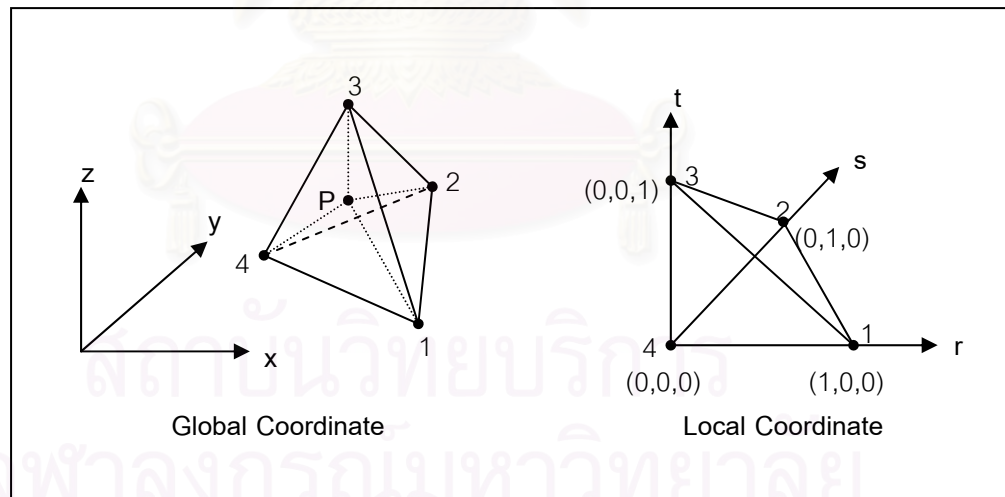
1. การป้อนข้อมูลในการสร้างโครงข่ายทำได้สะดวกเนื่องจากมี Graphical User Interface (GUI)
2. สามารถสร้างโครงข่ายได้ทั้งในระบบ 2 และ 3 มิติ โดยใน 3 มิติสร้างได้เฉพาะชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน
3. สามารถกำหนดขนาดของชิ้นส่วนในบริเวณต่างๆของปัญหาได้สะดวก โดยใช้การกำหนดค่าขนาดชิ้นส่วน (characteristic length) ซึ่งเป็นค่าประจำจุดต่อที่เป็นขอบเขตเริ่มต้นในการสร้างโครงข่าย ทำให้โครงข่ายมีความหนาแน่นและละเอียดแตกต่างกันไปในแต่ละบริเวณตามความต้องการของผู้วิเคราะห์ได้ ผลของการกำหนดค่าขนาดชิ้นส่วนที่มีต่อความหนาแน่นในแต่ละบริเวณของโครงข่ายที่ได้แสดงอยู่ในรูปที่ 2.10

2.4.3 โปรแกรมที่ใช้ในการแสดงผลทางกราฟฟิก

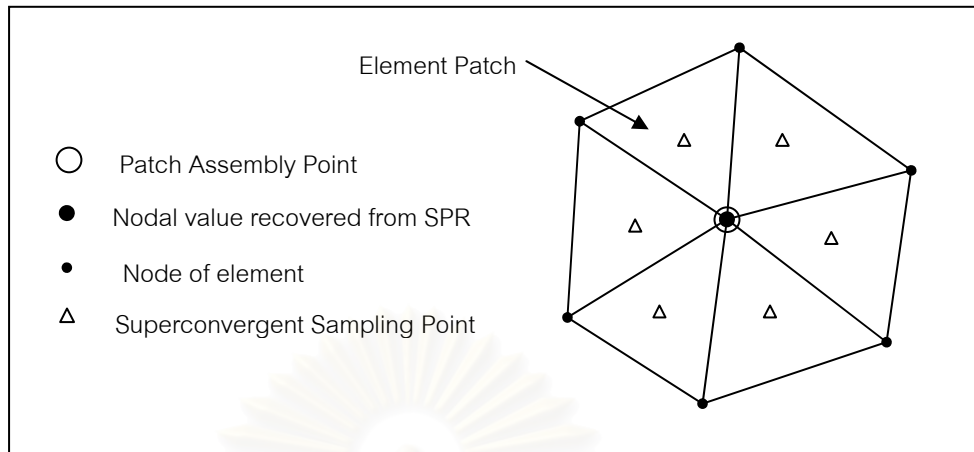
ในงานวิจัยนี้เลือกใช้โปรแกรม TECPLOT 8.0 ในการแสดงผลทางกราฟฟิก โดยโปรแกรมนี้อยู่สามารถสร้างโครงข่ายได้ทั้งในสภาพ 2 และ 3 มิติ นอกจากนี้ยังสามารถแสดงคอนทัวร์และเวกเตอร์ของข้อมูล รวมถึงความสามารถในการแสดงภาพเคลื่อนไหว



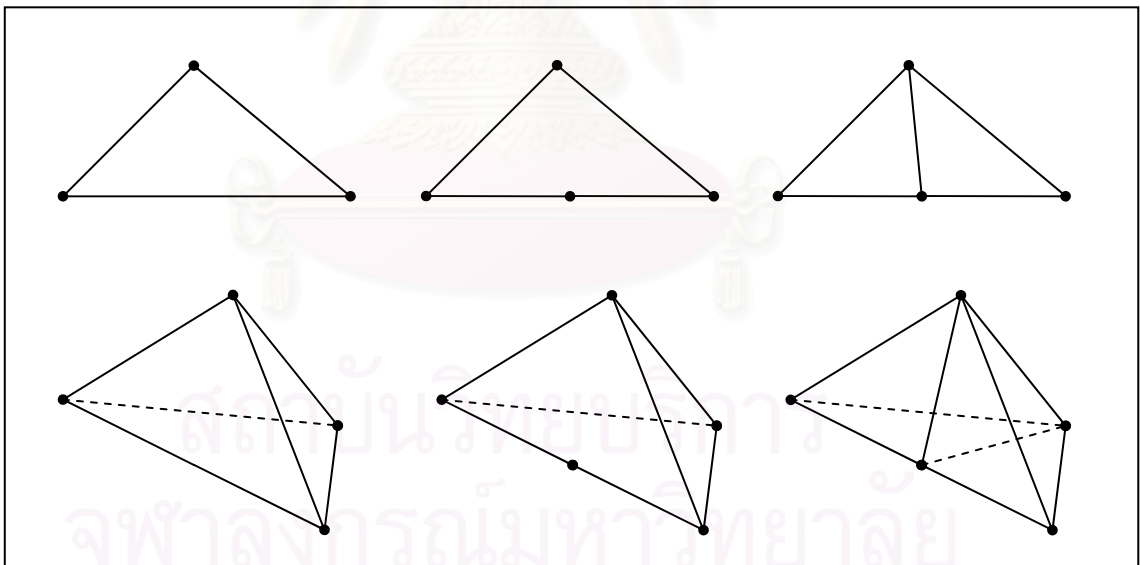
รูปที่ 2.1 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของสมการพื้นฐานในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



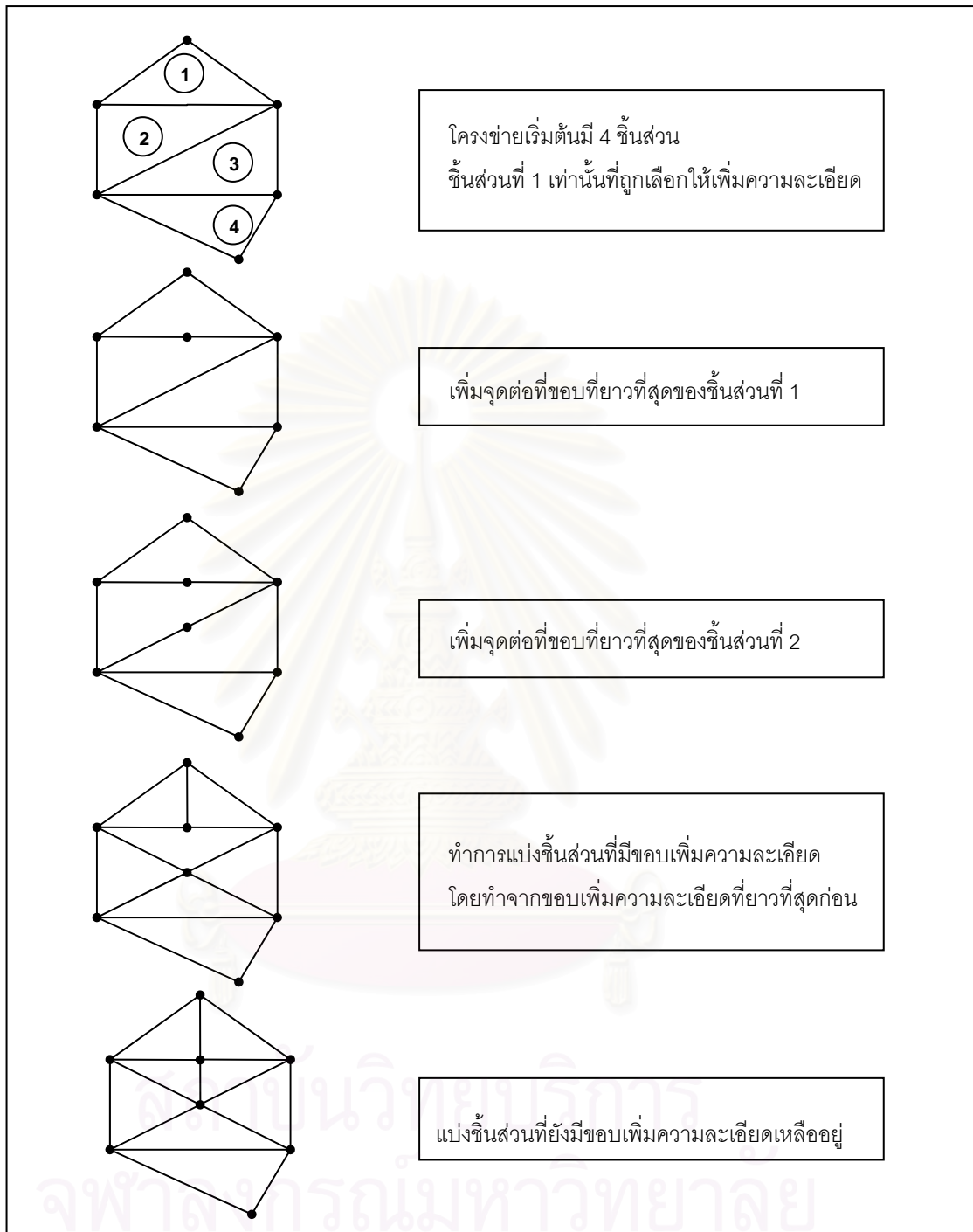
รูปที่ 2.2 ระบบพิกัดรวม (Global Coordinate) พิกัดเฉพาะที่ (Local Coordinate) และการเรียงตัวของชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนชนิด 4 จุดต่อ



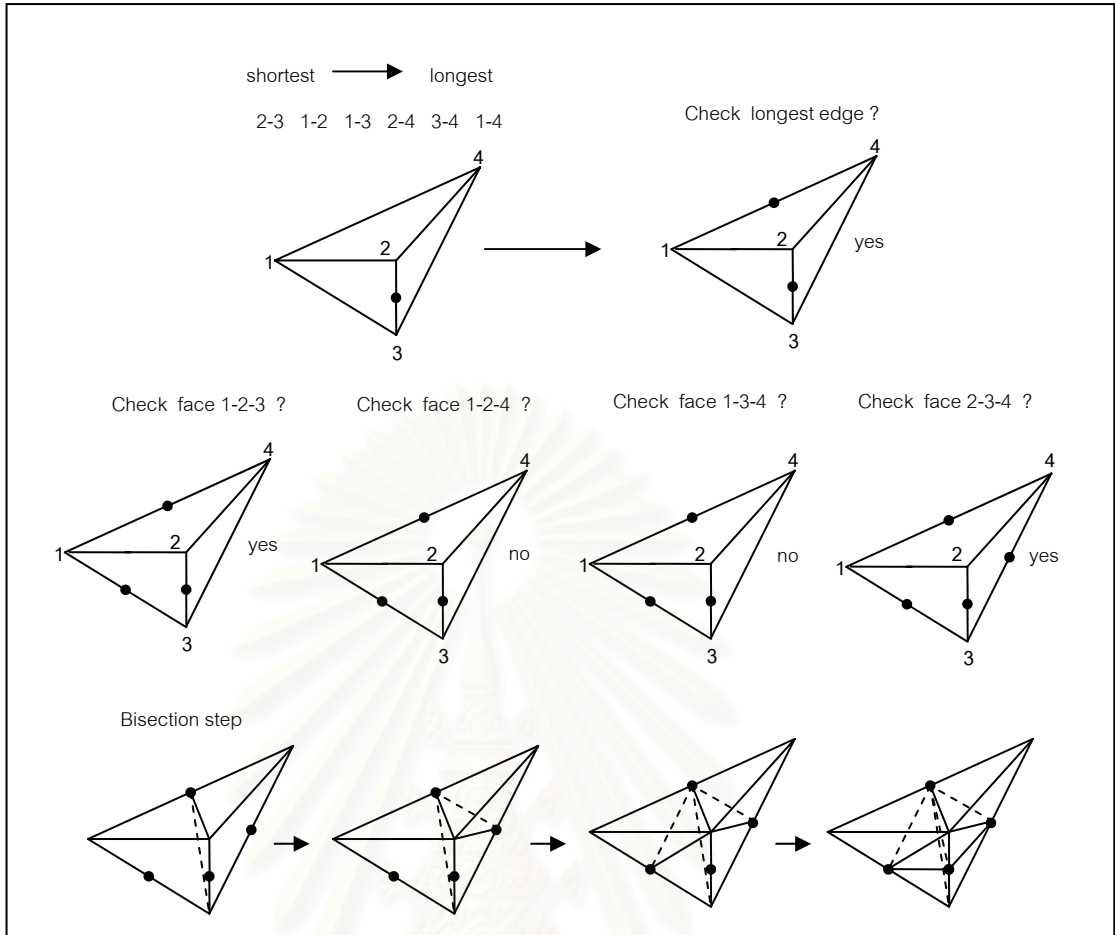
รูปที่ 2.3 ตัวอย่างแสดงจุดรวมแพทช์ (Patch Assembly Point) และชิ้นส่วนในแพทช์ (Element Patch) ของวิธี SPR



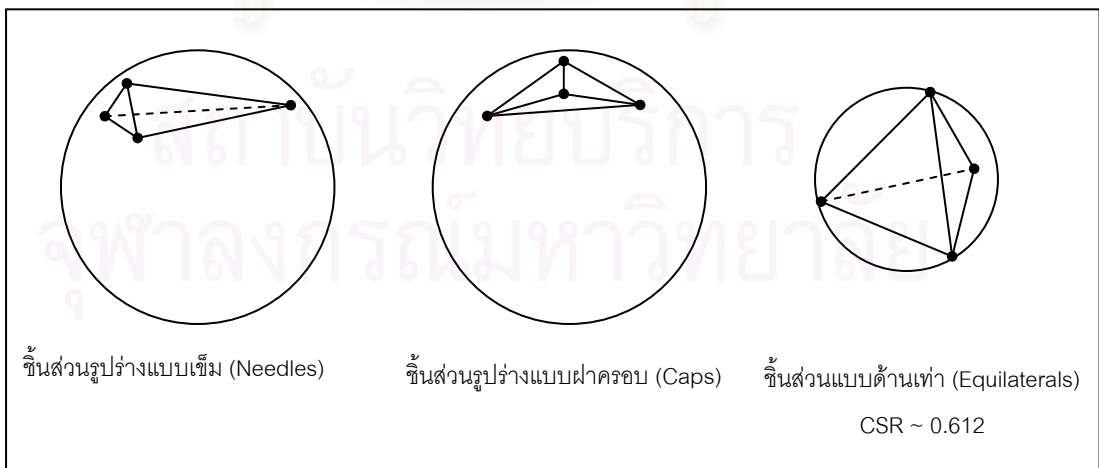
รูปที่ 2.4 การแบ่งสองส่วนสำหรับชิ้นส่วนสามเหลี่ยมและเตตระฮีดรอน



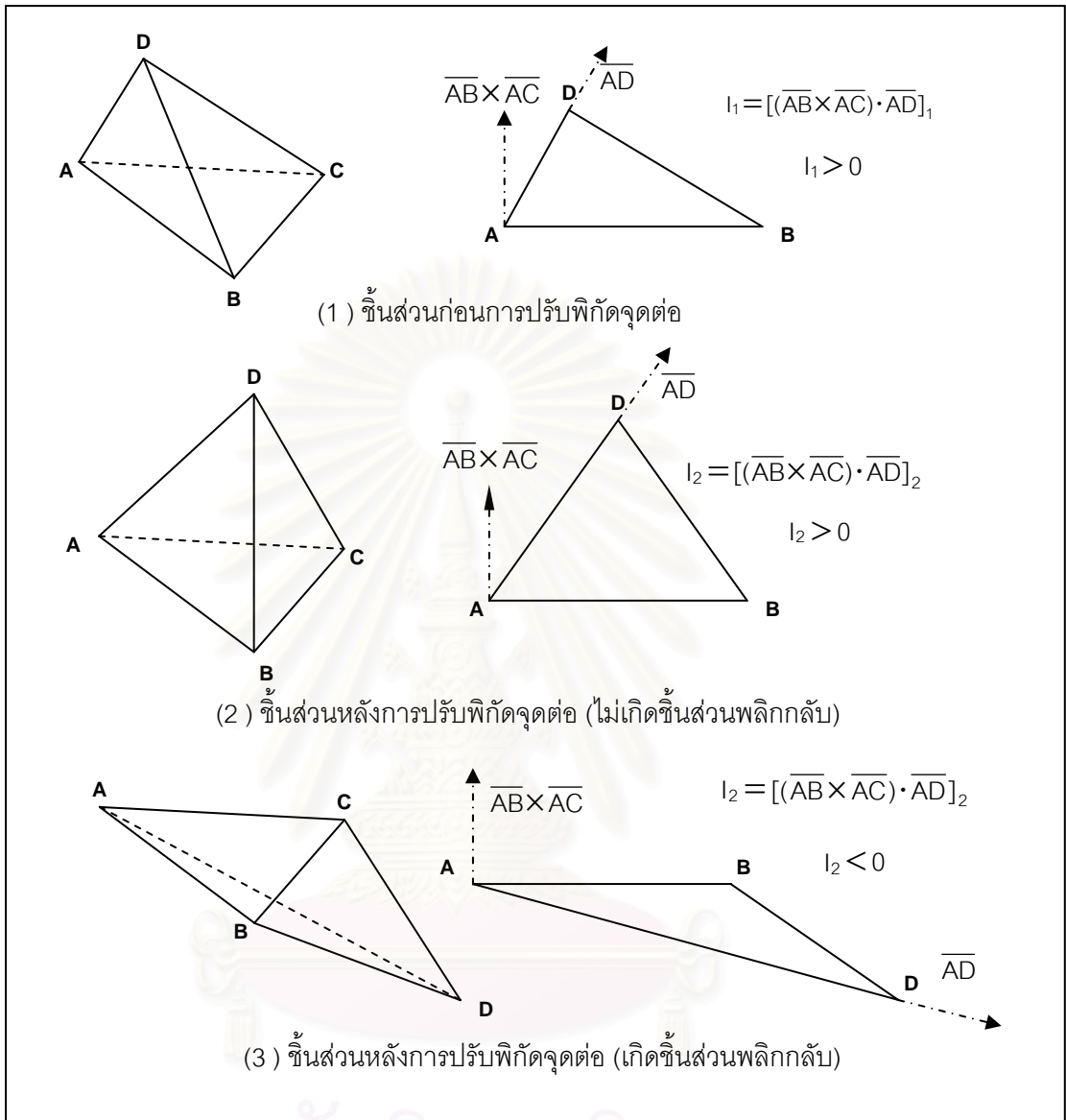
รูปที่ 2.5 ตัวอย่างขั้นตอนการเพิ่มความละเอียดของชั้นส่วนในกรณี 2 มิติ



รูปที่ 2.6 ตัวอย่างขั้นตอนการเติมจุดต่อและการแบ่งชิ้นส่วนเตตระฮีดรอน

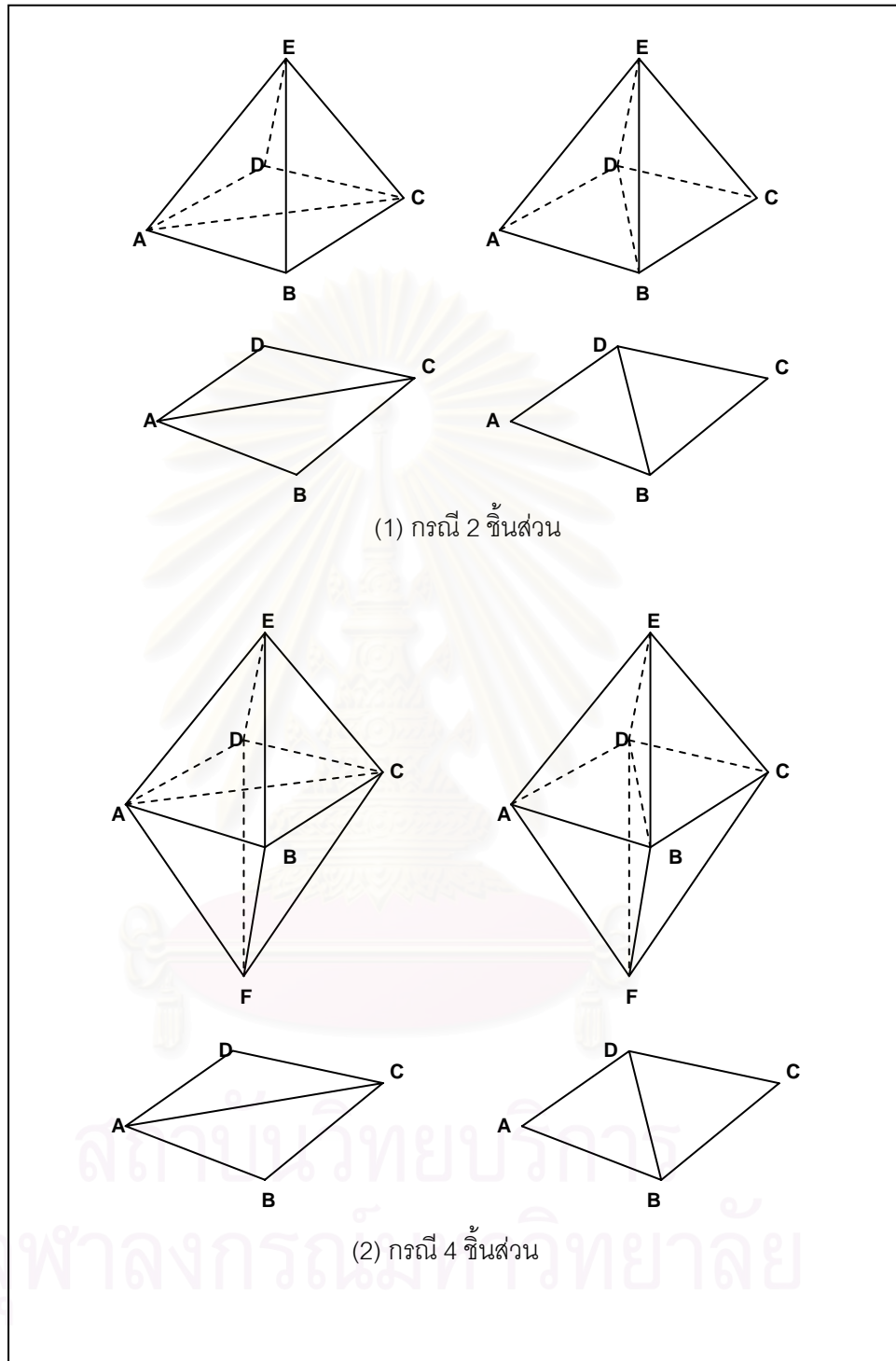


รูปที่ 2.7 ทรงกลมที่บรรจุชิ้นส่วนเตตระฮีดรอนลักษณะต่างๆ

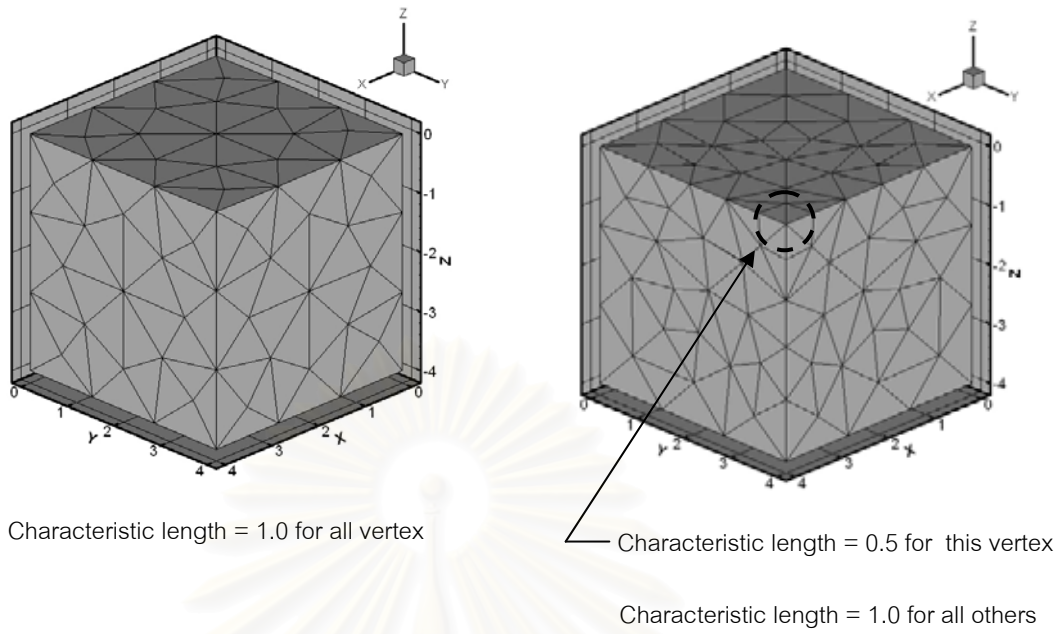


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 2.8 ทิศทางของเวกเตอร์ที่ใช้ในการป้องกันการเกิดชิ้นส่วนพลิกกลับ



รูปที่ 2.9 การสลับหน้าชั้นส่วน (Face Swapping)



รูปที่ 2.10 ตัวอย่างแสดงผลของการกำหนดค่าขนาดชิ้นส่วน (characteristic length) สำหรับโปรแกรม GMSH

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

รายละเอียดของโปรแกรมที่พัฒนา

ในส่วนนี้แสดงรายละเอียดของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น ซึ่งเป็นขั้นตอนการทำงานร่วมกันของระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายและการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยจะกล่าวถึงขั้นตอนการทำงานหลักของโปรแกรมและรายละเอียดของแต่ละขั้นตอน

3.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

ขั้นตอนการทำงานของระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้กับการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์มีขั้นตอนการทำงานเริ่มต้นเหมือนการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั่วไป กล่าวคือสร้างโครงข่ายเริ่มต้น จากนั้นใส่แรงกระทำ (applied load) เข้าไปที่โครงสร้างของปัญหา ทำการวิเคราะห์ตามขั้นตอนของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ หลังจากได้ผลการวิเคราะห์ก็จะเข้าสู่การทำงานด้วยระบบปรับความละเอียดของโครงข่าย ในส่วนนี้ทำหน้าที่ประมาณความคลาดเคลื่อนโดยอาศัยผลการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายในบริเวณที่มีความคลาดเคลื่อนสูง จากนั้นโครงข่ายใหม่ที่ได้จะถูกนำไปวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์อีกครั้งโดยใช้แรงกระทำชุดเดิมในการวิเคราะห์ โดยในกรณีนี้การวิเคราะห์ไม่ใช้การถ่ายโอนค่าตัวแปรสถานะ (state variable mapping) ทำให้ช่วยลดความซับซ้อนในการวิเคราะห์ลงได้มาก ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมเรียงตามลำดับได้ดังนี้

- (1) การอ่านข้อมูลการวิเคราะห์ (Read Input Data)
- (2) การปรับพิทจุดต่อและการสลับหน้าชิ้นส่วน (Mesh Smoothing and Face Swapping)
- (3) การบันทึกข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ (Write Analysis Data)
- (4) การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Analysis)
- (5) การประมาณความคลาดเคลื่อน (Error Estimation)
- (6) การเลือกชิ้นส่วนที่ทำการเพิ่มความละเอียด (Selection of Refinement Elements)
- (7) การเพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วน (Element Refinement) ด้วยวิธีแบ่งสองส่วน (Bisection)

หลังจากนั้นขั้นตอนการทำงานจะวนซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ (2) ถึงขั้นตอนที่ (7) จนกระทั่งครบจำนวนรอบตามที่ผู้วิเคราะห์ได้กำหนดไว้ รูปที่ 3.1 แสดงโครงสร้างการทำงานร่วมกันของระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายที่พัฒนาขึ้นและการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยรายละเอียดการทำงานในแต่ละขั้นตอนของโปรแกรมมีดังนี้

3.2 การอ่านข้อมูลการวิเคราะห์ (Read Input Data)

ในส่วนนี้ทำหน้าที่อ่านข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาและนำมาเก็บไว้ในระบบ โดยแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ

1. อ่านข้อมูลพื้นฐานของปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ ได้แก่ ชนิดของปัญหา, ลักษณะการวิเคราะห์ ซึ่งแบ่งเป็น การเริ่มวิเคราะห์ใหม่หรือวิเคราะห์ต่อเนื่อง, ขนาดของปัญหาและเงื่อนไขขอบเขต, ขนาดแรงกระทำ, จำนวนรอบในการเพิ่มความความละเอียดสูงสุด และคุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ ซึ่งข้อมูลทั้งหมดนี้จะถูกอ่านจากแฟ้มข้อมูล INPUT.DAT
2. ในกรณีเป็นการเริ่มวิเคราะห์ใหม่จะอ่านข้อมูลโครงข่ายซึ่งได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป GMSH ซึ่งข้อมูลนี้จะถูกอ่านจากแฟ้มข้อมูล SNAC.MSH สำหรับการวิเคราะห์ต่อเนื่องจะทำการอ่านข้อมูลโครงข่ายจากแฟ้มข้อมูล RESUME.DAT

3.3 การปรับพิภักจุดต่อและการสลับหน้าชิ้นส่วน (Mesh Smoothing and Face Swapping)

ในส่วนนี้ทำหน้าที่ปรับปรุงรูปร่างของชิ้นส่วนในโครงข่ายให้มีรูปร่างดีขึ้น โดยเป็นการทำงานร่วมกันของการปรับพิภักจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุม (Constrained Laplacian Smoothing) และการสลับหน้าของชิ้นส่วน (Face Swapping) โดยขั้นตอนเริ่มจากการปรับพิภักจุดต่อ จากนั้นจะเริ่มทำการสลับหน้าชิ้นส่วน และเมื่อมีการสลับหน้าชิ้นส่วนเกิดขึ้นการทำงานก็จะวนกลับไปทำการปรับพิภักจุดต่อ ขั้นตอนจะวนซ้ำไปมาจนกระทั่งไม่มีชิ้นส่วนที่สามารถสลับหน้าได้อีก รูปที่ 3.2 แสดงโครงสร้างการทำงานร่วมกันของการปรับพิภักจุดต่อและการสลับหน้า

การปรับพิภักจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุมมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. คำนวณพิภักใหม่ของแต่ละจุดต่อตามหลักการของวิธีลาปลาซ โดยคำนวณได้จากสมการ

$$x = \left(\sum_{i=1}^N x_i \right) / N \quad (3.1)$$

$$y = \left(\sum_{i=1}^N y_i \right) / N \quad (3.2)$$

$$z = \left(\sum_{i=1}^N z_i \right) / N \quad (3.3)$$

โดยที่	x, y, z	=	พิกัดใหม่ของจุดต่อ
	i	=	จุดต่อที่ i ที่เชื่อมต่อกับจุดต่อที่ปรับพิกัด
	x_i, y_i, z_i	=	พิกัดของจุดต่อที่ i ที่เชื่อมต่อกับจุดต่อที่ปรับพิกัด
	N	=	จำนวนจุดต่อทั้งหมดที่เชื่อมต่อกับจุดต่อที่ปรับพิกัด

2. ถ้าพิกัดใหม่ที่คำนวณได้จากข้อ 1 ทำให้เกิดขึ้นส่วนพลิกกลับ (inverted element) พิกัดใหม่จะถูกปฏิเสธ โดยชิ้นส่วน ABCD จะกลายเป็นชิ้นส่วนพลิกกลับเมื่อมีทิศทางของเวกเตอร์ AB, AC และ AD เป็นไปตามเงื่อนไข

$$I_1 > 0 \quad \text{และ} \quad I_2 < 0 \quad \text{หรือ}$$

$$I_1 < 0 \quad \text{และ} \quad I_2 > 0$$

โดยที่	I_1	=	ค่าแสดงทิศทางของเวกเตอร์ก่อนการใช้พิกัดใหม่
		=	$[(\overline{AB} \times \overline{AC}) \cdot \overline{AD}]_1$
	I_2	=	ค่าแสดงทิศทางของเวกเตอร์หลังการใช้พิกัดใหม่
		=	$[(\overline{AB} \times \overline{AC}) \cdot \overline{AD}]_2$

3. ตรวจสอบว่าพิกัดใหม่ที่คำนวณได้จากข้อ 1 ทำให้ชิ้นส่วนรอบจุดต่อที่ปรับพิกัดมีรูปร่างดีขึ้นหรือไม่ พิกัดใหม่จะถูกยอมรับเมื่อค่ารัศมีทรงกลมต่อขอบที่สั้นที่สุด (CSR) เป็นไปตามเงื่อนไข คือ

$$\text{Max2} < \text{Max1} \quad \text{และ}$$

$$\sum \text{CSR2} < \sum \text{CSR1}$$

โดยที่	Max1	=	ค่าสูงสุดของค่า CSR ของชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิกัดก่อนการใช้พิกัดใหม่
	Max2	=	ค่าสูงสุดของค่า CSR ของชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิกัดหลังการใช้พิกัดใหม่
	$\sum \text{CSR1}$	=	ผลรวมของค่า CSR ของทุกชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิกัดก่อนการใช้พิกัดใหม่
	$\sum \text{CSR2}$	=	ผลรวมของค่า CSR ของทุกชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อที่ทำการปรับพิกัดหลังการใช้พิกัดใหม่

ซึ่งขั้นตอนการคำนวณนี้จะวนซ้ำข้อ 1 ถึง 3 จนครบทุกจุดต่อในโครงข่าย เมื่อทำจนครบทุกจุดต่อแล้วจะถือว่าทำการปรับพิกัดจุดต่อครบหนึ่งรอบ จากนั้นระบบก็จะทำการปรับพิกัดจุดต่อในรอบถัดไป (next loop) โดยเริ่มจากจุดต่อจุดแรกของโครงข่ายอีกครั้ง

ทางปฏิบัติจำเป็นต้องมีการป้องกันไม่ให้อัตราการวนรอบในการปรับพิกัดจุดต่อมากเกินไปจนเกิดความจำเป็น ซึ่งจะทำให้สิ้นเปลืองเวลาในการคำนวณ ในงานวิจัยนี้ใช้ข้อกำหนด 2 ข้อในการควบคุมจำนวนรอบของการปรับพิกัดจุดต่อ ซึ่งถ้าสอดคล้องกับเงื่อนไขข้อใดแล้วการปรับพิกัดจะสิ้นสุดลง เงื่อนไขทั้ง 2 ข้อมีรายละเอียดดังนี้คือ

1. การเปลี่ยนพิกัดสูงสุดของจุดต่อ (maximum move distance) การเปลี่ยนพิกัดจุดต่อคือระยะทางจากตำแหน่งเดิมของจุดต่อไปยังตำแหน่งใหม่ซึ่งเป็นพิกัดที่ผ่านเงื่อนไขควบคุม ถ้าค่าการเปลี่ยนพิกัดของจุดต่อที่สูงที่สุดในรอบปัจจุบันมีค่าต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ อนุญาตการปรับพิกัดจุดต่อ โดยในงานวิจัยนี้กำหนดให้ค่าการเปลี่ยนพิกัดต่ำสุดเท่ากับ 10^{-5} ของด้านที่สั้นที่สุดของปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ (minimum dimension of problem) ซึ่งด้านที่สั้นที่สุดของปัญหาพิจารณาจากขนาดของปัญหาตามแนวแกน x,y และ z ตามลำดับ
2. จำนวนรอบสูงสุด (maximum loop) เมื่อจำนวนรอบมีค่าเท่ากับจำนวนรอบสูงสุดแล้วให้หยุดการปรับพิกัดจุดต่อ โดยในงานวิจัยนี้กำหนดให้จำนวนรอบสูงสุดเท่ากับ 100 รอบ

รายละเอียดของโครงสร้างการทำงานของกรปรับพิกัดจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุมมีรายละเอียดแสดงในรูปที่ 3.3

3.4 การบันทึกข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ (Write Analysis Data)

ในส่วนนี้ทำหน้าที่บันทึกข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เก็บอยู่ในระบบลงบนแฟ้มข้อมูล SNACDAT.DAT ซึ่งข้อมูลที่ถูกรับที่ลงในแฟ้มดังกล่าวจะอยู่ในรูปแบบที่โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ SNAC สามารถนำไปใช้งานได้ โดยก่อนที่จะทำการบันทึกค่าลงในแฟ้มข้อมูลจะต้องมีการทำงานย่อย 3 ขั้นตอน

- 3.4.1 การตรวจสอบหาจุดต่อที่จำกัดการเคลื่อนตัว (restrained node) ตรวจสอบว่าจุดต่อใดบ้างที่อยู่บนระนาบที่จำกัดการเคลื่อนตัวที่และจำกัดการเคลื่อนตัวในทิศทางใดบ้าง ซึ่งระนาบที่จำกัดการเคลื่อนตัวได้จากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition)

3.4.2 การตรวจสอบคุณสมบัติวัสดุของแต่ละชิ้นส่วน (material type) ตรวจสอบหาว่าชิ้นส่วนใดเป็นดินและชิ้นส่วนใดเป็นเสาเข็มเพื่อใช้ในการระบุคุณสมบัติของแต่ละชิ้นส่วนให้ถูกต้อง

3.4.3 การตรวจสอบหาชิ้นส่วนที่มีแรงกระทำ (loaded element) ตรวจสอบหาว่าชิ้นส่วนใดในโครงข่ายที่มีแรงกระทำ

3.5 การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Analysis)

ในส่วนนี้ดำเนินการโดยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ SNAC ซึ่งได้รับการปรับปรุงให้สามารถทำการวิเคราะห์โดยใช้ชิ้นส่วนแต่ระดับอีกรอนสำหรับปัญหาในสภาพ 3 มิติ โดยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ SNAC จะอ่านข้อมูลที่ตั้งใช้ในการวิเคราะห์จากแฟ้มข้อมูล SNACDAT.DAT โดยกำหนดคุณสมบัติและพฤติกรรมของวัสดุที่ใช้ในการวิเคราะห์ดังนี้

1. มีคุณสมบัติเป็นอีลาสติกเชิงเส้น (linear elastic) และมีคุณสมบัติเหมือนกันในทุกทิศทาง (isotropic)
2. การเคลื่อนตัวของเป็นไปตามทฤษฎีการเคลื่อนตัวแบบความเครียดน้อย (small strain theory)

นอกจากนั้นในงานวิจัยนี้ยังได้ทำการปรับปรุงระบบการแก้สมการ โดยตัวแก้สมการที่ใช้นี้มีอยู่ใน IMSL library ซึ่งเป็นส่วนประกอบของโปรแกรมภาษาคอมพิวเตอร์ฟอร์แทรน การแก้สมการจะทำ Cholesky factorization ของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ ซึ่งการจะใช้นี้ได้เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ต้องเป็นเมตริกซ์สมมาตร (symmetric matrix) และมีคุณสมบัติเป็นบวก (positive definite) ซึ่งข้อมูลของสัมประสิทธิ์ที่ตัวแก้สมการวิธีนี้ต้องการจะมีเฉพาะค่าที่ไม่เป็นศูนย์ของสามเหลี่ยมล่างของเมตริกซ์ โดยการแก้สมการต้องใช้โปรแกรมย่อย 3 โปรแกรมประกอบกัน ได้แก่

1. โปรแกรมย่อย DLSCXD : ใช้สำหรับเตรียมข้อมูลในการทำ Cholesky factorization
2. โปรแกรมย่อย DLNFXD : ทำ Cholesky factorization
3. โปรแกรมย่อย DLFSXD : ใช้แก้ระบบสมการโดยใช้ผลจากสองโปรแกรมข้างต้น

3.6 การประมาณความคลาดเคลื่อน (Error Estimation)

ในส่วนนี้ทำหน้าที่คำนวณความคลาดเคลื่อนของแต่ละชิ้นส่วนเพื่อใช้ในการเลือกชิ้นส่วนที่จะทำการเพิ่มความละเอียด และคำนวณความคลาดเคลื่อนรวมทั้งระบบ (global error) ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้คือ

1. ประมาณค่าหน่วยแรงที่จุดต่อของชิ้นส่วนด้วยวิธี SPR ซึ่งหน่วยแรงที่ได้มีความแม่นยำสูงกว่าหน่วยแรงจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (σ_n) โดยการกำหนดให้จุดต่อนั้นเป็นจุดรวมแพทช์ ค่าหน่วยแรงที่ตำแหน่งใดๆ ในแพทช์ (σ_p^*) หาได้จาก

$$\sigma_p^* = \langle P \rangle \{a\} \quad (3.4)$$

$$\langle P \rangle = \langle 1 \ x \ y \ z \rangle \quad (3.5)$$

$$\{a\} = \langle a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \rangle^T \quad (3.6)$$

2. คำนวณค่าสัมประสิทธิ์พหุนามของแพทช์ $\{a\}$ ได้จาก

$$\{a\} = [A]^{-1} \{b\} \quad (3.7)$$

$$[A] = \sum_{i=1}^n [P(x_i, y_i, z_i)]^T [P(x_i, y_i, z_i)] \quad (3.8)$$

$$\{b\} = \sum_{i=1}^n \sigma_n(x_i, y_i, z_i) [P(x_i, y_i, z_i)]^T \quad (3.9)$$

โดยที่ n = จำนวนจุดเกาส์ทั้งหมดในแพทช์

3. ค่าหน่วยแรงที่จุดต่อซึ่งเป็นจุดรวมแพทช์คำนวณได้จากการแทนค่าพิกัดระบบ (global coordinates) ของจุดต่อนั้นลงในสมการที่ (3.4)

4. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 1 ถึง 3 จนครบทุกจุดต่อในโครงข่าย

5. ขอบเขตของบริเวณแพทช์ที่ใช้ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของจุดต่อที่ใช้เป็นจุดรวมแพทช์ในโครงข่าย สำหรับกรณีจุดต่ออยู่ภายในขอบเขตของปัญหา บริเวณแพทช์คือทุกชิ้นส่วนที่ล้อมรอบจุดต่อนั้น ในกรณีจุดต่ออยู่ที่บริเวณขอบเขตของปัญหาจะต้องทำการขยายบริเวณแพทช์ออกไป โดยเลือกจุดต่อทั้งหมดที่ล้อมรอบจุดรวมแพทช์และใช้ชิ้นส่วนทั้งหมดที่อยู่ล้อมรอบจุดต่อเหล่านั้นเป็นบริเวณแพทช์ รายละเอียดแสดงในรูปที่ 3.4

6. ในกรณีปัญหาเสาะเข็ม จุดต่อที่อยู่บริเวณรอยต่อระหว่างดินและเสาะเข็มจะต้องทำการขยายบริเวณแพทช์ออกไปตามวิธีในข้อ 5 โดยมีบริเวณแพทช์ 2 บริเวณ โดยที่ชิ้นส่วนที่อยู่ในแต่ละแพทช์จะต้องเป็นวัสดุชนิดเดียวกันหมดคือ บริเวณที่ประกอบด้วยชิ้นส่วนที่เป็นดินเท่านั้น และบริเวณที่ประกอบด้วยชิ้นส่วนที่เป็นเสาะเข็มเท่านั้น รายละเอียดแสดงในรูปที่ 3.5 สำหรับจุดต่อที่

อยู่ที่ขอบเขตของปัญหาและอยู่ใกล้กับรอยต่อของวัสดุให้ทำการขยายแพทช์ตามวิธีที่กล่าวไปแล้ว โดยชิ้นส่วนที่อยู่ในแพทช์จะต้องเป็นวัสดุชนิดเดียวกันหมดตัวอย่างคือจุด B ในรูปที่ 3.5

7. ค่าประมาณของหน่วยแรงที่ตำแหน่งใดๆ ของชิ้นส่วน (σ^*) คำนวณได้จาก

$$\sigma^* = N_1 \sigma_{p1}^* + N_2 \sigma_{p2}^* + N_3 \sigma_{p3}^* + N_4 \sigma_{p4}^* \quad (3.7)$$

โดยที่ σ^* = ค่าหน่วยแรงที่ตำแหน่งใดๆ ของชิ้นส่วน
 $\sigma_{p1}^*, \sigma_{p2}^*, \sigma_{p3}^*, \sigma_{p4}^*$ = ค่าประมาณของหน่วยแรงที่จุดต่อที่ 1 ถึง 4 ของชิ้นส่วน
 ซึ่งหาค่าได้จากการเลือกแต่ละจุดต่อให้เป็นจุดรวมแพทช์
 N_1, N_2, N_3, N_4 = ค่าฟังก์ชันรูปร่างของชิ้นส่วนแต่ละอีตรอน

8. คำนวณกำลังสองของขนาดพลังงานของหน่วยแรง และกำลังสองของขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรงของแต่ละชิ้นส่วนได้จาก

$$\|U^*\|^2 = \sum_{i=1}^{nip} \{\sigma^*\}_i^T [D]_i^{-1} \{\sigma^*\}_i \det J_i \quad w_i \quad (3.8)$$

$$\|e^*\|^2 = \sum_{i=1}^{nip} \{e^*\}_i^T [D]_i^{-1} \{e^*\}_i \det J_i \quad w_i \quad (3.9)$$

โดยที่ nip = จำนวนจุดเกาส์ของชิ้นส่วน

9. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนของระบบ (global error) จาก

$$\eta_g = \frac{\|e^*\|_g}{\|U^*\|_g} \quad (3.10)$$

$$\|e^*\|_g = \left(\sum_{i=1}^{nel} \|e^*\|_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.11)$$

$$\|U^*\|_g = \left(\sum_{i=1}^{nel} \|U^*\|_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

โดยที่ η_g = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของระบบ
 $\|e^*\|_g$ = ขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรงทั้งระบบ

$$\begin{aligned} \|U^*\|_g &= \text{ขนาดพลังงานของหน่วยแรงทั้งระบบ} \\ \|e^*\|_i &= \text{ขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรง} \\ &\quad \text{ของชิ้นส่วนที่ } i \\ \|U^*\|_i &= \text{ขนาดพลังงานของหน่วยแรงของชิ้นส่วนที่ } i \\ nel &= \text{จำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงข่าย} \end{aligned}$$

3.7 การเลือกชิ้นส่วนที่ทำการเพิ่มความละเอียด (Selection of Refinement Elements)

- กำหนดให้ความคลาดเคลื่อนของแต่ละชิ้นส่วน (E) มีค่าเท่ากับกำลังสองของขนาดพลังงานความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรง

$$E = \|e^*\|^2 \quad (3.13)$$

- เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของทุกชิ้นส่วนในโครงข่ายเพื่อหาความคลาดเคลื่อนต่ำสุด (E_{\min}) และความคลาดเคลื่อนสูงสุด (E_{\max})

- คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนวิกฤต (E_{crit}) จาก

$$E_{\text{crit}} = E_{\max} - \beta (E_{\max} - E_{\min}) \quad (3.14)$$

$$\text{โดยที่ } \beta = \text{cutoff factor, } \beta = 0.75$$

- ชิ้นส่วนที่มีความคลาดเคลื่อนมากกว่าความคลาดเคลื่อนวิกฤต ($E > E_{\text{crit}}$) จะถูกเลือกให้เป็นชิ้นส่วนที่ต้องเพิ่มความละเอียด

แต่เนื่องจากการใช้ค่า β คงที่อาจทำให้จำนวนชิ้นส่วนที่มีความคลาดเคลื่อนเกินความคลาดเคลื่อนวิกฤต ($E > E_{\text{crit}}$) มีจำนวนไม่มาก ทำให้โครงข่ายในรอบถัดไปมีจำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนต่างจากรอบก่อนน้อยมาก ซึ่งทำให้สิ้นเปลืองเวลาในการวิเคราะห์โดยไม่จำเป็น ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงกำหนดให้ค่า β สามารถเปลี่ยนแปลงได้ หลักการคือ ถ้าหากจำนวนชิ้นส่วนที่มี $E > E_{\text{crit}}$ มีจำนวนน้อยกว่า 5% ของจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด ให้เพิ่มค่า β ที่ละ 0.001 จนกว่าจำนวนชิ้นส่วนที่มี $E > E_{\text{crit}}$ จะมีจำนวนมากกว่า 5% ของจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมด

3.8 การเพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วน (Refinement Step)

ในส่วนนี้ทำหน้าที่เพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วนที่ถูกเลือกด้วยวิธีแบ่งสองส่วน (bisection) โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

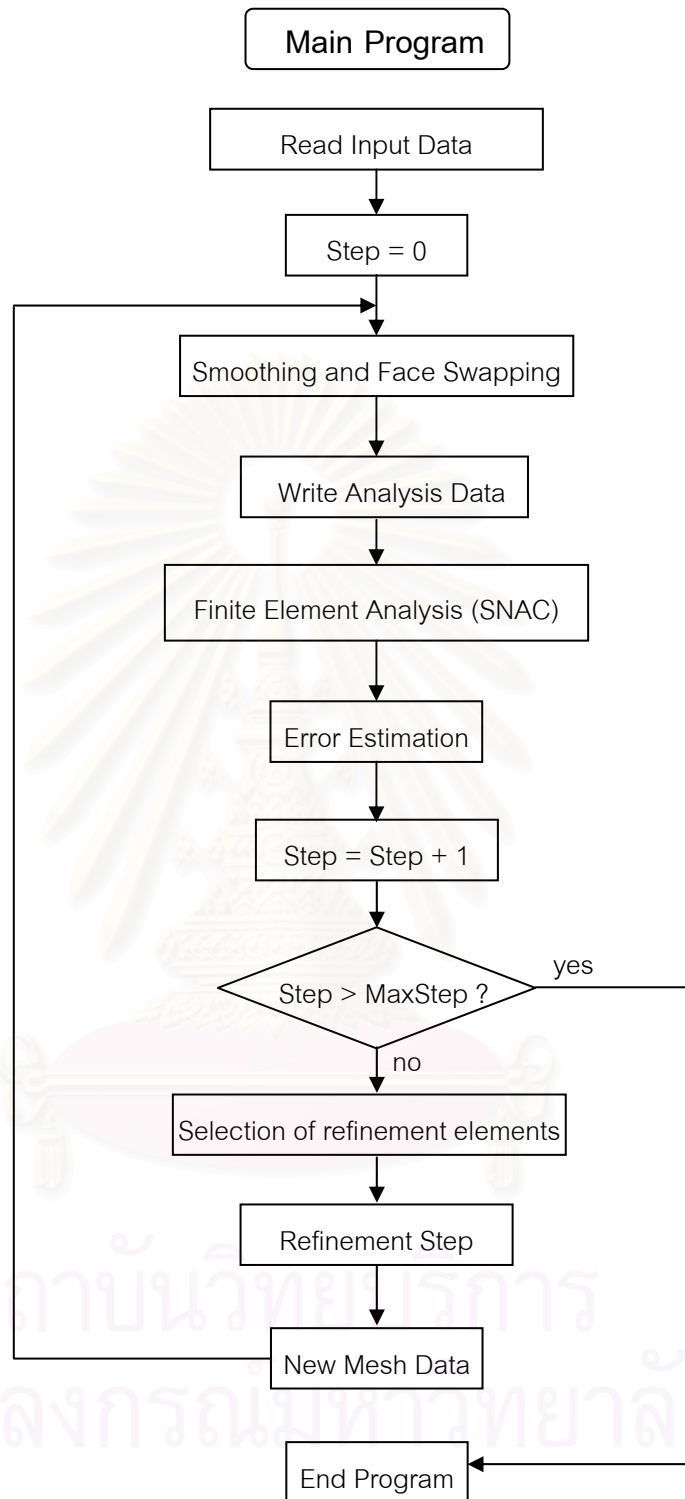
- (1) สำหรับทุกชิ้นส่วนในระบบที่ถูกเลือกให้เป็นชิ้นส่วนที่ต้องทำการเพิ่มความละเอียด
 - ทำการเพิ่มจุดต่อที่กึ่งกลางของขอบที่ยาวที่สุดของชิ้นส่วน
- (2) สำหรับทุกชิ้นส่วนในโครงข่าย
 - ตรวจสอบจำนวนขอบเพิ่มความละเอียดของชิ้นส่วนหากชิ้นส่วนนั้นมีขอบเพิ่มความละเอียดอย่างน้อยหนึ่งขอบให้ทำตามขั้นตอนต่อไปนี้
 - ตรวจสอบว่าขอบเพิ่มความละเอียดที่มีอยู่นั้นมีขอบที่ยาวที่สุดของชิ้นส่วนรวมอยู่หรือไม่ ถ้าไม่มีให้เติมจุดต่อบนขอบที่ยาวที่สุด
 - จากนั้นตรวจสอบแต่ละหน้าของชิ้นส่วน หากหน้านั้นมีขอบเพิ่มความละเอียดแต่ไม่มีขอบที่ยาวที่สุดของหน้านั้นรวมอยู่ด้วย ให้ทำการเพิ่มจุดต่อที่ขอบที่ยาวที่สุดของหน้านั้นด้วย หลังจากตรวจสอบจนครบทุกหน้าแล้วจึงทำการตรวจสอบชิ้นส่วนต่อไปในโครงข่าย
- (3) หากมีการเพิ่มจุดต่อตามวิธีการในข้อ(2) ให้กลับไปดำเนินการตามวิธีในข้อ(2) จนกระทั่งไม่มีการเพิ่มของจุดต่อแล้ว
- (4) สำหรับทุกชิ้นส่วนในโครงข่าย
 - หากชิ้นส่วนมีขอบเพิ่มความละเอียดอย่างน้อยหนึ่งขอบแล้ว ให้ทำการแบ่งชิ้นส่วนตามหลักการของการแบ่งสองส่วน (bisection) โดยลากเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดต่อที่อยู่บนขอบเพิ่มความละเอียดกับอีกสองจุดต่อที่ไม่ได้อยู่บนขอบเพิ่มความละเอียดนั้น ในกรณีที่มีขอบเพิ่มความละเอียดมากกว่าหนึ่งขอบให้ทำจากขอบเพิ่มความละเอียดที่ยาวที่สุดก่อน
- (5) ทำการปรับระบบเก็บข้อมูลของชิ้นส่วนในโครงข่าย โดยลบข้อมูลของชิ้นส่วนที่ถูกแบ่งด้วยวิธีแบ่งสองส่วนออกไปจากระบบและเพิ่มข้อมูลของชิ้นส่วนที่เกิดจากการแบ่งเข้าไปในระบบ และจำนวนชิ้นส่วนที่เพิ่มขึ้นในโครงข่ายจะเท่ากับจำนวนชิ้นส่วนที่ได้ทำการเพิ่มความละเอียดตามขั้นตอนที่ (4) สำหรับรอบนั้น ๆ

(6) หากมีชิ้นส่วนใดชิ้นหนึ่งในข้อ (4) ที่มีจำนวนขอบเพิ่มความละเอียดมากกว่าหนึ่งขอบแล้ว ให้กลับไปดำเนินการตามวิธีในข้อ(4) และข้อ(5) จนกระทั่งไม่มีชิ้นส่วนใดที่มีขอบเพิ่มความละเอียดมากกว่าหนึ่งขอบแล้ว

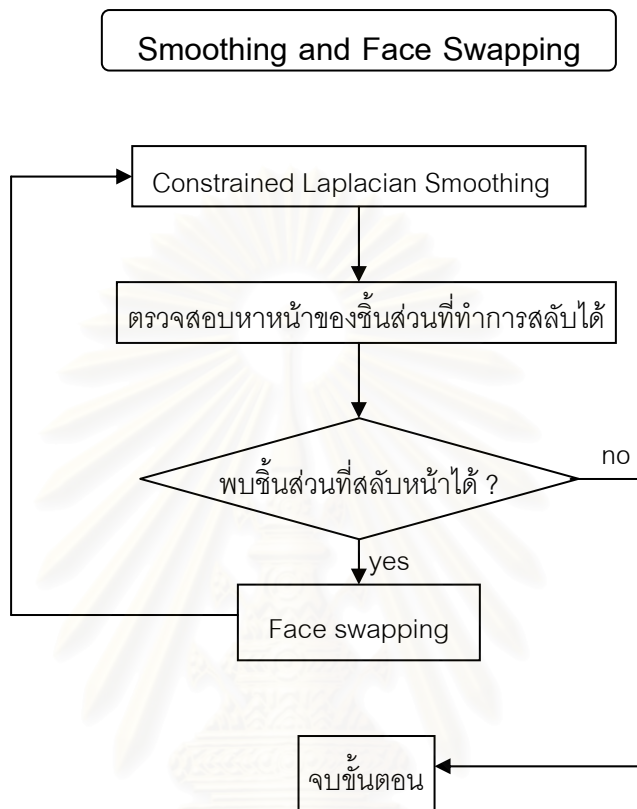
โครงสร้างการทำงานในขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 6 แสดงในรูปที่ 3.6 ถึง 3.8 หลังจากขั้นตอนการเพิ่มความละเอียดของโครงข่าย ข้อมูลโครงข่ายใหม่ที่ได้จะถูกนำไปผ่านขั้นตอนการปรับพิกัดจุดต่อและการสลับหน้าชิ้นส่วนเพื่อปรับปรุงคุณภาพของโครงข่ายก่อนที่จะถูกนำไปวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในรอบถัดไป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

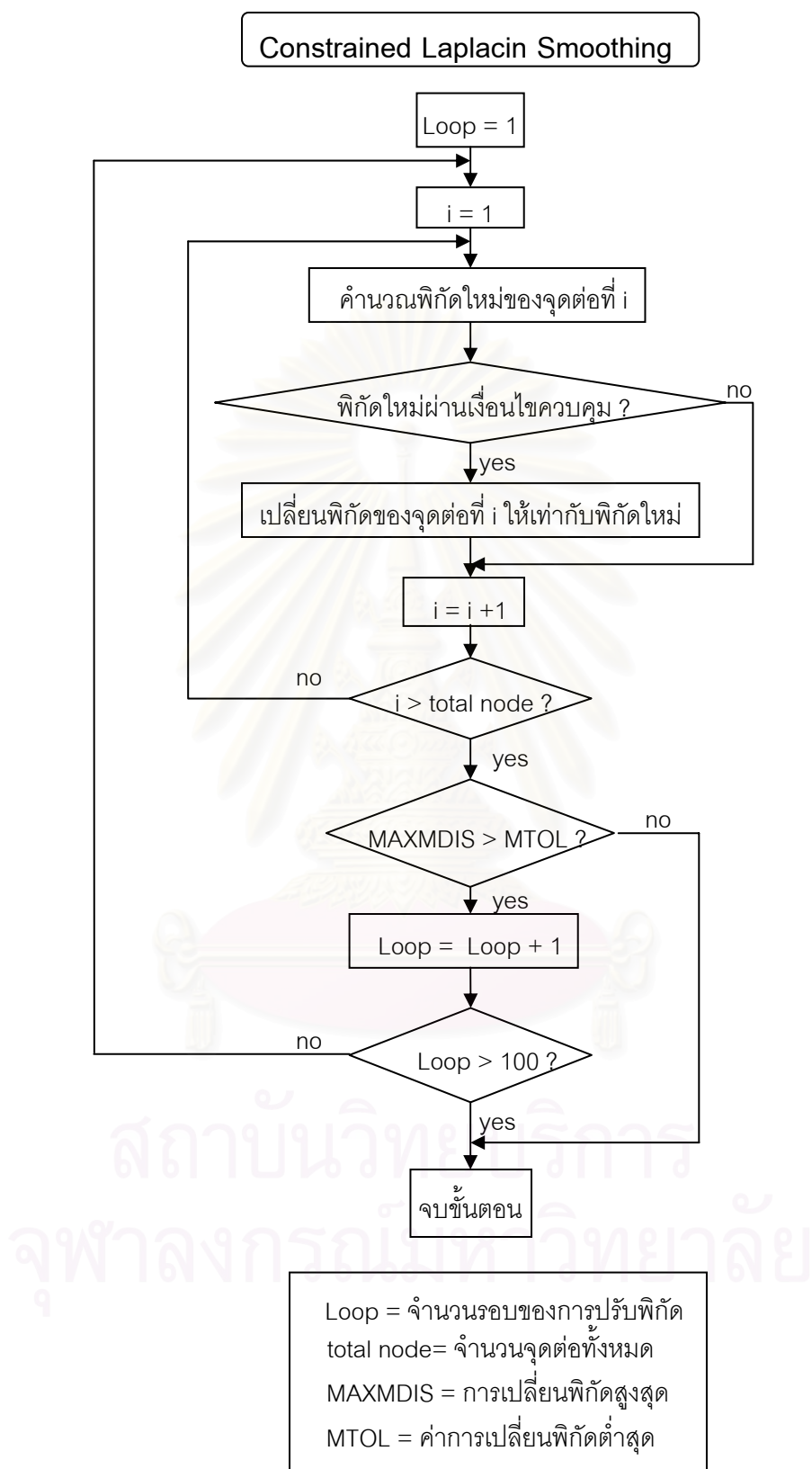


รูปที่ 3.1 โครงสร้างการทำงานรวมของโปรแกรม

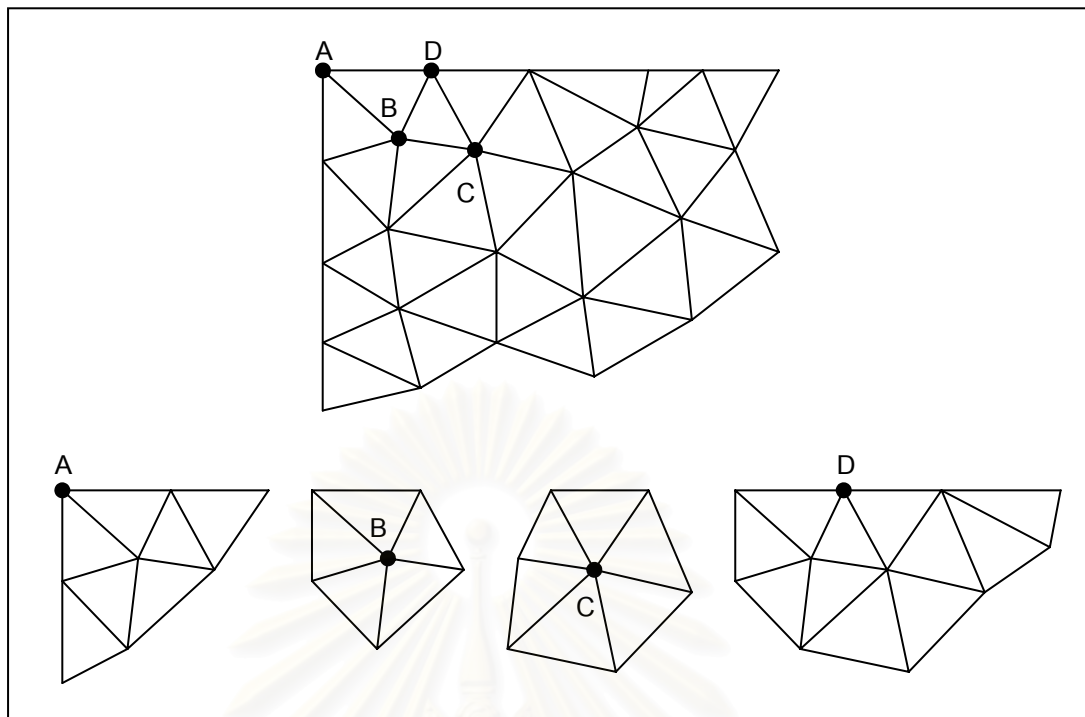


รูปที่ 3.2 โครงสร้างการทำงานของ การปรับแก้จุดต่อและการสลับหน้าของชิ้นส่วน

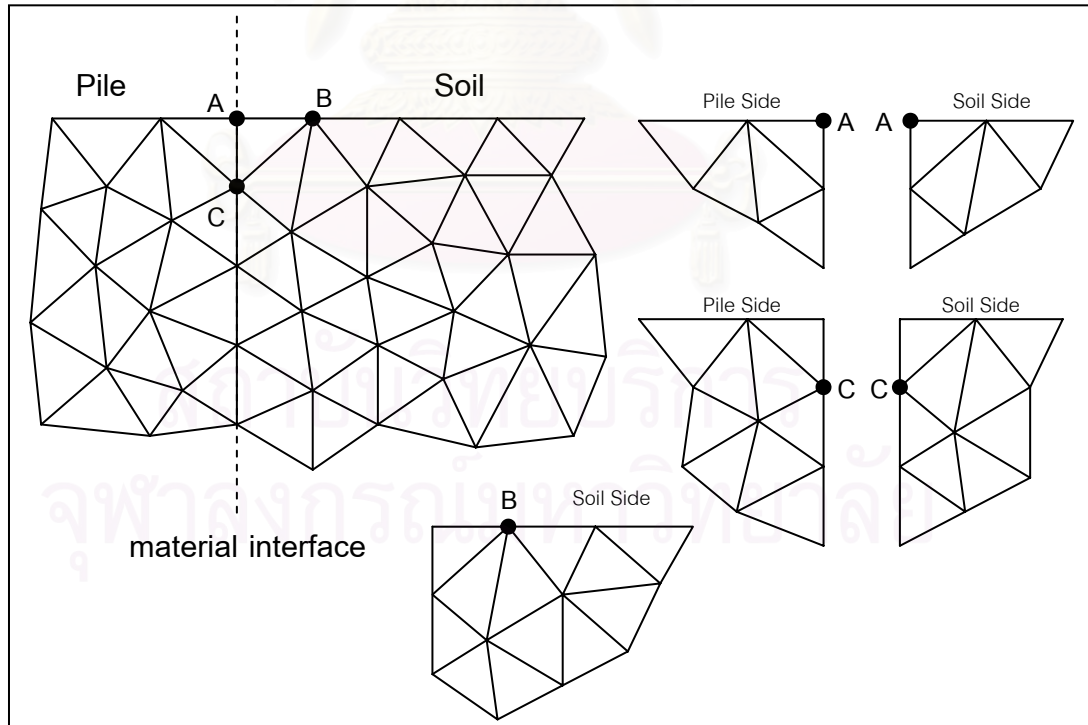
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



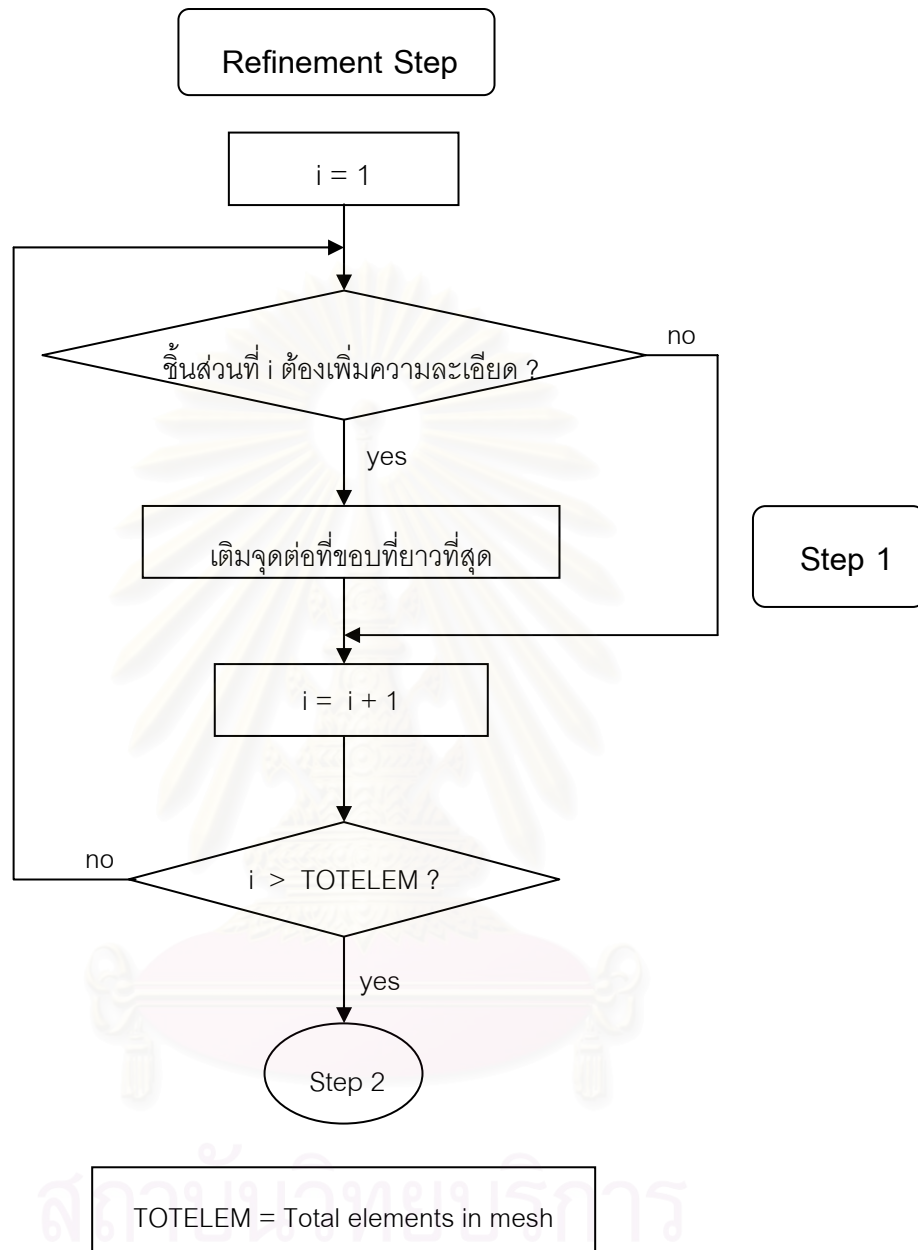
รูปที่ 3.3 โครงสร้างการทำงานของ การปรับพิกัดจุดต่อแบบลาปลาซด้วยเงื่อนไขควบคุม (Constrained Laplacian Smoothing)



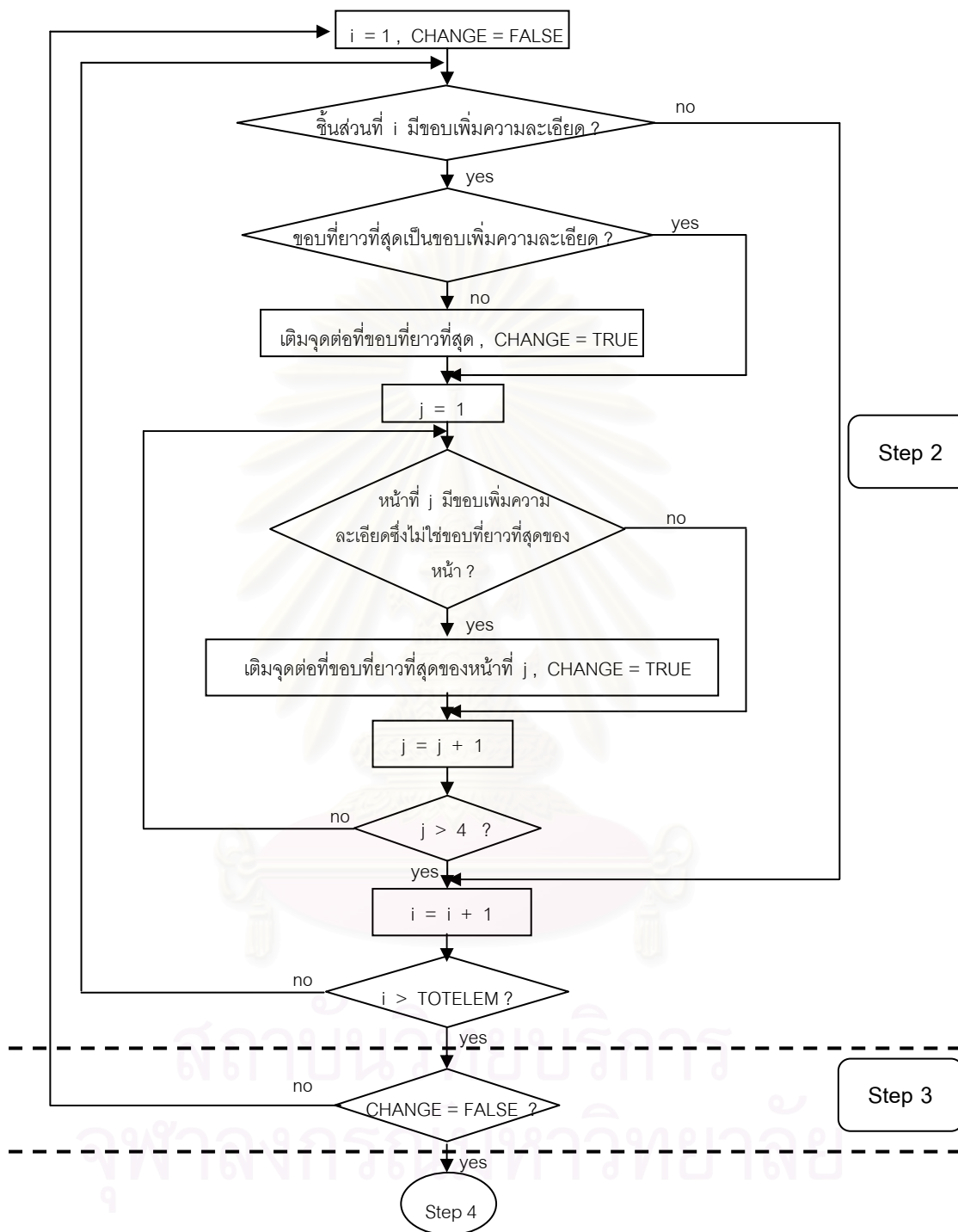
รูปที่ 3.4 ตัวอย่างการเลือกบริเวณแพทช์สำหรับจุดต่อที่บริเวณขอบเขตและภายในขอบเขตของปัญหา



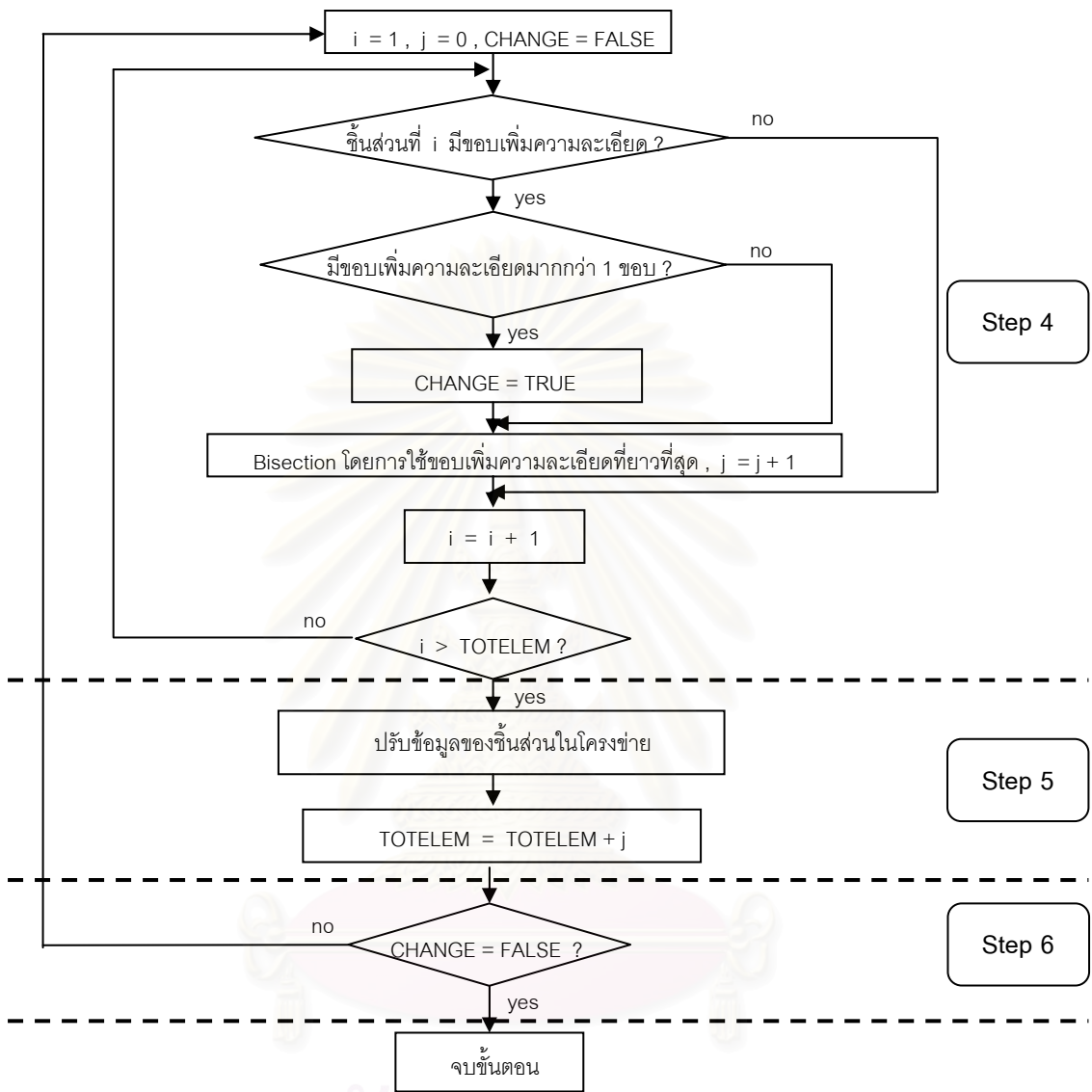
รูปที่ 3.5 ตัวอย่างการเลือกบริเวณแพทช์สำหรับจุดต่อที่บริเวณรอยต่อของวัสดุ



รูปที่ 3.6 โครงสร้างการทำงานของการทำงานเพิ่มความละเอียดชิ้นส่วน (ขั้นตอนที่ 1)



รูปที่ 3.7 โครงสร้างการทำงานของกรเพิ่มความละเอียดชั้นส่วน (ขั้นตอนที่ 2 และ 3)



รูปที่ 3.8 โครงสร้างการทำงานของกรเพิ่มความสะดวกของชั้นส่วน (ขั้นตอนที่ 4, 5 และ 6)

บทที่ 4

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม ในการวิเคราะห์ปัญหาพื้นฐาน

ในบทนี้แสดงรายละเอียดของการทดสอบโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น โดยใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาพื้นฐานทางวิศวกรรมธรณีเทคนิคในสภาพ 3 มิติ และเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับผลเฉลยแท้จริง (exact solution) โดยในงานวิจัยนี้เปรียบเทียบกับผลเฉลยอีลาสติก (Elastic Solution) ซึ่งนำเสนอโดย Poulos และ Davis (1974) ซึ่งปัญหาพื้นฐานทางวิศวกรรมธรณีเทคนิคที่ทำการวิเคราะห์ ได้แก่ ปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง (strip footing) และปัญหาฐานรากแผ่วงกลม (circular footing) โดยมีสมมติฐานให้คุณสมบัติของดินเป็นแบบอีลาสติกเชิงเส้น (linear elastic) ซึ่งรายละเอียดและผลการวิเคราะห์ปัญหาที่มีรายละเอียดดังนี้คือ

4.1 ปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง (Strip footing)

4.1.1 รายละเอียดของปัญหา

ฐานรากชนิดนี้มีความยาวของด้านยาวมากกว่าความยาวของด้านสั้นมากๆ ทำให้ความเครียดในทิศทางตามแนวยาวของฐานรากมีค่าเป็นศูนย์ (plane strain) โดยมีสมมติฐานเพิ่มเติมดังนี้

1. ฐานรากเป็นแบบอ่อนตัว (flexible footing) ซึ่งจะทำให้แรงที่กระทำต่อฐานรากเป็นแบบสม่ำเสมอ (uniform load)
2. มีฐานรากแข็ง (rigid base) อยู่ที่ระดับลึกมากจากผิวดิน
3. เนื่องจากโครงสร้างมีความสมมาตร จึงพิจารณาผลการวิเคราะห์ครึ่งเหลือครึ่งหนึ่งของโครงสร้าง เพื่อลดปริมาณของจุดต่อที่ใช้ในการวิเคราะห์ ส่งผลให้การวิเคราะห์ใช้เวลาลดลง

ลักษณะของปัญหาและขนาดโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาแสดงในรูปที่ 4.1 และ 4.2 กำหนดความกว้างฐานรากเท่ากับ 2.0 เมตร โดยมีเงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) ดังนี้

1. ระนาบ $X = 0$ และ $X = 0.5$; จำกัดการเคลื่อนตัวในแนวแกน X
2. ระนาบ $Y = 0$ และ $Y = 15.0$; จำกัดการเคลื่อนตัวในแนวแกน Y
3. ระนาบ $Z = -25.0$; จำกัดการเคลื่อนตัวในแนวแกน Z

โครงข่ายเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 4.3 โดยกำหนดให้บริเวณขอบของฐานรากมีความละเอียดของโครงข่ายสูงกว่าบริเวณอื่น

4.1.2 ผลการวิเคราะห์

1. โครงข่าย

ทำการวิเคราะห์โดยเพิ่มความละเอียดทั้งหมด 7 รอบ โครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดแสดงในรูปที่ 4.4 ถึง 4.11 ซึ่งโครงข่ายบริเวณขอบของฐานราก ($y = b = 1.0 \text{ m}$) จะมีความละเอียดเพิ่มขึ้นอย่างมากเนื่องจากในบริเวณนั้นมีการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงสูง ซึ่งแสดงว่าระบบการปรับความละเอียดของโครงข่ายทำงานได้ตามจุดประสงค์ที่ต้องการคือ ตรงกับหลักการในการเลือกใช้ความละเอียดของโครงข่าย ซึ่งต้องเลือกใช้ความละเอียดสูงในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงสูง จำนวนจุดต่อและจำนวนชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 4.12 ความคลาดเคลื่อนของระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนแสดงในรูปที่ 4.13 ตามลำดับ จากการพิจารณารูปภาพความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดร่วมกับ กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความคลาดเคลื่อนระบบกับจำนวนจุดต่อพบว่า เมื่อโครงข่ายมีความละเอียดสูงขึ้น อัตราการเพิ่มของจำนวนจุดต่อและจำนวนชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการวิเคราะห์จะเพิ่มขึ้น และในทางตรงกันข้ามอัตราการลดลงของความคลาดเคลื่อนในแต่ละรอบของการวิเคราะห์จะต่ำลง โดยความคลาดเคลื่อนจะลดลงสูงที่สุดจากการเพิ่มความละเอียดรอบแรก

2. การเคลื่อนตัว

โครงข่ายหลังการเคลื่อนตัว (deformed mesh) แสดงในรูปที่ 4.14 โดยใช้โครงข่ายในรอบสุดท้ายของการวิเคราะห์มาแสดง

3. หน่วยแรง

ทำการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้จากโครงข่ายเริ่มต้นและโครงข่ายรอบสุดท้ายกับผลเฉลยอีลาสติก (elastic solution) โดยทำการเปรียบเทียบหน่วยแรงแนวตั้งที่หน้าตัดต่างๆ รวม 4 ระบายตามที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.2 ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

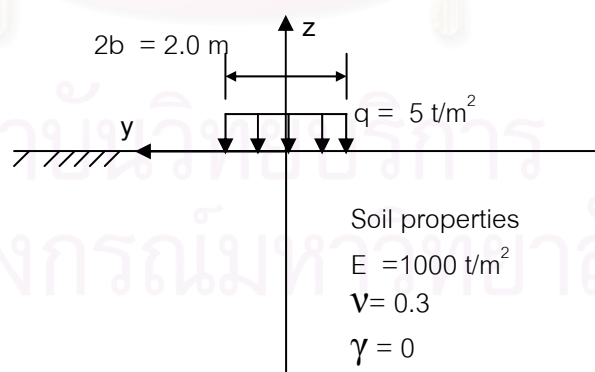
1. ระบาย 1-1 ระบายนี้คือระบายตามแนวศูนย์กลางของฐานราก ($y=0$) จากการเปรียบเทียบพบว่าสำหรับโครงข่ายเริ่มต้นหน่วยแรงที่ระบายนี้มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยอยู่แล้ว แต่จากการ

เพิ่มความละเอียดทำให้ผลการวิเคราะห์ในรอบสุดท้ายให้ค่าหน่วยแรงที่ใกล้เคียงผลเฉลยมากกว่าเดิมเล็กน้อยในระดับที่ใกล้กับผิวดิน รายละเอียดแสดงในรูปที่ 4.15

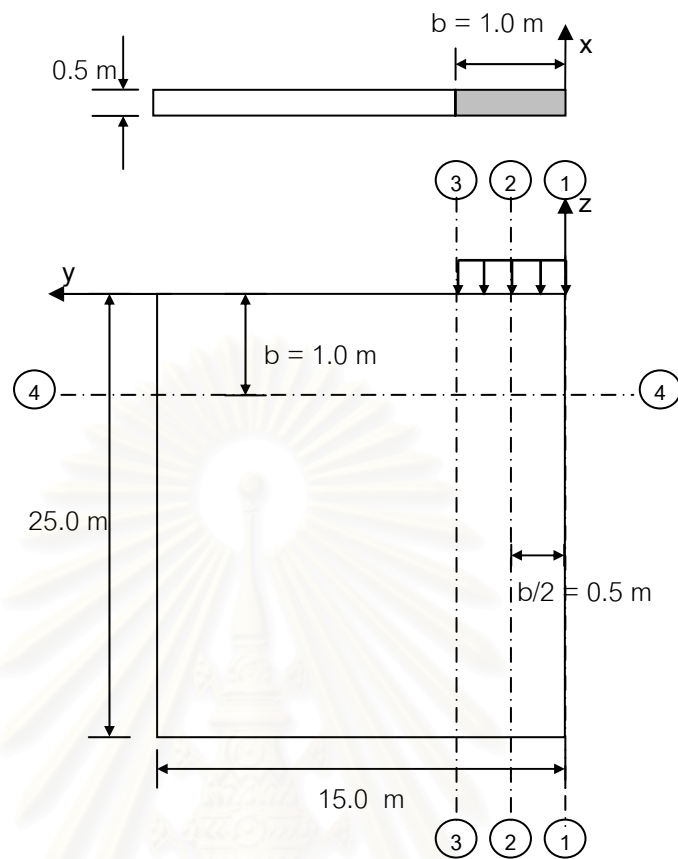
2. ระบาย 2-2 ระบายนี้คือระบายที่อยู่กึ่งกลางระหว่างแนวศูนย์กลางและแนวขอบของฐานราก ($y = b/2 = 0.5 \text{ m}$) จากการเปรียบเทียบพบว่าสำหรับโครงข่ายเริ่มต้นหน่วยแรงที่ระบายนี้มีค่าต่างกับผลเฉลยอย่างมากโดยเฉพาะบริเวณที่อยู่ใกล้ผิวดิน แต่จากการเพิ่มความละเอียดทำให้ผลการวิเคราะห์ในรอบสุดท้ายให้ค่าหน่วยแรงที่ใกล้เคียงผลเฉลยมาก รายละเอียดแสดงในรูปที่ 4.16

3. ระบาย 3-3 ระบายนี้คือระบายตามแนวขอบของฐานราก ($y = b = 1.0 \text{ m}$) จากการเปรียบเทียบพบว่าสำหรับโครงข่ายเริ่มต้นหน่วยแรงที่ระบายนี้มีค่าต่างกับผลเฉลยค่อนข้างมาก แต่จากการเพิ่มความละเอียดทำให้ผลการวิเคราะห์ในรอบสุดท้ายให้ค่าหน่วยแรงที่ใกล้เคียงผลเฉลยมากขึ้นแต่ก็ยังคงมีความคลาดเคลื่อนอยู่บ้างในบริเวณใกล้ผิวดิน รายละเอียดแสดงในรูปที่ 4.17

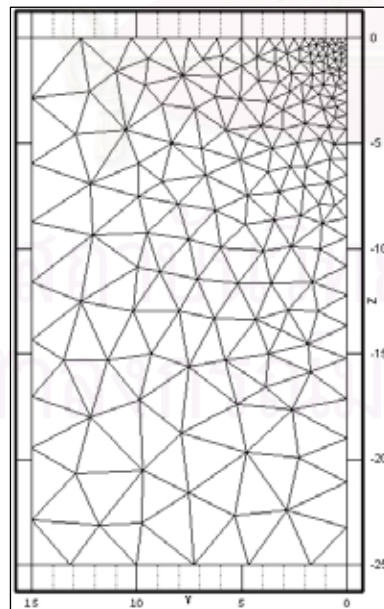
4. ระบาย 4-4 ระบายนี้คือระบายที่อยู่ลึกจากผิวดินเท่ากับครึ่งหนึ่งของความกว้างฐานราก ($z = -b = -1.0 \text{ m}$) จากการเปรียบเทียบพบว่าสำหรับโครงข่ายเริ่มต้นหน่วยแรงที่ระบายนี้มีค่าต่างจากผลเฉลยไม่มากนัก แต่จากการเพิ่มความละเอียดทำให้ผลการวิเคราะห์ในรอบสุดท้ายทำให้ค่าหน่วยแรงที่ได้ใกล้เคียงกับผลเฉลยมาก รายละเอียดแสดงในรูปที่ 4.18



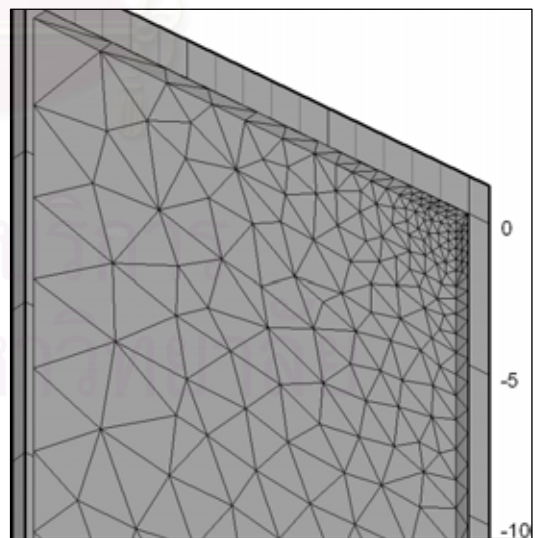
รูปที่ 4.1 ปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง (strip footing)



รูปที่ 4.2 โครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง (strip footing)

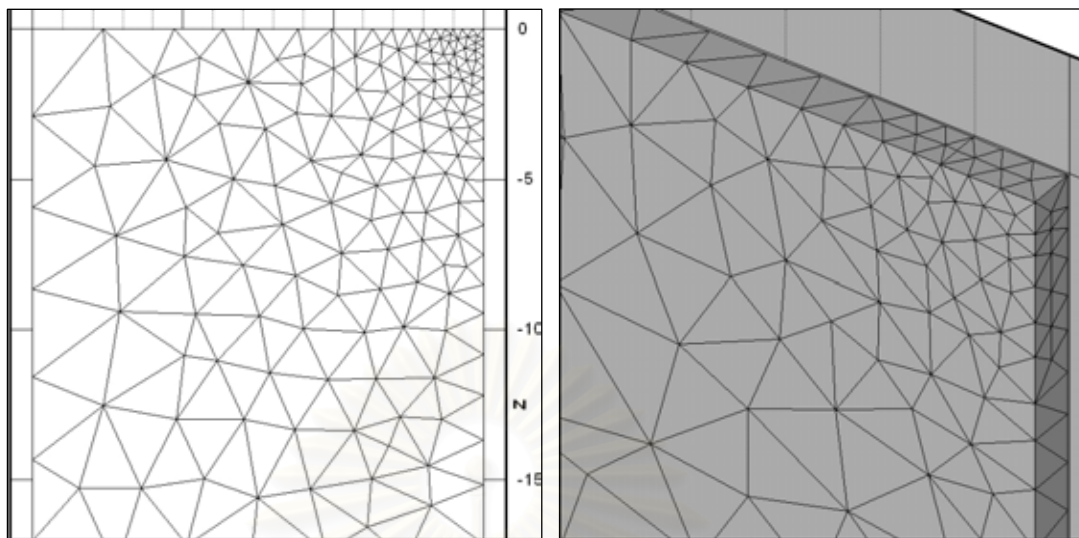


(ก) มุมมองด้านข้าง



(ข) มุมมอง 3 มิติ

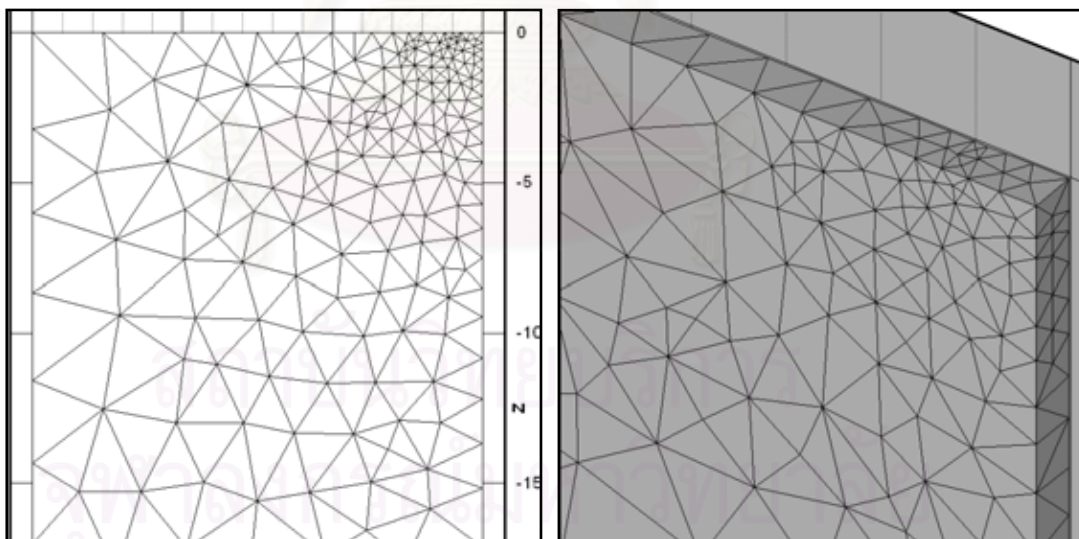
รูปที่ 4.3 โครงข่ายเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์สำหรับปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง



(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

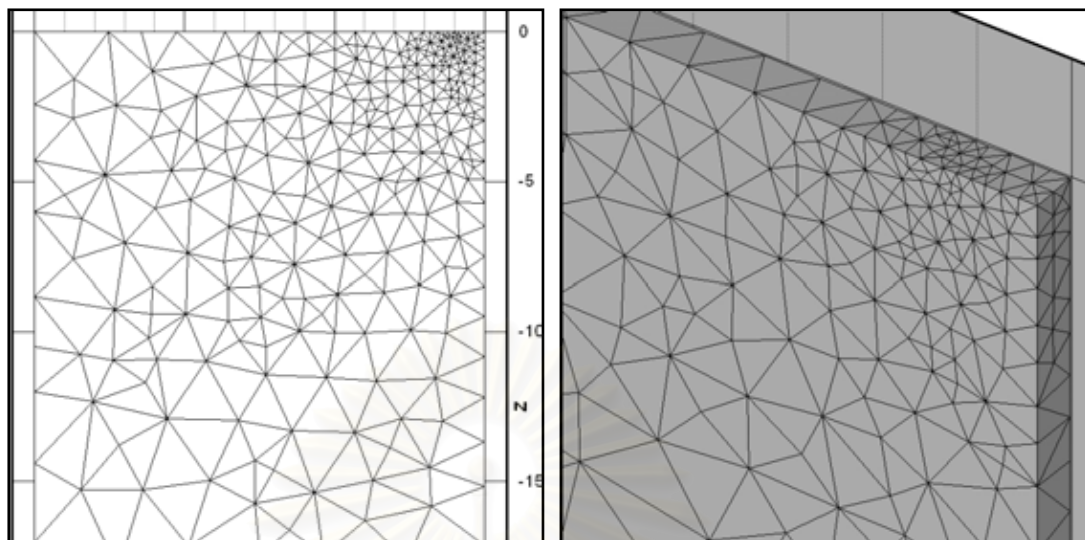
รูปที่ 4.4 โครงข่ายเริ่มต้นของปัญหาฐานรากแม่แบบต่อเนื่อง (447 จุดต่อ 1447 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 15.5%)



(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

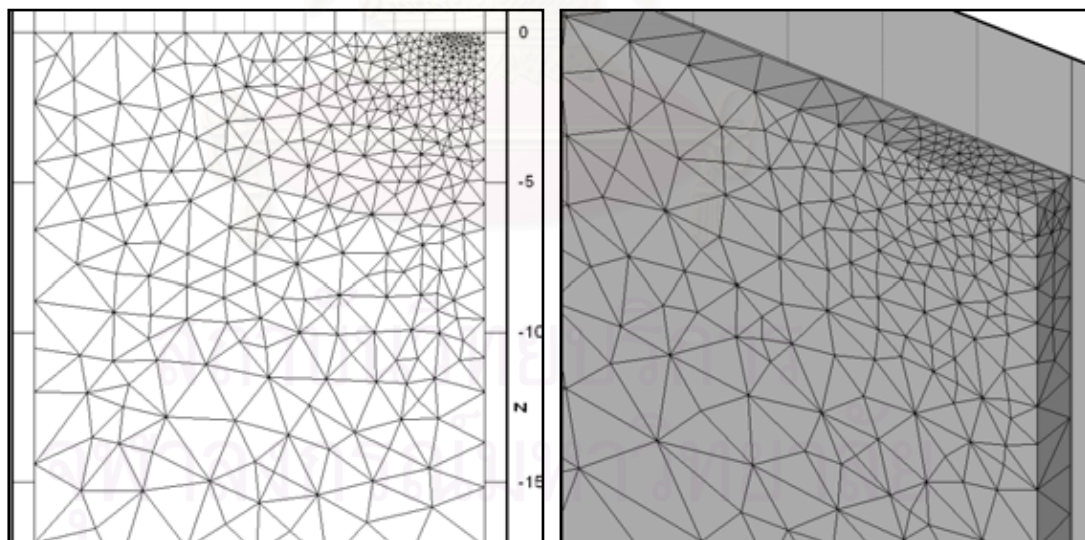
รูปที่ 4.5 โครงข่ายของปัญหาฐานรากแม่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 (599 จุดต่อ 1989 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 12.2%)



(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

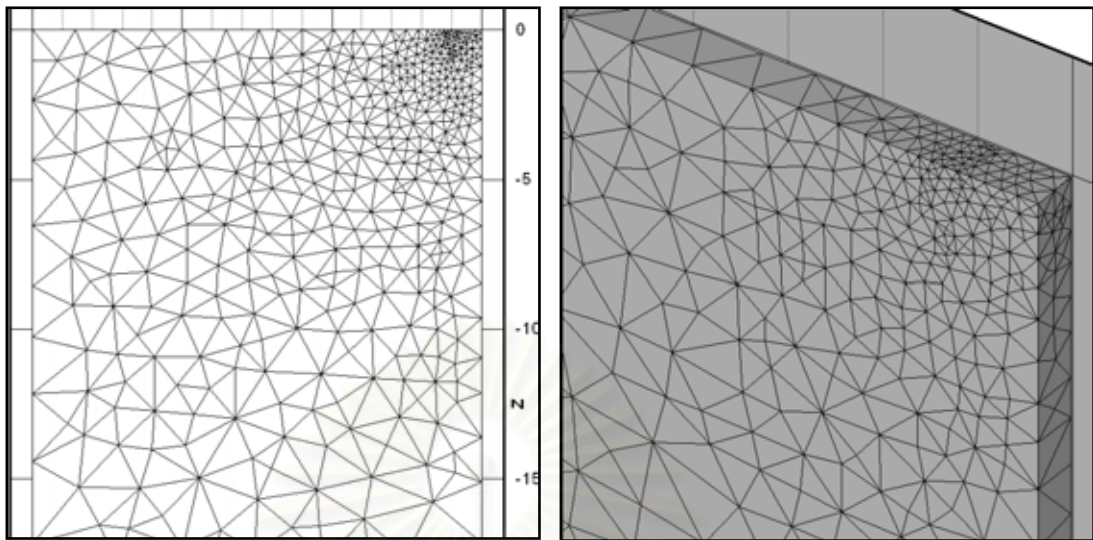
รูปที่ 4.6 โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2
(983 จุดต่อ 3366 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 9.3%)



(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

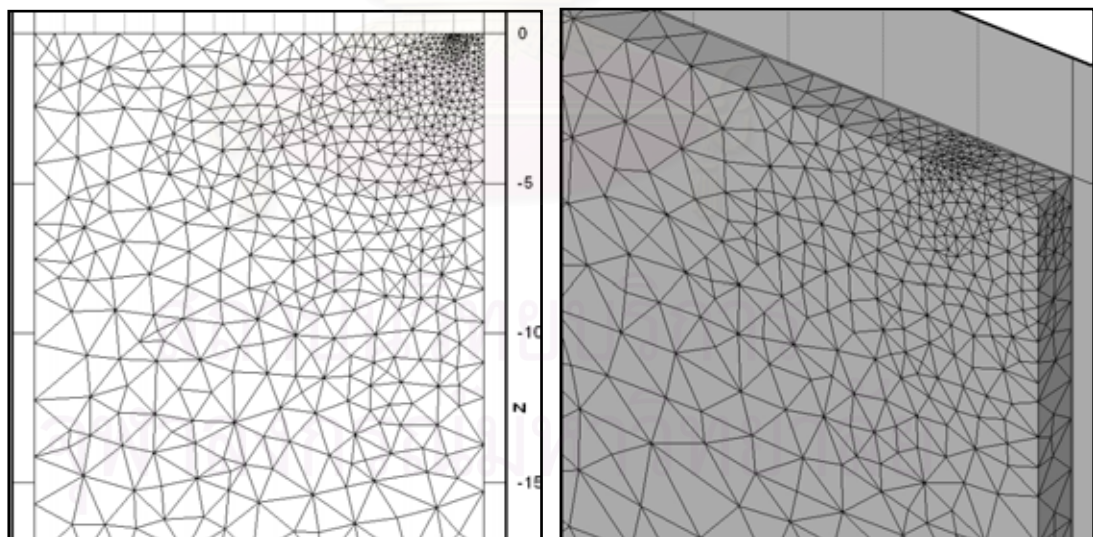
รูปที่ 4.7 โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3
(1371 จุดต่อ 4882 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 7.8%)



(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

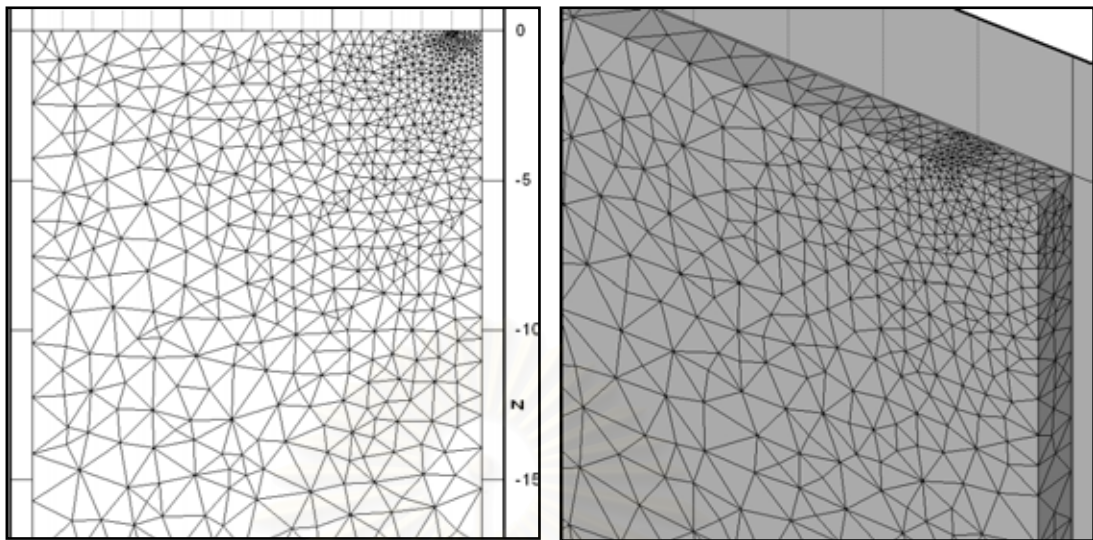
รูปที่ 4.8 โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4 (924 จุดต่อ 7278 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 6.5%)



(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

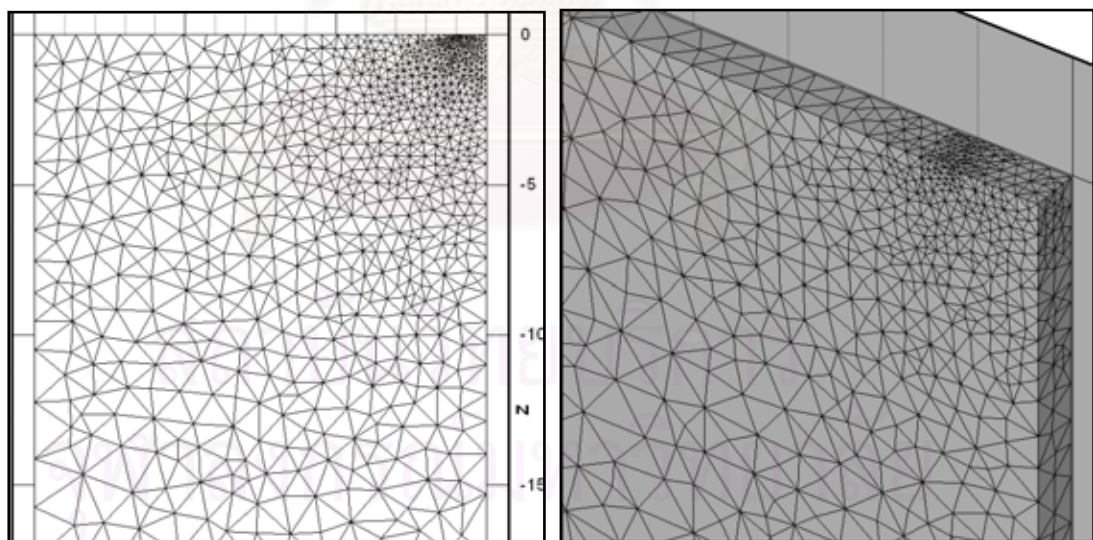
รูปที่ 4.9 โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5 (2807 จุดต่อ 11058 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 5.5%)



(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

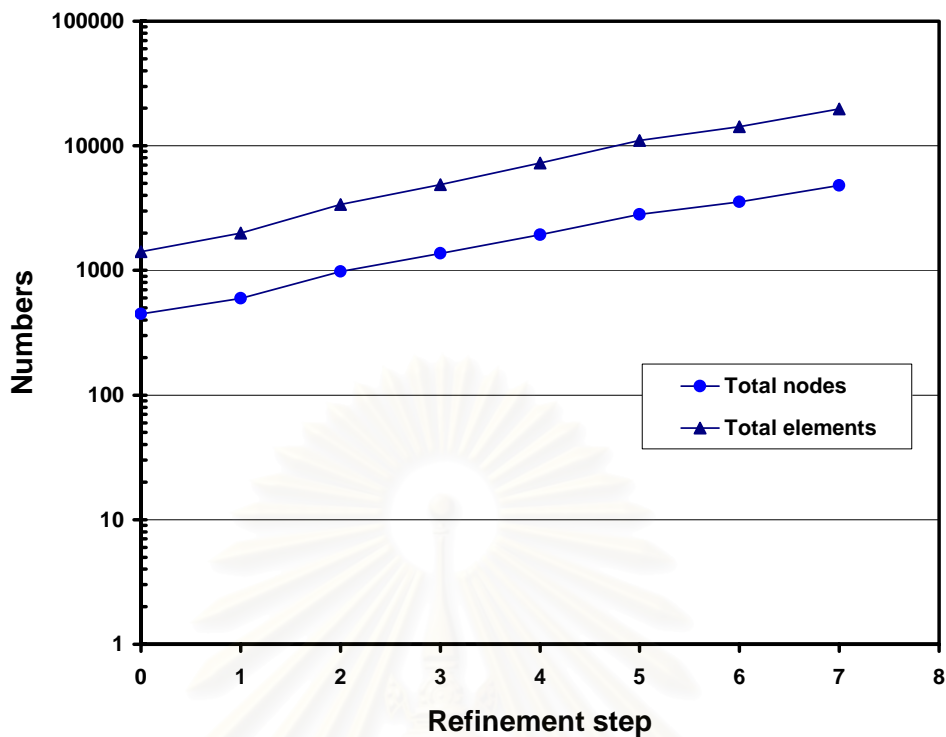
รูปที่ 4.10 โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 6
(3548 จุดต่อ 14287 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 4.9%)



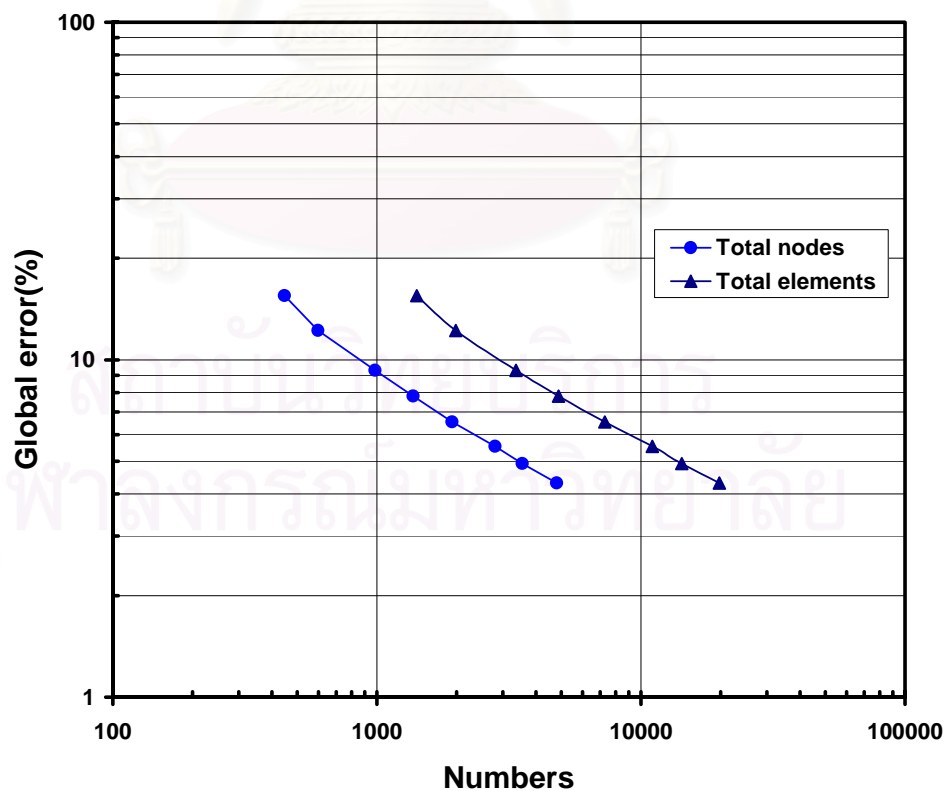
(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

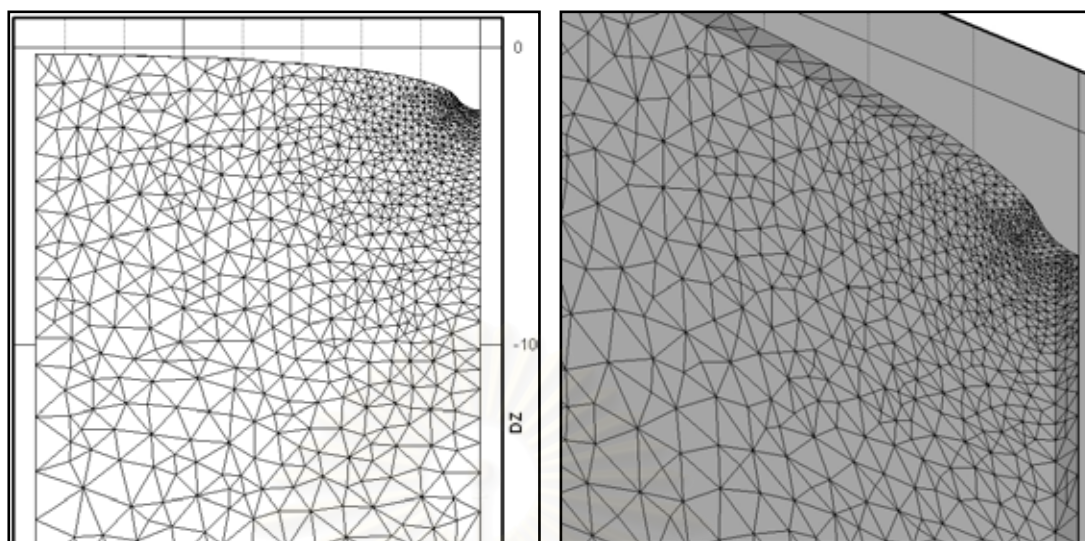
รูปที่ 4.11 โครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่องหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 7
(4799 จุดต่อ 19824 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 4.3%)



รูปที่ 4.12 จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดโครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง



รูปที่ 4.13 ความคลาดเคลื่อนของระบบ (Global error, %) เปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง

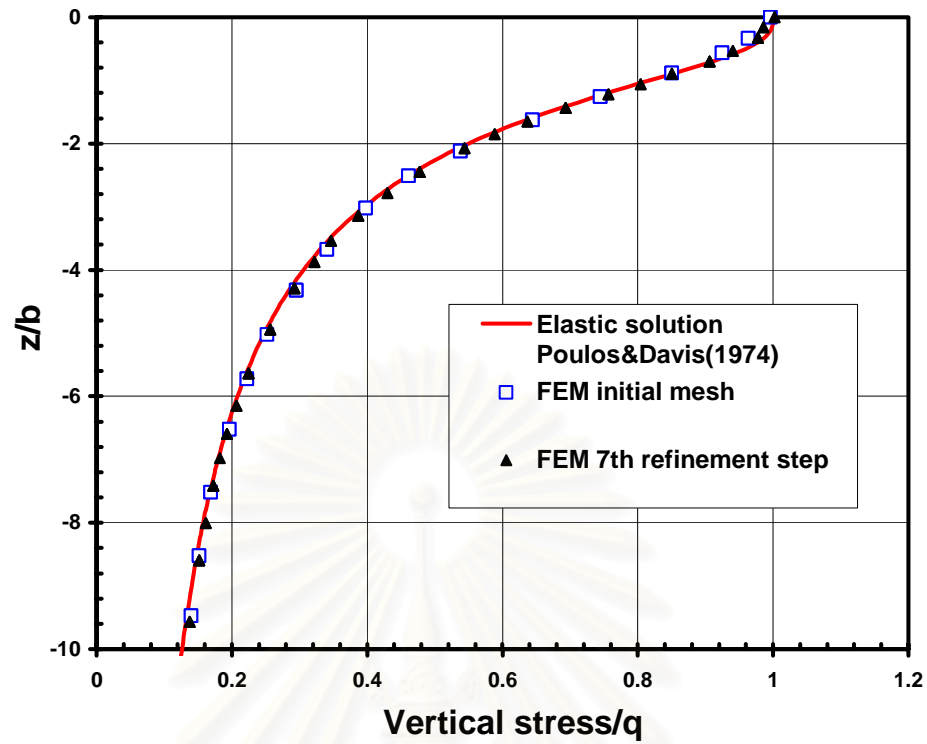


(ก) มุมมองด้านข้าง

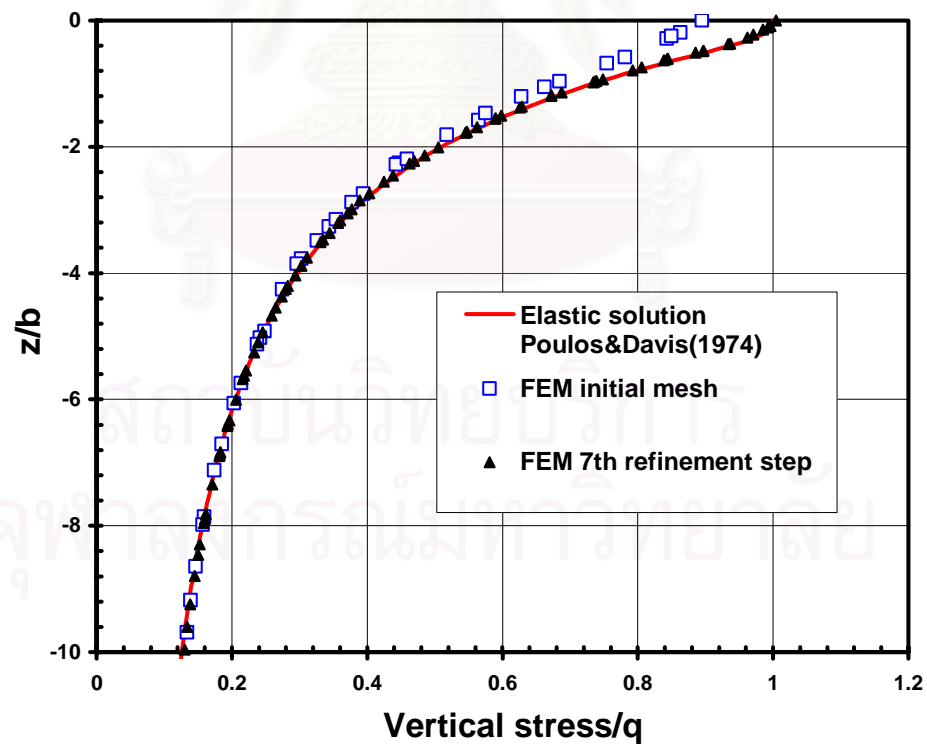
(ข) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 4.14 โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวของปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง(แสดง
โครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 7)

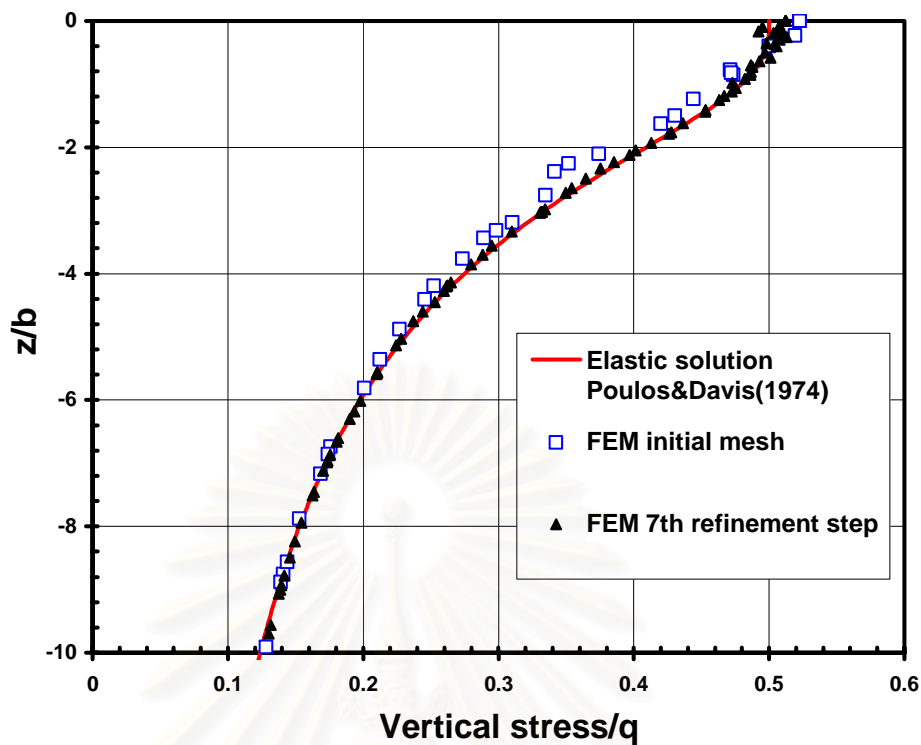
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



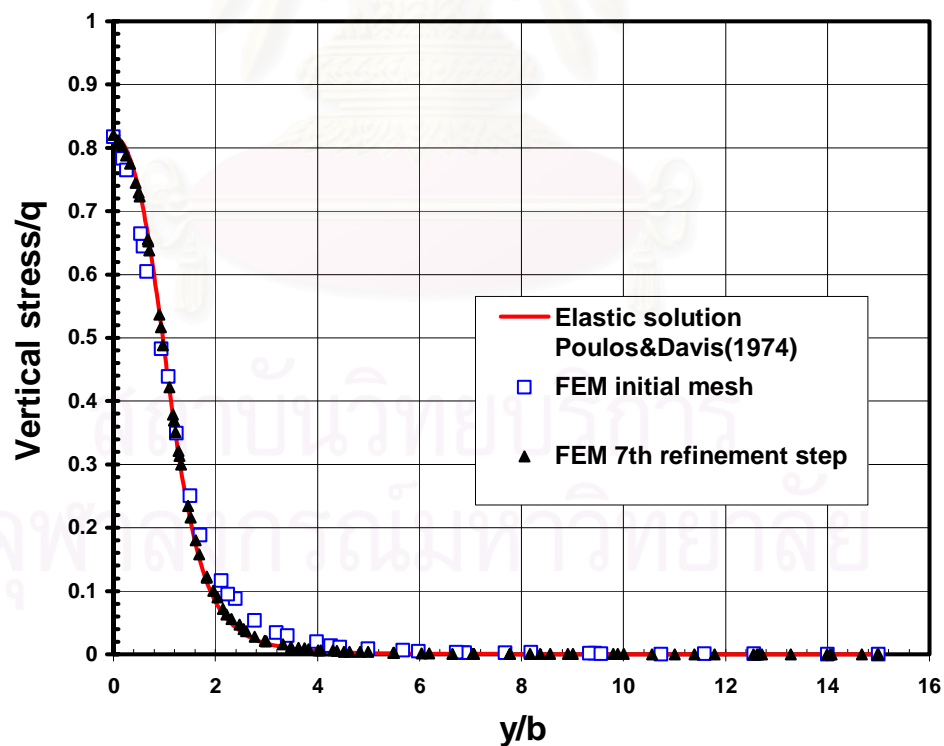
รูปที่ 4.15 หน่วยแรงแนวตั้งของหน้าตัด 1-1 (หน้าตัดจากรูป 4.2)



รูปที่ 4.16 หน่วยแรงแนวตั้งของหน้าตัด 2-2 (หน้าตัดจากรูป 4.2)



รูปที่ 4.17 หน่วยแรงแนวตั้งของหน้าตัด 3-3 (หน้าตัดจากรูป 4.2)



รูปที่ 4.18 หน่วยแรงแนวตั้งของหน้าตัด 4-4 (หน้าตัดจากรูป 4.2)

4.2 ปัญหาฐานรากแผ่วงกลม (Circular footing)

4.2.1 รายละเอียดของปัญหา

มีสมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์มีดังนี้

1. ฐานรากเป็นแบบอ่อนตัว (flexible footing) ซึ่งจะทำให้แรงที่กระทำต่อฐานรากเป็นแบบสม่ำเสมอ (uniform load)
2. มีฐานรากแข็ง (rigid base) อยู่ที่ระดับลึกมากจากผิวดิน
3. เนื่องจากโครงสร้างมีความสมมาตร จึงพิจารณาลดการวิเคราะห์ลงเหลือหนึ่งในสี่ของโครงสร้าง เพื่อลดปริมาณของจุดต่อที่ใช้ในการวิเคราะห์ ส่งผลให้การวิเคราะห์ใช้เวลาลดลง

ลักษณะของปัญหาและขนาดโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาแสดงในรูปที่ 4.19 และ 4.20 กำหนดให้รัศมีฐานรากเท่ากับ 1.0 เมตร โดยมีเงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) ดังนี้

1. ระนาบ $X = 0$ และ $X = 25.0$; จำกัดการเคลื่อนตัวในแนวแกน X
2. ระนาบ $Y = 0$ และ $Y = 25.0$; จำกัดการเคลื่อนตัวในแนวแกน Y
3. ระนาบ $Z = -50.0$; จำกัดการเคลื่อนตัวในแนวแกน Z

โครงข่ายเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 4.21 โดยกำหนดให้บริเวณขอบของฐานรากมีความละเอียดของโครงข่ายสูงกว่าบริเวณอื่น

4.2.2 ผลการวิเคราะห์

1. โครงข่าย

ทำการวิเคราะห์โดยเพิ่มความละเอียดทั้งหมด 7 รอบ โครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดแสดงในรูปที่ 4.22 ถึง 4.29 โดยแสดงโครงข่ายในมุมมอง 3 มิติ และขยายในบริเวณที่ใกล้กับฐานราก ซึ่งโครงข่ายบริเวณขอบของฐานรากจะมีความละเอียดเพิ่มขึ้นอย่างมากเนื่องจากในบริเวณนั้นมีการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงสูง ซึ่งแสดงว่าระบบการปรับความละเอียดของโครงข่ายทำงานได้ตามจุดประสงค์ที่ต้องการคือ ตรงกับหลักการในการเลือกใช้ความละเอียดของโครงข่ายที่ต้องเลือกใช้ความละเอียดสูงในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงสูง จำนวนจุดต่อและจำนวนชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 4.30 ความคลาดเคลื่อนของระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนแสดงในรูปที่ 4.31 กราฟในรูปที่ 4.30 และ 4.31 มีลักษณะเดียวกันกับกรณีของฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง

2. การเคลื่อนตัว

โครงข่ายหลังการเคลื่อนตัว (deformed mesh) แสดงในรูปที่ 4.32 โดยใช้โครงข่ายในรอบสุดท้ายของการวิเคราะห์มาแสดง และค่าการเคลื่อนตัวแนวตั้งตามแนวศูนย์กลางฐานรากที่ระดับความลึกใด ๆ แสดงการเปรียบเทียบสำหรับโครงข่ายเริ่มต้นและรอบสุดท้ายของการเพิ่มความละเอียดกับผลเฉลยอีลาสติกแสดงในรูปที่ 4.33 จากผลการวิเคราะห์ค่าการเคลื่อนตัวที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยมากในบริเวณที่ไม่ลึกจากผิวดินมากนัก ส่วนในบริเวณที่ลึกกว่านั้นจะมีความคลาดเคลื่อนบ้าง สำหรับค่าการเคลื่อนตัวที่จุดศูนย์กลางฐานรากที่ระดับผิวดินเปรียบเทียบในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดแสดงในรูปที่ 4.34 โดยเปรียบเทียบเป็นอัตราส่วนระหว่างค่าที่ได้ (ρ_{FEM}) กับค่าจากผลเฉลย (ρ_{EXACT}) จากผลเฉลยมีค่าเท่ากับ 9.1 มิลลิเมตร ส่วนค่าจากโครงข่ายเริ่มต้นคือ 8.15 มิลลิเมตร คิดเป็นความคลาดเคลื่อน 10.4 % ส่วนค่าหลังจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 7 คือ 8.84 มิลลิเมตร คิดเป็นความคลาดเคลื่อน 2.9 %

3. หน่วยแรง

ทำการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้จากโครงข่ายเริ่มต้นและโครงข่ายรอบสุดท้ายกับผลเฉลยอีลาสติก (elastic solution) โดยทำการเปรียบเทียบหน่วยแรงตามแนวแกนต่างๆ รวม 4 แนว ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

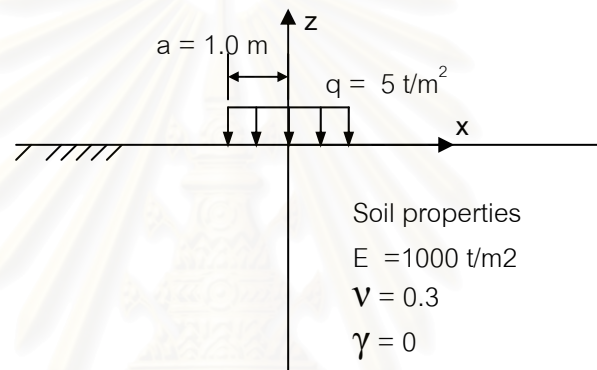
1. หน่วยแรงแนวตั้งตามแนวศูนย์กลางฐานราก จากการเปรียบเทียบพบว่าสำหรับโครงข่ายเริ่มต้นหน่วยแรงแนวนี้มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยอยู่แล้ว แต่จากการเพิ่มความละเอียดทำให้ผลการวิเคราะห์ในรอบสุดท้ายให้ค่าหน่วยแรงที่ใกล้เคียงผลเฉลยมากกว่าเดิมเล็กน้อยในระดับที่ใกล้กับผิวดิน (ที่ผิวดินค่า vertical stress /q = 1.0) รายละเอียดแสดงในรูปที่ 4.35

2. หน่วยแรงแนวราบตามแนวรัศมีที่แนวศูนย์กลางฐานราก หน่วยแรงนี้เท่ากับ σ_r ที่แนวศูนย์กลางฐานรากในระบบพิกัดทรงกระบอก จากการเปรียบเทียบพบว่าสำหรับโครงข่ายเริ่มต้นหน่วยแรงแนวนี้มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยอยู่แล้ว จากการเพิ่มความละเอียดหน่วยแรงที่ได้ก็มีการเปลี่ยนแปลงของค่าน้อยมาก รายละเอียดแสดงในรูปที่ 4.36

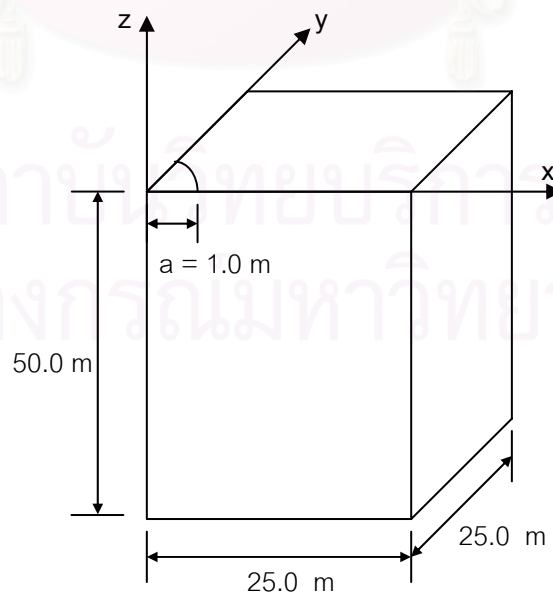
3. หน่วยแรงแนวราบตามแนวรัศมี (radial horizontal stress) หน่วยแรงนี้เท่ากับ σ_r ในระบบพิกัดทรงกระบอก ทำการเปรียบเทียบหน่วยแรงที่ระดับผิวดินที่ระยะใดๆจากแนวศูนย์กลางฐานราก พบว่าสำหรับโครงข่ายเริ่มต้นหน่วยแรงแนวนี้มีลักษณะการกระจายของค่าต่างกับผลเฉลย

ค่อนข้างมาก แต่จากการเพิ่มความละเอียดทำให้ผลการวิเคราะห์ในรอบสุดท้ายให้ค่าหน่วยแรงที่ใกล้เคียงผลเฉลยมาก รายละเอียดแสดงในรูปที่ 4.37

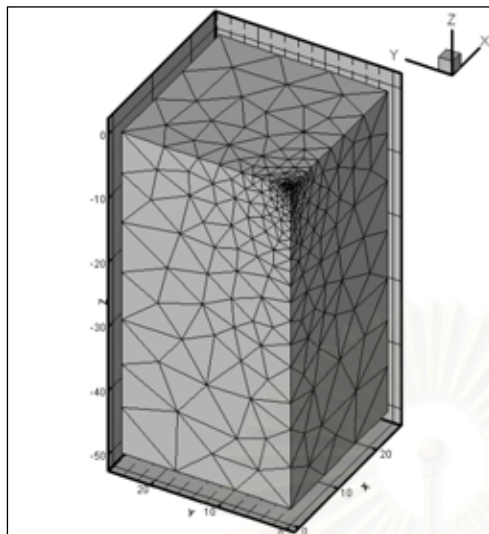
4. หน่วยแรงแนวราบตามแนวสัมผัส (tangential horizontal stress) หน่วยแรงนี้เท่ากับ $\sigma_{\theta\theta}$ ในระบบพิกัดทรงกระบอก ทำการเปรียบเทียบหน่วยแรงที่ระดับผิวดินที่ระยะใดๆ จากแนวศูนย์กลางฐานราก พบว่าสำหรับโครงข่ายเริ่มต้นหน่วยแรงแนวนี้มีลักษณะการกระจายของค่าต่างกับผลเฉลยค่อนข้างมาก แต่จากการเพิ่มความละเอียดทำให้ผลการวิเคราะห์ในรอบสุดท้ายให้ค่าหน่วยแรงที่ใกล้เคียงผลเฉลยมาก รายละเอียดแสดงในรูปที่ 4.38



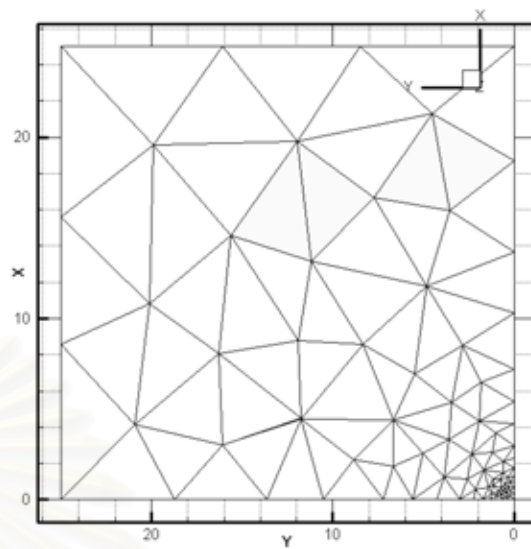
รูปที่ 4.19 ปัญหาฐานรากแผ่วงกลม



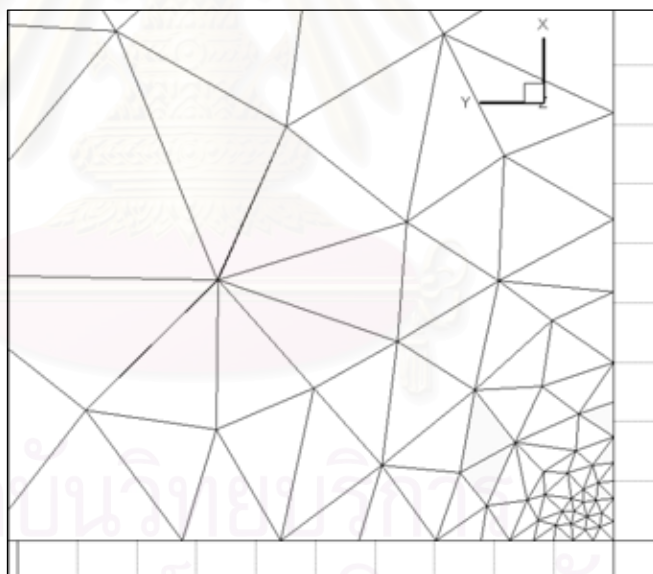
รูปที่ 4.20 ขนาดของโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาฐานรากแผ่วงกลม



(ก) มุมมอง 3 มิติ

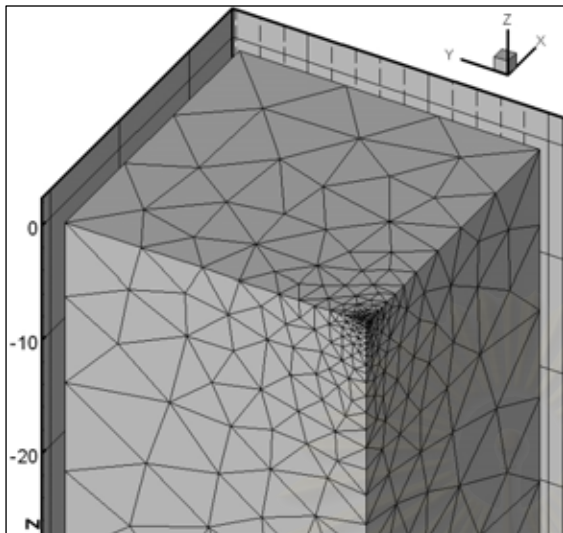


(ข) มุมมอง 2 มิติ(ด้านบน)

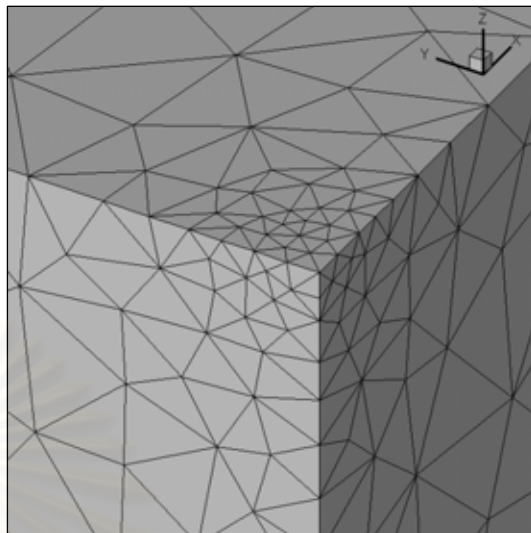


(ค) มุมมองด้านบน (ขยาย)

รูปที่ 4.21 โครงข่ายเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาฐานรากแผ่วงกลม

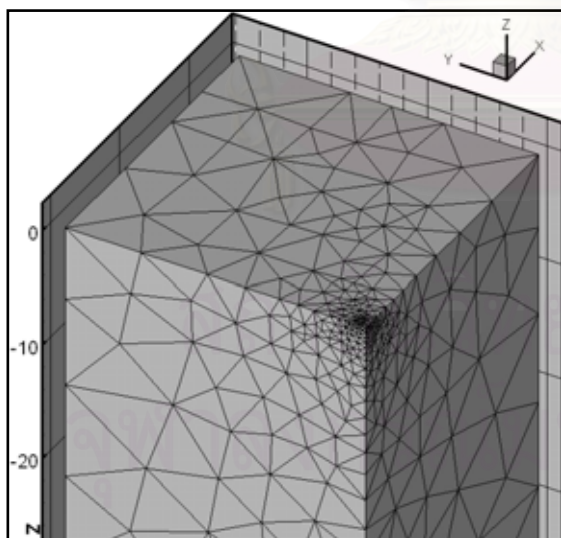


(ก) มุมมอง 3 มิติ

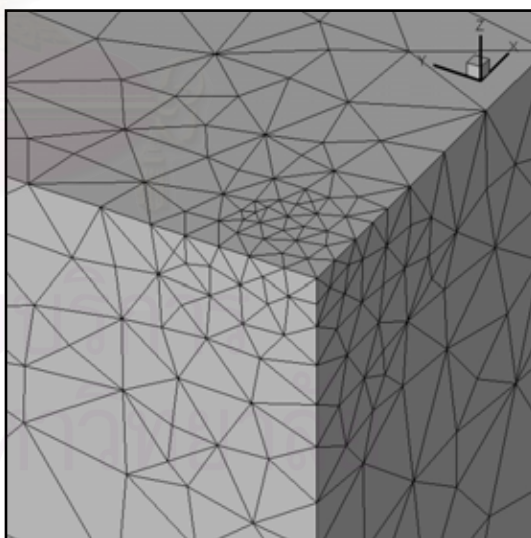


(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

รูปที่ 4.22 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลม (592 จุดต่อ 2551 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 33.0 %)

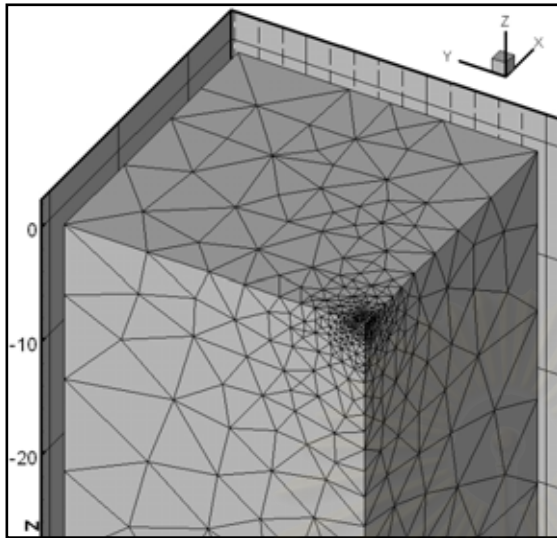


(ก) มุมมอง 3 มิติ

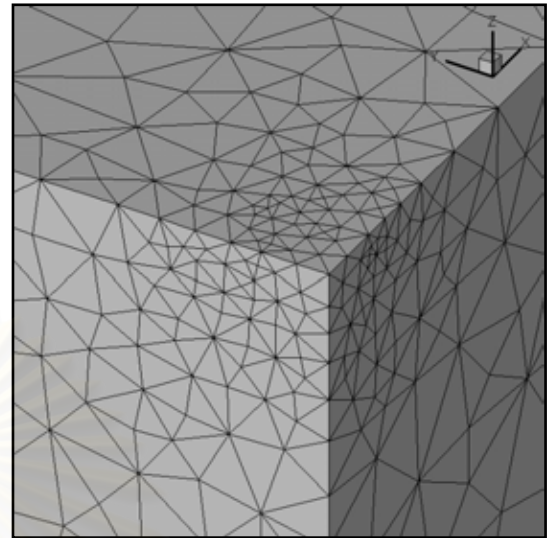


(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

รูปที่ 4.23 โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 (1066 จุดต่อ 4772 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 23.2 %)

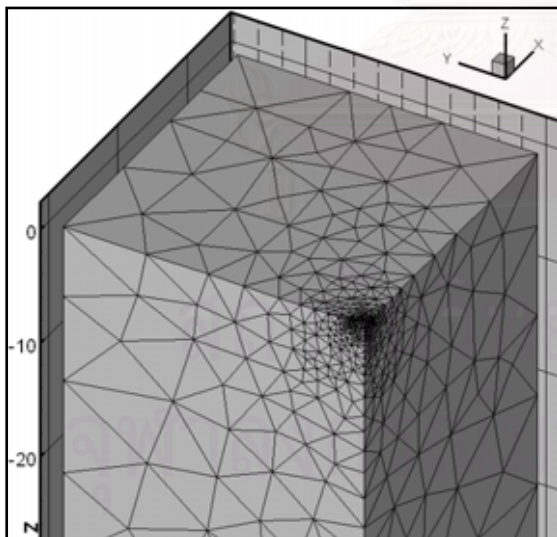


(ก) มุมมอง 3 มิติ

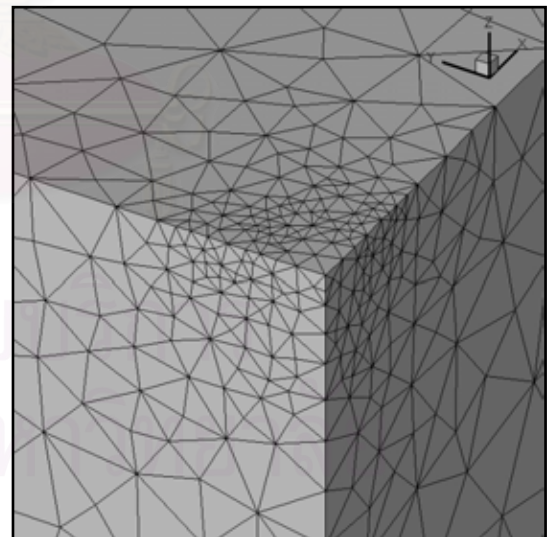


(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

รูปที่ 4.24 โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2
(1370 จุดต่อ 6216 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 19.4 %)

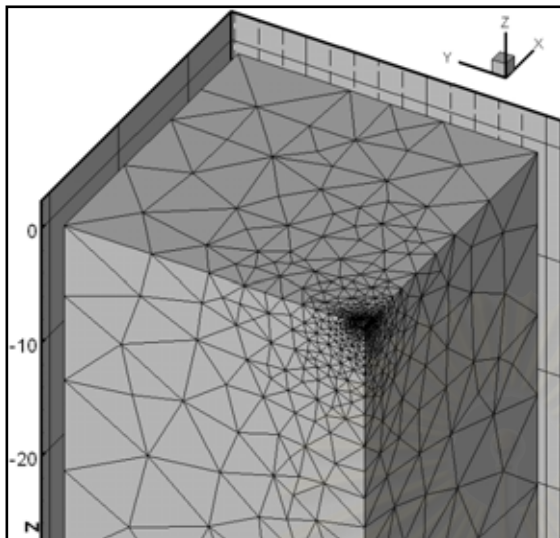


(ก) มุมมอง 3 มิติ

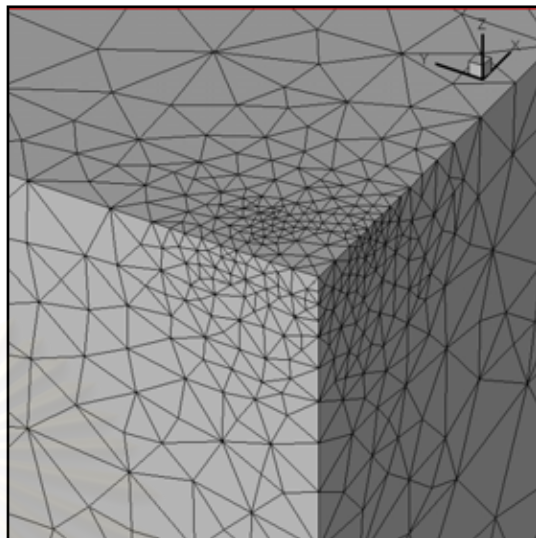


(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

รูปที่ 4.25 โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3
(1760 จุดต่อ 8134 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 17.1 %)

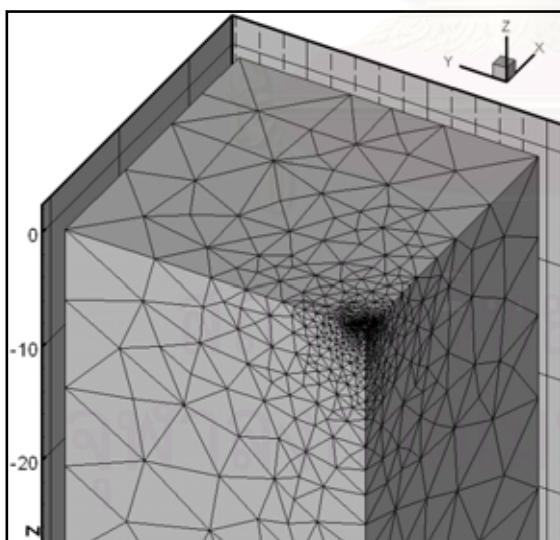


(ก) มุมมอง 3 มิติ

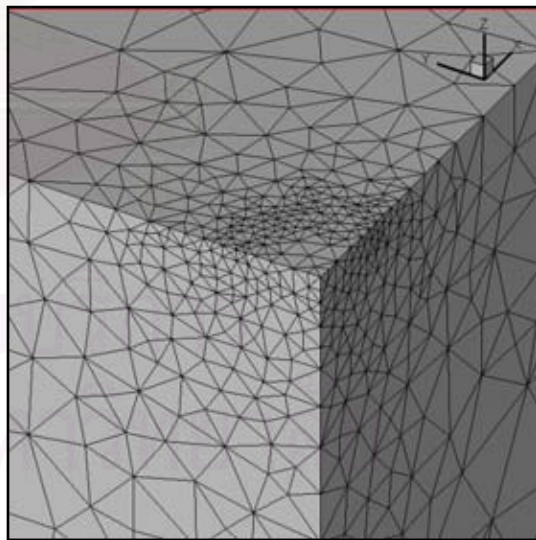


(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

รูปที่ 4.26 โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4
(2311 จุดต่อ 10858 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 15.1 %)

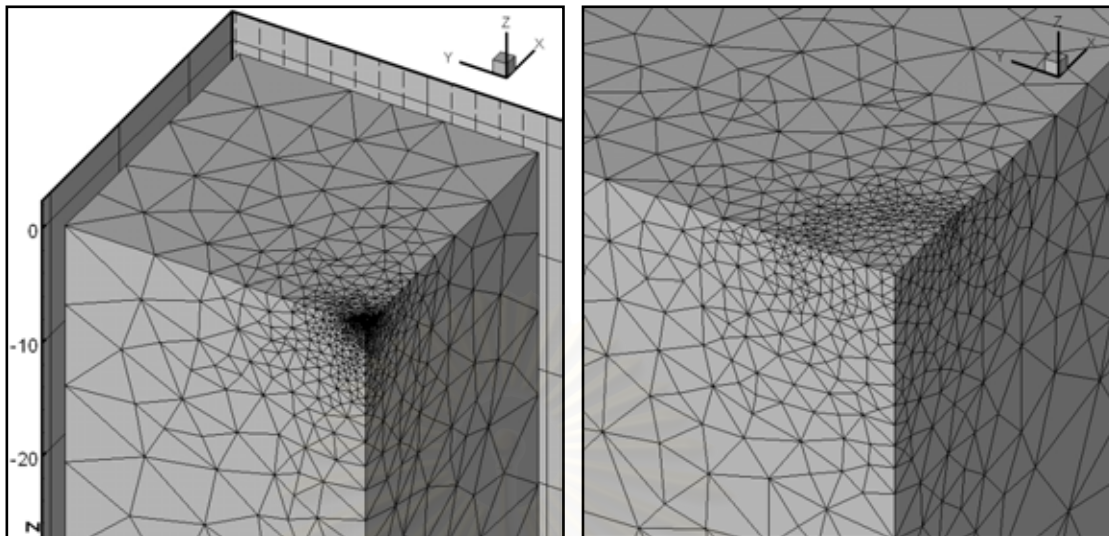


(ก) มุมมอง 3 มิติ



(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

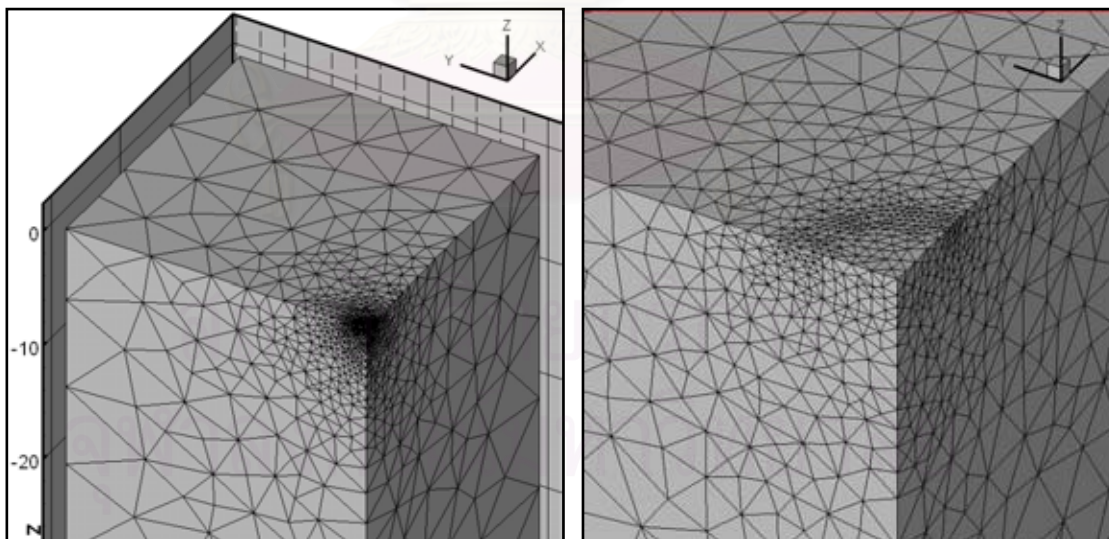
รูปที่ 4.27 โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5
(3008 จุดต่อ 14287 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 13.4 %)



(ก) มุมมอง 3 มิติ

(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

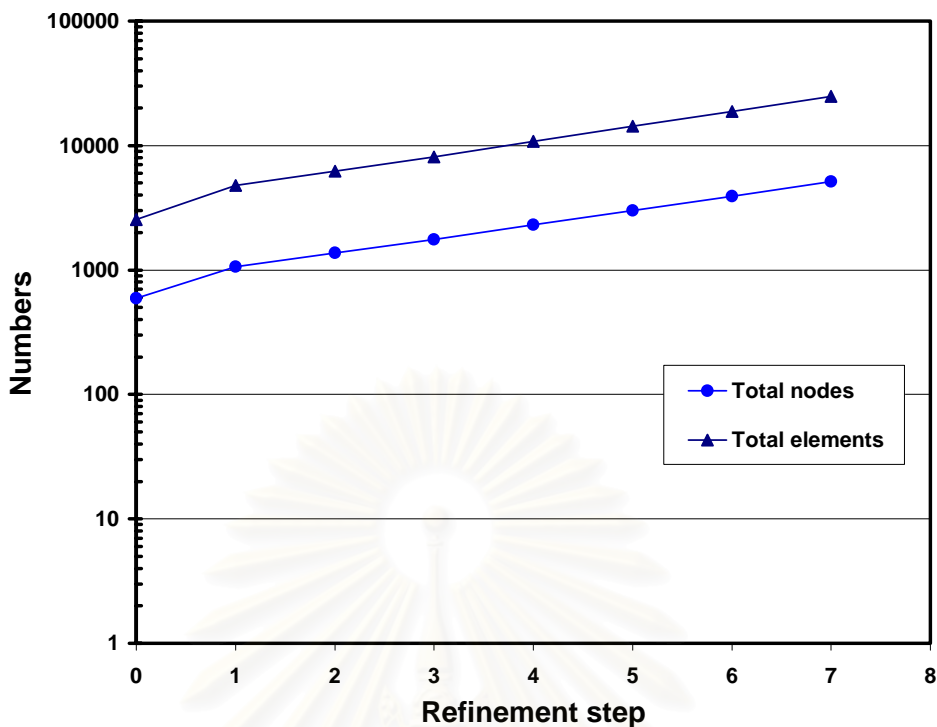
รูปที่ 4.28 โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 6
(3923 จุดต่อ 18776 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 12.0 %)



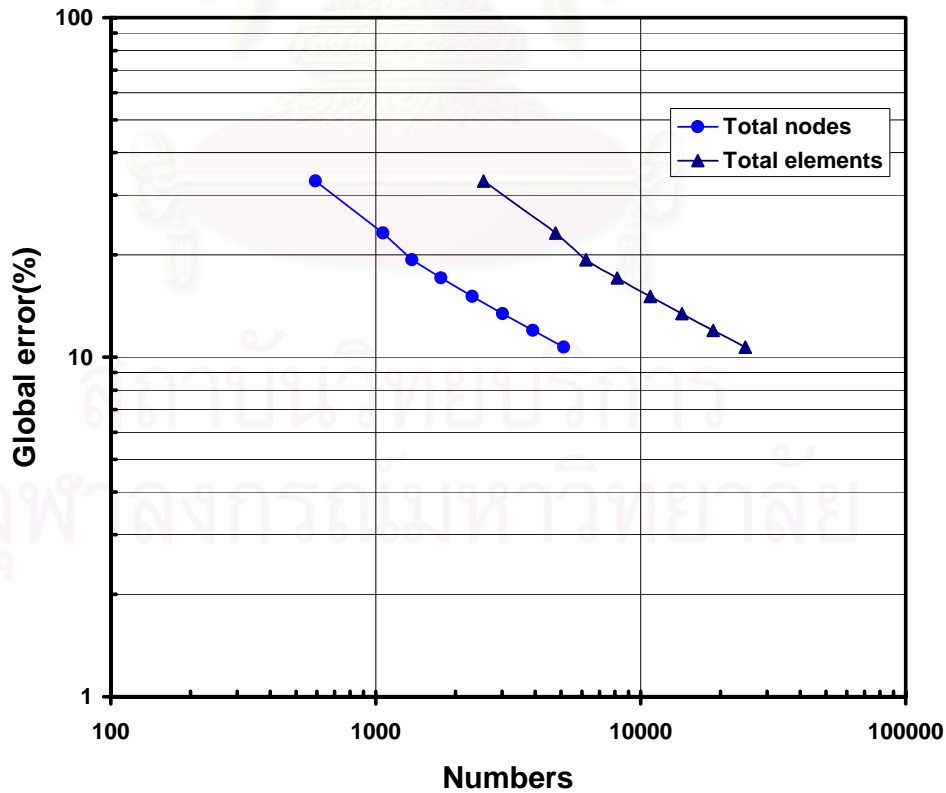
(ก) มุมมอง 3 มิติ

(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

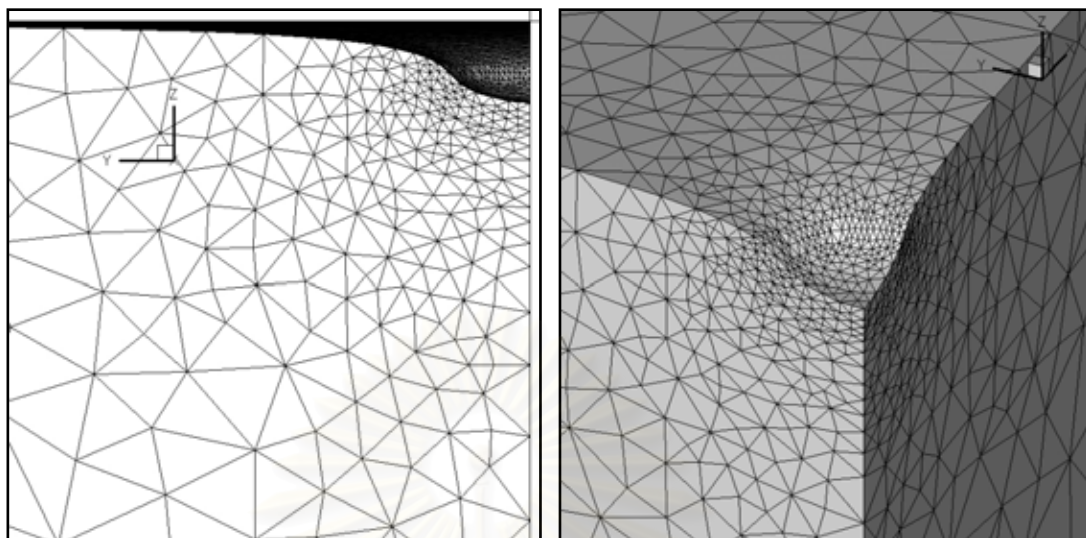
รูปที่ 4.29 โครงข่ายสำหรับปัญหาฐานรากแผ่วงกลมหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 7
(5123 จุดต่อ 24812 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 10.7 %)



รูปที่ 4.30 จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดโครงข่ายของปัญหาฐานรากแผ่แบบวงกลม



รูปที่ 4.31 ความคลาดเคลื่อนของระบบ (Global error, %) เปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของปัญหาฐานรากแผ่แบบวงกลม

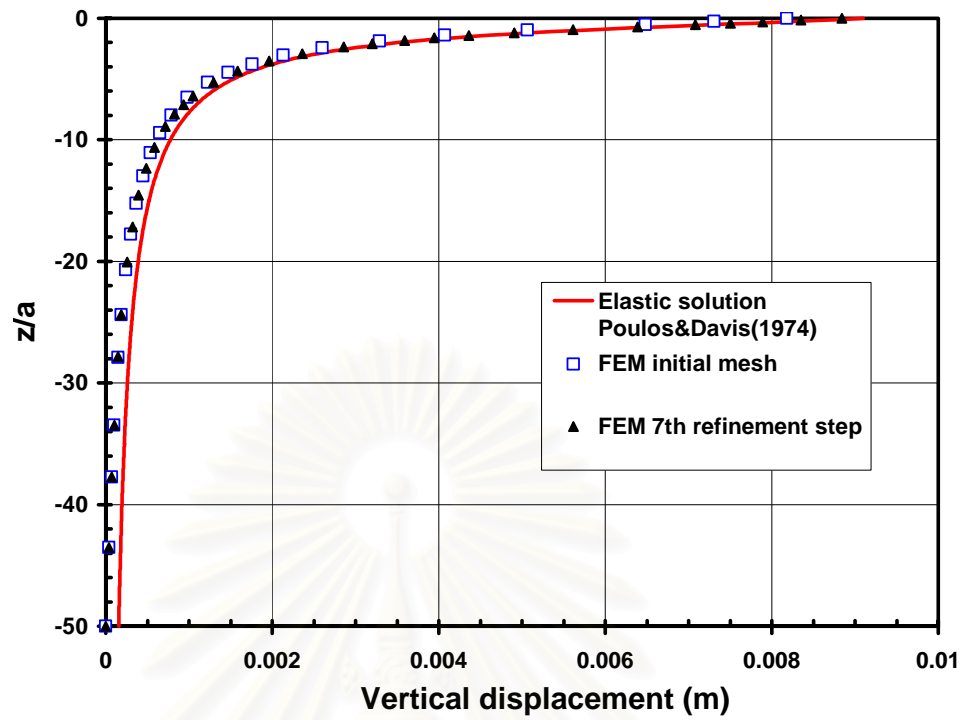


(ก) มุมมองด้านข้าง

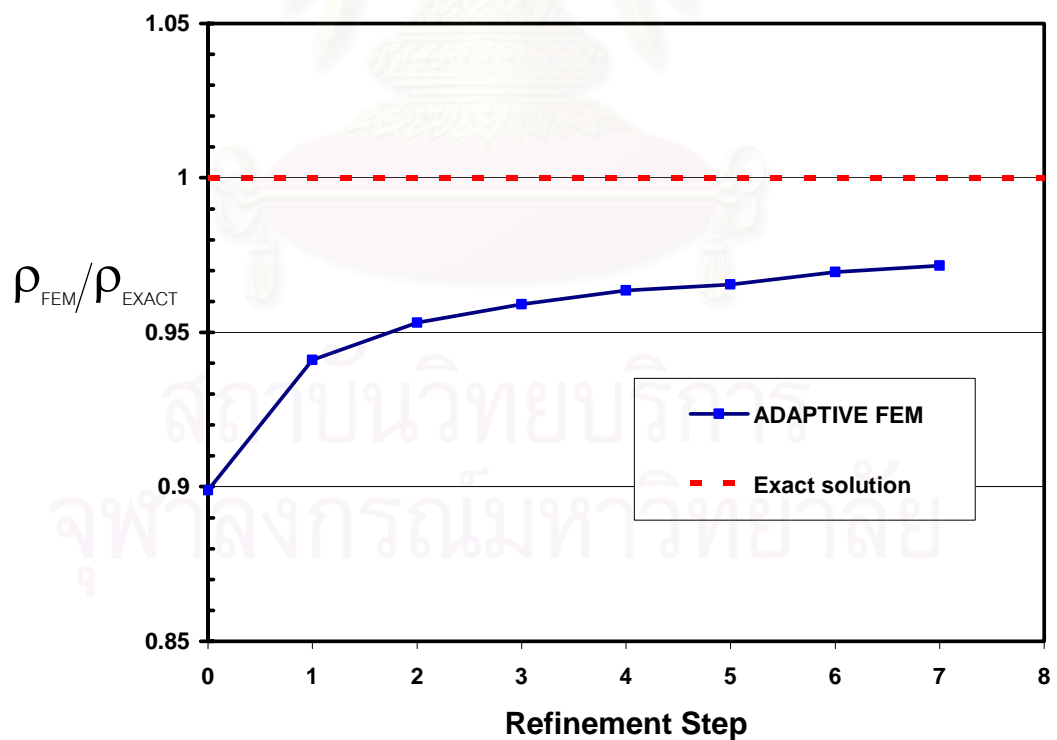
(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

รูปที่ 4.32 โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวของปัญหาฐานรากแผ่แบบวงกลม(แสดง
โครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 7)

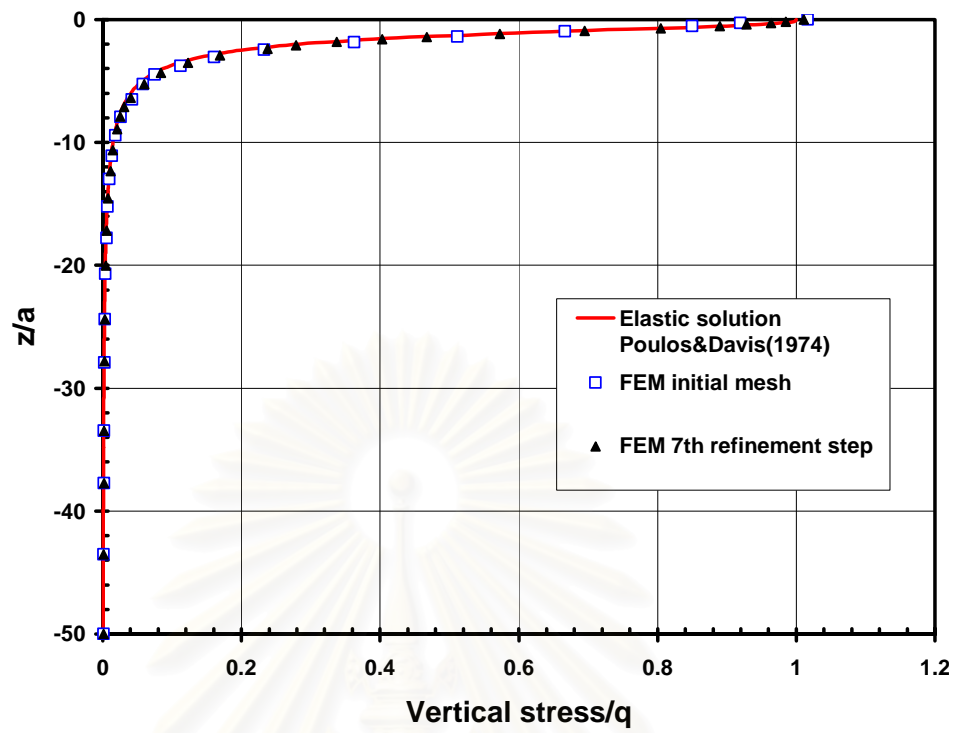
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



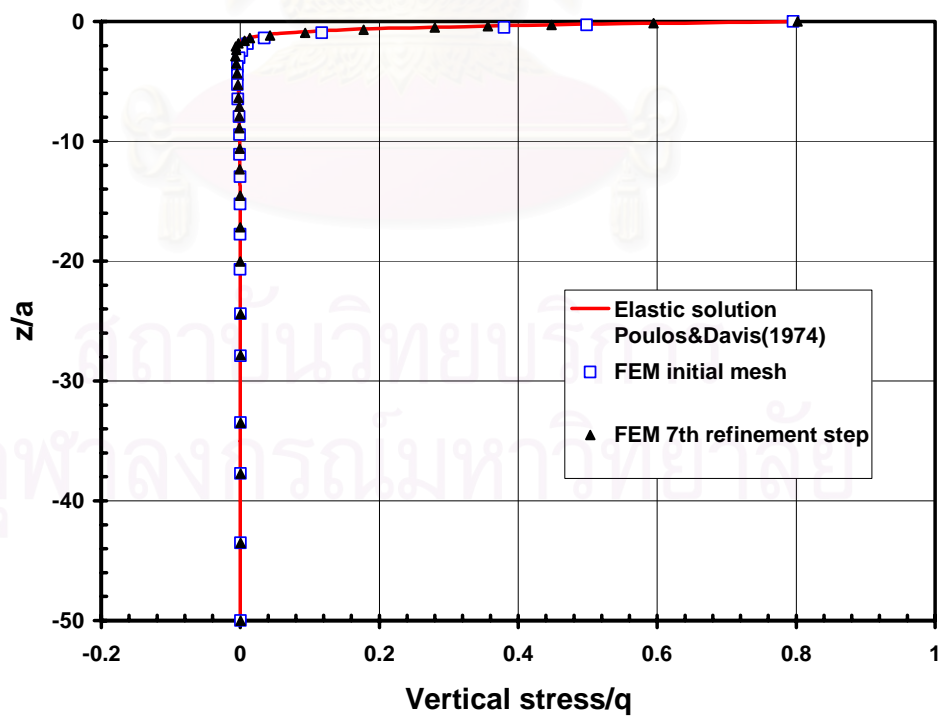
รูปที่ 4.33 การเคลื่อนตัวในแนวตั้งตามแนวแกนกลางของฐานรากแผ่วงกลม



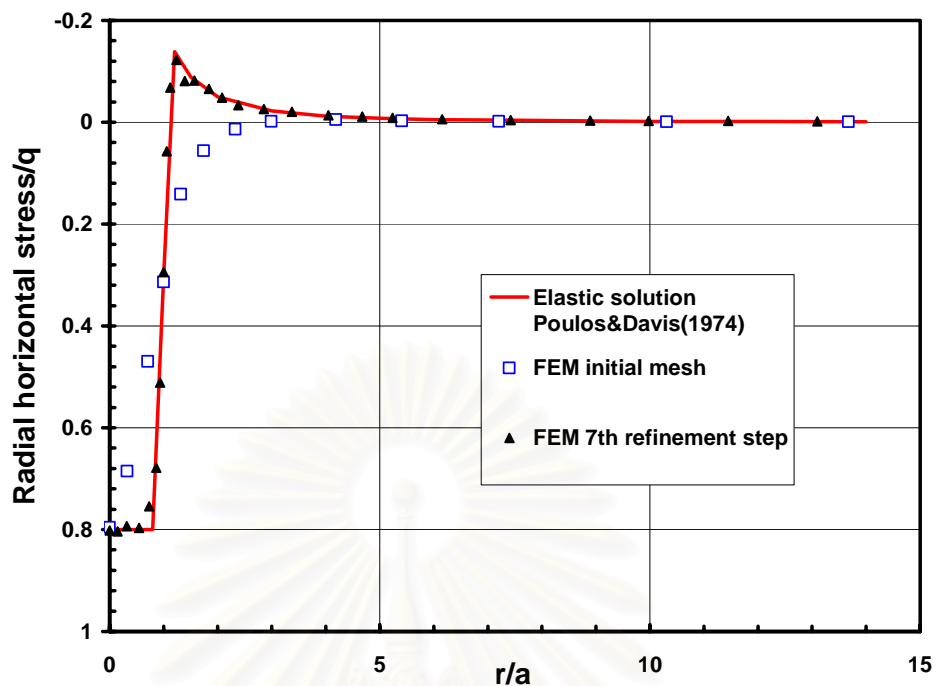
รูปที่ 4.34 การเคลื่อนตัวในแนวตั้งที่ตำแหน่งศูนย์กลางของฐานรากแผ่วงกลมที่ระดับผิวดินในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด



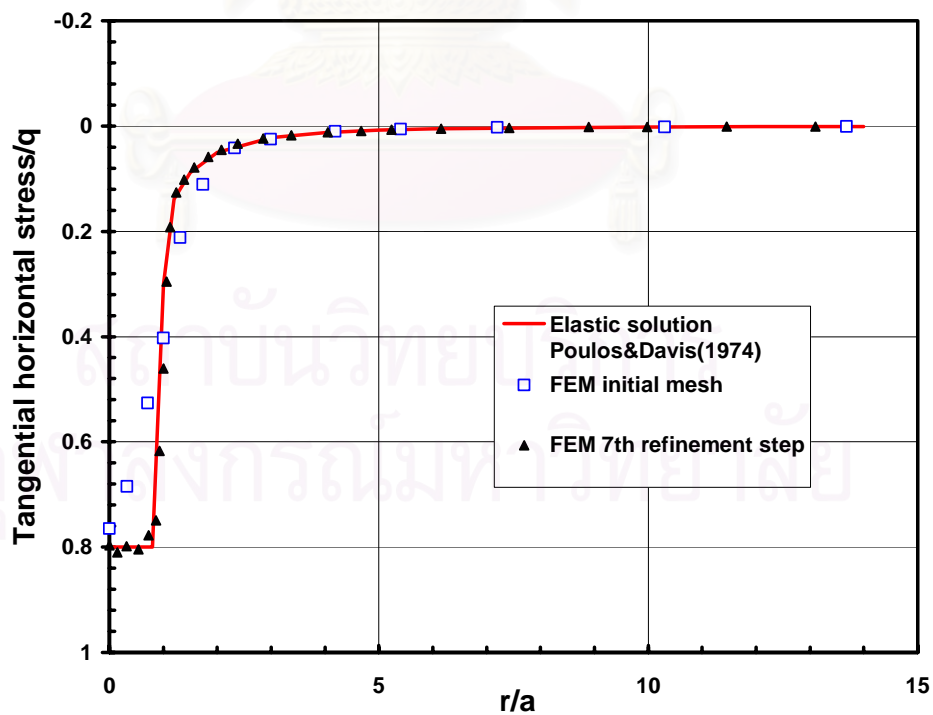
รูปที่ 4.35 หน่วยแรงแนวตั้งตามแนวแกนกลางของฐานรากแผ่วงกลม



รูปที่ 4.36 หน่วยแรงแนวราบตามแนวแกนกลางของฐานรากแผ่วงกลม



รูปที่ 4.37 หน่วยแรงในแนวนอนตามแนวรัศมีที่ระดับผิวดินของฐานรากแผ่วงกลม



รูปที่ 4.38 หน่วยแรงในแนวนอนตามแนวสัมผัสที่ระดับผิวดินของฐานรากแผ่วงกลม

บทที่ 5

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม ในการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็ม

5.1 การวิเคราะห์เสาเข็มเดี่ยว (Single Pile Analysis)

ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวที่วิเคราะห์ในงานวิจัยเป็นเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย (single floating pile) โดยรับแรงกระทำในแนวตั้งโดยมีลักษณะของปัญหาและโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาแสดงในรูปที่ 5.1 และ 5.2 ตามลำดับ โดยกำหนดให้ความยาวเสาเข็มมีค่าเท่ากับ 7.5 เมตร และเส้นผ่านศูนย์กลางเสาเข็มเท่ากับ 0.3 เมตร ซึ่งเนื่องจากความสมมาตรของปัญหาจึงพิจารณาใช้โครงสร้างเหลือหนึ่งในสี่ของเสาเข็มทั้งต้นเพื่อลดเวลาที่ต้องใช้ในการวิเคราะห์ โดยมีสมมติฐานเพิ่มเติมดังนี้

1. คุณสมบัติของวัสดุทั้งดินและเสาเข็มเป็นแบบอีลาสติกเชิงเส้น (linear elastic) และมีคุณสมบัติเท่ากันทุกทิศทาง (isotropic)
2. พฤติกรรมที่รอยต่อระหว่างผิวเสาเข็มและดินเป็นแบบยึดเหนี่ยวสมบูรณ์ คือไม่เกิดการเคลื่อนแยกตัวจากกันระหว่างจุดต่อ
3. แรงกระทำที่หัวเสาเข็มเป็นแรงสม่ำเสมอ (uniform load) ตลอดหน้าตัดเสาเข็ม

เงื่อนไขขอบเขตของปัญหาตามโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาในรูปที่ 5.2 มีดังนี้คือ

1. ระบาย $x = 0$ และ $x = a$; จำกัดการเคลื่อนตัวในทิศทางแกน x
2. ระบาย $y = 0$ และ $y = b$; จำกัดการเคลื่อนตัวในทิศทางแกน y
3. ระบาย $z = -c$; จำกัดการเคลื่อนตัวในทิศทางแกน z

สำหรับงานวิจัยนี้ทำการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยว 2 แบบ ได้แก่ เสาเข็มเดี่ยวแบบลอย (single floating pile) ที่ชั้นดินแข็งอยู่ในระดับลึกมาก (elastic half space) และกรณีที่ชั้นดินมีความหนาจำกัด (finite depth layer) ส่วนค่า a , b และ c ขึ้นกับลักษณะของปัญหาที่กล่าวมา โดยจะแสดงรายละเอียดในส่วนถัดไป

5.1.1 ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยที่ชั้นดินแข็งอยู่ในระดับลึกมาก

เป็นการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวในดินเนื้อเดียว (homogeneous soil) และมีฐานรากแข็ง (rigid base) อยู่ที่ระดับลึกมาก โดยเลือกขนาดของโครงสร้างตามที่แสดงในรูปที่ 5.3 โดยเลือกใช้ความลึก

ของชั้นดินเท่ากับ 50 เมตรและความกว้างด้านละ 30 เมตร ($a = b = 30$ เมตร และ $c = 50$ เมตร) ในกรณีที่ทำกราววิเคราะห์นี้เป็นเสาเข็มประเภทที่มีการอัดตัวได้ (compressible pile) ซึ่งความสามารถในการอัดตัวของเสาเข็มเทียบกับดินกำหนดด้วยค่า สติฟเนสแฟกเตอร์ (stiffness factor, K) (Poulos และ Davis, 1974) ซึ่งคำนวณได้จาก

$$K = \frac{E_p}{E_s} R_A \quad (5.1)$$

โดยที่	E_p	=	โมดูลัสยืดหยุ่นของเสาเข็ม
	E_s	=	โมดูลัสยืดหยุ่นของดิน
	R_A	=	area of pile section / $\frac{\pi d^2}{4}$
		=	1 สำหรับเสาเข็มกลม

ในงานวิจัยนี้เลือกวิเคราะห์สองกรณีหลักซึ่งมีผลเฉลยที่สำคัญให้เปรียบเทียบคือ การกระจายของหน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็ม สองกรณีได้แก่

1. เสาเข็มที่มีการอัดตัวได้สูงเทียบกับดิน โดยใช้ค่า $K = 50$
2. เสาเข็มที่มีการอัดตัวได้ต่ำเทียบกับดิน โดยใช้ค่า $K = 5000$

โดยในแต่ละกรณีจะทำกราววิเคราะห์โดยใช้ค่าอัตราส่วนปัวซองส์ (poisson's ratio, ν_s) ของดินเป็น 0 และ 0.5 เพื่อเปรียบเทียบกัน ซึ่งในทางปฏิบัติต้องใช้ค่า 0.49 แทน เนื่องจากการใช้ค่า 0.5 จะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเชิงตัวเลข ค่าพารามิเตอร์ของดินและเสาเข็มที่ใช้ในการวิเคราะห์ทั้งสองกรณีแสดงในรูปที่ 5.4 สำหรับโครงข่ายทั้งสองกรณีใช้โครงข่ายเริ่มต้นเหมือนกันดังแสดงในรูปที่ 5.5 ซึ่งโครงข่ายที่ใช้จะมีความละเอียดใกล้กับเสาเข็มสูงกว่าในบริเวณอื่นมากเพื่อจำลองรูปร่างของเสาเข็มให้ได้ใกล้เคียงความเป็นจริง

สำหรับการตรวจสอบผลการวิเคราะห์ทำโดยการเปรียบเทียบกับผลเฉลยอิลาสติกของเสาเข็มที่ให้ไว้โดย Poulos และ Davis (1974)

5.1.1.1 ผลการวิเคราะห์

1 โครงข่าย

โครงข่ายที่ใช้ในการวิเคราะห์แต่ละรอบสำหรับกรณี $K = 50$, $\nu_s = 0.5$ แสดงในรูปที่ 5.6 ถึง 5.11 สำหรับกรณี $K = 5000$, $\nu_s = 0.5$ แสดงในรูปที่ 5.18 ถึง 5.23 ทั้งสองกรณีทำกราววิเคราะห์โดยเพิ่ม

ความละเอียดทั้งหมด 5 รอบ ซึ่งในที่นี้จะไม่แสดงโครงข่ายของกรณี $V_s = 0$ เนื่องจากโครงข่ายมีลักษณะคล้ายกับกรณี $V_s = 0.5$ จากการเปรียบเทียบพบว่ากรณีที่เราเพิ่มมีการอัดตัวได้สูง ($K = 50$) โครงข่ายจะมีความละเอียดสูงขึ้นโดยรอบเสาเข็มโดยเฉพาะอย่างยิ่งที่บริเวณหัวเสาเข็ม ส่วนที่ปลายเสาเข็มโครงข่ายมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก กรณีที่เราเพิ่มมีการอัดตัวได้ต่ำ ($K = 5000$) โครงข่ายจะมีความละเอียดสูงขึ้นโดยรอบเสาเข็มแต่ที่บริเวณหัวเสาเข็มจะน้อยกว่ากรณีแรก ส่วนที่ปลายเสาเข็มโครงข่ายมีความละเอียดสูงขึ้นอย่างมาก สาเหตุที่เป็นเช่นนั้นเนื่องมาจากพฤติกรรมการรับแรงของเสาเข็มแบบลอยมีลักษณะเป็นการรับด้วยแรงเสียดทานที่ผิว ซึ่งการกระจายของหน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มมีผลต่อความละเอียดของโครงข่ายดังจะได้อธิบายในส่วนของการวิเคราะห์หน่วยแรง

จำนวนจุดต่อกับชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดแสดงในรูปที่ 5.12 และความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อแสดงอยู่ในรูปที่ 5.13 สำหรับกรณี $K = 50$ รูปที่ 5.24 และ 5.25 สำหรับ $K = 5000$ ตามลำดับ จากการพิจารณากฎระหว่างจำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดร่วมกับกฎระหว่างความคลาดเคลื่อนกับจำนวนจุดต่อพบว่า เมื่อโครงข่ายมีความละเอียดสูงขึ้นอัตราการเพิ่มของจำนวนจุดต่อและจำนวนชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการวิเคราะห์จะเพิ่มขึ้นในขณะที่อัตราการลดลงของความคลาดเคลื่อนในแต่ละรอบของการวิเคราะห์จะต่ำลง โดยความคลาดเคลื่อนจะลดลงสูงที่สุดจากการเพิ่มความละเอียดรอบแรก ซึ่งถ้าทำการเปรียบเทียบที่ K เท่ากันโครงข่ายที่ใช้ค่า $V_s = 0.5$ จะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสูงกว่า $V_s = 0$ อย่างมากรวมถึงอัตราการลดลงของความคลาดเคลื่อนในแต่ละรอบจะต่ำกว่าสังเกตได้จากความชันของกราฟระหว่างความคลาดเคลื่อนและจำนวนจุดต่อ และถ้าเปรียบเทียบที่ V_s เท่ากัน โครงข่ายที่ใช้ค่า K สูงกว่าจะมีความคลาดเคลื่อนสูงกว่า

2 การเคลื่อนตัว

โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวแสดงในรูปที่ 5.14 และรูปที่ 5.26 สำหรับกรณี $K = 50$ และ $K = 5000$ ตามลำดับซึ่งแสดงเฉพาะกรณี $V_s = 0.5$ โดยนำโครงข่ายในรอบที่ 5 ของการวิเคราะห์มาแสดง

ทำการเปรียบเทียบการทรุดตัวในแนวตั้งของหัวเสาเข็มที่ได้จากการวิเคราะห์กับที่คำนวณได้จากผลเฉลย ซึ่งค่าจากผลเฉลยคำนวณได้จาก

$$\rho = \frac{Pl_p}{LE_s} \quad (5.2)$$

โดยที่ ρ = ค่าการทรุดตัว
 P = แรงกระทำแนวตั้งทั้งหมดที่หัวเสาเข็ม

I_p	=	ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการเคลื่อนตัว
L	=	ความยาวของเสาเข็ม
E_s	=	โมดูลัสยืดหยุ่นของดิน

การเปรียบเทียบทำโดยใช้ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการเคลื่อนตัวซึ่งเป็นสัดส่วนกับค่าการทรุดตัวที่หัวเสาเข็ม การเปรียบเทียบค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการเคลื่อนตัวที่ได้จากแต่ละรอบของการวิเคราะห์กับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 5.15 และ 5.27 สำหรับกรณี $K = 50$ และ $K = 5000$ ตามลำดับ

สำหรับทั้งสองกรณีค่าการทรุดตัวที่หัวเสาเข็มของโครงข่ายเริ่มต้นซึ่งมีความคลาดเคลื่อนสูงจะมีค่าต่ำกว่าผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ เมื่อมีการเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายความคลาดเคลื่อนจะลดลงและค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้จะมีค่าสูงขึ้นโดยจะมีค่าเพิ่มขึ้นมากที่สุดในรอบแรกของการเพิ่มความละเอียด หลังจากนั้นอัตราการเพิ่มของค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้จะลดลงค่อนข้างรวดเร็ว ในกรณี $K = 50$ เมื่อโครงข่ายมีความคลาดเคลื่อนต่ำเพียงพอและค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก โดยในรอบสุดท้ายของการวิเคราะห์ค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้สูงกว่าผลเฉลย สำหรับ $V_s = 0.0$ ค่าจากผลเฉลยเท่ากับ 4.4 และที่คำนวณได้เท่ากับ 4.631 คิดเป็นความคลาดเคลื่อน 5.25 % และ สำหรับ $V_s = 0.5$ ค่าจากผลเฉลยเท่ากับ 4.7 และที่คำนวณได้เท่ากับ 4.937 คิดเป็นความคลาดเคลื่อน 5.04 % ในกรณี $K = 5000$ เมื่อโครงข่ายมีความคลาดเคลื่อนต่ำเพียงพอและค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้ในรอบสุดท้ายของการวิเคราะห์มีค่าต่ำกว่าผลเฉลย สำหรับ $V_s = 0.0$ ค่าจากผลเฉลยเท่ากับ 1.5 และที่คำนวณได้เท่ากับ 1.447 คิดเป็นความคลาดเคลื่อน 3.53 % และ สำหรับ $V_s = 0.5$ ค่าจากผลเฉลยเท่ากับ 1.8 และที่คำนวณได้เท่ากับ 1.728 คิดเป็นความคลาดเคลื่อน 4.0 %

3 หน่วยแรง

ทำการเปรียบเทียบหน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มกับผลเฉลยโดยเปรียบเทียบที่โครงข่ายเริ่มต้นและการวิเคราะห์รอบสุดท้าย รูปที่ 5.16 กับ 5.17 สำหรับกรณี $K = 50$ โดย $V_s = 0$ และ 0.5 ตามลำดับ รูปที่ 5.28 กับ 5.29 สำหรับกรณี $K = 5000$ โดย $V_s = 0$ และ 0.5 ตามลำดับ หน่วยแรงเฉือนสำหรับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์แสดงค่าในรูปของตัวแปรไร้หน่วย คือ $p\pi dL/P$ เปรียบเทียบกับระดับความลึกที่เป็นตัวแปรไร้หน่วย คือ Z/L โดยที่

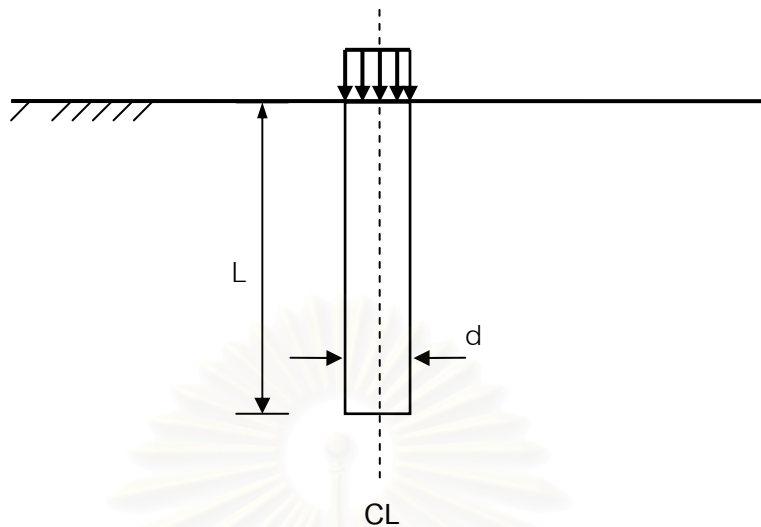
p	=	หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็ม
d	=	เส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็ม

L	=	ความยาวเสาเข็ม
P	=	แรงกระทำทั้งหมดที่หัวเสาเข็ม
Z	=	ความลึกจากระดับผิวดิน

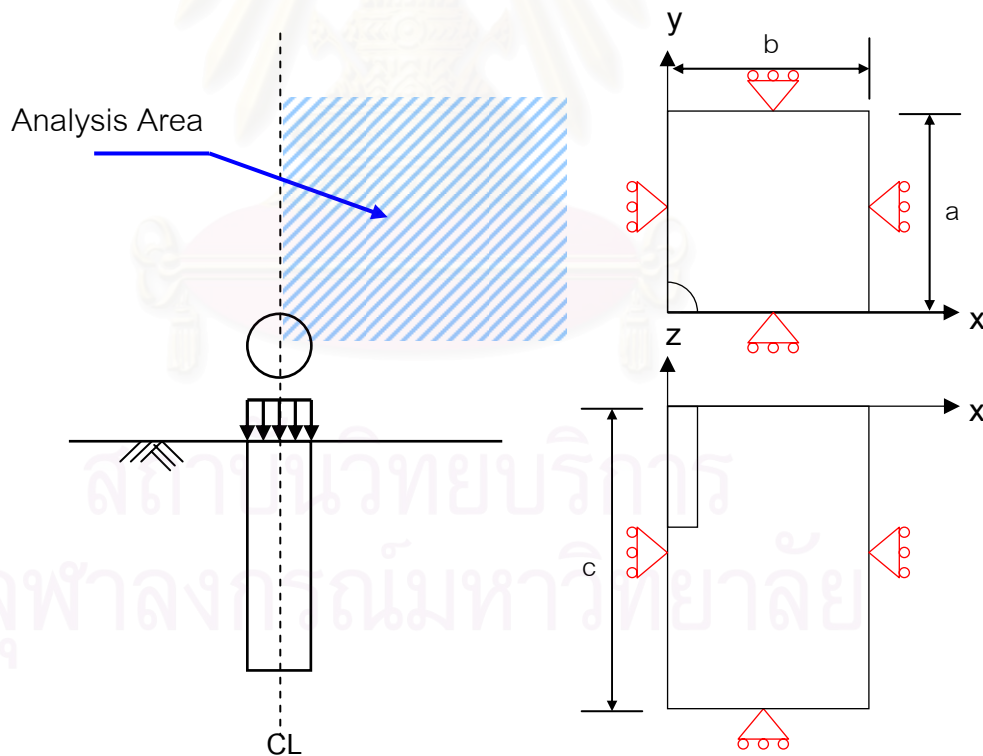
จากผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ (Poulos และ Davis, 1974) สำหรับกรณี $K = 50$ แรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มจะมีค่าสูงมากที่บริเวณหัวเสาเข็มและจะมีค่าลดลงมาเรื่อยๆ ซึ่งแรงเฉือนที่บริเวณปลายเสาเข็มจะมีค่าต่ำมากเมื่อเทียบกับที่หัวเสาเข็ม จากสาเหตุดังกล่าวทำให้โครงข่ายสำหรับกรณีนี้มีความละเอียดสูงมากในบริเวณหัวเสาเข็มแต่มีความละเอียดที่ปลายเสาเข็มเพิ่มขึ้นน้อยมาก สำหรับกรณี $K = 5000$ แรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มจะมีค่าค่อนข้างคงที่ตลอดความยาวแต่จะมากที่สุดบริเวณปลาย ซึ่งทำให้โครงข่ายสำหรับกรณีนี้มีความละเอียดสูงขึ้นตลอดความยาวเสาเข็มแต่ความละเอียดจะสูงมากในบริเวณปลายเสาเข็ม และเนื่องจากในกรณีนี้ดินอ่อนตัวมากเมื่อเทียบกับเสาเข็มทำให้พฤติกรรมการรับแรงของเสาเข็มเป็นการรับแรงแบบทานที่ปลายเสาเข็ม(end bearing)มากขึ้น ส่งผลให้โครงข่ายที่บริเวณใต้เสาเข็มมีความละเอียดสูงขึ้นด้วยเช่นเดียวกัน ส่วนที่บริเวณหัวเสาเข็มความละเอียดที่เพิ่มขึ้นจะน้อยกว่าในกรณี $K = 50$

จากการเปรียบเทียบแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มของโครงข่ายเริ่มต้นและที่รอบสุดท้ายของการวิเคราะห์พบว่าสำหรับกรณี $K = 50$ และ $V_s = 0$ หน่วยแรงเฉือนที่ได้ในรอบแรกมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์มากและจากการเพิ่มความละเอียดผลการวิเคราะห์ในรอบแรกกับรอบสุดท้ายมีความแตกต่างกันน้อยมาก เนื่องจากความคลาดเคลื่อนในรอบแรกมีค่าไม่สูงมากและความคลาดเคลื่อนของทั้งสองรอบต่างกันไม่มากนัก (23.1 % และ 7.9 %) ส่วนในกรณี $V_s = 0.5$ หน่วยแรงเฉือนที่ได้จากรอบแรกจะต่างกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์มาก แต่เมื่อเพิ่มความละเอียดแล้วทำให้ผลการวิเคราะห์มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์มากขึ้นแต่ก็ยังคงมีความแตกต่างเล็กน้อยที่บริเวณหัวเสาเข็ม ซึ่งหน่วยแรงในรอบแรกและรอบสุดท้ายมีความแตกต่างอย่างชัดเจนเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในรอบแรกมีค่าสูงและความคลาดเคลื่อนของทั้งสองรอบต่างกันมาก(47.4 % และ 13.4 %)

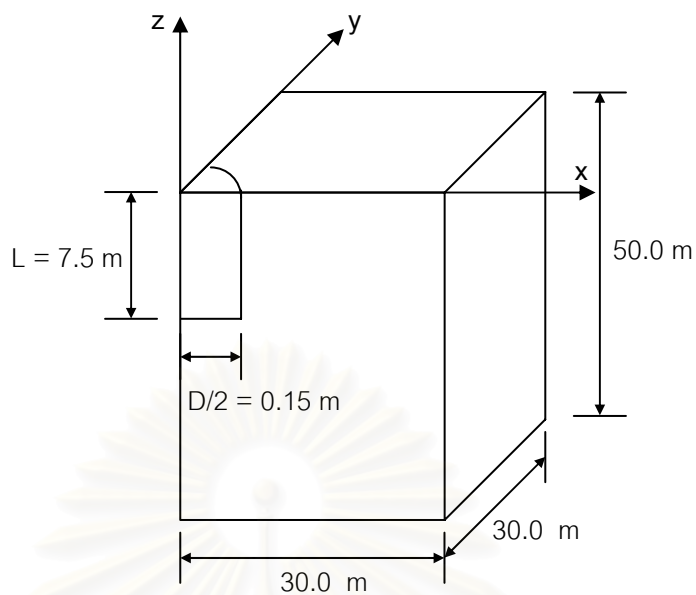
สำหรับกรณี $K = 5000$ และ $V_s = 0$ หน่วยแรงเฉือนที่ได้ในรอบแรกมีค่าค่อนข้างใกล้เคียงกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์และจากการเพิ่มความละเอียดผลการวิเคราะห์ในรอบสุดท้ายมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ขึ้นเล็กน้อย เนื่องจากความคลาดเคลื่อนในรอบแรกมีค่าไม่สูงมากและความคลาดเคลื่อนของทั้งสองรอบต่างกันไม่มากนัก (27.8 % และ 10.9 %) ส่วนในกรณี $V_s = 0.5$ หน่วยแรงเฉือนที่ได้จากรอบแรกจะต่างกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์อย่างมากและค่าที่ได้ยังคงมีความแปรปรวนสูง แต่เมื่อเพิ่มความละเอียดแล้วทำให้ผลการวิเคราะห์มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ขึ้นอย่างมากแต่ก็ยังคงแตกต่างกันเล็กน้อย ซึ่งหน่วยแรงในรอบแรกและรอบสุดท้ายมีความแตกต่างอย่างชัดเจนเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในรอบแรกมีค่าสูงมากและความคลาดเคลื่อนของทั้งสองรอบต่างกันอย่างมาก(67.3 % และ 19.8 %)



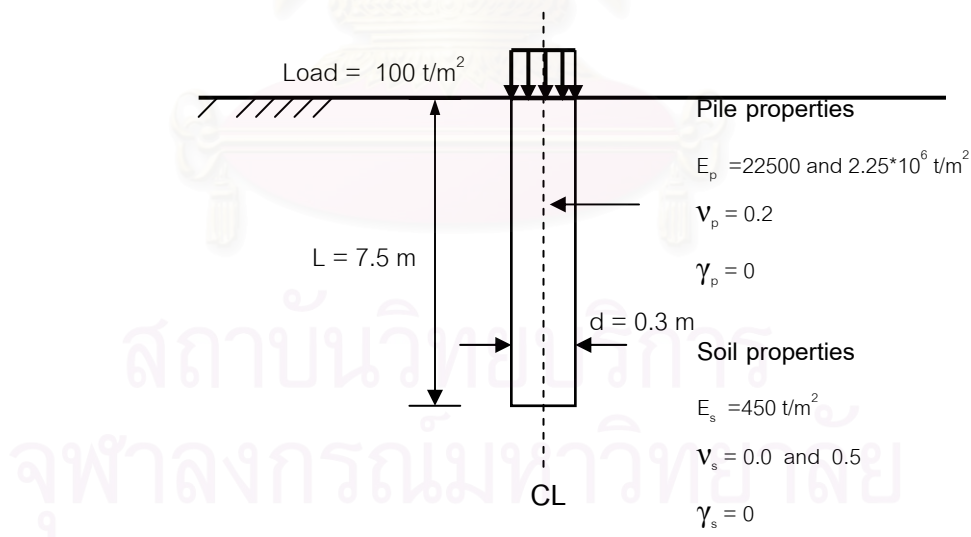
รูปที่ 5.1 ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย (single floating pile)



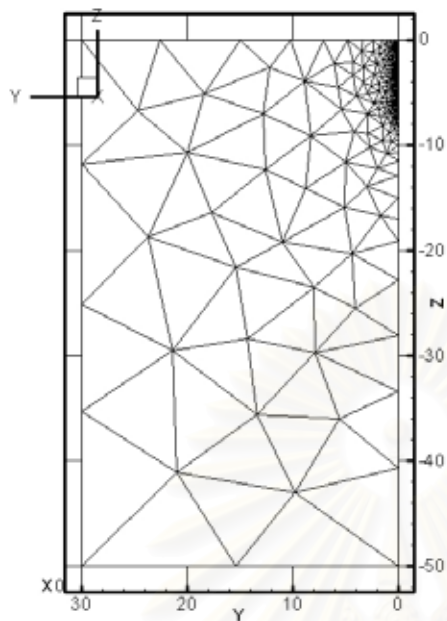
รูปที่ 5.2 โครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยและเงื่อนไขขอบเขต



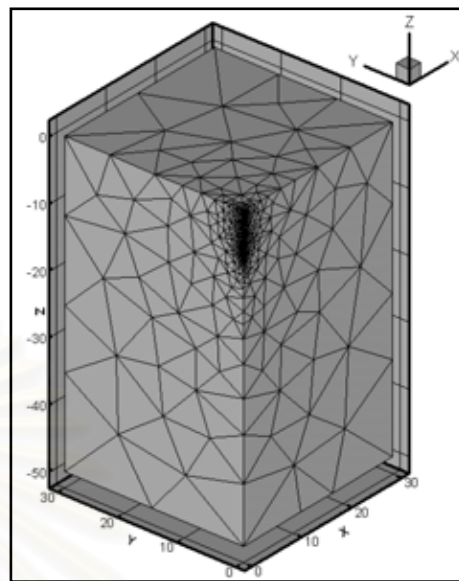
รูปที่ 5.3 ขนาดโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย



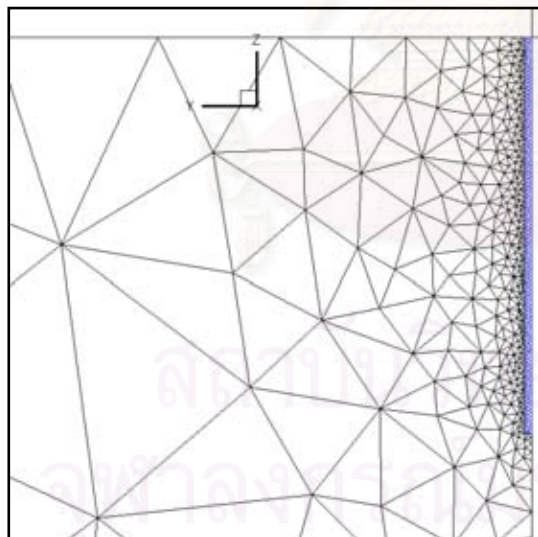
รูปที่ 5.4 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย



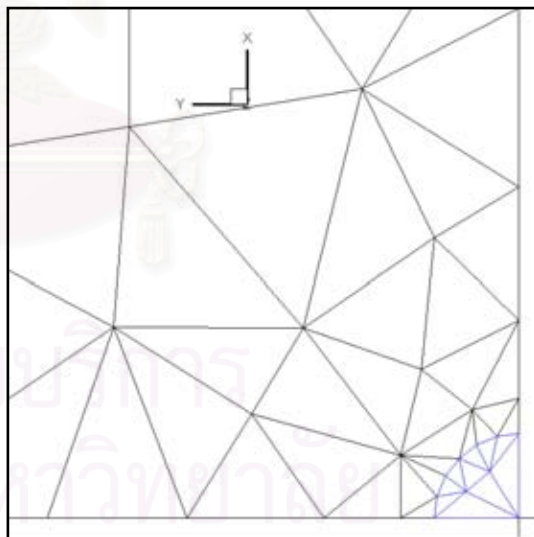
(ก) มุมมองด้านข้าง



(ข) มุมมอง 3 มิติ

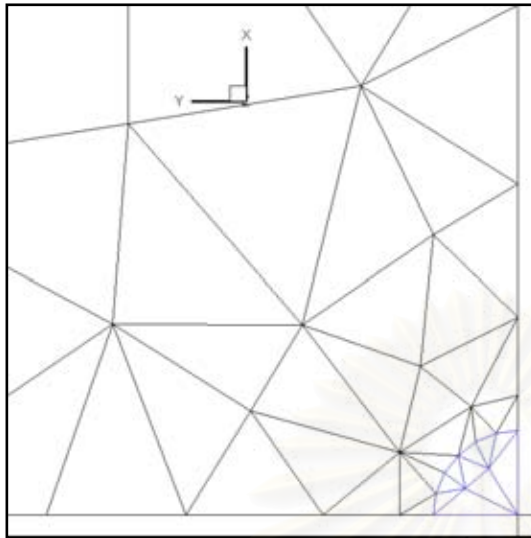


(ค) มุมมองด้านข้าง(ขยาย)

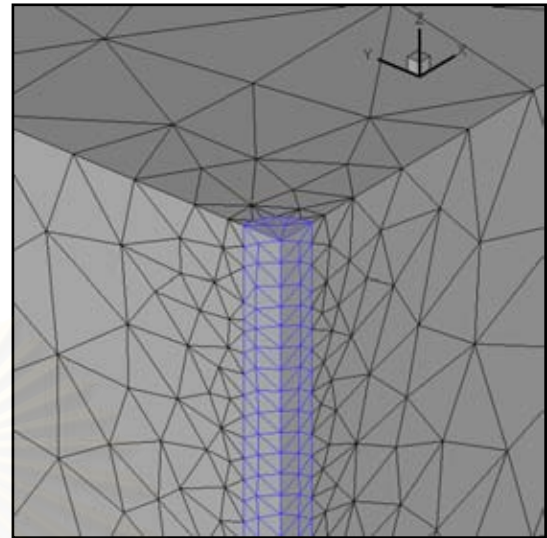


(ง) มุมมองด้านบน

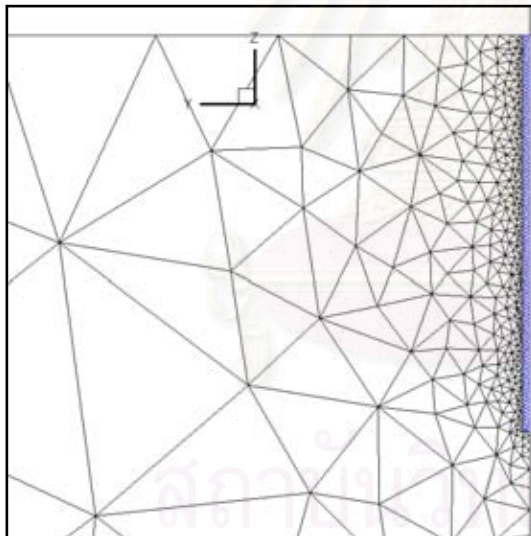
รูปที่ 5.5 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย



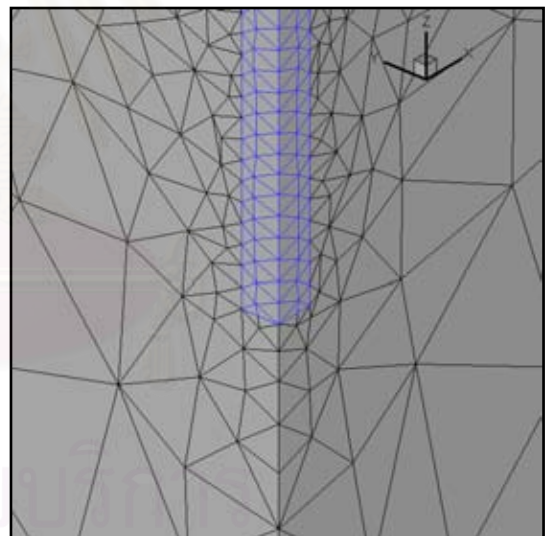
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

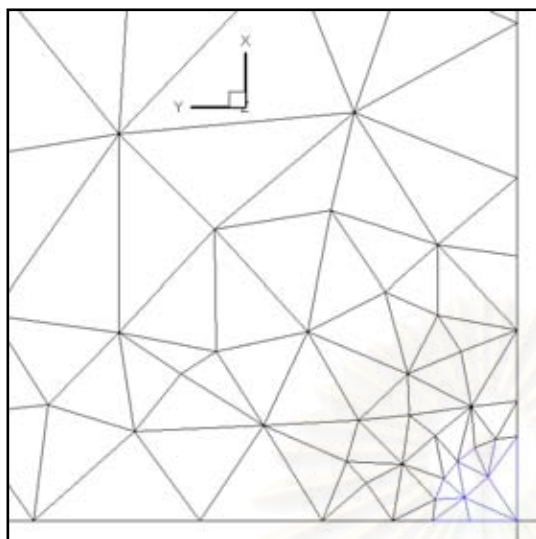


(ค) มุมมองด้านข้าง

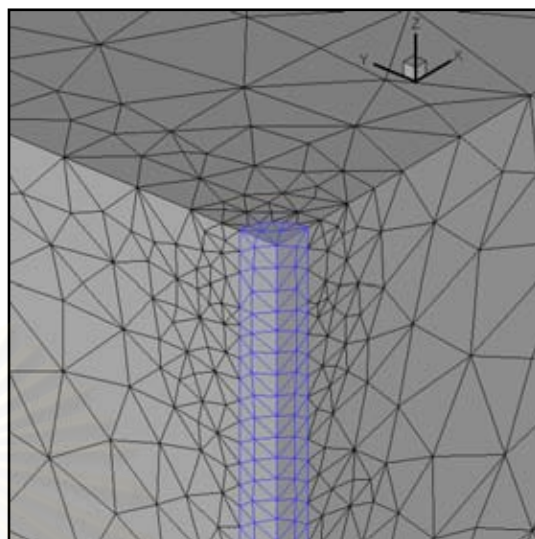


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

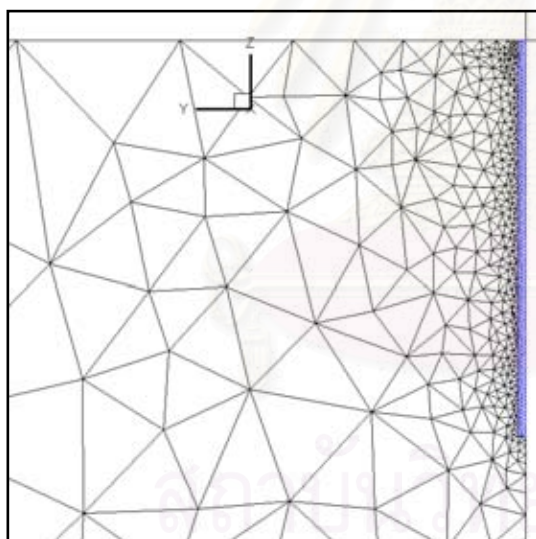
รูปที่ 5.6 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50, V_s = 0.5$
 (2615 จุดต่อ 12458 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 47.4 %)



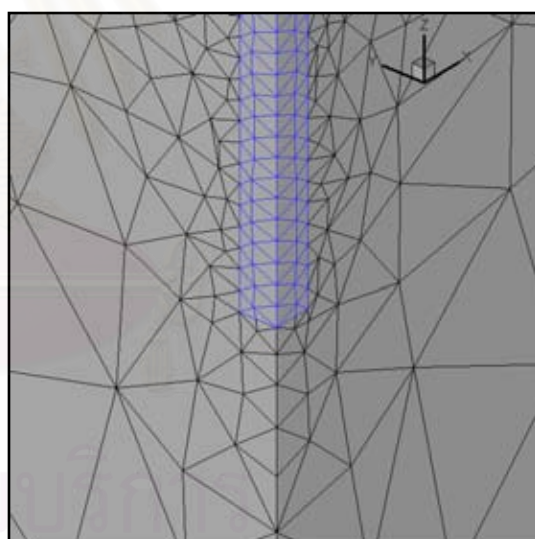
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

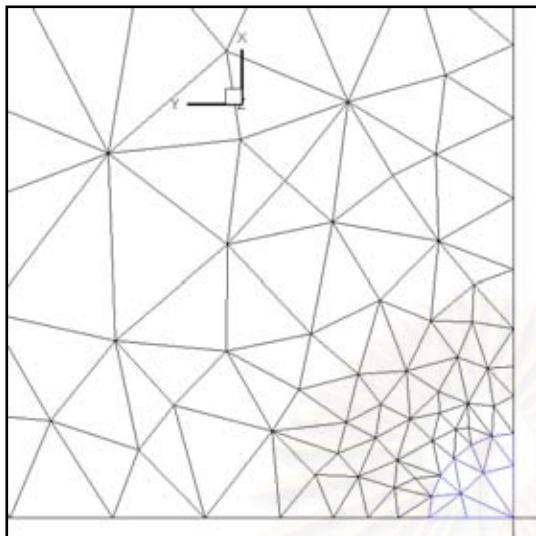


(ค) มุมมองด้านข้าง

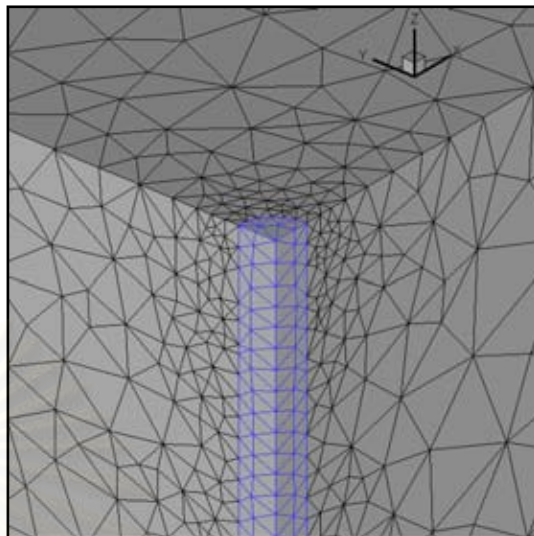


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

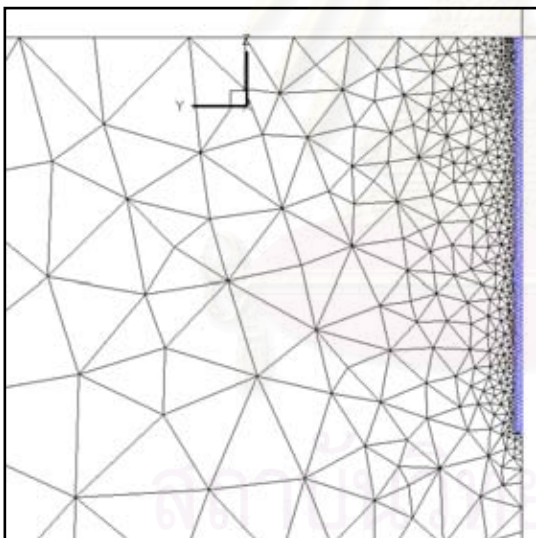
รูปที่ 5.7 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณี $K = 50, V_s = 0.5$ (3853 จุดต่อ 18581 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 27.3 %)



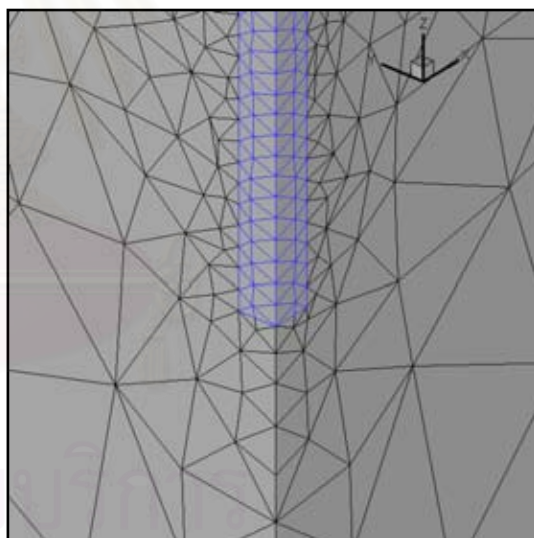
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

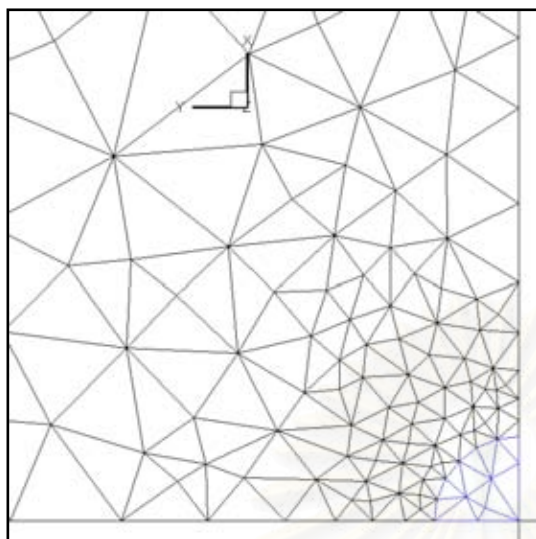


(ค) มุมมองด้านข้าง

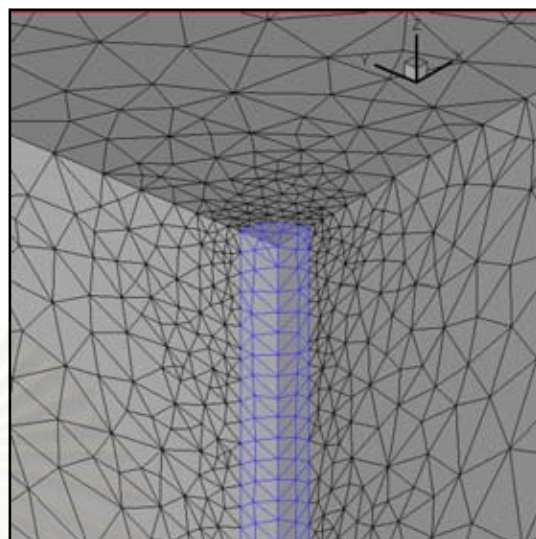


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

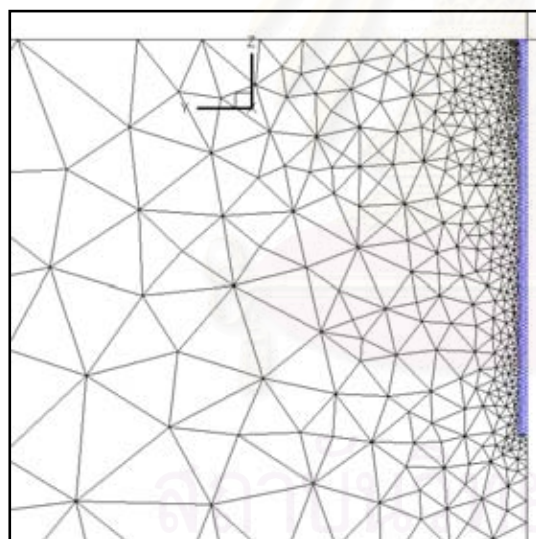
รูปที่ 5.8 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณี $K = 50, V_s = 0.5$ (5487 จุดต่อ 26863 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 21.9 %)



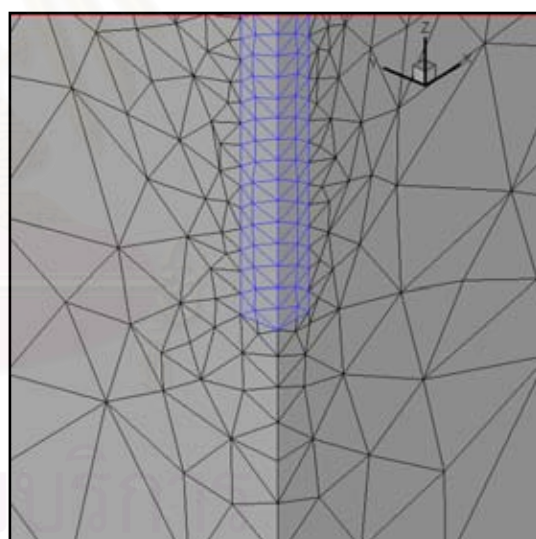
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

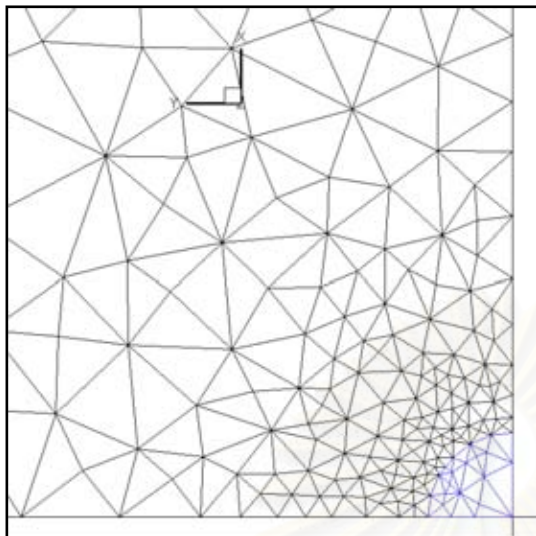


(ค) มุมมองด้านข้าง

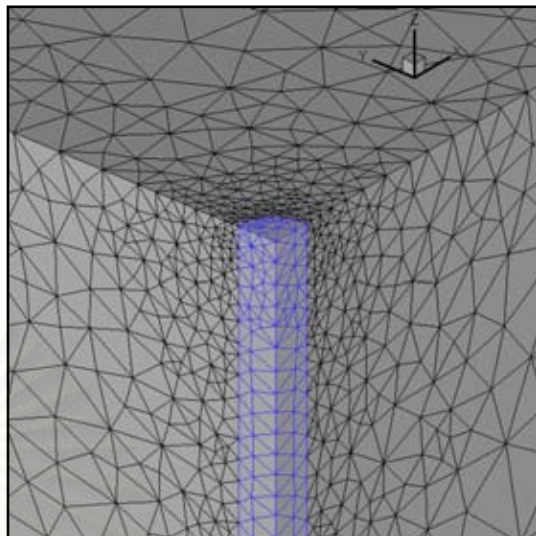


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

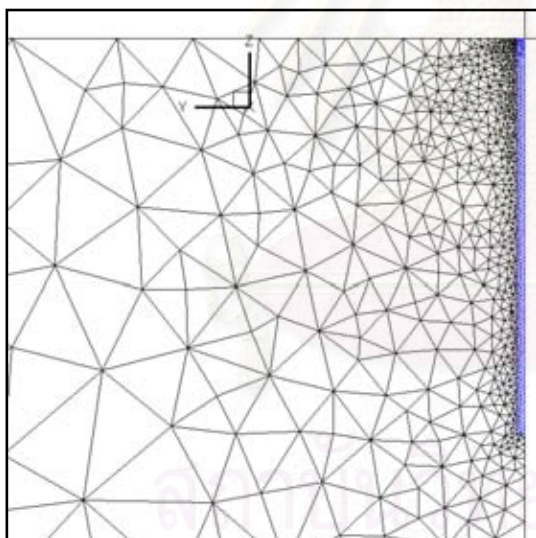
รูปที่ 5.9 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณี $K = 50, V_s = 0.5$ (7936 จุดต่อ 39394 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 18.2 %)



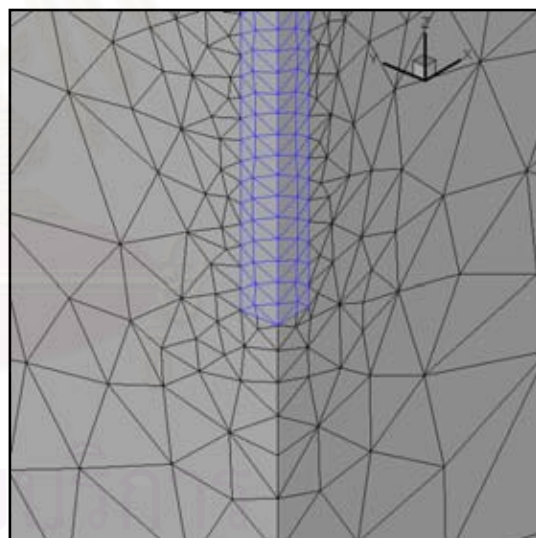
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

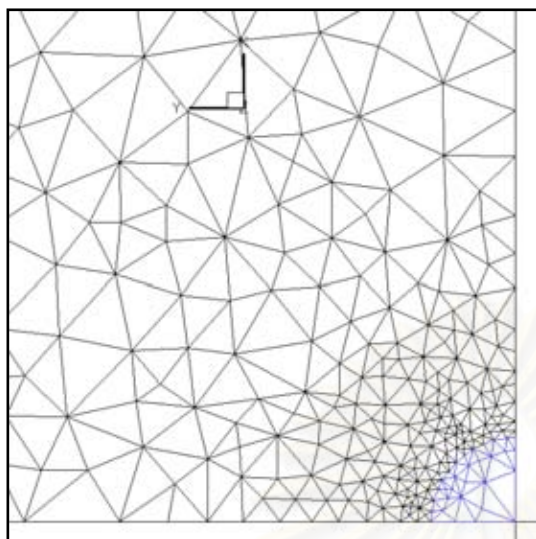


(ค) มุมมองด้านข้าง

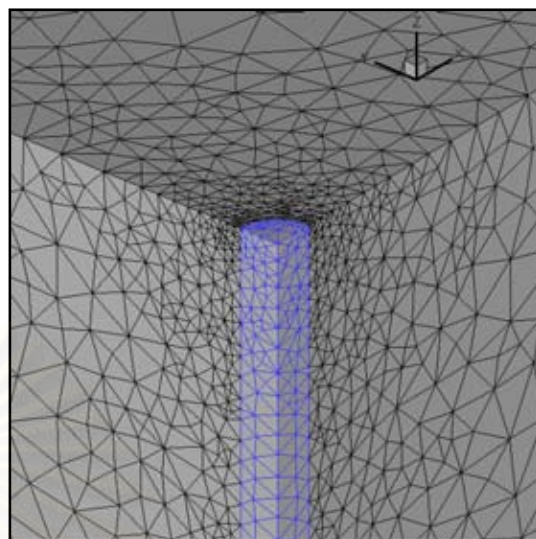


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

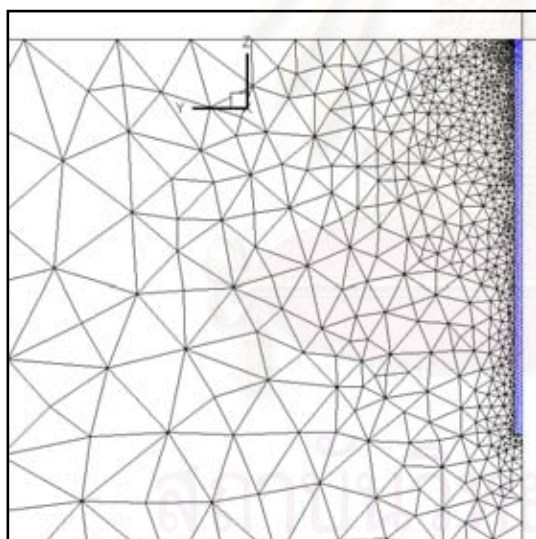
รูปที่ 5.10 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50, V_s = 0.5$ (11430 จุดต่อ 57519 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 15.4 %)



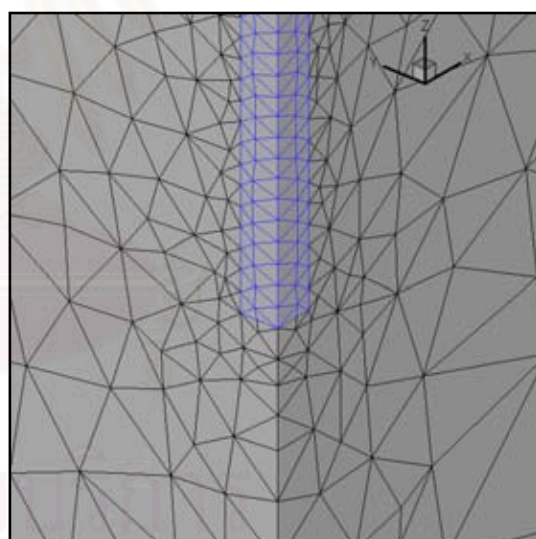
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

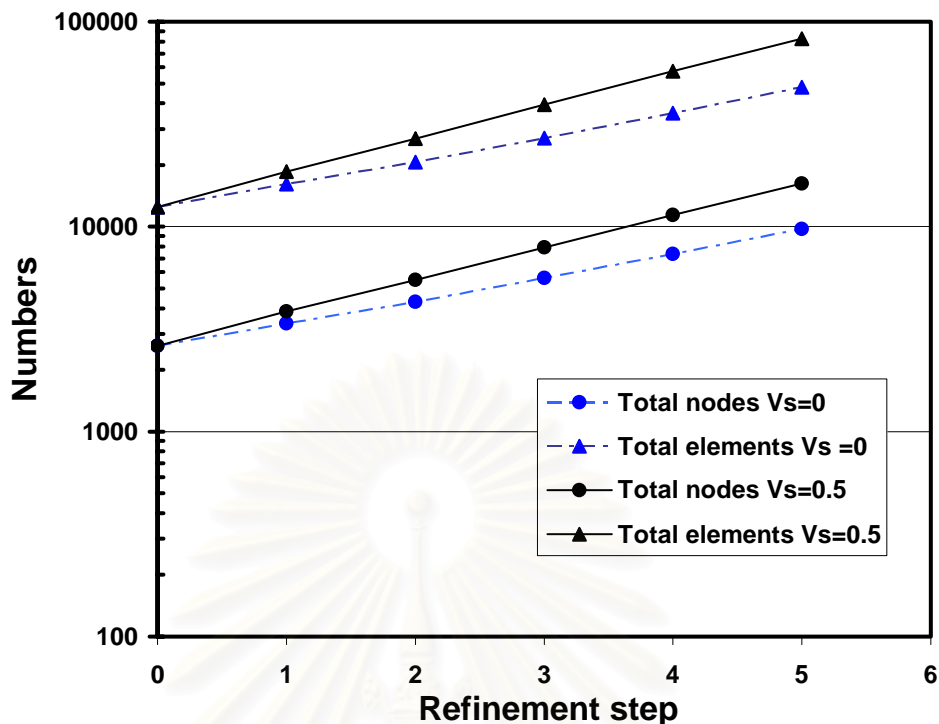


(ค) มุมมองด้านข้าง

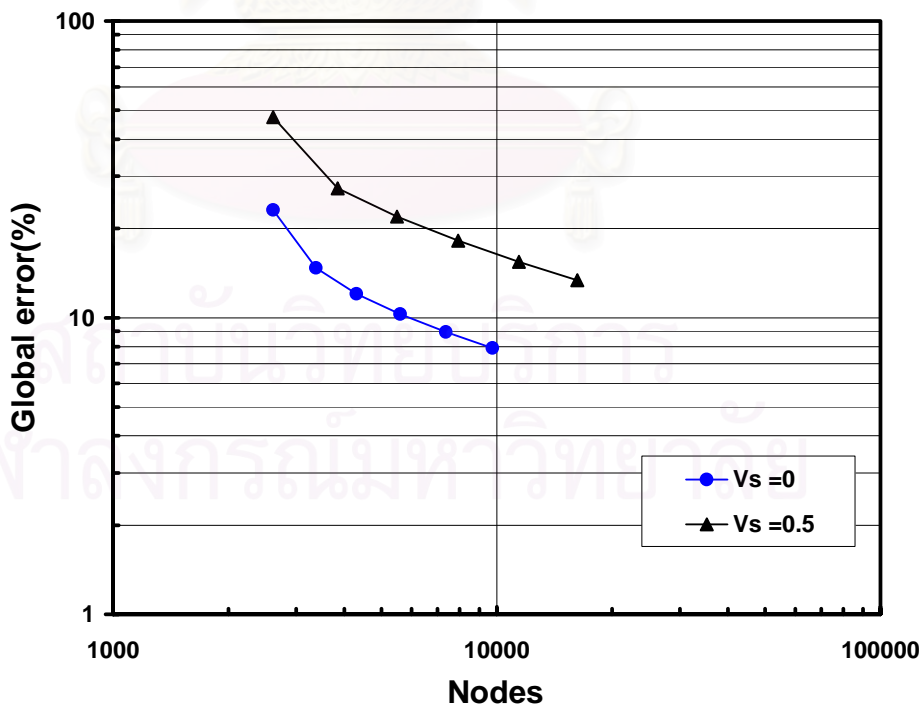


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

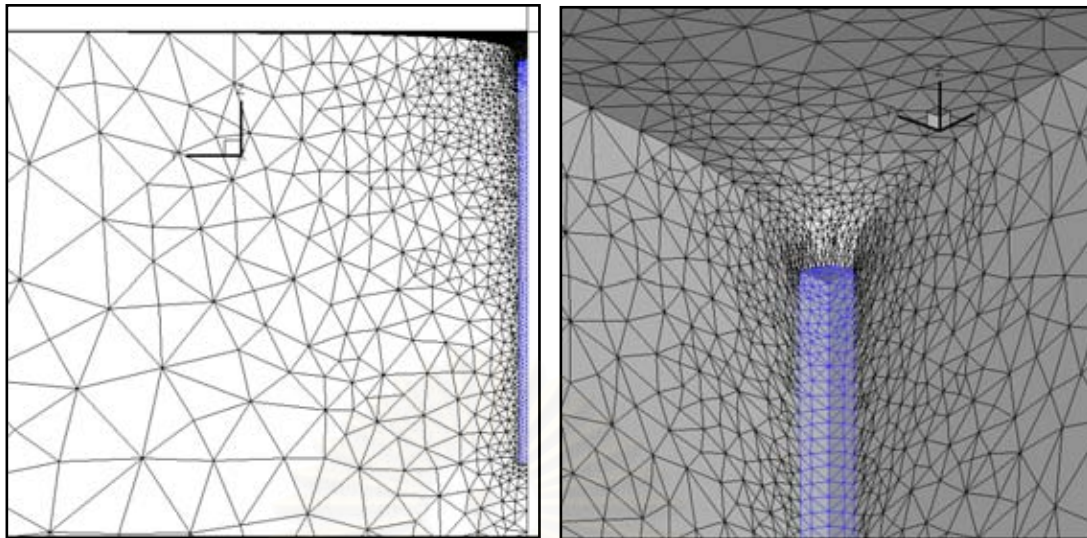
รูปที่ 5.11 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50, V_s = 0.5$ (16211 จุดต่อ 82472 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 13.4 %)



รูปที่ 5.12 จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี K = 50



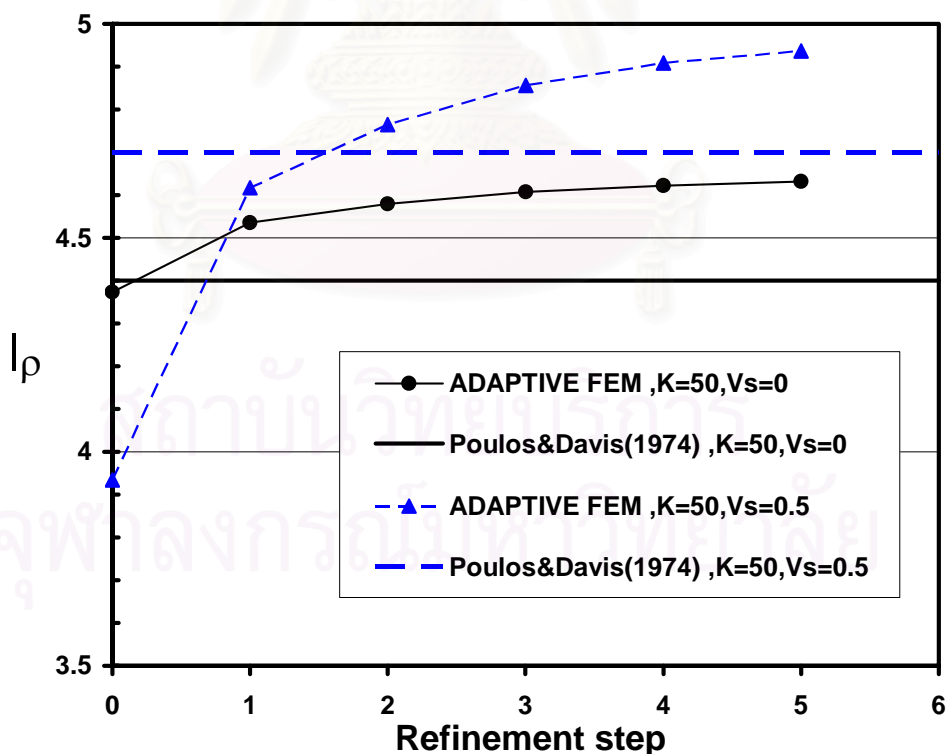
รูปที่ 5.13 ความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี K = 50



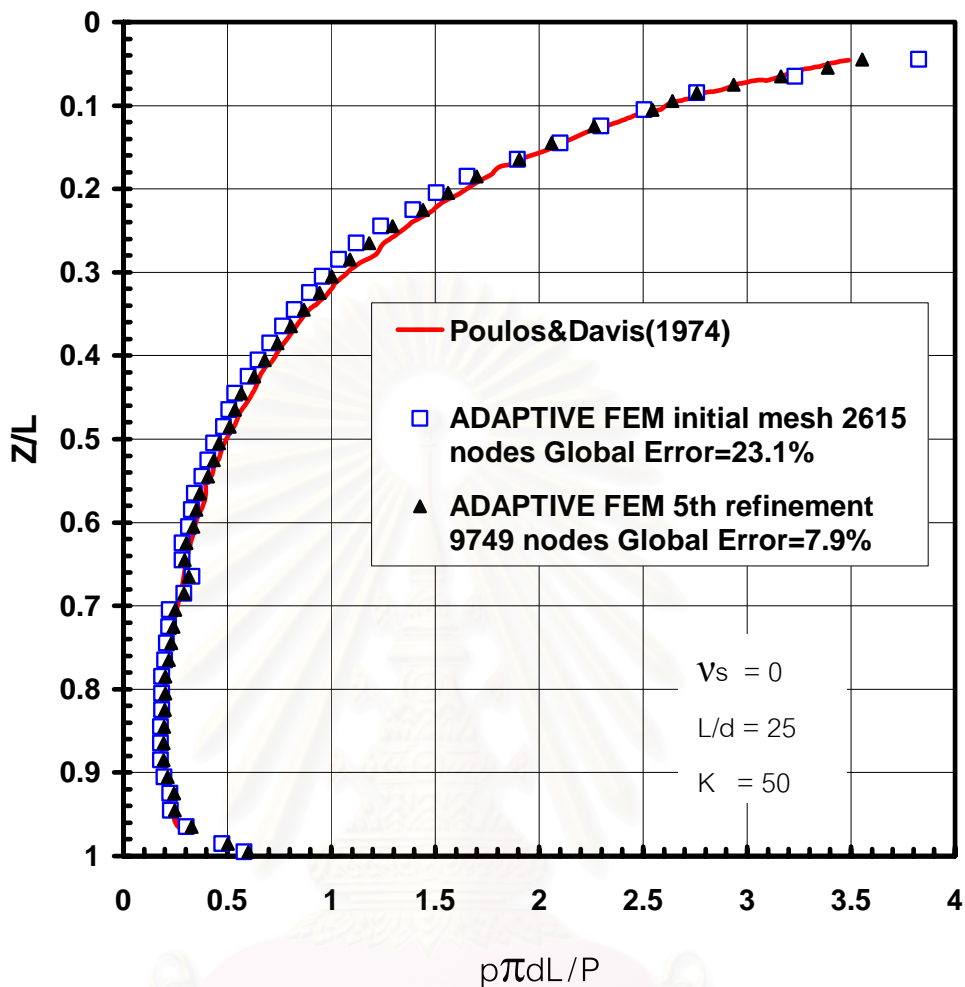
(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

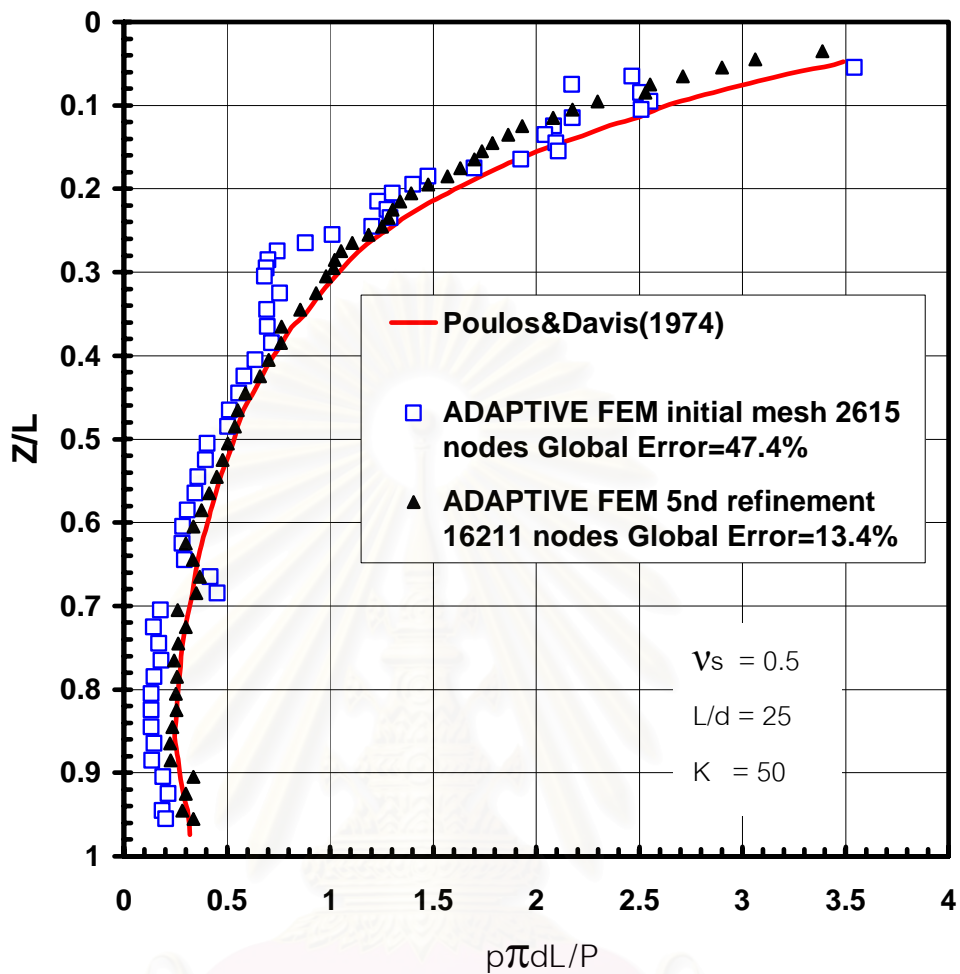
รูปที่ 5.14 โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50, V_s = 0.5$ (แสดงโครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5)



รูปที่ 5.15 การทูลดตัวที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50$

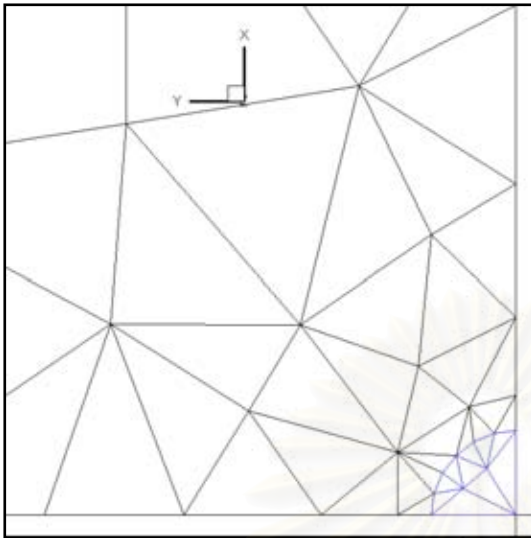


รูปที่ 5.16 หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มก่อนและหลังเพิ่มความละเอียดเปรียบเทียบกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50, V_s = 0$

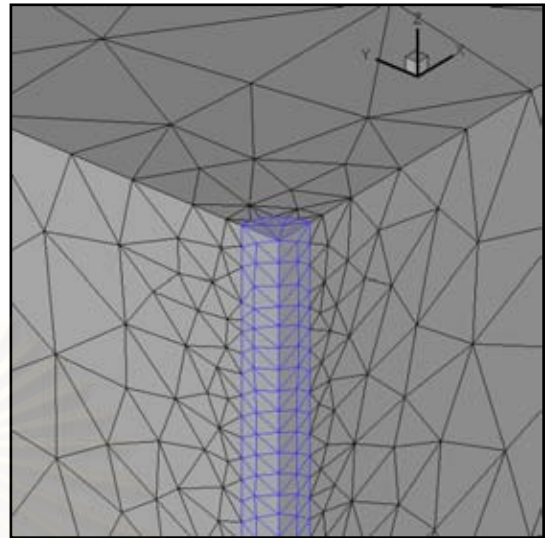


รูปที่ 5.17 หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มก่อนและหลังเพิ่มความละเอียดเปรียบเทียบกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 50$, $V_s = 0.5$

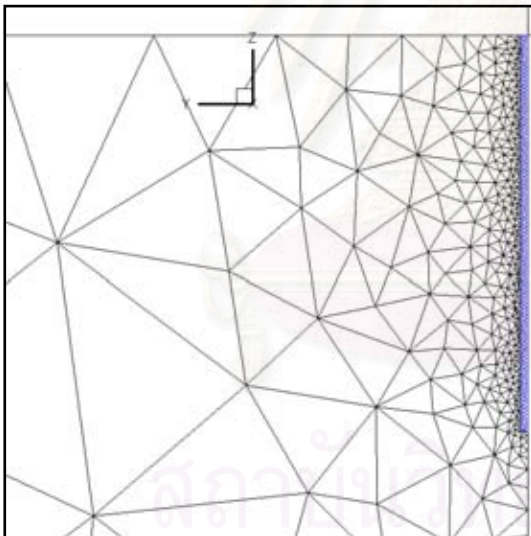
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



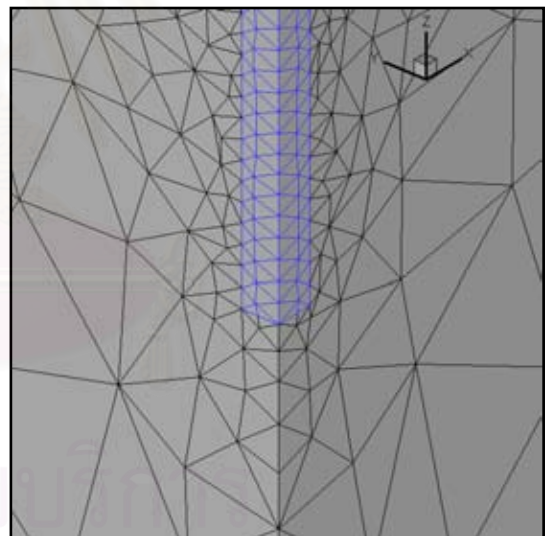
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

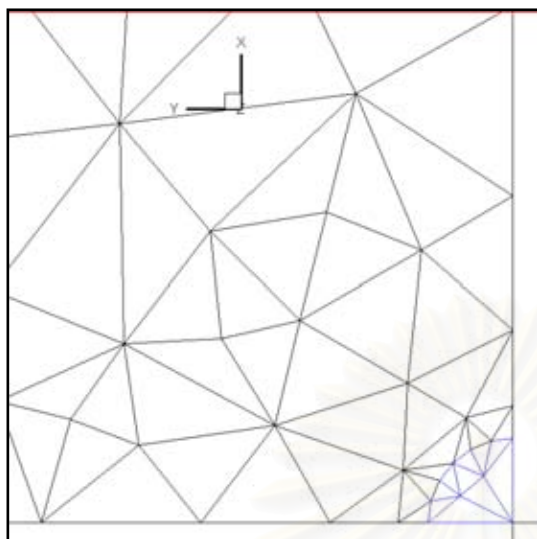


(ค) มุมมองด้านข้าง

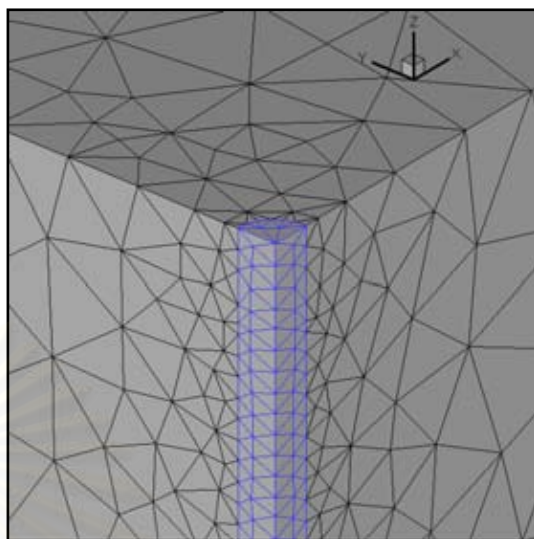


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

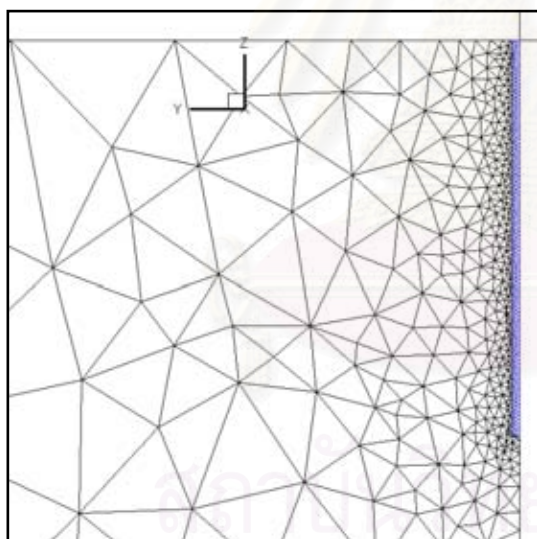
รูปที่ 5.18 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$
 (2615 จุดต่อ 12458 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 67.3 %)



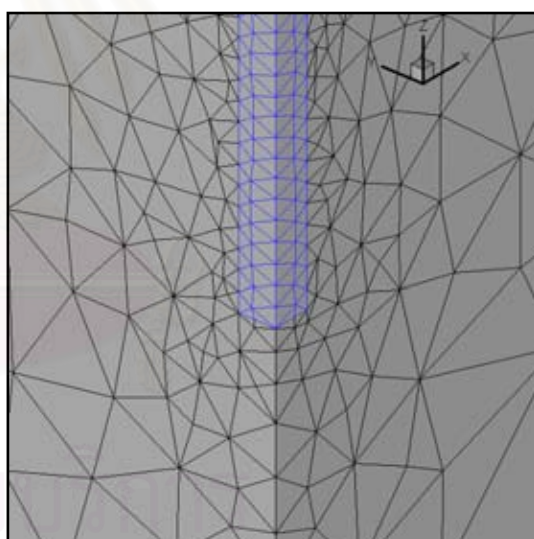
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

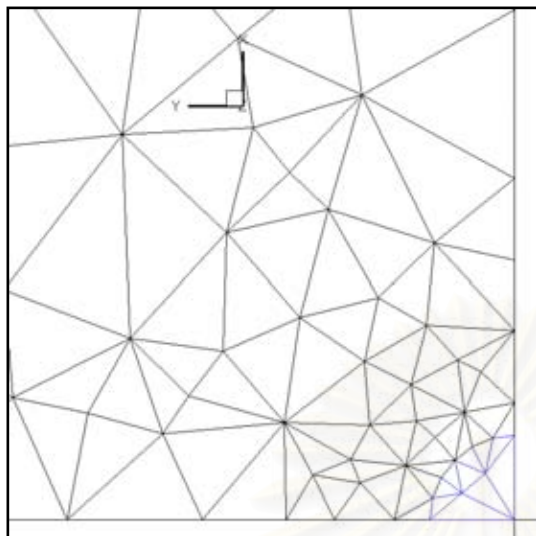


(ค) มุมมองด้านข้าง

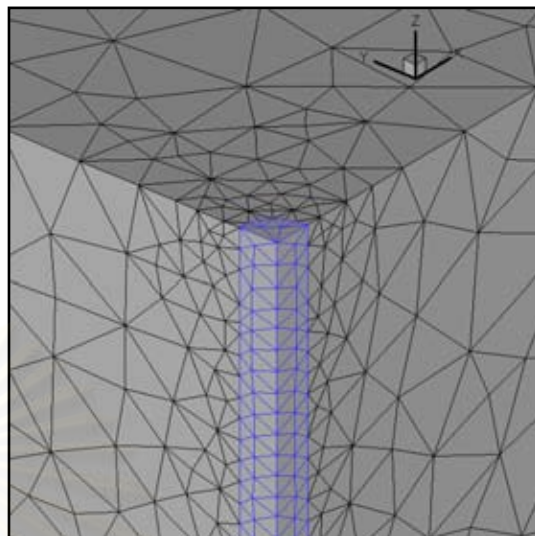


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

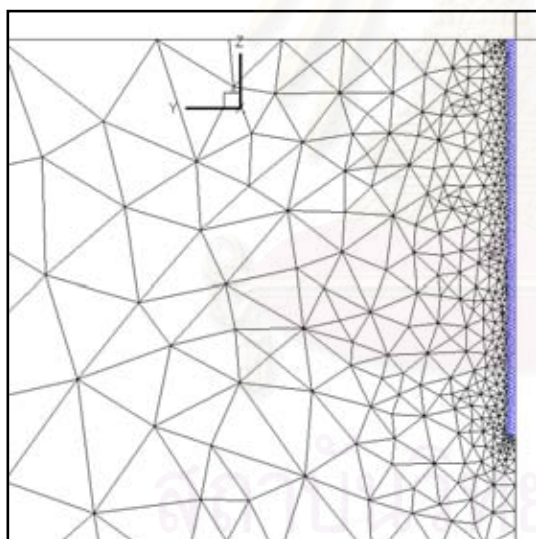
รูปที่ 5.19 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$ (4026 จุดต่อ 19492 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 42.0 %)



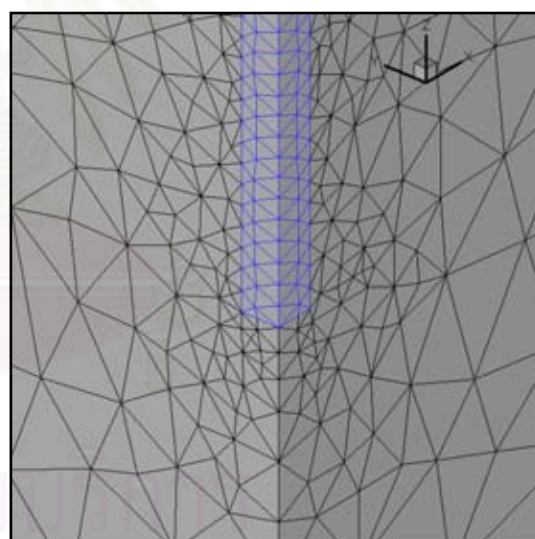
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

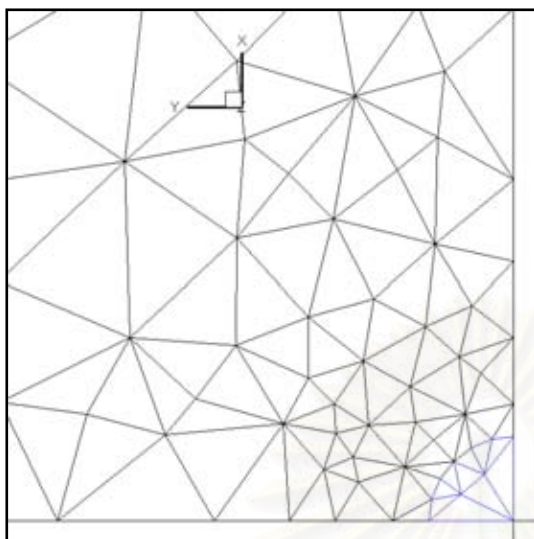


(ค) มุมมองด้านข้าง

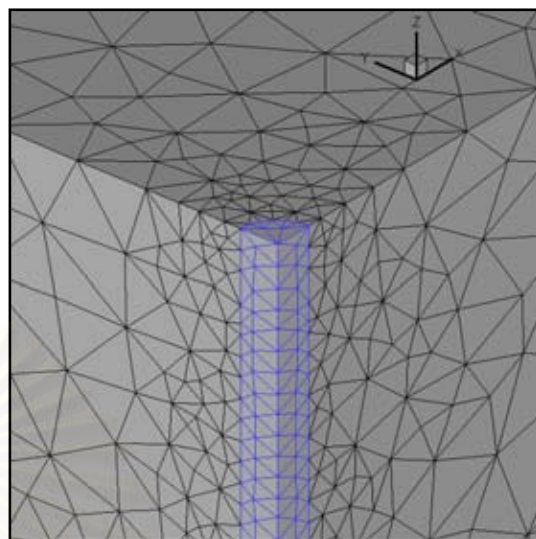


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

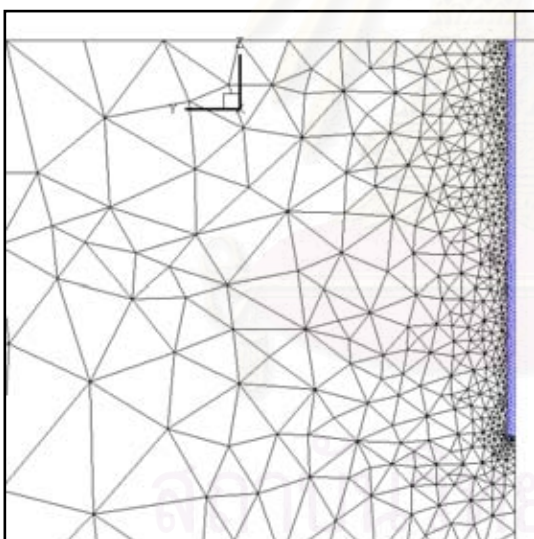
รูปที่ 5.20 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$ (6105 จุดต่อ 30123 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 33.1 %)



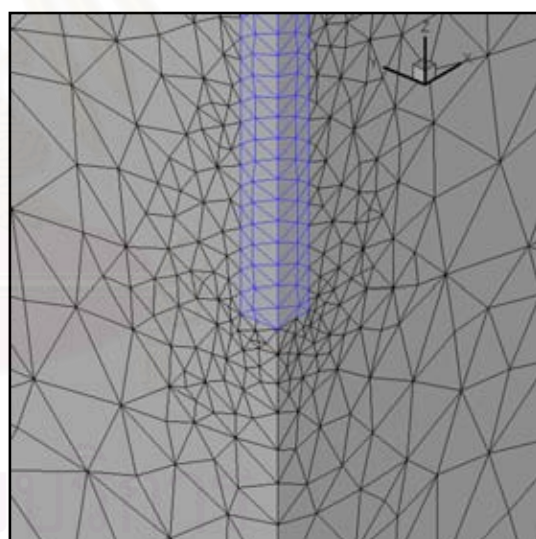
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

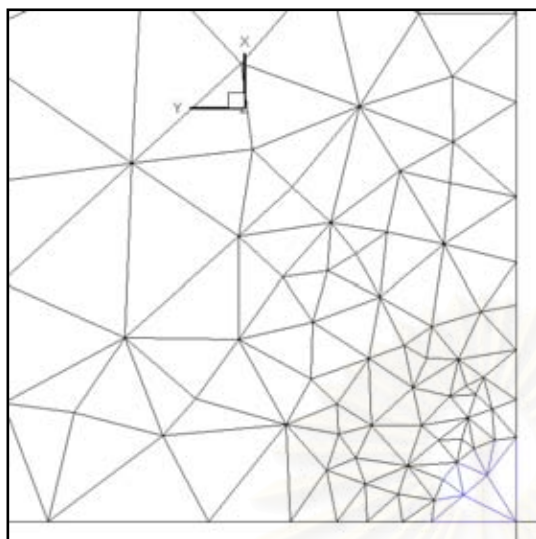


(ค) มุมมองด้านข้าง

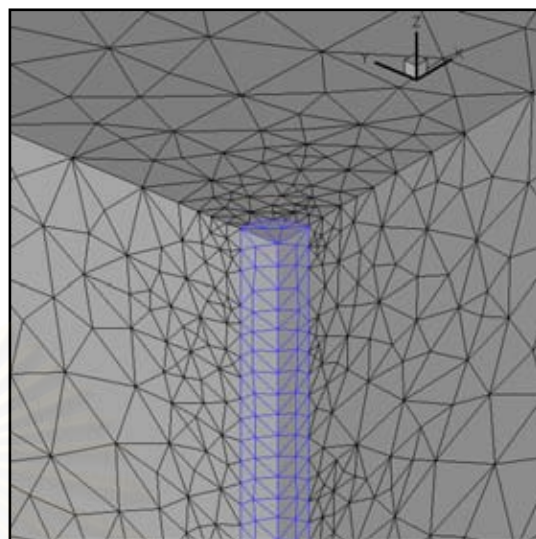


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

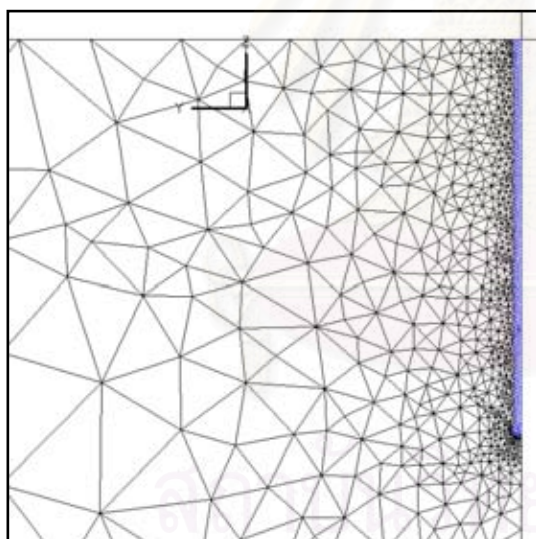
รูปที่ 5.21 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$ (9360 จุดต่อ 46882 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 27.3 %)



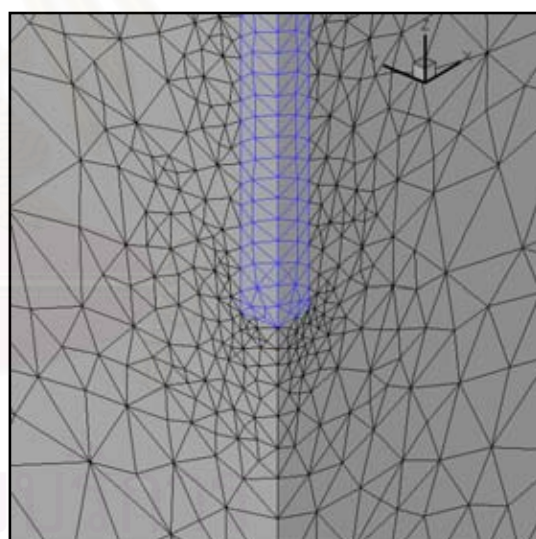
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

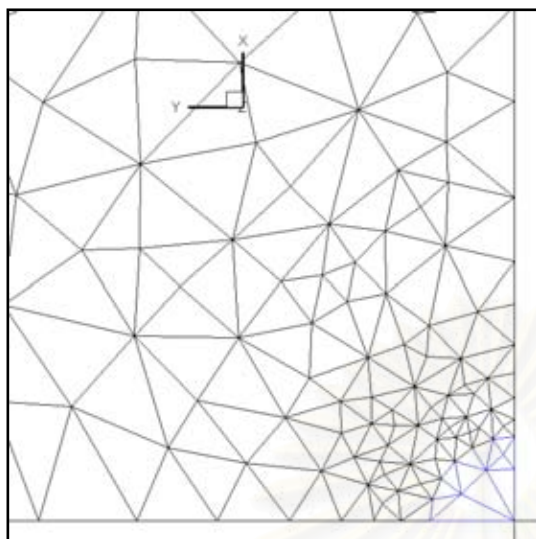


(ค) มุมมองด้านข้าง

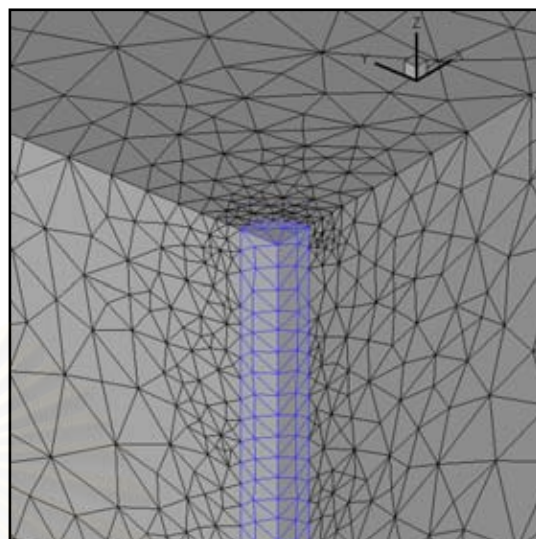


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

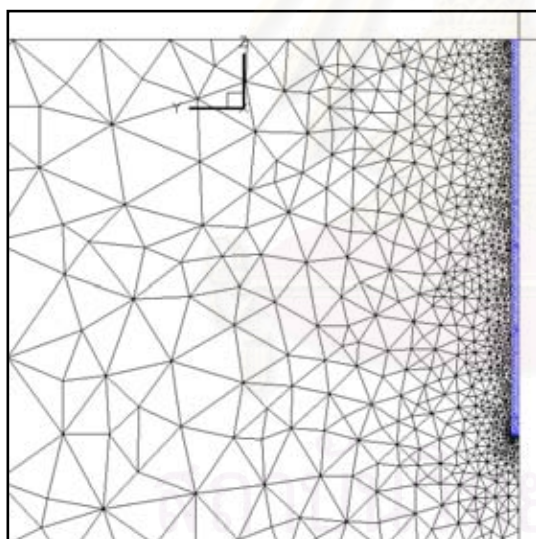
รูปที่ 5.22 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$ (13773 จุดต่อ 69722 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 23.1 %)



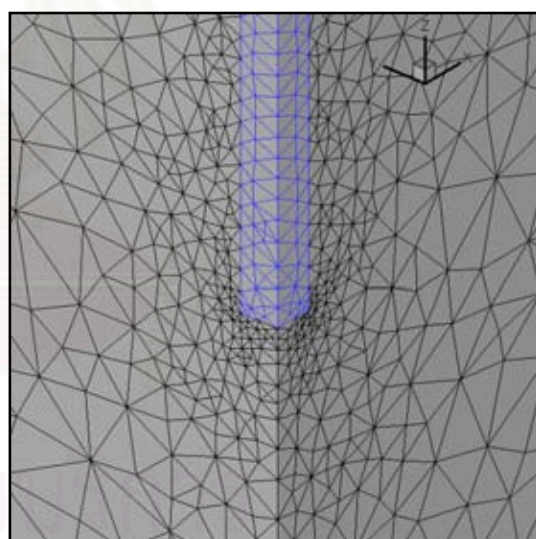
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

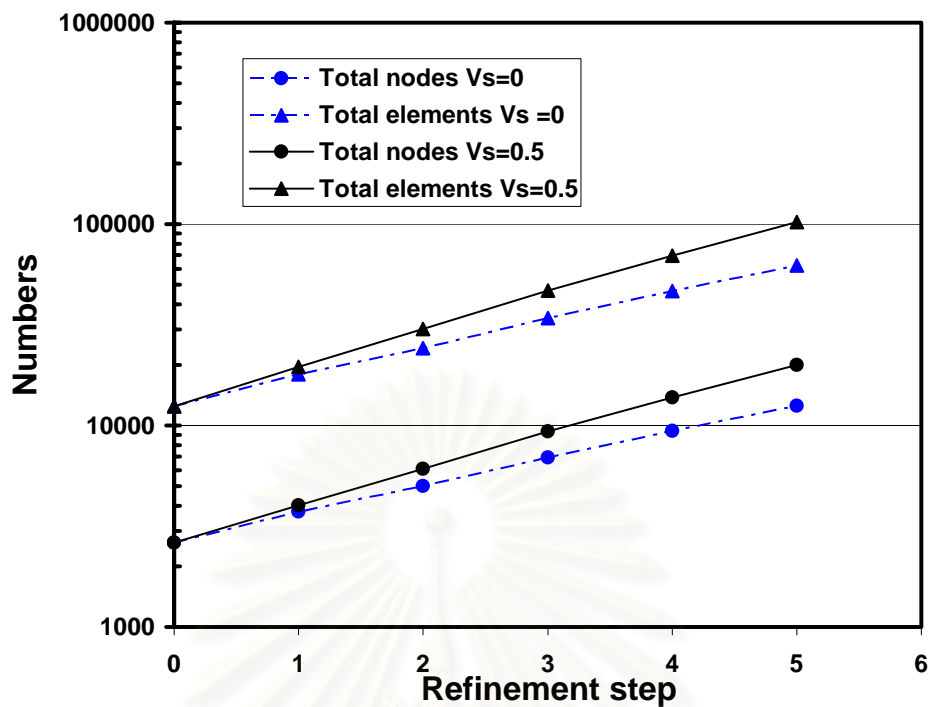


(ค) มุมมองด้านข้าง

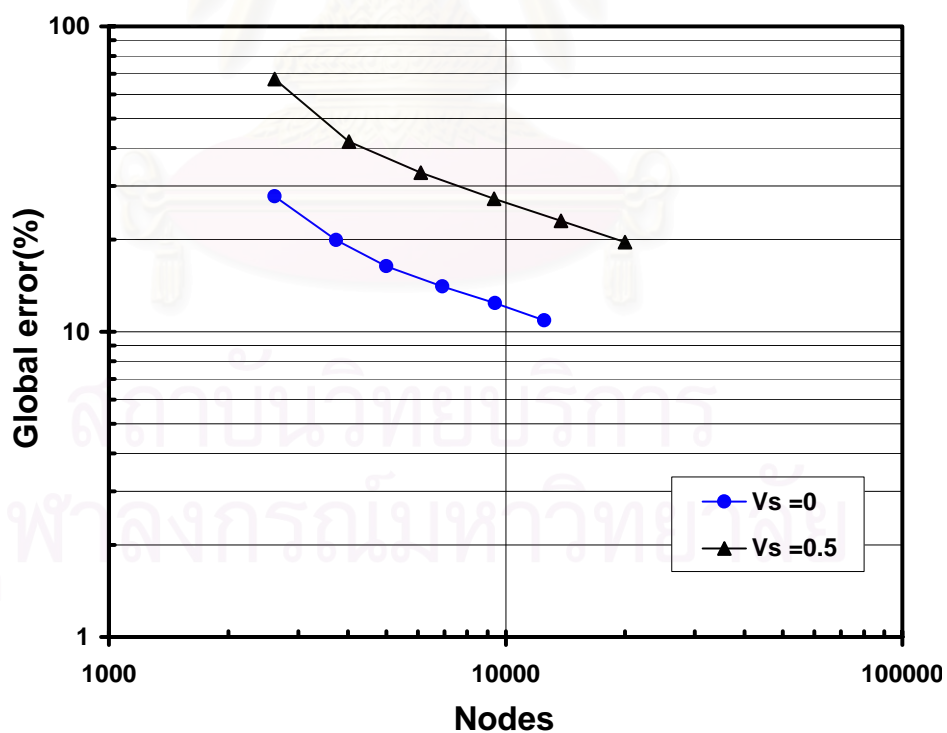


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

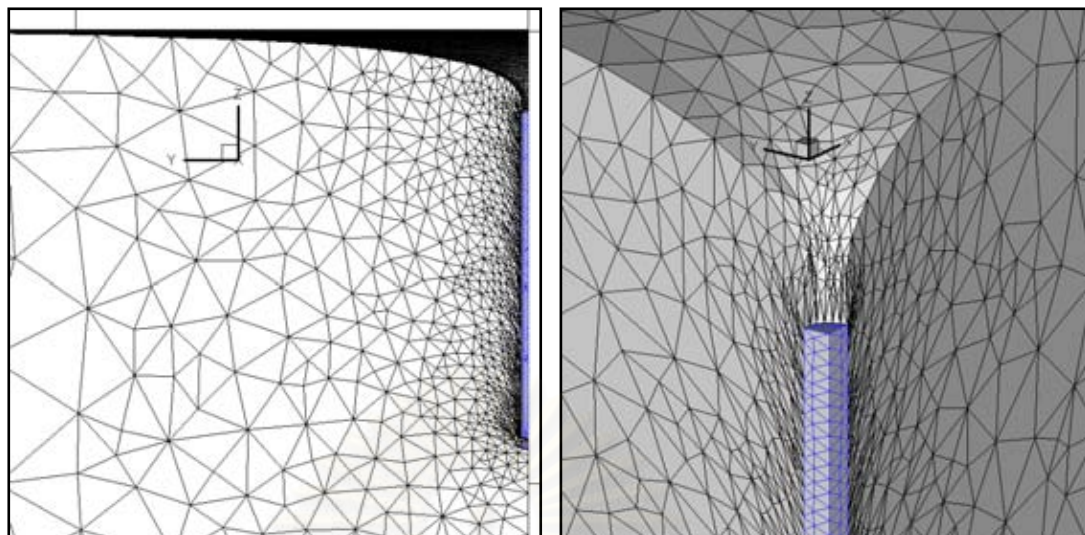
รูปที่ 5.23 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$ (20011 จุดต่อ 102140 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อน
 ระบบ 19.8 %)



รูปที่ 5.24 จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$



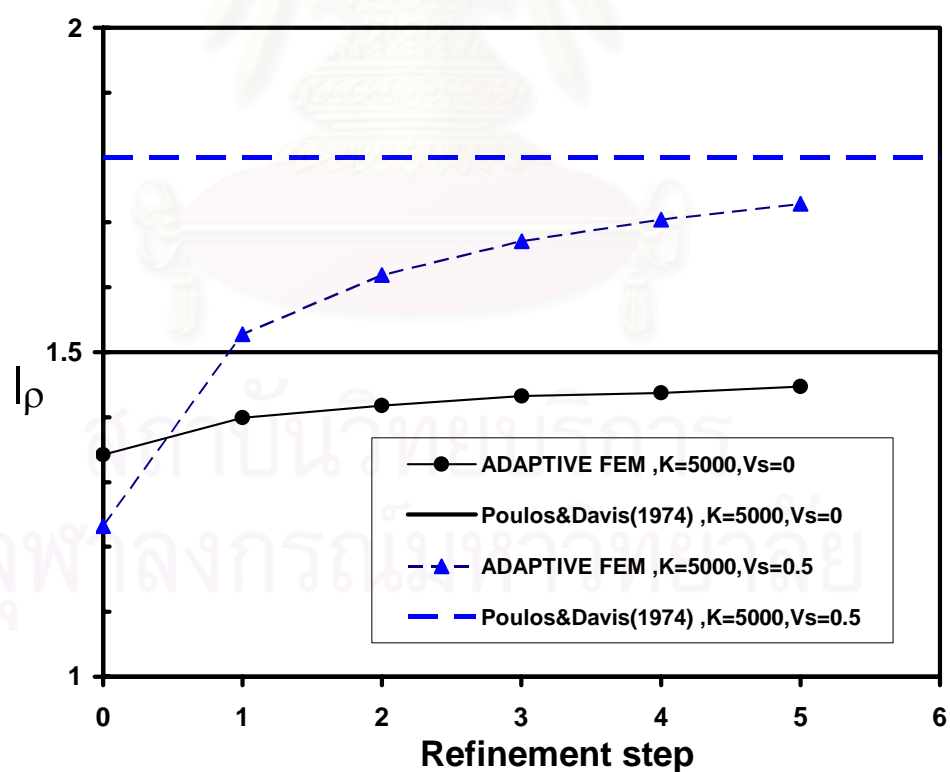
รูปที่ 5.25 ความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$



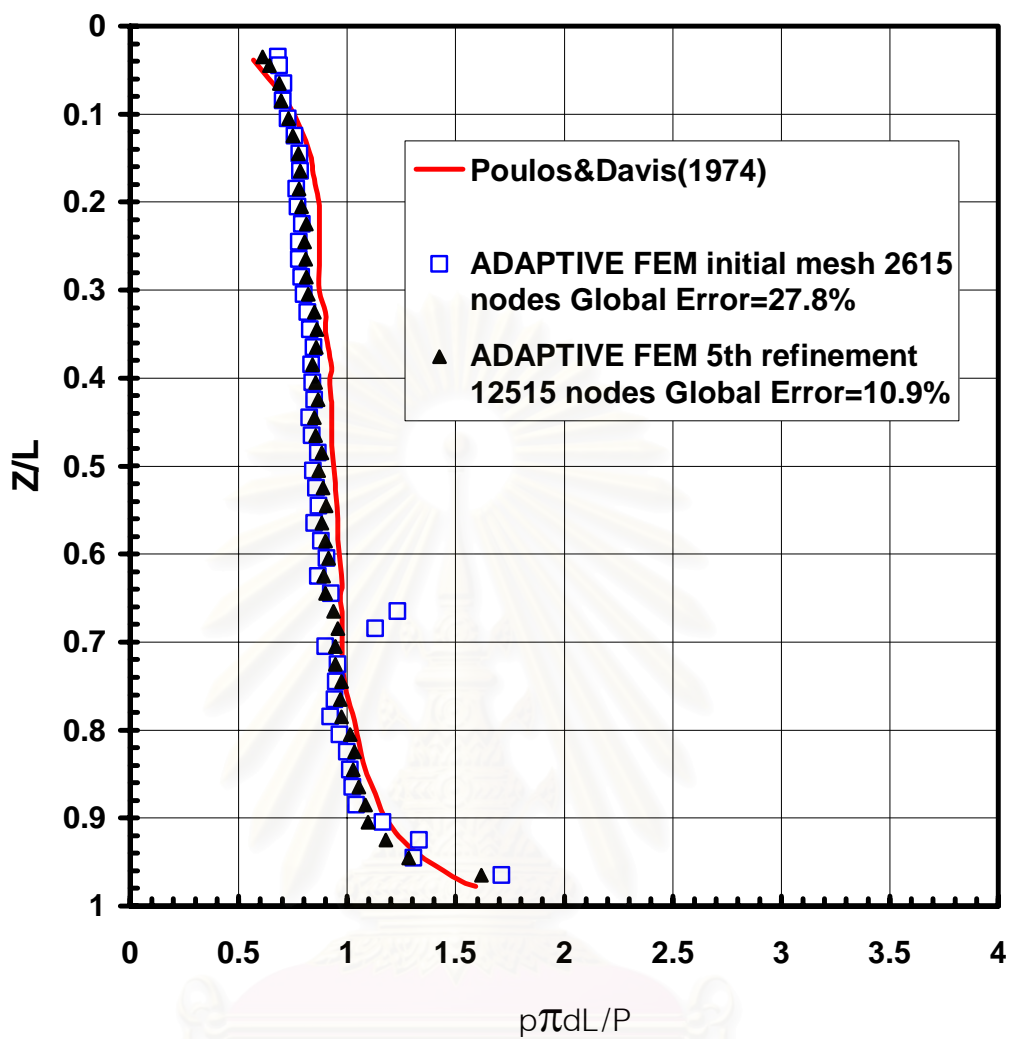
(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 5.26 โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัว สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$ (แสดงโครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5)

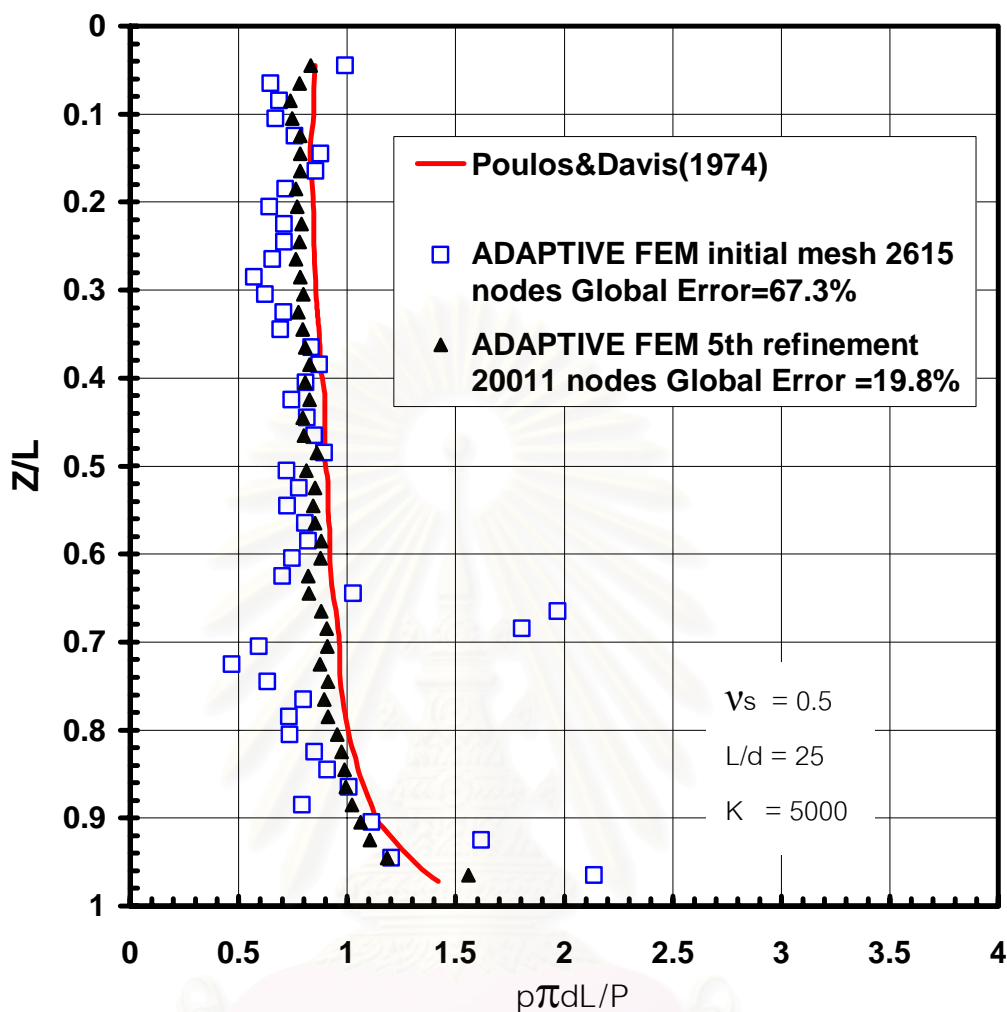


รูปที่ 5.27 การทชุดตัวที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$



รูปที่ 5.28 หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มก่อนและหลังเพิ่มความละเอียดเปรียบเทียบกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000, V_s = 0$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.29 หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มก่อนและหลังเพิ่มความละเอียดเปรียบเทียบกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณี $K = 5000$, $V_s = 0.5$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.1.2 ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยที่ชั้นดินมีความลึกจำกัด

เป็นการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวในดินเนื้อเดียว (homogeneous soil) และมีฐานรากแข็ง (rigid base) อยู่ไม่ลึกจากผิวดินมากนัก โดยเลือกขนาดของโครงสร้างตามที่แสดงในรูปที่ 5.30 โดยเลือกใช้ความลึกของชั้นดินเท่ากับ 22 เมตรและความกว้างด้านละ 30 เมตร ($a = b = 30$ เมตร และ $c = 22$ เมตร) และมีค่าพารามิเตอร์ของดินและเสาเข็มแสดงในรูปที่ 5.31 โครงข่ายเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 5.32

สำหรับการตรวจสอบผลการวิเคราะห์ทำการเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวของหัวเสาเข็มที่คำนวณได้กับผลเฉลยอิลาสติกของเสาเข็มที่ให้ไว้โดย Poulos และ Davis (1980)

5.1.2.1 ผลการวิเคราะห์

1 โครงข่าย

โครงข่ายที่ใช้ในการวิเคราะห์แต่ละรอบแสดงในรูปที่ 5.33 ถึง 5.38 จากการสังเกตพบว่าโครงข่ายจะมีความละเอียดสูงขึ้นรอบเสาเข็มโดยเฉพาะอย่างยิ่งที่บริเวณปลายเสาเข็ม ทั้งนี้เนื่องมาจากการที่เสาเข็มมีพฤติกรรมรับแรงเป็นทั้งแบบแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มและรับด้วยแรงแบกทานที่ปลายเสาเข็ม (end bearing) ซึ่งการรับแรงที่ปลายเสาเข็มน่าจะมีสาเหตุมาจากการที่ชั้นดินมีความลึกจำกัดและอาจรวมถึงผลของความสามารถในการอัดตัวของเสาเข็มเมื่อเทียบกับดิน

จำนวนจุดต่อกับชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดแสดงในรูปที่ 5.39 และความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบของการวิเคราะห์แสดงอยู่ในรูปที่ 5.40 ซึ่งลักษณะของกราฟในรูปที่ 5.39 และ 5.40 เหมือนกับที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 5.1.1

2 การเคลื่อนตัว

โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวแสดงในรูปที่ 5.41 โดยนำโครงข่ายในรอบที่ 5 ของการวิเคราะห์ซึ่งเป็นรอบสุดท้ายมาแสดง

ทำการเปรียบเทียบการทรุดตัวในแนวตั้งของหัวเสาเข็มที่ได้จากการวิเคราะห์กับที่คำนวณได้จากผลเฉลย ซึ่งในกรณีนี้ค่าการทรุดตัวจากผลเฉลยคำนวณได้จาก

$$\rho = \frac{Pl}{dE_s} \quad (5.3)$$

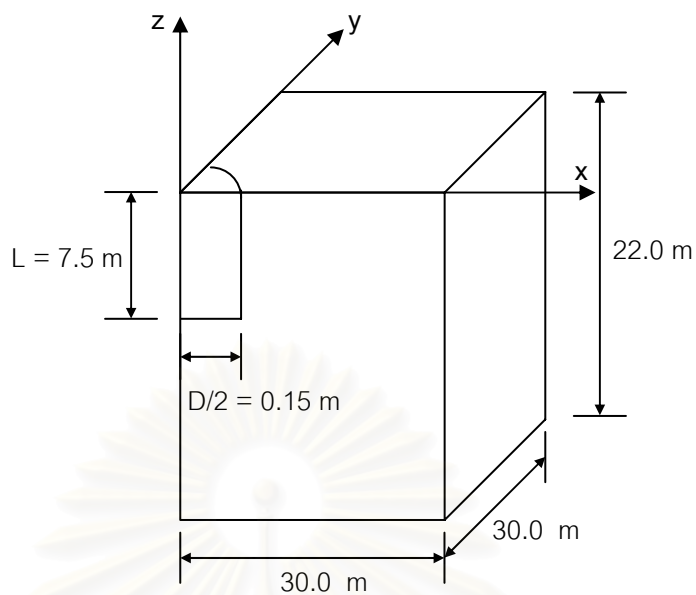
โดยที่	ρ	=	ค่าการทอดตัว
	P	=	แรงกระทำแนวตั้งทั้งหมดที่หัวเสาเข็ม
	I	=	ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการเคลื่อนตัว
	d	=	เส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็ม
	E_s	=	โมดูลัสยืดหยุ่นของดิน

และ $I = I_0 R_k R_h R_v$ (5.4)

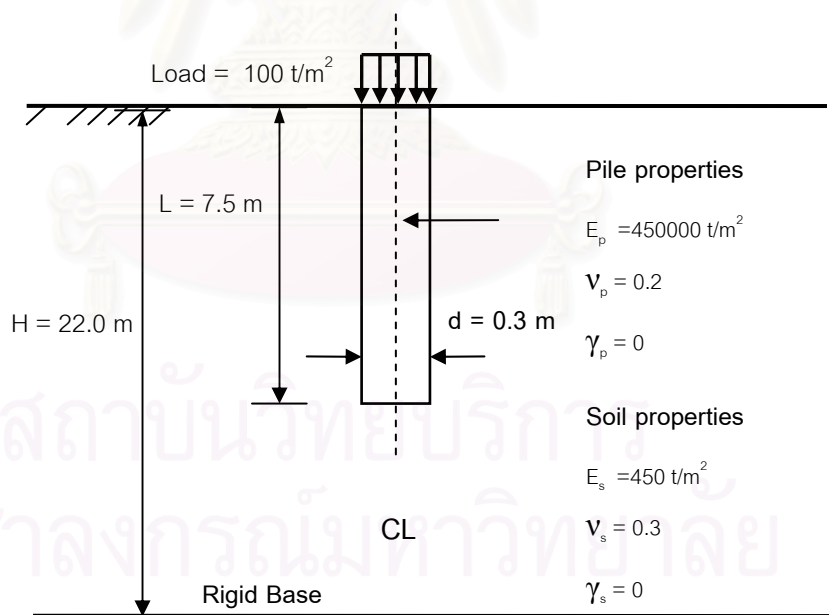
โดยที่	I_0	=	ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการเคลื่อนตัวก่อนปรับแก้
	R_k	=	ค่าปรับแก้ความสามารถในการอัดตัวของเสาเข็ม
	R_h	=	ค่าปรับแก้ระดับฐานรากแข็ง
	R_v	=	ค่าปรับแก้อัตราส่วนบัวของส

การเปรียบเทียบทำโดยใช้ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการทอดตัวที่หัวเสาเข็มจากการวิเคราะห์กับผลเฉลย ซึ่งค่าดังกล่าวเป็นสัดส่วนกับค่าการเคลื่อนตัว ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการเคลื่อนตัวแนวตั้งที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 5.42 ซึ่งจากผลเฉลยมีค่าเท่ากับ 0.07156 และที่รอบสุดท้ายของการวิเคราะห์มีค่าเท่ากับ 0.07391 คิดเป็นความคลาดเคลื่อน 3.28 %

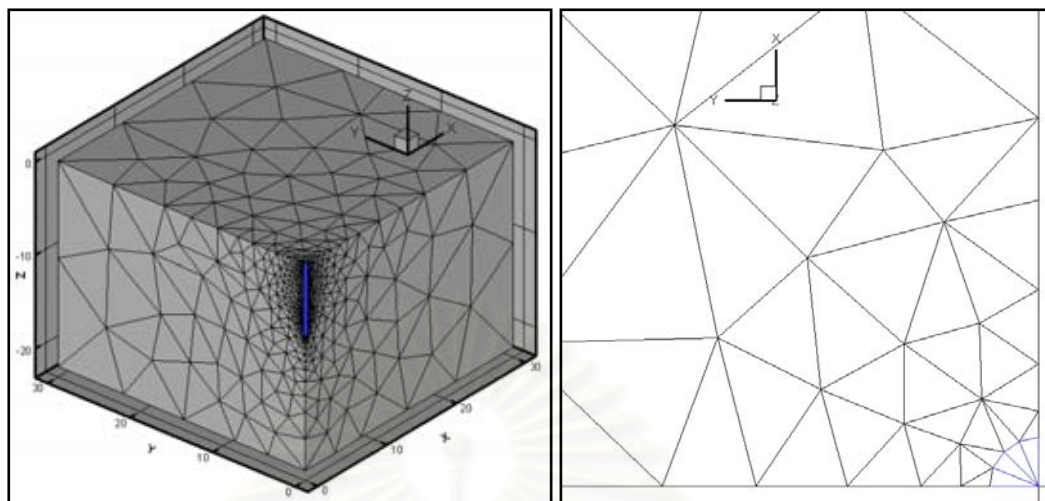
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.30 ขนาดโครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด

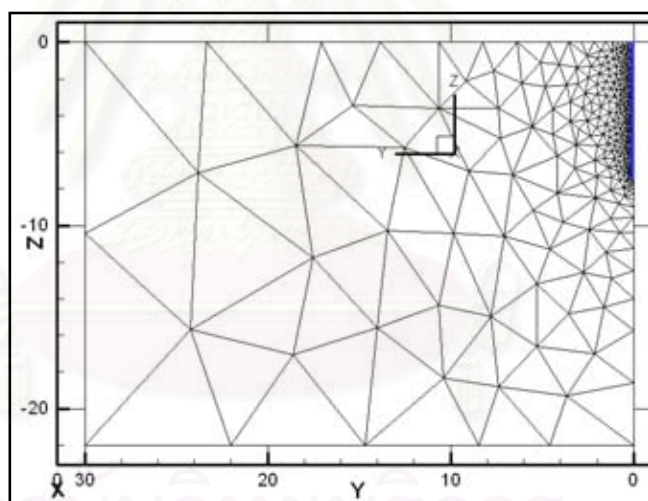


รูปที่ 5.31 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด



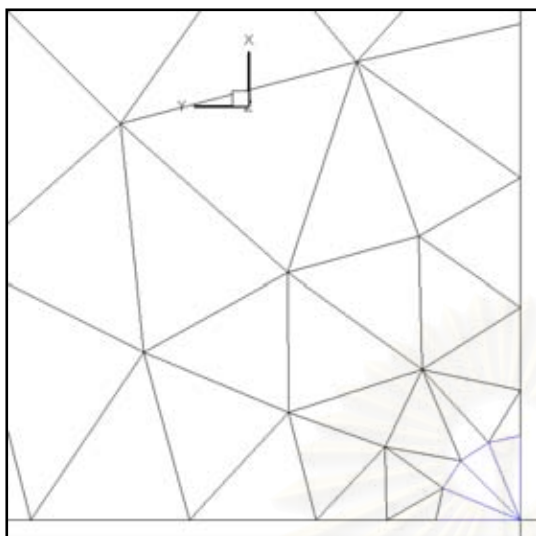
(ก) มุมมอง 3 มิติ

(ข) มุมมองด้านบน

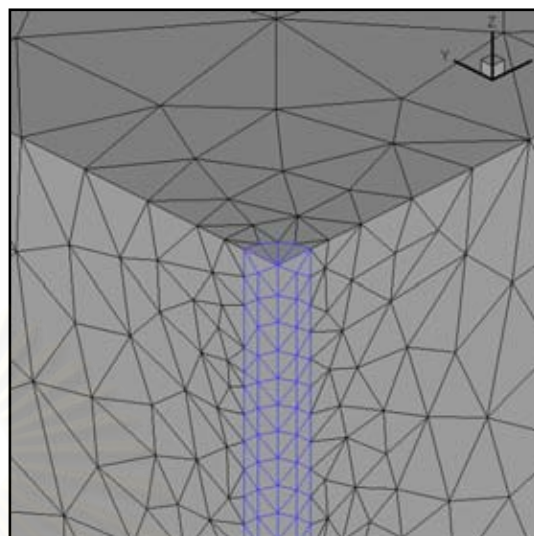


(ค) มุมมองด้านข้าง

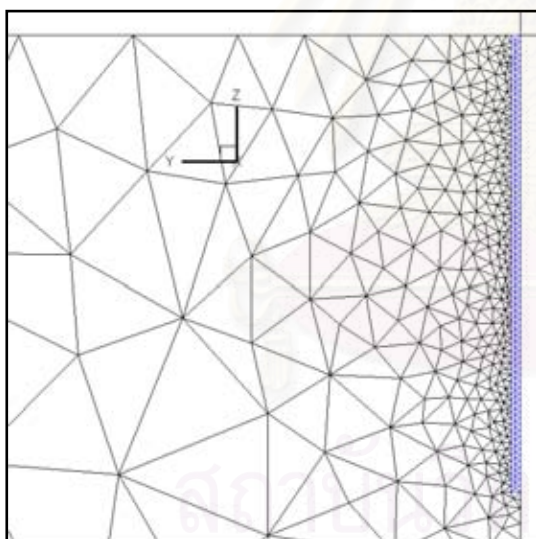
รูปที่ 5.32 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด



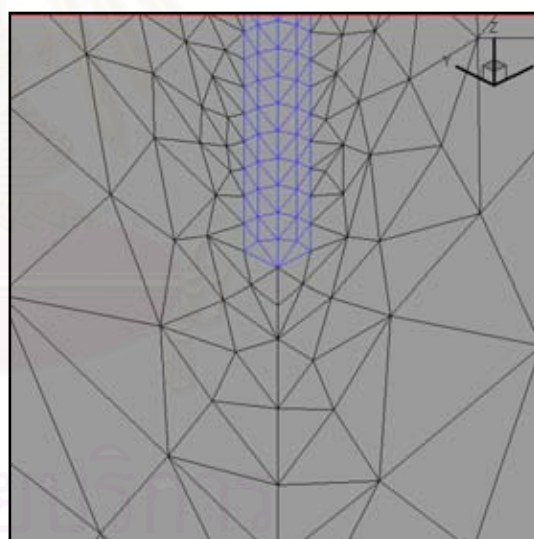
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

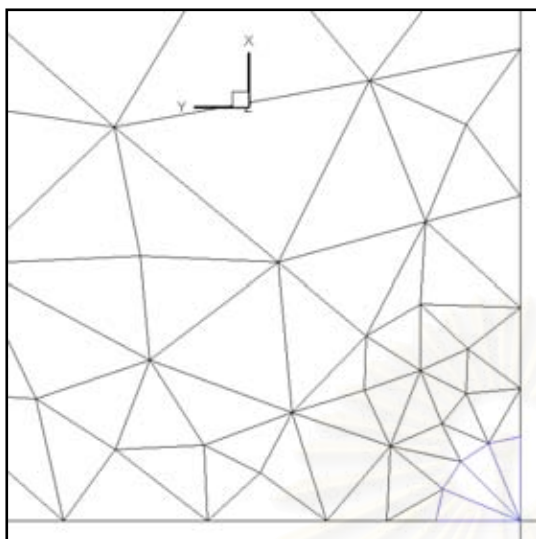


(ค) มุมมองด้านข้าง

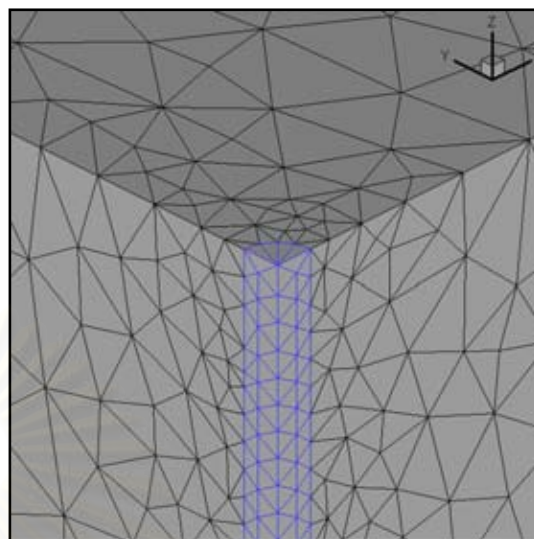


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

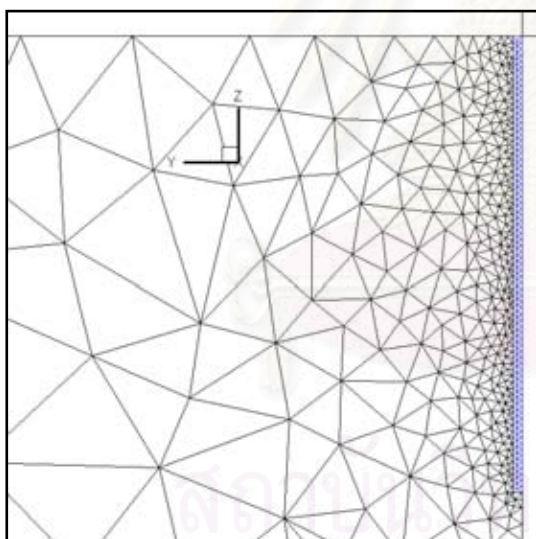
รูปที่ 5.33 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด (2091 จุดต่อ 9424 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 27.0%)



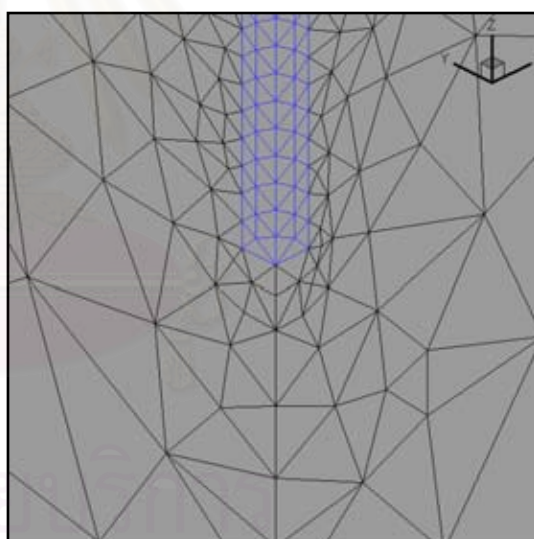
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

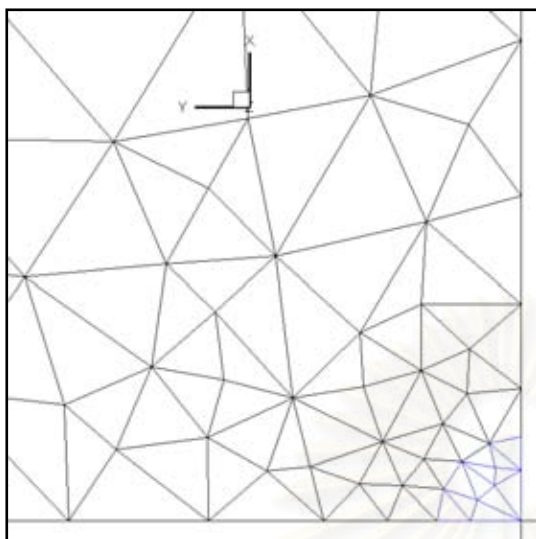


(ค) มุมมองด้านข้าง

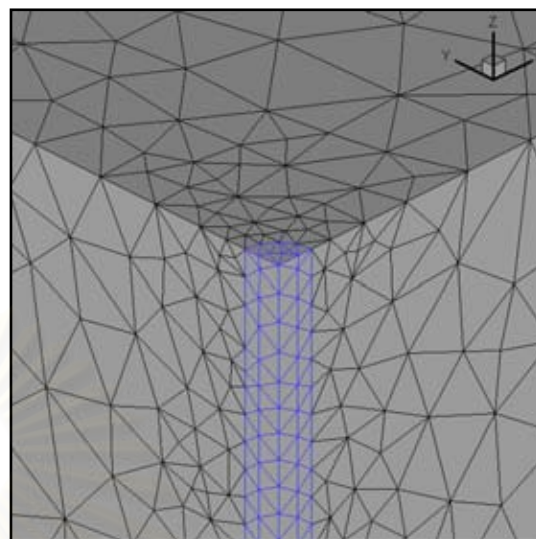


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

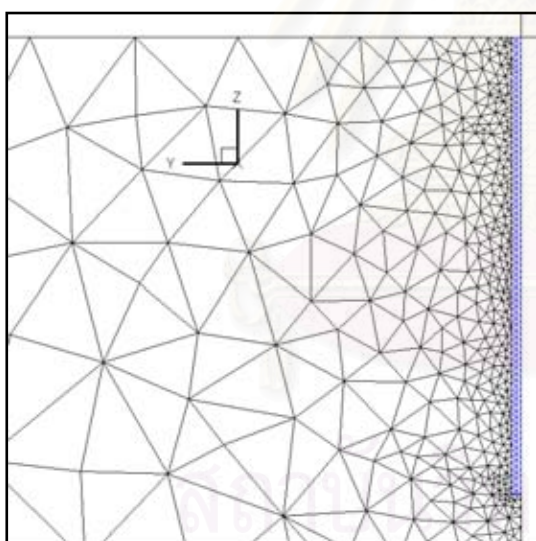
รูปที่ 5.34 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด (3159 จุดต่อ 14604 ชั้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 20.1%)



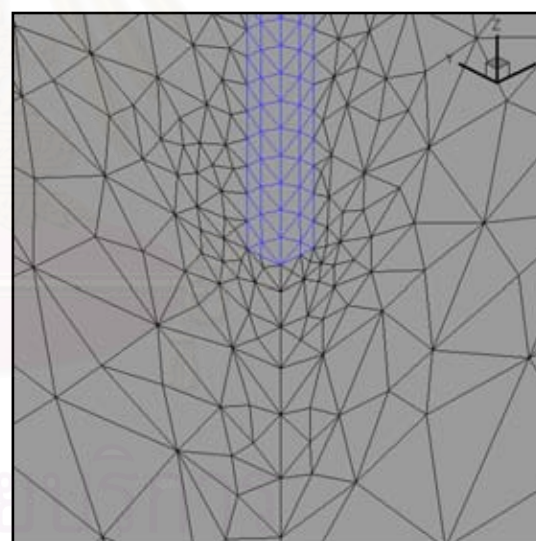
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

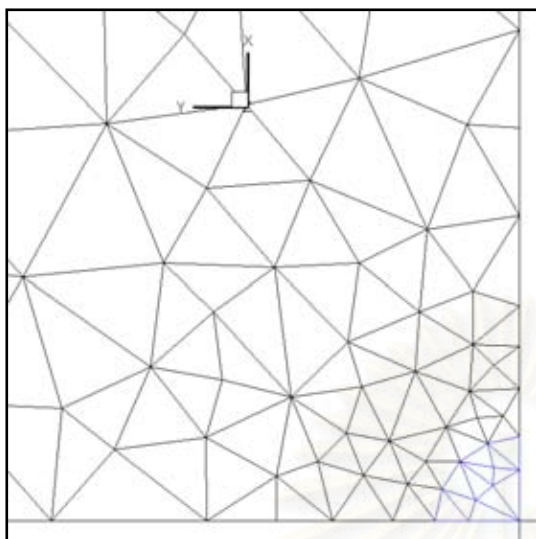


(ค) มุมมองด้านข้าง

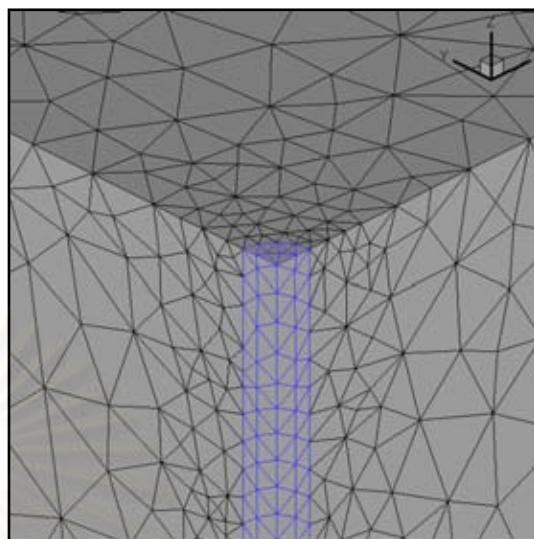


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

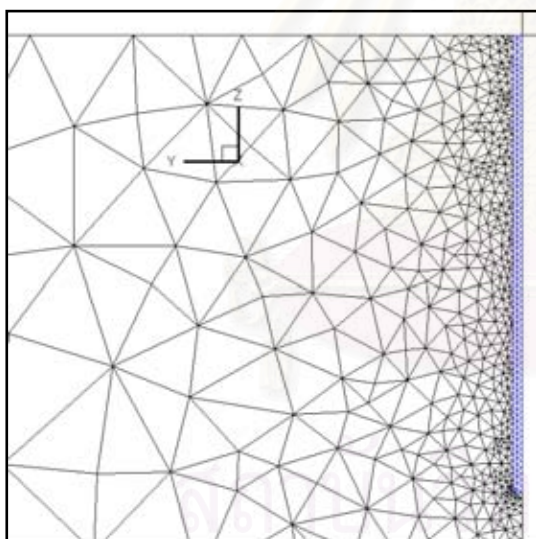
รูปที่ 5.35 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด (4639 จุดต่อ 22020 ชั้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 16.2 %)



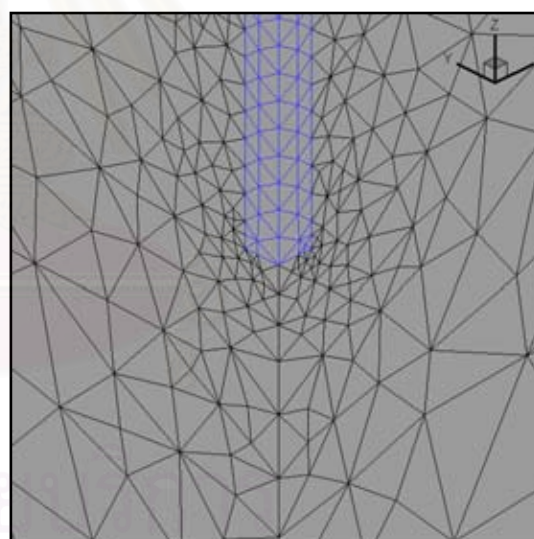
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

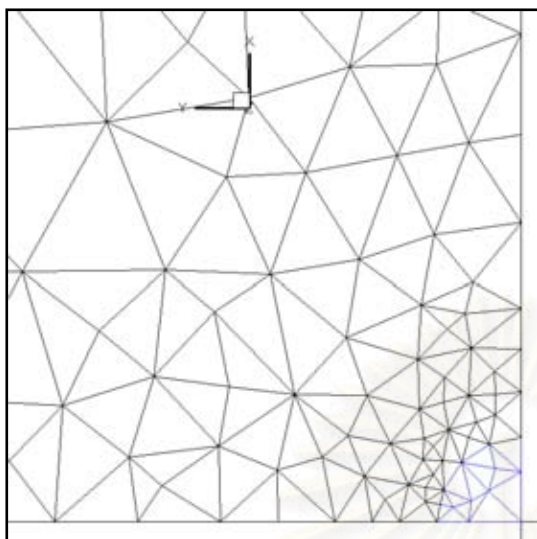


(ค) มุมมองด้านข้าง

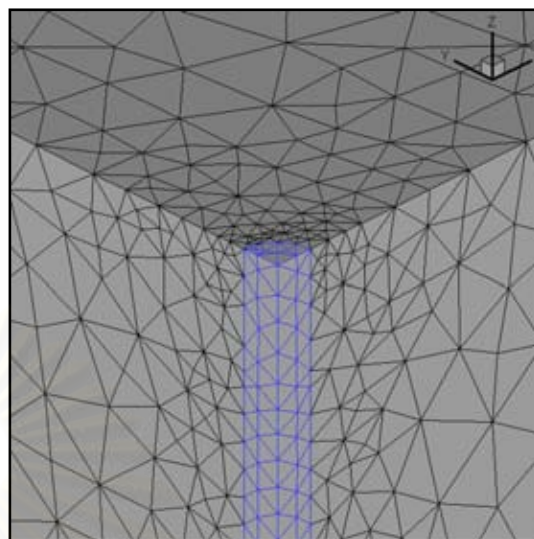


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

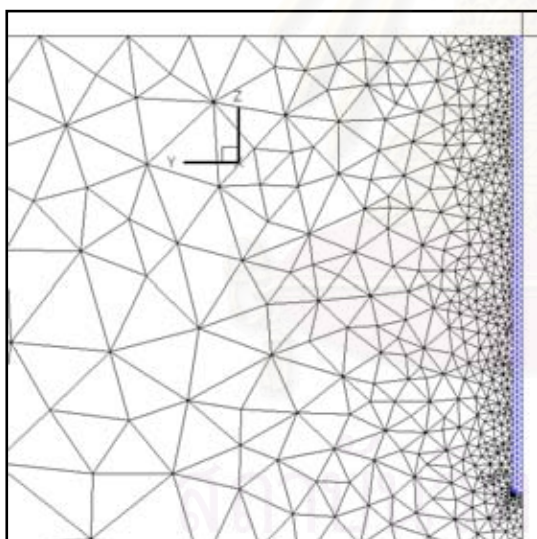
รูปที่ 5.36 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด (6571จุดต่อ 31902 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 13.9%)



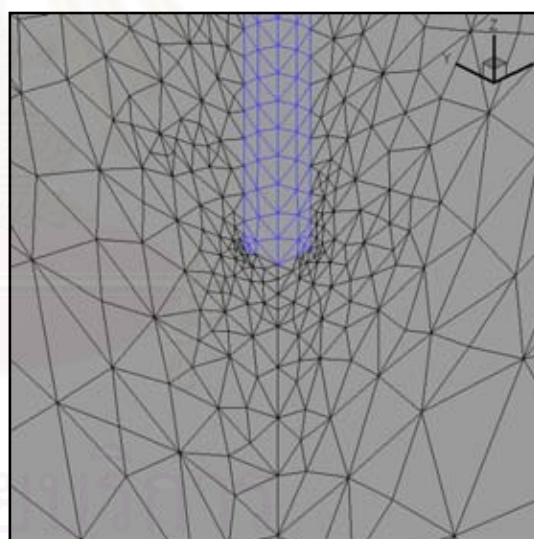
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

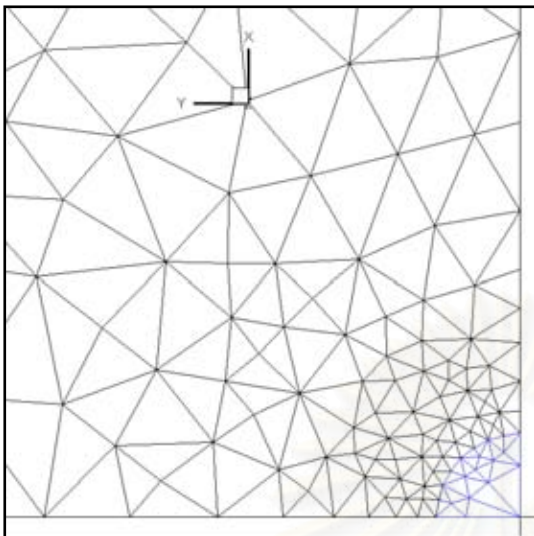


(ค) มุมมองด้านข้าง

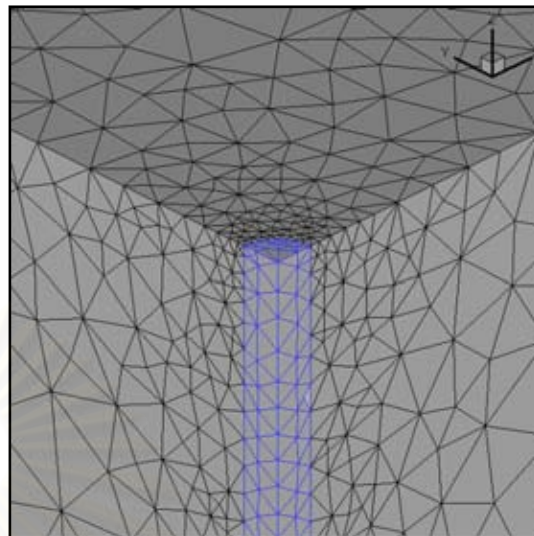


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

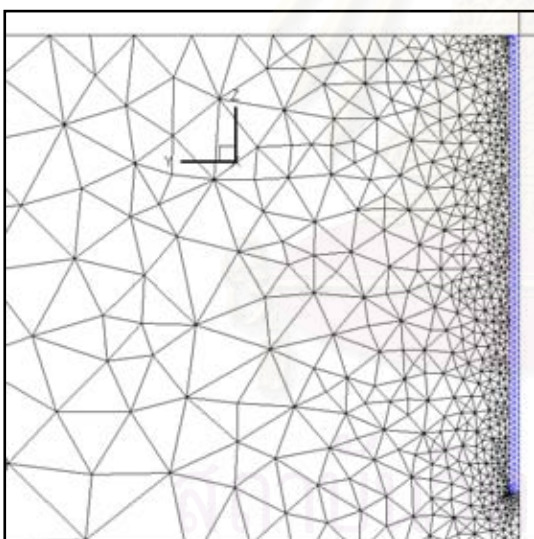
รูปที่ 5.37 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด (8873จุดต่อ 43688 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 12.2 %)



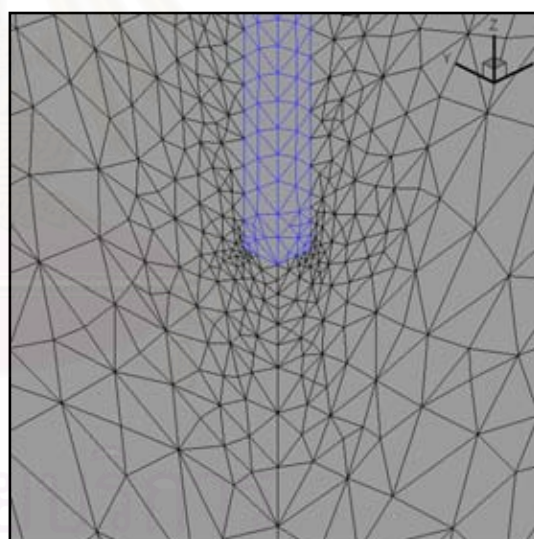
(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ(หัวเสาเข็ม)

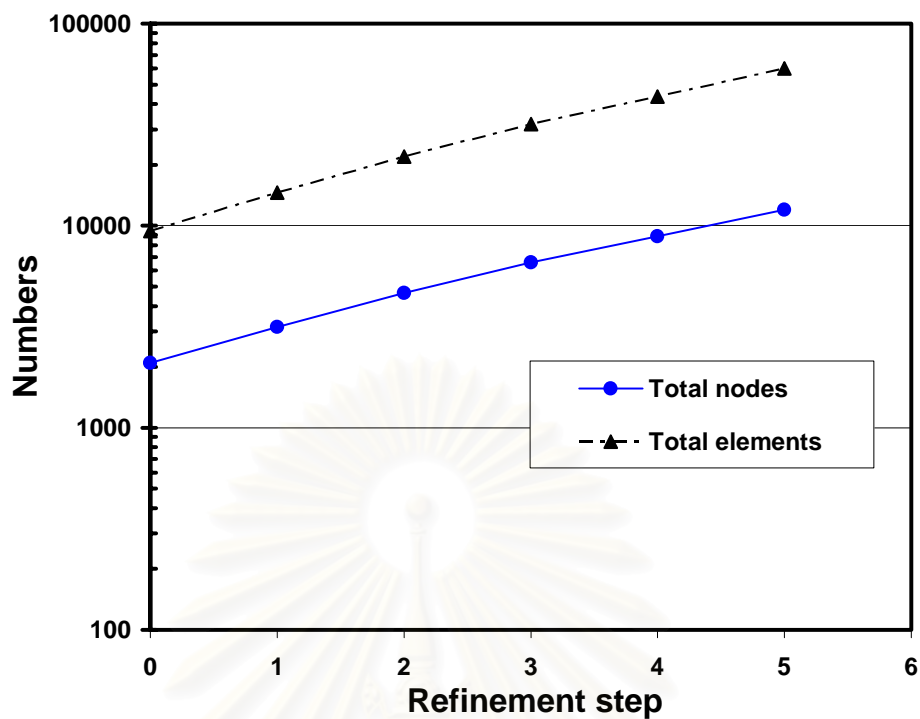


(ค) มุมมองด้านข้าง

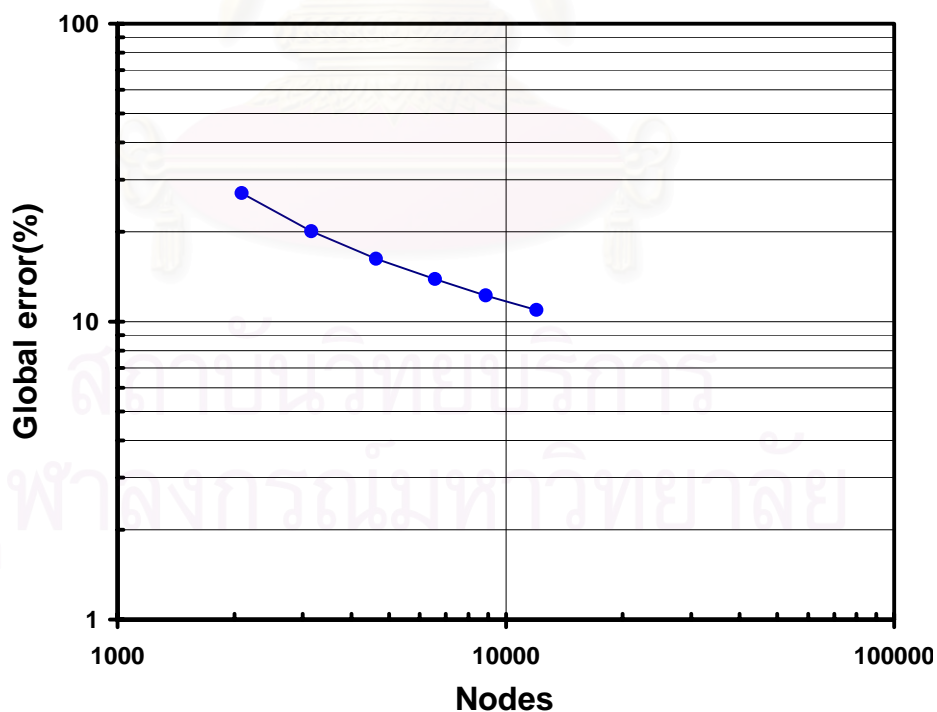


(ง) มุมมอง 3 มิติ(ปลายเสาเข็ม)

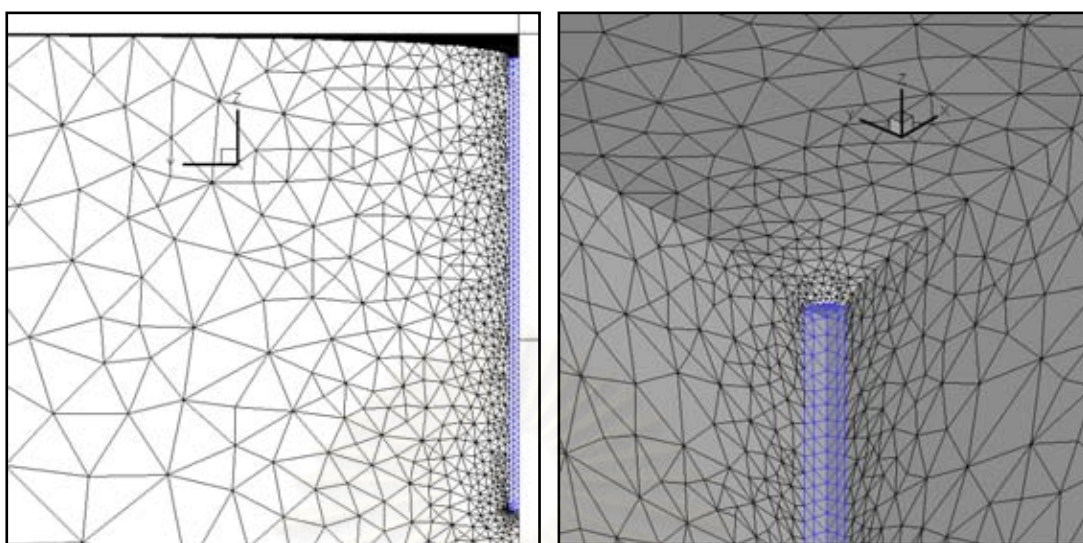
รูปที่ 5.38 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5 สำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบ
 ลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด (11991จุดต่อ 59875 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ
 10.9 %)



รูปที่ 5.39 จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด



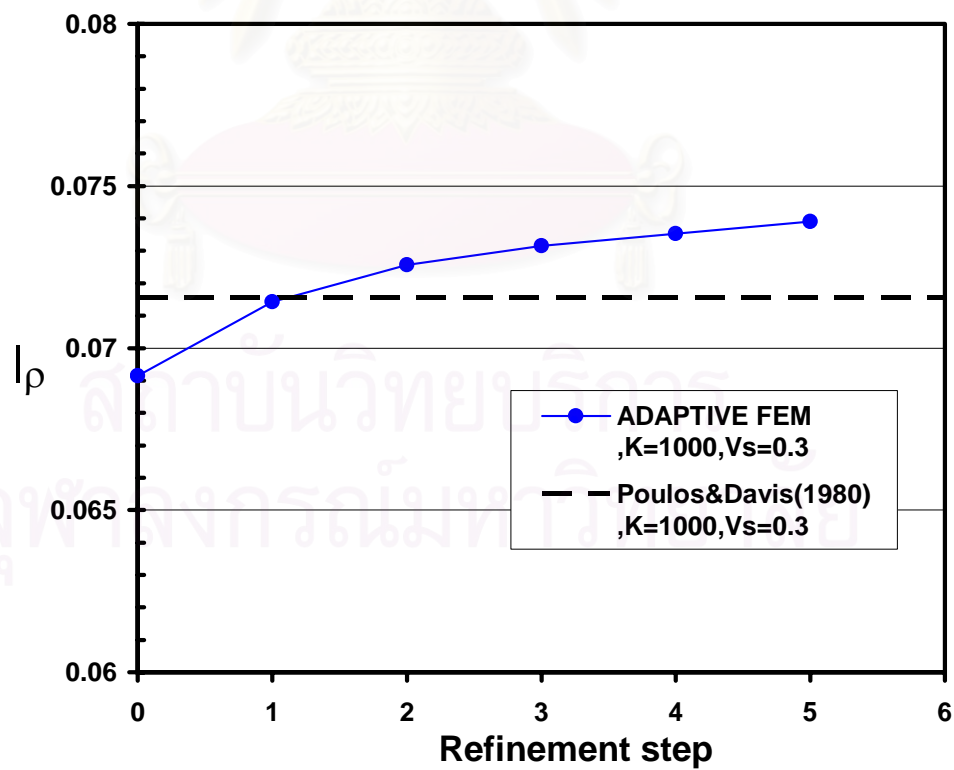
รูปที่ 5.40 ความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด



(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 5.41 โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด (แสดงโครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5)



รูปที่ 5.42 การทรุดตัวที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยกรณีชั้นดินมีความลึกจำกัด

5.2 การวิเคราะห์เสาเข็มกลุ่ม (Pile Group Analysis)

ปัญหาเสาเข็มกลุ่มที่ทำการวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้ เป็นเสาเข็มกลุ่มที่รับแรงกระทำในแนวตั้งเท่านั้น โดย แบ่งเป็นเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้นและ 4 ต้น และเป็นกลุ่มเสาเข็มที่มีความสมมาตร และเนื่องจากความสมมาตรของปัญหาจึงพิจารณาขนาดของโครงสร้างในการวิเคราะห์ลงเหลือหนึ่งในสี่ ส่วนการตรวจสอบผลการวิเคราะห์สำหรับเสาเข็มกลุ่มทั้งสองกรณีทำโดยเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวแนวตั้งที่หัวเสาเข็มกับผลเฉลยของ Poulos และ Davis (1980)

5.2.1 เสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น

เสาเข็มกลุ่มชนิด 2 ต้นที่ทำการวิเคราะห์นี้จะมีระยะห่างระหว่างเสาเข็ม (pile spacing,s)มีค่าเท่ากับ 1.5 เมตร โดยมีลักษณะของปัญหา โครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหา เงื่อนไขขอบเขตและพารามิเตอร์ของดินและเสาเข็มแสดงในรูปที่ 5.43 ส่วนโครงข่ายเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 5.44

5.2.1.1 ผลการวิเคราะห์

1 โครงข่าย

โครงข่ายในแต่ละรอบของการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 5.45 ถึง 5.51 ซึ่งในกรณีนี้โครงข่ายมีความละเอียดสูงขึ้นที่บริเวณรอบหัวเสาเข็มซึ่งสังเกตได้ชัดเจนจากมุมมองด้านบน และมีความละเอียดเพิ่มขึ้นสูงมากที่บริเวณปลายเสาเข็มเนื่องจากชั้นดินที่ใช้มีความลึกค่อนข้างจำกัดมากทำให้การรับแรงของเสาเข็มมีลักษณะเป็นการรับแรงแบกทานที่ได้เสาเข็มมากขึ้น ส่วนจำนวนจุดต่อกับชั้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดแสดงในรูปที่ 5.52 ความคลาดเคลื่อนเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบของการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 5.53 ซึ่งลักษณะของกราฟในรูปที่ 5.52 และ 5.53 เหมือนกับที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 5.1.1

2 การเคลื่อนตัว

โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวแสดงในรูปที่ 5.54 โดยนำโครงข่ายในรอบที่ 6 ของการวิเคราะห์ ซึ่งเป็นรอบสุดท้ายมาแสดง

การเปรียบเทียบทำโดยใช้ค่าการทรุดตัวของหัวเสาเข็มที่ได้จากการวิเคราะห์กับผลเฉลย การทรุดตัวแนวตั้งที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการวิเคราะห์เปรียบเทียบกับผลเฉลยแสดงในรูปที่ 5.55 ซึ่งจากผล

เฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 4.552 มิลลิเมตร และที่รอบสุดท้ายมีค่าเท่ากับ 4.91 มิลลิเมตร คิดเป็นความคลาดเคลื่อน 7.86 %

5.2.2 เสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น

เสาเข็มกลุ่มชนิด 4 ต้นที่ทำการวิเคราะห์นี้จะมีระยะห่างระหว่างเสาเข็ม (pile spacing) ในแต่ละแนวแกนเท่ากันคือ 1.5 เมตร โดยมีลักษณะของปัญหา โครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหา เงื่อนไขขอบเขตและพารามิเตอร์ของดินและเสาเข็มแสดงในรูปที่ 5.56 ส่วนโครงข่ายเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 5.57

5.2.2.1 ผลการวิเคราะห์

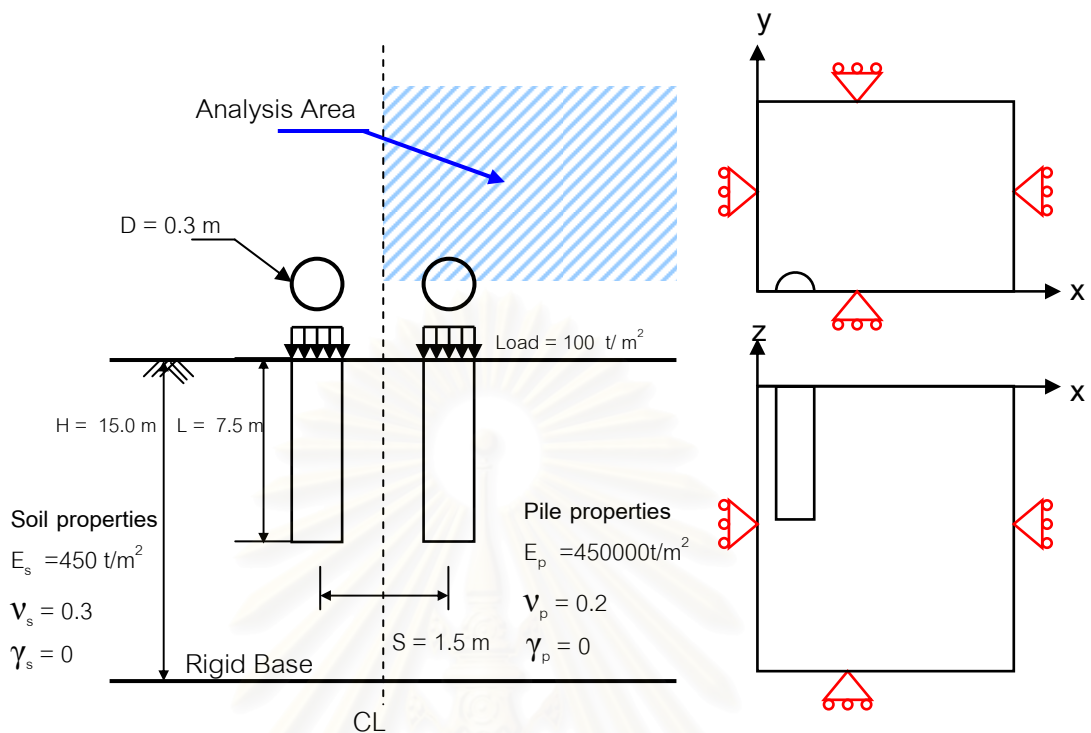
1 โครงข่าย

โครงข่ายในแต่ละรอบของการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 5.58 ถึง 5.64 ซึ่งในกรณีนี้โครงข่ายมีความละเอียดสูงขึ้นที่รอบเสาเข็มแต่สังเกตได้ชัดเจนที่สุดที่บริเวณหัวเสาเข็มจากมุมมองด้านบน ส่วนที่บริเวณขอบเขตของปัญหาจากมุมมอง 3 มิติซึ่งเป็นระนาบของแนวสมมาตรมีความละเอียดเพิ่มขึ้นสูง ส่วนจำนวนจุดต่อกับชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียดแสดงในรูปที่ 5.65 ความคลาดเคลื่อนเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบของการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 5.66 ซึ่งลักษณะของกราฟในรูปที่ 5.65 และ 5.66 เหมือนกับที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 5.1.1

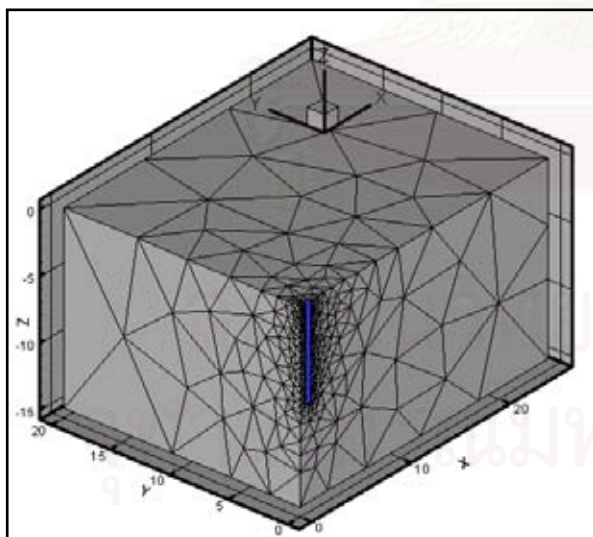
2 การเคลื่อนตัว

โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวแสดงในรูปที่ 5.67 โดยนำโครงข่ายในรอบที่ 6 ของการวิเคราะห์ซึ่งเป็นรอบสุดท้ายมาแสดง

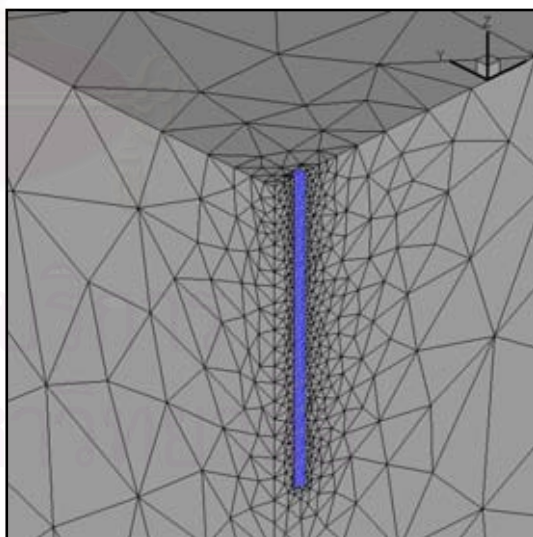
การเปรียบเทียบทำโดยใช้ค่าการทรุดตัวของหัวเสาเข็มที่ได้จากการวิเคราะห์กับผลเฉลย การทรุดตัวแนวตั้งที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการวิเคราะห์เปรียบเทียบกับผลเฉลยแสดงในรูปที่ 5.68 ซึ่งจากผลเฉลยมีค่าเท่ากับ 7.708 มิลลิเมตร และที่รอบสุดท้ายมีค่าเท่ากับ 7.7 มิลลิเมตร คิดเป็นความคลาดเคลื่อน 0.12 %



รูปที่ 5.43 โครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้นและเงื่อนไขขอบเขต

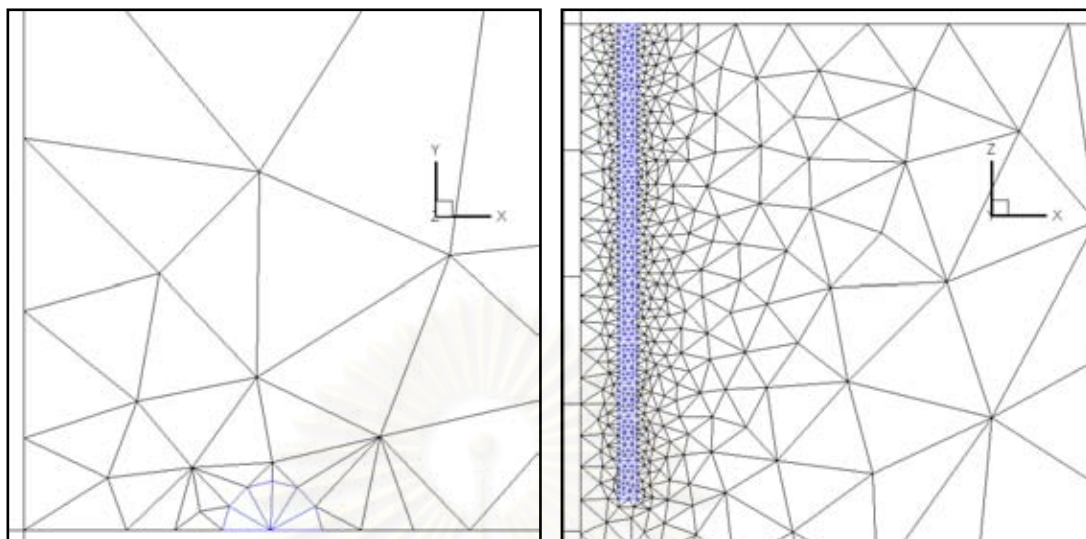


(ก) มุมมอง 3 มิติ



(ข) มุมมอง 3 มิติ (ขยาย)

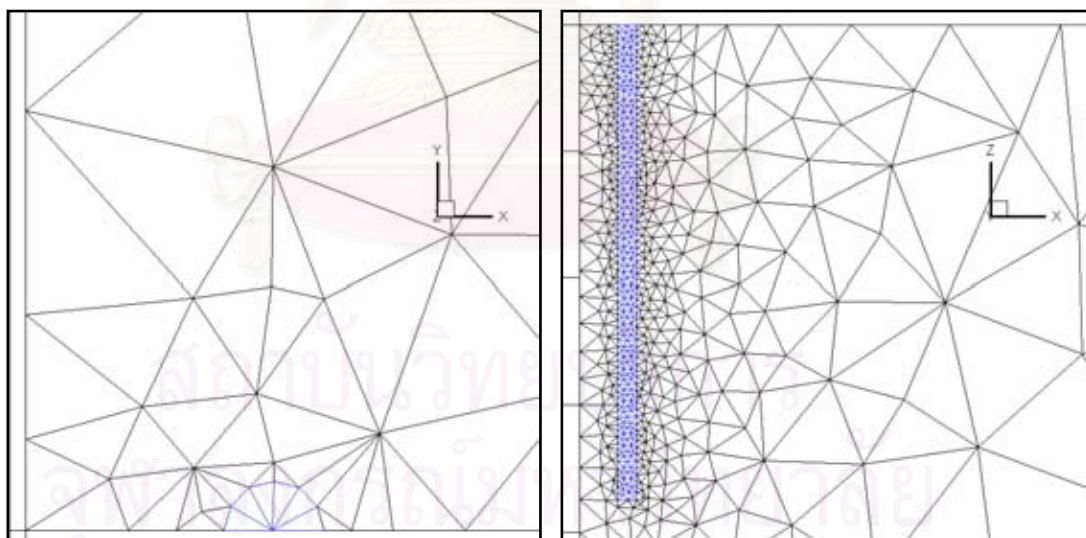
รูปที่ 5.44 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น



(ก) มุมมองด้านบน

(ข) มุมมองด้านข้าง

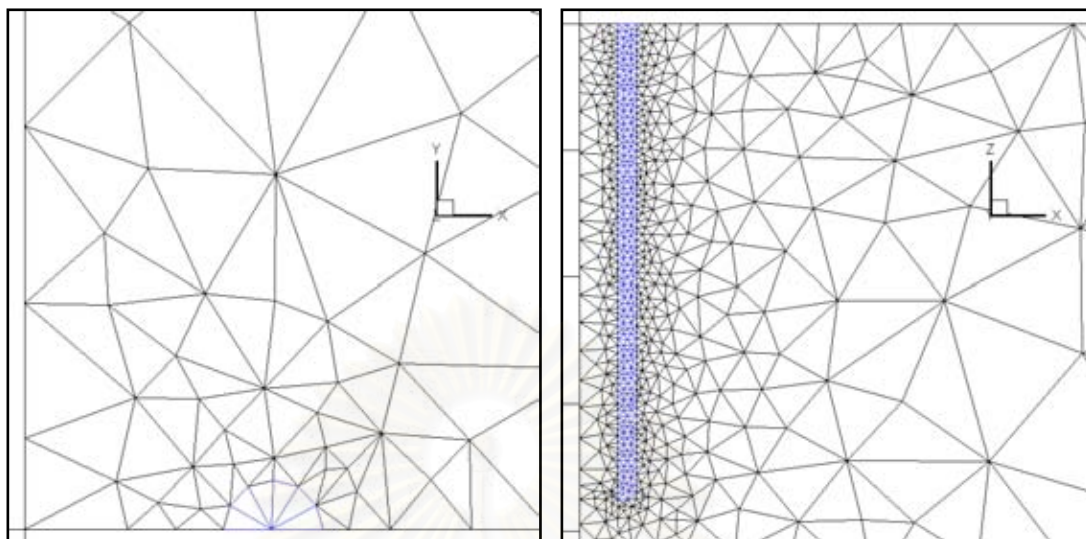
รูปที่ 5.45 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น (1803 จุดต่อ 8560
ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 36.8%)



(ก) มุมมองด้านบน

(ข) มุมมองด้านข้าง

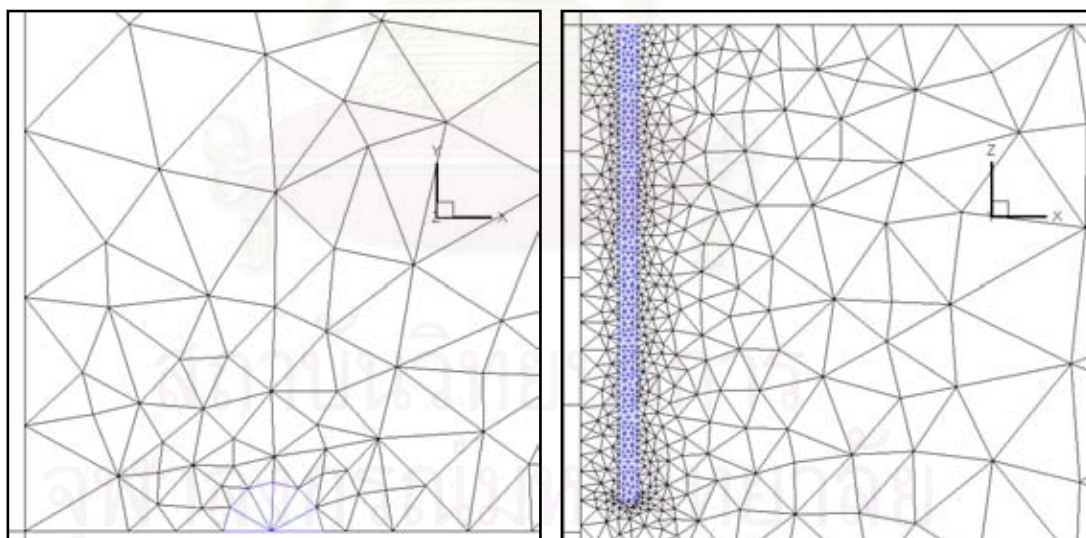
รูปที่ 5.46 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น
(2556 จุดต่อ 12274 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 25.1%)



(ก) มุมมองด้านบน

(ข) มุมมองด้านข้าง

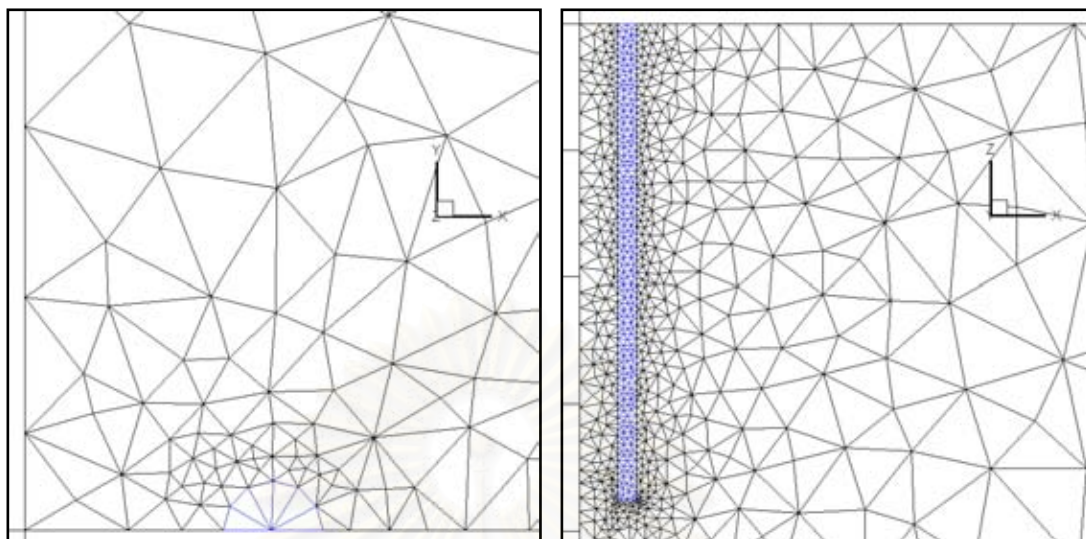
รูปที่ 5.47 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น
(3693จุดต่อ 18053ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 20.1%)



(ก) มุมมองด้านบน

(ข) มุมมองด้านข้าง

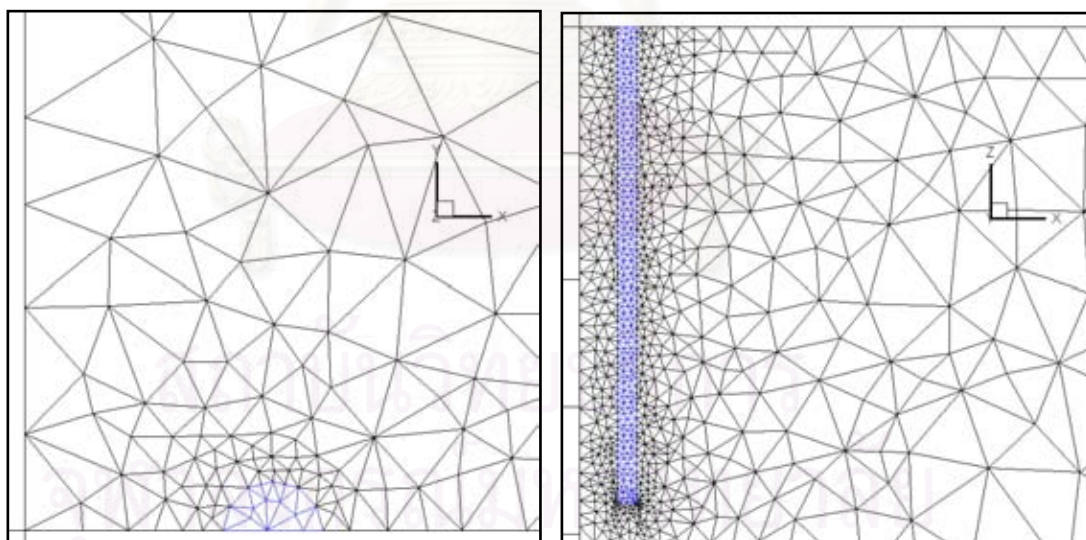
รูปที่ 5.48 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น
(5014จุดต่อ 24936ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 17.0%)



(ก) มุมมองด้านบน

(ข) มุมมองด้านข้าง

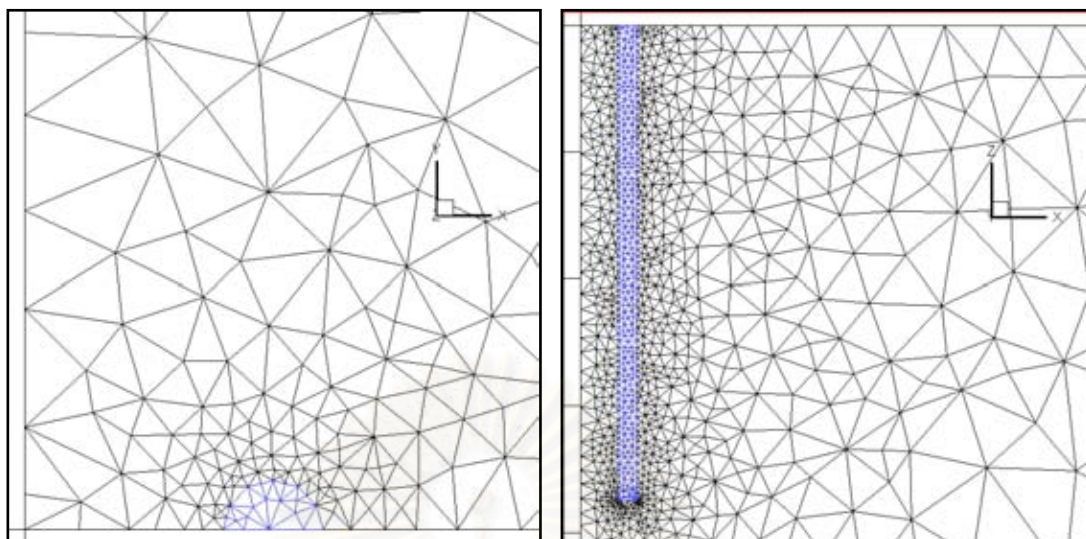
รูปที่ 5.49 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น
(6805 จุดต่อ 34045 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 14.7%)



(ก) มุมมองด้านบน

(ข) มุมมองด้านข้าง

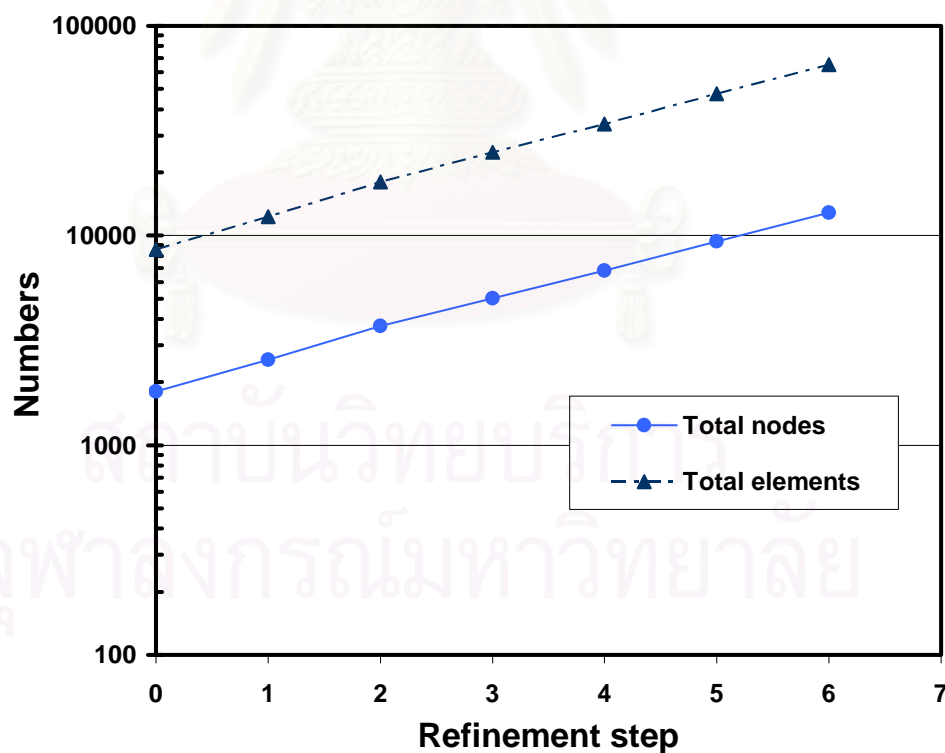
รูปที่ 5.50 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น
(9393 จุดต่อ 47496 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 12.8%)



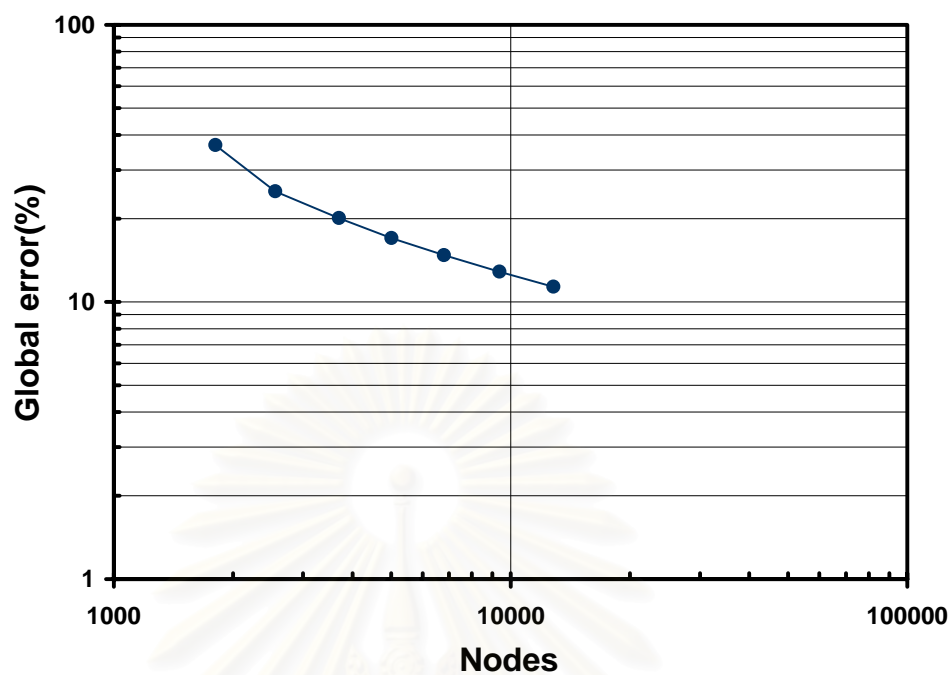
(ก) มุมมองด้านบน

(ข) มุมมองด้านข้าง

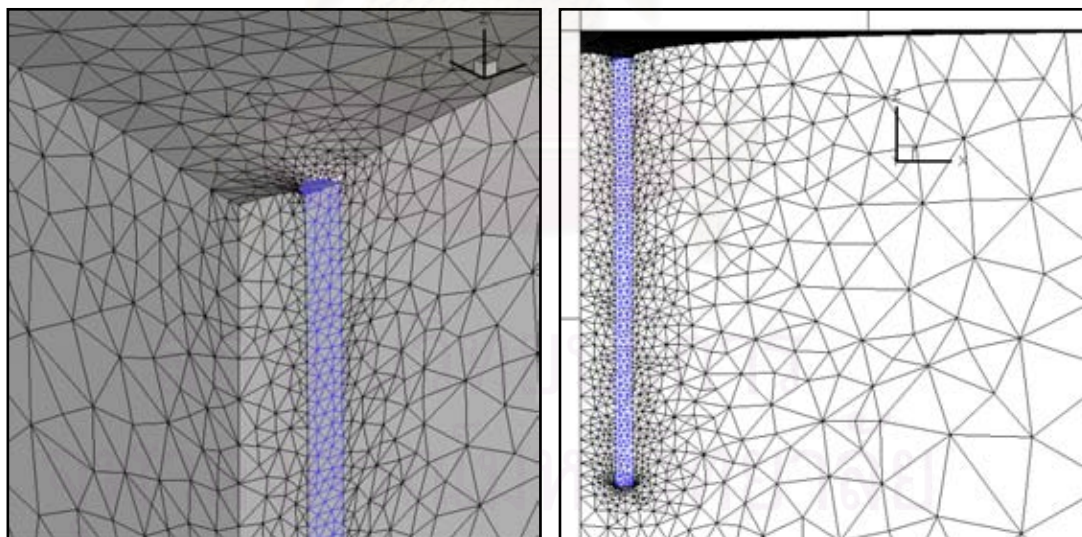
รูปที่ 5.51 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 6 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น
(12826 จุดต่อ 65200 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 11.3%)



รูปที่ 5.52 จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น



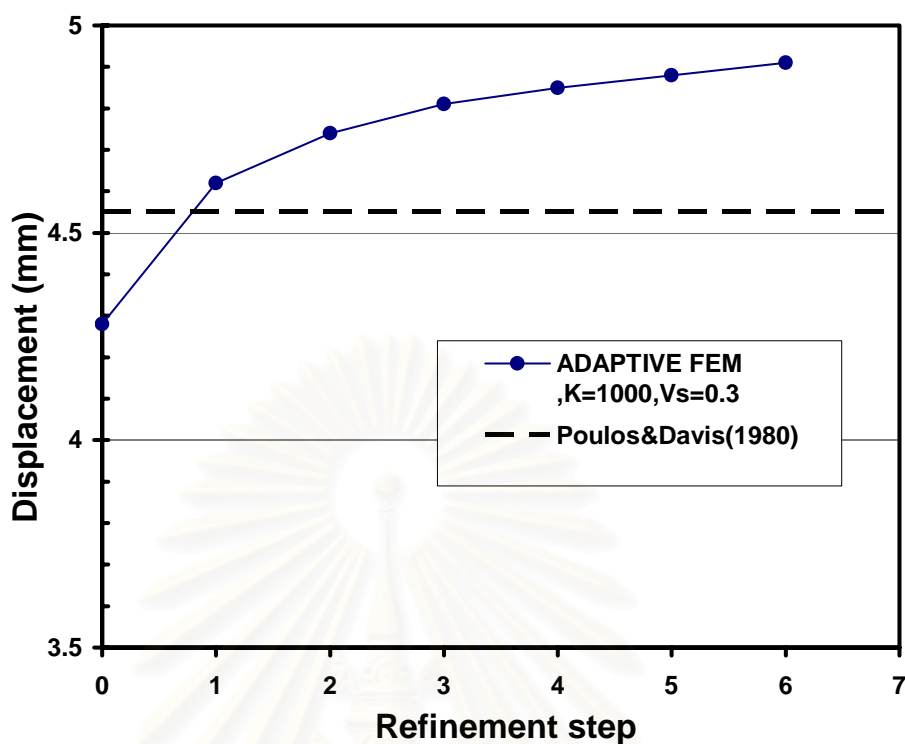
รูปที่ 5.53 ความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น



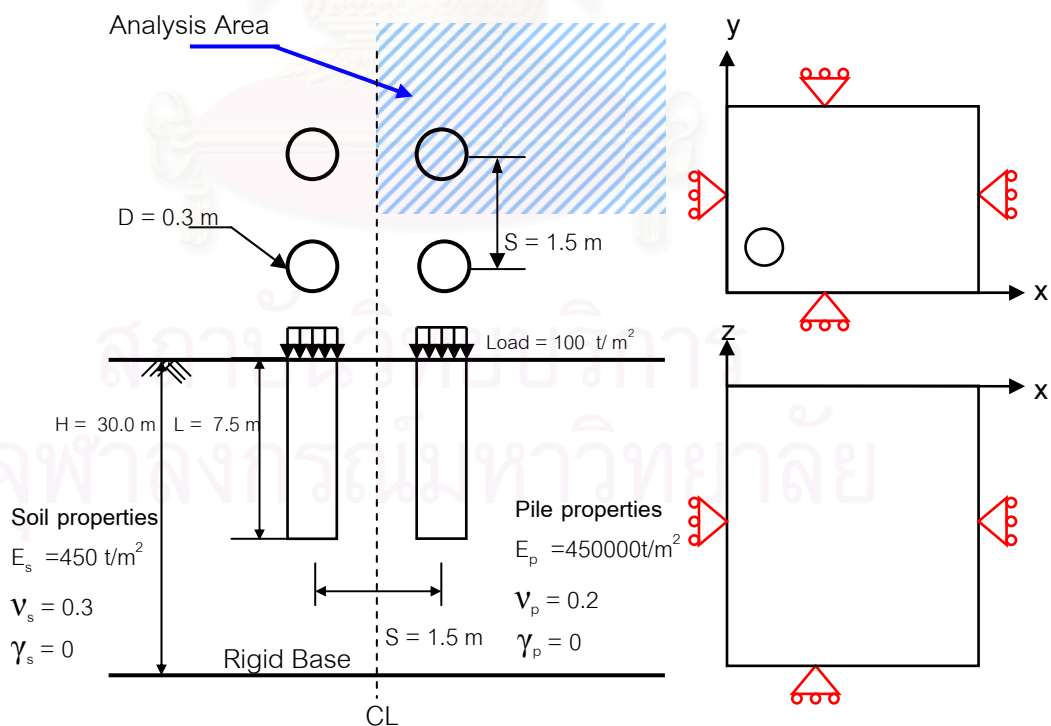
(ก) มุมมอง 3 มิติ

(ข) มุมมองด้านข้าง

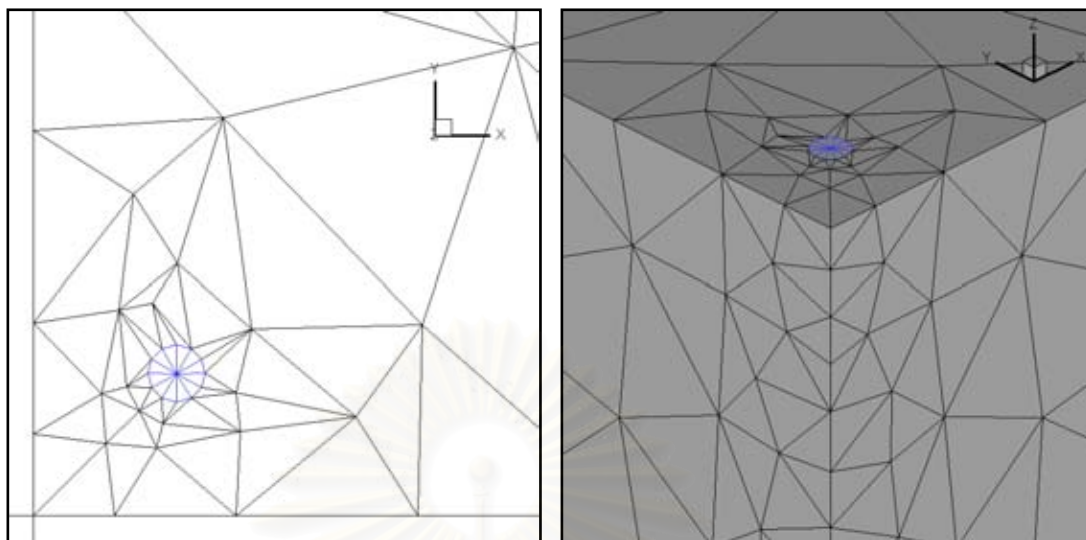
รูปที่ 5.54 โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น (แสดงโครงข่ายที่เกิดจากการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 6)



รูปที่ 5.55 การทบทวนที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้น

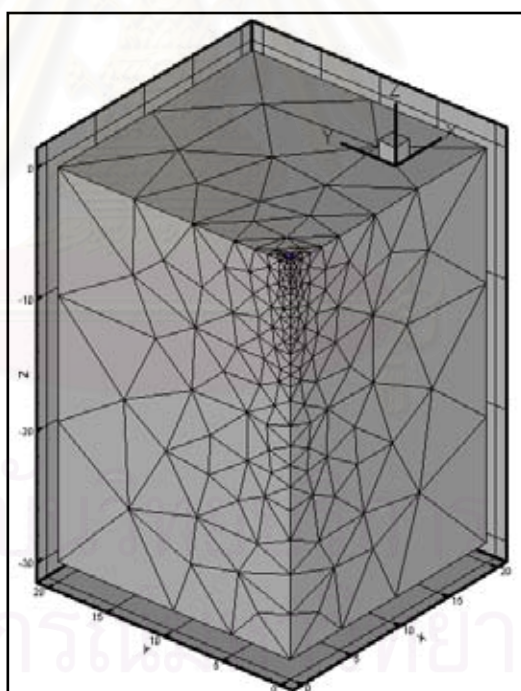


รูปที่ 5.56 โครงสร้างที่ใช้ในการจำลองปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้นและเงื่อนไขขอบเขต



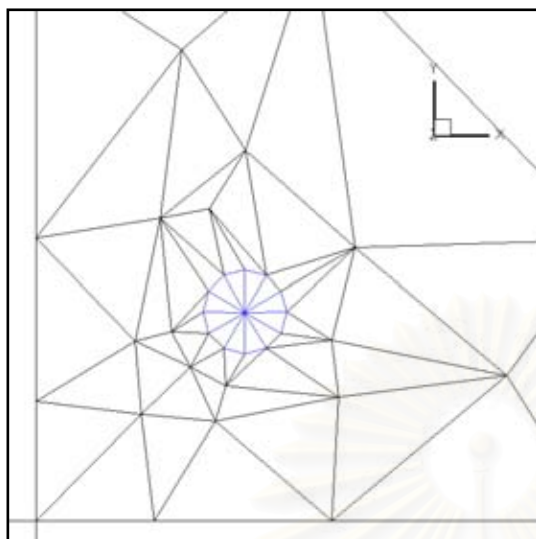
(ก) มุมมองด้านบน

(ข) มุมมอง 3 มิติ(ขยาย)

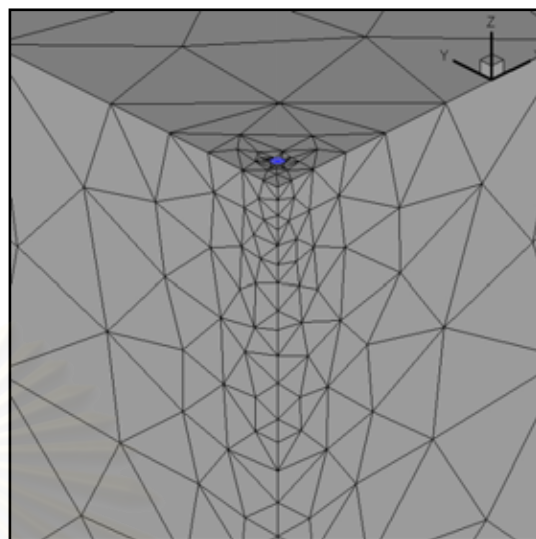


(ค) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 5.57 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น

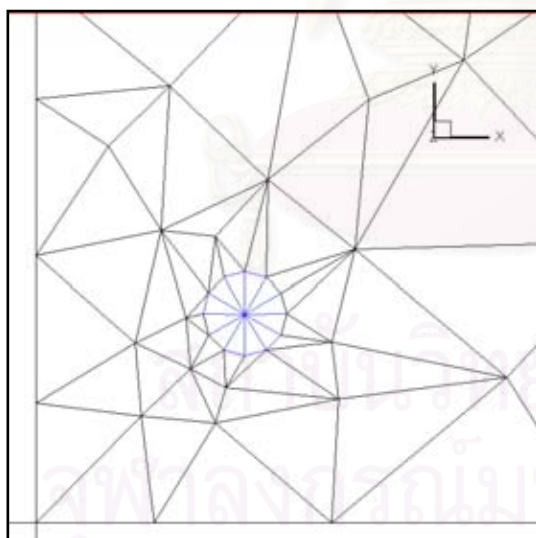


(ก) มุมมองด้านบน

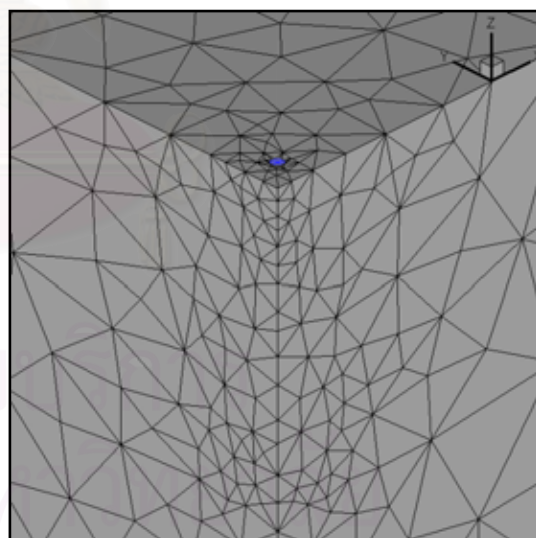


(ข) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 5.58 โครงข่ายเริ่มต้นสำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น (1825จุดต่อ 10054 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 39.2%)

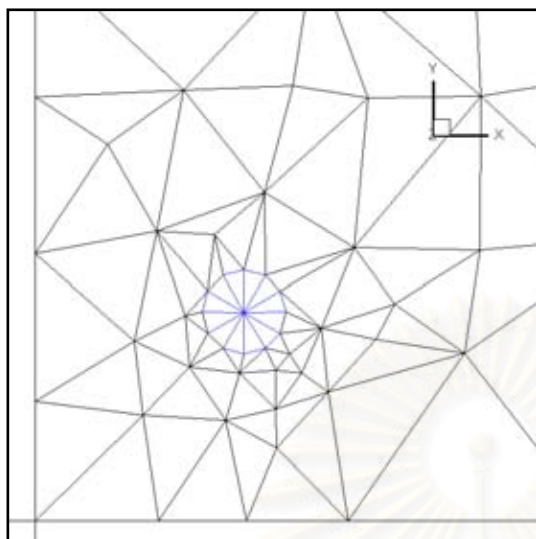


(ก) มุมมองด้านบน

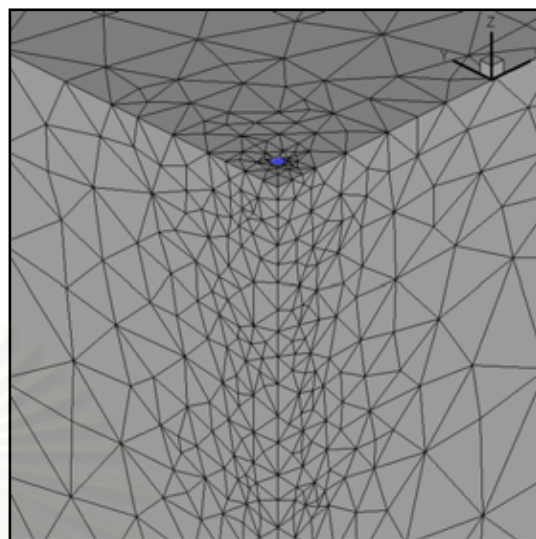


(ข) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 5.59 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 1 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น (2538 จุดต่อ 13554 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 27.2%)

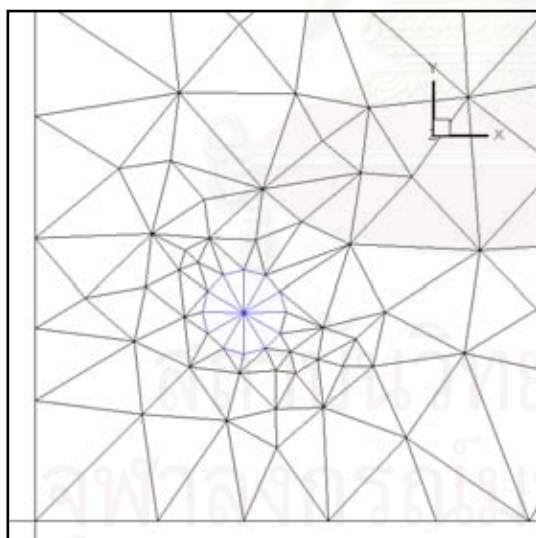


(ก) มุมมองด้านบน

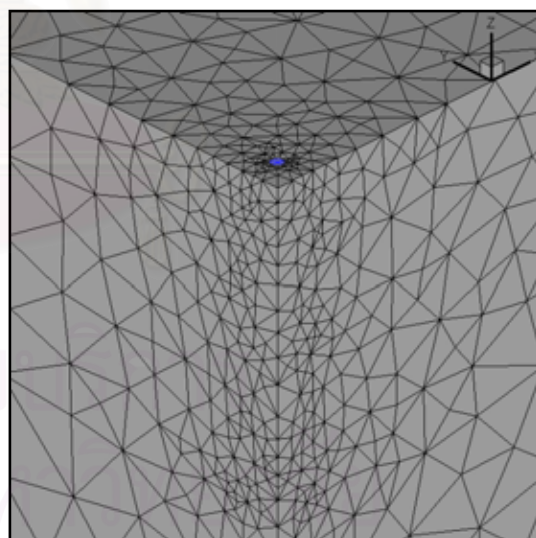


(ข) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 5.60 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 2 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น
(3481 จุดต่อ 18354 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 22.3%)

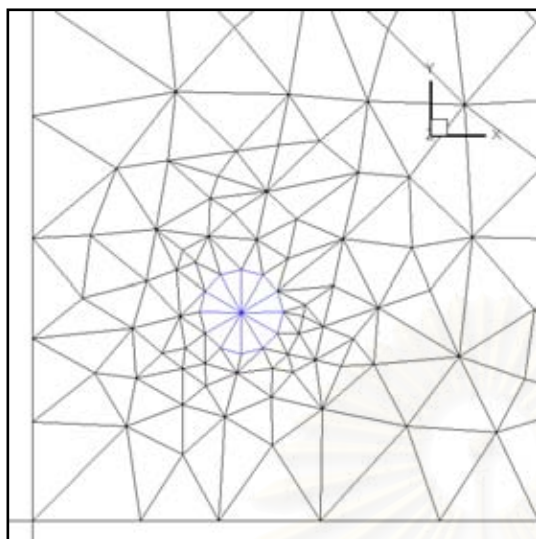


(ก) มุมมองด้านบน

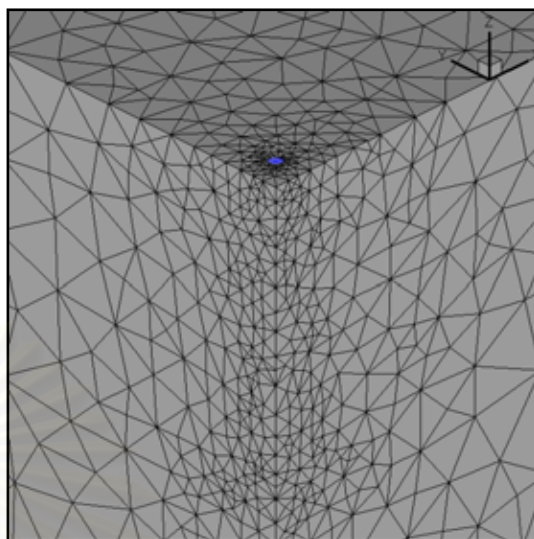


(ข) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 5.61 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 3 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น
(4736 จุดต่อ 24741 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 18.9%)

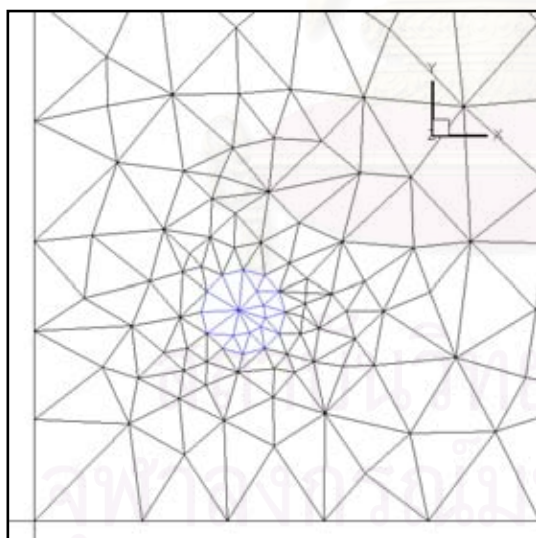


(ก) มุมมองด้านบน

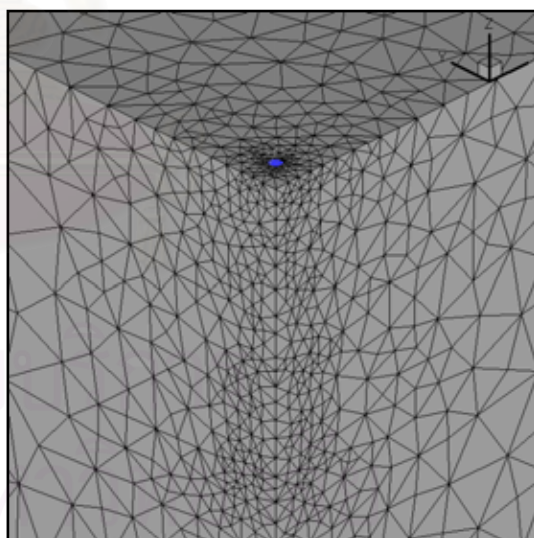


(ข) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 5.62 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 4 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น
(6479 จุดต่อ 33627 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 16.2%)

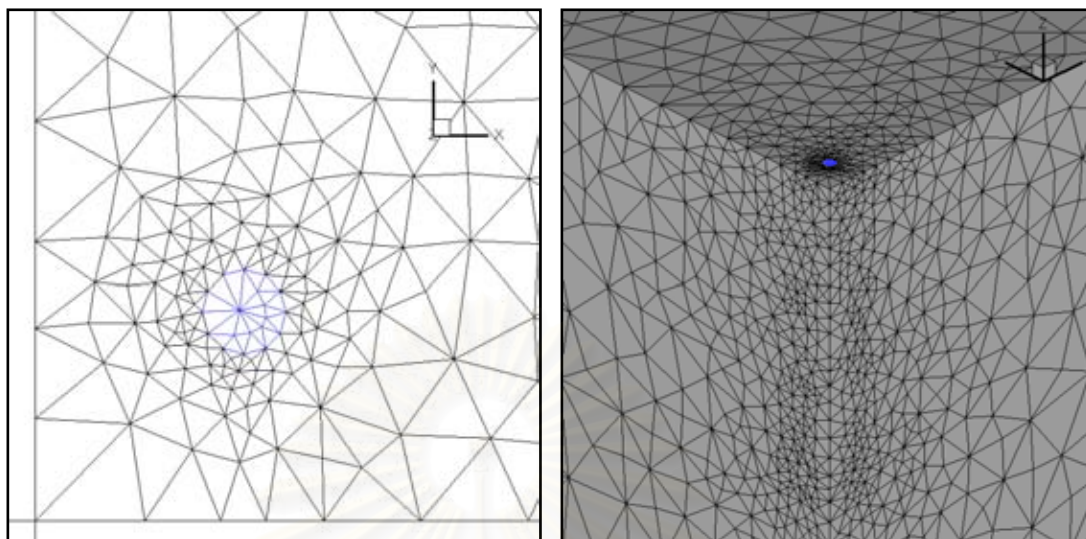


(ก) มุมมองด้านบน



(ข) มุมมอง 3 มิติ

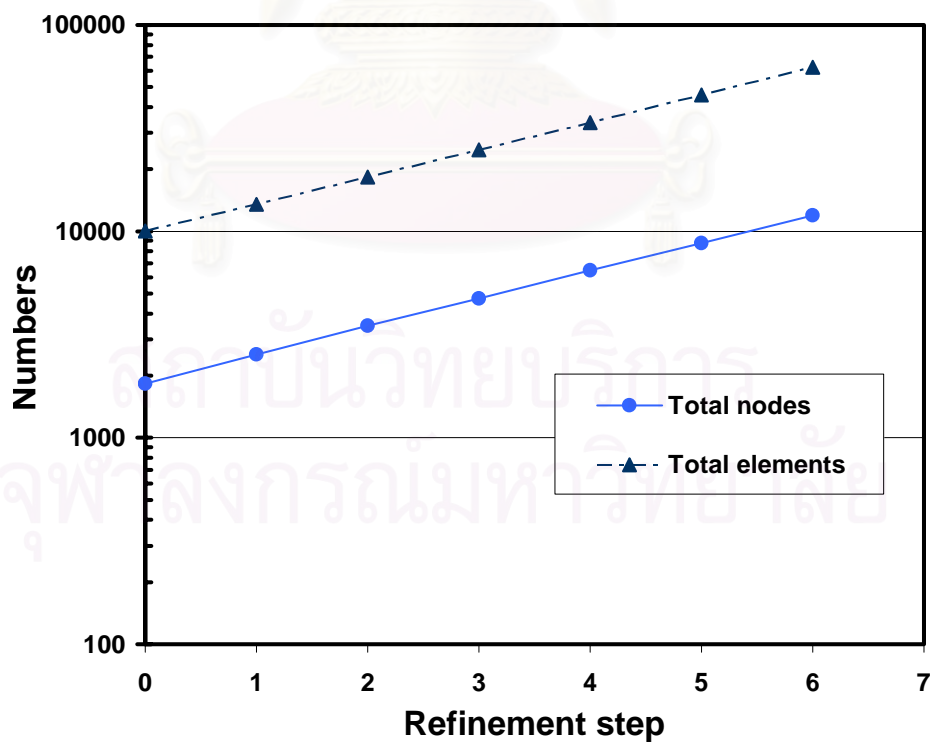
รูปที่ 5.63 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 5 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น
(8789 จุดต่อ 45763 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 14.2%)



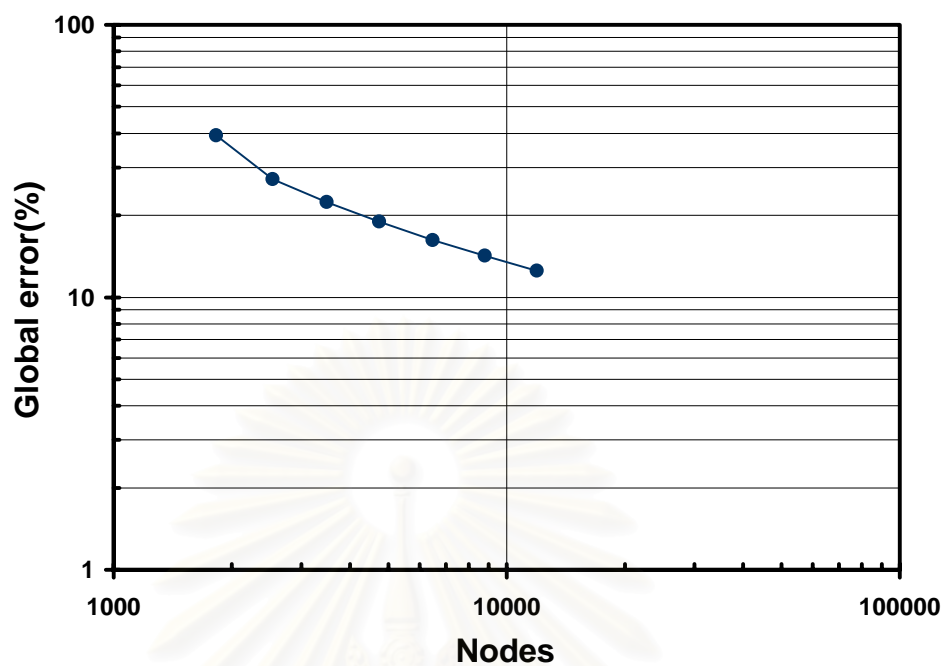
(ก) มุมมองด้านบน

(ข) มุมมอง 3 มิติ

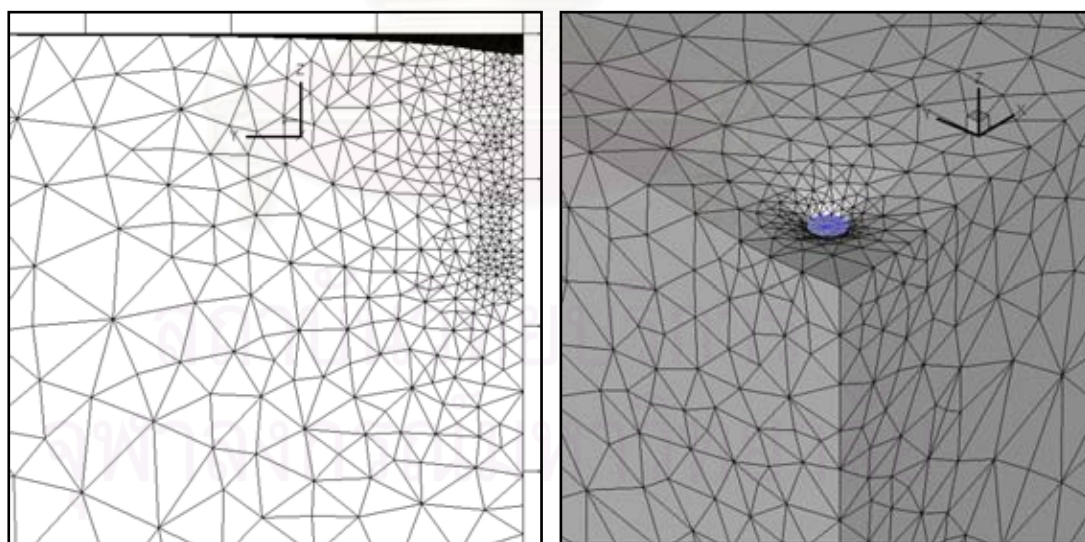
รูปที่ 5.64 โครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 6 สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น
(11919 จุดต่อ 62424 ชิ้นส่วน ความคลาดเคลื่อนระบบ 12.5%)



รูปที่ 5.65 จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงข่ายในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น



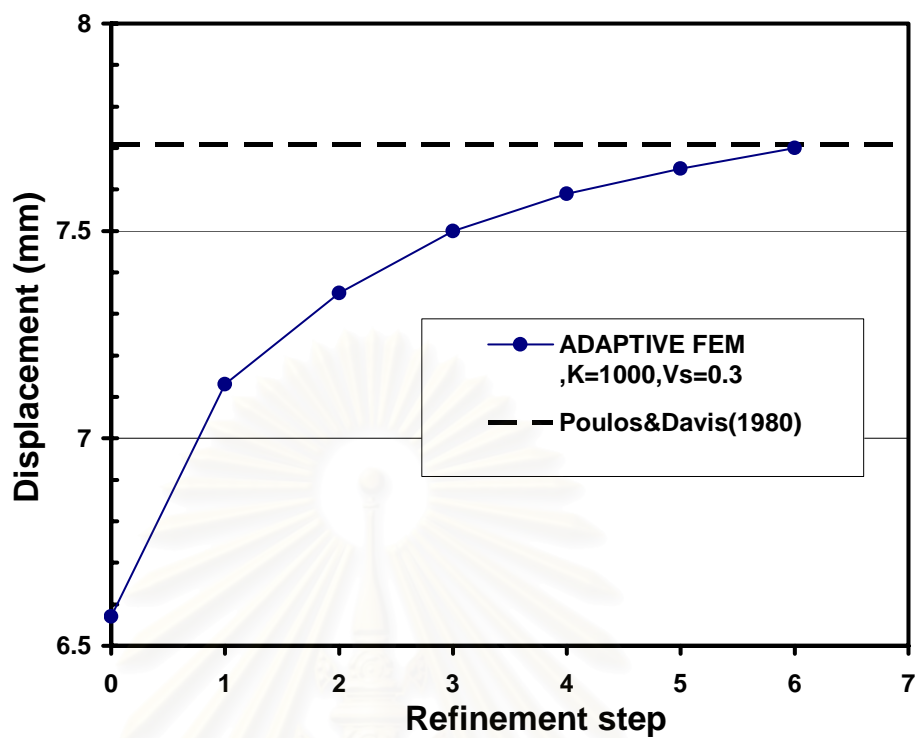
รูปที่ 5.66 ความคลาดเคลื่อนระบบเปรียบเทียบกับจำนวนจุดต่อในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น



(ก) มุมมองด้านข้าง

(ข) มุมมอง 3 มิติ

รูปที่ 5.67 โครงข่ายหลังเกิดการเคลื่อนตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น (แสดงโครงข่ายหลังการเพิ่มความละเอียดรอบที่ 6)



รูปที่ 5.68 การทูลดตัวที่หัวเสาเข็มในแต่ละรอบของการเพิ่มความละเอียด สำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้น

Displacement-influence factor for pile head settlement					
	Floating pile				Floating pile (finite depth layer)
	K = 50		K = 5000		
	$V_s = 0.0$	$V_s = 0.5$	$V_s = 0.0$	$V_s = 0.5$	
Analytical Solution	4.4	4.7	1.5	1.8	0.07156
Adaptive FEM (วิทยานิพนธ์)	4.631	4.937	1.447	1.728	0.07391
Error (%)	5.25	5.04	3.53	4.00	3.28

ตารางที่ 5.1 สรุปผลความคลาดเคลื่อนของค่าการทรุดตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มเดี่ยว

	Pile head settlement (mm)	
	2 piles	4 piles
Analytical Solution	4.552	7.708
Adaptive FEM (วิทยานิพนธ์)	4.91	7.7
Error (%)	7.86	0.12

ตารางที่ 5.2 สรุปผลความคลาดเคลื่อนของค่าการทรุดตัวสำหรับปัญหาเสาเข็มกลุ่ม

บทที่ 6

สรุปผลงานวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้มีจุดประสงค์เพื่อศึกษาและพัฒนากระบวนการปรับความละเอียดของโครงข่ายเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางวิศวกรรมธรณีเทคนิคในสภาพ 3 มิติ โดยงานทั้งหมดที่ทำในวิทยานิพนธ์นี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาคอมพิวเตอร์ฟอร์แทรนเพื่อนำไปใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา

ระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายที่พัฒนาขึ้นมีส่วนประกอบดังนี้

1. การสร้างโครงข่ายเริ่มต้นของชิ้นส่วนแต่ละระดับที่เชื่อมต่อกันด้วยโปรแกรมสร้างโครงข่ายสำเร็จรูป Gmsh
2. การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์โดยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ SNAC ที่ได้รับการปรับปรุงแล้ว
3. การประมาณความคลาดเคลื่อนของหน่วยแรง (stress error estimation) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
4. การเลือกชิ้นส่วนที่ต้องทำการเพิ่มความละเอียดโดยตัดสินจากความคลาดเคลื่อนที่ประมาณค่าได้จากขั้นตอนที่ 3
5. การเพิ่มความละเอียดชิ้นส่วนกระทำด้วยการแบ่งชิ้นส่วนเดิมให้ละเอียดขึ้น ซึ่งทำตามหลักการของวิธีแบ่งสองส่วน (bisection)
6. การปรับปรุงคุณภาพของโครงข่ายเพื่อช่วยให้ชิ้นส่วนในโครงข่ายมีรูปร่างดีขึ้นซึ่งจะทำให้ผลการวิเคราะห์มีความแม่นยำสูงขึ้น โดยการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายในงานวิจัยนี้เลือกใช้การปรับพิทักจุดต่อแบบลาปลาซโดยมีเงื่อนไขควบคุม (constrained Laplacian mesh smoothing) และการสลับหน้าชิ้นส่วน (face swapping)

การตรวจสอบความถูกต้องของระบบที่พัฒนาขึ้นกระทำโดยการนำไปวิเคราะห์ปัญหาพื้นฐานทางวิศวกรรมธรณีเทคนิค โดยในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการวิเคราะห์ 2 ปัญหา ได้แก่ ปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง และแบบวงกลม โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ปัญหาฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง จากการเพิ่มความละเอียดทำให้โครงข่ายมีความละเอียดเพิ่มขึ้นสูงมากในบริเวณขอบของฐานราก สำหรับหน่วยแรงที่ทำการเปรียบเทียบกับผลเฉลยวิเคราะห์หน่วยแรงแนวตั้งที่ระนาบต่างๆ จำนวน 4 ระนาบ หน่วยแรงที่ได้จากการโครงข่ายเริ่มต้นมีความ

คลาดเคลื่อนจากผลเฉลยไม่สูงนัก แต่หลังจากการเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายหน่วยแรงแนวตั้งที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยมากขึ้น

2. ปัญหาฐานรากแผ่แบบวงกลม จากการเพิ่มความละเอียดทำให้โครงข่ายมีความละเอียดเพิ่มขึ้นสูงมากในบริเวณขอบของฐานราก เมื่อเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวแนวตั้งที่ระดับผิวดินของศูนย์กลางฐานราก พบว่าเมื่อโครงข่ายมีความละเอียดสูงขึ้นค่าการเคลื่อนตัวที่ได้จะมีค่าเพิ่มสูงขึ้นและใกล้เคียงกับผลเฉลยมากขึ้น จากโครงข่ายเริ่มต้นค่าการทรุดตัวที่ได้มีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลย 10.4 % และที่โครงข่ายรอบสุดท้าย 2.9 % สำหรับหน่วยแรงที่ทำการเปรียบเทียบกับผลเฉลยฮิลาสติกใช้หน่วยแรงตามแนวแกนต่างๆ หน่วยแรงที่ได้จากการวิเคราะห์มีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยต่ำ ยกเว้นหน่วยแรงแนวราบตามแนวรัศมีและแนวสัมผัสที่ระดับผิวดินซึ่งมีค่าที่แตกต่างจากผลเฉลยอย่างชัดเจน แต่หลังจากการเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายหน่วยแรงที่ได้มีค่าใกล้เคียงผลเฉลยอย่างมาก

การตรวจสอบกับปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้เลือกปัญหาเสาเข็มเดี่ยวและเสาเข็มกลุ่มชนิด 2 ต้น และ 4 ต้น ผลการตรวจสอบมีรายละเอียดดังนี้

1. ค่าการทรุดตัวที่หัวเสาเข็มที่ได้จากการวิเคราะห์ของโครงข่ายเริ่มต้นซึ่งมีความละเอียดต่ำและมีความคลาดเคลื่อนสูงอยู่นั้นมีค่าต่ำกว่าการทรุดตัวจากผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ แต่เมื่อทำการปรับความละเอียดของโครงข่ายพบว่าค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้จะมีค่าสูงขึ้น โดยการเพิ่มของค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้จะมากที่สุดจากการเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายในรอบแรกและจะน้อยลงอย่างรวดเร็ว และเมื่อความละเอียดของโครงข่ายสูงขึ้นจนค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ซึ่งเมื่อเข้าสู่สภาพนี้ค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้ทั้งกรณีเสาเข็มเดี่ยวและเสาเข็มกลุ่มจะมีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยเชิงวิเคราะห์อยู่ในระดับไม่เกิน 10%

2. สำหรับหน่วยแรงที่ทำการเปรียบเทียบกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์คือ หน่วยแรงเฉือนที่ผิวเสาเข็มสำหรับกรณีเสาเข็มเดี่ยวแบบลอย (single floating pile) ที่ชั้นดินแข็งอยู่ในระดับลึกมาก ผลการตรวจสอบพบว่าการเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายช่วยปรับหน่วยแรงเฉือนที่ได้จากการวิเคราะห์ให้มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยอย่างมาก

3. ความละเอียดของโครงข่ายที่ได้จากการเพิ่มความละเอียดมีความสอดคล้องกับสภาพหน่วยแรงของปัญหา

3.1 ในกรณีเสาเข็มเดี่ยวแบบลอยซึ่งมีฐานรากแข็งอยู่ในระดับลึกมาก ถ้าความสามารถในการยึดตัวของเสาเข็มเทียบกับดินมีค่าสูง (K มีค่าต่ำ) โครงข่ายบริเวณรอบเสาเข็มจะมีความ

ละเอียดเพิ่มสูงโดยเฉพาะที่หัวเสาเข็ม ในขณะที่บริเวณปลายมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก เนื่องจากแรงเฉือนที่ผิวของเสาเข็มในกรณีนี้มีค่าสูงมากที่บริเวณใกล้หัวเสาเข็มแต่จะน้อยมากที่บริเวณปลายเสาเข็ม ในกรณีที่ความสามารถในการอัดตัวของเสาเข็มเทียบกับดินมีค่าต่ำ (K มีค่าสูง) โครงข่ายบริเวณรอบเสาเข็มจะมีความละเอียดเพิ่มสูงขึ้นโดยมากที่สุดที่ปลายเสาเข็ม เนื่องจากแรงเฉือนที่ผิวของเสาเข็มในกรณีนี้มีค่าค่อนข้างสูงตลอดความยาวเสาเข็มแต่จะสูงที่สุดที่บริเวณปลายเสาเข็ม

3.2 กรณีปัญหาที่ชั้นดินมีความหนาจำกัด (finite depth layer) ทั้งเสาเข็มเดี่ยวและกลุ่มโครงข่ายบริเวณปลายเสาเข็มจะมีความละเอียดสูงชันอย่างชัดเจน เนื่องจากพฤติกรรมในการรับแรงของเสาเข็มเริ่มเป็นลักษณะของแรงแบกทานที่ปลาย (end bearing) มากขึ้น ทำให้หน่วยแรงในบริเวณนั้นมีการเปลี่ยนแปลงสูง ส่งผลให้โครงข่ายบริเวณปลายเสาเข็มมีความละเอียดสูง

4. พารามิเตอร์ของดินและเสาเข็มส่งผลสำคัญต่อความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์

4.1 สติฟเนสแฟกเตอร์ (stiffness factor, K) ถ้าทำการวิเคราะห์ปัญหาโดยใช้โครงข่ายเหมือนกันและพารามิเตอร์อื่นๆเท่ากันหมด โครงข่ายที่ใช้ค่า K สูงกว่า(ความสามารถในการอัดตัวของเสาเข็มเมื่อเทียบกับดินมีค่าต่ำกว่า)จะมีความคลาดเคลื่อนสูงกว่า

4.2 อัตราส่วนปัวซองส์ของดิน (ν_s) ถ้าทำการวิเคราะห์ปัญหาโดยใช้โครงข่ายเหมือนกันและพารามิเตอร์อื่นๆเท่ากันหมด โครงข่ายที่ใช้ ν_s สูงกว่าจะมีความคลาดเคลื่อนสูงกว่า

จากการวิเคราะห์ปัญหาพื้นฐานทั้งสองกรณีและปัญหาเสาเข็มแสดงลักษณะการเปลี่ยนแปลงของจำนวนจุดต่อและความคลาดเคลื่อนระบบที่เหมือนกันคือ จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงข่ายที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของการวิเคราะห์จะมีค่า**สูงขึ้น** ในขณะที่ความคลาดเคลื่อนระบบที่ลดลงในแต่ละรอบของการวิเคราะห์จะมีค่า**ต่ำลง** ซึ่งหมายความว่ายิ่งโครงข่ายมีความละเอียดมากขึ้นจำนวนจุดต่อที่จะต้องเพิ่มในแต่ละรอบของการวิเคราะห์จะ**เพิ่มขึ้น** แต่ความคลาดเคลื่อนระบบที่ลดลงในแต่ละรอบของการวิเคราะห์จะ**ต่ำลง**

จากการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมธรณีเทคนิคทั้งปัญหาฐานรากแผ่และเสาเข็มแสดงให้เห็นว่าระบบปรับความละเอียดของโครงข่ายช่วยเพิ่มความละเอียดของโครงข่ายในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงสูงได้ ซึ่งทำให้ผลการวิเคราะห์ที่ไฟไนต์เอลิเมนต์มีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น โดยที่ความคลาดเคลื่อนของค่าการเคลื่อนตัวเมื่อเทียบกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์หรืออยู่ในระดับที่ยอมรับได้

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

พงศ์วิทย์ รุ่งบรรณพันธ์. 2546. การวิเคราะห์พฤติกรรมของเสาเข็มเดี่ยว และเสาเข็มกลุ่มด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. ภาควิชาวิศวกรรมโยธา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Abbo, A. J., and Sloan, S. W. 1997. A finite element program for analysis of elastoplasticity and consolidation. Doctoral Dissertation, Department of Civil, Surveying and Environmental Engineering, University of Newcastle.
- Amenta, N., Bern, M., and Eppstein, D. (n.d.). Optimal point placement for mesh smoothing [online]. Available from : <http://www.ics.uci.edu/~eppstein/pubs/AmeBerEpp-SODA-97.pdf> [2005, January 8]
- Arnold, D. N., and Mukherjee, A. (n.d.). Tetrahedral bisection and adaptive finite element [online]. Available from : <http://www.ima.umn.edu/~arnold/papers/bistetima.pdf> [2004, January 31]
- Babuška, I., and Rheinboldt, C. 1978. A-posteriori error estimates for the finite element method. International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 12 : 1597-1615.
- Babuška, I., and Rheinboldt, C. 1979. Adaptive approaches and reliability estimates in finite element analysis. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 17/18 : 519-540.
- Buchanan, G. R. 1995. Schum's outline of theory and problems of finite element analysis. New York : McGraw-Hill.
- Canann, S. A., Tristano, J. R., and Staten, M. L. (n.d.). An approach to combined Laplacian and optimization-based smoothing for triangular, quadrilateral, and quad-dominant meshes [online]. Available from : <http://www.imr.sandia.gov/papers/imr7/canann98.ps.gz> [2004, January 31]
- Cavendish, J. C. 1974. Automatic Triangulation of arbitrary planar domains for the finite element method. International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 8 : 679-696.
- Cavendish, J. C., Field, D. A., and Frey, W. H. 1985. An approach to automatic three-dimensional finite element mesh generation. International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 21 : 329-347.

- Christophe, G., and Jean-François, R. 2003. Gmsh : A three-dimensional finite element generator with built-in pre- and post-processing facilities [online]. Available from: <http://www.geuz.org/gmsh/> [2003, October]
- Fung, Y. C. 1977. A first course in continuum mechanics. Second edition. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall.
- Grosso, R., Lürig, C., and Ertl, T. (n.d.). The multilevel finite element method for adaptive mesh optimization and visualization of volume data [online]. Available from : <http://www.vis.uni-stuttgart.de/ger/research/pub/pub1997/vis97-grosso.pdf> [2004, January 31]
- Liu, A., and Joe, B. 1996. Quality local refinement of tetrahedral meshes based on 8-subtetrahedron subdivision [online]. Available from : www.ams.org/mcom/1996-65-215/S0025-5718-96-00748-X/S0025-5718-96-00748-X.pdf [2004, December 22]
- Plaza, A., and Rivara, M. (n.d.). Mesh refinement based on the 8-tetrahedra longest-edge partition [online]. Available from : <http://www.imr.sandia.gov/papers/imr12/plaza03.pdf> [2004, December 22]
- Poulos, H. G., and Davis, H. G. 1974. Elastic solution for soil and rock mechanics. New York : John Wiley & Sons.
- Poulos, H. G., and Davis, H. G. 1980. Pile foundation analysis and design. Canada : John Wiley & Sons.
- Shewchuk, J. R. 1997. Delaunay refinement mesh generation. Doctoral Dissertation, Department of Computer Science, School of Computer Science, Carnegie Mellon University.
- Tristano, J. R., Chen, Z., Hancq, D. A., and Kwok, W. (n.d.). Fully automatic adaptive mesh refinement integrated into solution process [online]. Available from : <http://www.imr.sandia.gov/papers/imr12/tristano03.pdf> [2004, January 31]
- Zienkiewicz, O. C., and Taylor, R. L. 2000. The finite element method. 3 Vols. 5 th edition. Vol.1 the basis. Oxford : Butterworth Heinemann.
- Zienkiewicz, O. C., and Zhu, J. Z. 1987. A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis. International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 24 : 337-357.
- Zienkiewicz, O. C., and Zhu, J. Z. 1990. Superconvergence recovery technique and a posteriori error estimators. International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 30 : 1321-1339.

Zienkiewicz, O. C., and Zhu, J. Z. 1991. Adaptivity and mesh generation. International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 32 : 783-810.

Zienkiewicz, O. C., and Zhu, J. Z. 1992. The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. Part 1: The recovery technique. International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 33 : 1331-1364.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

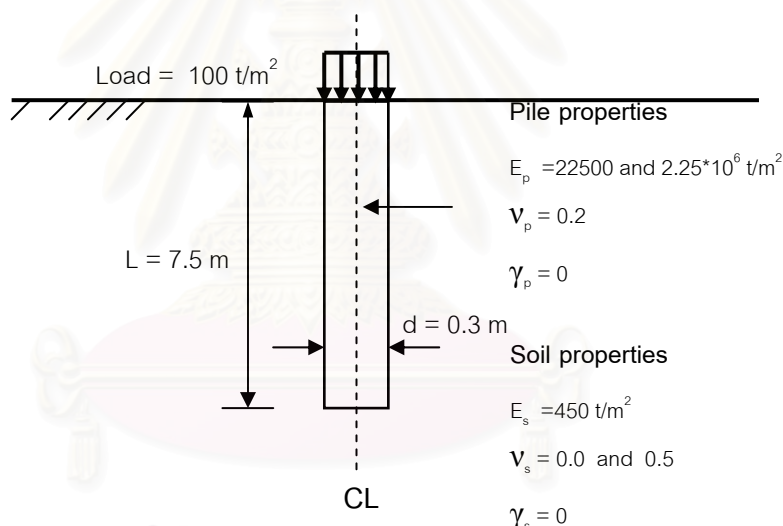
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การคำนวณการทรุดตัวของหัวเสาเข็ม

1. การคำนวณการทรุดตัวของหัวเสาเข็มสำหรับเสาเข็มต้นเดี่ยวแบบลอย (single floating pile)

1.1 เสาเข็มที่อยู่ในชั้นดินซึ่งมีฐานรากแข็งอยู่ระดับลึกมาก (elastic half space)

การคำนวณนี้ใช้สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาในหัวข้อ 5.1.1 ซึ่งเป็นปัญหาเสาเข็มเดี่ยวซึ่งอยู่ในชั้นดินเนื้อเดียวที่มีชั้นดินแข็งอยู่ในระดับลึกมากดังมีรายละเอียดแสดงในรูปที่ ก.1 อ้างอิงการคำนวณจากผลเฉลยอีลาสติกที่เสนอโดย Poulos และ Davis (1974) โดยมีกราฟที่ต้องใช้แสดงในรูปที่ ก.2 ซึ่งกราฟนี้ใช้ได้เฉพาะกรณีอัตราส่วนปัวซองส์ (poisson's ratio, ν_s) ของดินมีค่าเป็น 0 และ 0.5 และอัตราส่วนความยาวต่อเส้นผ่านศูนย์กลางเสาเข็ม (L/d) เป็น 25 เท่านั้น โดยจากกราฟแสดงค่า I_p ทั้งที่หัวและปลายเสาเข็ม ซึ่งในที่นี้ใช้เฉพาะค่า I_p สำหรับหัวเสาเข็มเท่านั้นโดยในแต่ละกรณีของการวิเคราะห์ที่มีรายละเอียดดังนี้



รูปที่ ก.1 ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวที่ชั้นดินแข็งอยู่ในระดับลึกมาก

ค่าการทรุดตัวคำนวณที่หัวเสาเข็มคำนวณได้จาก

$$\rho = \frac{P I_p}{L E_s} \quad (\text{ก.1})$$

โดยที่ ρ = ค่าการเคลื่อนตัว
 P = แรงกระทำแนวตั้งทั้งหมดที่หัวเสาเข็ม

I_p = ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการเคลื่อนตัว
 L = ความยาวของเสาเข็ม
 E_s = โมดูลัสยืดหยุ่นของดิน

กรณีที่ $K = 50$, $v_s = 0.0$ ค่า $I_p = 4.4$

$$\rho = \frac{[100t/m^2 \times \pi \times (0.15m)^2] \times 4.4}{7.5m \times 450t/m^2} = 9.215 \times 10^{-3} \text{ m}$$

กรณีที่ $K = 50$, $v_s = 0.5$ ค่า $I_p = 4.7$

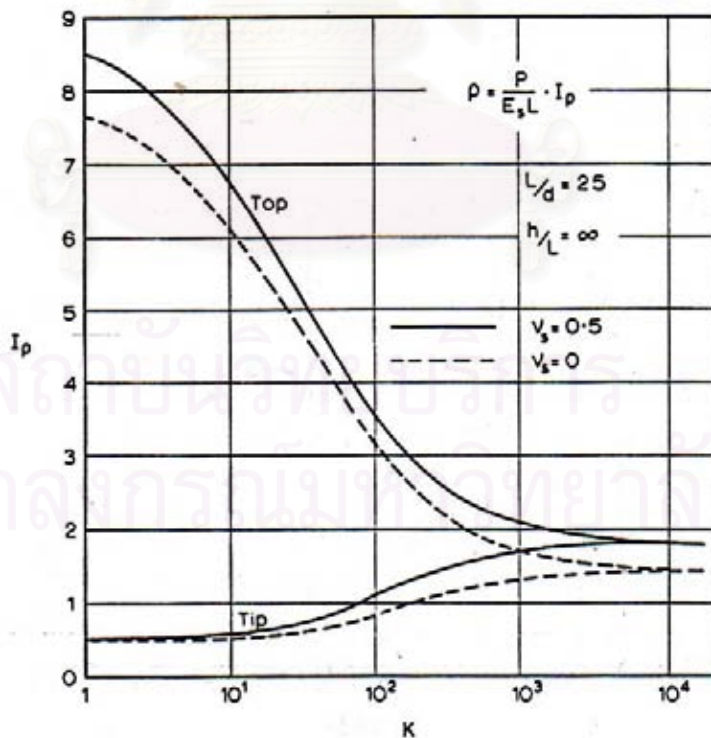
$$\rho = \frac{[100t/m^2 \times \pi \times (0.15m)^2] \times 4.7}{7.5m \times 450t/m^2} = 9.844 \times 10^{-3} \text{ m}$$

กรณีที่ $K = 5000$, $v_s = 0.0$ ค่า $I_p = 1.5$

$$\rho = \frac{[100t/m^2 \times \pi \times (0.15m)^2] \times 1.5}{7.5m \times 450t/m^2} = 3.142 \times 10^{-3} \text{ m}$$

กรณีที่ $K = 5000$, $v_s = 0.5$ ค่า $I_p = 1.8$

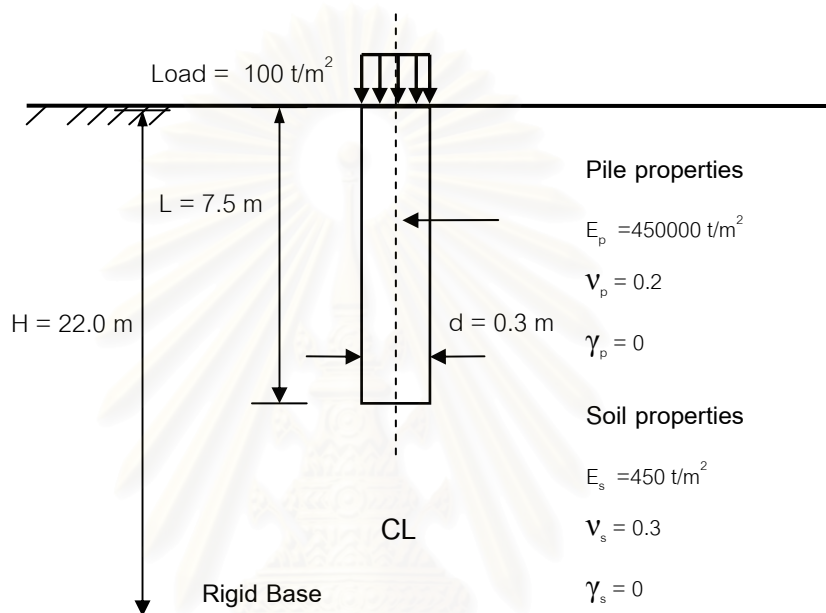
$$\rho = \frac{[100t/m^2 \times \pi \times (0.15m)^2] \times 1.8}{7.5m \times 450t/m^2} = 3.770 \times 10^{-3} \text{ m}$$



รูปที่ ก.2 ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการทรุดตัวสำหรับเสาเข็มต้นเดียวที่อยู่ในชั้นดินซึ่งมีฐานรากแข็งอยู่ระดับลึกมาก สำหรับ $L/d = 25$

1.2 ชั้นดินมีความลึกจำกัด (finite depth layer)

การคำนวณนี้ใช้สำหรับกรณีเสาเข็มอยู่ในชั้นดินเนื้อเดียวและชั้นดินแข็งอยู่ในระดับที่ไม่ลึกมากซึ่งใช้ในการเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ในหัวข้อ 5.1.2 โดยรูปของปัญหาและพารามิเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ ก.2 อ้างอิงการคำนวณจากผลเฉลยอิลาสติกที่เสนอโดย Poulos และ Davis (1980) และมีกราฟที่ต้องใช้ในการคำนวณแสดงในรูปที่ ก.3 ถึง ก.7



รูปที่ ก.3 ปัญหาเสาเข็มเดี่ยวที่ชั้นดินมีความลึกจำกัด

คำนวณค่าที่จำเป็นต้องใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์จากกราฟโดยมีรายละเอียดดังนี้

$$\begin{aligned}
 L/d &= 7.5/0.3 = 25 \\
 L/h &= 7.5/22 = 0.34 \\
 K &= E_p R_A / E_s = (450000 \times 1) / 450 = 1000 \\
 d_b/d &= 0.3/0.3 = 1.0
 \end{aligned}$$

การทูลดตัวของหัวเสาเข็มคำนวณได้จาก

$$\rho = \frac{PI}{dE_s} \tag{ก.2}$$

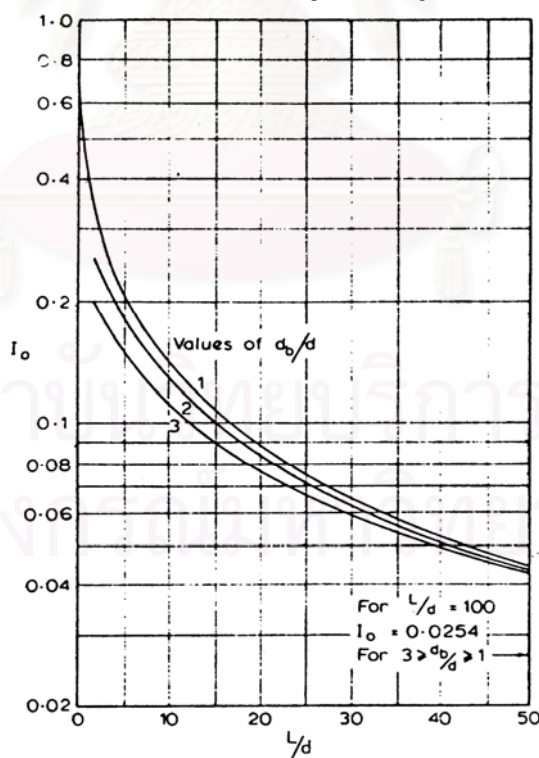
โดยที่ $I = I_0 R_k R_h R_v$

เมื่อ I_0 = ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการเคลื่อนตัวก่อนปรับแก้
 R_k = ค่าปรับแก้ค่าความสามารถในการอัดตัวของเสาเข็ม
 R_h = ค่าปรับแก้ระดับฐานรากแข็ง
 R_v = ค่าปรับแก้อัตราส่วนบิวของส

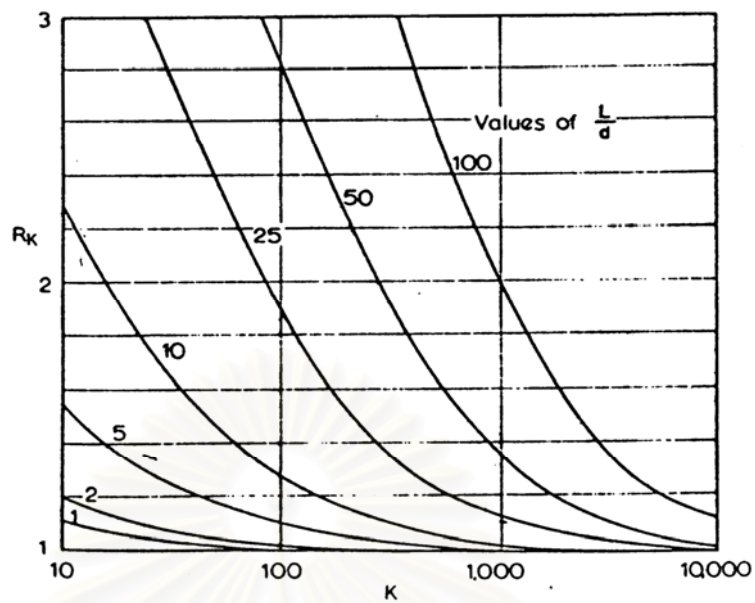
I_0 = 0.075 (จากรูปที่ ก.4)
 R_k = 1.14 (จากรูปที่ ก.5)
 R_h = 0.90 (จากรูปที่ ก.6)
 R_v = 0.93 (จากรูปที่ ก.7)

ดังนั้น I = $0.075 \times 1.1 \times 0.90 \times 0.93$
 $= 0.07156$

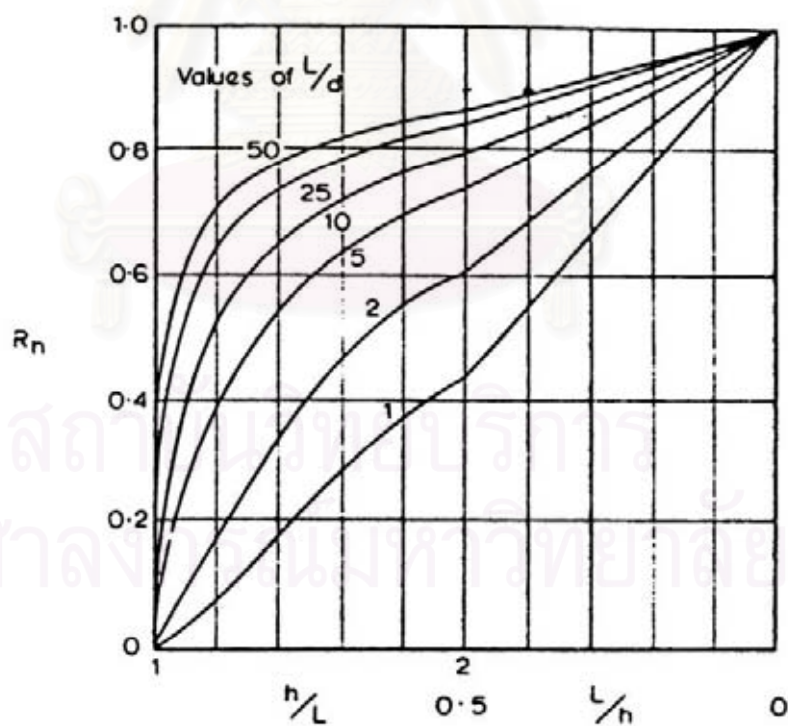
และการทรุดตัว ρ = $\frac{[100t/m^2 \times \pi \times (0.15m)^2] \times 0.07156}{450t/m^2 \times 0.3m}$
 $= 3.747 \times 10^{-3} \text{ m}$



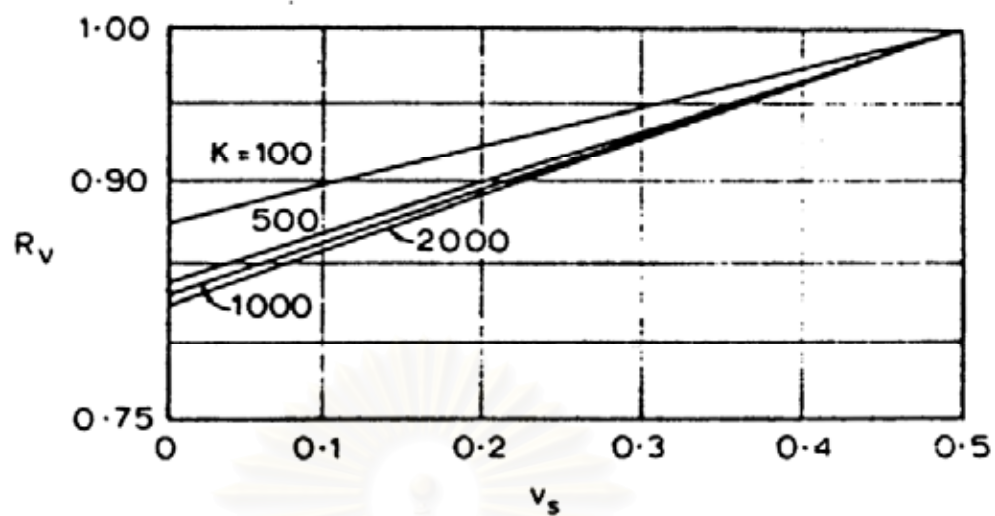
รูปที่ ก.4 ค่าอินฟลูเอนซ์แฟกเตอร์ของการทรุดตัว(Displacement-influence Factor, I_0)



รูปที่ ก.5 ค่าปรับแก้ค่าความสามารถในการอัดตัวของเสาเข็ม (compressibility correction factor, R_k)



รูปที่ ก.6 ค่าปรับระดับของฐานรากแข็ง (depth correction factor, R_n)



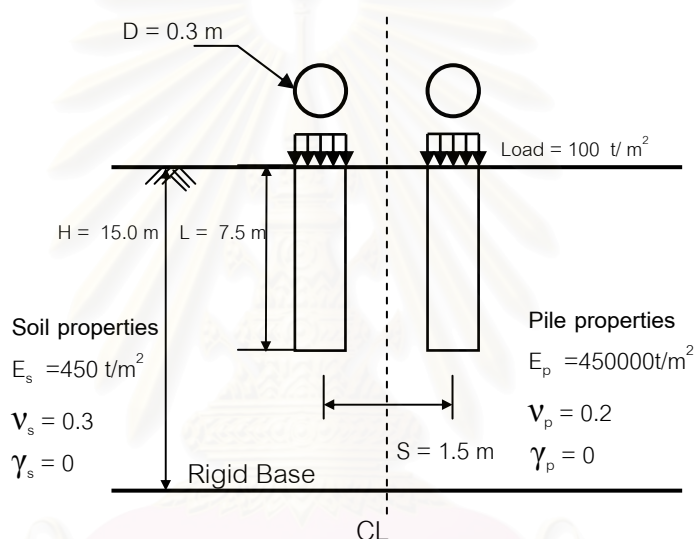
รูปที่ ก.7 ค่าปรับแก้อัตราส่วนปัวซองส์ (Poisson's ratio correction factor, R_v)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. การคำนวณการทรุดตัวของเสาเข็มกลุ่ม

2.1 การคำนวณการทรุดตัวของเสาเข็มกลุ่มชนิด 2 ต้น

การคำนวณนี้ใช้กับเสาเข็มกลุ่มชนิด 2 ต้นแบบลอย (floating) ซึ่งใช้ในการเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ของปัญหาในหัวข้อ 5.2.1 โดยมีรูปแบบของปัญหาแสดงในรูปที่ ก.8 อ้างอิงการคำนวณจากผลเฉลยอิลาสติกที่เสนอโดย Poulos และ Davis (1980) ขั้นตอนการคำนวณเริ่มจากการคำนวณการทรุดตัวของเสาเข็มต้นเดียว จากนั้นทำการคำนวณค่าการทรุดตัวที่เพิ่มขึ้นซึ่งเป็นผลมาจากเสาเข็มต้นข้างๆ โดยการหาอินเตอร์แอคชันแฟกเตอร์ (interaction factor) ของกลุ่มเสาเข็มนั้น สำหรับกราฟที่ต้องใช้ในการหาอินเตอร์แอคชันแฟกเตอร์ และค่าปรับแก้ต่างๆ สำหรับเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้นแสดงในรูปที่ ก.9 ถึง ก.11



รูปที่ ก.8 แสดงปัญหาเสาเข็มกลุ่มชนิด 2 ต้น

โดยค่าต่างๆ ที่จำเป็นในการหาพารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณค่าการทรุดตัวมีรายละเอียดดังนี้

$$\begin{aligned}
 L/d &= 7.5/0.3 = 25 \\
 L/h &= 7.5/15 = 0.5 \\
 K &= E_p R_A / E_s = (450000 \times 1) / 450 = 1000 \\
 d_b/d &= 0.3/0.3 = 1.0 \\
 s/d &= 1.5/0.3 = 5.0
 \end{aligned}$$

ขั้นตอนการคำนวณ

(1) การทรุดตัวสำหรับเสาเข็มต้นเดียวคำนวณได้จาก

$$\rho = \frac{Pl}{dE_s} \quad (ก.2)$$

โดยที่ $I = I_0 R_k R_h R_v$

$$I_0 = 0.075 \quad (\text{จากรูปที่ ก.4})$$

$$R_k = 1.14 \quad (\text{จากรูปที่ ก.5})$$

$$R_h = 0.84 \quad (\text{จากรูปที่ ก.6})$$

$$R_v = 0.93 \quad (\text{จากรูปที่ ก.7})$$

ดังนั้น $I = 0.075 \times 1.14 \times 0.84 \times 0.93$
 $= 0.06679$

และการทรุดตัว $\rho = \frac{[100 \text{ t/m}^2 \times \pi \times (0.15 \text{ m})^2] \times 0.06679}{450 \text{ t/m}^2 \times 0.3 \text{ m}}$
 $= 3.495 \times 10^{-3} \text{ m}$

(2) คำนวณการทรุดตัวที่เพิ่มขึ้นจากผลของเสาเข็มกลุ่ม

$$\text{จากสมการ การทรุดตัวที่เพิ่มขึ้น} = \alpha \times \rho$$

โดยที่ $\alpha =$ อินเตอร์แอคชันแฟกเตอร์ (interaction factor)

อินเตอร์แอคชันแฟกเตอร์ (α_F) สำหรับเสาเข็มกลุ่ม 2 ต้นที่อยู่ในดินเนื้อเดียวที่ไม่จำกัดขอบเขต และมีค่าอัตราส่วนบิวของสเท่ากับ 0.5 แสดงในรูปที่ ก.9 แต่เนื่องจากผลของระดับความลึกของฐานรากแข็ง จึงต้องปรับแก้ค่า α โดยที่

$$\alpha = \alpha_F N_h$$

$$\alpha_F = 0.405 \quad (\text{จากรูปที่ ก.9})$$

โดยที่ $N_h =$ ค่าปรับแก้ระดับความลึกของฐานรากแข็ง

$$N_h = 0.78 \quad (\text{จากรูปที่ ก.10})$$

ค่าปรับแก้ระดับความลึกของฐานรากแข็งนี้ใช้ในกรณีที่มีค่า $K =$ อนันต์ (α) ซึ่งจาก Poulos และ Davis(1980) แนะนำให้ลดค่าปรับแก้ลง 8% ในกรณีที่มีค่า $K = 1000$ ดังนั้นจะได้ค่า $N_h = 0.78(0.92) = 0.7176$ และค่า α จะมีค่าเป็น

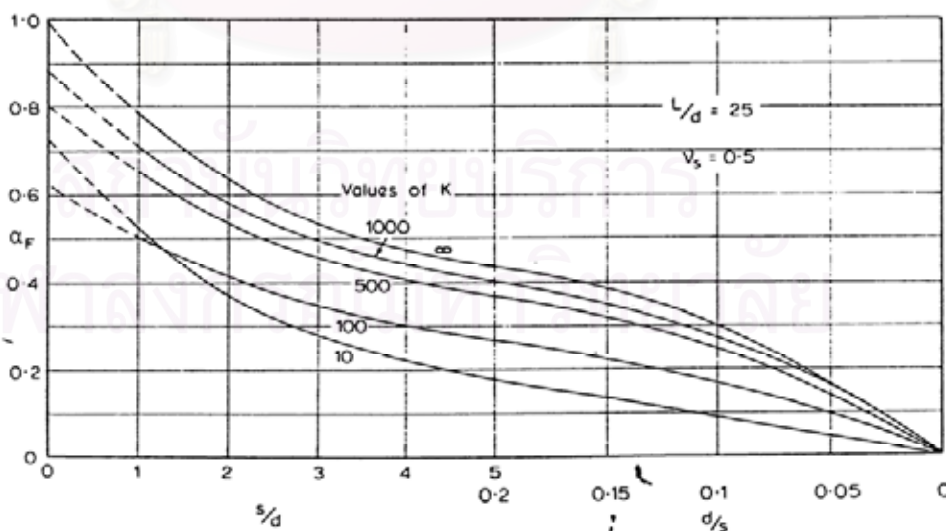
$$\begin{aligned}\alpha &= 0.405 \times 0.7176 \\ &= 0.2906\end{aligned}$$

และเนื่องจากค่าที่ได้เป็นกรณีที่ $v_s = 0.5$ จึงต้องปรับแก้ค่าสำหรับกรณีที่ $v_s = 0.3$ จากรูปที่ ก.11 จะได้ค่าปรับแก้ $N_v = 1.04$ ดังนั้น

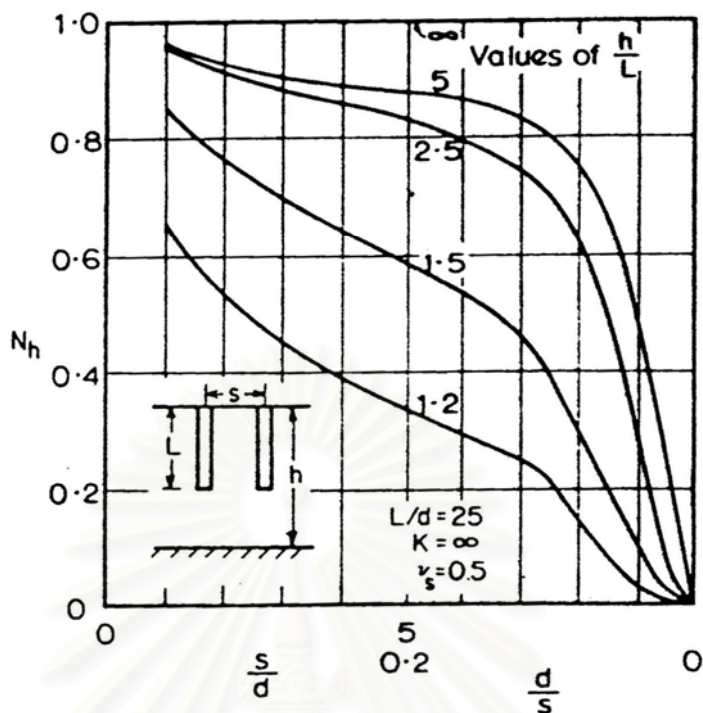
$$\begin{aligned}\alpha &= 0.2906 \times 1.04 \\ &= 0.3023\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{การทรุดตัวที่เพิ่มขึ้น} &= \alpha \times \rho \\ &= 0.3023 \times 3.495 \times 10^{-3} \\ &= 1.057 \times 10^{-3} \text{ m}\end{aligned}$$

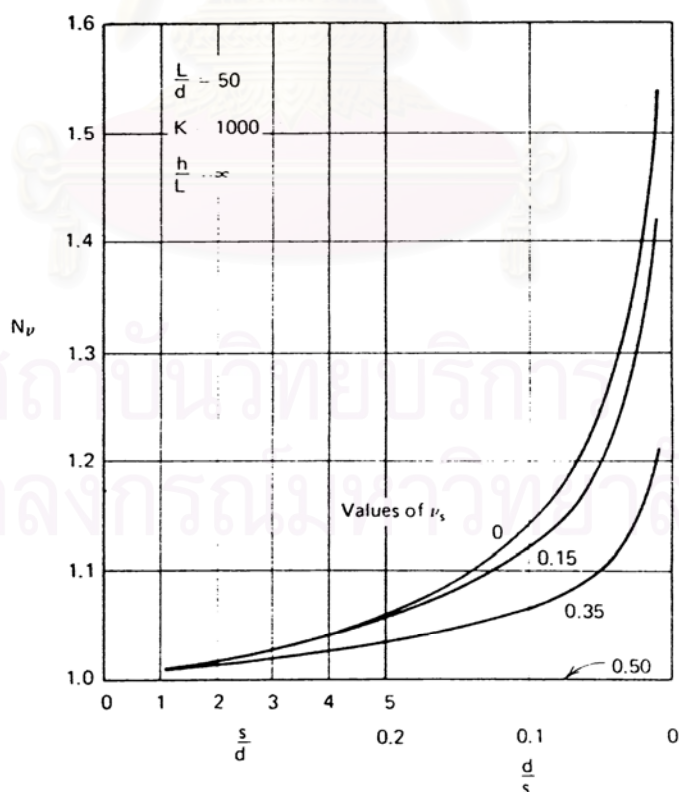
$$\begin{aligned}\text{ดังนั้นการทรุดตัวรวมของเสาเข็มกลุ่ม} &= \rho + \alpha \times \rho \\ &= (3.495 + 1.057) \times 10^{-3} \\ &= 4.552 \times 10^{-3} \text{ m}\end{aligned}$$



รูปที่ ก.9 อินเตอร์แอกชันแฟกเตอร์สำหรับเสาเข็ม 2 ต้นชนิดเสาเข็มลอย เมื่อ $L/d = 25$



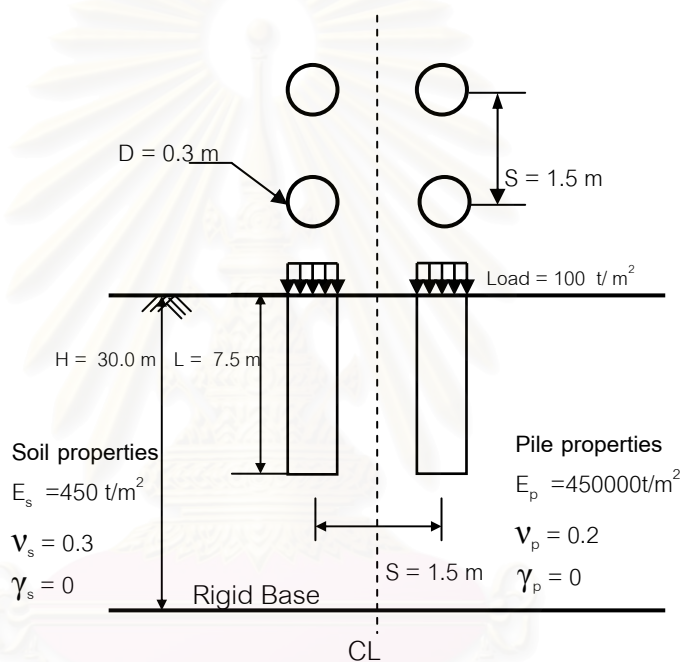
รูปที่ ก.10 ค่าปรับแก้ผลของระดับความลึกของฐานแข็ง สำหรับอินเตอร์แอคชั่นแฟกเตอร์ (N_h) สำหรับเสาเข็ม 2 ต้นกรณีปลายเข็มอยู่บนชั้นดินที่แข็งกว่าเมื่อ $L/d = 25$



รูปที่ ก.11 ค่าปรับแก้อัตราส่วนปัวซองส์ (Poisson's ratio) สำหรับอินเตอร์แอคชั่นแฟกเตอร์ (N_v) สำหรับเสาเข็ม 2 ต้นกรณีปลายเข็มอยู่บนฐานแข็ง เมื่อ $L/d = 25$

2.2 การคำนวณการทรุดตัวของเสาเข็มกลุ่มชนิด 4 ต้น

การคำนวณนี้ใช้กับเสาเข็มกลุ่มชนิด 4 ต้นแบบลอย (floating) ซึ่งใช้ในการเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ของปัญหาในหัวข้อ 5.2.2 โดยมีรูปแบบของปัญหาแสดงในรูปที่ ก.12 อ้างอิงการคำนวณจากผลเฉลยอีลาสติกที่เสนอโดย Poulos และ Davis (1980) ขั้นตอนการคำนวณเริ่มจากการคำนวณการทรุดตัวของเสาเข็มต้นเดียว จากนั้นทำการคำนวณค่าการทรุดตัวที่เพิ่มขึ้นซึ่งเป็นผลมาจากเสาเข็มต้นข้างๆ โดยการหาอินเตอร์แอคชันแฟกเตอร์ (interaction factor) ของกลุ่มเสาเข็มนั้น สำหรับกราฟที่ต้องใช้ในการหาอินเตอร์แอคชันแฟกเตอร์ และค่าปรับแก้ต่างๆ สำหรับเสาเข็มกลุ่ม 4 ต้นแสดงในตารางที่ ก.1 และในรูปที่ ก.13 ถึง ก.14



รูปที่ ก.12 แสดงปัญหาเสาเข็มกลุ่มชนิด 4 ต้น

โดยค่าต่างๆ ที่จำเป็นในการหาพารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณค่าการทรุดตัวมีรายละเอียดดังนี้

$$\begin{aligned}
 L/d &= 7.5/0.3 &= 25 \\
 L/h &= 7.5/30 &= 0.25 \\
 K &= E_p R_A / E_s &= (450000 \times 1) / 450 = 1000 \\
 d_b / d &= 0.3/0.3 &= 1.0 \\
 s/d &= 1.5/0.3 &= 5.0
 \end{aligned}$$

ขั้นตอนการคำนวณ

(1) การทรุดตัวสำหรับเสาเข็มต้นเดียวคำนวณได้จาก

$$\rho = \frac{PI}{dE_s} \quad (ก.2)$$

โดยที่ $I = I_0 R_k R_h R_v$

$I_0 = 0.075$ (จากรูปที่ ก.4)

$R_k = 1.14$ (จากรูปที่ ก.5)

$R_h = 0.92$ (จากรูปที่ ก.6)

$R_v = 0.93$ (จากรูปที่ ก.7)

ดังนั้น $I = 0.075 \times 1.14 \times 0.92 \times 0.93$
 $= 0.07315$

และการทรุดตัว $\rho = \frac{[100t/m^2 \times \pi \times (0.15m)^2] \times 0.07315}{450t/m^2 \times 0.3m}$
 $= 3.828 \times 10^{-3} \text{ m}$

(2) คำนวณการทรุดตัวที่เพิ่มขึ้นจากผลของเสาเข็มกลุ่ม

จากสมการ การทรุดตัวเฉลี่ยของเสาเข็มกลุ่ม $= R_s \times \rho$

โดยที่ $R_s =$ อัตราส่วนการทรุดตัว (settlement ratio)

จากตารางที่ ก.1 จะได้

$R_s = 2.09$

ปรับแก้ค่าอัตราส่วนการทรุดตัวเนื่องจากผลของระดับความลึกของฐานรากแข็ง โดยค่าปรับแก้ ξ_h จากรูปที่ ก.13 เมื่อ $L/h = 0.25$ มีค่าเป็น 0.94 ดังนั้นค่า R_s หลังจากปรับแก้แล้วมีค่าเป็น

$R_{s(\text{corr})} = R_s \times \xi_h$

$$= 2.09 \times 0.94$$

$$= 1.9646$$

ปรับแก้ค่าอัตราส่วนการหลุดตัวเนื่องจากผลของอัตราส่วนบัวของส์ โดยค่าปรับแก้ ξ_v จากรูปที่ ก.14 เมื่อ $V_s = 0.3$ มีค่าเป็น 1.025 ดังนั้นค่า R_s หลังจากปรับแก้แล้วมีค่าเป็น

$$R_{s(\text{corr})} = R_s \times \xi_v$$

$$= 1.9646 \times 1.025$$

$$= 2.0137$$

$$\text{ดังนั้นจะได้การหลุดตัวเฉลี่ยของเสาเข็มกลุ่ม} = R_s \times \rho$$

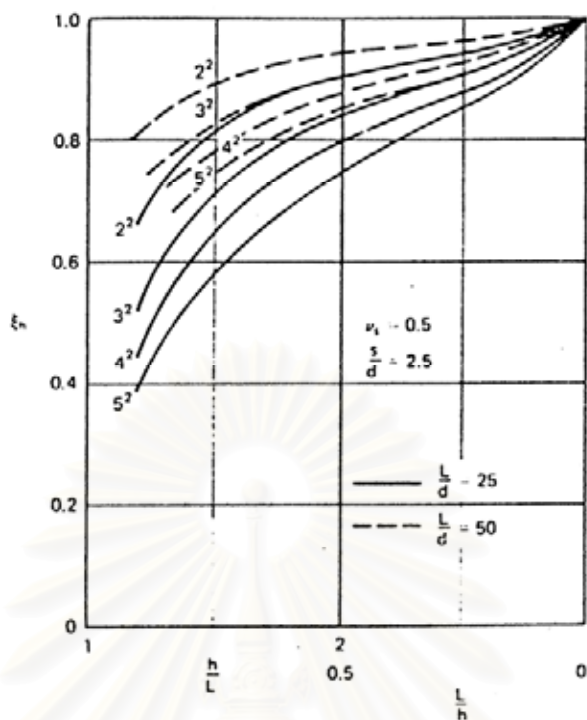
$$= 2.0137 \times 3.828 \times 10^{-3}$$

$$= 7.708 \times 10^{-3} \text{ m}$$

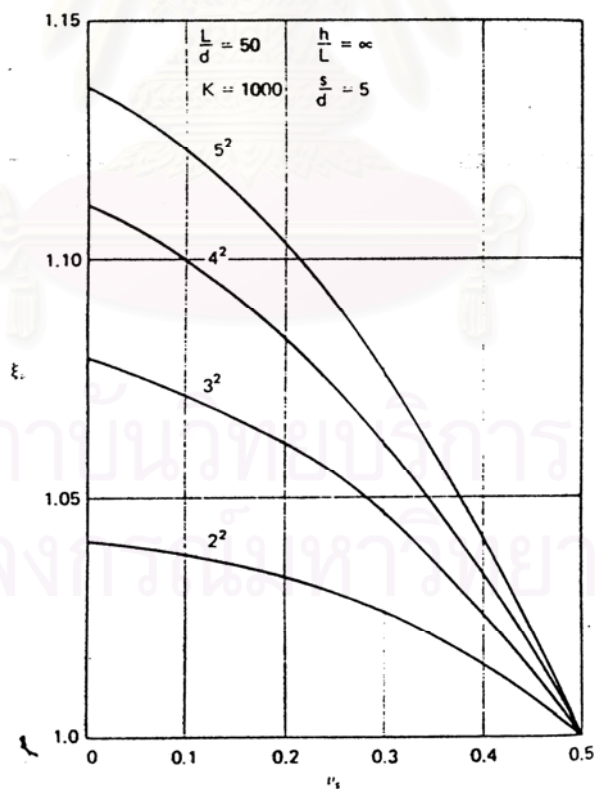
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ก.1 ค่าอัตราส่วนการทรุดตัว (Settlement Ratio) RS สำหรับเสาเข็มกลุ่ม
 ในดินสม่ำเสมอที่มีความลึกมาก และแคบหัวเข็มแบบแข็ง (rigid cap)

L/d	s/d	K	No of Piles in Group														
			4			9			16			25					
			10	100	1000	∞	10	100	1000	∞	10	100	1000	∞			
2	1.83	2.25	2.14	2.65	2.87	3.01	3.64	4.84	5.29	4.22	5.38	7.44	8.10	5.40	7.25	9.28	11.25
5	1.40	1.73	1.88	1.90	1.90	1.83	2.49	2.82	2.85	2.26	3.25	3.74	3.82	2.68	3.98	4.70	4.75
10	1.21	1.39	1.48	1.50	1.42	1.76	1.97	1.99	1.99	1.63	2.14	2.46	2.46	1.85	2.53	2.95	2.95
2	1.99	2.14	2.65	2.87	3.01	3.64	4.84	5.29	4.22	5.38	7.44	8.10	5.40	7.25	9.28	11.25	
5	1.47	1.74	2.09	2.19	1.98	2.61	3.48	3.74	2.46	3.54	4.96	5.34	3.34	2.95	4.48	6.50	7.03
10	1.25	1.46	1.74	1.78	1.49	1.95	2.57	2.73	1.74	2.46	3.42	3.63	2.63	1.98	2.98	4.28	4.50
2	2.43	2.31	2.56	3.01	3.91	3.79	4.52	5.66	5.58	5.65	5.65	7.05	8.94	7.26	7.65	9.91	12.66
5	1.73	1.81	2.10	2.44	2.46	2.75	3.51	4.29	3.16	3.72	5.11	6.37	6.37	3.88	4.74	6.64	8.67
10	1.38	1.50	1.78	2.04	1.74	2.04	2.72	3.29	2.08	2.59	3.73	4.65	4.65	2.49	3.16	4.76	6.04
2	2.56	2.31	2.26	3.16	4.43	4.05	4.11	6.15	6.42	6.14	6.14	6.50	9.92	8.48	8.40	10.25	14.35
5	1.88	1.88	2.01	2.64	2.80	2.94	3.38	4.87	3.74	4.05	4.98	7.54	7.54	4.68	5.18	6.75	10.55
10	1.47	1.56	1.76	2.28	1.95	2.17	2.73	3.93	2.45	2.80	3.81	5.82	5.82	2.95	3.48	5.00	7.88



รูปที่ ก.13 สัมประสิทธิ์ลดค่าจากผลของระดับความลึกของฐานแข็ง สำหรับค่าอัตราส่วนการทรุดตัว(ξ_n)สำหรับเสาเข็มกลุ่ม



รูปที่ ก.14 สัมประสิทธิ์ลดค่าจากผลของอัตราส่วนปัวซองของส สำหรับค่าอัตราส่วนการทรุดตัว(ξ_v)สำหรับเสาเข็มกลุ่ม

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย พงศธร สนธิประสาธ เกิดวันที่ 7 กรกฎาคม พ.ศ. 2523 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2543 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2544



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย