

การประยุกต์ใช้วิธีเงามัลติโพลกับปัญหาศกยเชิงซอนในสองมิติ



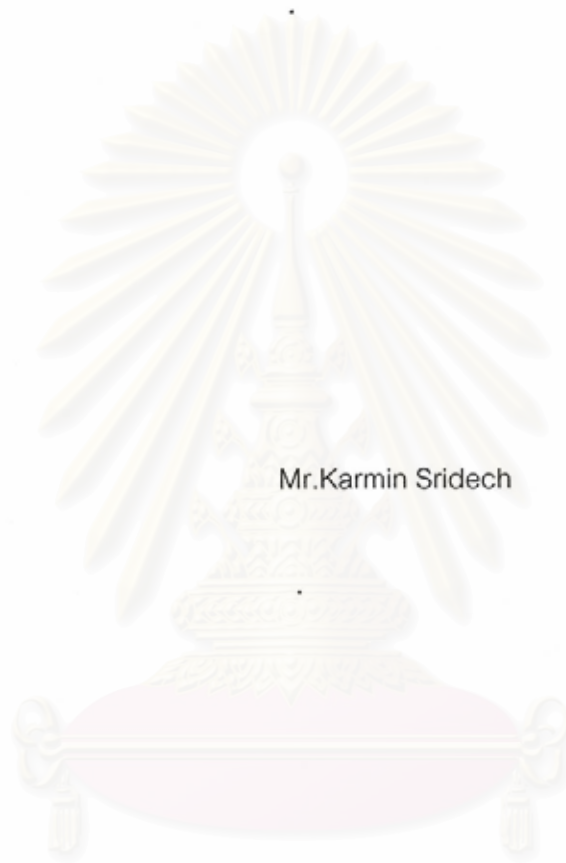
นายคามิน ศรีเดช

สถาบันวิทยบริการ
วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2549

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

APPLICATION OF THE METHOD OF MULTIPOLE IMAGES TO COMPLEX- POTENTIAL
PROBLEMS IN TWO DIMENSIONS.



Mr.Karmin Sridech

สถาบันวิทยบริการ

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Academic Year 2006

Copyright of chulalongkorn university

491687

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การประยุกต์ใช้วิธีแกมมาลดติโพลงกับปัญหาศักรยเชิงซ้อนในสองมิติ

โดย

นายคามิน ศรีเดช


สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

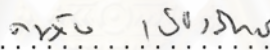
อาจารย์ที่ปรึกษา

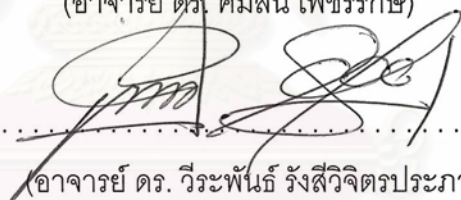
อาจารย์ ดร. วีระพันธ์ รังสีวิจิตรประภา


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้
เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทฉบับนี้


..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. ดิเรก ลาวัญย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(อาจารย์ ดร. คมสัน เพ็ชรรักษ์)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(อาจารย์ ดร. วีระพันธ์ รังสีวิจิตรประภา)


..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. แนนพูน หุนเจริญ)

สถาบันวิจัยวิศวกรรม
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คามิน ศรีเดช : การประยุกต์ใช้วิธีเงาแม่ลติโพลกับปัญหาศักย์เชิงซ้อนในสองมิติ. (APPLICATION OF THE METHOD OF MULTIPOLE IMAGES TO COMPLEX- POTENTIAL PROBLEMS IN TWO DIMENSIONS)


อ. ที่ปรึกษา : อาจารย์ ดร.วีระพันธ์ รังสีวิจิตรประภา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอการประยุกต์ใช้วิธีเงาแม่ลติโพลกับปัญหาศักย์เชิงซ้อนในสองมิติ ในปัญหาความร้อน ซึ่งแตกต่างไปจากงานวิจัยอื่นๆ ในการประยุกต์ใช้วิธีเงาแม่ลติโพลกับปัญหาศักย์ไฟฟ้า หรือปัญหาแรงบนอนุภาคภายใต้สภาวะสนามไฟฟ้า ข้อดีของวิธีเงาแม่ลติโพล คือความแม่นยำของผลการคำนวณ โดยเฉพาะการคำนวณในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของศักย์เทียบกับระยะทางอย่างรวดเร็ว เพราะวิธีการนี้เป็นวิธีการเชิงวิเคราะห์ อย่างไรก็ตามกระบวนการคำนวณด้วยวิธีนี้จำเป็นต้องมีการเปลี่ยนแปลงตามรูปแบบการจัดเรียงของปัญหา ทำให้วิธีการคำนวณดังกล่าว ไม่สามารถนำมาพัฒนาเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปได้

คำนวณความร้อนในสายเคเบิลใต้ดิน โดยวิธีเงาแม่ลติโพล ซึ่งนำแบบการจัดเรียงสายเคเบิลของ duct bank มาจากแบบมาตรฐานของการไฟฟ้านครหลวง เพื่อให้การคำนวณไม่ซับซ้อนเกินความจำเป็น เราจึงพิจารณาสายเคเบิลใต้ดินเป็นแบบ 2 มิติ การตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณทำได้โดยตรวจสอบค่าอุณหภูมิและฟลักซ์ความร้อนที่ผิวขอบเขตที่พิจารณา อีกทั้งพิจารณาการกระจายของอุณหภูมิในบริเวณทั้งหมดที่พิจารณาว่ามีความต่อเนื่องกัน

ผลการคำนวณเป็นค่ากระแสสูงสุดที่สายเคเบิลใต้ดินสามารถจ่ายได้ โดยไม่ทำให้ความร้อนของในบริเวณใดๆ ของฉนวนมีค่าเกินขีดจำกัดอุณหภูมิ. เงื่อนไขการคำนวณในหัวข้อต่างๆ มุ่งประเด็น เพื่อศึกษาองค์ประกอบต่างๆ ที่ทำให้สายเคเบิลสามารถจ่ายกระแสได้สูงขึ้น ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่า ประเด็นที่ดีที่สุด คือการเปลี่ยนวัสดุของเปลือกสายเคเบิล โดยเปลี่ยนวัสดุของเปลือกสายเคเบิลให้สามารถทนต่ออุณหภูมิได้อย่างน้อยเท่ากับฉนวนหลัก XLPE จะทำให้สามารถจ่ายกระแสได้สูงขึ้นร้อยละ 37.3 ผลการศึกษาในประเด็นอื่นๆ ให้ผลการคำนวณที่ยอมรับได้ โดยสังเกตจากค่ากระแสที่ได้จากการคำนวณ

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมไฟฟ้า.....
ปีการศึกษา.....2549.....

ลายมือชื่อผู้ผลิต.....คามิน ศรีเดช.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4870239021 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORDS: HEAT TRANSFER / METHOD OF IMAGES / MULTIPOLE RE-EXPANSION /
COMPLEX POTENTIAL

KARMIN SRIDECH : APPLICATION OF THE METHOD OF MULTIPOLE IMAGES TO
COMPLEX- POTENTIAL PROBLEMS IN TWO DIMENSIONS.

THESIS ADVISOR : WEERAPUN RUNGSEEVIJITPRAPA, Dr.-Ing.

The method of multipole images to apply for thermal problem has been presented. It differs from the other works that considered this method on the electrical potential or force on the particle under electric field. The advantage of the multipole images provides the high accurate result, especially in the region that potential changes rapidly with the distance, since it is an analytical method. However, this calculation method has to be changed according to each problem arrangement and it can not be generally programmed.

The thermal calculation of the underground cable by using the multipole image was taken from MEA (Metropolitan Electricity Authority) standard arrangement of duct bank. In order to reduce the unnecessarily complicated calculation, two dimension of the cable system has been considered. The calculation results was verified by the considered boundary conditions of temperature and thermal flux. In addition, the thermal distribution in the whole region has been checked continuity.

The obtained results were the maximum allowable current which can be supplied without the over limit temperature at any point of any insulation. Many cases were studies in order to increase the current-carrying capacity in the cable system. The results show that the best solution should change the insulation jacket which has the maximum allowable temperature not less than the main insulation, XLPE. It provides the higher current-carrying capacity of 37.3%. The others provide acceptable results by observation of the current taken from the calculation.

Department .Electrical.Engineering
Field of studyElectrical.Engineering.
Academic year.....2006.....

Student's signature.....*Andak Sritorn*.....

Advisor's signature.....*W Rungseevijitprapa*.....

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. วีระพันธ์ รังสีวิจิตรประภา และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บัญชัย เตชะอำนาจ ซึ่งมีส่วนช่วยในการประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้พื้นฐานที่เป็นประโยชน์ในการทำงานวิจัยทั้งทางตรงและทางอ้อม ให้คำแนะนำต่างๆ รวมไปถึงหลักการคิดเชิงวิเคราะห์และเชิงวิพากษ์ ตลอดจนคำวิจารณ์ในเชิงสร้างสรรค์เปรียบเสมือนรากฐานและแรงผลักดันให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี และขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. คมสัน เพ็ชรรักษ์ และ อาจารย์ ดร. แนนบุญ หุนเจริญ ที่ได้ช่วยเหลือตรวจสอบและแก้ไขข้อบกพร่องวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้เขียนหวังว่าถ้ามีสิ่งใดที่ได้จากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะเป็นประโยชน์สำหรับผู้สนใจ นั่นก็เพราะบุคคลดังกล่าวทุกท่านที่ได้กล่าวถึง แต่ในข้อผิดพลาดประการใดก็ตามที่เกิดขึ้นภายในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้เขียนขอรับไว้แต่เพียงผู้เดียว และขอภัยล่วงหน้าไว้ด้วย

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยกราบขอบพระคุณองค์พระผู้เป็นเจ้า, บิดา, และมารดา ที่ได้สนับสนุนทุกๆ เรื่อง และเป็นกำลังใจที่ดีตลอดมา จนทำให้ข้าพเจ้ามีวันนี้.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาของปัญหา.....	1
1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	2
1.3 แนวทางการศึกษาและวิเคราะห์.....	2
1.4 ขอบเขตวิทยานิพนธ์	4
1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน	5
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
2 หลักการและทฤษฎีของวิธีเงามัลติโพล.....	6
2.1 ทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันจำนวนเชิงซ้อน	6
2.2 การแสดงศักย์เชิงซ้อน.....	6
2.3 การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์เชิงซ้อนแบบมัลติโพล.....	7
2.3.1 การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์เชิงซ้อนแบบมัลติโพล.....	7
2.3.2 การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์เชิงซ้อนแบบเทย์เลอร์.....	8
2.3.3 การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์มัลติโพลและเขียนในรูปการกระจายเทย์เลอร์.....	9
2.4 เงามัลติโพลสำหรับการจัดเรียงแบบพื้นฐาน	9
2.4.1 มัลติโพลและระนาบตัวนำต่อลงกราวด์.....	10
2.4.2 มัลติโพลและฉนวนผิวเรียบที่มีความหนาเป็นอนันต์.....	11
2.4.3 มัลติโพลและตัวนำทรงกระบอกต่อกราวด์.....	12
2.4.4 มัลติโพลและฉนวนทรงกระบอก	14

2.5	กระบวนการคำนวณศักยภาพเชิงซ้อน	16
2.5.1	กรณีที่ว่านำทรงกระบอกซ้อนและมีแกนต่างกัน.....	16
2.5.2	การจัดเรียงตัวนำและฉนวนทรงกระบอกแบบหลายแกนร่วม	18
3	วิธีการคำนวณ	21
3.1	การจัดเรียงของตัวอย่างการคำนวณ	21
3.2	วิธีการคำนวณ	25
3.2.1	สัญลักษณ์ในการคำนวณ	25
3.2.2	ผังงานวิธีการคำนวณตัวอย่างการคำนวณ.....	27
3.2.3	กระบวนการคำนวณ	31
3.3	ผลการคำนวณ	37
3.3.1	อุณหภูมิที่ผิว S_{sr} , S_{ss} , และ S_{sl}	37
3.3.2	อัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผิว S_{sr} , S_{ss} , และ S_{sl}	38
3.3.3	ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_{4r}	38
3.3.4	ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_{4s}	40
3.3.5	ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_{4l}	41
3.3.6	ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_3	43
3.3.7	ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_2	44
3.3.8	การกระจายอุณหภูมิภายในผิว S_3	46
3.4	การคำนวณอุณหภูมิที่ผิวตัวนำและฉนวนหลัก.....	46
4	ผลการคำนวณ.....	48
4.1	การจัดเรียงของการคำนวณ.....	48
4.1.1	การจัดเรียงของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง	48
4.1.2	การจัดเรียงของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันสูง	50
4.1.3	เงื่อนไขการคำนวณ.....	51
4.2	ผลการคำนวณ	54
4.2.1	คำนวณค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยมีสายตัวนำขนาด 240 mm ² และ 400 mm ²	54
4.2.2	คำนวณค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยทำร้อยสายทำจาก PVC, fiber glass, และ HDPE	57

4.2.3	คำนวณค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสาย (บริเวณที่#3) เป็นอากาศและน้ำ.....	58
4.2.4	คำนวณค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยปรับค่าสภาพการนำความร้อนของ วัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายจนค่ากระแสคงที่	60
4.2.5	คำนวณค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยมีขีดจำกัดอุณหภูมิที่ฉนวนรอง (PE) และ ฉนวนหลัก(XLPE)	61
4.2.6	คำนวณลำดับวงจรการจ่ายไฟที่เหมาะสม	62
4.2.7	คำนวณค่ากระแสสายเคเบิลใต้ดิน โดยปรับความหนาของฉนวนหลัก(XLPE)	64
5	สรุปและข้อเสนอนะ.....	66
5.1	สรุป	66
5.2	ข้อเสนอนะ	67
	รายการอ้างอิง	69
	ภาคผนวก.....	71
	ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	77

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่ 3.1 ค่ารัศมีในการจัดเรียงตามรูปที่ 3.1 และ 3.2	23
ตารางที่ 3.2 ค่าสภาพการนำความร้อนในบริเวณต่างตามรูปที่ 3.1 และ 3	24
ตารางที่ 3.3 ตำแหน่งของจุดต่างๆ ในรูปที่ 3.1 และ 3.	24
ตารางที่ 3.4 สัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนต่างๆ ที่ใช้คำนวณในการจัดเรียงรูปที่ 3.1.....	26
ตารางที่ 3.5 สัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนต่างๆ ที่ใช้คำนวณในการจัดเรียงรูปที่ 3.2.....	26
ตารางที่ 4.1 ชนิดและค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางในบริเวณต่างๆ ของการจัดเรียง	51
ตารางที่ 4.2 ค่ารัศมีจริงและรัศมีในการคำนวณของการจัดเรียงสายเคเบิลใต้ดิน ระดับแรงดันปานกลาง	52
ตารางที่ 4.3 ค่ารัศมีจริงและรัศมีในการคำนวณของการจัดเรียงสายเคเบิลใต้ดินระดับ แรงดันสูง	52
ตารางที่ 4.4 ผลการคำนวณค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{sr} \sim S_{sr}$ ของท่อที่ M1-M12	54
ตารางที่ 4.5 ผลการปรับค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนจนความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT เข้าเงื่อนไขขีดจำกัดอุณหภูมิทั้ง 2 ข้อ	55
ตารางที่ ก.1 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง แบบที่ตัวนำ มีขนาดเท่ากับ 400 mm^2	71
ตารางที่ ก.2 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง แบบที่ท่อร้อยสายทำจาก HDPE	72
ตารางที่ ก.3 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดิน แบบที่ท่อร้อยสายทำจาก fiber-glass	72
ตารางที่ ก.4 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง แบบที่วัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็นน้ำ	73
ตารางที่ ก.5 ผลการคำนวณค่ากระแสของท่อร้อยสายระดับแรงดันปาน ที่ค่าสภาพการ นำความร้อนของท่อร้อยสายค่าต่างๆ	73
ตารางที่ ก.6 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดิน แบบที่ขีดจำกัดอุณหภูมิ อยู่ที่ผิวฉนวนหลัก XLPE	75
ตารางที่ ก.7 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดิน แบบที่ขีดจำกัดอุณหภูมิอยู่ที่ผิว ฉนวนหลัก XLPE.....	75

สารบัญภาพ

รูปที่ 2.1	การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายแบบมัลติโพล.....	7
รูปที่ 2.2	การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายแบบเทเลอร์.....	8
รูปที่ 2.3	การจัดเรียงแบบพื้นฐานที่ระนาบ $y = 0$ เป็นแผ่นตัวนำที่ต่อกราวด์.....	10
รูปที่ 2.4	การจัดเรียงของตัวนำทรงกระบอก โดยที่ผิวตัวนำต่อกราวด์.....	12
รูปที่ 2.5	การจัดเรียงของฉนวนทรงกระบอก.....	14
รูปที่ 2.6..	การจัดเรียงของตัวนำทั้ง 2 ตัว.....	16
รูปที่ 2.7	การจัดเรียงของตัวนำและฉนวน.....	18
รูปที่ 3.1	การจัดเรียงของตัวอย่างการคำนวณ ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับการจัดเรียงของท่อ ร้อยสายใน duct bank.....	22
รูปที่ 3.2	การจัดเรียงของตัวอย่างการคำนวณ ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับการจัดเรียงของ ตัวนำในท่อร้อยสาย.....	22
รูปที่ 3.3	โพลีซาร์จการทำงานของกระบวนการที่ 1 (การจัดเรียงในรูปที่ 3.2).....	29
รูปที่ 3.4	โพลีซาร์จการทำงานของกระบวนการที่ 2 (การจัดเรียงในรูปที่ 3.1).....	30
รูปที่ 3.5	กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_{4r}	39
รูปที่ 3.6	กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_{4r}	39
รูปที่ 3.7	กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_{4s}	40
รูปที่ 3.8	กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_{4s}	41
รูปที่ 3.9	กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_{4i}	42
รูปที่ 3.10	กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_{4i}	42
รูปที่ 3.11	กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_3	43
รูปที่ 3.12	กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_3	44
รูปที่ 3.13	กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_2	45
รูปที่ 3.14	กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_2	45
รูปที่ 3.15	การกระจายอุณหภูมิภายในผิว S_3	46
รูปที่ 3.16	การจัดเรียงภายในผิว $S_{sr} \sim S_{sr}$	47
รูปที่ 4.1	การจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank กรณีจ่ายไฟที่ระดับแรงดันปาน กลาง.....	49
รูปที่ 4.2	การจัดเรียงของตัวนำในท่อร้อยสาย กรณีจ่ายไฟที่ระดับแรงดันปานกลาง.....	49

รูปที่ 4.3	การจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank กรณีจ่ายไฟที่ระดับแรงดันสูง	50
รูปที่ 4.4	การจัดเรียงของตัวนำในท่อร้อยสาย กรณีจ่ายไฟที่ระดับแรงดันสูง	50
รูปที่ 4.5	การกระจายของอุณหภูมิภายในท่อ M10.....	56
รูปที่ 4.6	กราฟความสัมพันธ์ค่ากระแสและสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต ของ ตัวนำทั้ง 2 ขนาด	56
รูปที่ 4.7	กราฟความสัมพันธ์ของกระแสเทียบกับสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต ในท่อร้อยสายแบบต่างๆ	58
รูปที่ 4.8	กราฟความสัมพันธ์ของกระแสเทียบกับสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต แบบที่ตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็น อากาศและน้ำ.....	59
รูปที่ 4.9	กราฟค่ากระแสเทียบกับสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อ ร้อยสาย	60
รูปที่ 4.10	กราฟค่ากระแสเทียบกับสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต โดยมีขีดจำกัด อุณหภูมิที่ผิว ฉนวนหลัก และฉนวนรอง	62
รูปที่ 4.11	กราฟความสัมพันธ์กระแสเทียบกับความหนาของฉนวนหลัก XLPE	65

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาของปัญหา

การวิเคราะห์ศักย์ชนิดต่างๆ มีความสำคัญมากทางในทางวิศวกรรมเช่น ในระบบไฟฟ้าแรงสูง สนามไฟฟ้า ซึ่งเป็นเกรเดียนของศักย์ไฟฟ้าเป็นตัวกำหนดความสามารถในการฉนวนของระบบ และระบบการถ่ายเทความร้อน ค่าอุณหภูมิเป็นตัวกำหนดความสามารถในการทนความร้อนของวัสดุตัวกลางนั้นๆ โดยค่าอุณหภูมิเป็นฟังก์ชันศักย์เช่นเดียวกับศักย์ไฟฟ้า เพราะว่าค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าอุณหภูมิเป็นไปตามสมการลาปลาซ เมื่อไม่มีแหล่งกำเนิดศักย์ และเป็นไปตามสมการปัวซอง เมื่อมีแหล่งกำเนิดศักย์ในบริเวณที่พิจารณา

การวิเคราะห์ปัญหาที่มีตัวแปรเป็นค่าศักย์ต่างๆ ดังที่ได้กล่าวมาสามารถทำได้โดยวิธีการวิเคราะห์ เช่น วิธีการแก้สมการอนุพันธ์โดยตรง วิธีการแบบนี้ใช้ได้กับการจัดเรียงที่มีความซับซ้อนไม่มากนัก อีกวิธีหนึ่งที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาที่มีตัวแปรเป็นค่าศักย์ คือวิธีการเชิงเลข เช่น วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์(finite element) วิธีการขึ้นประกอบขอบเขต(boundary element) โดยวิธีการเชิงเลขใช้กับการจัดเรียงของปัญหาที่มีความซับซ้อน

สำหรับการจัดเรียงทางกายภาพบางแบบ เราสามารถลดรูปแบบของปัญหา จากบริเวณ 3 มิติจริง ลงเป็นปัญหามิติ 2 มิติได้จากลักษณะสมมาตร ทำให้ไม่ต้องทำการวิเคราะห์ที่ซับซ้อนเกินความจำเป็น .ตัวอย่างเช่น ในการวิเคราะห์ศักย์ไฟฟ้าหรือการกระจายของอุณหภูมิในระบบสายเคเบิลใต้ดิน ซึ่งมีความยาวมากๆ เราสามารถลดรูปเป็นการวิเคราะห์ 2 มิติบนบริเวณซึ่งกำหนดด้วยภาคตัดตามแนวขวางของสายเคเบิลได้.

การคำนวณศักย์ในระบบ 2 มิติด้วยวิธีเชิงเลขต่างๆ สามารถทำได้ง่าย แต่อาจได้คำตอบที่มีความแม่นยำต่ำ เมื่อบริเวณที่พิจารณามีการเปลี่ยนแปลงศักย์ตามตำแหน่งอย่างรวดเร็ว .กรณีดังกล่าวมักเกิดขึ้นที่บริเวณใกล้ๆ กับผิวของตัวนำไฟฟ้าแรงสูงในระบบฉนวน .ในอีกด้านหนึ่ง การวิเคราะห์ศักย์ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์นั้นถูกจำกัดด้วยรูปแบบของปัญหาต่างๆ เช่น บริเวณของปัญหาประกอบด้วยตัวกลางไม่กี่ชนิด(พื้นผิวของตัวกลางเป็นแบบพิเศษเฉพาะ)เช่น ทรงกระบอก ระนาบ เป็นต้น และมีการจัดเรียงแบบสมมาตร .ดังนั้น เราจึงพบการประยุกต์ใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ในตำราหรือในกรณีที่ประมาณปัญหาแบบง่ายมากๆ เท่านั้น.

ในวิทยานิพนธ์นี้ ผู้เขียนจะประยุกต์ใช้วิธีเงามัลติโพล(Method of multipole image). การคำนวณศักย์ในระบบ 2 มิติ ที่มีการจัดเรียงซับซ้อนขึ้นกว่าที่จะใช้วิธีวิเคราะห์นั้นๆ .วิธีเงามัลติโพล

เป็นวิธีวิเคราะห์หาค่าศักย์บนพื้นฐานของวิธีเงาประจุ (Method of images). วิธีเงามัลติโพลนี้ใช้กับปัญหาที่มีตัวกลางรูปทรงเป็น ทรงกระบอก ทรงกลม .ถ้าเราเปรียบเทียบกับวิธีเงามัลติโพลกับวิธีเงาประจุแล้ว วิธีเงามัลติโพลมีตำแหน่งของการวางมัลติโพลที่แน่นอนในทุกรอบการคำนวณ ส่วนวิธีเงาประจุมีตำแหน่งการวางประจุที่แตกต่างกันในแต่ละรอบการคำนวณ ทำให้การคำนวณเป็นระบบมากกว่า .นอกจากนี้ ถ้าเราหาคำตอบโดยวิธีวางเงามัลติโพลในลักษณะการทำซ้ำ ก็สามารถลดหน่วยความจำที่ต้องการใช้ เมื่อกำหนดบนเครื่องคอมพิวเตอร์อีกด้วย .หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีเงามัลติโพลแสดงอยู่ในหัวข้อต่อไป.

1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตามที่ได้กล่าวมาแล้วว่าการวิเคราะห์หาค่าศักย์นั้นมีความสำคัญมากในทางวิศวกรรม วิธีเงามัลติโพลสามารถวิเคราะห์หาค่าศักย์ในปัญหาต่างได้เช่นเดียวกัน .ตัวอย่างการประยุกต์ใช้วิธีเงามัลติโพลส่วนมากจะเป็นเรื่อง การหาค่าสนามไฟฟ้า ในบริเวณที่มีความไม่สม่ำเสมอของสนามไฟฟ้าสูงๆ .อีกตัวอย่างหนึ่งคือการใช้วิธีเงามัลติโพลวิเคราะห์หาแรงที่กระทำกับอนุภาคที่อยู่ในบริเวณในสนามไฟฟ้า และการประยุกต์ต่างๆ อีกมากมาย ซึ่งการวิเคราะห์สามารถใช้ได้ทั้งในบริเวณ 2 มิติและ 3 มิติ .

ในเอกสารอ้างอิง [1] ได้กล่าวถึงการใช้วิธีเงามัลติโพลเพื่อหาค่าศักย์ไฟฟ้าในบริเวณที่กำหนด ซึ่งเป็นแบบ 2มิติ และยังได้มุ่งประเด็นไปวิเคราะห์หาสิ่งที่มีผลต่อความแม่นยำในการคำนวณ เช่นอัตราส่วนสภาพยอม(relative permittivity) ของวัสดุตัวกลางในบริเวณที่พิจารณา .อีกทั้งหาจำนวนอันดับในการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายเมื่อคำนวณในบริเวณที่มีอัตราส่วนสภาพยอมที่ค่าต่างๆ [2]. ได้ศึกษาและคำนวณหาค่าศักย์และสนามไฟฟ้าในบริเวณ 3 มิติ ซึ่งบริเวณที่พิจารณามีความไม่สม่ำเสมอของสนามไฟฟ้าสูง เช่น บริเวณระหว่างตัวนำทรงกลม กับแผ่นฉนวนบนระนาบตัวนำ โดยตัวแปรในการคำนวณเป็นระยะแกบค่าต่างๆ ซึ่งผลการคำนวณที่ได้มีคำตอบค่อนข้างแม่นยำแม้ว่าระยะแกบจะแคบมากๆ ก็ตาม

จากเนื้อหาที่ได้กล่าวมาแสดงให้เห็นได้ว่าวิธีเงามัลติโพลสามารถคำนวณศักย์ได้จริงทั้งในบริเวณที่พิจารณาเป็นแบบ 2 และ 3 มิติ.

1.3 แนวทางการศึกษาและวิเคราะห์

วิทยานิพนธ์นี้ได้ประยุกต์ใช้วิธีเงามัลติโพลในการวิเคราะห์และคำนวณหาค่าอุณหภูมิในสายเคเบิลใต้ดิน โดยพิจารณาจากภาคตัดขวางของสายเคเบิลใต้ดิน(การคำนวณเป็นแบบ 2มิติ)

การคำนวณดังกล่าวมีจุดประสงค์เพื่อหาค่ากระแสที่สายเคเบิลสามารถจ่ายได้ โดยไม่ทำให้จำนวนของสายได้รับความเสียหาย ในการจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank แบบต่างที่ได้กำหนดไว้

การจ่ายกระแสไฟฟ้าในท่อร้อยสายมากเกินไปจะทำให้เกิดความร้อนในสายตัวนำมากขึ้น . ความร้อนจากสายตัวนำดังกล่าวจะแพร่ออกไปที่ฉนวนของสายตัวนำเมื่อมีค่าอุณหภูมิสูงพอก็จะทำให้เกิดความเสียหายได้ เป็นสาเหตุให้ต้องเปลี่ยนสายไฟใหม่ เกิดความผิดพลาดในระบบไฟฟ้า และนำมาซึ่งการสูญเสียเงินจำนวนมาก ค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลในสายตัวนำปริมาณที่เหมาะสมจะทำให้อายุการใช้งานของสายตัวนำยาวนานขึ้น ผลการคำนวณทำให้เราเข้าใจลักษณะการกระจายอุณหภูมิภายในสายเคเบิลได้ดิน เพื่อเป็นประโยชน์ในการในการพัฒนาการจัดเรียงท่อร้อยสายใน duct bank เช่น เราสามารถรู้ได้ว่าที่ท่อร้อยสายตัวไหนจะมีอุณหภูมิสูงสุด จะได้ระมัดระวังท่อดังกล่าวเป็นพิเศษ เช่น อาจใช้สายเคเบิลในท่อร้อยสายที่มีอุณหภูมิสูงสุดเป็นแบบพิเศษคือ สามารถทนความร้อนได้สูงกว่าฉนวนของสายเคเบิลในท่อร้อยสายอื่นๆ

แนวทางการศึกษา เราจะเริ่มคำนวณค่ากระแสสูงสุดที่ตัวนำแต่ละตัวสามารถจ่ายได้ โดยตัวนำทุกตัวจ่ายกระแสเท่ากันทั้งหมด การจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank มี 12 ท่อและสายตัวนำที่ใช้ในการคำนวณขนาด 240 mm^2 โดยรูปแบบการจัดเรียงนำมาจากกรณีไฟฟ้านครหลวง การตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณทำได้ โดยตรวจสอบค่าอุณหภูมิ และฟลักซ์ความร้อนที่ผิวระหว่างขอบเขตของฉนวนต่างๆ ในบริเวณที่พิจารณา ว่ามีความถูกต้องตามเงื่อนไขขอบเขตในความเป็นจริงของวัสดุชนิดนั้นหรือไม่ ถ้ามีความถูกต้องในทุกผิวขอบเขต อยู่ในช่วงที่สามารถยอมรับได้แล้ว ก็แสดงว่าผลการคำนวณที่ได้ที่ได้มีความถูกต้อง เพราะว่าค่าฟังก์ชันอุณหภูมิ (ศักยภาพ) ของวิธีเจวมัลติโพลทั้ง 2 แบบ ที่ได้แสดงในหัวข้อที่ 2.1 เป็นไปตามสมการลาปลาซหรือสมการปัวซอง โดยปัญหา อุณหภูมิจริงก็เป็นไปตามสมการลาปลาซหรือสมการปัวซอง เช่นเดียวกัน

จากนั้นทำการคำนวณค่ากระแสสูงสุดที่สามารถจ่ายได้ ในการจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank แบบเดียวกัน แต่เปลี่ยนขนาดสายตัวนำจาก 240 mm^2 เป็น 400 mm^2 นำผลการคำนวณจากกรณีทั้ง 2 คือสายตัวนำขนาด 240 mm^2 และ 400 mm^2 มาเปรียบเทียบว่าทั้ง 2 กรณี มีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกันอย่างไร.

ต่อมาทำการคำนวณค่ากระแสสูงสุดในกรณีสายตัวนำขนาด 240 mm^2 โดยเปลี่ยนชนิดตัวกลางของท่อร้อยสายจาก PVC เป็น HDPE และ fiber glass เพื่อหาว่าท่อร้อยสายชนิดใดสามารถจ่ายกระแสได้สูงกว่ากัน และทราบสาเหตุผลว่าทำไมท่อร้อยสายแต่ละชนิดถึงส่งผลกระทบให้สายเคเบิลจ่ายกระแสได้ไม่เท่ากัน.

ปรับเปลี่ยนชนิดของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายจาก อากาศเป็นน้ำ เนื่องจากในสภาวะการทำงานจริงๆ แล้วน้ำท่วมขังอยู่ภายในท่อร้อยสายเป็นส่วนมาก ดังนั้นเราจึงศึกษาผลกระทบของการเปลี่ยนวัสดุตัวกลางดังกล่าว ว่าทำให้ค่ากระแสสูงสุดที่จ่ายได้มีค่ามากขึ้นเพียงใด และต่อมาได้ปรับค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสาย ให้มีค่ามากจนค่ากระแสสูงสุดที่จ่ายได้มีค่าคงที่ เพื่อนำมาพัฒนาสารที่ใช้ระบายความร้อนภายในท่อร้อยสายว่าถ้ามีการพัฒนาสารดังกล่าวควรมีค่าสภาพการนำความร้อนเท่าไรเพื่อให้สามารถจ่ายกระแสได้มากขึ้นตามที่ต้องการ

ขีดจำกัดอุณหภูมิที่ใช้ตรวจสอบความเสียหายของฉนวนคือ ที่ฉนวนหลัก(XLPE) ทนอุณหภูมิได้ 90°C และฉนวนรอง(PE) ทนอุณหภูมิได้ 70°C .จากผลการคำนวณทั้งหมดบอกว่า ฉนวนรองจะเกิดความเสียหายก่อนฉนวนหลักและเป็นสาเหตุให้ตัวนำสามารถจ่ายกระแสได้น้อย ดังนั้นถ้าเราสามารถหาวัสดุตัวกลางที่เป็นฉนวนรอง ซึ่งสามารถทนอุณหภูมิได้มากกว่า XLPE แล้วจะทำให้เราจ่ายกระแสได้มากขึ้นเพียงไร เมื่อเปรียบเทียบกับแบบที่ฉนวนรองทำจาก PE

คำนวณหาลำดับของวงจรที่ใช้จ่ายกระแสไฟฟ้า ว่าควรจ่ายไฟฟ้าวงจรใดก่อนหลัง โดยการคำนวณเราแบ่งกลุ่มท่อร้อยสายออกเป็น 4 วงจร เราควรเลือกจ่ายวงจรไหนก่อนและหลังตามลำดับถึงจะทำให้สายเคเบิลใต้ดินจ่ายกระแสได้สูงสุด

สุดท้าย เราได้คำนวณค่ากระแสสูงสุดที่สามารถจ่ายได้ ของการจัดเรียงท่อร้อยสายใน duct bank แบบที่กำหนดอีกแบบหนึ่ง โดยสายตัวนำขนาด 800 mm^2 ซึ่งใช้ที่ระดับแรงดัน 115kv ทำการคำนวณโดยปรับค่าความหนาของฉนวนหลัก(XLPE) เพื่อหาความสัมพันธ์ของความหนาของฉนวนหลักและค่ากระแสสูงสุดที่จ่ายได้

1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอการประยุกต์ใช้วิธีการเกมัลติโพล เพื่อวิเคราะห์ปัญหาที่มีตัวแปรเป็นค่าศักร์(อุณหภูมิ) ของสายเคเบิลใต้ดิน โดยค่าศักร์ดังกล่าวเป็นไปตามสมการลาปลาซ หรือสมการปัวซอง การคำนวณความร้อนของสายเคเบิลใต้ดิน เพื่อให้เราทราบขีดจำกัดของค่ากระแสที่ไม่ทำให้ฉนวนในบริเวณใดบริเวณหนึ่งของสายตัวนำได้รับความเสียหาย

การจัดเรียงนำรูปแบบมาจากการไฟฟ้านครหลวง โดย duct bank มี 12 และ 18 ท่อร้อยสาย สายตัวนำจ่ายไฟที่ระดับแรงดัน 24 KV และ 115 KV

ในการคำนวณค่ากระแสที่สายเคเบิลจ่ายได้นั้น เรามีข้อสมมุติในการคำนวณ คือไม่คำนึงถึงผลของสนามแม่เหล็กที่เหนี่ยวนำทำให้เกิดกระแสในสาย wire screen ซึ่งถ้าพิจารณาจริงๆ แล้ว กระแสดังกล่าวสามารถพิจารณาได้ว่าเป็นแหล่งกำเนิดความร้อนอีกตัวหนึ่งก็ได้

1.5 วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาและประยุกต์ใช้วิธีเงามัลติโพลกับปัญหาความร้อน
2. เพื่อคำนวณหาค่าพิกัดกระแสของสายเคเบิลใต้ดิน
3. เพื่อศึกษาลักษณะการกระจายอุณหภูมิใน duct bank
4. เพื่อศึกษาแนวทางในการพัฒนาการจ่ายไฟของสายเคเบิลใต้ดิน

1.6 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง
2. ศึกษาพื้นฐานของปัญหา รูปแบบการจัดเรียงที่จะนำวิธีการเงามัลติโพลมาประยุกต์ใช้
3. ทำการคำนวณการจัดเรียงแบบง่ายที่ทราบค่าคำตอบของปัญหาเพื่อยืนยันความถูกต้อง
4. ทำการคำนวณการจัดเรียงแบบซับซ้อนขึ้น
5. สรุป/เขียนวิทยานิพนธ์

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

สามารถเข้าใจวิธีการคำนวณค่าศักย์ ใน 2 มิติ ด้วยวิธีเงามัลติโพล ผลการคำนวณที่ได้เป็นค่ากระแสสูงสุดที่สายเคเบิลสามารถจ่ายได้โดยไม่ทำให้ฉนวนได้รับความเสียหาย ทำให้เรารู้ค่ากระแสพิกัดของสายเคเบิลใต้ดิน อีกทั้งการคำนวณในลักษณะ 2 มิติทำให้เราเข้าใจลักษณะการกระจายอุณหภูมิพื้นฐาน เพื่อหาแนวทางในการจัดเรียงของท่อร้อยสายที่เหมาะสม ผลการคำนวณประเด็นต่างๆ เพื่อหาแนวทางในการพัฒนาการจ่ายไฟของสายเคเบิลใต้ดิน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎีของวิธีเงามัลติโพล

2.1 ทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันจำนวนเชิงซ้อน

พิจารณาฟังก์ชันจำนวนเชิงซ้อนใดๆ ที่อยู่ในรูป

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y) \quad (2.1)$$

ฟังก์ชันจำนวนเชิงซ้อนจะเป็นฟังก์ชันวิเคราะห์(analytic function)ได้ก็ต่อเมื่อ

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} \quad (2.2)$$

และ

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = -\frac{\partial v(x, y)}{\partial x} \quad (2.3)$$

การพิสูจน์ว่าส่วนจริงของฟังก์ชันวิเคราะห์เป็นไปตามสมการลาปลาซทำได้ดังนี้
หาอนุพันธ์สมการที่ (2.2) เทียบกับ x

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (2.4)$$

และหาอนุพันธ์ของสมการที่ (2.3) เทียบกับ y

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = -\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial y \partial x} \quad (2.5)$$

จากนั้นนำสมการที่ (2.4) และ (2.5) มารวมกันได้

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = 0 \quad (2.6)$$

สังเกตว่าส่วนจริงของฟังก์ชันวิเคราะห์เป็นไปตามสมการลาปลาซ. เราจึงสามารถหาคำตอบของสมการลาปลาซ(คักย์) ด้วยฟังก์ชันวิเคราะห์ ซึ่งมีส่วนจริงตรงตามเงื่อนไขขอบเขต.

2.2 การแสดงคักย์เชิงซ้อน

การคำนวณคักย์เชิงซ้อนโดยวิธีเงามัลติโพลเขียนรูปแบบทั่วไปได้คือ

$$\phi = \phi_B + \phi_L \quad (2.7)$$

ที่ ϕ_B คือ ค่าคักย์เชิงซ้อนในรูปมัลติโพล

$$\phi_B = B_0 \ln(z - z_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{(z - z_0)^n} \quad (2.8)$$

และ ϕ_L คือ ค่าคักย์เชิงซ้อนในรูปเทย์เลอร์

$$\phi_L = \sum_{n=0}^{\infty} L_n (z - z_0)^n \quad (2.9)$$

โดย B_n และ L_n คือ ค่าสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน.

2.3 การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของฟังก์ชันค้ำยเชิงซ้อน

การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของค้ำยเชิงซ้อน ซึ่งอยู่ในรูปของสมการที่ (2.8) และ (2.9) ไปยังจุดที่กำหนด(ในหัวข้อนี้กำหนดว่าเป็นจุดกำเนิด) มี 3 แบบ. สองแบบแรกเป็นการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายโดยรูปแบบการกระจายเหมือนเดิม. แบบสุดท้ายเป็นการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายและเปลี่ยนรูปแบบการกระจายด้วย. การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายทั้ง 3 แบบสามารถอธิบายได้ดังหัวข้อต่อไปนี้.

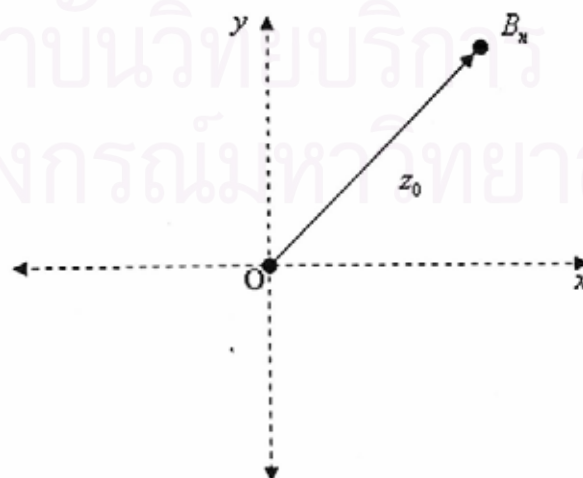
2.3.1 การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของค้ำยเชิงซ้อนแบบมัลติโพล

พิจารณาจากรูปที่ 2.1 มัลติโพล B_n มีการจุดศูนย์กลางการกระจายที่จุด z_0 . เราสามารถเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ B_n มาที่จุด O ได้โดยการวางมัลติโพลตัวใหม่ C_j ที่จุด O . ค่า C_j หาได้จากความสัมพันธ์ของค้ำย ซึ่งเกิดจากมัลติโพลทั้ง 2 ตัวคือ B_n และ C_j มีค่าเท่ากันในช่วง $|z| > |z_0|$ ตามสมการ

$$\phi_{B_n} = \sum_{j=n}^{\infty} \phi_{C_j} \quad (2.10)$$

โดยที่ $\phi_{C_0} = C_0 \ln z \quad (2.11)$

และ $\phi_{C_j} = C_j / z^j$ สำหรับ $j \geq 1. \quad (2.12)$



รูปที่ 2.1 การเปลี่ยนจุดการกระจายของมัลติโพล

การหาความสัมพันธ์ของ C_j ในเทอม B_n ทำได้โดย แทนค่า ϕ_{C_j} ตามสมการที่ (2.11) และ (2.12) ลงในสมการที่ (2.10) . เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของ C_j ในเทอม B_n ได้คือ สำหรับ $j = 0$

$$C_0 = B_0 \tag{2.13}$$

สำหรับ $j \geq 1$

$$C_j = -\frac{z_0^j B_0}{j} \quad \text{ที่ } n = 0 \tag{2.14}$$

$$C_j = z_0^{j-n} \frac{(j-1)! B_n}{(j-n)!(n-1)!} \quad \text{ที่ } n \geq 1. \tag{2.15}$$

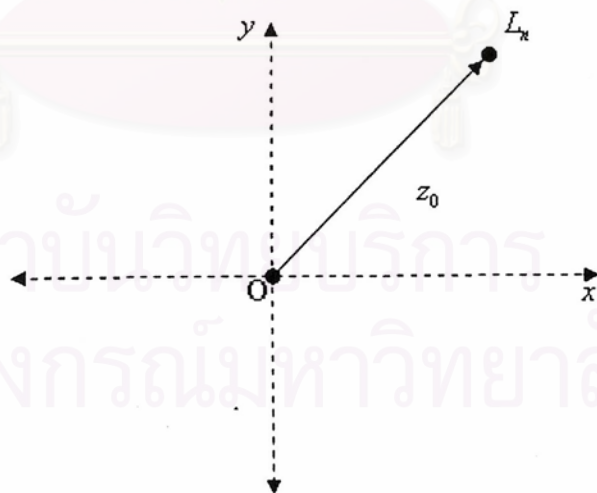
2.3.2 การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของคักย์เชิงซ้อนแบบเทย์เลอร์

พิจารณาจากรูปที่ 2.2 สัมประสิทธิ์การกระจาย L_n มีจุดศูนย์กลางการกระจายที่จุด z_0 . เราสามารถเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ L_n มาที่จุด O โดยการวางสัมประสิทธิ์การกระจายตัวใหม่ M_j ที่จุด O . ค่า M_j หาได้จากความสัมพันธ์ที่ว่าคักย์ที่เกิดจากสัมประสิทธิ์การกระจายทั้ง 2 ตัวคือ L_n และ M_j มีค่าเท่ากันที่ตำแหน่ง z ใดๆ ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\phi_{L_n} = \sum_{j=0}^n \phi_{M_j} \tag{2.16}$$

เมื่อ

$$\phi_{M_j} = M_j z^j . \tag{2.17}$$



รูปที่ 2.2 การเปลี่ยนตำแหน่งการกระจายแบบเทเลอร์

การหาความสัมพันธ์ของ M_j ในเทอม L_n ทำได้โดยแทนค่า ϕ_{L_n} ตามสมการที่ (2.9) และ ϕ_{M_j} ตามสมการที่ (2.17) ลงในสมการที่ (2.16) ในแต่ละอันดับ (n) แล้วเทียบสัมประสิทธิ์ในเทอมของ z^j . ความสัมพันธ์ของ M_j ในเทอมของ L_n แสดงได้ดังนี้

$$M_j = \frac{n!}{j!(n-j)!} (-z_0)^{n-j} L_n. \quad (2.18)$$

2.3.3 การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์มัลติโพลและเขียนในรูปการกระจายเทย์เลอร์

พิจารณารูปที่ 2.1 มัลติโพล B_n มีการกระจายรอบๆ จุด z_0 . เราสามารถเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ B_n มาที่จุด O โดยการวางสัมประสิทธิ์การกระจายตัวใหม่ M_j ที่จุด O . การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายแบบนี้ต่างจาก 2 แบบแรกคือ มัลติโพล B_n และสัมประสิทธิ์การกระจาย M_j มีรูปแบบการกระจายต่างกัน. ค่า M_j หาได้จากความสัมพันธ์ของศักย์ที่เกิดจาก B_n และ M_j มีค่าเท่ากันในช่วง $|z| < |z_0|$ ตามสมการ

$$\phi_{B_n} = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_{M_j}. \quad (2.19)$$

การหาความสัมพันธ์ของ M_j ในเทอม B_n ทำได้โดยแทนค่า ϕ_{B_n} ตามสมการที่ (2.8) และ ϕ_{M_j} ตามสมการที่ (2.17) ลงในสมการที่ (2.19) แล้วเทียบสัมประสิทธิ์ในเทอมของ z^j . เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของ M_j ในเทอม B_n ได้ดังนี้

สำหรับ $j=0$

$$M_0 = \ln(-z_0) B_0 \quad \text{ที่ } n=0 \quad (2.20)$$

$$M_0 = \frac{B_n}{(-z_0)^n} \quad \text{ที่ } n \geq 1 \quad (2.21)$$

สำหรับ $j \geq 1$

$$M_j = -\frac{B_0}{jz_0^j} \quad \text{ที่ } n=0 \quad (2.22)$$

$$M_j = (-1)^n \frac{B_n (j+n-1)!}{z_0^{n+j} j!(n-1)!} \quad \text{ที่ } n \geq 1. \quad (2.23)$$

2.4 เจามัลติโพลสำหรับการจัดเรียงแบบพื้นฐาน

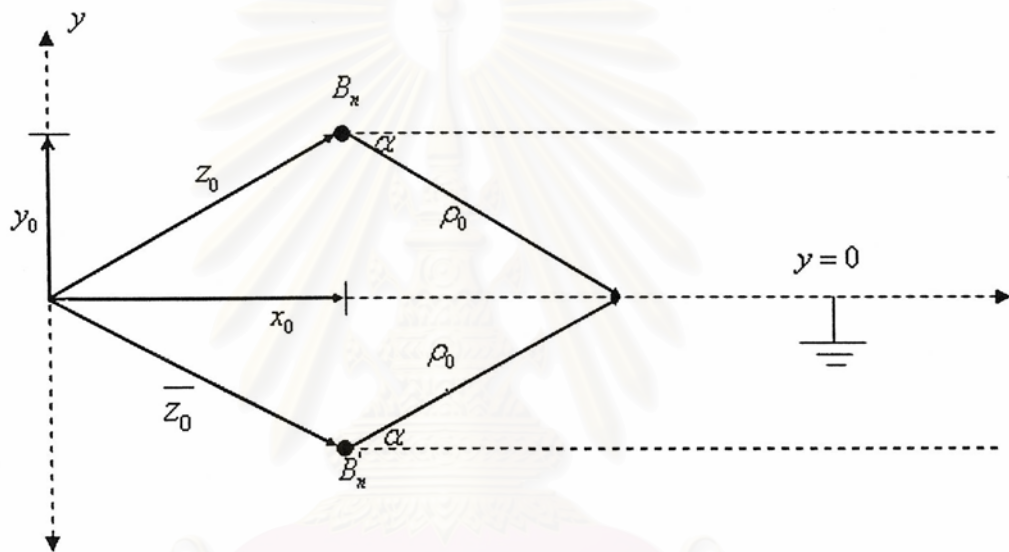
เจามัลติโพลสำหรับการจัดเรียงแบบพื้นฐานในหัวข้อนี้ นอกจากใช้ในการหาคำศัพท์กับการจัดเรียงพื้นฐานแล้ว ยังสามารถนำหลักการและแนวคิดไปประยุกต์ใช้กับการจัดเรียงที่มีความซับซ้อนขึ้นได้อีกด้วย. เนื้อหาในส่วนนี้แบ่งออกเป็น 4 หัวข้อดังต่อไปนี้.

2.4.1 มัลติโพลและระนาบตัวนำต่อลงกราวด์

พิจารณารูปที่ 2.3 มัลติโพล B_n มีจุดศูนย์กลางการกระจายที่จุด $z_0 = (x_0 + iy_0)$ และระนาบ $y=0$ ต่อกราวด์. เงื่อนไขขอบเขตของการจัดเรียงนี้คือ ศักย์ที่ระนาบ $y=0$ มีค่าเท่ากับศูนย์. เราสามารถทำให้ศักย์ที่เกิดขึ้นเป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าวได้ด้วยการวางเงามัลติโพล B'_n ที่จุด $\bar{z}_0 = (x_0 - iy_0)$. ด้วยเหตุนี้ ศักย์จริงที่เกิดขึ้นเนื่องจากมัลติโพลทั้ง 2 ตัวคือ B_n และ B'_n ที่ระนาบ $y=0$ เขียนได้ดังนี้

$$\text{Re}(\phi_{B_n} + \phi_{B'_n}) = 0 \quad (2.24)$$

เป็นเงื่อนไขขอบเขต.



รูปที่ 2.3 การจัดเรียงแบบพื้นฐานที่ระนาบ $y=0$ เป็นแผ่นตัวนำที่ต่อกราวด์

เราสามารถหาค่า B'_n ได้โดยแทนค่า ϕ_{B_n} และ $\phi_{B'_n}$ ตามสมการที่ (2.8) ลงในสมการที่ (2.24).

การแสดงศักย์แบบมัลติโพลมี 2 แบบคือ

กรณีที่ $n=0$

$$\phi_{B_0} + \phi_{B'_0} = B_0 \ln(\rho_0 - i\alpha) + B'_0 \ln(\rho_0 + i\alpha) \quad (2.25)$$

และ กรณีที่ $n \geq 1$

$$\phi_{B_n} + \phi_{B'_n} = \frac{B_n}{\rho_0^n} \exp(in\alpha) + \frac{B'_n}{\rho_0^n} \exp(-in\alpha). \quad (2.26)$$

ความสัมพันธ์ของ B'_n ในเทอม B_n ทั้ง 2 กรณีแสดงได้ดังนี้

$$B'_n = -\bar{B}_n \quad (2.27)$$

โดยที่ \bar{B}_n คือ คอนจูเกตของ B_n .

2.4.2 มัลติโพลและฉนวนผิวเรียบที่มีความหนาเป็นอนันต์

พิจารณารูปที่ 2.3 แต่เปลี่ยนระนาบ $y = 0$ เป็นผิวของฉนวนที่มีความหนาเป็นอนันต์ ซึ่งอยู่ด้าน $y < 0$. ค่าสภาพยอม (permittivity) ของฉนวน ϵ_I และค่าสภาพยอมของบริเวณรอบๆ ϵ_E . เงามัลติโพล 2 ตัวคือ B_n' ที่จุด \bar{z}_0 และ B_n'' ที่จุด z_0 สามารถทำให้ศักย์ที่ผิว $y = 0$ เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขต. การแสดงศักย์เชิงซ้อนในการจัดเรียงนี้แบ่งเป็น 2 แบบคือ ศักย์เชิงซ้อนบริเวณภายในฉนวน และศักย์เชิงซ้อนบริเวณภายนอกฉนวน.

ศักย์เชิงซ้อนบริเวณภายนอกฉนวนเกิดจากผลของมัลติโพล B_n และ เงามัลติโพล B_n' รวมกันตามสมการ

$$\phi_E = \phi_{B_n} + \phi_{B_n'} \quad (2.28)$$

ศักย์เชิงซ้อนบริเวณภายในฉนวนเกิดจากผลของเงามัลติโพล B_n'' นั่นคือ

$$\phi_I = \phi_{B_n''} \quad (2.29)$$

เงื่อนไขขอบเขตสำหรับการจัดเรียงนี้อยู่ที่ระนาบ $y = 0$ ดังนี้

$$\text{Re}(\phi_E) = \text{Re}(\phi_I) \quad (2.30)$$

และ

$$\Gamma \frac{\partial \text{Re}(\phi_I)}{\partial y} = \frac{\partial \text{Re}(\phi_E)}{\partial y} \quad (2.31)$$

โดยที่ Γ คืออัตราส่วนของสภาพยอมของฉนวนที่มีความหนาเป็นอนันต์ต่อค่าสภาพยอมของบริเวณรอบๆ ($\Gamma = \epsilon_I / \epsilon_E$).

สมการที่ (2.31) สามารถเขียนเป็นสมการใหม่ได้เป็น

$$\Gamma \text{Re} \left(i \frac{\partial \phi_I}{\partial z} \right) = \text{Re} \left(i \frac{\partial \phi_E}{\partial z} \right) \quad (2.32)$$

จากสมการที่ (2.28) และ (2.29) มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าคือ B_n' และ B_n'' . การคำนวณทำได้โดยการแทนค่าสมการที่ (2.28) และ (2.29) ในสมการที่ (2.30) และ (2.32) เพื่อให้ศักย์ที่ได้ตรงตามเงื่อนไขขอบเขต. เราได้ความสัมพันธ์ของ B_n' และ B_n'' ในเทอมของ B_n คือ

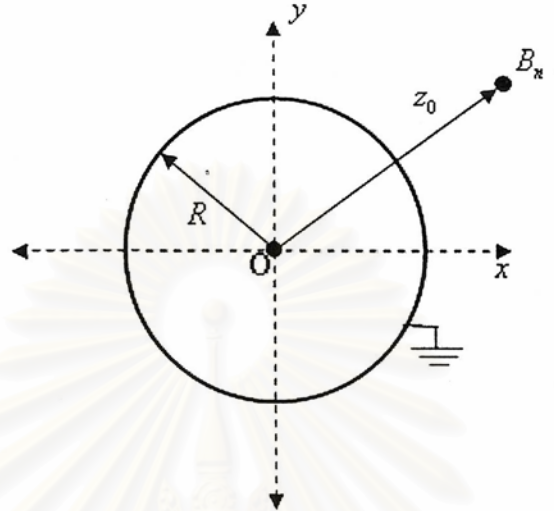
$$B_n' = -\frac{\Gamma - 1}{\Gamma + 1} B_n \quad (2.33)$$

และ

$$B_n'' = \frac{2}{\Gamma + 1} B_n \quad (2.34)$$

2.4.3 มัลติโพลและตัวนำทรงกระบอกต่อกราวด์

พิจารณารูปที่ 2.4 ซึ่งมีตัวนำทรงกระบอกรัศมี R โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด O และมัลติโพล B_n อยู่ที่จุด z_0 โดยที่จุด z_0 อยู่ภายนอกตัวนำทรงกระบอก ($|z_0| > |R|$).



รูปที่ 2.4 การจัดเรียงของตัวนำทรงกระบอก โดยที่ผิวตัวนำต่อกราวด์

เราสามารถให้การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์เชิงซ้อนเนื่องจาก B_n ไปอยู่ที่จุด O ในรูปของเทย์เลอร์ได้ เพราะว่า $|z| < |z_0|$ โดยมีสัมประสิทธิ์การกระจายตัวใหม่ M_j . ความสัมพันธ์ของศักย์ที่เกิดจาก B_n และ M_j เขียนได้ดังนี้

$$\phi_{B_n} = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_{M_j} \quad (2.35)$$

โดยที่ M_j หาได้ตามสมการที่ (2.20) ถึง (2.23).

เราสามารถทำให้ศักย์ที่ผิวตัวนำเท่ากันศูนย์ได้ โดยวางเงามัลติโพล B'_j ที่จุด O . เงื่อนไขขอบเขตของการจัดเรียงนี้คือ ที่ตำแหน่ง $|z| = |R|$ ศักย์จริงเนื่องจาก M_j และ B'_j รวมกันเท่ากับ ศูนย์หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\text{Re}\{\phi_{B'_j} + \phi_{M_j}\} = 0. \quad (2.36)$$

ความสัมพันธ์ของ B'_j ในเทอม M_j หาได้โดยแทนค่า $\phi_{B'_j}$ และ ϕ_{M_j} ตามสมการที่ (2.8) และ (2.17) ตามลำดับลงในสมการที่ (2.36) เพื่อให้ส่วนจริงของศักย์เชิงซ้อนตรงตามเงื่อนไขขอบเขต. ดังนั้น ศักย์ซึ่งเกิดจากแต่ละพจน์ j หาได้ 2 กรณีคือ $j=0$ และ $j \geq 1$ เพราะว่าการแสดงศักย์เนื่องจากผลของ B'_j แบ่งเป็น 2 กรณีดังที่กล่าวมา.

สำหรับ $j=0$

$$B'_{0,r} \ln R - B'_{0,i} \theta + M_{0,r} = 0 \quad (2.37)$$

ที่ (R, θ) คือ พิกัดเชิงขั้ว (polar coordinates) ของตำแหน่งผิวตัวนำ. ดังนั้น เราหาความสัมพันธ์ B'_0 ในเทอมของ M_0 ได้ตามสมการ

$$B'_0 = -\operatorname{Re}\left(\frac{M_0}{\ln R}\right). \quad (2.38)$$

สำหรับ $j \geq 1$ เราได้

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{B'_j \exp(-ij\theta)}{R^j} + M_j R^j \exp(ij\theta)\right\} = 0. \quad (2.39)$$

ดังนั้น หาความสัมพันธ์ B'_j ในเทอมของ M_j ได้ตามสมการ

$$B'_j = -R^{2j} \overline{M_j}. \quad (2.40)$$

กรณีต่อมาพิจารณารูปที่ 2.4 แต่เปลี่ยนตำแหน่งจุดศูนย์กลางการกระจายของ B_n ให้อยู่ภายในตัวนำทรงกระบอก ($|z_0| < |R|$). เราใช้การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์เนื่องจาก B_n มาที่จุด O โดยมีรูปแบบการกระจายเป็นแบบมัลติโพลเหมือนเดิม เพราะว่า $|z| > |z_0|$ โดยมีมัลติโพลตัวใหม่เป็น C_j . ความสัมพันธ์ของศักย์ที่เกิดจาก B_n และ C_j เขียนได้ว่า

$$\phi_{B_n} = \sum_{j=n}^{\infty} \phi_{C_j}. \quad (2.41)$$

ผลของศักย์ที่เกิดจากการจัดเรียงกรณีนี้คือ

$$\phi = \sum_{j=n}^{\infty} \phi_{C_j} + \sum_{j=n}^{\infty} \phi_{M_j}. \quad (2.42)$$

การหาความสัมพันธ์ของ M_j ในเทอม C_j ทำได้ โดยกำหนดว่าส่วนจริงของสมการที่ (2.42) มีค่าเท่ากับศูนย์ที่ผิวตัวนำ. เราเขียนความสัมพันธ์ของ M_j ในเทอม C_j ได้ว่า

สำหรับ $j=0$

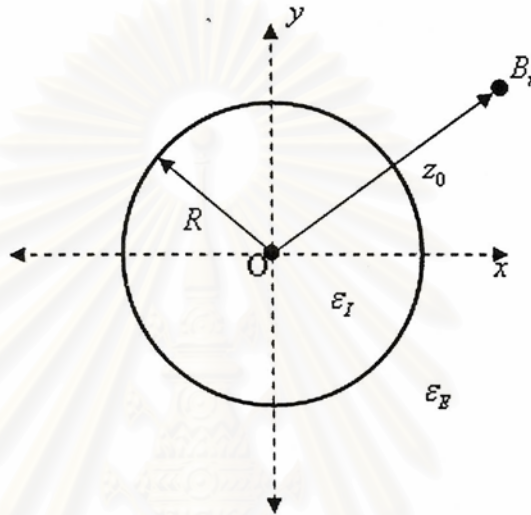
$$M_0 = -\ln R * C_0 \quad (2.43)$$

สำหรับ $j \geq 1$

$$M_j = -\frac{\overline{C_j}}{R^{2j}}. \quad (2.44)$$

2.4.4 มัลติโพลและฉนวนทรงกระบอก

พิจารณาการจัดเรียงตามรูปที่ 2.5 ประกอบด้วยฉนวนทรงกระบอกมีขนาดรัศมี R โดยมีจุดกึ่งกลางอยู่ที่จุด O และมัลติโพล B_n อยู่ที่จุด z_0 โดยอยู่ภายนอกฉนวนทรงกระบอก. กำหนดว่าค่าสภาพยอมของฉนวนทรงกระบอกและบริเวณรอบๆ คือ ϵ_I และ ϵ_E ตามลำดับ. เราแบ่งการแสดงศักย์เชิงซ้อนออกเป็น 2 บริเวณคือ บริเวณภายในฉนวนทรงกระบอก ϕ_I และบริเวณภายนอกฉนวนทรงกระบอก ϕ_E



รูปที่ 2.5 แสดงการจัดเรียงของฉนวนทรงกระบอก

เงื่อนไขขอบเขตของการจัดเรียงนี้ เกิดขึ้นที่ผิวฉนวนทรงกระบอก ($|z| = R$) ดังนี้

$$\text{Re}\{\phi_I\} = \text{Re}\{\phi_E\} \quad (2.45)$$

และ

$$\Gamma \text{Re}\left\{\frac{\partial \phi_I}{\partial \rho}\right\} = \text{Re}\left\{\frac{\partial \phi_E}{\partial \rho}\right\}. \quad (2.46)$$

ศักย์บริเวณภายในฉนวนทรงกระบอกเกิดจากการเหนี่ยวนำโดยมัลติโพล B_n ที่อยู่ภายนอกฉนวน. เราสามารถเขียนผลของการเหนี่ยวนำดังกล่าวได้ใหม่ในรูปการกระจายเทย์เลอร์ที่จุด O ดังนี้

$$\phi_I = \phi_L = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_{L_j} \quad (2.47)$$

ที่ L_j ($j = 0, 1, \dots$) คือ ค่าสัมประสิทธิ์การกระจายของศักย์เชิงซ้อน ซึ่งต้องทำการคำนวณ.

ศักย์บริเวณภายนอกฉนวนทรงกระบอกเกิดจากผลของมัลติโพล B_n และเงามัลติโพล B'_j ($j = 0, 1, \dots$) ซึ่งแทนผลจากการเหนี่ยวนำที่ผิวของฉนวน. ดังนั้น ศักย์บริเวณภายนอกฉนวนทรงกระบอกมีค่าเท่ากับ

$$\phi_E = \phi_{B_n} + \phi_{B'} = \phi_{B_n} + \sum_{j=0}^{\infty} \phi_{B'_j}. \quad (2.48)$$

เราสามารถเปลี่ยนศูนย์กลางการกระจายของศักย์เชิงซ้อน ϕ_{B_n} ในสมการที่ (2.48) ให้มาอยู่ที่จุด O ได้ตามสมการที่ (2.35). ศักย์ภายนอกสามารถเขียนได้ใหม่ว่า

$$\phi_E = \sum_{j=0}^{\infty} (\phi_{M_j} + \phi_{B'_j}). \quad (2.49)$$

ความสัมพันธ์ของ L_j และ B'_j ในเทอม M_j หาได้โดยแทนค่า ϕ_j และ ϕ_E ตามสมการที่ (2.47) และ (2.49) ลงในเงื่อนไขขอบเขตตามสมการที่ (2.45) และ (2.46) ตามลำดับ.

ความสัมพันธ์ของ L_j และ B'_j ในเทอมของ M_j แสดงได้ดังนี้

สำหรับ $j = 0$

$$L_0 = \text{Re}\{M_0\} \quad (2.50)$$

$$B'_0 = 0 \quad (2.51)$$

และ สำหรับ $j \geq 1$

$$L_j = \frac{2}{\Gamma+1} M_j \quad (2.52)$$

$$B'_j = -\frac{\Gamma-1}{\Gamma+1} R^{2j} \overline{M_j}. \quad (2.53)$$

กรณีต่อมาพิจารณารูปที่ 2.5 แต่เปลี่ยนตำแหน่งของ B_n มาอยู่ภายในฉนวนทรงกระบอก ($z_0 < R$). สำหรับกรณีนี้ศักย์บริเวณภายในฉนวนทรงกระบอกหาได้จากผลของมัลติโพล B_n และสัมประสิทธิ์การกระจาย M_j รวมกัน. เราสามารถทำการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์เนื่องจาก B_n ไปที่จุด O ได้ตามสมการที่ (2.41). ศักย์บริเวณภายในเขียนได้ดังนี้

$$\phi_I = \phi_{B_n} + \phi_M = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_{C_j} + \sum_{j=0}^{\infty} \phi_{M_j} \quad (2.54)$$

โดยที่

$$\phi_{M_j} = M_j z^j. \quad (2.55)$$

ศักย์บริเวณภายนอกฉนวนเกิดจากผลของเงามัลติโพล C'_j ซึ่งเขียนได้ตามสมการ

$$\phi_E = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_{C'_j} \quad (2.56)$$

ที่ $\phi_{C'_j}$ คำนวณได้ตามสมการที่ (2.11) และ (2.13).

การคำนวณค่า M_j และ C'_j ในเทอมของ C_j ทำได้โดยแทนค่า ϕ_j และ ϕ_E ตามสมการที่ (2.54) และ (2.56) ตามลำดับลงในเงื่อนไขขอบเขตตามสมการที่ (2.45) และ (2.46) เพื่อให้ตรงตามเงื่อนไขขอบเขต. ด้วยเหตุนี้ เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของ M_j และ C'_j ในเทอมของ C_j ได้ดังนี้

สำหรับ $j = 0$

$$C'_0 = \Gamma C_0 \quad (2.57)$$

$$M_0 = (\Gamma - 1) \ln R^* C_0 \quad (2.58)$$

และ สำหรับ $j \geq 1$

$$C_j' = \frac{2\Gamma}{\Gamma + 1} C_j \quad (2.59)$$

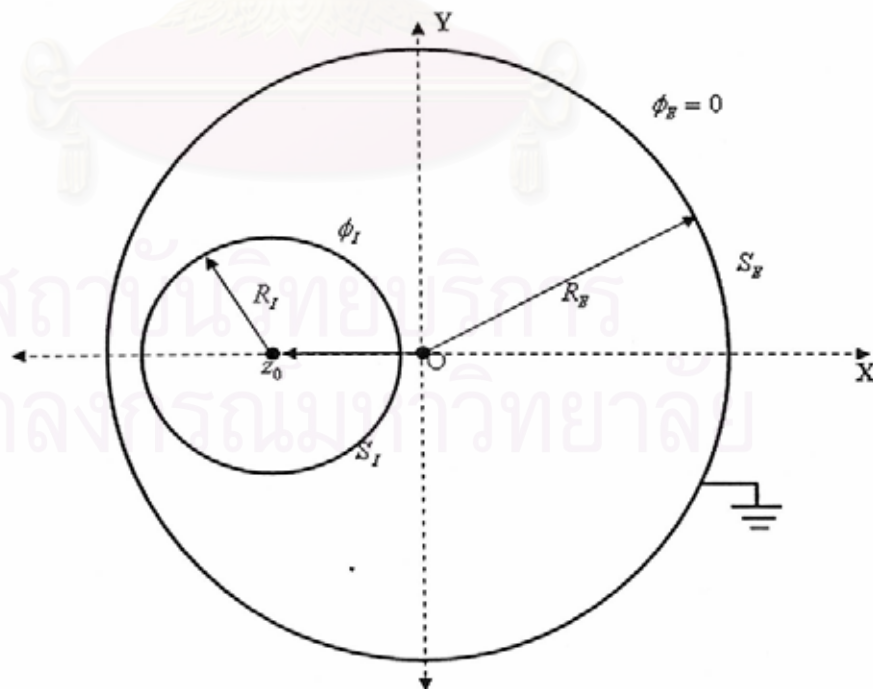
$$M_j = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma + 1} R^{2j} \overline{C_j}. \quad (2.60)$$

2.5 กระบวนการคำนวณศักย์เชิงซ้อน

ในหัวข้อนี้จะแสดงกระบวนการคำนวณค่าศักย์เชิงซ้อนด้วยวิธีเงามัลติโพล สำหรับบริเวณที่มีการจัดเรียงขั้วข้อนมากขึ้นจากที่แสดงในหัวข้อที่ 2.4 เพื่อใช้เป็นหลักการในการแก้ปัญหาสำหรับการจัดเรียงที่ไม่ได้ยกตัวอย่างขึ้น.

2.5.1 กรณีที่ตัวนำทรงกระบอกซ้อนและมีแกนต่างกัน

พิจารณารูปที่ 2.6 ซึ่งมีตัวนำทรงกระบอกนอกรัศมี R_E มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด O และตัวนำทรงกระบอกในรัศมี R_I มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด z_0 . ศักย์ที่ผิวตัวนำใน S_I มีค่าเท่ากับ ϕ_I และที่ผิวตัวนำนอก S_E ต่อกราวด์ ($\phi_E = 0$).



รูปที่ 2.6 การจัดเรียงของตัวนำทั้ง 2 ตัว

กระบวนการคำนวณทำได้ดังนี้

1) วางมัลติโพล $B_0^{(1)}$ ที่จุด z_0 เพื่อทำให้เกิดศักย์จริงที่ผิว S_j เท่ากับ ϕ_j . การคำนวณค่า $B_0^{(1)}$ ทำได้ดังนี้

$$B_0^{(1)} = \frac{\phi_j}{\ln(R_j)}. \quad (2.61)$$

2) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของมัลติโพล $B_0^{(1)}$ มาที่จุด O ได้มัลติโพลตัวใหม่ $C_j^{(1)}$. ค่ามัลติโพลตัวใหม่ $C_j^{(1)}$ หาได้จากสมการที่ (2.13) ถึง (2.15). ศักย์ที่เกิดจากมัลติโพล $B_0^{(1)}$ และ $C_j^{(1)}$ มีค่าเท่ากันดังนี้

$$\phi_B^{(1)} = \phi_C^{(1)} \quad (2.62)$$

ในช่วง $|z| > |z_0|$.

3) มัลติโพล $C_j^{(1)}$ ทำให้เกิดศักย์ที่ผิว S_E ค่าหนึ่ง. เราสามารถทำให้ศักย์ที่ผิว S_E เท่ากันศูนย์ตามที่เงื่อนไขที่กำหนดไว้ โดยวางสัมประสิทธิ์การกระจาย $M_j^{(1)}$ ที่จุด O โดยค่า $M_j^{(1)}$ คำนวณได้ตามสมการที่ (2.43) และ (2.44). ศักย์ที่ผิวตัวนำนอกหาค่าได้ตามสมการ

$$\phi_{S_E}^{(1)} = \phi_C^{(1)} + \phi_M^{(1)} = 0 \quad (2.63)$$

มีค่าเท่ากันศูนย์ในทุกๆ รอบการคำนวณ.

4) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ $M_j^{(1)}$ มาที่จุด z_0 โดยวิธีการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์เชิงซ้อนแบบเทเลอร์ได้สัมประสิทธิ์ $M_j^{(1)}$ ที่จุด z_0 . ค่า $M_j^{(1)}$ คำนวณได้ตามสมการที่ (2.18) ดังนั้น ศักย์ที่ผิว S_j หาได้ตามสมการ

$$\phi_{S_j}^{(k)} = \sum_{k=1}^N (\phi_B^{(k)} + \phi_M^{(k)}). \quad (2.64)$$

5) วางมัลติโพล $B_n^{(2)}$ เพื่อหักล้างผล $M_j^{(1)}$ ที่ผิว S_j หรือ เพื่อให้ศักย์ผิว S_j เท่ากับ ϕ_j . การคำนวณค่า $B_n^{(2)}$ หาได้ตามสมการที่ (2.38) และ (2.40).

6) ตรวจสอบศักย์ที่ผิวตัวนำในดังนี้

$$|\phi_{S_j}^{(k)} - \phi_j| < \delta \quad (2.65)$$

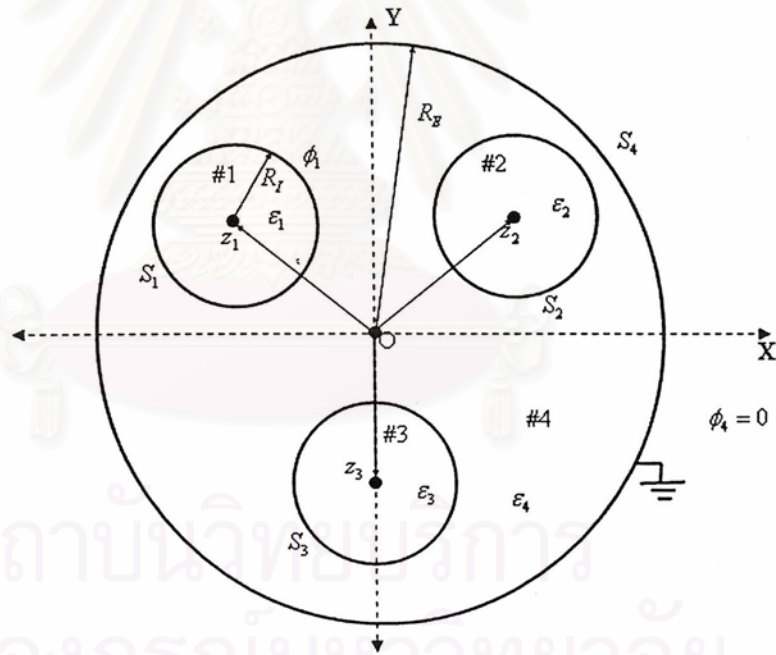
โดยที่ δ คือค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้ว่า $\phi_j^{(k)}$ และ ϕ_j มีค่าเท่ากัน. ถ้าเงื่อนไขตรวจสอบในสมการที่ (2.65) ไม่เป็นจริง ทำกระบวนการที่ (2) ถึง (6) จนกว่าเงื่อนไขตรวจสอบจะเป็นจริง. เมื่อเงื่อนไขตรวจสอบเป็นจริงแล้ว การหาค่าศักย์ที่จุดใดๆ หาได้ตามสมการ

$$\phi = \sum_{k=1}^N (\phi_B^{(k)} + \phi_M^{(k)}) \quad (2.66)$$

เมื่อ N คือจำนวนรอบการคำนวณที่ทำให้สมการที่ (2.65) เป็นจริง.

2.5.2 การจัดเรียงตัวนำและฉนวนทรงกระบอกแบบหลายแกนร่วม

พิจารณาตามรูปที่ 2.7 ซึ่งประกอบด้วยตัวนำทรงกระบอกที่ 1 มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ z_1 รัศมีเท่ากับ R_1 และศักย์ที่ผิว S_1 เท่ากับ ϕ_1 , ฉนวนทรงกระบอกที่ 2 มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ z_2 รัศมีเท่ากับ R_2 ค่าสภาพยอมในบริเวณที่ #2 เท่ากับ ϵ_2 , ฉนวนทรงกระบอกที่ 3 มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ z_3 รัศมี R_3 ค่าสภาพยอมในบริเวณที่ #3 เท่ากับ ϵ_3 , ฉนวนทรงกระบอกที่ 4 มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ 0 รัศมีเท่ากับ R_E ค่าสภาพยอมในบริเวณที่ #4 เท่ากับ ϵ_4 ที่ผิว S_4 ต่อกราวด์ ($\phi_4 = 0$).



รูปที่ 2.7 แสดงการจัดเรียงของตัวนำและฉนวน

กระบวนการคำนวณทำได้ดังนี้

1) วางมัลติโพล $B_1^{(1)}$ ที่ทำให้เกิดศักย์จริงที่มีตัวตนที่ 1 (S_1) เท่ากับ ϕ โดย $B_1^{(1)}$ คำนวณได้ตามสมการ

$$B_{1,0}^{(1)} = \frac{\phi}{\ln R_1}. \quad (2.67)$$

2) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ $\phi_{B_1^{(1)}}$ จากจุด z_1 ไปที่จุด z_2 ได้ตามสมการ

$$\phi_{B_1^{(1)}} = \phi_{M_2^{(1)}}. \quad (2.68)$$

ค่าสัมประสิทธิ์การกระจาย $M_{2,j}^{(1)}$ คำนวณได้ตามสมการที่ (2.20) ถึง (2.23). จากนั้นวางเงามัลติโพล $B_{2,j}^{(1)}$ และสัมประสิทธิ์ $L_{2,j}^{(1)}$ ที่จุด z_2 เพื่อให้เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตของฉนวนที่มีผิว S_2 เป็นจริง. ค่า $B_{2,j}^{(1)}$ และ $L_{2,j}^{(1)}$ คำนวณได้ตามสมการที่ (2.50) ถึง (2.53). ค่าศักย์บริเวณภายในและภายนอกฉนวนทรงกระบอกที่ 2 เขียนนำได้ตามสมการ

$$\phi_{I,2}^{(1)} = \phi_{L_2^{(1)}} \quad (2.69)$$

และ

$$\phi_{E,2}^{(1)} = \phi_{M_2^{(1)}} + \phi_{B_2^{(1)}} \quad (2.70)$$

ตามลำดับ.

3) พิจารณาว่ามัลติโพลที่อยู่ภายนอกฉนวนที่ 3 คือ $B_{1,j}^{(1)}$ และ $B_{2,j}^{(1)}$. เราสามารถเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ $B_{1,j}^{(1)}$ และ $B_{2,j}^{(1)}$ มาที่จุด z_3 โดยวิธีการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์มัลติโพลและเขียนในรูปการกระจายเทย์เลอร์. สัมประสิทธิ์การกระจายที่ได้จากมัลติโพลทั้ง 2 ตัวหาได้สมการที่ (2.20) และ (2.23) จากนั้นนำสัมประสิทธิ์การกระจายทั้ง 2 ตัวมารวมกันในแต่ละพจน์ (j) ได้เป็น $M_{3,j}^{(1)}$.

วางมัลติโพล $B_{3,j}^{(1)}$ และสัมประสิทธิ์ $L_{3,j}^{(1)}$ ที่จุด z_3 เพื่อให้เงื่อนไขขอบเขตที่มีผิว S_3 เป็นจริง. คำนวณค่า $B_{3,j}^{(1)}$ และ $L_{3,j}^{(1)}$ ตามสมการที่ (2.50) ถึง (2.53). ศักย์บริเวณภายในและภายนอกฉนวนที่ 3 หาได้จากสมการ

$$\phi_{I,3}^{(1)} = \phi_{L_3^{(1)}} \quad (2.71)$$

และ

$$\phi_{E,3}^{(1)} = \phi_{M_3^{(1)}} + \phi_{B_3^{(1)}} \quad (2.72)$$

ตามลำดับ.

4) พิจารณาว่ามัลติโพลที่อยู่ในตัวนำที่ 4 คือ $B_{1,j}^{(1)}$, $B_{2,j}^{(1)}$ และ $B_{3,j}^{(1)}$. เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของมัลติโพลทั้ง 3 ตัวมาที่จุด O ตามสมการที่ (2.13) ถึง (2.15) ได้มัลติโพลใหม่ 3 ตัว

นำทั้งหมดมารวมกันในแต่ละพจน์ (j) ได้เป็น $C_{4,j}^{(1)}$.

เนื่องจากผลของ $C_{4,j}^{(1)}$ ทำให้ศักย์ที่ผิว S_4 ไม่เท่ากับศูนย์. วางสัมประสิทธิ์การกระจาย $M_{4,j}^{(1)}$ ที่จุด 0 เพื่อหักล้างผลของ $C_{4,j}^{(1)}$ ที่ผิว S_4 หรือ เพื่อให้ศักย์ที่ผิว S_4 เท่ากับศูนย์. ศักย์ที่ผิว S_4 หาได้จากผลของ $C_{4,j}^{(1)}$ และ $M_{4,j}^{(1)}$ รวมกัน ซึ่งมีค่าเท่ากับศูนย์ในทุกกรอบการคำนวณตามสมการ

$$\phi_{S_4}^{(1)} = \phi_{C_4}^{(1)} + \phi_{M_4}^{(1)} = 0. \quad (2.73)$$

5) เราต้องการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์เนื่องจาก $M_{4,j}^{(1)}$ ไปที่จุด z_1 เพื่อหาผลของ $M_{4,j}^{(1)}$ ที่เกิดขึ้นที่ผิว S_1 ได้สัมประสิทธิ์การกระจายตัวใหม่ $M_{1,j}^{(1)}$. ค่า $M_{1,j}^{(1)}$ หาได้ตามสมการที่ (2.18). ศักย์ที่ผิว S_1 คำนวณได้ตามสมการ

$$\phi_{S_1}^{(k)} = \sum_{k=1}^N (\phi_{B_1}^{(k)} + \phi_{M_1}^{(k)}). \quad (2.74)$$

6) วางมัลติโพล $B_{1,j}^{(2)}$ ที่จุด z_1 เพื่อหักล้างผลของศักย์เนื่องจาก $M_{1,j}^{(1)}$ หรือเพื่อให้เกิดศักย์ที่ผิว S_1 เท่ากับ ϕ_1 ตามที่กำหนดไว้. ค่า $B_{1,j}^{(2)}$ หาได้ตามสมการที่ (2.38) และ (2.40) ดังนั้น ส่วนจริงของศักย์เชิงซ้อนที่ผิว S_1 เกิดจากผลของ $B_{1,j}^{(2)}$ รวมกับ $M_{1,j}^{(1)}$ ตามสมการ

$$\phi_{B_{1,j}^{(2)}}^{(k+1)} + \phi_{M_{1,j}^{(1)}}^{(k)} = 0. \quad (2.75)$$

7) ตรวจสอบศักย์ที่ผิวตัว S_1 ตามสมการ

$$|\phi_{S_1}^{(k)} - \phi_1| < \varepsilon \quad (2.76)$$

เมื่อ ε คือค่าที่ยอมรับได้ว่า $\phi_{S_1}^{(k)}$ และ ϕ_1 เท่ากัน. ถ้าเงื่อนไขตามสมการที่ (2.76) ยังไม่เป็นจริง กลับไปทำตามกระบวนการที่ (2) ถึง (7) จนกว่าสมการที่ (2.76) จะเป็นจริง. เมื่อสมการที่ (2.76) เป็นจริงแล้ว ศักย์ในบริเวณต่างๆ หาได้ดังนี้ บริเวณที่ #2 เท่ากับ

$$\phi^{(k)} = \sum_{k=1}^N \phi_{L_2}^{(k)}, \quad (2.77)$$

บริเวณที่ #3 เท่ากับ

$$\phi^{(k)} = \sum_{k=1}^N \phi_{L_2}^{(k)}, \quad (2.78)$$

และบริเวณที่ #4 เท่ากับ

$$\phi^{(k)} = \sum_{k=1}^N \phi_{B_1}^{(k)} + \phi_{B_2}^{(k)} + \phi_{B_3}^{(k)} + \phi_{M_4}^{(k)}, \quad (2.79)$$

โดยที่ N เป็นจำนวนรอบการคำนวณที่ทำให้สมการที่ (2.76) เป็นจริง.

บทที่ 3

วิธีการคำนวณ

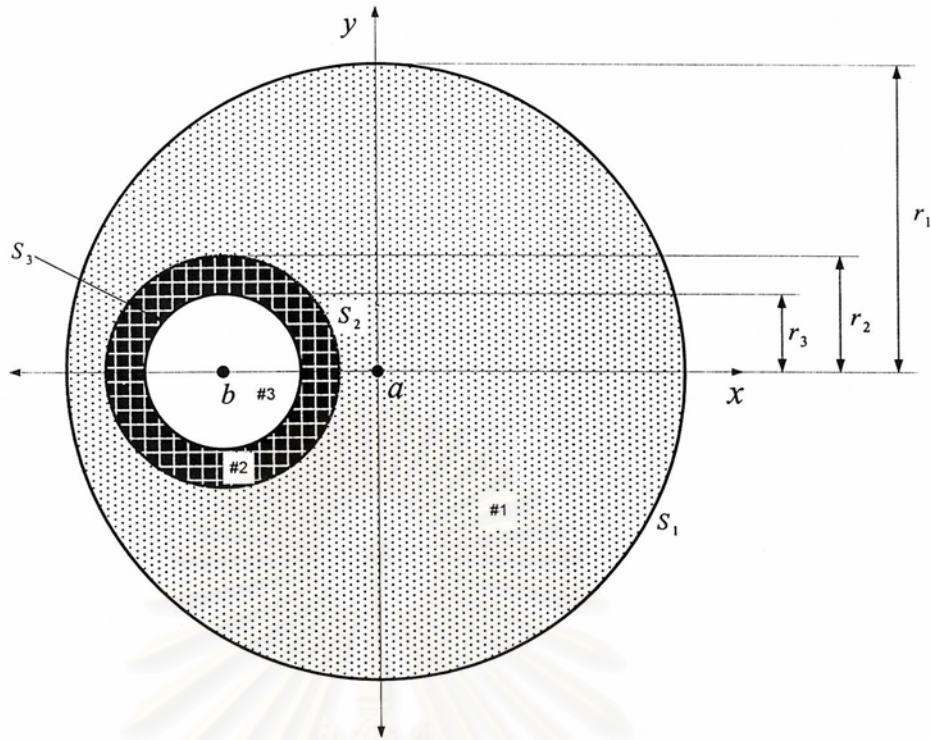
ในบทนี้ได้นำเสนอวิธีการคำนวณค่าอุณหภูมิในการจัดเรียงที่กำหนดขึ้นตามรูปที่ 3.1 และ 3.2 ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับการจัดเรียงท่อร้อยสายใน duct bank และการจัดเรียงของตัวนำในท่อร้อยสายตามลำดับ. ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในการคำนวณของการจัดเรียงในรูปที่ 3.1 และ 3.2 แสดงได้ในตารางที่ 3.1, 3.2, และ 3.3.

เนื้อหาในบทนี้แบ่งออกเป็น 4 หัวข้อ คือ 3.1 ได้กล่าวถึงการจัดเรียงของตัวอย่างการคำนวณ, ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในการคำนวณ, และ เงื่อนไขขอบเขตของการคำนวณ. 3.2 ได้กล่าวถึงวิธีการคำนวณตามการจัดเรียงในหัวข้อที่ 3.1 ทั้งแบบที่เป็นฝังงาน และ แบบที่เป็นวิธีการคำนวณโดยละเอียด. 3.3 ได้กล่าวถึงผลการคำนวณที่ได้จากการจัดเรียงในตามหัวข้อ 3.1 โดยผลการคำนวณได้แสดงค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิวเงื่อนไขขอบเขตของบริเวณต่างๆ เพื่อเป็นการยืนยันความถูกต้องของผลการคำนวณที่ได้. และสุดท้ายหัวข้อที่ 3.4 แสดงวิธีการคำนวณอุณหภูมิในบริเวณที่เป็นมีลักษณะการกระจายอุณหภูมิเป็นแบบสมมาตร ซึ่งเราจะนำไปคำนวณอุณหภูมิในบริเวณฉนวนหลัก.

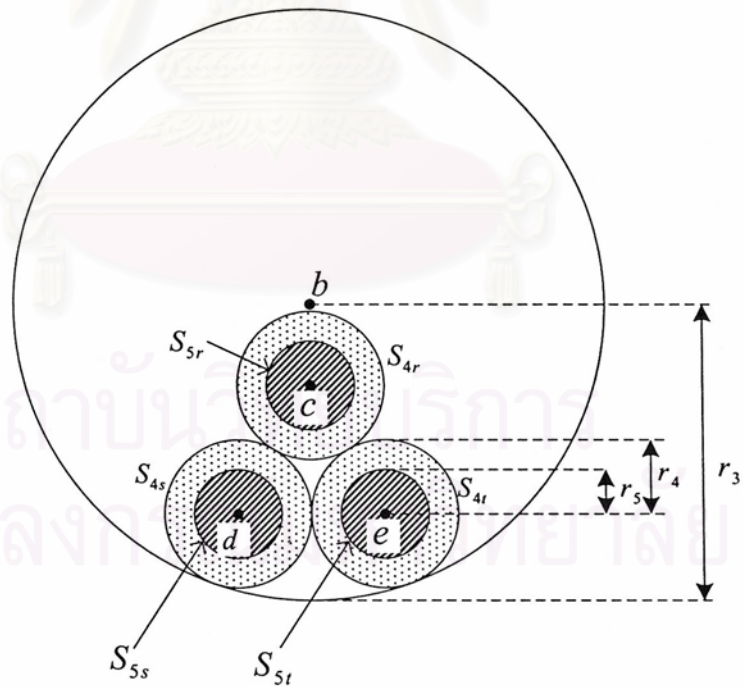
3.1 การจัดเรียงของตัวอย่างการคำนวณ

การจัดเรียงของตัวอย่างการคำนวณแสดงถึงบริเวณต่างๆ ในการคำนวณ โดยลักษณะของการจัดเรียงและกระบวนการคำนวณที่ใช้คล้ายกับการจัดเรียงของ duct bank จริง. การจัดเรียงในรูปที่ 3.1 เหมือนการจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank ส่วนการจัดเรียงในรูปที่ 3.2 เหมือนการจัดเรียงของตัวนำในท่อร้อยสาย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.1 การจัดเรียงของตัวอย่างการคำนวณ ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับการจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank



รูปที่ 3.2 การจัดเรียงของตัวอย่างการคำนวณ ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับการจัดเรียงของตัวนำในท่อร้อยสาย

การจัดเรียงในรูปที่ 3.1 วงกลมนอกสุด (ผิว S_1) เปรียบเสมือนเป็นผิวของ duct bank, พื้นที่ในบริเวณที่ #1 เสมือนเป็นคอนกรีต, บริเวณที่ #2 เสมือนเป็นท่อร้อยสาย, ผิว S_2 และ S_3 เปรียบเสมือนเป็นขอบด้านนอกและในของท่อร้อยสายตามลำดับ, และบริเวณที่ #3 เปรียบเสมือนเป็นอากาศ

การจัดเรียงในรูปที่ 3.2 เป็นภาพขยายของผิว S_3 ในรูปที่ 3.1 หรือเสมือนเป็นภาพขยายของผิวด้านในของท่อร้อยสาย ผิว S_3 ในรูปที่ 3.1 และ 3.2 คือผิวเดียวกัน พื้นที่ในบริเวณที่ #3 เปรียบเสมือนเป็นอากาศเช่นเดียวกัน ผิว $S_{4r} \sim S_{4i}$ เสมือนเป็นผิวด้านนอกของฉนวนรอง PE, ผิว $S_{5r} \sim S_{5i}$ เสมือนเป็นผิวด้านในของฉนวนรอง PE หรือผิว Insulator screen

ในการคำนวณจริงจะมี wire screen, insulation screen, ฉนวนหลัก XLPE , conductor screen และตัวนำ อยู่ภายในผิว $S_{5r} \sim S_{5i}$ ตามรูปที่ 3.2 โดยการคำนวณบริเวณต่างๆ ภายในผิว $S_{5r} \sim S_{5i}$ จะแสดงได้ในหัวข้อที่ 3.4

เงื่อนไขการคำนวณค่ารัศมีต่างๆ ในการคำนวณตามรูปที่ 3.1 และ 3.2 แสดงได้ตามตารางที่ 3.1. ค่าสภาพการนำความร้อนในบริเวณต่างๆ แสดงได้ในตารางที่ 3.2. ตำแหน่งของจุดต่างๆ คือจุด a, b, c, d และ e แสดงได้ตามตารางที่ 3.3

กำหนดว่าอัตราการถ่ายเทความร้อนที่จุด c, d และ e เท่ากับ $1.795 \frac{W}{m}$ และอุณหภูมิที่ผิว S_1 เท่ากันตลอดผิว โดยมีค่าเท่ากับศูนย์.

ตารางที่ 3.1 ค่ารัศมีในการจัดเรียงตามรูปที่ 3.1 และ 3.2

รัศมี	ความยาว(m)
r_1	0.8
r_2	0.3
r_3	0.2
r_4	0.05
r_5	0.03

ตารางที่ 3.2 ค่าสภาพการนำความร้อนในบริเวณต่างตามรูปที่ 3.1 และ 3.2

บริเวณที่	ค่าสภาพการนำความร้อน ร้อน $\left(\frac{W}{mK}\right)$
#1	2.0
#2	1.0
#3	0.5
#4r-#4t	0.25

ตารางที่ 3.3 ตำแหน่งของจุดต่างๆ ในรูปที่ 3.1 และ 3.2

จุด	พิกัด $x(m)$	พิกัด $y(m)$
a	0.0	0.0
b	-0.4	0.0
c	-0.4	-0.054819
d	-0.45	-0.141421
e	-0.35	-0.141421

เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณ

- 1.) ที่ผิว $S_{5r} \sim S_{5t}$ มีค่าอุณหภูมิเท่ากันตลอดผิว และอัตราการถ่ายเทความร้อนเท่ากับ $1.795 \left(\frac{W}{m}\right)$
- 2.) ที่ผิว $S_{4r} \sim S_{4t}$, S_3 , และ S_2 มีค่าอุณหภูมิ และค่าฟลักซ์ทั้งภายในและภายนอกเท่ากัน ที่ตำแหน่งต่างๆ ของผิว $S_{4r} \sim S_{4t}$, S_3 , และ S_2
- 3.) ที่ผิว S_1 มีค่าอุณหภูมิเท่ากันตลอดผิวและมีค่าเท่ากับศูนย์

3.2 วิธีการคำนวณ

ในหัวข้อนี้ได้กล่าวถึงกระบวนการคำนวณค่าอุณหภูมิ ในการจัดเรียงและเงื่อนไขการคำนวณต่างๆ ในหัวข้อที่ 3.1 เราได้แบ่งเนื้อหาในหัวข้อนี้เป็น 3 ส่วนหลัก คือ

หัวข้อที่ 3.2.1 สัญลักษณ์ของตัวอย่างการคำนวณ ซึ่งได้นำเสนอสัญลักษณ์การคำนวณแต่ละตัวว่า มีลักษณะการกระจายแบบใด, มีจุดศูนย์กลางการกระจายแบบไหน, และใช้คำนวณอุณหภูมิที่บริเวณไหน เพื่อความสะดวกในการทำความเข้าใจและการอธิบายวิธีการคำนวณ.

หัวข้อที่ 3.2.2 เราได้นำเสนอผังงาน ของการคำนวณซึ่งแบ่งกระบวนการคำนวณออกเป็น 2 กระบวนการ โดยกระบวนการที่ 1 ใช้คำนวณค่าอุณหภูมิของการจัดเรียงตามรูปที่ 3.2 และกระบวนการที่ 2 ใช้คำนวณการจัดเรียงรูปที่ 3.1 โดยกระบวนการทั้ง 2 มีการรับส่งค่าระหว่างกัน และกัน.

สุดท้ายหัวข้อที่ 3.2.3 ได้นำเสนอวิธีการคำนวณโดยละเอียดและได้รายงานสูตรต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน ในแต่ละบริเวณ เพื่อให้อุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณตรงตามเงื่อนไขขอบเขตในบริเวณต่างๆ ที่พิจารณา

3.2.1 สัญลักษณ์ในการคำนวณ

ในตัวอย่างการคำนวณนั้นมีมัลติโพลที่ใช้ในการคำนวณค่อนข้างมาก ดังนั้น เราต้องทำความเข้าใจสัญลักษณ์ในการคำนวณก่อน เพื่อจะได้ง่ายและสะดวกในการทำความเข้าใจวิธีการคำนวณ ซึ่งจะได้นำเสนอในหัวข้อต่อไป

ศักย์เชิงซ้อนที่ใช้ในการคำนวณโดยวิธีแกมมาโพลมี 2 รูปแบบตามที่ได้อธิบายไปในหัวข้อที่ 2.2 โดยรูปแบบที่ 1 คือศักย์เชิงซ้อนในรูปมัลติโพลมีค่าสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนเป็น B และศักย์เชิงซ้อนในรูปแบบเทย์เลอร์มีค่าสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนเป็น M โดยรูปแบบการกระจายของสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนทั้ง 2 รูปแบบแสดงได้ตามสมการที่ (2.8) และ (2.9)

สัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน B และ M ที่ใช้ในการคำนวณแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือ 1 กลุ่มที่ใช้คำนวณในการจัดเรียงในการจัดเรียงตามรูปที่ 3.1 และ 2 กลุ่มที่ใช้คำนวณตามการจัดเรียงของรูปที่ 3.2 ซึ่งทั้ง 2 กลุ่มแสดงสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนได้ตามตารางที่ 3.4 และ 3.5

ตารางที่ 3.4 สัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนต่างๆ ที่ใช้คำนวณในการจัดเรียงรูปที่ 3.1

บริเวณที่	สัมประสิทธิ์จำนวน เชิงซ้อน
#1	$B_{a1,j}^{(k)}, M_{a1,j}^{(k)}$
#1	$B_{b1,j}^{(k)}, M_{b1,j}^{(k)}$
#2	$B_{b2,j}^{(k)}, M_{b2,j}^{(k)}$
#3	$B_{b3,j}^{(k)}, M_{b3,j}^{(k)}$

ตารางที่ 3.5 สัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนต่างๆ ที่ใช้คำนวณในการจัดเรียงรูปที่ 3.2

บริเวณที่	สัมประสิทธิ์จำนวน เชิงซ้อน
#3	$B_{b3,j}^{(k)}, M_{b3,j}^{(k)}$
#3	$B_{c3,j}^{(k)}, M_{c3,j}^{(k)}$
#3	$B_{d3,j}^{(k)}, M_{d3,j}^{(k)}$
#3	$B_{e3,j}^{(k)}, M_{e3,j}^{(k)}$
#4r	$B_{c4,r,j}^{(k)}, M_{c4,r,j}^{(k)}$
#4s	$B_{d4,s,j}^{(k)}, M_{d4,s,j}^{(k)}$
#4t	$B_{e4,t,j}^{(k)}, M_{e4,t,j}^{(k)}$

ส่วนประกอบของสัญลักษณ์สัมประสิทธิ์จำนวนในตารางที่ 3.4 และ 3.5

- $B_{23,4A}^{(1),B}$
- 1 คือ รอบที่ทำการคำนวณ
 - 2 คือ จุดศูนย์กลางการกระจายของสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน
 - 3 คือ บริเวณที่สัมประสิทธิ์เชิงซ้อนใช้คำนวณค่าอุณหภูมิ และฟลักซ์ความร้อน
 - 4 คือ อันดับของสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน

ส่วนประกอบ A และ B คือส่วนประกอบย่อยของการคำนวณ ซึ่งสัญลักษณ์ดังกล่าวเกิดขึ้นในหัวข้อที่ 3.2.3 โดยมีความหมายคือ

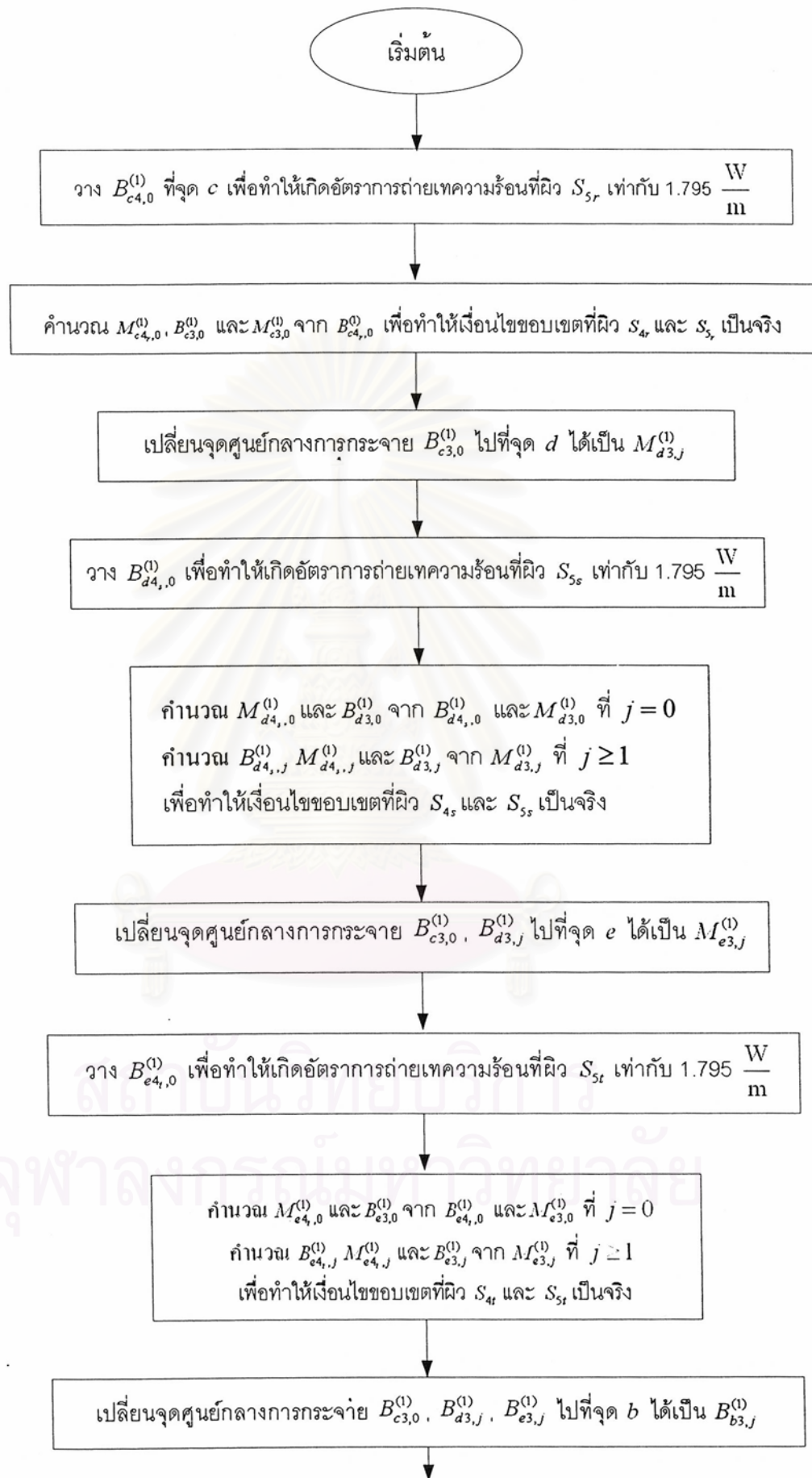
A คือ ส่วนที่บอกส่วนประกอบของสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนโดยถ้าเป็น r บอกว่าเป็นส่วนจริง และ i เป็นส่วนจินตภาพ

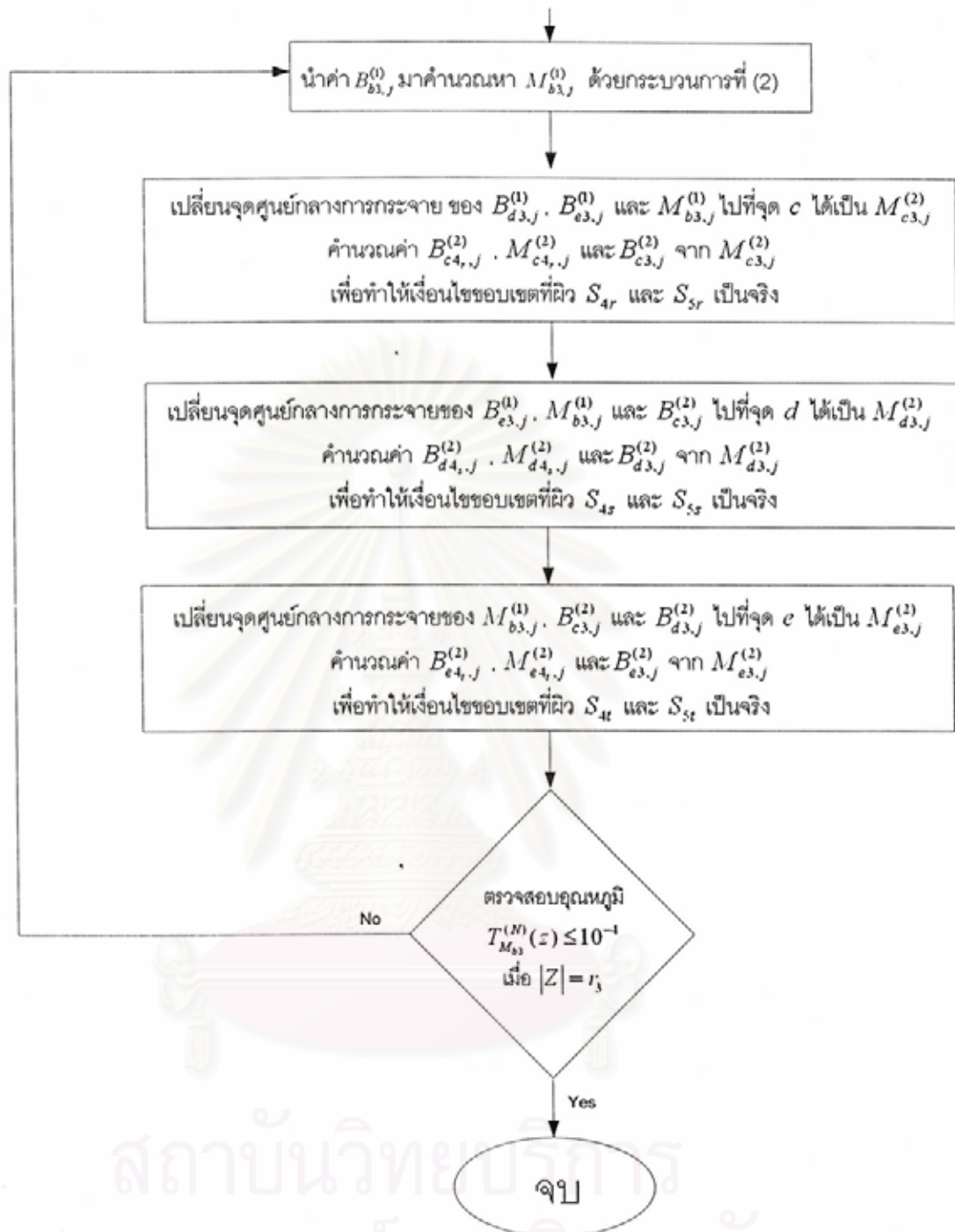
B คือ ส่วนที่บอกรอบย่อยของการคำนวณ

3.2.2 ผังงานวิธีการคำนวณตัวอย่างการคำนวณ

ในหัวข้อนี้ได้นำเสนอ กระบวนการทำงานอย่างไม่ละเอียดนัก ของโปรแกรมการคำนวณ เพื่อให้ผู้อ่านได้เข้าใจหลักการของการคำนวณ และเป็นประโยชน์ในการทำความเข้าใจวิธีการคำนวณอย่างละเอียด ซึ่งได้นำเสนอในหัวข้อต่อไป กระบวนการคำนวณในลักษณะผังงานของหัวข้อที่แบ่งเป็น 2 กระบวนการตามที่ได้กล่าวไปแล้ว

กระบวนการที่ 1 ใช้คำนวณการจัดเรียงตามรูปที่ 3.2 มีหลักการคำนวณดังนี้ ทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4r} , S_{5r} ถูกต้อง จากนั้นก็ทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4s} , S_{5s} ถูกต้อง และก็ทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4r} , S_{5r} ถูกต้อง. สุดท้ายก็นำผลของมัลติโพลในบริเวณที่ #3 มาหาอนุพันธ์ที่ผิว S_3 และก็ทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_3 ถูกต้องด้วยกระบวนการที่ 2 และกระทำซ้ำไปมาจนค่าอนุพันธ์ที่ผิวเงื่อนไขขอบเขต ในบริเวณที่พิจารณามีความถูกต้องอยู่ในค่าที่ยอมรับได้ (10^{-4}). รอบแรกของการคำนวณจะแตกต่างจากรอบที่ 2 ขึ้นไปคือ ต้องมีการวางมัลติโพลอันดับศูนย์ที่จุด c, d, e ซึ่งค่าดังกล่าวทำให้เกิดอัตราการการถ่ายเทความร้อนที่ผิว $S_{5r} \sim S_{5s}$ ตามค่าที่ได้กำหนดไว้ ส่วนรอบที่ 2 ขึ้นไปมัลติโพลอันดับศูนย์ที่จุด c, d, e มีค่าเท่ากับศูนย์ ผังงานการทำงานของกระบวนการที่ 1 แสดงได้ตามรูปที่ 3.3

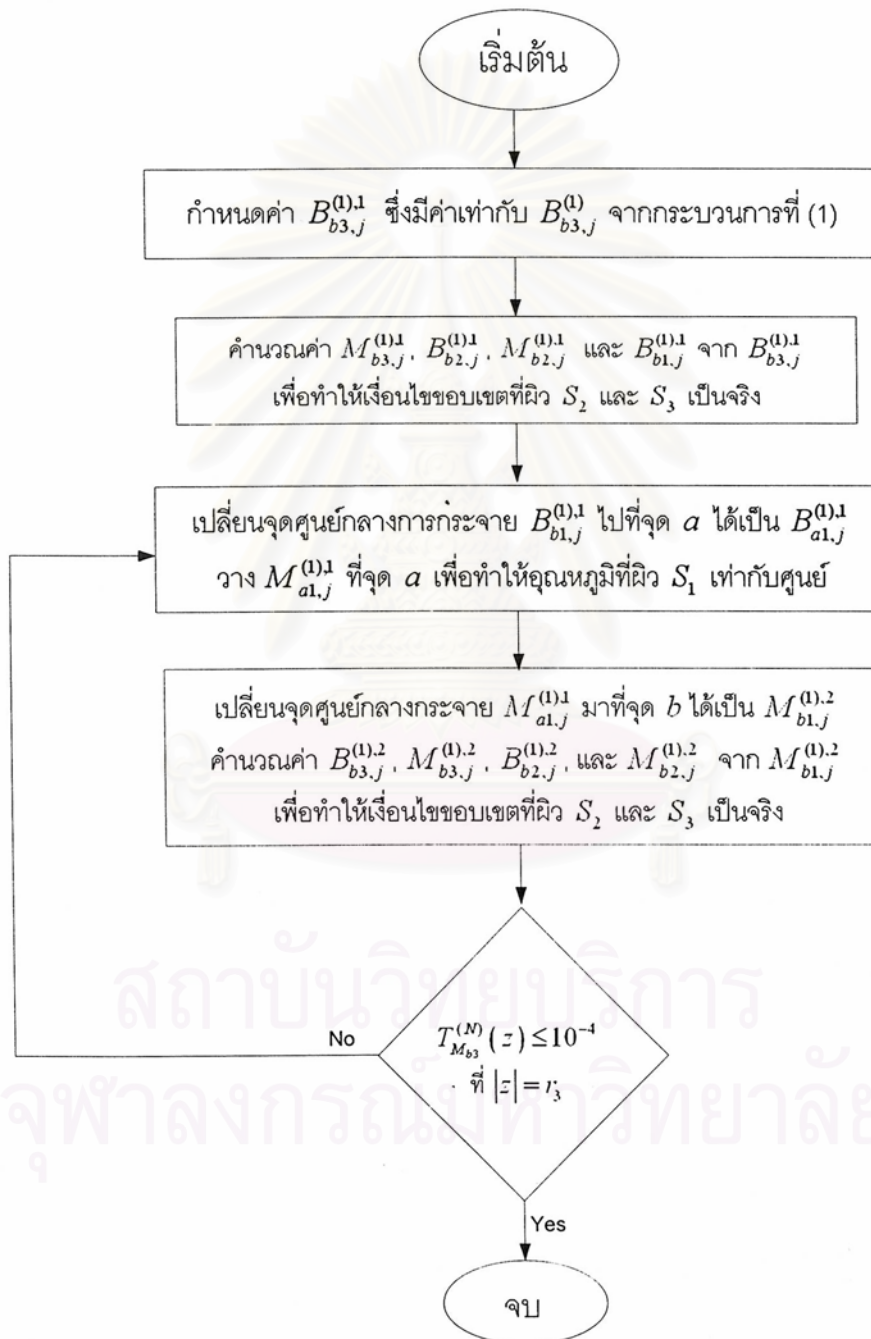




รูปที่ 3.3 ผังงานการทำงานของกระบวนการที่ 1 (การจัดเรียงในรูปที่ 3.2)

กระบวนการที่ 2 ใช้คำนวณการจัดเรียงในรูปที่ 3.1 โดยโปรแกรมนี้เป็นเสมือนโปรแกรมย่อยของกระบวนการที่ 1. หลักการคำนวณ คือรับค่ามัลติโพลที่ได้จากกระบวนการที่ 1 จากนั้นทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_2 และ S_3 เป็นจริง, คัดผลของมัลติโพลที่ทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_2 และ S_3 ในบริเวณที่ #1 ที่ผิว S_1 , วางมัลติโพลเพิ่มเข้าไป เพื่อทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_1 เป็น

จริง, คัดผลของมัลติโพลที่ทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_1 เป็นจริงในบริเวณที่ #1 ที่ผิว S_2 , วางมัลติโพลเพิ่มเข้าไปที่จุด b เพื่อทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_2 และ S_3 เป็นจริง ทำซ้ำไปมาเรื่อยๆ จนค่าอนุกรมที่ผิว S_1 , S_2 และ S_3 ตรงตามเงื่อนไขขอบเขตแล้วได้คำตอบของกระบวนการ นำค่า $M_{b3,j}^{(k)}$ ในแต่ละรอบกลับไปยังกระบวนการที่ 1 ผังงานการทำงานของกระบวนการที่ 2 แสดงได้ตามรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 ผังงานการทำงานของกระบวนการที่ 2 (การจัดเรียงในรูปที่ 3.1)

3.3.3. กระบวนการคำนวณ

หัวข้อนี้จะอธิบายถึงวิธีการคำนวณค่าอุณหภูมิ ตามการจัดเรียงในหัวข้อที่ 3.1 อย่างละเอียด รวมถึงบอกสูตรการคำนวณ เพื่อให้เงื่อนไขขอบเขตนั้นถูกต้อง และการหาค่าอุณหภูมิในบริเวณต่างๆ อีกด้วย. กระบวนการคำนวณแบ่งออกเป็น 2 กระบวนการเช่นเดียวกับ โพลีชาร์จการทำงานในหัวข้อที่ 3.3.2

กระบวนการที่ 1

1. วางมัลติโพล $B_{c_{4,0}}^{(1)}$ ที่จุด c โดยมีค่าเท่ากับ

$$B_{c_{4,0}}^{(1)} = -1.0 \quad (3.1)$$

ซึ่งค่าดังกล่าวทำให้เกิดอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผิว S_{5r} เท่ากับ $1.795 \frac{W}{m}$ ตามเงื่อนไขขอบเขตการคำนวณ

2.) คำนวณค่าสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน $M_{c_{4,0}}^{(1)}$, $B_{c_{3,0}}^{(1)}$, และ $M_{c_{3,0}}^{(1)}$ จาก $B_{c_{4,0}}^{(1)}$. ค่าสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนต่างๆ หาได้ตามสมการ

$$M_{c_{4,0}}^{(1)} = (\Gamma_1 - 1)B_{c_{4,0}}^{(1)} \quad (3.2)$$

$$B_{c_{3,0}}^{(1)} = \Gamma_1 B_{c_{4,0}}^{(1)} \quad (3.3)$$

และ
$$M_{c_{3,0}}^{(1)} = 0 \quad (3.4)$$

โดยที่ $\Gamma_1 = \frac{k_4}{k_3}$

เพื่อให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4r} และ S_{5r} เป็นจริง อุณหภูมิในบริเวณที่ #4r หาได้ตามสมการ

$$T_{4r}^{(1)}(z) = B_{c_{4,0}}^{(1)} \ln|z| + M_{c_{4,0}}^{(1)} \quad \text{เมื่อ } r_5 \leq |z| \leq r_6 \quad (3.5)$$

อุณหภูมิในบริเวณที่ #3r หาได้ตามสมการ

$$T_3^{(1)}(z) = B_{c_{3,0}}^{(1)} \ln|z| \quad (3.6)$$

ค่าอุณหภูมิที่ได้จากสมการที่ (3.5) และ (3.6) มีความสัมพันธ์กันคือ

$$T_{4r}^{(1)}(z) = T_3^{(1)}(z) \quad \text{เมื่อ } |z| = r_4 \quad (3.7)$$

ทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4r} ถูกต้อง และค่าอุณหภูมิที่ผิว S_{5r} คงที่ตลอดผิวดังนี้

$$T_{4r}^{(1)}(z) = \text{มีค่าเท่ากันตลอดผิว} \quad \text{เมื่อ } |z| = r_5 \quad (3.8)$$

3.) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ $B_{e3,0}^{(1)}$ ไปที่จุด d ได้เป็น $M_{d3,j}^{(1)}$ โดยวิธีเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์มัลติโพลและเขียนในรูปการกระจายเทย์เลอร์ ตามสมการที่ (2.20)-(2.23)

4.) วางมัลติโพล $B_{d4,0}^{(1)}$ ที่จุด d ตามสมการ

$$B_{d4,0}^{(1)} = -1.0 \quad (3.9)$$

ซึ่งค่าดังกล่าวทำให้เกิดอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผิว S_{5s} เท่ากับ $1.795 \frac{W}{m}$ ตามเงื่อนไขที่กำหนด

5.) วางสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน $M_{d4,0}^{(1)}, B_{d3,0}^{(1)}$ โดยคำนวณจาก $B_{d4,0}^{(1)}$ และ $M_{d3,0}^{(1)}$ ตามสมการ

$$\text{สำหรับ } j=0 \quad M_{d4,0}^{(1)} = (\Gamma_1 - 1)B_{d4,0}^{(1)} + M_{d3,0}^{(1)} \quad (3.10)$$

$$B_{d3,0}^{(1)} = \Gamma_1 B_{d4,0}^{(1)} \quad (3.11)$$

สำหรับ $j \geq 1$

$$B_{d4,j}^{(1)} = \left[\frac{2r_4^{2j} r_5^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{d3,j}^{(1)} \quad (3.12)$$

$$B_{d4,j}^{(1)} = \left[\frac{2r_4^{2j} r_5^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{d3,ji}^{(1)} \quad (3.13)$$

$$M_{d4,jr}^{(1)} = \left[\frac{2r_4^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{d3,jr}^{(1)} \quad (3.14)$$

$$M_{d4,ji}^{(1)} = \left[\frac{2r_4^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{d3,ji}^{(1)} \quad (3.15)$$

$$B_{d3,jr}^{(1)} = \left[\frac{(\Gamma_1 - 1)r_4^{4j} + (\Gamma_1 + 1)r_4^{2j} r_5^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{d3,jr}^{(1)} \quad (3.16)$$

$$B_{d3,ji}^{(1)} = \left[\frac{(\Gamma_1 - 1)r_4^{4j} + (\Gamma_1 + 1)r_4^{2j} r_5^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{d3,ji}^{(1)} \quad (3.17)$$

เพื่อให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4s} และ S_{5s} เป็นจริงตามสมการ

$$T_{4s}^{(1)}(z) = T_3^{(1)}(z) \quad \text{เมื่อ } |z| = r_4 \quad (3.18)$$

$$T_{4s}^{(1)}(z) = \text{มีค่าเท่ากันตลอดผิว} \quad \text{เมื่อ } |z| = r_5 \quad (3.19)$$

อุณหภูมิในบริเวณที่ #4s และ #3 แสดงได้ตามสมการ

$$T_{4s}^{(1)}(z) = T_{B_{d4s}}^{(1)}(z) + T_{M_{d4s}}^{(1)} \quad (3.20)$$

$$T_3^{(1)}(z) = T_{B_{d3}}^{(1)}(z) + T_{M_{d3}}^{(1)} \quad (3.21)$$

6.) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ $B_{e3,0}^{(1)}$ และ $B_{d3,j}^{(1)}$ ไปที่จุด e ได้เป็น $M_{e3,j}^{(1)}$ โดยวิธีการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์มัลติโพลและเขียนในรูปการกระจายเทย์เลอร์ ตามสมการที่ (2.20)-(2.23)

7.) วางมัลติโพล $B_{e4,j}^{(1)}$ ที่จุด e ตามสมการ

$$B_{e4,j}^{(1)} = -1.0 \quad (3.22)$$

เพื่อให้อัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผิว S_{5r} เท่ากับ $1.795 \frac{W}{m}$

8.) วางสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน $M_{e4,0}^{(1)}$ และ $B_{e3,0}^{(1)}$ โดยคำนวณจาก $B_{e4,0}^{(1)}$ และ $M_{e3,0}^{(1)}$ ตามสมการ

$$M_{e4,0}^{(1)} = (\Gamma_1 - 1)B_{e4,0}^{(1)} + M_{e3,0}^{(1)} \quad (3.23)$$

$$B_{e3,0}^{(1)} = \Gamma_1 B_{e4,0}^{(1)} \quad (3.24)$$

วางสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน $B_{e4,j}^{(1)}$, $M_{e4,j}^{(1)}$ และ $B_{e3,j}^{(1)}$ โดยคำนวณจาก $M_{e3,j}^{(1)}$ สำหรับ $j \geq 1$ ตามสมการ

$$B_{e4,jr}^{(1)} = \left[\frac{2r_4^{2j} r_5^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{e3,jr}^{(1)} \quad (3.25)$$

$$B_{e4,ji}^{(1)} = \left[\frac{2r_4^{2j} r_5^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{e3,ji}^{(1)} \quad (3.26)$$

$$M_{e4,jr}^{(1)} = \left[\frac{2r_4^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{e3,jr}^{(1)} \quad (3.27)$$

$$M_{e4,ji}^{(1)} = \left[\frac{2r_4^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{e3,ji}^{(1)} \quad (3.28)$$

$$B_{e3,jr}^{(1)} = \left[\frac{(\Gamma_1 - 1)r_4^{4j} + (\Gamma_1 + 1)r_4^{2j} r_5^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{e3,jr}^{(1)} \quad (3.29)$$

$$B_{e3,ji}^{(1)} = \left[\frac{(\Gamma_1 - 1)r_4^{4j} + (\Gamma_1 + 1)r_4^{2j} r_5^{2j}}{\Gamma_1 (r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{e3,ji}^{(1)} \quad (3.30)$$

เพื่อทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4r} และ S_{5r} เป็นจริงตามสมการ

$$T_{4r}^{(1)}(z) = T_3^{(1)}(z) \quad \text{เมื่อ } |z| = r_4 \quad (3.31)$$

$$T_{4r}^{(1)}(z) = \text{มีค่าเท่ากันตลอดผิว} \quad \text{เมื่อ } |z| = r_5 \quad (3.32)$$

9.) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของมัลติโพล $B_{c3,0}^{(1)}$, $B_{d3,j}^{(1)}$ และ $B_{c3,j}^{(1)}$ ไปที่จุด b ได้เป็น $B_{b3,j}^{(1)}$ โดยการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายเชิงซ้อนแบบมัลติโพล ตามสมการ (2.10)-(2.12)

10.) คำนวณค่า $M_{b3,j}^{(1)}$ จากกระบวนการที่ 2 โดยส่งค่า $B_{b3,j}^{(1)}$ ไปคำนวณในกระบวนการที่ 2

11.) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน $B_{d3,j}^{(1)}$, $B_{c3,j}^{(1)}$ และ $M_{b3,j}^{(1)}$ ไปที่จุด c ได้เป็น $M_{c3,j}^{(2)}$. วางสัมประสิทธิ์การกระจาย $B_{c4,r,j}^{(2)}$, $M_{c4,r,j}^{(2)}$ และ $B_{c3,j}^{(2)}$ โดยคำนวณจาก $M_{c3,j}^{(2)}$ ตามสมการ

$$\text{สำหรับ } j=0 \quad B_{c4,r,0}^{(2)} = 0 \quad (3.33)$$

$$B_{c3,0}^{(2)} = 0 \quad (3.34)$$

$$M_{c4,r,0r}^{(2)} = \left[\frac{\ln(r_5)}{\ln(r_5) + \ln(r_4)(\Gamma_1 - 1)} \right] M_{c3,0r}^{(2)} \quad (3.35)$$

$$M_{c4,r,0i}^{(2)} = 0 \quad (3.36)$$

$$\text{สำหรับ } j \geq 1 \quad B_{c4,r,jr}^{(2)} = \left[-\frac{2r_4^{2j}r_5^{2j}}{\Gamma_1(r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{c3,jr}^{(2)} \quad (3.37)$$

$$B_{c4,r,ji}^{(2)} = \left[\frac{2r_4^{2j}r_5^{2j}}{\Gamma_1(r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{c3,ji}^{(2)} \quad (3.38)$$

$$M_{c4,r,jr}^{(2)} = \left[\frac{2r_4^{2j}}{\Gamma_1(r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{c3,jr}^{(2)} \quad (3.39)$$

$$M_{c4,r,ji}^{(2)} = \left[\frac{2r_4^{2j}}{\Gamma_1(r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{c3,ji}^{(2)} \quad (3.40)$$

$$B_{c3,jr}^{(2)} = \left[\frac{(\Gamma_1 - 1)r_4^{4j} + (\Gamma_1 + 1)r_4^{2j}r_5^{2j}}{\Gamma_1(r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{c3,jr}^{(2)} \quad (3.41)$$

$$B_{c3,ji}^{(2)} = \left[\frac{(\Gamma_1 - 1)r_4^{4j} + (\Gamma_1 + 1)r_4^{2j}r_5^{2j}}{\Gamma_1(r_4^{2j} + r_5^{2j}) + (r_4^{2j} - r_5^{2j})} \right] M_{c3,ji}^{(2)} \quad (3.42)$$

เพื่อให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{5r} และ S_{4r} เป็นจริงตามสมการ (3.7) และ (3.8)

12.) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจาย $B_{c3,j}^{(1)}$, $M_{b3,j}^{(1)}$ และ $B_{c3,j}^{(2)}$ ไปที่จุด d ได้เป็น $M_{d3,j}^{(2)}$.

วางมัลติโพล $B_{d4,j}^{(2)}$, $M_{d3,j}^{(2)}$ และ $B_{d3,j}^{(2)}$ โดยคำนวณจาก $M_{c3,j}^{(2)}$ ตามสมการ

$$\text{สำหรับ } j=0 \quad B_{c4,0}^{(2)} = 0 \quad (3.43)$$

$$B_{c3,0}^{(2)} = 0 \quad (3.44)$$

$$M_{c4,0r}^{(2)} = \left[\frac{\ln(r_5)}{\ln(r_5) + \ln(r_4)(\Gamma_1 - 1)} \right] M_{c3,0r}^{(2)} \quad (3.45)$$

$$M_{c4,0i}^{(2)} = 0 \quad (3.46)$$

สำหรับ $j \geq 1$ ค่าสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนหาได้ในลักษณะเดียวกับสมการ (3.12)-(3.17)

13.) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจาย $M_{b3,j}^{(1)}$, $B_{c3,j}^{(2)}$ และ $B_{d3,j}^{(2)}$ ไปที่จุด e ได้เป็น $M_{e3,j}^{(2)}$.

วางมัลติโพล $B_{e4,j}^{(2)}$, $M_{e4,j}^{(2)}$ และ $B_{e3,j}^{(2)}$ โดยคำนวณจาก $M_{c3,j}^{(2)}$

$$\text{สำหรับ } j=0 \quad B_{e4,0}^{(2)} = 0 \quad (3.47)$$

$$B_{e3,0}^{(2)} = 0 \quad (3.48)$$

$$M_{e4,0r}^{(2)} = \left[\frac{\ln(r_5)}{\ln(r_5) + \ln(r_4)(\Gamma_1 - 1)} \right] M_{c3,0r}^{(2)} \quad (3.49)$$

$$M_{e4,0i}^{(2)} = 0 \quad (3.50)$$

สำหรับ $j \geq 1$ ค่าสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อนหาได้ในลักษณะเดียวกับสมการ (3.25)-(3.30)

14.) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของมัลติโพล $B_{c3,0}^{(2)}$, $B_{d3,j}^{(2)}$ และ $B_{e3,j}^{(2)}$ ไปที่จุด b ได้เป็น $B_{b3,j}^{(2)}$ โดยการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายเชิงซ้อนแบบมัลติโพล ตามสมการ (2.10)-(2.12)

15.) ทำกระบวนการที่ 10.)-14.) จนค่าอนุกรมที่เกิดจาก $B_{b3,j}^{(4)}$ ที่มี S_3 มีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนด 10^{-4}

กระบวนการที่ 2

กระบวนการที่ 2 เริ่มต้นจากนำมัลติโพล $B_{b3,j}^{(1)}$ ที่ได้จากกระบวนการที่ 1 มาเป็นมัลติโพล เริ่มต้นในการคำนวณ โดยผลการคำนวณของกระบวนการที่ 2 จะเป็น $M_{b3,j}^{(1)}$ เพื่อส่งค่ากลับไปคำนวณต่อในกระบวนการที่ 1 ดังนั้น หนึ่งรอบของการคำนวณที่ 1 จะต้องคำนวณในกระบวนการที่ 2 หลายรอบจนค่าอนุกรม ที่มีขอบเขตที่มี S_1 , S_2 และ S_3 จะถูกต้อง หรือสรุปได้อีกอย่างหนึ่งว่ากระบวนการที่ 2 เป็นกระบวนการย่อยของกระบวนการที่ 1

1.) นำมัลติโพล $B_{b3,j}^{(1)}$ ที่ส่งมาจากกระบวนการที่ 1 กำหนดเป็นมัลติโพล $B_{b3,j}^{(1),1}$ มีรอบย่อยเท่ากับ 1 ตามสมการ

$$B_{b3,j}^{(1)} = B_{b3,j}^{(1),1} \quad (3.51)$$

2.) คำนวณสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน $M_{b3,j}^{(1),1}$, $B_{b2,j}^{(1),1}$, $M_{b2,j}^{(1),1}$, และ $B_{b1,j}^{(1),1}$ จาก $B_{b3,j}^{(1),1}$ เพื่อให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_2 และ S_3 ถูกต้อง

3.) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ $B_{b1,j}^{(1),1}$ ไปที่จุด a ด้วยวิธีการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายแบบมัลติโพลได้เป็น $B_{a1,j}^{(1),1}$ ตามสมการที่ (2.10)-(2.12)

4.) วาง $M_{a1,j}^{(1),1}$ ที่จุด a เพื่อให้อนุกรมที่ผิว S_1 เท่ากับศูนย์

5.) เปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของ $M_{a1,j}^{(1),1}$ ที่จุด b ได้เป็น $M_{b1,j}^{(1),2}$ โดยวิธีการเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของคิกซ์เชิงซ้อนแบบเทย์เลอร์

6.) วางสัมประสิทธิ์การกระจาย $B_{b1,j}^{(1),2}$, $M_{b3,j}^{(1),2}$, $B_{b2,j}^{(1),2}$, และ $M_{b2,j}^{(1),2}$ จาก $M_{b1,j}^{(1),2}$ โดยคำนวณจากตามสมการ

$$\text{สำหรับ } j = 0 \quad B_{b3,0}^{(1),2} = 0 \quad (3.52)$$

$$M_{b3,0}^{(1),2} = M_{b1,0}^{(1),2} \quad (3.53)$$

$$B_{b2,0}^{(1),2} = 0 \quad (3.54)$$

$$M_{b2,0}^{(1),2} = M_{b1,0}^{(1),2} \quad (3.55)$$

$$\text{สำหรับ } j \geq 1 \quad B_{b3,jr}^{(1),2} = \left[\frac{(\Gamma_2 + 1)(\Gamma_3 - 1)r_2^{2j} + (\Gamma_2 - 1)(\Gamma_3 + 1)r_3^{2j}}{4\Gamma_2\Gamma_3} \right] M_{b1,jr}^{(1),2} \quad (3.56)$$

$$B_{b3,ji}^{(1),2} = \left[\frac{(\Gamma_2 + 1)(1 - \Gamma_3)r_2^{2j} + (1 - \Gamma_2)(\Gamma_3 + 1)r_3^{2j}}{4\Gamma_2\Gamma_3} \right] M_{b1,ji}^{(1),2} \quad (3.57)$$

$$M_{b3,jr}^{(1),2} = \left[\frac{(\Gamma_2 - 1)(\Gamma_3 - 1)r_2^{2j} + (\Gamma_2 + 1)(\Gamma_3 + 1)r_3^{2j}}{4\Gamma_2\Gamma_3r_3^{2j}} \right] M_{b1,jr}^{(1),2} \quad (3.58)$$

$$M_{b3,ji}^{(1),2} = \left[\frac{(\Gamma_2 - 1)(\Gamma_3 - 1)r_2^{2j} + (\Gamma_2 + 1)(\Gamma_3 + 1)r_3^{2j}}{4\Gamma_2\Gamma_3r_3^{2j}} \right] M_{b1,ji}^{(1),2} \quad (3.59)$$

$$B_{b2,jr}^{(1),2} = \left[\frac{(\Gamma_3 + 1)r_2^{2j}}{2\Gamma_3} \right] M_{b1,jr}^{(1),2} \quad (3.60)$$

$$B_{b2,ji}^{(1),2} = \left[\frac{(1 - \Gamma_3)r_2^{2j}}{2\Gamma_3} \right] M_{b1,ji}^{(1),2} \quad (3.61)$$

$$M_{b2,jr}^{(1,2)} = \left[\frac{(\Gamma_3 + 1)}{2\Gamma_3} \right] M_{b1,jr}^{(1,2)} \quad (3.62)$$

$$M_{b2,ji}^{(1,2)} = \left[\frac{(\Gamma_3 + 1)}{2\Gamma_3} \right] M_{b1,ji}^{(1,2)} \quad (3.63)$$

โดยที่ $\Gamma_2 = \frac{k_3}{k_2}$ และ $\Gamma_3 = \frac{k_2}{k_1}$

7.) ทำกระบวนการที่ (3)-(6) จนค่าอุณหภูมิของสัมประสิทธิ์จำนวนเชิงซ้อน $M_{b3,j}^{(1,N)}$ ที่ผิว S_3 มีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนด (10^{-4}) โดยค่า $M_{b3,j}^{(1,N)}$ ที่จะส่งกลับไปคำนวณต่อในกระบวนการที่ 1 หาได้ตามสมการ

$$M_{b3,j}^{(1)} = \sum_{n=1}^N M_{b3,j}^{(1),N}$$

เมื่อ N คือจำนวนรอบย่อยที่ทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_1 , S_2 และ S_3 ถูกต้อง.

3.3 ผลการคำนวณ

ในหัวข้อนี้ได้นำเสนอผลการคำนวณ ค่าอุณหภูมิและฟลักซ์ความร้อนการจัดเรียงในหัวข้อที่ 3.1 วัตถุประสงค์ของหัวข้อนี้เพื่อแสดงให้เห็นว่าการคำนวณด้วยวิธีจางมัลติโพลมีความถูกต้องที่เงื่อนไขขอบเขตทุกๆ มิติระหว่างวัสดุตัวกลางในบริเวณที่พิจารณา ผลการคำนวณแบ่งได้เป็น 8 หัวข้อดังนี้

3.3.1 อุณหภูมิที่ผิว S_{sr} , S_{ss} , และ S_{sr}

ค่าอุณหภูมิที่ผิว เป็นเสมือนผิว insulation screen ซึ่งเราพิจารณาผิวดังกล่าวเป็นตัวนำ ดังนั้นอุณหภูมิที่ผิว S_{sr} , S_{ss} , และ S_{sr} จะต้องมีค่าเท่ากันตลอดผิว ผลการคำนวณในแต่ละผิวแสดงได้ดังนี้

$$T_{S_{sr}} = 2.330\text{C}^\circ$$

$$T_{S_{ss}} = 2.078\text{C}^\circ$$

$$T_{S_{sr}} = 2.129\text{C}^\circ$$

ผลการคำนวณค่าอุณหภูมิที่ผิว S_{sr} , S_{ss} , และ S_{sr} ถูกต้องตามเงื่อนไขขอบเขต

3.3.2 อัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผิว S_{5r} , S_{5s} , และ S_{5t}

เงื่อนไขขอบเขตข้อนี้หาได้โดยการอินทิเกรตค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว ในทิศทางพุ่งออกจากจุดศูนย์กลางของตัวนำคือ จุด a , b , และ c รอบผิว S_{5r} , S_{5s} , และ S_{5t} ผลการคำนวณที่ได้มีค่าเท่ากับอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ได้กำหนดตามเงื่อนไขการคำนวณ ผลการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผิว S_{5r} , S_{5s} , และ S_{5t} แสดงได้ตามสมการ

$$k_4 \int_0^{2\pi} \frac{\partial T_{S_{5r}}}{\partial r} dl = k_4 \int_0^{2\pi} \frac{\partial T_{S_{5s}}}{\partial r} dl = k_4 \int_0^{2\pi} \frac{\partial T_{S_{5t}}}{\partial r} dl = 1.795 \frac{\text{W}}{\text{m}} \quad (3.64)$$

ผลการคำนวณค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ผิว S_{5r} , S_{5s} , และ S_{5t} ถูกต้องตามเงื่อนไขขอบเขต

3.3.3 ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_{4r}

ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนภายในและภายนอกผิว S_{4r} ต้องมีค่าเท่ากันที่จุดต่างๆ ตลอดผิว เงื่อนไขขอบเขตที่ผิวดังกล่าวแสดงได้ตามสมการ

$$T_3(z) = T_{4r}(z) \quad (3.65)$$

และ

$$k_3 \frac{\partial T_3(z)}{\partial r} = k_4 \frac{\partial T_{4r}(z)}{\partial r} \quad (3.66)$$

โดยที่ $|z| = r_3$

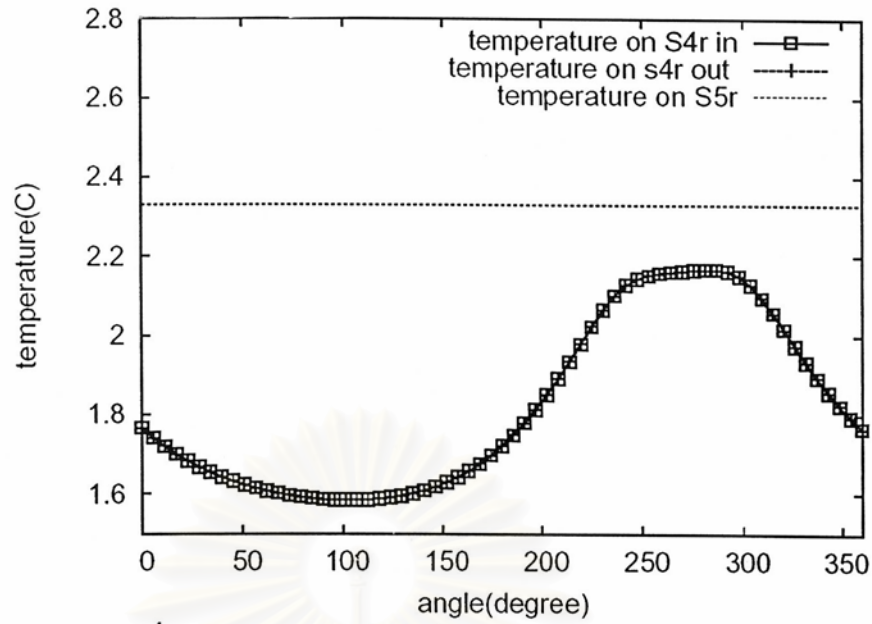
ค่าอุณหภูมิ $T_3(z)$ และ $T_{4r}(z)$ ในสมการที่ (3.65) และ (3.66) หาค่าได้ตามสมการ

$$T_3(z) = T_{B_{c_3}}(z) + T_{M_{c_3}}(z) \quad (3.67)$$

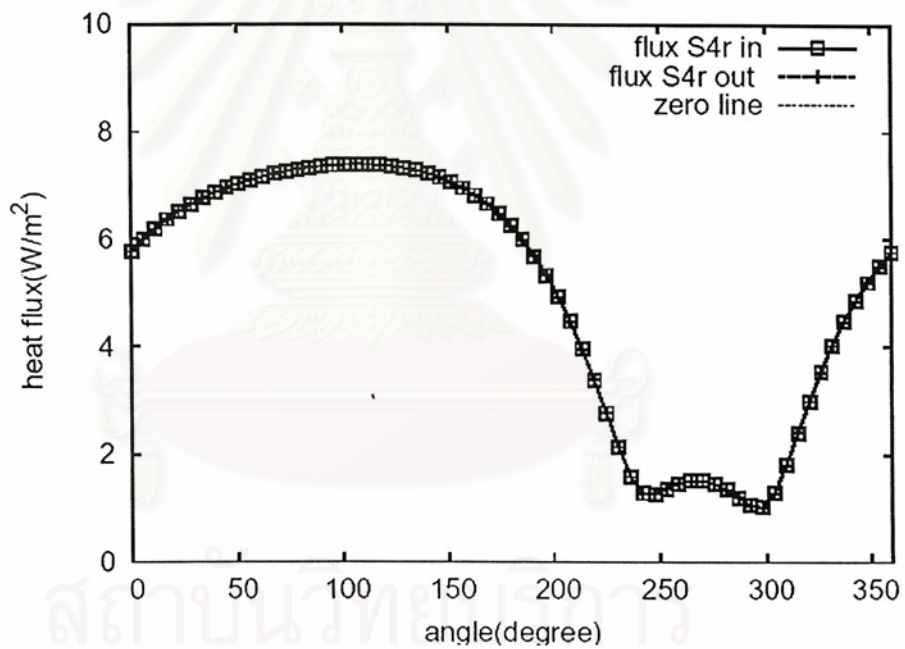
$$T_{4r}(z) = T_{B_{c_{4r}}}(z) + T_{M_{c_{4r}}}(z) \quad (3.68)$$

กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและฟลักซ์เทียบกับมุม θ รอบผิว S_{4r} แสดงได้ดังนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.5 กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_{4r}



รูปที่ 3.6 กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_{4r}

จากกราฟผลการคำนวณในรูปที่ 3.5 และ 3.6 แสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4r} ถูกต้อง คือค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนทั้งภายใน และภายนอก ที่จุดต่างๆ รอบผิว S_{4r} มีค่าเท่ากัน

3.3.4 ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_{4s}

ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนภายในและภายนอกผิว S_{4s} ต้องมีค่าเท่ากันที่จุดต่างๆ ตลอดผิว เงื่อนไขขอบเขตที่ผิวดังกล่าวแสดงได้ตามสมการ

$$T_3(z) = T_{4s}(z) \quad (3.69)$$

และ

$$k_3 \frac{\partial T_3(z)}{\partial r} = k_4 \frac{\partial T_{4s}(z)}{\partial r} \quad (3.70)$$

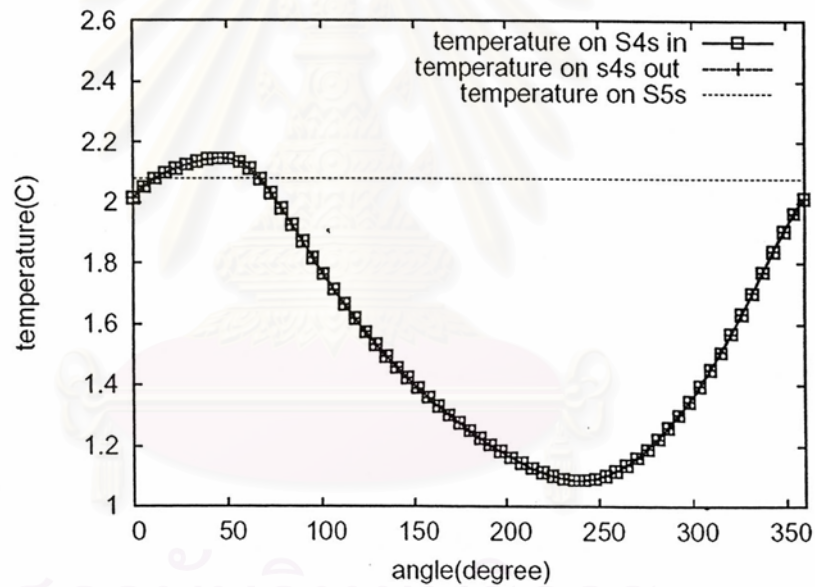
โดยที่ $|z| = r_3$

ค่าอุณหภูมิ $T_3(z)$ และ $T_{4s}(z)$ ในสมการที่ (3.69) และ (3.70) หาค่าได้ตามสมการ

$$T_3(z) = T_{B_{d3}}(z) + T_{M_{d3}}(z) \quad (3.71)$$

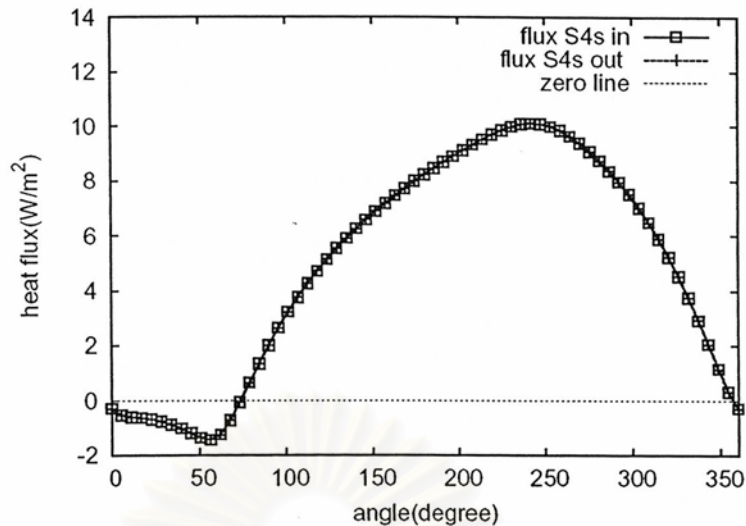
$$T_{4s}(z) = T_{B_{d4s}}(z) + T_{M_{d4s}}(z) \quad (3.72)$$

กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและฟลักซ์เทียบกับมุม θ รอบผิว S_{4s} แสดงได้ดังนี้



รูปที่ 3.7 กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_{4s}

สถาบันวิจัยและพัฒนา
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.8 กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_{4s}

จากกราฟผลการคำนวณในรูปที่ 3.7 และ 3.8 แสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4s} ถูกต้อง คือค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนทั้งภายใน และภายนอก ที่จุดต่างๆ รอบผิว S_{4s} มีค่าเท่ากัน

3.3.5 ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_{4t}

ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนภายในและภายนอกผิว S_{4t} ต้องมีค่าเท่ากันที่จุดต่างๆ ตลอดผิว เงื่อนไขขอบเขตที่ผิวดังกล่าวแสดงได้ตามสมการ

$$T_3(z) = T_{4t}(z) \quad (3.73)$$

และ

$$k_3 \frac{\partial T_3(z)}{\partial r} = k_4 \frac{\partial T_{4t}(z)}{\partial r} \quad (3.74)$$

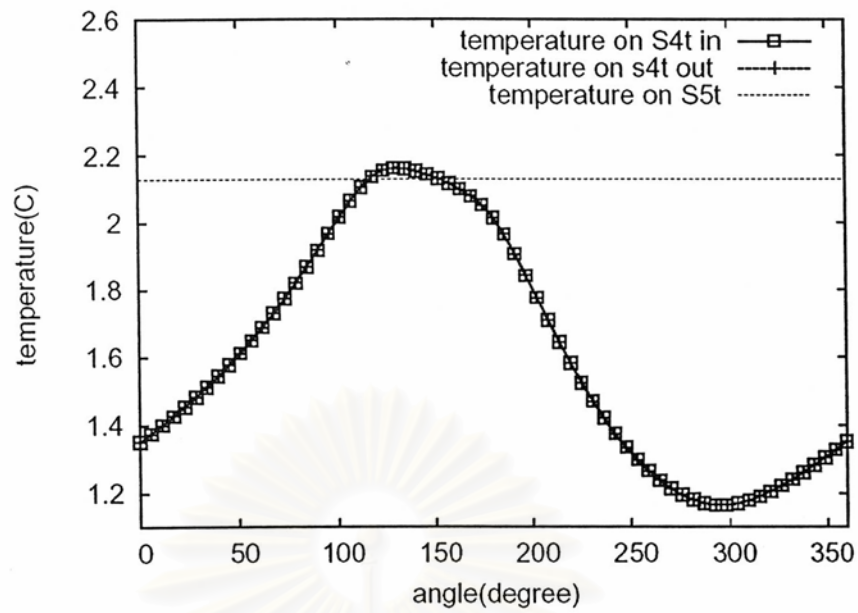
โดยที่ $|z| = r_3$

ค่าอุณหภูมิ $T_3(z)$ และ $T_{4t}(z)$ ในสมการที่ (3.73) และ (3.74) หาค่าได้ตามสมการ

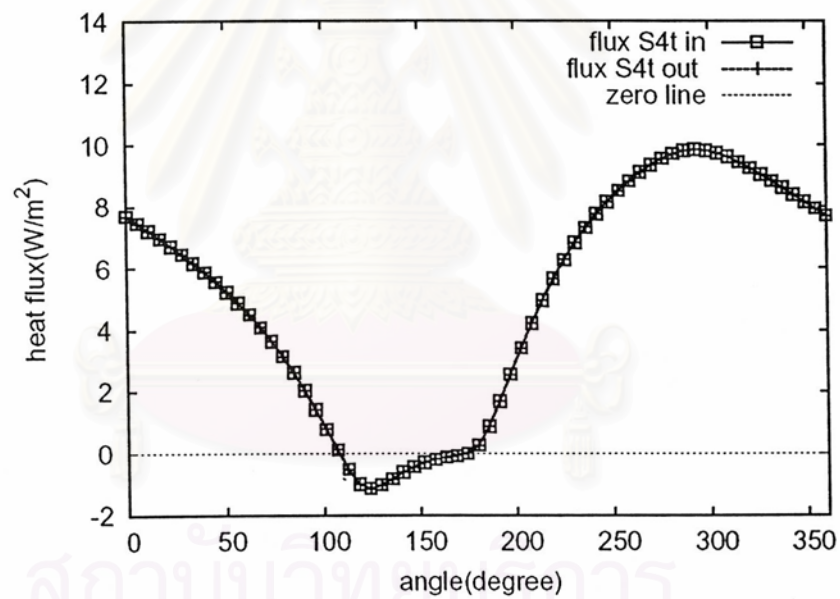
$$T_3(z) = T_{B_{e3}}(z) + T_{M_{e3}}(z) \quad (3.75)$$

$$T_{4t}(z) = T_{B_{e4t}}(z) + T_{M_{e4t}}(z) \quad (3.76)$$

กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและฟลักซ์เทียบกับมุม θ รอบผิว S_{4t} แสดงได้ดังนี้



รูปที่ 3.9 กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_{4t}



รูปที่ 3.10 กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_{4t}

จากกราฟผลการคำนวณในรูปที่ 3.9 และ 3.10 แสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_{4t} ถูกต้อง คือค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนทั้งภายใน และภายนอก ที่จุดต่างๆ รอบผิว S_{4t} มีค่าเท่ากัน

3.3.6 ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_3

ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนภายในและภายนอกผิว S_3 ต้องมีค่าเท่ากันที่จุดต่างๆ ตลอดผิว เงื่อนไขขอบเขตที่ผิวดังกล่าวแสดงได้ตามสมการ

$$T_2(z) = T_3(z) \quad (3.77)$$

และ
$$k_2 \frac{\partial T_2(z)}{\partial r} = k_3 \frac{\partial T_3(z)}{\partial r} \quad (3.78)$$

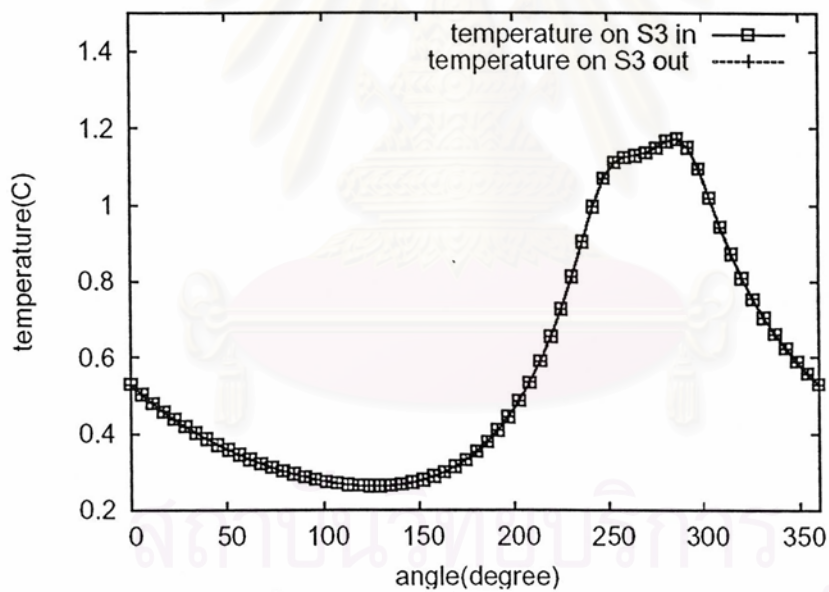
โดยที่ $|z| = r_3$

ค่าอุณหภูมิ $T_2(z)$ และ $T_3(z)$ ในสมการที่ (3.77) และ (3.78) หาค่าได้ตามสมการ

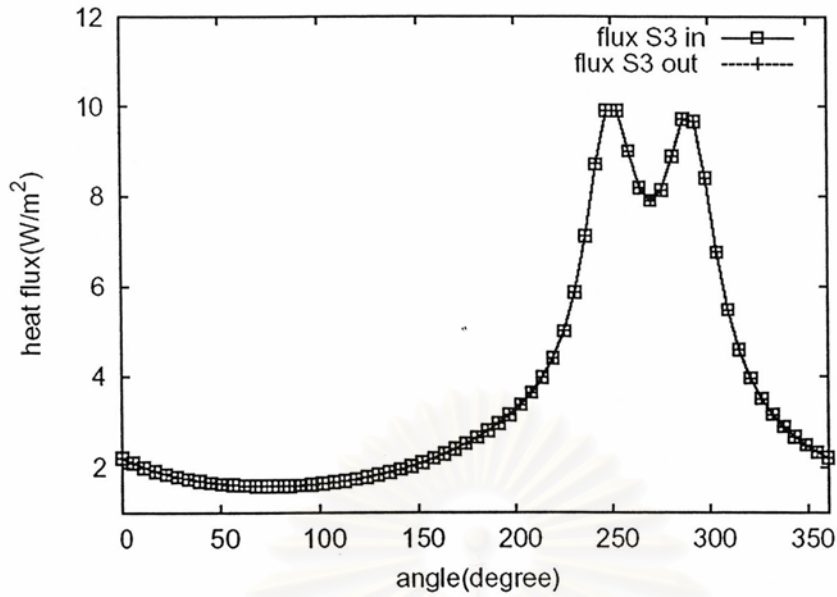
$$T_2(z) = T_{B_{b_2}}(z) + T_{M_{b_2}}(z) \quad (3.79)$$

$$T_3(z) = T_{B_{b_3}}(z) + T_{M_{b_3}}(z) \quad (3.80)$$

กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและฟลักซ์เทียบกับมุม θ รอบผิว S_3 แสดงได้ดังนี้



รูปที่ 3.11 กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_3



รูปที่ 3.12 กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_3

จากกราฟผลการคำนวณในรูปที่ 3.11 และ 3.12 แสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_3 ถูกต้อง คือค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนทั้งภายใน และภายนอก ที่จุดต่างๆ รอบผิว S_3 มีค่าเท่ากัน

3.3.7 ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิว S_2

ค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนภายในและภายนอกผิว S_2 ต้องมีค่าเท่ากันที่จุดต่างๆ ตลอดผิว เงื่อนไขขอบเขตที่ผิวดังกล่าวแสดงได้ตามสมการ

$$T_1(z) = T_2(z) \quad (3.81)$$

และ
$$k_1 \frac{\partial T_1(z)}{\partial r} = k_2 \frac{\partial T_2(z)}{\partial r} \quad (3.82)$$

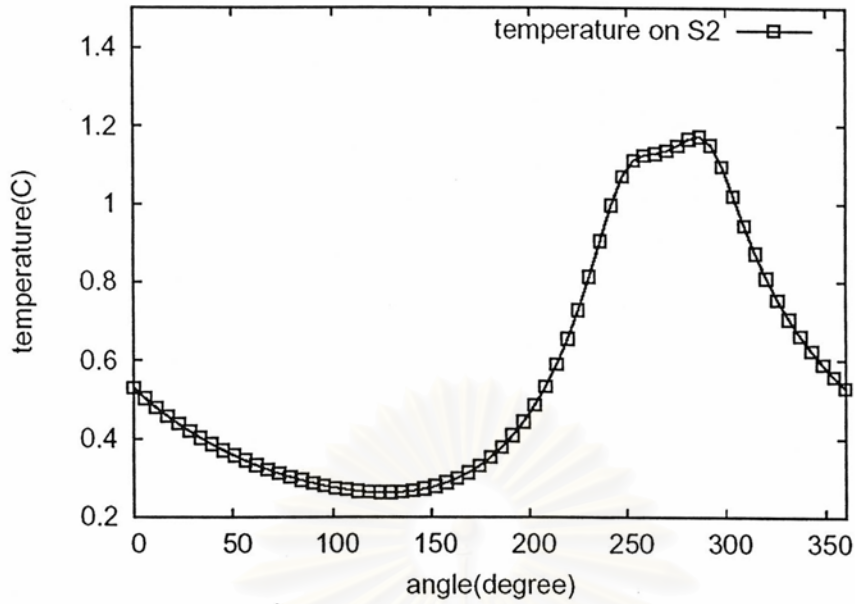
โดยที่ $|z| = r_3$

ค่าอุณหภูมิ $T_1(z)$ และ $T_2(z)$ ในสมการที่ (3.81) และ (3.82) หาค่าได้ตามสมการ

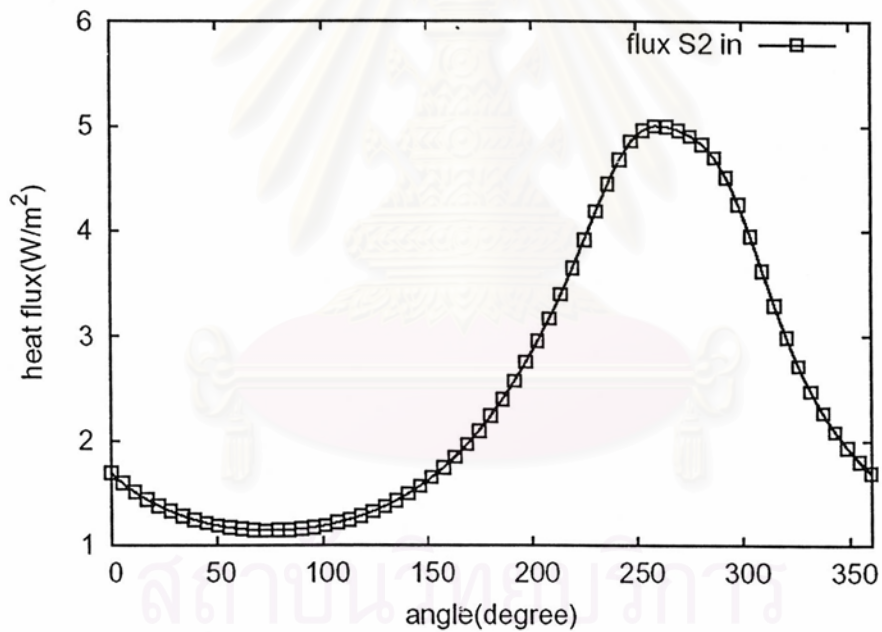
$$T_1(z) = T_{B_{b_1}}(z) + T_{M_{b_1}}(z) \quad (3.83)$$

$$T_2(z) = T_{B_{b_2}}(z) + T_{M_{b_2}}(z) \quad (3.84)$$

กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและฟลักซ์เทียบกับมุม θ รอบผิว S_2 แสดงได้ดังนี้



รูปที่ 3.13 กราฟความสัมพันธ์อุณหภูมิและมุม θ รอบผิว S_2

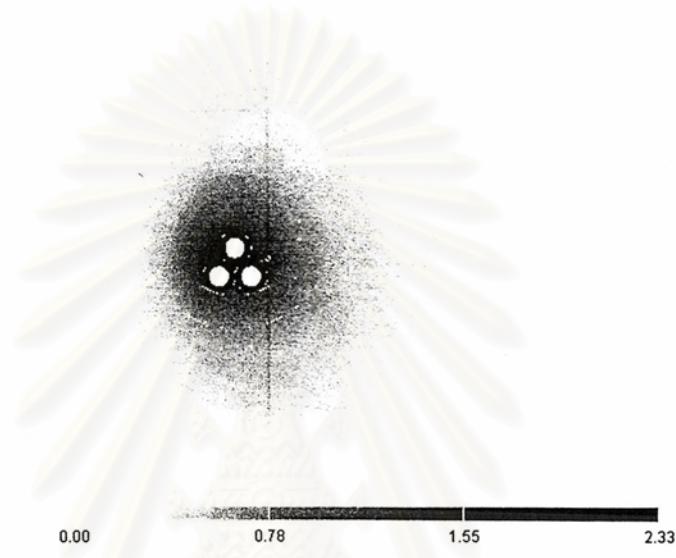


รูปที่ 3.14 กราฟความสัมพันธ์ฟลักซ์ความร้อนและมุม θ รอบผิว S_2

จากกราฟผลการคำนวณในรูปที่ 3.13 และ 3.14 แสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขขอบเขตที่ผิว S_2 ถูกต้อง คือค่าอุณหภูมิและค่าฟลักซ์ความร้อนทั้งภายใน และภายนอก ที่จุดต่างๆ รอบผิว S_2 มีค่าเท่ากัน

3.3.8 การกระจายอุณหภูมิภายในผิว S_3

การกระจายอุณหภูมิภายในท่อร้อยสาย เพื่อแสดงให้เห็นว่าอุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณ ด้วยวิธีเงามัลติโพลมีความถูกต้อง คือค่าอุณหภูมิมีความต่อเนื่อง ผลการคำนวณค่าอุณหภูมิ ภายในผิว แสดงได้ตามรูปที่ 3.15

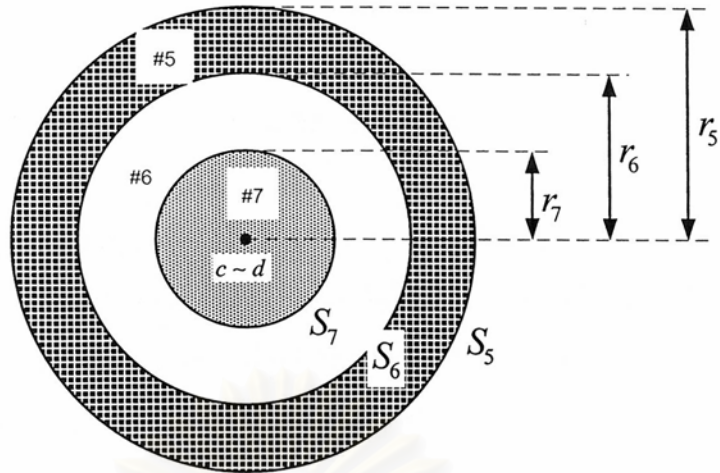


รูปที่ 3.15 การกระจายอุณหภูมิภายในผิว S_3

ในรูปที่ 3.15 แสดงให้เห็นว่าอุณหภูมิที่คำนวณได้ภายในผิว S_3 มีความต่อเนื่อง

3.4 การคำนวณอุณหภูมิที่ผิวดำนำและฉนวนหลัก

หัวข้อนี้กล่าวถึงวิธีการคำนวณค่าอุณหภูมิที่ผิวดำนำและในบริเวณฉนวนหลัก(XLPE) ของสายเคเบิลใต้ดิน โดยการคำนวณเสมือนได้ว่าเป็นส่วนขยายของผิว $S_{5r} \sim S_{5l}$ ของรูปที่ 3.2 ซึ่งผิวดังกล่าวเป็น insulation screen ภายในผิว $S_{5r} \sim S_{5l}$ ประกอบด้วย ตัวนำ+ conductor screen เราพิจารณาวัสดุตัวกลางทั้ง 2 ชนิดเป็นตัวนำคือบริเวณที่ #7 ตามรูปที่ 3.16, ฉนวนหลัก XLPE บริเวณที่ #6, และ insulator screen+ wire screen เป็นบริเวณที่ #5 การจัดเรียงของส่วนประกอบภายในผิว $S_{5r} \sim S_{5l}$ แสดงได้ดังรูป



รูปที่ 3.16 การจัดเรียงภายในฉนวน $S_{5r} \sim S_{5i}$

การคำนวณอุณหภูมิบริเวณ #5 เป็นตัวนำเราสามารถใช้อุณหภูมิที่ผิว $S_{5r} \sim S_{5i}$ ของกระบวนการที่ 1 และ 2 เป็นค่าอุณหภูมิในบริเวณ #5 ได้

การคำนวณค่าอุณหภูมิในบริเวณที่ #6 เหมือนเป็นฉนวนหลัก XLPE เรากำหนดว่าการกระจายอุณหภูมิในบริเวณดังกล่าวสมมาตร ดังนั้นอุณหภูมิในบริเวณนี้หาได้ตามสมการ

$$T = \frac{q'}{2\pi k_6} \ln \frac{r}{r_6} + T_E \quad (3.85)$$

โดยที่ T_E คือ อุณหภูมิที่ผิว $S_{5r} \sim S_{5i}$

r_6 คือ รัศมีด้านนอกของฉนวน XLPE แสดงได้ตามรูปที่ 3.16

k_6 คือ ค่าสภาพการนำความร้อนของฉนวนหลัก XLPE

r คือ ค่ารัศมีของฉนวนหลัก XLPE มีค่าในช่วง $r_7 \leq r \leq r_6$

q' คือ ค่าอัตราการถ่ายเทความร้อน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ผลการคำนวณ

ในบทนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 2 หัวข้อคือ 4.1 การจัดเรียงของการคำนวณ และ 4.2 ผลการคำนวณ ในหัวข้อที่ 4.1 การจัดเรียงการคำนวณนั้นได้แสดงการจัดเรียงของการคำนวณทั้ง 2 แบบ ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับการจัดเรียงของตัวอย่างการคำนวณตามรูปที่ 3.1 และ 3.2 ในหัวข้อนี้เรายังได้กล่าวถึง เงื่อนไขการคำนวณ, ชนิดของตัวกลาง, ค่ารัศมีจริง, ค่ารัศมีการคำนวณ, จำนวนรอบ, และอันดับการคำนวณ

หัวข้อที่ 4.2 ได้กล่าวถึงผลการคำนวณโดยเราสามารถมุ่งประเด็นที่สนใจออกเป็น 7 หัวข้อ เพื่อศึกษาผลของการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของวัสดุตัวกลางว่าจะส่งผลกระทบต่อค่ากระแสสูงสุดที่สายเคเบิลใต้ดินอย่างไร

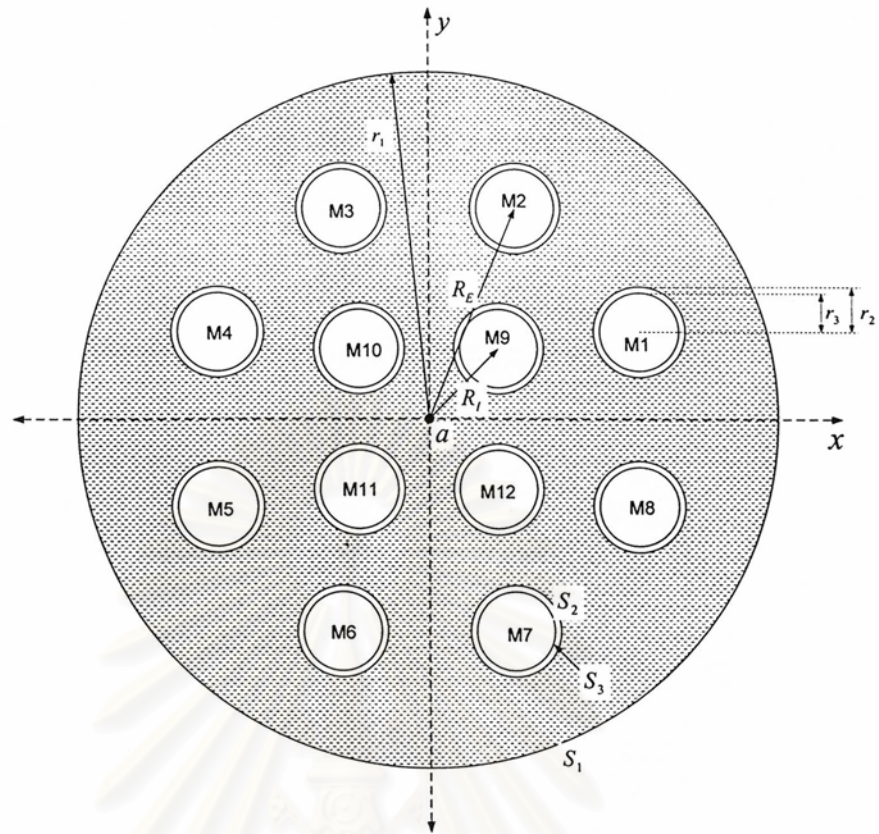
4.1 การจัดเรียงของการคำนวณ

การจัดเรียงของการคำนวณในหัวข้อนี้แบ่งการจัดเรียงของการคำนวณออกเป็น 2 แบบ คือ 1 การจัดเรียงของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง และ 2 การจัดเรียงของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันสูง

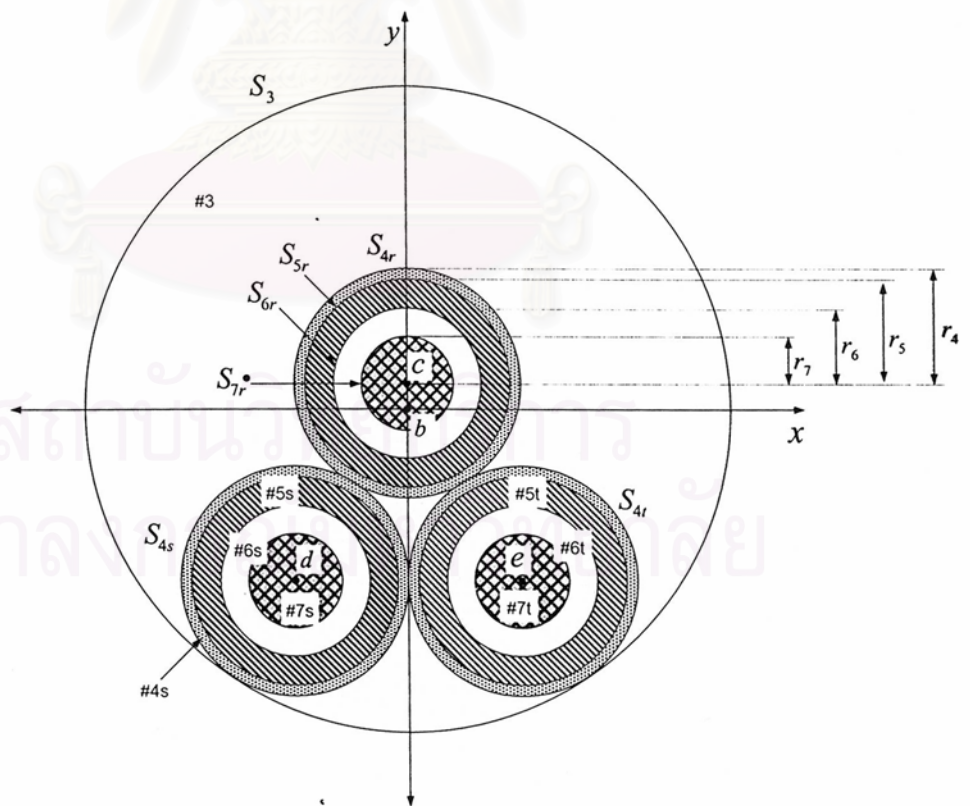
การจัดเรียงของสายเคเบิลใต้ดินทั้ง 2 แบบแตกต่างกันที่จำนวนสายตัวนำต่อท่อร้อยสาย โดยสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลางมีสายตัวนำต่อท่อร้อยสาย 3 เส้น ส่วนสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันสูงมีตัวนำต่อท่อร้อยสาย 1 เส้นจากสภาพการใช้งานจริงเท่านั้น

4.1.1 การจัดเรียงของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง

การจัดเรียงในหัวข้อนี้แบ่งการแสดงผลออกเป็น 2 ลักษณะ คือรูปที่ 4.1 แสดงการจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank ส่วนรูปที่ 4.2 แสดงการจัดเรียงของสายตัวนำในท่อร้อยสาย โดยการ จัดเรียงทั้ง 2 ลักษณะมีความเชื่อมโยงกันที่ผิว S_3 รูปการจัดเรียงของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลางสามารถแสดงได้ตามรูปที่ 4.1 และ 4.2



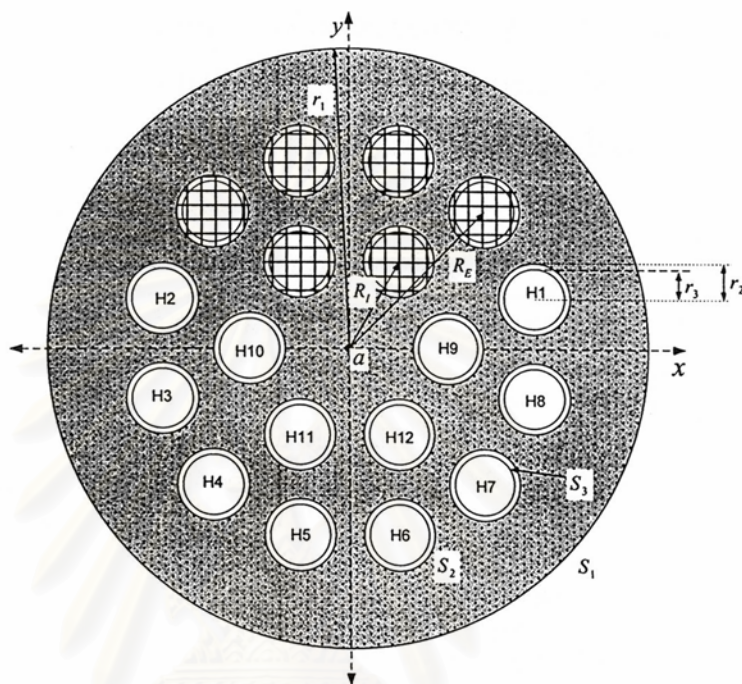
รูปที่ 4.1 การจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank กรณีจ่ายไฟที่ระดับแรงดันปานกลาง



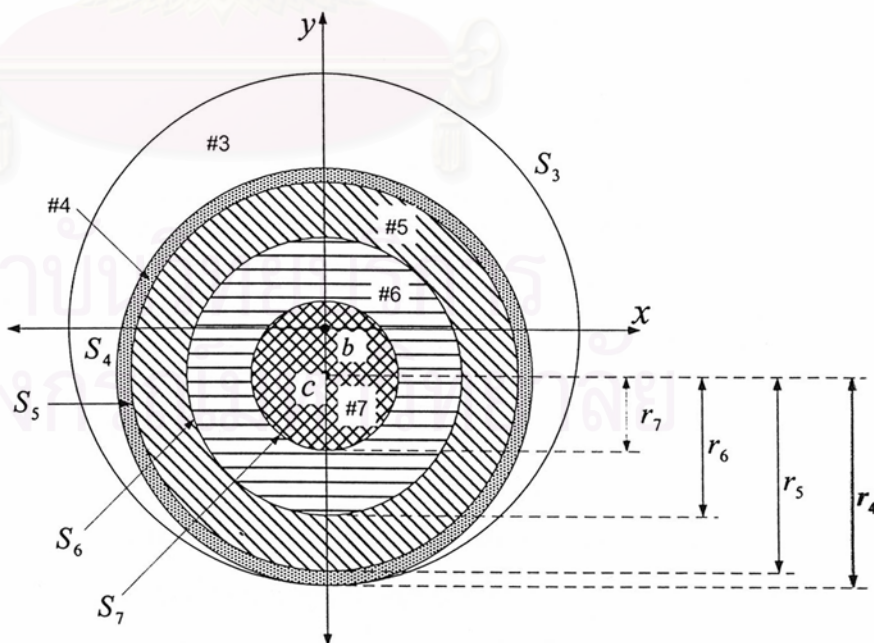
รูปที่ 4.2 การจัดเรียงของตัวนำในท่อร้อยสาย กรณีจ่ายไฟที่ระดับแรงดันปานกลาง

4.1.2 การจัดเรียงสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันสูง

การจัดเรียงในหัวข้อนี้ใช้กับการจ่ายไฟที่ระดับแรงดัน 115 kv ซึ่งเป็นการจัดเรียงอีกกรณีหนึ่งที่เรารู้จักตัวอย่างขึ้นมา รูปการจัดเรียงของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันสูงแสดงได้ตามรูปที่ 4.3 และ 4.4



รูปที่ 4.3 การจัดเรียงของท่อร้อยสายใน duct bank กรณีจ่ายไฟที่ระดับแรงดันสูง



รูปที่ 4.4 การจัดเรียงของตัวนำในท่อร้อยสาย กรณีจ่ายไฟที่ระดับแรงดันสูง

เงื่อนไขและรายละเอียดต่างๆ ของการจัดเรียงสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันสูงแสดงได้ในหัวข้อที่

4.1.3

4.1.3 เงื่อนไขการคำนวณ

หัวข้อนี้ได้อธิบายถึงเงื่อนไขการคำนวณ, ชนิดของวัสดุตัวกลาง และค่าสภาพการนำความร้อนของบริเวณต่างๆ ค่ารัศมีจริง และค่ารัศมีในการคำนวณ ชนิดของตัวกลางและค่าสภาพการนำความร้อนในบริเวณต่างๆ ตามการจัดเรียงรูปที่ 4.1-4.4 แสดงได้ตามตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ชนิดและค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางในบริเวณต่างๆ ของการจัดเรียง

บริเวณ	วัสดุตัวกลาง	คำอธิบาย	ค่าสภาพการนำความร้อน $\left(\frac{W}{mK}\right)$
#1	คอนกรีต	เป็นคอนกรีตโดยที่ผิว S_1 เป็นตัวนำ	1.0
#2	PVC	เป็นท่อสำหรับร้อย สาย	0.166667
#3	อากาศ	บริเวณที่อยู่ภายในท่อ ร้อยสาย	0.03
#4,#4r,#4s,#4t	PE	Sheath	0.285714
#5,#5r,#5s,#5t	ตัวนำ	Wire screen	—
#6,#6r,#6s,#6t	XLPE	ฉนวนหลัก	0.285714
#7,#7r,#7s,#7t	Cu	conductor	—

ค่ารัศมีจริงและค่ารัศมีในการคำนวณ

ค่ารัศมีจริงเป็นค่ารัศมีตามการจัดเรียงในรูปที่ 4.1-4.4 ส่วนค่ารัศมีในการคำนวณคือ ค่ารัศมีจริงหารด้วยดัชนีตัวหนึ่ง เพื่อให้ค่ารัศมีการคำนวณที่มีขนาดใหญ่สุด ในที่นี้คือ r'_i มีค่าใกล้เคียงและไม่เกินหนึ่ง เพราะว่าถ้าค่าดังกล่าวมีค่าต่ำกว่าหนึ่งมากๆ จะทำให้ผลการคำนวณมีความแม่นยำต่ำและต้องใช้อันดัมและรอบการในคำนวณสูง ส่วนเหตุผลที่ r'_i ต้องไม่เกินหนึ่งเพราะถ้า r'_i มีค่ามากกว่าหนึ่งคำตอบจากการคำนวณจะไม่ลู่เข้า

ค่ารัศมีจริงและค่ารัศมีการคำนวณของการจัดเรียงสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง และแรงดันสูงแสดงได้ตามตารางที่ 4.2 และ 4.3 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2 ค่ารัศมีจริงและรัศมีในการคำนวณของการจัดเรียงสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง

รัศมีจริง	ความยาว(m)	รัศมีในการคำนวณ	ความยาว(m)
r_1	0.5	r'_1	0.8
r_2	0.06258	r'_2	0.104448
r_3	0.06350	r'_3	0.101600
r_4	0.022604	r'_4	0.036166
r_5	0.020504	r'_5	0.032806
r_6	0.014798	r'_6	0.023677
r_7	0.009298	r'_7	0.014877
R_I	0.143	R'_I	0.2288
R_E	0.328	R'_E	0.5248

ตารางที่ 4.3 ค่ารัศมีจริงและรัศมีในการคำนวณของการจัดเรียงสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันสูง

ค่ารัศมีจริง	ความยาว(m)	ค่ารัศมีในการคำนวณ	ความยาว(m)
r_1	0.6	r'_1	0.8
r_2	0.06528	r'_2	0.08740
r_3	0.06350	r'_3	0.084666
r_4	0.022604	r'_4	0.030138
r_5	0.020503	r'_5	0.027338
r_6	0.014862	r'_6	0.019816
r_7	0.009299	r'_7	0.012398
R_I	0.2	R'_I	0.266667
R_E	0.386370	R'_E	0.51516

จำนวนรอบการคำนวณ อธิบายได้จากบทที่ 3 ได้กล่าวไปแล้วว่ากระบวนการที่ 1 เป็นรอบหลักและกระบวนการที่ 2 เป็นรอบย่อยของกระบวนการที่ 1 จำนวนรอบและอันดับของผลการคำนวณต่างๆ หัวข้อและกระบวนการคำนวณแสดงได้ดังต่อไปนี้

1) การคำนวณในบริเวณ #1-#3 และ #4r-#4t สามารถ แบ่งการคำนวณออกเป็น 2 บริเวณคือ

a) บริเวณหลัก คือบริเวณ #3, #4r, #4s, และ #4t

การคำนวณหลักใช้จำนวนรอบการทำซ้ำด้วยวิธีเงามัลติโพล 60 รอบใช้มัลติโพล 85 อันดับ และสำหรับการกระจายพจน์ใหม่ของมัลติโพลเพื่อแสดงผลของท่อนอื่นใช้ จำนวนรอบการทำซ้ำด้วยวิธีเงามัลติโพล 75 รอบใช้มัลติโพล 85 อันดับ

b) บริเวณย่อย คือบริเวณ #1-3

การคำนวณรอบย่อยใช้ จำนวนรอบการทำซ้ำด้วยวิธีเงามัลติโพล 60 รอบใช้มัลติโพล 85 อันดับ

2) บริเวณ #5r, #5s, และ #5t เป็นตัวนำซึ่งเราจะใช้อุณหภูมิที่ผิว S_{5r} , S_{5s} และ S_{5t} ของกระบวนการที่ 1 เป็นค่าอุณหภูมิในบริเวณ #5r, #5s, และ #5t ตามลำดับ

3) จำนวนบริเวณ #6r, #6s, และ #6t เป็นฉนวนหลัก XLPE การกระจายอุณหภูมิในบริเวณดังกล่าวสมมาตร ดังนั้นค่าอุณหภูมิในบริเวณนี้หาได้ตามสมการ

$$T = \frac{q'}{2\pi k} \ln \frac{r}{r_6} + T_E \quad (4.1)$$

โดยที่ T_E คือ อุณหภูมิที่ผิว $S_{5r} \sim S_{5t}$

r_6 คือ รัศมีด้านนอกของฉนวน XLPE แสดงได้ตามรูปที่ 3.1

k คือ ค่าสภาพการนำความร้อนของ XLPE

r คือ ค่ารัศมีของฉนวน XLPE มีค่าในช่วง $r_7 \leq r \leq r_6$

q' คือ ค่าอัตราการถ่ายเทความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$

ผลการคำนวณทั้งหมดเป็นค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ณ ผิวที่พิจารณาเทียบกับผิว S_1 โดยที่ผิว S_1 มีอุณหภูมิ 25 °C แสดงได้ตามสมการ

$$\text{ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ } \Delta T \text{ ที่ผิว } S_{...} = T_{S_{...}} - T_{S_1} \quad (4.2)$$

4) การคำนวณค่ากระแสหาได้ตามสมการ

$$I = \sqrt{\frac{q'}{R}} \quad (4.3)$$

โดยที่ R คือความต้านทานสายตัวนำ $\left(\frac{\Omega}{\text{m}}\right)$

4.2 ผลการคำนวณ

ในหัวข้อนี้ผลการคำนวณ เราสามารถแบ่งประเด็นที่เราพิจารณาได้เป็น 7 หัวข้อ เพื่อมุ่งประเด็นที่สามารถพัฒนาการจ่ายกระแสไฟฟ้าของสายเคเบิลใต้ดินให้สูงขึ้น ผลการคำนวณใช้การจัดเรียงและเงื่อนไขการคำนวณแสดงได้ตามหัวข้อที่ 4.1 เป็นหลัก ส่วนประกอบที่เปลี่ยนจากหัวข้อที่ 4.1 เราจะบอกให้ทราบจากหัวข้อย่อยแต่ละหัวข้อ

4.2.1 ค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยมีสายตัวนำขนาด 240 mm² และ 400 mm²

สายตัวนำขนาด 240 mm² ค่ารัศมีจริงและค่ารัศมีในการคำนวณแสดงได้ตามตารางที่ 4.3 ขั้นตอนการคำนวณหากระแสสูงสุดที่สายเคเบิลจ่ายได้อย่างละเอียดเฉพาะในหัวข้อนี้เท่านั้น เนื่องจากในผลการคำนวณหัวข้ออื่นๆ จะมีกระบวนการคำนวณในลักษณะเดียวกัน

การคำนวณเริ่มจาก ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{sr} \sim S_{sr}$ ของท่อที่ M1-M12 ตามการจัดเรียงรูปที่ 4.1 และ 4.2 กำหนดค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนที่จุดศูนย์กลางของตัวนำทุกตัว (จุด c , d , และ e) เท่ากับ $1.795 \frac{\text{W}}{\text{m}}$ ผลการคำนวณแสดงได้ตามตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 ผลการคำนวณค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{sr} \sim S_{sr}$ ของท่อที่ M1-M12

หมายเลขท่อ	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว S_{sr} (°C)	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว S_{sr} (°C)	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว S_{sr} (°C)
M1	8.836	8.079	7.616
M2	8.951	8.119	7.946
M3	8.951	7.946	8.119
M4	8.836	7.616	8.079
M5	8.455	7.109	7.594

M6	8.134	6.830	7.025
M7	8.134	7.025	6.830
M8	8.455	7.594	7.109
M9	11.563	10.642	10.489
M10	11.563	10.489	10.642
M11	11.340	10.154	10.327
M12	11.340	10.327	10.154

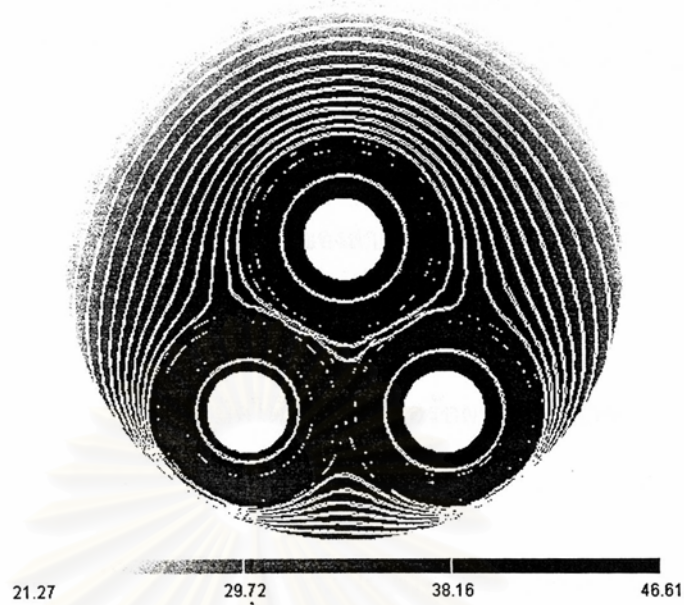
ผลการคำนวณในตารางที่ 4.4 ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{5,r}$ ของท่อ M9 และ M10 มีอุณหภูมิสูงที่สุด เราเลือกพิจารณาท่อที่ M10 เพราะลักษณะความสมมาตรของท่อที่ M9 และ M10 ดังนั้นเราสามารถเลือกท่อใดท่อหนึ่งก็ได้ ปรับค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT โดยมีขีดจำกัดอุณหภูมิ 2 ข้อคือ

1. ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว S_5 ให้มีค่าใกล้เคียงและไม่เกิน 45°C
 2. ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว S_7 ให้มีค่าใกล้เคียงและไม่เกิน 65°C .
- ขีดจำกัดอุณหภูมิทั้ง 2 ข้อมาจากอุณหภูมิในสภาวะการทำงานปกติของ PE ทนได้ 70°C และ XLPE ทนได้ 90°C โดยที่ผิว S_1 อุณหภูมิ 25°C .

ตารางที่ 4.5 ผลการปรับค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนจนความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT เข้าเงื่อนไขขีดจำกัดอุณหภูมิทั้ง 2 ข้อ

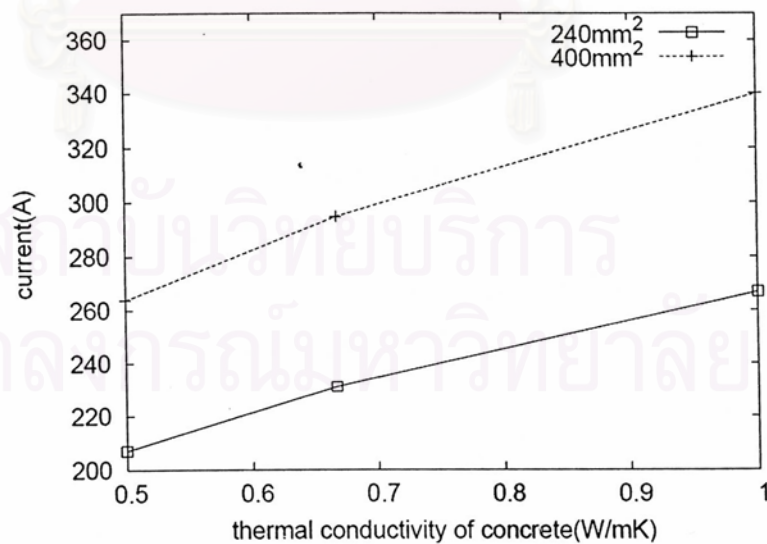
ค่าสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต $\left(\frac{\text{W}}{\text{mK}}\right)$	อัตราการถ่ายเทความร้อน $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}}\right)$	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{5,r}$ ($^\circ\text{C}$)	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{7,r}$ ($^\circ\text{C}$)	ค่ากระแส (A)
1.0	6.987	45.000	46.809	266.875
0.667	5.244	45.000	46.357	231.200
0.5	4.206	45.000	46.089	207.065

ลักษณะการกระจายอุณหภูมิภายในท่อ M10 ตามรูปที่ 4.5 แสดงให้เห็นว่าอุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณมีความต่อเนื่องและเป็นการยืนยันผลการคำนวณว่ามีความถูกต้องในบริเวณต่างๆ ภายในท่อร้อยสาย



รูปที่ 4.5 การกระจายของอุณหภูมิภายในท่อ M10

คำนวณแบบที่สายตัวนำขนาด 400 mm^2 โดยเงื่อนไขการคำนวณและการจัดเรียงมีลักษณะเดียวกับแบบที่สายตัวนำขนาด 240 mm^2 ตามที่ได้กล่าวมา แต่แตกต่างกันที่ขนาดสายตัวนำเท่านั้น ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลระดับแรงดันปานกลาง ของสายตัวนำทั้ง 2 ขนาด เปรียบเทียบกันแสดงได้ตามรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.6 กราฟความสัมพันธ์ค่ากระแสและสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต ของตัวนำทั้ง 2 ขนาด

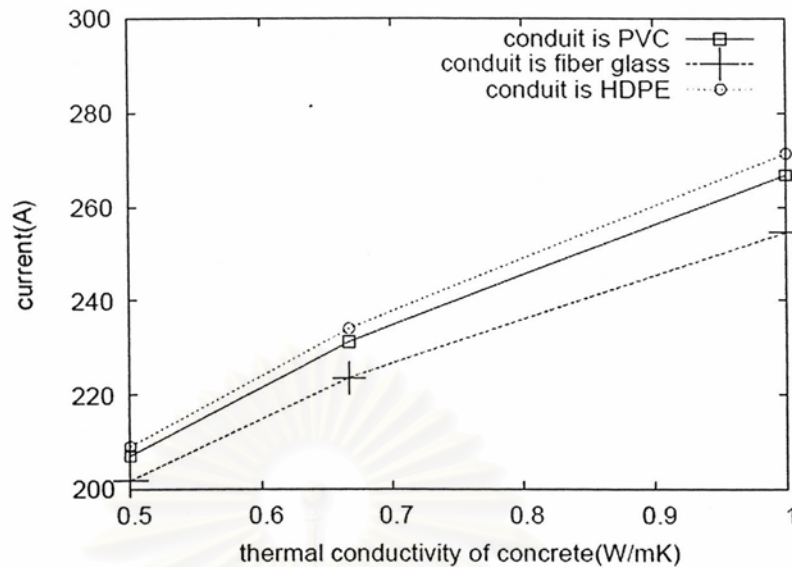
จากผลการคำนวณใน กราฟรูปที่ 4.6 แสดงให้เห็นว่าสายตัวนำขนาด 400 mm^2 มีขนาดใหญ่กว่าสายตัวนำ 240 mm^2 ถึงประมาณ 1.7 เท่าส่วนค่ากระแสที่จ่ายได้ของสายตัวนำขนาด 400 mm^2 จ่ายกระแสได้มากกว่าสายตัวนำ 240 เป็น ร้อยละ 28 สังเกตว่าอัตราส่วนของจำนวน ทั้ง 2 จำนวนไม่เท่ากัน เพราะว่ามีผลของ skin effect เกิดขึ้นในสายตัวนำขนาด 400 mm^2 อีกทั้ง ถ้าต้องจ่ายกระแสเท่ากันแบบที่สายตัวนำขนาด 400 mm^2 ทำให้ความนำเชื่อถือของระบบนั้นต่ำกว่าแบบสายตัวนำขนาด 240 mm^2 ส่วนข้อดีของสายตัวนำขนาด 400 mm^2 คือทำให้ประหยัดค่าก่อสร้าง duct bank ลงได้

4.2.2 คำนวณค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยท่อร้อยสายทำจาก PVC, fiber glass, และ HDPE

การคำนวณในหัวข้อนี้มีจุดประสงค์เพื่อแสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนวัสดุตัวกลางของท่อร้อยสาย(บริเวณที่ #2) จากเดิม PVC เป็น fiber glass และ HDPE เพื่อเปรียบเทียบว่าท่อร้อยสายชนิดใดที่สามารถทำให้สายเคเบิลจ่ายกระแสได้สูงสุด การคำนวณใช้แบบสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง(ตามการจัดเรียงรูปที่ 4.1 และ 4.2 ค่าสภาพการนำความร้อนของท่อร้อยสายทั้ง 3 ชนิดมีดังนี้

1. PVC $= 0.166667 \frac{W}{mK}$
2. fiber glass $= 0.04846 \frac{W}{mK}$
3. HDPE $= 0.43 \frac{W}{mK}$

กระบวนการหาค่ากระแสสูงสุดกระทำได้ในลักษณะเดียวกับหัวข้อที่ 4.2.1 ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{s,r} \sim S_{s,r}$ ของท่อที่ M1-M12 ที่มีค่าสูงสุดอยู่ที่ผิว $S_{s,r}$ ของท่อ M9 และ M10 ทั้ง 3 แบบของท่อร้อยสายค่ากระแสสูงสุดที่จ่ายได้เมื่อเทียบกับสภาพการนำความร้อนของคอนกรีตสามารถแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ได้ดังนี้



รูปที่ 4.7 กราฟความสัมพันธ์ของกระแสเทียบกับสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต ในท่อร้อยสายแบบต่างๆ

จากผลการคำนวณในกราฟรูปที่ 4.7 ค่ากระแสของท่อ HDPE จ่ายกระแสได้สูงกว่าท่อ PVC 1.87% และค่ากระแสของท่อ fiber glass จ่ายได้ต่ำกว่าท่อ PVC 4.49% ค่ากระแสของสายเคเบิลสามารถจ่ายได้สูงสุดเมื่อท่อร้อยสายทำจาก HDPE, PVC, และ fiber glass ตามลำดับ เพราะว่าค่าสภาพการนำความร้อนของ HDPE, PVC, และ fiber glass มีค่าเรียงจากมากไปน้อย เช่นเดียวกัน สรุปได้ว่า ยิ่งวัสดุตัวกลางที่ใช้ทำท่อร้อยสายมีค่าสภาพการนำความร้อนมากขึ้นก็จะทำให้สายเคเบิลจ่ายกระแสได้มากขึ้นด้วย

4.2.3 คำนวณค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสาย(บริเวณที่#3) เป็นอากาศและน้ำ

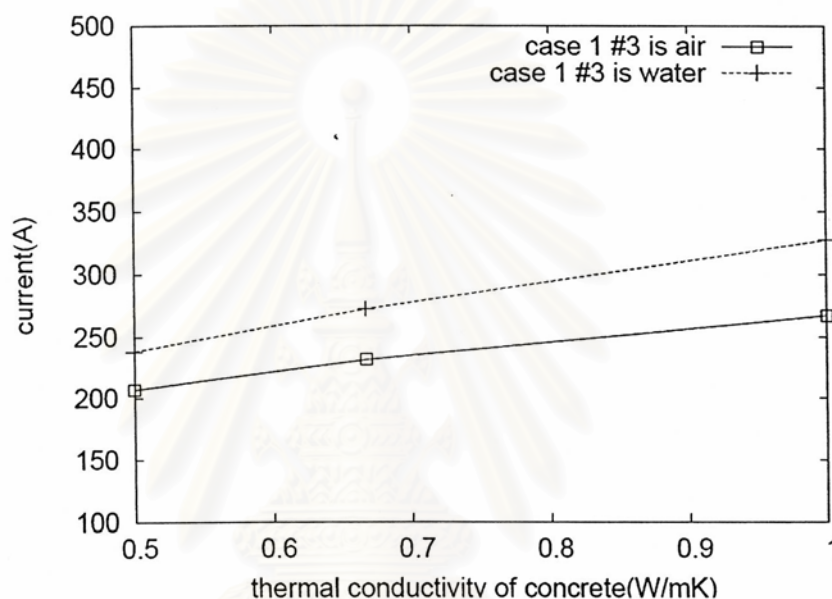
การคำนวณในหัวข้อนี้มีจุดประสงค์ต้องการแสดงค่ากระแสที่จ่ายได้ในสภาพการทำงานที่วัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็นอากาศเปรียบเทียบกับแบบที่เป็นน้ำ เพราะว่าในสภาพการทำงานจริงนั้นน้ำมักจะท่วมขังภายในท่อร้อยสาย ดังนั้นเราจึงนำประเด็นนี้ขึ้นมาพิจารณาเปรียบเทียบค่ากระแสที่สามารถจ่ายได้ทั้ง 2 กรณี การคำนวณใช้การจัดเรียงตามรูปที่ 4.1 และ 4.2

ผลการคำนวณสามารถทำได้ในลักษณะเดียวกับผลการคำนวณในหัวข้อที่ 4.2.1 ผลการคำนวณค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{sr} \sim S_s$ ของท่อที่ M1-M12 มีค่าสูงสุดอยู่ที่ผิว S_{sr} ของท่อ M9 และ M10 สำหรับแบบที่วัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็นอากาศ และมีค่าสูงสุดที่

ผิว S_{5r} ของท่อ M9 และ ที่ผิว S_{5r} ของท่อ M10 สำหรับแบบที่วัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็นน้ำ ค่าสภาพการนำความร้อนของอากาศและน้ำแสดงได้ดังนี้

1. อากาศ = $0.03 \frac{W}{mK}$
2. น้ำ = $0.688 \frac{W}{mK}$

ค่ากระแสสูงสุดที่สายเคเบิลใต้ดินสามารถจ่ายได้เมื่อวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยเป็นอากาศและน้ำ สามารถแสดงเป็นกราฟเปรียบเทียบได้ดังนี้



รูปที่ 4.8 กราฟความสัมพันธ์ของกระแสเทียบกับสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต แบบที่ตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็น อากาศและน้ำ

จากผลการคำนวณในหัวข้อนี้สรุปได้ในลักษณะเดียวกับหัวข้อที่ 4.2.2 คือวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายที่มีค่าสภาพการนำความร้อนที่มากขึ้นก็จะทำให้สายเคเบิลจ่ายกระแสได้สูงขึ้นตามไปด้วย โดยแบบที่เป็นน้ำ สายเคเบิลสามารถจ่ายกระแสได้สูงกว่าอากาศ 22.22%

อีกประเด็นหนึ่งที่น่าสนใจของผลการคำนวณในหัวข้อนี้คือ ผิวที่มีความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT สูงที่สุด โดยแบบที่วัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็นอากาศ ความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT สูงสุดอยู่ที่ผิว S_{5r} ของท่อ M9 และ M10 ส่วนแบบที่วัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็นน้ำ ความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT สูงสุดอยู่ที่ผิว S_{5s} ของท่อ M9 และที่ผิว S_{5r} ของท่อ M10 สาเหตุที่เป็นเช่นนั้นเพราะว่าผลของค่าสภาพการนำความร้อนวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสาย มีผลต่อผิวที่เกิดความแตกต่างอุณหภูมิสูงที่สุด โดยถ้าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสาย

มีค่ามาก การถ่ายเทความร้อนของท่อร้อยสายทำได้ดี ดังนั้นผิว S_5 ที่อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางของ duct bank มากที่สุดจึงมีอุณหภูมิสูงสุด ส่วนแบบที่บริเวณภายในท่อร้อยสายเป็นอากาศ ค่าสภาพการนำความร้อนมีค่าต่ำ การถ่ายเทความร้อนในท่อร้อยสายทำได้ไม่ดี ดังนั้นผิว S_5 ที่มีอุณหภูมิสูงสุดจึงเป็นผิวที่อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางของท่อร้อยสายมากที่สุด

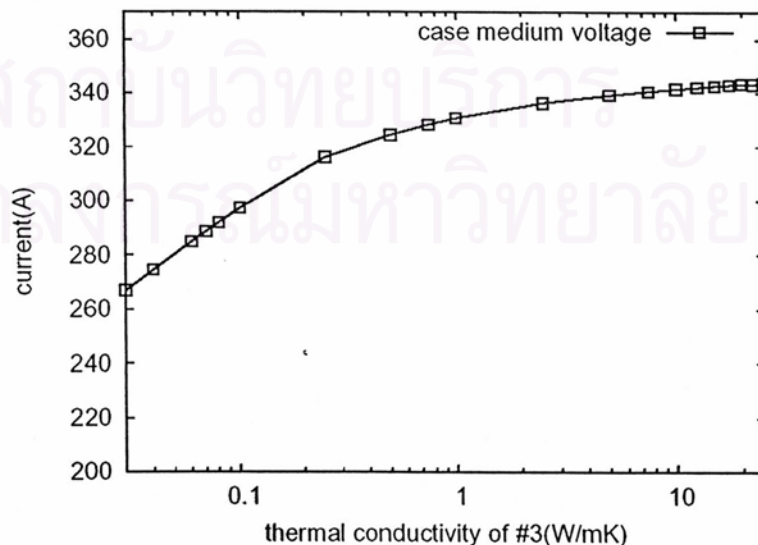
4.2.4 คำนวณค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยปรับค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสาย จนค่ากระแสคงที่

การคำนวณในหัวข้อนี้ได้มีแนวคิดที่ว่าถ้าเรานำสารชนิดหนึ่ง ใส่เข้าไปในท่อร้อยสาย เพื่อปรับปรุงและพัฒนาให้สายเคเบิลใต้ดินให้จ่ายกระแสได้มากขึ้น สารดังกล่าวควรมีค่าสภาพการนำความร้อนเท่าไร สายเคเบิลจึงสามารถจ่ายกระแสได้ตามที่เรากำหนด

เราเริ่มจากคำนวณการจัดเรียงสายเคเบิลระดับแรงดันปานกลางตามการจัดเรียงรูปที่ 4.1 และ 4.2 โดยปรับค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลาง ภายในท่อร้อยสายให้มีค่าสูงขึ้นเรื่อยๆ จนค่ากระแสที่ได้จากการคำนวณมีค่าคงที่

ผลการคำนวณมีลักษณะเดียวกับการคำนวณในหัวข้อที่ 4.2.3 คือที่ค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายค่าต่างๆ ความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT สูงสุดอยู่ที่ผิว S_5 ของท่อ M9 และ M10 ส่วนแบบที่วัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายมีค่าสูง ความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT สูงสุดอยู่ที่ผิว S_5 ของท่อ M9 และที่ผิว S_5 ของท่อ M10

ผลการคำนวณค่ากระแส โดยปรับสภาพการนำความร้อนของบริเวณที่ #3 ให้สูงขึ้นจนค่ากระแสที่ได้มีค่าคงที่แสดงได้ตามรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 กราฟค่ากระแสเทียบกับสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสาย

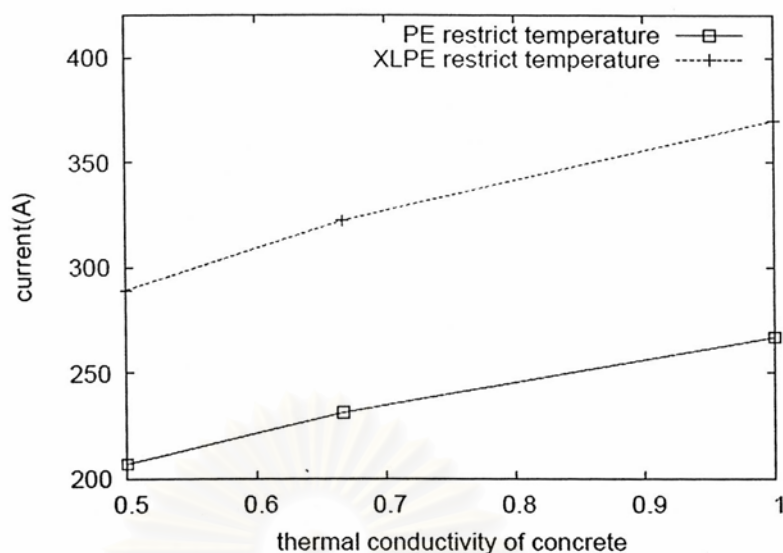
จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าค่ากระแสจะมีค่ามากขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสาย อยู่ในช่วงน้อยกว่า $1.0 \frac{W}{mK}$ แต่เมื่อค่าสภาพการนำความร้อนสูงกว่านั้นแล้ว ค่ากระแสมีค่าค่อนข้างคงที่ ดังนั้นกราฟรูปที่ 4.9 ก็สามารถนำไปใช้พิจารณาหาค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายที่เหมาะสม เพื่อเพิ่มความสามารถในการจ่ายกระแสของสายเคเบิล

ผลการคำนวณในหัวข้อนี้ยืนยันความถูกต้องของผลการคำนวณคือ ค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายที่มากขึ้นทำให้กระแสที่สายเคเบิลจ่ายได้สูงขึ้นตามไปด้วย ซึ่งสอดคล้องกับผลการคำนวณในหัวข้อที่ 4.2.2 และ 4.2.3

4.2.5 คำนวณค่ากระแสในสายเคเบิลใต้ดิน โดยมีชนิดจำกัดอุณหภูมิที่ฉนวนรอง (PE) และ ฉนวนหลัก(XLPE)

การคำนวณในหัวข้อนี้เกิดขึ้นจากแนวคิดที่มาจากการสังเกตผลการคำนวณในหัวข้อต่างๆ ก่อนหน้านี้ว่า การที่จะทำให้เงื่อนไขชนิดจำกัดอุณหภูมิถูกต้องทั้ง 2 ข้อนั้น ค่าความแตกต่างอุณหภูมิที่ผิว S_5 จะมีไปถึง $45\text{ }^{\circ}\text{C}$ ก่อนที่ความแตกต่างอุณหภูมิที่ผิว S_7 จะไปถึง $75\text{ }^{\circ}\text{C}$ ในทุกๆ ครั้งของผลการคำนวณหรือสรุปได้อีกอย่างหนึ่งว่าชนิดจำกัดอุณหภูมิอยู่ที่ฉนวนรอง PE จากเหตุผลดังที่ได้กล่าวมา ถ้าสามารถหา วัสดุตัวกลางที่มาทำฉนวนรอง โดยวัสดุดังกล่าวสามารถทนความร้อนได้มากกว่าหรือเท่ากับฉนวนหลัก(XLPE) ดังนั้นชนิดจำกัดอุณหภูมิจะไปอยู่ที่ผิวของฉนวนหลักแทน

การคำนวณใช้การจัดเรียงของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง ตามการจัดเรียงในรูปที่ 4.1 และ 4.2 ผลการคำนวณค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT สูงสุดเกิดขึ้นที่ผิว S_5 ของท่อที่ M9 และ M10 ค่ากระแสที่สามารถจ่ายได้เปรียบเทียบกับระหว่างแบบที่มีชนิดจำกัดอุณหภูมิที่ฉนวนหลัก และฉนวนรอง สามารถแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์เทียบกับสภาพการนำความร้อนของคอนกรีตได้ดังนี้



รูปที่ 4.10 กราฟค่ากระแสเทียบกับสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต โดยมีขีดจำกัดอุณหภูมิที่ผิว ฉนวนหลัก และฉนวนรอง

จากกราฟในรูปที่ 4.10 แสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนวัสดุตัวกลางของฉนวนรองทำให้สามารถจ่ายกระแสได้สูงขึ้นถึง 37.31% และวิธีการดังกล่าวมีความเป็นไปได้จริงมากกว่าวิธีการพัฒนาการจ่ายไฟของ duct bank แบบอื่นๆ

4.2.6 คำนวนลำดับวงจรการจ่ายไฟที่เหมาะสม

ในหัวข้อนี้ได้คำนวณค่ากระแสที่จ่ายในสายเคเบิล เพื่อหาว่าลำดับวงจรการจ่ายกระแสไฟฟ้าว่า ควรมีลำดับแบบใดจึงเหมาะสมคือ สามารถจ่ายกระแสได้สูงที่สุด

การจัดเรียงของการคำนวณในหัวข้อนี้แสดงตามรูปที่ 4.1 และ 4.2 โดยในรูปที่ 4.1 มีท่อร้อยสาย M1-M12 เรากำหนดการแบ่งกลุ่มวงจรจากท่อร้อยสายเป็น 4 กลุ่มคือ

กลุ่ม A มี ท่อ M5, M6, M11

กลุ่ม B มี ท่อ M7, M8, M12

กลุ่ม C มี ท่อ M3, M4, M10

กลุ่ม D มี ท่อ M1, M2, M9

ผลการคำนวณเราจะหาว่าวงจรไหนที่จ่ายกระแสได้มากที่สุดเมื่อจ่ายเพียงวงจรเดียว ผลการคำนวณค่ากระแสที่สามารถจ่ายได้ของวงจร A, B, C, และ D แสดงได้ตามตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6 ผลการคำนวณค่ากระแสไฟฟ้าที่สามารถจ่ายได้ของวงจร A, B, C และ D

วงจร	อัตราการถ่ายเท ความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความแตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{sr} (^{\circ}C)$	ค่าความแตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{7r} (^{\circ}C)$	ค่ากระแส (A)
A	11.093	45.000	47.871	336.270
B	11.093	45.000	47.871	336.270
C	10.048	45.000	47.601	320.043
D	10.048	45.000	47.601	320.043

จากตารางที่ 4.6 พบว่าวงจรที่สามารถจ่ายกระแสได้สูงสุดคือ วงจร A และ B เพราะว่ามีลักษณะการจัดเรียงของวงจรทั้ง 2 มีความสมมาตรกัน ค่ากระแสที่จ่ายได้ของวงจร A และ B แตกต่างกับวงจร C และ D เพราะว่าตัวนำที่อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางของ duct bank มากที่สุดของวงจร C และ D อยู่ใกล้กับจุดศูนย์กลางของ duct bank มากกว่าตัวนำในวงจร A และ B ดังนั้นค่ากระแสที่จ่ายได้ของวงจร A และ B จึงสูงกว่าวงจร C และ D

เราเลือกวงจร A มาพิจารณาเป็นวงจรลำดับที่หนึ่ง ของลำดับวงจรทั้ง duct bank คำนวณหาค่ากระแสที่สามารถจ่ายได้เมื่อมีการจ่ายไฟ 2 วงจร โดยมีวงจร A เป็นวงจรลำดับที่ 1 ผลการคำนวณแสดงได้ตามตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7 ผลการคำนวณค่ากระแสในการจ่ายไฟ 2 วงจร

วงจร	อัตราการถ่ายเท ความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความแตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{sr} (^{\circ}C)$	ค่าความแตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{7r} (^{\circ}C)$	ค่ากระแส (A)
AB	9.472	45.000	47.452	310.732
AC	8.858	45.000	47.293	300.490
AD	9.442	45.000	47.444	310.246

จากผลการคำนวณค่ากระแสในตารางที่ 4.7 แสดงให้เห็นว่าในวงจร AB สามารถจ่ายกระแสได้สูงสุด ดังนั้นเราใช้วงจร AB เป็นวงจรที่ใช้พิจารณาวงจรลำดับที่ 3 ที่ทำให้ duct bank สามารถ

จ่ายกระแสได้สูงสุด ผลการคำนวณหาค่ากระแสเมื่อ duct bank จ่ายไฟ 3 วงจรแสดงได้ตาม ตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.8 ผลการคำนวณค่ากระแสในการจ่ายไฟ 3 วงจร

วงจร	อัตราการถ่ายเท ความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความแตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{sr} (^\circ C)$	ค่าความแตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ผิว $S_{7r} (^\circ C)$	ค่ากระแส (A)
ABC	7.793	45.000	47.017	281.853
ABD	7.793	45.000	47.017	281.853

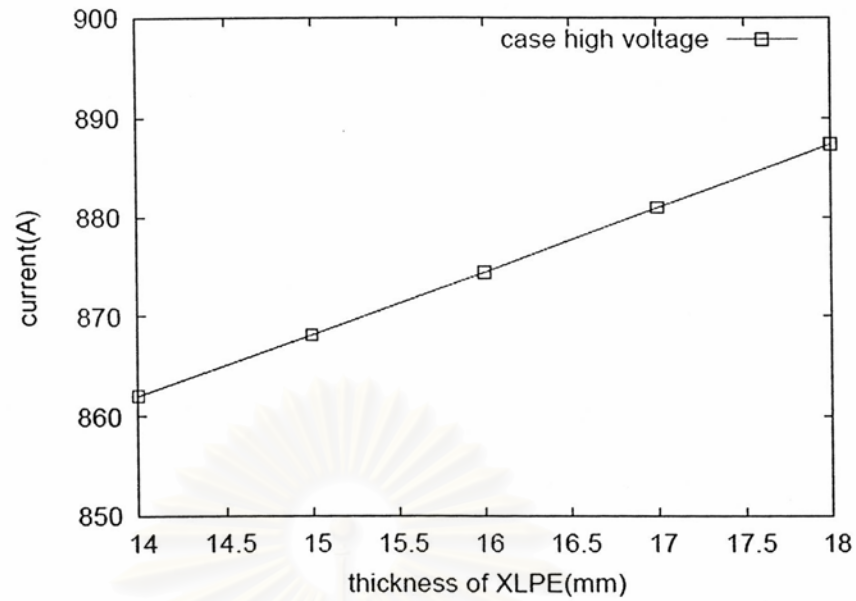
จากผลการคำนวณค่ากระแสในตารางที่ 4.8 แสดงให้เห็นว่าวงจร ABC หรือวงจร ABD จ่ายกระแสได้เท่ากัน ทำให้เราสรุปได้ว่า ลำดับวงจรที่ทำให้ duct bank จ่ายกระแสได้สูงที่สุดคือ A-B-C-D หรือ A-B-D-C ลำดับวงรดังกล่าวช่วยให้ผู้ควบคุมเลือกจ่ายไฟฟ้าได้ตามลำดับวงจรที่เหมาะสม

4.2.7 ค่ามอดค่ากระแสสายเคเบิลใต้ดิน โดยปรับความหนาของฉนวนหลัก(XLPE)

ผลการคำนวณในหัวข้อสุดท้ายนี้เป็นการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินที่ความหนาของฉนวนหลัก XLPE ในช่วง 14 mm -18 mm การจัดเรียงของการคำนวณในหัวข้อนี้เป็นสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันสูง ตามการจัดเรียงในรูปที่ 4.3 และ 4.4

ผลการคำนวณค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว S_5 ของท่อ H11 และ H12 มีค่าสูงสุด เราเลือกพิจารณาท่อ H11 เพราะลักษณะความสมมาตรของการจัดเรียงทำให้สามารถเลือกพิจารณาท่อใดท่อหนึ่งก็ได้ ผลการปรับค่าความหนาของฉนวนหลัก XLPE ในช่วง 14-18 mm ทำให้สายเคเบิลใต้ดินจ่ายกระแสได้เป็นความสัมพันธ์ตามรูปที่ 4.11

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.11 กราฟความสัมพันธ์กระแสเทียบกับความหนาของฉนวนหลัก XLPE

จากผลการคำนวณในรูปที่ 4.11 แสดงให้เห็นว่าความหนาของฉนวนหลัก XLPE ทำให้สายเคเบิลใต้ดินจ่ายกระแสได้สูงขึ้น ในลักษณะเชิงเส้น ในช่วงความหนาของ XLPE เท่ากับ 14 mm - 18 mm

บทที่ 5

สรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการคำนวณ

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอ วิธีเงามัลติโพลกับปัญหาความร้อน ซึ่งปัญหาดังกล่าวเป็นไปตามสมการลาปลาซ หรือ บัวซอง เช่นเดียวกับปัญหาศักย์ไฟฟ้า วิธีเงามัลติโพลนี้แสดงให้เห็นว่าคำตอบที่ได้มีความแม่นยำแม้กระทั่งบริเวณที่คำนวณมีความไม่สม่ำเสมอของฟังก์ชันความร้อนสูงๆ การประยุกต์ใช้วิธีเงามัลติโพลยังสามารถหาค่าศักย์ในรูปแบบต่างๆ เช่น ปัญหาแรงที่กระทำกับอนุภาคในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้า นอกจากนั้นยังสามารถคำนวณค่าศักย์ในบริเวณ 3 มิติได้อีกด้วย

วิธีเงามัลติโพลนั้นมีข้อเสียคือ การคำนวณแต่ละแบบของการจัดเรียงต้องมีการวิเคราะห์หาสมการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาในบริเวณดังกล่าวเป็นกรณีๆ ไปแตกต่างจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และวิธีการขึ้นประกอบขอบเขตที่กระบวนการคำนวณ มีรูปแบบวิธีการคำนวณไม่แตกต่างกันมากนัก ในแต่ละกรณีของการจัดเรียงที่พิจารณา ทำให้โปรแกรมสำเร็จรูปถูกจัดทำ โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และวิธีการขึ้นประกอบขอบเขตเสียเป็นส่วนมาก

ทฤษฎีและหลักการคำนวณต่างๆ ที่กล่าวในบทที่ 2 และ 3 เป็นการวิเคราะห์หาโดยได้จากการกำหนดรูปแบบการจัดเรียงที่พิจารณาไว้ก่อนถึงจะได้กระบวนการคำนวณ เพราะวิธีเงามัลติโพลเป็นวิธีการวิเคราะห์ ดังนั้นสูตรต่างๆ ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้ได้กับตัวกลางที่มีลักษณะทรงกระบอก และระนาบเท่านั้น

การเปลี่ยนจุดศูนย์กลางการกระจายของศักย์จำนวนเชิงซ้อนในหัวข้อที่ 2.2 เป็นการเขียนฟังก์ชันใหม่จากฟังก์ชันเดิมให้ค่าศักย์บริเวณที่กำหนดของฟังก์ชันทั้งสองมีค่าเท่ากัน โดยมีจุดศูนย์กลางการกระจายต่างกัน เพื่อแสดงศักย์บนผิวของเขตที่เราสนใจ และทำให้เงื่อนไขขอบในบริเวณผิวที่เราสนใจถูกต้อง ผลการคำนวณเป็นค่าอนุหภูมิ ซึ่งปัญหาดังกล่าวไปตามสมการลาปลาซ หรือสมการบัวซอง และสอดคล้องกับขอบเขตของวิทยานิพนธ์

การจัดเรียงของการคำนวณเป็นตัวอย่างหนึ่งของการจัดเรียงสายเคเบิลใต้ดิน ซึ่งนำแบบมาจากกรณีไฟฟ้านครหลวง จากประเด็นที่เราสนใจและวิเคราะห์หาในหัวข้อต่างๆ ของบทที่ 4 ก็เพื่อศึกษาหาแนวทางในการปรับปรุงสายเคเบิลใต้ดินให้ สามารถจ่ายกระแสได้สูงมากขึ้น โดยทำการปรับสายตัวนำจากขนาด 240 mm^2 เป็น 400 mm^2 สามารถทำให้สายเคเบิลจ่ายกระแสได้สูงขึ้น

การเปลี่ยนชนิดวัสดุตัวกลางของท่อร้อยสายจาก PVC เป็น fiber glass และ HDPE โดยผลการคำนวณบอกว่าท่อ fiber glass จ่ายกระแสได้น้อยลง ร้อยละ 4.49 ส่วนท่อ HDPE จ่ายกระแสได้สูงขึ้นร้อยละ 1.87,

การเปลี่ยนวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายจากอากาศเป็นน้ำ ทำให้สามารถจ่ายกระแสได้สูงขึ้นร้อยละ 22.22

การปรับค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายให้สูงขึ้นจนค่ากระแสที่จ่ายได้มีค่าคงที่ จะสังเกตว่าค่ากระแสจะเพิ่มขึ้นในช่วงที่ค่าสภาพการนำความร้อนของบริเวณดังกล่าวมีต่ำกว่า $1.2 \frac{W}{mK}$, การเปลี่ยนผิวขอบเขตที่ใช้จำกัดอุณหภูมิจากเดิมอยู่ที่ผิวฉนวนรอง PE มาอยู่ที่ผิวฉนวนหลัก XLPE สามารถทำให้สายเคเบิลจ่ายกระแสได้สูงขึ้นร้อยละ 37.31, หากลัดวงจรที่เหมาะสมในการจ่ายไฟ, และสุดท้ายปรับขนาดความหนาของฉนวนหลัก XLPE

จากประเด็นต่างๆ ที่พิจารณาไม่ว่าเราจะปรับค่าสภาพการนำความร้อนของท่อร้อยสาย หรือค่าสภาพการนำความร้อนของตัวกลางภายในท่อร้อยสายให้สูงขึ้นจะทำให้กระแสที่จ่ายได้สูงขึ้นด้วยเช่นเดียวกัน, การปรับขนาดสายตัวนำและความหนาของฉนวนหลักให้มากขึ้นก็ทำให้สายเคเบิลได้ดินจ่ายกระแสได้สูงขึ้น ผลการคำนวณต่างๆ ที่ได้กล่าวมา มีความสอดคล้องกับหลักความเป็นจริง เป็นการยืนยันความถูกต้องของผลการคำนวณ

5.2 ข้อเสนอแนะ

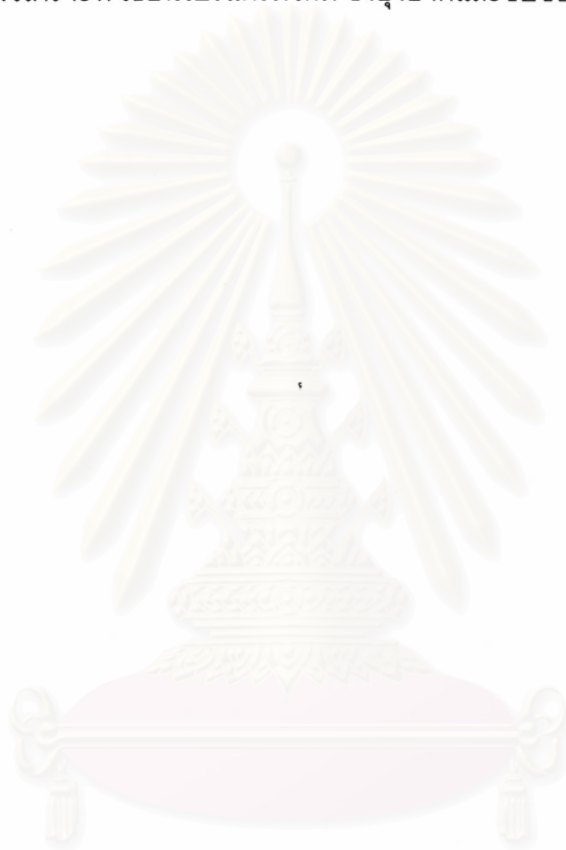
- การปรับพารามิเตอร์ สภาพการนำความร้อนของคอนกรีต, ท่อร้อยสาย, และวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายในทางปฏิบัติทำได้ยาก ดังนั้นจากแนวทางการศึกษาพบว่าในความเป็นจริง การปรับเปลี่ยนชนิดของวัสดุตัวกลางของฉนวนรองให้สามารถทนอุณหภูมิได้สูงกว่าฉนวนหลัก XLPE สามารถเป็นไปได้สูงกว่า การพัฒนาจากประเด็นอื่นๆ ที่วิเคราะห์ และสามารถจ่ายกระแสได้สูงขึ้นถึง 37.31%

- โปรแกรมการคำนวณไม่ได้พิจารณาว่ามีกระแสไหลในสาย wire screen ซึ่งในความเป็นจริงมีกระแสค่อนข้างสูงและถือได้ว่าเป็นแหล่งจ่ายความร้อนอีกตัวหนึ่งนอกเหนือจากสายตัวนำ ดังนั้นค่ากระแสที่สามารถคำนวณได้จึงมีค่าสูงกว่าความเป็นจริง ซึ่งในอนาคตควรพิจารณาค่ากระแสในสาย wire screen ว่ามีความสัมพันธ์อย่างไรกับกระแสในสายตัวนำ และใช้เป็นแหล่งจ่ายความร้อนเพิ่มอีกตัวหนึ่งในการคำนวณ เพื่อให้ผลการคำนวณมีความถูกต้องกับความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น

- ผิวที่ใช้ปิดขอบเขตการจัดเรียงของการคำนวณ ในวิทยานิพนธ์นี้คือผิวของ duct bank โดยกำหนด ว่ามีอุณหภูมิเท่ากับ $25^{\circ}C$ รอบผิว duct bank เป็นค่าอุณหภูมิที่การไฟฟ้านครหลวงวัดที่

ผิว duct bank ในสภาวะที่จ่ายไฟเต็มพิกัด แต่ในความเป็นจริงเราไม่ได้พิจารณาว่าผิวรอบ duct bank อุณหภูมิไม่เท่ากัน, ไม่ได้พิจารณาความลึกของ duct bank จากผิวดิน, และสภาพการนำความร้อนของดิน ดังนั้นเราควรปิดอุณหภูมิขอบเขตของการจัดเรียงที่ผิวดิน เพื่อให้คำตอบที่ได้มีความถูกต้องตามความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น

-ควรมีการพัฒนาวิธีเงาหมัลติโพลเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่สามารถใช้คำนวณ ค่าศักย์ที่มีรูปร่างเป็นทรงกระบอก และระนาบ โดยระบุจำนวนผิวเงื่อนไขขอบเขตเพื่อทำให้การคำนวณในลักษณะเดียวกันไม่ต้องวิเคราะห์ เขียนโปรแกรมใหม่ ซึ่งยุ่งยากและซับซ้อนสำหรับผู้ใช้งานใหม่



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

- 1 Boonchai Techaumnat and Tadasu Takuma, "Calculation of electric field in two-dimensional arrangements by the method of multipole images", Journal of electrostatics, In press.
- 2 B. Techaumnat and T. Takuma, "Analysis of the Electric Field and Force in an Arrangement of a Conducting Sphere and a Plane Electrode with a Dielectric Barrier", in IEEE Trans.
- 3 B. Techaumnat and T. Takuma, "Electric field and force on a conducting sphere in contact with a dielectric solid", published in Journal of Electrostatics.
- 4 B. Techaumnat and T. Takuma, "Calculation of the electric field for lined-up spherical dielectric particles", IEEE Trans. on Dielectrics and Electrical Insulation, Vol.10 (4), August 2003.
- 5 นรินทร์ คำประเสริฐ, "คณิตศาสตร์วิศวกรรมไฟฟ้า 3 การวิเคราะห์จำนวนเชิงซ้อน เล่ม 1", pp.92-107, ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ, 1999.
- 6 Stanley V. Marshall and Gabriel G. Skitek, "Electromagnetic concepts and applications", pp.194-202, third edition, Prentice-Hall, 1990.
- 7 Robert S. Elliott, "Electromagnetics history, theory, and applications", pp.142-147, IEEE press, 1993.
- 8 A.J. Baden Fuller, "Engineering field theory", pp.130-132, first edition, Pergamon press, 1973.

- 9 MEA, "PHYSICAL CHARACTERISTICS OF 12/24, 115 KV XLPE COPPER CABLE", UG-4-030, UG-4-50, 1996
- 10 MEA, "TYPICAL CONFIGURATION AND CIRCUIT SEQUENCE FOR PIPE-JACK METHOD", UG-4-003, 2005
- 11 MEA, "POWER CABLE", UG-4-100, 2005



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

ในหัวข้อนี้ผู้จัดทำได้แสดงตารางค่าผลการคำนวณ ที่ได้แสดงในลักษณะของกราฟในบทที่ 4 เพื่อให้ผู้อ่านได้ทราบถึงค่าต่างๆ อย่างละเอียด

1 ค่าผลการคำนวณในหัวข้อที่ 4.2.1

ในหัวข้อนี้เป็นการแสดงค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง โดยสายตัวนำมีขนาด 400 mm^2 การคำนวณค่ากระแสที่ค่าสภาพการนำความร้อนของคอนกรีตค่าต่างๆ แสดงได้ตาม ตารางที่ ก.1

ตารางที่ ก.1 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง แบบที่ตัวนำมีขนาดเท่ากับ 400 mm^2

ค่าสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต $\left(\frac{W}{mK}\right)$	อัตราการถ่ายเทความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่ากระแส (A)
1.0	6.987	45.000	46.809	266.875
0.667	5.244	45.000	46.357	231.200
0.5	4.206	45.000	46.089	207.065

2. ผลการคำนวณในหัวข้อที่ 4.2.3

ในหัวข้อนี้ได้แสดงรายละเอียดของการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง โดยท่อร้อยสายทำจาก HDPE หรือ fiber-glass ผลการคำนวณค่ากระแสของแบบที่ท่อร้อยสายทำจาก HDPE และ fiber-glass แสดงได้ตามตารางที่ ก.2 และ ก.3

ตารางที่ ก.2 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง แบบที่ท่อร้อยสายทำจาก HDPE

ค่าสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต $\left(\frac{W}{mK}\right)$	อัตราการถ่ายเทความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่ากระแส (A)
1.0	7.228	45.000	46.871	271.446
0.667	5.372	45.000	46.350	234.003
0.5	4.287	45.000	46.109	209.045

ตารางที่ ก.3 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดิน แบบที่ท่อร้อยสายทำจาก fiber-glass

ค่าสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต $\left(\frac{W}{mK}\right)$	อัตราการถ่ายเทความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่ากระแส (A)
1.0	6.357	45.000	46.645	254.564
0.667	4.904	45.000	46.269	223.575
0.5	3.998	45.000	46.207	201.871

3 ค่าผลการคำนวณในหัวข้อที่ 4.2.3

ในหัวข้อนี้ได้แสดงผลการคำนวณค่ากระแสและค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้นในท่อร้อยเมื่อวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็นน้ำ ผลการคำนวณแสดงได้ตามตารางที่ ก.4

ตารางที่ ก.4 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันปานกลาง แบบที่วัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายเป็นน้ำ

ค่าสภาพการนำความร้อนของคอนกรีต $\left(\frac{W}{mK}\right)$	อัตราการถ่ายเทความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่ากระแส (A)
1.0	5.853	45.000	47.720	327.273
0.667	4.045	45.000	46.879	272.070
0.5	3.103	45.000	46.442	238.178

4. ผลการคำนวณในหัวข้อที่ 4.2.4

แสดงรายละเอียดผลการคำนวณเมื่อทำการปรับค่าสภาพการนำความร้อนภายในท่อร้อยสายจนค่ากระแสที่สายเคเบิลใต้ดินจ่ายได้มีค่าคงที่ โดยค่าสภาพการนำความร้อนของคอนกรีตเท่ากับ $1.0 \frac{W}{mK}$ ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r และ s_r คือผิวเฟสที่มีค่าความแตกต่างอุณหภูมิสูงที่สุดในท่อร้อยสาย M10 ตามรูปที่ 4.2 ผลการคำนวณที่ค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุตัวกลางภายในท่อร้อยสายค่าต่างๆ แสดงได้ตามตารางที่ ก.5

ตารางที่ ก.5 ผลการคำนวณค่ากระแสของท่อร้อยสายระดับแรงดันปานกลาง ที่ค่าสภาพการนำความร้อนของท่อร้อยสายค่าต่างๆ

ค่าสภาพการนำความร้อนของตัวกลางภายในท่อร้อยสาย $\left(\frac{W}{mK}\right)$	อัตราการถ่ายเทความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่าความแตกต่างอุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่ากระแส (A)
0.03	6.987	45.000	46.809	266.875
0.04	7.390	45.000	46.913	274.474

0.05	7.704	45.000	46.996	280.240
0.06	7.959	45.000	47.060	284.848
0.07	8.174	45.000	47.101	288.663
0.08	8.359	45.000	47.195	291.902
0.1	8.663	45.000	47.242	297.168
0.25	9.793	45.000	47.535	315.960
0.5	10.322	45.000	47.672	324.379
0.75	10.574	45.000	47.705	328.316
1.0	10.728	45.000	47.777	330.694
2.5	11.100	45.000	47.873	336.378
5.0	11.296	45.000	47.924	339.330
7.5	11.389	45.000	47.948	340.725
10.0	11.446	45.000	47.963	341.582
12.5	11.490	45.000	47.974	342.242
15.0	11.523	45.000	47.983	342.729
17.5	11.549	45.000	47.989	343.120
20.0	11.571	45.000	47.995	343.445
22.5	11.590	45.000	48.000	343.720
25.0	11.606	45.000	48.004	343.957

5. ผลการคำนวณในหัวข้อที่ 4.2.5

ในหัวข้อนี้ได้กล่าวถึงรายละเอียดการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดิน โดยมีขีดจำกัดอุณหภูมิอยู่ที่ผิวของฉนวนหลัก XLPE ผลการคำนวณที่ใช้แสดงในกราฟรูปที่ 4.10 แสดงเป็นค่าจริงได้ตามตารางที่ ก.6

ตารางที่ ก.6 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดิน แบบที่ขีดจำกัดอุณหภูมิอยู่ที่ผิวฉนวน
หลัก XLPE

ค่าสภาพการนำ ความร้อนของ คอนกรีต $\left(\frac{W}{mK}\right)$	อัตราการถ่ายเทความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความ แตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ ผิว s_s ($^{\circ}C$)	ค่าความ แตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่ากระแส (A)
1.0	13.429	86.501	90.000	369.994
0.667	10.177	87.340	90.000	322.083
0.5	8.211	87.829	90.000	289.308

6. ผลการคำนวณในหัวข้อที่ 4.2.7

ในหัวข้อนี้ได้กล่าวถึงรายละเอียดการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดินระดับแรงดันสูง
ที่ความหนาของฉนวนในช่วง 14-18 mm โดยค่าสภาพการนำความร้อนของเนื้อคอนกรีตเท่ากับ
 $1.0 \frac{W}{mK}$ ที่ได้แสดงผลการคำนวณในกราฟรูปที่ 4.11 ค่าจริงที่ได้จากการคำนวณแสดงได้ตาม
ตารางที่ ก.7

ตารางที่ ก.7 ผลการคำนวณค่ากระแสของสายเคเบิลใต้ดิน แบบที่ขีดจำกัดอุณหภูมิอยู่ที่ผิวฉนวน
หลัก XLPE

ความหนาของ ฉนวนหลัก XLPE(mm)	อัตราการถ่ายเทความร้อน $\left(\frac{W}{m}\right)$	ค่าความ แตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ ผิว s_s ($^{\circ}C$)	ค่าความ แตกต่าง อุณหภูมิ ΔT ที่ผิว s_r ($^{\circ}C$)	ค่ากระแส (A)
14.0	23.037	45.000	52.230	862.044
15.0	23.363	45.000	52.727	868.120
16.0	23.700	45.000	53.227	874.369
17.0	24.057	45.000	53.734	880.927
18.0	24.430	45.000	54.248	887.729

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายคามิน ศรีเดช เกิดเมื่อวันที่ 26 มิถุนายน พ.ศ. 2526 ที่จังหวัดนครสวรรค์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาบัณฑิต ในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี ในปีการศึกษา 2547 เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2548



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย