บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง "การจัดลำดับและการจัดหมู่" สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยได้ดำเนินงานตามลำดับขั้นดังนี้

1. ศึกษาเทคนิคและวิธีการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม

ผู้วิจัยได้ศึกษาเทคนิคและวิธีการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดต่างๆอย่างละเอียด และได้ตกลงสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง เพราะเหตุผลดังต่อไปนี้

1.1 บทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง มีวิธีการไม่ยุ่งยากซับซ้อน จึงเหมาะสมสำหรับผู้วิจัยที่เพิ่งเริ่มเขียนเป็นครั้งแรก

1.2 การให้นักเรียนสร้างคำตอบเองและเขียนคำตอบลงไป จะช่วยย้ำความเข้าใจและความจำให้แน่นแฟ้น จึงน่าจะเชื่อได้ว่า การเรียนด้วยบทเรียนชนิดนี้ จะทำให้เกิดการเรียนรู้แก่นักเรียนได้มากขึ้น

2. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง"การจัดลำดับและการจัดหมู่"

นอกจากความรู้ที่ผู้วิจัยเคยเรียนมาแล้ว ผู้วิจัยได้ศึกษาเนื้อหาเรื่องนี้จากตำราภาษาไทยและตำราภาษาต่างประเทศหลายเล่ม รวมทั้งได้รับคำแนะนำจากอาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัย ผู้วิจัยได้แบ่งบทเรียนเรื่องนี้เป็น 3 บท ดังนี้

บทที่ 1 กฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับและสัญลักษณ์แฟคตอเรียล

บทที่ 2 การจัดลำดับ

บทที่ 3 การจัดหมู่

ขอบเขตของเนื้อหาในแต่ละบท ยึดแนวหลักสูตรคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

3. ตั้งวัตถุประสงค์ทั่วไปและวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

วัตถุประสงค์ทั่วไปและวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมของบทเรียนเรื่อง

"การจัดลำดับและการจัดหมู่" ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าใจกฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

1.1 นักเรียนเขียนคู่ลำดับแทนวิธีจัดสิ่งของตั้งแต่สองกลุ่มขึ้นไปได้ (ก.1-ก.5)

1.2 เมื่อกำหนดสิ่งของให้ตั้งแต่สองกลุ่มขึ้นไป นักเรียนสามารถเลือกสิ่งของจากกลุ่มที่หนึ่ง กลุ่มที่สอง และกลุ่มต่อๆไปได้ตามเงื่อนไขที่กำหนด (ก.6-ก.8)

1.3 นักเรียนแสดงวิธีเลือกโดยใช้แผนภาพต้นไม้และนับจำนวนวิธีเลือกทั้งหมดได้ (ก.9-ก.14)

1.4 นักเรียนสรุปกฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้ว่า จำนวนวิธีเลือกทั้งหมดคือผลคูณของจำนวนวิธีเลือกในแต่ละกลุ่ม (ก.15-ก.27 แบบสอบข้อที่ 1-2)

1.5 นักเรียนใช้กฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับคำนวณหาจำนวนวิธีเลือกทั้งหมดได้ (ก.28-ก.43 แบบสอบข้อที่ 3-7)

2. ให้นักเรียนรู้ความหมายของ $n!$ หรือ $\lfloor n$

2.1 นักเรียนแสดงรูปการคูณจำนวนนับที่เรียงกันไปจนถึงหนึ่งได้ เช่น รูปการคูณจาก 5 ไปถึง 1 แสดงได้ดังนี้ $5\times4\times3\times2\times1$ (ก.44-ก.45)

2.2 นักเรียนใช้สัญญลักษณ์ $5!$ หรือ $\lfloor 5$ แทน $5\times4\times3\times2\times1$ (ก.46-ก.47 แบบสอบข้อที่ 8)

2.3 นักเรียนอ่านสัญญลักษณ์ $n!$ หรือ $\lfloor n$ ได้ เมื่อกำหนด n แทนจำนวนนับใดๆ (ก.48-ก.49)

2.4 นักเรียนเปลี่ยนสัญญลักษณ์ $n!$ หรือ $\lfloor n$ ให้อยู่ในรูปของการคูณของจำนวนนับที่เรียงกันได้ เมื่อกำหนดn แทนจำนวนนับใดๆ (ก.50-ก.51 แบบสอบข้อที่ 9)

2.5 นักเรียนคำนวณจำนวนที่อยู่ในรูปแฟคตอเรียลได้ (ก.52-ก.58 แบบสอบข้อที่ 10-11)

2.6 กำหนดจำนวนนับที่เรียงกันคูณกันเพียง 3-4 จำนวน นักเรียนเขียนใน

รูปของแฟคตอเรียลที่แทนจำนวนเดียวกันได้ (ก.59-ก.61 แบบสอบข้อที่ 12)

3. ให้นักเรียนรู้จักความหมายของการจัดลำดับและรู้จักสัญญลักษณ์ที่เขียนแทนจำนวนวิธีของการจัดลำดับ

3.1 เมื่อกำหนดตัวอักษรหรือสิ่งของใดๆตั้งแต่สองสิ่งขึ้นไป นักเรียนจัดลำดับตัวอักษรหรือสิ่งของนั้นตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้ (ก.62-ก.67 แบบสอบข้อที่ 13)

3.2 นักเรียนสรุปนิยามของการจัดลำดับได้ (ก.68-ก.69)

3.3 นักเรียนเขียนสัญญลักษณ์แทนจำนวนวิธีของการจัดลำดับได้ เช่น เขียน $P(3,2)$ แทนจำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวเลขคราวละ 2 ตัว จากที่กำหนดให้ 3 ตัว (ก.70-ก.72)

4. ให้นักเรียนเข้าใจวิธีจัดลำดับในแนวตรงของ n สิ่งที่แตกต่างกัน โดยจัดครั้งละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$

4.1 เมื่อกำหนดให้จัดลำดับตัวอักษรหรือสิ่งของใดๆตั้งแต่สองสิ่งขึ้นไป นักเรียนนำกฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับมาใช้เพื่อหาจำนวนวิธีของการจัดลำดับได้ (ก.73-ก.74 แบบสอบข้อที่ 14-15)

4.2 นักเรียนสรุปได้ว่า จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่งที่แตกต่างกันครั้งละ r สิ่ง ($r \leq n$) คือ $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี (ก.75-ก.79 แบบสอบข้อที่ 16-17)

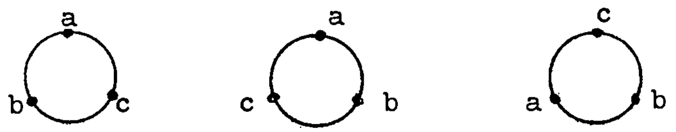
4.3 นักเรียนสรุปได้ว่า วิธีจัดลำดับของ n สิ่งที่แตกต่างกัน ครั้งละ n สิ่ง คือ $P(n,n) = n!$ วิธี (ก.80-ก.91 แบบสอบข้อที่ 18)

4.4 นักเรียนใช้สูตรในข้อ 4.2, 4.3 คำนวณหาจำนวนวิธีจัดลำดับได้ (ก.92-ก.106 แบบสอบข้อที่ 19-22)

5. ให้นักเรียนเข้าใจวิธีจัดลำดับเป็นวงกลม

5.1 เมื่อกำหนดการจัดลำดับตัวอักษรมากกว่า 2 ตัว เป็นวงกลมให้หลายๆแบบ นักเรียนบอกได้ว่าแบบใดมีวิธีจัดเหมือนกัน และแบบใด

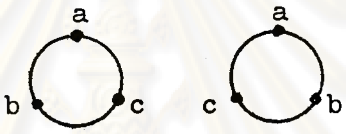
จัดต่างกัน เช่น การจัดลำดับตัวอักษร a,b,c ในวงกลม



แบบที่หนึ่ง: abc แบบที่สอง: acb แบบที่สาม: cab

นักเรียนบอกได้ว่า การจัดลำดับแบบที่หนึ่ง เหมือนกับแบบที่สาม แตกต่างกับแบบที่สอง (ก.107-ก.109 แบบสอบข้อที่ 23)

5.2 เมื่อกำหนดตัวอักษรมากกว่าสองตัว นักเรียนนำตัวอักษรมาจัดลำดับเป็นวงกลม และหาจำนวนวิธีของการจัดลำดับเป็นวงกลมทั้งหมดได้ เช่น กำหนดให้จัดลำดับตัวอักษร a,b,c เป็นวงกลม จะมีวิธีจัดได้ 2 วิธี คือ



(ก.110-ก.113 แบบสอบข้อที่ 24)

5.3 นักเรียนสรุปได้ว่า จำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษร 3 ตัว เป็นวงกลม คือ (3-1)! วิธี (ก.114-ก.116 แบบสอบข้อที่ 25)

5.4 นักเรียนบอกได้ว่า จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่งเป็นวงกลม คือ (n-1)! วิธี (ก.117-ก.118 แบบสอบข้อที่ 26-27)

5.5 นักเรียนใช้สูตรในข้อ 5.4 คำนวณหาจำนวนวิธีจัดลำดับเป็นวงกลมได้ (ก.119-ก.124 แบบสอบข้อที่ 28-30)

6. ให้นักเรียนเข้าใจวิธีการจัดลำดับของ n สิ่ง ที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

6.1 เมื่อกำหนดตัวอักษรหรือสิ่งของใดๆที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมดให้ชุดหนึ่ง นักเรียนสามารถนำมาจัดลำดับได้ (ก.125-ก.127 แบบสอบข้อที่ 31-32)

6.2 นักเรียนหาได้ว่า จำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษร เช่น a,a,a b,b มีทั้งหมด $\frac{5!}{3!\,2!}$ วิธี (ก.128-ก.136 แบบสอบข้อที่ 33-34)

6.3 นักเรียนบอกได้ว่า จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่ง ที่ไม่แตกต่าง

กันทั้งหมด โดยที่ $n_1, n_2, \ldots, n_k$ เป็นจำนวนสิ่งของที่เหมือนกันในกลุ่มที่หนึ่ง กลุ่มที่สอง...กลุ่มที่ k ตามลำดับ และ $n_1+n_2+\cdots+n_k = n$ คือ $\frac{n!}{n_1!\ n_2!\ \cdots\ n_k!}$ วิธี (ก.137-ก.139)

6.4 นักเรียนใช้สูตรในข้อ 6.3 คำนวณหาจำนวนวิธีจัดลำดับได้ (ก.140-ก.144 แบบสอบข้อที่ 35-37)

7. ให้นักเรียนรู้จักความหมายของการจัดหมู่และรู้จักสัญลักษณ์ที่เขียนแทนจำนวนวิธีการจัดหมู่

7.1 เมื่อกำหนดตัวอักษรหรือสิ่งของใดๆตั้งแต่สองสิ่งขึ้นไป นักเรียนจัดหมู่ตัวอักษรหรือสิ่งของนั้นตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้ (ก.145-ก.150 แบบสอบข้อที่ 38)

7.2 นักเรียนสรุปนิยามของการจัดหมู่ได้ (ก.151-ก.152)

7.3 นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ $C(3,2)$ หรือ ${}^3C_2$ หรือ $\binom{3}{2}$ แทนจำนวนวิธีการจัดหมู่คราวละ 2 สิ่งจากที่กำหนดให้ 3 สิ่ง (ก.153-ก.157)

8. ให้นักเรียนเข้าใจวิธีการจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกัน โดยจัดครั้งละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$

8.1 นักเรียนเปรียบเทียบจำนวนวิธีของการจัดหมู่และจำนวนวิธีของการจัดลำดับได้ เช่น $\frac{P(4,3)}{3!} = C(4,3)$ (ก.158-ก.161 แบบสอบข้อที่ 39)

8.2 นักเรียนสรุปได้ว่า จำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ 4 สิ่งเลือกมาจัดครั้งละ 3 สิ่งคือ $C(4,3) = \frac{4!}{3!(4-3)!}$ วิธี (ก.162-ก.164)

8.3 นักเรียนบอกได้ว่าจำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกันครั้งละ r สิ่งเมื่อ $r \leq n$ คือ $C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ วิธี (ก.165-ก.170 แบบสอบข้อที่ 40-41)

8.4 นักเรียนสรุปได้ว่าจำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกันครั้งละ n สิ่งคือ $C(n,n) = 1$ วิธี (ก.171-ก.175)

8.5 นักเรียนบอกได้ว่าจำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ 3 สิ่งเลือกมาจัดครั้งละ

2 สิ่งเท่ากับจำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ 3 สิ่งเลือกมาจัดครั้งละ 1 สิ่ง C(3,2) = C(3,1) หรือ C(3,2) = C(3,3-2) (ก.176-ก.181)

8.6 นักเรียนสรุปได้ว่า C(n,r) = C(n,n-r) (ก.182-ก.184 แบบสอบข้อที่ 42)

8.7 นักเรียนใช้สูตรในข้อ 8.3,8.4 และ 8.5 คำนวณหาจำนวนวิธีของการจัดหมู่ได้ (ก.185-ก.193 แบบสอบข้อที่ 43-50)

4. สร้างแบบสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

ผู้วิจัยได้สร้างแบบสอบเพื่อวัดประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรมตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมแต่ละข้อ เพื่อจะได้ข้อสอบที่มีความแม่นตรงสูงตามเนื้อหา (Content Validity) แบบสอบที่สร้างครั้งแรกมีจำนวน 60 ข้อเป็นประเภทเลือกคำตอบมี 4 ตัวเลือก หลังจากสร้างแบบสอบเสร็จแล้ว ผู้วิจัยได้นำแบบสอบนี้ไปทดสอบเพื่อหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ค่าความยากง่าย (Item Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Power Discrimination) กับกลุ่มตัวอย่างนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา วิทยาลัยครูภูเก็ต จังหวัดภูเก็ต จำนวน 112 คน

การหาค่าความเชื่อมั่น (r_{tt})ของแบบสอบ ผู้วิจัยใช้สูตรคูเดอร์ ริชาร์ดสัน 20 ปรากฏว่าแบบสอบฉบับนี้มีค่าความเชื่อมั่น .877 (ดูการคำนวณในภาคผนวกหน้า 131) แสดงว่าแบบสอบฉบับนี้มีมาตรฐานพอที่จะเชื่อถือได้

การหาค่าความยากง่าย(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบสอบแต่ละข้อ ผู้วิจัยใช้เทคนิค 27% แล้วเปิดตารางวิเคราะห์ของจุง เต ฟาน(Chung Tae Fan) จากนั้นผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกเหมาะสมคือมีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง .20 ถึง .80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไปจำนวน 50 ข้อ เพื่อทำเป็นแบบสอบคู่บทเรียนต่อไป (ดูตารางที่ 5 ในภาคผนวกประกอบ)

แบบสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียน

แบบสอบ เรื่อง "การจัดลำดับและการจัดหมู่"

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยทำเครื่องหมาย " x " ลงในกระดาษคำตอบ**ให้ตรงกับข้อที่นักเรียนเลือก**

1. นักแบดมินตันของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีชาย 5 คนและหญิง 3 คน ถ้าจะจัดทีมคู่ผสมเพื่อลงแข่งขันกับโรงเรียนอื่นๆ จะจัดได้กี่คู่

ก. 5x3 คู่ ข. 3x3 คู่

ค. 5x5 คู่ ง. 5x3x2 คู่

2. จากการทอดลูกเต๋า 3 ลูก จะมีแบบต่างๆที่อาจเกิดขึ้นได้กี่แบบ

ก. 3^2 แบบ ข. 6^2 แบบ ค. 3^3 แบบ ง. 6^3 แบบ

3. สนามกีฬาแห่งหนึ่งมีประตู 4 ประตู ถ้าจะเข้าประตูหนึ่งแล้วออกอีกประตูหนึ่ง ซึ่งไม่ซ้ำกับประตูที่เข้ามา จะมีวิธีเข้าออกได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 4 วิธี ข. 8 วิธี ค. 12 วิธี ง. 16 วิธี

4. จะเขียนจำนวนที่มีสามหลัก จากตัวเลข 1,2,3 โดยให้ตัวเลขในหลักทั้งสามมีโอกาสซ้ำกัน ได้กี่จำนวน

ก. 27 จำนวน ข. 18 จำนวน ค. 9 จำนวน ง. 6 จำนวน

5. ระหว่างท่าข้ามฝั่งแม่น้ำ มีเรือยนต์ข้ามฟากอยู่ 3 ลำ ถ้าผู้โดยสารคนหนึ่งจะข้ามฟากโดยเที่ยวไปและเที่ยวกลับลงเรือซ้ำลำได้ มีกี่วิธี

ก. 3 วิธี ข. 6 วิธี ค. 9 วิธี ง. 12 วิธี

6. ถ้าเด็กหญิงคนหนึ่งมีหมวก 2 ใบ มีเสื้อ 3 ตัวและมีกระโปรง 5 ตัว เด็กหญิงคนนี้จะมีวิธีแต่งตัวที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่ชุด

ก. 30 ชุด ข. 27 ชุด ค. 8 ชุด ง. 3 ชุด

7. โยนเหรียญบาท 4 เหรียญ จะให้ผลต่างๆกันทั้งหมดกี่วิธี

ก. 256 วิธี ข. 64 วิธี ค. 24 วิธี ง. 16 วิธี

8. "7x6x5x4x3x2x1" เขียนแทนด้วยอะไร

ก. |7 หรือ 7! ข. 7| หรือ 7! ค. |7 หรือ !7 ง. 7| หรือ !7

9. (n-1)! มีค่าเท่ากับอะไร

ก. (n+2)(n+1)...3.2.1 ข. (n-1)(n-2)...3.2.1

ค. (n+1)n(n-1)...3.2.1 ง. n(n-1)(n-2)...3.2.1

10. ค่าของ $\frac{2!\ 3!}{4}$ เท่ากับเท่าไร

ก. 1 ข. $1\frac{1}{2}$ ค. 2 ง. 3

11. ค่าของ $\frac{2!\ 8!\ 1!}{7!}$ เท่ากับเท่าไร

ก. 16 ข. 8 ค. $2\frac{2}{7}$ ง. 0

12. จะเขียน 100x99x98 ในรูปแฟคตอเรียลได้อย่างไร

ก. 100! ข. 98! ค. $\frac{100!}{97!}$ ง. $\frac{100!}{98!}$

13. จะจัดลำดับตัวอักษร ก,ข,ค ครั้งละ 2 ตัว ได้แบบใดบ้าง

ก. กข,ขค ข. กค,กข

ค. กข,กค,ขค ง. กข,ขค,กค,คก,คข,ขก

14. จะเขียนจำนวนที่มีสามหลัก จากตัวเลข 1,3,5,7,9 โดยตัวเลขในหลักทั้งสาม <u>ไม่ซ้ำกัน</u> ได้กี่จำนวน

ก. 125 จำนวน ข. 60 จำนวน ค. 27 จำนวน ง. 6 จำนวน

15. ห้องเรียนมีเก้าอี้ 6 ตัว จะจัดให้นักเรียน 4 คนนั่งได้กี่วิธี

ก. 720 วิธี ข. 360 วิธี ค. 30 วิธี ง. 24 วิธี

16. P(7,3) มีค่าเท่ากับอะไร

ก. 7! ข. (7-3)! ค. $\frac{7!}{(7-3)!}$ ง. $\frac{(7-3)!}{7!}$

17. จะมีวิธีจัดลำดับอักษร A,B,C,D,E ครั้งละ 3 ตัวได้กี่แบบ

ก. $\frac{5!}{(5-3)!}$ แบบ ข. $\frac{3!}{(5-3)!}$ แบบ ค. $\frac{(5-3)!}{5!}$ แบบ ง. $\frac{(5-3)!}{3!}$ แบบ

18. จะจัดให้นักเรียน 3 คนยืนเรียงแถวถ่ายรูปได้กี่วิธี

ก. 3 วิธี ข. 3! วิธี ค. P(3,2) วิธี ง. P(3,1) วิธี

19. P(5,2) เท่ากับอะไร

ก. 120 ข. 60 ค. 24 ง. 20

20. มีภาพต่างๆกัน 7 ภาพ จะแขวนเป็นแถวเพียง 4 ภาพ ได้กี่วิธี

ก. 5,040 วิธี ข. 2,401 วิธี ค. 840 วิธี ง. 28 วิธี

21. จากตัวอักษรทั้งหมดในคำว่า "BLUE" จะสร้างคำที่แตกต่างกันได้กี่คำ

ก. 1 คำ ข. 4 คำ ค. 12 คำ ง. 24 คำ

22. กำหนดตัวเลข 0,1,2,3,...,9 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลัก โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ได้กี่จำนวน

ก. 72 จำนวน ข. 720 จำนวน ค. 1,000 จำนวน ง. 4,320 จำนวน

23. เด็กชายดำนั่งจัดตัวอักษร ก,ข,ค เป็นวงกลมได้ 3 แบบ ดังนี้

แบบที่หนึ่ง กขค แบบที่สอง กคข แบบที่สาม คกข

ท่านคิดว่า เด็กชายดำจัดลำดับตัวอักษร ถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

ก. ผิด เพราะแบบที่หนึ่ง ซ้ำกับ แบบที่สอง

ข. ผิด เพราะแบบที่สอง ซ้ำกับ แบบที่สาม

ค. ผิด เพราะแบบที่สาม ซ้ำกับ แบบที่หนึ่ง

ง. ถูกต้องแล้ว

24. จากโจทย์ข้อ 23 จะมีวิธีจัดลำดับได้กี่วิธี

ก. 1 วิธี ข. 2 วิธี ค. 3 วิธี ง. 4 วิธี

25. จัดพลอยสีแดง สีเหลืองและสีน้ำเงิน สีละหนึ่งเม็ด ไว้รอบกำไลมือได้กี่วิธี

ก. 3 วิธี ข. 3! วิธี ค. (3+1)! วิธี ง. (3-1)! วิธี

26. จำนวนวิธีจัดลำดับของ n สิ่งเป็นวงกลมมีกี่วิธี

ก. n! วิธี ข. n-1 วิธี ค. (n+1)! วิธี ง. (n-1)! วิธี

27. มีลูกปัด 9 เม็ดๆสี จะร้อยเป็นกำไลมือได้กี่วิธี

ก. 9 วิธี ข. 8! วิธี ค. 9! วิธี ง. 10! วิธี

28. จัดชาย 5 คนนั่งรอบโต๊ะกลมได้กี่แบบ

ก. 24 แบบ ข. 45 แบบ ค. 60 แบบ ง. 120 แบบ

29. จัดเด็ก 4 คนนั่งรอบโต๊ะกลมได้กี่แบบ

ก. 2 แบบ ข. 4 แบบ ค. 6 แบบ ง. 24 แบบ

30. จัดชาย 3 คนและหญิง 3 คนยืนสลับกันเป็นวงกลมได้กี่แบบ

ก. 12 แบบ ข. 6 แบบ ค. 4 แบบ ง. 2 แบบ

31. มีธงสีน้ำเงิน 2 ธง ซึ่งมีรูปลักษณะเหมือนกัน จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดธงนี้ตามแนวดิ่ง

ก. 1 วิธี ข. 2 วิธี ค. 3 วิธี ง. 4 วิธี

32. กำหนดตัวอักษร A,A,B จะจัดตัวอักษรทั้งหมดเป็นแถวตรงได้แบบใดบ้าง

ก. ABA ข. BAA,AAB

ค. AAB,ABA,BAA ง. AAB,ABA,BAA,AAB,ABA,BAA

33. จากโจทย์ข้อ 32 จะมีจำนวนวิธีของการจัดลำดับทั้งหมดกี่วิธี

ก. $2!$ วิธี ข. $3!$ วิธี ค. $\frac{2!}{3!}$ วิธี ง. $\frac{3!}{2!}$ วิธี

34. จงหาจำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษร a,a,a,b,b

ก. $\frac{3!\ 2!}{5!}$ วิธี ข. $\frac{5!}{3!\ 2!}$ วิธี ค. $\frac{3!}{5!\ 2!}$ วิธี ง. $\frac{2!}{5!\ 3!}$ วิธี

35. จะเขียนคำที่ประกอบด้วยตัวอักษรทั้งหมด จากคำว่า "BOOK" ได้กี่คำ

ก. 6 คำ ข. 12 คำ ค. 24 คำ ง. 64 คำ

36. จะเขียนคำที่ประกอบด้วยตัวอักษรทั้งหมด จากคำว่า "COCA - COLA" ได้กี่คำ

ก. 288 คำ ข. 576 คำ ค. 1,680 คำ ง. 40,320 คำ

37. ในการจัดหลอดไฟสีเพื่อประดับเสาต้นหนึ่งตามแนวดิ่ง เสาต้นนี้ติดหลอดไฟเรียงกันได้ 9 หลอด ถ้ามีหลอดไฟสีแดง 3 หลอด สีเหลือง 4 หลอดและสีน้ำเงิน 2 หลอด จะมีวิธีจัดลำดับหลอดไฟทั้งหมดได้กี่วิธี

ก. 1,260 วิธี ข. 2,520 วิธี ค. 7,560 วิธี ง. 362,880 วิธี

38. จะมีวิธีจัดหมู่ตัวอักษา ก,ข,ค ครั้งละ 2 ตัวได้แบบใดบ้าง

ก. กข,ขค ข. กข,กค ค. กข,กค,ขค ง. กข,ขก,ขค

39. จัดหมู่ตัวอักษร a,b,c,d ครั้งละ 3 ตัวได้กี่วิธี

ก. $P(4,3)$ วิธี ข. $3!P(4,3)$ วิธี ค. $\frac{P(4,3)}{3!}$ วิธี ง. $\frac{P(4,3)}{4!}$ วิธี

40. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกหยิบสลาก 5 ชิ้น จากสลาก 12 ชิ้น

ก. $\frac{12!}{5!}$ วิธี ข. $\frac{12!}{(12-5)!}$ วิธี ค. $\frac{12!}{5!(12-5)!}$ วิธี ง. $\frac{12!\ \ 5!}{(12-5)!}$ วิธี

41. ถุงใบหนึ่งมีลูกแก้ว 4 ลูก เลือกหยิบมาครั้งละ 2 ลูก จะมีวิธีเลือกหยิบได้กี่วิธี

ก. 4 วิธี ข. 3 วิธี ค. 2 วิธี ง. 1 วิธี

42. C(7,3) <u>ไม่</u>เท่ากับอะไร

ก. C(7,4) ข. C(7,7-4) ค. C(7,7-3) ง. C(7,4-3)

43. จะมีวิธีเลือกนักบาสเกตบอล 5 คน จากผู้มาสมัคร 7 คน ได้กี่วิธี

ก. 7 วิธี ข. 21 วิธี ค. 35 วิธี ง. 42 วิธี

44. มีจุด 10 จุดและไม่มีสามจุดใดๆอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จะลากเส้นตรงได้กี่เส้น

ก. 5 เส้น ข. 10 เส้น ค. 45 เส้น ง. 90 เส้น

45. จากโจทย์ข้อ 44 จะสร้างสามเหลี่ยมได้กี่รูป

ก. 720 รูป ข. 240 รูป ค. 120 รูป ง. 30 รูป

46. ข้อสอบวิชาหนึ่งมี 5 ข้อ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกทำข้อสอบเพียง 2 ข้อ

ก. 5 วิธี ข. 10 วิธี ค. 15 วิธี ง. 20 วิธี

47. รูป 5 เหลี่ยม มีเส้นทะแยงมุมกี่เส้น

ก. 3 เส้น ข. 4 เส้น ค. 5 เส้น ง. 10 เส้น

48. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 5 ลูก สีขาว 4 ลูก และสีน้ำเงิน 3 ลูก ถ้าหยิบลูกบอลจากกล่องนี้ 3 ลูกพร้อมกัน จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูก

ก. C(4,1)C(8,2) วิธี ข. C(12,3) วิธี

ค. C(5,1)C(7,2) วิธี ง. C(3,1)C(9,2) วิธี

49. จากโจทย์ข้อ 48 จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูกและสีน้ำเงิน 2 ลูก

ก. 12 วิธี ข. 18 วิธี ค. 60 วิธี ง. 220 วิธี

50. จากโจทย์ข้อ 48 จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงทั้ง 3 ลูก

ก. 5 วิธี ข. 10 วิธี ค. 70 วิธี ง. 220 วิธี

5. สร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง"การจัดลำดับและการจัดหมู่"

ผู้วิจัยได้สร้างบทเรียนแบบโปรแกรมตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ตั้งไว้แต่ละข้อตามลำดับและได้นำบทเรียนไปวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียนตามลำดับขั้นดังนี้

5.1 ขั้นหนึ่งต่อหนึ่ง 2 ครั้ง

5.1.1 ขั้นหนึ่งต่อหนึ่ง ครั้งที่หนึ่ง ได้เลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สี่ของโรงเรียนวัดเบญจมบพิตร โดยการสุ่มมาหนึ่งคน การทดลองครั้งนี้เพื่อแก้ไขเรื่องภาษา การแบ่งกรอบ การเรียงลำดับเนื้อหาในบทเรียนและอื่นๆ การทดลองนี้ได้ใช้เวลาหลังเลิกเรียนระหว่าง 16.00-17.30 น. รวม 3 วัน โดยให้นักเรียนเรียนตามลำดับดังนี้

5.1.1.1 ทำแบบสอบก่อนเรียนบทเรียน

5.1.1.2 เรียนจากบทเรียนแบบโปรแกรม

5.1.1.3 ทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียน

5.1.2 ขั้นหนึ่งต่อหนึ่ง ครั้งที่สอง เมื่อปรับปรุงและแก้ไขบทเรียนให้ดีขึ้น ได้ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สี่ โรงเรียนสุวรรณารามวิทยาคม โดยเลือกนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนค่อนข้างอ่อนและใช้วิธีทดลองเช่นเดียวกับการทดลองครั้งแรก

5.2 ขั้นกลุ่มเล็ก เมื่อได้ปรับปรุงแก้ไขบทเรียนหลังจากการทดลองขั้นหนึ่งต่อหนึ่งแล้ว ได้นำบทเรียนไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สี่ โรงเรียนสตรีภูเก็ต จำนวน 10 คน โดยทำการทดลองระหว่าง 9.00-11.30 น. รวม 2 วัน ใช้วิธีทดลองเช่นเดียวกับขั้นหนึ่งต่อหนึ่ง

5.3 ขั้นภาคสนาม 100 คน เป็นขั้นทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรม กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาปีที่หนึ่ง ปีการศึกษา 2518 วิทยาลัยครูภูเก็ต จำนวน 3 ห้องเรียนได้แก่ห้อง 1.9, 1.10 และ 1.11 ใช้เวลาทดลอง 7 วัน ตามตารางทดลองข้างล่างนี้

<u>ตารางที่ 1</u> ตารางเวลาทดลองบทเรียนแบบโปรแกรม ขั้นภาคสนาม

เวลา / วัน	8.00 9.00	9.00 10.00	10.00 11.00	11.00 12.00		13.00 14.00	14.00 15.00	15.00 16.00
18มค. 19								1.11
19มค. 19	1.11	1.11		1.10				
20มค. 19	1.10		1.11					1.9
21มค. 19	1.11		1.10			1.9	1.10	
22มค. 19	1.9					1.11	1.9	
23มค. 19	1.10		1.10	1.9				1.9
24มค. 19	สอบเวลา 10.00-11.00							

บทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การจัดลำดับและการจัดหมู่"

สำหรับ

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

บทเรียนนี้เรียกว่าบทเรียนแบบโปรแกรม เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเรียนได้ด้วยตนเอง บทเรียนจะทำหน้าที่เสมือนเป็นผู้สอนประจำตัวผู้เรียน ดังนั้นผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามคำแนะนำในการเรียนอย่างเคร่งครัด

รายละเอียดเกี่ยวกับบทเรียนมีดังนี้

1. บทเรียนแบบโปรแกรมบทนี้ เขียนขึ้นตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

2. เนื้อหาในบทเรียนแบ่งออกเป็นขั้นเล็กๆ เรียกว่า กรอบ เรียงจากง่ายไปหายาก ตามลำดับ

3. แต่ละกรอบจะมีข้อความรู้ให้ผู้เรียนอ่านและมีคำถามนำให้ผู้เรียนคิดและตอบคำถาม ดังนั้น การอ่านข้อความนักเรียนควรใช้ความสังเกต แล้วเปรียบเทียบจนสามารถสรุปหลักเกณฑ์และนำไปใช้ได้

4. ผู้เรียนจะทราบทันทีว่า คำตอบของผู้เรียนถูกหรือผิด เพราะมีคำตอบเฉลยไว้ด้วย

5. ในแต่ละกรอบแบ่งเป็นสองช่องดังนี้

	ก.1 ในช่องนี้มีข้อความให้ผู้เรียนอ่านและมีคำถามให้ผู้เรียนตอบหรือให้เติมข้อความที่ขาดหายไป
ในช่องนี้มีคำตอบเฉลยของกรอบที่ 1	ก.2
ในช่องนี้มีคำตอบเฉลยของกรอบที่ 2	ก.3

คำแนะนำในการเรียน

นักเรียนจะได้รับประโยชน์มาก ถ้านักเรียนทำตามคำแนะนำต่อไปนี้อย่างเคร่ง-ครัด

1. หากระดาษแข็งเท่าไม้โปรแทรกเตอร์ ปิดข้อความในกรอบที่ 2

2. เริ่มอ่านกรอบที่ 1 แล้วตอบคำถามหรือเติมข้อความที่ขาดหายไป

3. ตรวจคำตอบของนักเรียนด้วยการเลื่อนกระดาษลงไปปิดกรอบที่ 3 นักเรียนจะพบคำตอบเฉลยของกรอบที่ 1 อยู่ทางซ้ายมือของกรอบที่ 2

3.1 ถ้านักเรียนตอบถูก ให้นักเรียนอ่านกรอบที่ 2 ต่อไป และดำเนินเช่นนี้ต่อไปเรื่อยๆ

3.2 ถ้านักเรียนตอบผิด ให้ย้อนกลับไปอ่านกรอบที่ 1 ให้เข้าใจแล้วคิดใหม่ ขีดฆ่าคำตอบเดิมและเขียนคำตอบที่ถูกต้องใต้คำตอบที่ผิดแล้วจึงอ่านกรอบต่อไป

4. นักเรียนต้องทำทุกๆกรอบจากเริ่มต้น อย่าข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งเป็นอันขาด

5. ขอให้นักเรียนซื่อสัตย์ต่อตนเอง อย่าลอกคำตอบ เพราะบทเรียนที่นักเรียนกำลังทำอยู่นี้ไม่ใช่แบบสอบ แต่เป็นบทเรียนเพื่อการเรียนรู้

6. อย่าแข่งขันกันตอบเพียงเพื่อให้เสร็จก่อนเพื่อน เพราะจะทำให้นักเรียนตอบคำถามโดยไม่ได้คิดตาม จะไม่ช่วยให้เกิดความเข้าใจในเรื่องนั้นๆได้เลย

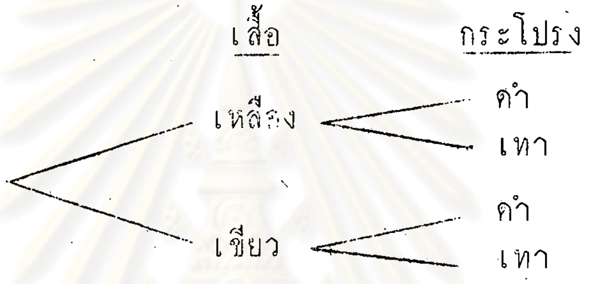
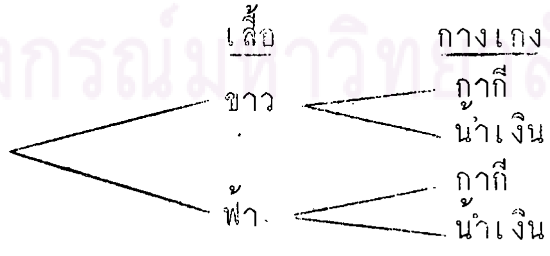
7. เมื่อจบบทเรียนแล้ว จะมีแบบสอบให้นักเรียนทำ เพื่อวัดดูว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเพียงใด

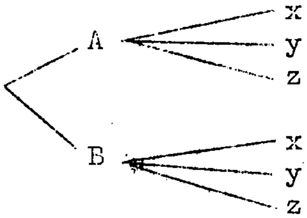
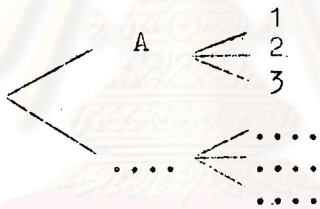
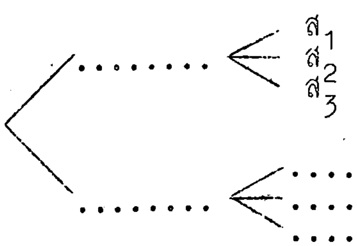
บทที่ 1

กฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับและสัญลักษณ์แฟคตอเรียล

	1. "เด็กหญิงอ้อยแต่งตัวด้วยเสื้อสีขาว กระโปรงสีแดง" ดังนั้น เสื้อสีขาวและกระโปรงสีแดง เป็นการแต่งตัววิธีหนึ่ง เราเขียนแทนด้วยคู่ลำดับ (ขาว,แดง) ถ้าเด็กหญิงอ้อยแต่งตัวด้วยเสื้อสีฟ้า กางเกงสีเขียว วิธีแต่งตัวของเด็กหญิงอ้อย เขียนแทนด้วยคู่ลำดับ................
(ฟ้า,เขียว)	2. เสื้อสีเหลือง กระโปรงสีม่วง ก็เป็นการแต่งตัวอีกวิธีหนึ่ง ซึ่งเราเขียนแทนด้วยคู่ลำดับ..........................
(เหลือง,ม่วง)	3. (ขาว,น้ำเงิน) เป็นเครื่องแบบของนักเรียนโรงเรียนชายแห่งหนึ่ง ซึ่งสวมเสื้อสี.......และสวมกางเกงสี............
ขาว,น้ำเงิน	4. เสื้อสีขาว กระโปรงสีดำ และ เสื้อสีแดง กระโปรงสีเทา เป็นชุดแต่งกายของเด็กหญิงคนหนึ่ง ซึ่งเราเขียนแทนด้วย............และ............
(ขาว,ดำ), (แดง,เทา)	5. เสื้อสีเทา กางเกงดำ และ เสื้อสีฟ้า กางเกงสีน้ำเงิน เป็นชุดแต่งกายของเด็กชายคนหนึ่ง ซึ่งเราเขียนแทนด้วย............และ............

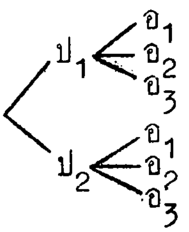
(เทา,ดำ), (ฟ้า,น้ำเงิน)	6. ในชีวิตประจำวัน เรามักจะพบปัญหาเกี่ยวกับการนับจำนวนวิธีทั้งหมดที่เหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งจะเป็นไปได้ หรือจำนวนวิธีในการจัดชุดสิ่งของต่างๆ เช่น เด็กหญิงน้อยมีเสื้อ 2 ตัวคือ สีเหลืองและสีเขียว มีกระโปรง 2 ตัวคือ สีดำและสีเทา เด็กหญิงน้อยจะสามารถเลือกแต่งตัวด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ดังนี้ (เหลือง,ดำ),(เหลือง,เทา),(เขียว,ดำ) และ(เขียว,เทา) เช่นเดียวกัน เด็กชายจุกมีเสื้อ 2 ตัวคือสีขาวและสีฟ้า มีกางเกง 2 ตัวคือ สีกากีและสีน้ำเงิน ดังนั้นเด็กชายจุกจะสามารถแต่งตัวด้วยชุดที่แตกต่างกัน ดังนี้ (ขาว,กากี),(....,.....),(....,.....) และ (ฟ้า,น้ำเงิน)
(ขาว,น้ำเงิน), (ฟ้า,กากี)	7. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดอาหารกลางวันโดยให้นักเรียนเลือกอาหารคาวได้หนึ่งอย่างและขนมได้อีกหนึ่งอย่าง ถ้าโรงเรียนจัดอาหารคาว 3 อย่างได้แก่ $ค_1,ค_2,ค_3$ และขนมหนึ่งอย่าง ได้แก่ $ข_1$ นักเรียนจะเลือกอาหารกลางวันได้เป็นชุด มี ชุด$(ค_1,ข_1)$, ชุด(....,....) และชุด(....,....)
$(ค_2,ข_1),(ค_3,ข_1)$	8. มีอักษร 2 ตัวคือ A,B และมีตัวเลข 3 ตัวคือ 1,2,3 นำตัวอักษรและตัวเลขอย่างละหนึ่งตัวมาจัดเป็นคู่ๆ จะได้การจัดคู่ที่แตกต่างกันทั้งหมด เป็นดังนี้ (A ,1),............... ....และ(B ,3)

(A ,2),(A ,3), (B ,1),(B ,2)	9. บางครั้งการใช้<u>แผนภาพต้นไม้</u> ก็อาจช่วยให้เราหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดชุดสิ่งของต่างๆได้ง่ายและมองเห็นได้ชัดเจนขึ้นจากตัวอย่างเดิม เด็กหญิงน้อยมีเสื้อ 2 ตัวคือ สีเหลืองและสีเขียว มีกระ-โปรง 2 ตัวคือ สีดำและสีเทา วิธีแต่งตัวที่แตกต่างกัน แสดงโดย<u>แผนภาพต้นไม้</u> ดังนี้  จะพบว่ามีวิธีแต่งตัวที่แตกต่างกัน <u>4</u> วิธี ได้แก่ (เหลือง,ดำ),(......,......),(......,......) และ (เขียว,เทา)
(เหลือง,เทา), (เขียว,ดำ)	10. ถ้าเด็กชายจุกมีเสื้อ 2 ตัวคือ สีขาวและสีฟ้า มีกางเกง 2 ตัวคือ สีกากีและสีน้ำเงิน วิธีแต่งตัวที่แตกต่างกัน แสดงด้วย<u>แผนภาพต้นไม้</u> ดังนี้  จะได้ว่า เด็กชายจุกมีวิธีแต่งตัวที่แตกต่างกัน.....วิธี ได้แก่.......................................และ (ฟ้า,น้ำเงิน)

4,(ขาว,กากี),(ขาว,น้ำเงิน),(ฟ้า,กากี)	11.  จากแผนภาพต้นไม้ จำนวนวิธีของการจัดคู่ อักษร 2 ชุด ทั้งหมดนับได้ .....วิธี ได้แก่.................................. ....
6,(A,x),(A,y),(A,z),(B,x),(B,y),(B,z)	12. มีอักษร 2 ตัวคือA,B และมีตัวเลข 3 ตัวคือ 1,2,3 นักเรียนจงเติมอักษรหรือตัวเลขในแผนภาพต้นไม้ให้สมบูรณ์  และจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดนับได้........วิธี
B , 1 2 3 , 6	13. นาย ก มีรถยนต์ 2 คันคือ รถโตโยต้าและรถเบ็นซ์ และจากบ้านไปที่ทำงานมีถนน 3 สายคือ $ส_1, ส_2, ส_3$ แผนภาพต้นไม้ข้างล่างนี้ แสดงถึงวิธีเลือกขับรถยนต์และเลือกถนนเพื่อขับรถยนต์ไปที่ทำงาน นักเรียนจงทำแผนภาพต้นไม้นี้ให้สมบูรณ์  และจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดนับได้.......วิธี

<table>
<tr>
<td>โตโยต้า,เบ็นซ์

$ส_1$
$ส_2$, 6
$ส_3$</td>
<td>14. โรงภาพยนต์แห่งหนึ่งมีประตูเข้า 2 ประตู ได้แก่ $ป_1, ป_2$ มีประตูออก 3 ประตูคือ $อ_1, อ_2, อ_3$ นักเรียนจงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงวิธีเลือกประตูเข้าและประตูออกของโรงภาพยนต์แห่งนี้

และจำนวนวิธีเลือกที่แตกต่างกันทั้งหมด นับได้......วิธี</td>
</tr>
<tr>
<td>

6</td>
<td>15. จากการที่โรงภาพยนต์แห่งหนึ่งมีประตูเข้า 2 ประตูและมีประตูออก 3 ประตู นักเรียนทราบแล้วว่า จำนวนวิธีเลือกประตูเข้าและออกมีทั้งหมด <u>6</u> วิธีด้วยกัน

ถ้านักเรียนพิจารณาโจทย์นี้ให้ดี จะพบว่า การกระทำนี้สามารถแยกออกได้เป็น 2 เหตุการณ์ที่เกี่ยวเนื่องกัน ได้แก่

<u>เหตุการณ์ที่หนึ่ง</u> คือการเข้าประตู ซึ่งมี 2 ประตู จะเลือกเข้าประตูไหนก็ได้ จึงมีวิธีเลือกประตูเข้าได้ <u>2</u> วิธี

<u>เหตุการณ์ที่สอง</u> คือการออก เช่นเดียวกัน จึงมีวิธีเลือกประตูออกได้ <u>3</u> วิธี

เพื่อที่นักเรียนจะได้มองเห็นชัดขึ้น เราแทนแต่ละเหตุการณ์ด้วยตารางสี่เหลี่ยม และเขียนจำนวนวิธีเลือกลงในตารางให้ตรงกัน ดังนี้

| 2 | 3 |

เหตุการณ์: เข้า ออก

ซึ่งแสดงให้เห็นได้ทันทีว่า จำนวนวิธีเลือกประตูเข้าและประตูออกทั้ง <u>6</u> วิธีนั้น หาได้จาก .....X..... = 6 นั่นเอง</td>
</tr>
</table>

2,3	16. โรงละครแห่งหนึ่งมีประตูเข้า 3 ประตูและมีประตูออก 4 ประตู จะมีวิธีเลือกประตูเข้าและประตูออกของโรงละครแห่งนี้ได้กี่วิธี เช่นเดียวกัน เราแยกการกระทำนี้เป็น 2 เหตุการณ์ที่เกี่ยวเนื่องกัน และเขียนจำนวนวิธีของแต่ละเหตุการณ์ได้ดังนี้ | 3 | 4 | เหตุการณ์ เข้า ออก ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกประตูเข้าและประตูออก นับได้ ...... X ...... = ...วิธี
3,4,12	17. มีถนนจากกรุงเทพฯถึงลพบุรีอยู่ 4 สาย และมีถนนจากลพบุรีถึงนครราชสีมาอยู่ 2สาย ถ้าจะขับรถยนต์จากกรุงเทพฯถึงนครราชสีมาโดยขับผ่านลพบุรี จะเลือกเส้นทางที่แตกต่างกันได้กี่แบบ เพราะว่า มีถนนจากกรุงเทพฯถึงลพบุรีอยู่ 4 สาย จึงมีวิธีเลือกถนนของเส้นทางนี้ได้ <u>4</u> วิธี และแต่ละเส้นทางแรก สามารถเลือกถนนของเส้นทางลพบุรีถึงนครราชสีมาได้ <u>2</u> วิธี นั่นคือ จะสามารถขับรถยนต์จากกรุงเทพฯถึงนครราชสีมาโดยผ่านลพบุรี นับได้ ..... X ..... = ...วิธี

4,2,8	18. รายการอาหารของร้านแห่งหนึ่ง มีอาหารคาว 5 อย่าง และขนม 3 อย่าง จะมีวิธีเลือกอาหารคาวหนึ่งอย่างและขนมหนึ่งอย่างได้กี่วิธี เพราะว่า มีวิธีเลือกอาหารคาว 5 อย่างได้ 5 วิธี และอาหารคาวแต่ละอย่าง มีวิธีเลือกขนม 3 อย่าง ได้ ....วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด นับได้ ....วิธี
3,15	19. ในการทำงานสองอย่าง งานอย่างแรกมีวิธีทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีเลือกทำงานอย่างแรก จะทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเลือกทำงานทั้งสองอย่างมี ....วิธี
n_1n_2	20. <u>กฎข้อที่ 1</u> ในการทำงานสองอย่าง งานอย่างแรกทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีเลือกทำงานอย่างแรก จะทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี จำนวนวิธีที่จะเลือกทำงานทั้งสองอย่างมีทั้งหมด n_1n_2 วิธี เช่นเดียวกัน จะสามารถจัดการแข่งขันฟุตบอลระหว่างสาย A ซึ่งมี 5 ทีมกับสาย B ซึ่งมี 6 ทีม ได้ทั้งหมด......คู่
30 หรือ 5X6	

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
21. เด็กคนหนึ่งมีเสื้อเชิ้ต 4 ตัว มีกางเกง 3 ตัวและมีถุงเท้า 2 คู่ เด็กคนนี้จะมีวิธีแต่งตัวที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี
จากการพิจารณาจะพบว่า งานที่กำหนดให้ทำมีอยู่ 3 อย่าง คือ
1. สวมเสื้อ มีเสื้อ 4 ตัว จึงเลือกสวมได้ __4__ วิธี
2. สวมกางเกง มีกางเกง 3 ตัว จึงเลือกสวมได้ __3__ วิธี
3. สวมถุงเท้า มีถุงเท้า 2 คู่ จึงเลือกสวมได้ __2__ วิธี
ในการทำงานทั้ง 3 อย่างนี้ เราหาจำนวนวิธีทั้งหมดได้ดังนี้
<table>
<tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td>เสื้อ</td><td>กางเกง</td><td>ถุงเท้า</td></tr>
</table>
งาน:
จำนวนวิธีแต่งตัวที่แตกต่างกันมี ....X....X.... = 24 วิธี
</td>
</tr>
<tr>
<td>4,3,2</td>
<td>
22. เด็กหญิงคนหนึ่งมีหมวก 2 ใบ มีเสื้อ 4 ตัว และมีกระโปรง 5 ตัว เด็กหญิงคนนี้จะแต่งตัวได้แบบต่างๆกัน ....
นับได้ ....X....X.... = ... วิธี
</td>
</tr>
<tr>
<td>2,4,5,40</td>
<td>
23. เด็กหญิงนิดมีหมวก 2 ใบ มีเสื้อ 6 ตัว มีกระโปรง 4 ตัว มีถุงเท้า 3 คู่และมีรองเท้า 2 คู่ เด็กหญิงนิดจะมีวิธีแต่งตัวต่างกัน กี่วิธี
นักเรียนจะเห็นว่า ในโจทย์นี้มีการทำงาน 5 อย่างพร้อมกัน ซึ่งนักเรียนสามารถใช้ตารางสี่เหลี่ยมช่วยคิดได้ดังนี้
<table>
<tr><td>2</td><td>6</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td>หมวก</td><td>เสื้อ</td><td>กระโปรง</td><td>ถุงเท้า</td><td>รองเท้า</td></tr>
</table>
งาน:
จำนวนวิธีแต่งตัวที่แตกต่างกันทั้งหมดนับได้
....X....X....X....X.... = ... วิธี
</td>
</tr>
</table>

2,6,4,3,2,288	24. ภาษาอังกฤษมีวิชาเลือก 5 วิชา วิทยาศาสตร์มีวิชาเลือก 4 วิชา คณิตศาสตร์มีวิชาเลือก 6 วิชา และภาษาไทยมีวิชาเลือก 2 วิชา ถ้านักเรียนคนหนึ่งจะต้องเลือกเรียนภาษาอังกฤษ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และภาษาไทย อย่างละหนึ่งวิชา จะมีวิธีเลือกวิชาเรียนนับได้ทั้งหมด ....วิธี
240	25. ทำนองเดียวกัน ในการทำงาน k อย่าง เมื่อ $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k$ เป็นจำนวนวิธีทำงานที่เกี่ยวเนื่องกันของ งานอย่างที่หนึ่ง, งานอย่างที่สอง, งานอย่างที่สาม, ..., งานอย่างที่ k ตามลำดับ ดังนั้นจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะทำงานทั้ง k อย่าง นับได้ ....วิธี
$n_1 n_2 n_3 \ldots n_k$	26. <u>กฎข้อที่ 2</u> ในการทำงาน k อย่าง เมื่อ $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k$ เป็นจำนวนวิธีทำงานที่เกี่ยวเนื่องกันของ งานอย่างที่หนึ่ง, งานอย่างที่สอง, งานอย่างที่สาม, ..., งานอย่างที่ k ตามลำดับ ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกทำงาน k อย่าง นับได้ ....วิธี
$n_1 n_2 n_3 \ldots n_k$	27. กฎข้อที่ 1 และกฎข้อที่ 2 เรียกว่า <u>กฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ</u>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>28. เด็กชาย ก มีปากกา 2 ด้าม ไม้บรรทัด 3 อันและยางลบ 3 แท่ง วิธีเลือกปากกา ไม้บรรทัดและยางลบ อย่างละหนึ่งอันมีกี่วิธี
∴ จำนวนวิธีเลือกทั้งหมดนับได้.............วิธี</td>
</tr>
<tr>
<td>18</td>
<td>29. ร้านสรรพสินค้าแห่งหนึ่งมีประตูทั้งหมด 10 ประตู ถ้าจะเดินเข้าในร้านและเดินออกจากร้าน โดย<u>ไม่ให้ซ้ำประตูกัน</u>ได้กี่วิธี
ในการเดินเข้า สามารถเดินเข้าได้ทั้ง 10 ประตู
จึงมีวิธีเลือกประตูเดินเข้าได้ <u>10</u> วิธี
ในการเดินออก จะเดินออกซ้ำกับประตูที่เดินเข้าไม่ได้ จึงเหลือเพียง 9 ประตูที่จะเลือกได้
จึงมีวิธีเลือกประตูเดินออกได้ ......วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกประตูเดินเข้าและเดินออก
มี 10 X ..... = ... วิธี</td>
</tr>
<tr>
<td>9,9, 90</td>
<td>30. ถ้ากำหนดให้การเดินเข้าและการเดินออกผ่านประตูทั้ง 10 ประตู ของร้านสรรพสินค้า <u>ใช้ประตูซ้ำกันได้</u>
นักเรียนจะเห็นว่า เราสามารถเลือกประตูเดินเข้าและเดินออกได้ 10 ประตู เท่ากัน แสดงด้วยตารางสี่เหลี่ยมดังนี้
| 10 | 10 |
<u>เหตุการณ์</u> เข้า ออก
จำนวนวิธีที่จะเดินเข้าและเดินออกผ่านประตูของร้านสรรพสินค้า มีทั้งหมด .....X..... = ... วิธี</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>10,10,100</td>
<td>31. มีเรือยนต์ข้ามฟากแม่น้ำ 3 ลำ ผู้โดยสารคนหนึ่งจะลงเรือไป-กลับ โดยไม่ให้ซ้ำลำกัน ได้กี่วิธี

จำนวนวิธีที่จะลงเรือข้ามฟากแม่น้ำไป-กลับ โดยไม่ให้ซ้ำลำกัน แสดงด้วยตารางสี่เหลี่ยมดังนี้

| 3 | 2 |

ลงเรือ: ไป กลับ

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะลงเรือไป-กลับมี...........วิธี</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>32. ถ้ากำหนดให้ การข้ามฟากไป-กลับ ลงเรือซ้ำลำได้ จะมีกี่วิธี

จากวิธีคิดทำนองเดียวกับข้างต้น นักเรียนจงเติมจำนวนวิธีของการลงเรือไป-กลับ ลงในตารางสี่เหลี่ยมข้างล่างนี้

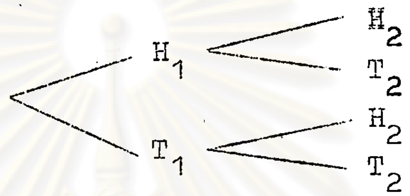
| | |

ลงเรือ : ไป กลับ

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะลงเรือไป-กลับ มี..........วิธี</td>
</tr>
<tr>
<td>3,3,9</td>
<td></td>
</tr>
</table>

	33. มีตัวเลข 1,3,5,7,9 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลัก โดยที่ตัวเลขในหลักทั้งสามไม่ซ้ำกัน ได้กี่จำนวน วิธีคิดอาจทำได้ดังนี้ 1. นับตัวเลขที่กำหนดให้ว่ามีกี่ตัว (5 ตัว) 2. ดูว่าให้เขียนจำนวนกี่หลัก (สามหลัก) 3. สร้างตารางสี่เหลี่ยมเท่าจำนวนหลักที่ให้เขียน (3 ตาราง) 4. หาจำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวเลขในแต่ละหลักตามลำดับดังนี้ หลักที่หนึ่ง มีตัวเลข 5 ตัว จึงมีวิธีจัดลำดับ 5 วิธี หลักที่สอง เหลือตัวเลข 4 ตัว จึงมีวิธีจัดลำดับ 4 วิธี หลักที่สาม เหลือตัวเลขเพียง 3 ตัว จึงมีวิธีจัดลำดับ 3 วิธี 5. เขียนจำนวนวิธีที่หาได้ ใส่ลงในตารางสี่เหลี่ยม ดังนี้ | 5 | 4 | 3 | หลักที่ หนึ่ง สอง สาม จะเขียนจำนวนได้ทั้งหมด.... X .... X .... = ...จำนวน
5,4,3,60	34. กำหนดตัวเลข 1,2,3,4,5,6 จะเขียนจำนวนที่มีสาม-หลัก โดยที่ตัวเลขในหลักทั้งสามไม่ซ้ำกันได้กี่จำนวน ดังนั้น จะเขียนจำนวนได้ทั้งหมด นับได้ .... X.... X.... = ... จำนวน
6,5,4,120	

	35. กำหนดตัวเลข 1,3,5,7,9 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักได้กี่จำนวน ถ้าตัวเลขในหลักทั้งสามซ้ำกันได้ นักเรียนสามารถใช้วิธีคิดแบบเดียวกับข้างต้น เพียงแต่ว่าในแต่ละหลักนั้น เราสามารถเขียนตัวเลขได้ทั้ง 5 ตัวเท่ากันดังนี้ 5 | 5 | 5 หลักที่ หนึ่ง สอง สาม จะเขียนจำนวนได้ ....X....X.... = ...จำนวน
5,5,5,125	36. กำหนดตัวเลข 1,2,3 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักได้กี่จำนวน ถ้าตัวเลขในหลักทั้งสามซ้ำกันได้ จะเขียนจำนวนได้ ....X....X.... = ...จำนวน
3,3,3,27	37. มีตัวเลข 1,2,3,4 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักได้กี่จำนวน ถ้ากำหนดว่า ก. ตัวเลขในหลักทั้งสามไม่ซ้ำกัน จะเขียนจำนวนได้ ....จำนวน ข. ตัวเลขในหลักทั้งสามซ้ำกันได้ จะเขียนจำนวนได้ ....จำนวน
24,64	

<table>
<tr><td></td><td>38.
ในการโยนเหรียญแต่ละเหรียญ อาจขึ้นหน้าต่างๆกันได้ <u>2</u> แบบ คือ <u>ขึ้นหัว</u>(head) หรือ<u>ขึ้นก้อย</u>(tail)
ดังนั้น ถ้าโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน(สมมุติเป็น H_1,T_1 และ H_2,T_2) จะขึ้นหน้าเป็นแบบต่างๆกันได้ดังนี้
<u>เหรียญที่หนึ่ง</u> <u>เหรียญที่สอง</u>


ดังนั้น จะมีวิธีขึ้นหน้าเป็นแบบต่างๆกัน นับได้...........แบบ</td></tr>
<tr><td>4</td><td>39.
นักเรียนพบแล้วว่า การโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน จะขึ้นหน้าเป็นแบบต่างๆกันได้ <u>4</u> แบบ ซึ่งสามารถคิดสั้นๆได้ ดังนี้
| 2 | 2 |
<u>เหรียญที่</u> หนึ่ง สอง
จะมีวิธีขึ้นหน้าเป็นแบบต่างๆกัน นับได้....X....= 4 แบบ</td></tr>
<tr><td>2,2</td><td>40.
ดังนั้น การโยนเหรียญ 3 เหรียญ พร้อมกัน จะขึ้นหน้าเป็นแบบต่างๆกันได้....X....X....=..... แบบ</td></tr>
<tr><td>2,2,2,8</td><td>41.
และถ้าโยนเหรียญบาท 4 เหรียญพร้อมกัน จะขึ้นหน้าเป็นแบบต่างๆกันได้.......แบบ</td></tr>
</table>

16	42. เช่นเดียวกัน ในการทำข้อสอบถูกผิด 5 ข้อ จะมีแบบคำตอบที่แตกต่างกัน นับได้...........แบบ
32	43. การทอดลูกเต๋าแต่ละลูก อาจขึ้นหน้าต่างๆกันได้ 6 หน้า ดังนี้ 1,2,3,4,5หรือ 6 ถ้าทอดลูกเต๋า 3 ลูกพร้อมกัน จะปรากฏผลที่แตกต่างกันได้ทั้งหมด...........วิธี
6X6X6 หรือ 216	44. รูปการคูณของจำนวนนับจาก 5 ไปถึง 1 เขียนได้ดังนี้ 5X4X3X2X1 ดังนั้น รูปการคูณของจำนวนนับจาก 4 ไปถึง 1 เขียนได้ดังนี้...........................
4X3X2X1	45. เมื่อ n แทนจำนวนนับใดๆ n(n-1)(n-2)...3.2.1 เป็นรูปการคูณของจำนวนนับจาก......ไปถึง 1
n	46. 5X4X3X2X1 เขียนแทนด้วย 5! หรือ $\underline{\|5}$ ดังนั้น 6X5X4X3X2X1 เขียนแทนด้วย....หรือ.........
6! หรือ $\underline{\|6}$	47. n(n-1)(n-2)(n-3)...3.2.1 เขียนแทนด้วย........... ....

n! หรือ $\lfloor n$	48. 5! หรือ $\lfloor 5$ อ่านว่า ห้า แฟคตอเรียล หรือแฟคตอเรียล ห้า ดังนั้น 7! อ่านว่า................................. และ 4! อ่านว่า.................................
เจ็ด แฟคตอเรียล หรือแฟคตอเรียลเจ็ด สี่ แฟคตอเรียล หรือ แฟคตอเรียล สี่	49. ดังนั้น n! อ่านว่า................................. ....
เอ็น แฟคตอเรียล หรือ แฟคตอเรียล เอ็น	50. 7! = 7X6X5x4X3x2X1 ดังนั้น 8! = ...
8X7X6X5X4X3X2X1	51. n! = ...
n(n-1)(n-2)... 3.2.1	52. <u>นิยาม</u> n! หมายถึงผลคูณของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง n หรือเขียนแทนด้วย $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots3.2.1$ ดังนั้น $3! = 3\times2\times1 = 6$ 4! = ...
24	53. 6! .... 1! ....

720,1	54. $2! \times 5! =$ ....
240	55. $\frac{7!}{5!} = \frac{7\times6\times5!}{5!} = 7\times6 =$ $\underline{\quad 42 \quad}$ (ผลสำเร็จ) ดังนั้น $\frac{8!}{6!} = \frac{8\times7\times6!}{6!} =$ ______ (ผลสำเร็จ)
56	56. จงหาผลสำเร็จของ $\frac{10!}{8!} =$ ______ (ผลสำเร็จ)
90	57. $\frac{n!}{(n-2)!} =$ ....
n(n-1)	58. จงหาผลสำเร็จของ $\frac{6!}{2!\ 4!} =$ ....
15	59. $8\times6\times7$ เขียนในรูปแฟคตอเรียลได้ดังนี้ $8\times7\times6 = \frac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1} = \frac{8!}{5!}$ ดังนั้น $6\times5\times4 = \frac{6\times5\times4\times\ldots\times\ldots\times\ldots}{3\times2\times1} = \frac{6!}{\ldots\ldots}$

3,2,1, 3!	60. $100 \times 99 \times 98$ เขียนในรูปแฟคตอเรียลได้เท่ากับ.......... และ $9 \times 10 \times 11 \times 12$ เขียนในรูปแฟคตอเรียลได้เท่ากับ..........
$\frac{100!}{97!}$, $\frac{12!}{8!}$	61. $n(n-1)(n-2)$ เขียนในรูปแฟคตอเรียลได้ เท่ากับ..
$\frac{n!}{(n-3)!}$	"เก่งมาก" ที่นักเรียนอ่านบทที่ 1 จบด้วยความตั้งใจ อย่าลืมกฎและหลักสำคัญๆเสียนะ เพราะมันจะช่วยให้นักเรียนเรียนบทที่ 2 ได้อย่างง่ายดาย

บทที่ 2
การจัดลำดับ

	62. "23 และ 32" เป็นจำนวนสองจำนวนที่มีสองหลักประกอบด้วยตัวเลข 2 ตัวคือ 2 และ3 23 และ 32 ไม่เท่ากัน เพราะวิธีจัดลำดับตัวเลขต่างกัน "กบ และบก" ไม่เหมือนกัน เพราะวิธี.........ตัวอักษรต่างกัน
จัดลำดับ	63. กบ เป็นวิธีจัดลำดับตัวอักษร ก และ บ วิธีหนึ่ง บก เป็นวิธี.........ตัวอักษร ก และ บ อีกวิธีหนึ่ง ดังนั้น วิธีจัดลำดับตัวอักษร 2 ตัวคือ ก และ บ นับได้ 2 วิธี
จัดลำดับ	64. "23 และ 32" นับเป็นวิธีจัดลำดับได้.........วิธี
2	65. กำหนดตัวเลข 1,2 และ 3 เราสามารถเขียนจำนวนที่มีสองหลัก โดยตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ดังนี้ 12,13,23,31,21,32 ยังมีจำนวนอื่นอีกหรือไม่.......... (มี/ไม่มี) ถ้ามีจงเติม..
ไม่มี	66. จัดลำดับตัวเลข 3 ตัวคือ 5,6,7 ครั้งละ 2 ตัวได้จำนวนต่างๆกันคือ..

56,57,67,65, 75,76	67. นำอักษร 3 ตัวคือ ก,ข,ค มาเรียงลำดับครั้งละ 2 ตัว ได้ดังนี้..
กข,กค,ขค,ขก, คก,คข	68. "การเขียนจำนวนที่มีสองหลักจากตัวเลข 3 ตัว" หรือ "การเรียงลำดับอักษรครั้งละ 2 ตัวจากอักษร 3 ตัว" เป็น <u>การจัดลำดับ</u>วิธีหนึ่ง ดังนั้น "การเขียนจำนวนที่มีสามหลักจากตัวเลข 3 ตัว" ก็เป็น................วิธีหนึ่งด้วย
การจัดลำดับ	69. <u>นิยาม</u> การจัดลำดับ คือการจัดหรือเรียงลำดับของ n สิ่ง ครั้งละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$ "จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่งที่แตกต่างกัน ครั้งละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$ " เขียนแทนด้วย <u>$P(n,r)$ หรือ ${}^{n}P_{r}$</u> ดังนั้น "จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 3 ตัว ครั้งละ 2 ตัว" เขียนแทนด้วย..................................
$P(3,2)$หรือ ${}^{3}P_{2}$	70. "จำนวนวิธีของการจัดหนังสือคณิตศาสตร์ 10 เล่ม ครั้งละ 3 เล่ม" เขียนแทนด้วย................................
$P(10,3)$ หรือ ${}^{10}P_{3}$	71. "จำนวนวิธีของการจัดคน 5 คน นั่งบนเก้าอี้ 5 ตัว" เขียนแทนด้วย....................................

P(5,5) หรือ $^5P_5$	72. P(10,3) หมายถึง จำนวนวิธีของการจัดลำดับหนังสือ ......เล่ม ครั้งละ......เล่ม
10,3	73. จากกฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ นักเรียนทราบแล้วว่า "จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 4 ตัวครั้งละ 2 ตัว" หาได้จาก $\boxed{4 \mid 3}$ อักษรตัวที่ หนึ่ง สอง ดังนั้น จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 4 ตัวครั้งละ 2 ตัว นับได้ $\underline{4 \times 3}$ วิธี หรือเขียนแทนด้วย P(4,2) = ...วิธี
4×3 หรือ 12	74. กำหนดตัวเลข 5 ตัว จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักได้กี่จำนวน ถ้าตัวเลขในหลักทั้งสามไม่ซ้ำกัน จำนวนที่มีสามหลักที่เขียนได้จากตัวเลข 5 ตัว นับได้ 5 X.... X.... จำนวน หรือเขียนแทนด้วย P(5,3) = 5 X.... X.... จำนวน
4,3 และ 4,3	75. จาก P(5,3) = $5 \times 4 \times 3$ เขียนในรูปแฟคตอเรียลได้ $\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{5!}{2!} = \frac{5!}{(5-3)!}$ $\therefore$ P(5,3) = $\frac{5!}{(5-3)!}$ ในทำนองเดียวกัน P(6,2) = $\frac{6!}{(.....)!}$

6-2	76. จงเขียนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ในรูปแฟคตอเรียล $P(12,7)$ = ...
$\frac{12!}{(12-7)!}$	77. จงเขียนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ในรูปแฟคตอเรียล $P(7,5)$ = ...
$\frac{7!}{(7-5)!}$	78. ดังนั้นจำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่งที่แตกต่างกัน ครั้งละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$ หรือ เขียนแทนด้วย $P(n,r)$ = ... วิธี
$\frac{n!}{(n-r)!}$	79. <u>กฎข้อที่ 3</u> จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่งที่แตกต่างกัน ครั้งละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$ เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี เขียนแทนด้วย $\boxed{P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}}$ ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดคน 12 คน ให้ยืนเรียงแถวๆละ 6 คน มี..............วิธี หรือ เขียนแทนด้วย $P(12,6)$ = ... วิธี
$\frac{12!}{(12-6)!}$, $\frac{12!}{(12-6)!}$	80. นักเรียนคงจำได้ว่า เมื่อกำหนดตัวเลข 2 ตัว คือ 2 และ 4 จะเขียนจำนวนที่มีสองหลักได้ต่างๆกันดังนี้ 24,................ ดังนั้น จำนวนที่เขียนได้จากตัวเลข 2 ตัว มี......จำนวน

42,2	81. จะได้ว่า เมื่อกำหนดตัวเลข 2 ตัว จะเขียนจำนวนที่มีสอง-หลักได้ <u>2</u> จำนวน หรือ เขียนแทนด้วย $P(2,2)$ = ...จำนวน
2	82. กำหนดตัวเลข 1,2,3 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักได้ต่างๆกัน คือ 123,.....,.....,.....,.....และ 321
132,213,231, 312	83. กำหนดตัวเลข 5,6,7 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักได้ต่างกัน ....จำนวน คือ... ....
6,567,576, 657,675,756, 765	84. "เมื่อกำหนดตัวเลข 3 ตัว เขียนจำนวนที่มีสามหลักได้ <u>6</u> จำนวน" หรือเขียนแทนด้วย $P(3,3)$ = <u>6</u> จำนวน เขียนในรูปแฟคตอเรียลได้ $3 \times 2 \times 1$ = <u>3!</u> จำนวน ดังนั้น $P(3,3)$ = ...จำนวน (รูปแฟคตอเรียล)
3!	85. นักเรียนคงยังจำกฎข้อที่ 3 ได้ว่า $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ เมื่อ $r \leq n$ ดังนั้น จากสูตรนี้จะได้ว่า "จำนวนที่มีสามหลักซึ่งเขียนจากตัวเลข 3 ตัว" หรือ $P(3,3)$ = ...จำนวน

$\frac{3!}{(3-3)!}$	86. จาก "เมื่อกำหนดตัวเลข 3 ตัว เขียนจำนวนที่มีสามหลักได้ <u>6</u> จำนวน" จะได้ว่า $P(3,3) = \frac{3!}{(3-3)!}$ และ $P(3,3) = 3!$ ดังนั้น $\frac{3!}{(3-3)!} = 3!$ $\frac{3!}{0!} = 3!$ $0! =$ .... ***
1	87. นักเรียนพบแล้วว่า $0! =$ ....
1	88. "จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 4 ตัว ครั้งละ 4 ตัว หรือ $P(4,4) = \frac{4!}{(4-4)!}$ $= \frac{4!}{0!}$ $=$ .... (รูปแฟคตอเรียล) ดังนั้น จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 4 ตัว ครั้งละ 4 ตัว นับได้ ....วิธี (รูปแฟคตอเรียล)
4!,4!	89. จำนวนวิธีของการจัดลำดับนักเรียน 3 คน ยืนตามจุดที่กำหนดให้ 3 จุด นับได้ ....วิธี (รูปแฟคตอเรียล) หรือ เขียนแทนด้วย $P(3,3) =$ ....วิธี (รูปแฟคตอเรียล)

3! , 3!	90. ดังนั้น จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่ง ที่แตกต่างกัน ครั้งละ n สิ่ง ได้แบบต่างๆกัน นับได้....................วิธี หรือ P(n,n) = ...วิธี
n!,n!	91. <u>กฎข้อที่ 4</u> จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่งที่แตกต่างกัน ครั้งละ n สิ่ง ได้แบบต่างๆกันนับได้ **n!** วิธี เขียนแทนด้วย $\boxed{P(n,n) = n!}$ ดังนั้น การจัดคน 5 คน ยืนเรียงแถวพร้อมกัน(ไม่คำนึงถึงความสูง) ได้แบบต่างๆกัน นับได้...............วิธี
5! หรือ 120	92. จะแขวนรูปภาพต่างๆกัน 6 รูป เรียงแถวบนฝาผนัง ได้กี่แบบ จำนวนวิธีของการแขวนรูปภาพ 6 รูป บนฝาผนัง เขียนแทนด้วย P(6,6) = 6! วิธี ทำให้เป็นผลสำเร็จได้ 6x5x4x3x2x1 = 720 วิธี P(6,6) = 720 ดังนั้น จำนวนวิธีของการแขวนรูปภาพ 6 รูปบนฝาผนังมี.......วิธี
720	93. มีเก้าอี้ 4 ตัวจะจัดให้คน 4 คน นั่งเก้าอี้ ได้แบบต่างๆกัน นับได้............วิธี
24	94. จะจัดเรียงหนังสือต่างๆกัน 3 เล่มไว้บนชั้นได้แบบต่างๆกัน นับได้............วิธี

6	95. ขอให้นักเรียนทบทวนความจำอีกสักนิดว่า "จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่ง ที่แตกต่างกัน ครั้งละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$" หรือเขียนแทนด้วย $P(n,r) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ วิธี
$\frac{n!}{(n-r)!}$	96. จากสูตร $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ จะได้ว่า $P(6,2) = \frac{6!}{(6-2)!}$ $= \frac{6!}{4!} = \frac{6\times5\times4!}{4!}$ ทำให้เป็นผลสำเร็จได้ $= 6\times5 = \underline{30}$ ดังนั้น $P(6,2) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)
30	97. จงเปลี่ยนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ให้เป็นผลสำเร็จ $P(7,4) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)
840	98. จงเปลี่ยนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ให้เป็นผลสำเร็จ $P(3,1) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)
3	99. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\frac{P(5,2)}{2!} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)

10	100. มีดอกไม้ต่างๆกัน 4 ดอก จะจัดแจกันครั้งละ 2 ดอกได้กี่วิธี จะได้ว่า จำนวนวิธีที่จะจัดแจกันด้วยดอกไม้ 2 ดอกจากดอกไม้ 4 ดอก เขียนแทนด้วย P(4,2) = ...วิธี ดังนั้น จะจัดแจกันดอกไม้ครั้งละ 2 ดอก จากดอกไม้ 4 ดอก ได้แบบต่างๆกันนับได้...........วิธี
12,12	101. จะทิ้งจดหมาย 4 ฉบับ ลงในตู้ไปรษณีย์ 3 ตู้ ได้แบบต่างๆกัน นับได้............วิธี
24	102. จะจัดหนังสือ 5 เล่ม ไว้บนชั้น 3 เล่ม ได้แบบต่างๆกัน นับได้............วิธี
60	103. กำหนดตัวเลข 10 ตัวคือ 1,2,3,...,0 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลัก โดยตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันเลย ได้จำนวนต่างๆกัน นับได้............วิธี
720	

104.

การหาจำนวนวิธีจัดชาย 3 คนและหญิง 3 คน ยืนเรียงแถวสลับกัน โดยกำหนดให้ชายยืนหัวแถว

วิธีคิดง่ายๆใช้ตารางสี่เหลี่ยม ดังนี้

	ช.	ญ.	ช.	ญ.	ช.	ญ.
	3	3	2	2	1	1
<u>ตำแหน่งที่</u>	หนึ่ง	สอง	สาม	สี่	ห้า	หก

ผู้ชาย 3 คนยืนสลับที่กันได้เพียง 3 ตำแหน่ง

จึงมีวิธีจัดให้ยืนได้ <u>3!</u> วิธี

และ ผู้หญิง 3 คนก็ยืนสลับที่กันได้เพียง 3 ตำแหน่ง

จึงมีวิธีจัดให้ยืนได้ <u>3!</u> วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะจัดให้ชายและหญิงยืนสลับที่กัน

มี .....×..... = ... วิธี

3! ,3! ,36

105. ถ้าจัดให้ชาย 4 คนและหญิง 4 คน ยืนเรียงแถวสลับที่กัน โดยให้หญิงยืนหัวแถว จะมีวิธีจัดลำดับได้กี่วิธี

จำนวนวิธีที่จะจัดให้ชายและหญิงยืนสลับที่กัน

มี .....×..... = ... วิธี

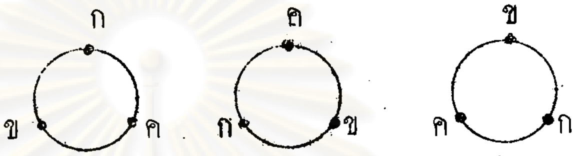
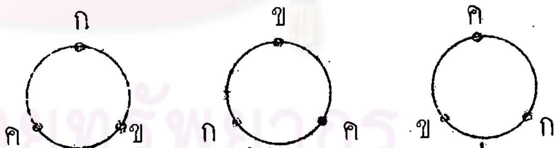
4! ,4! ,576

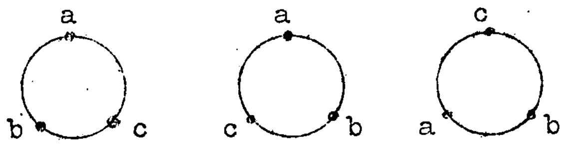
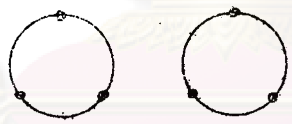
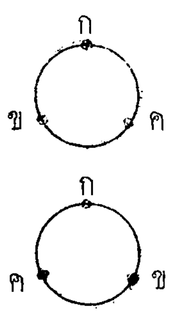
106. ถ้าจัดให้ชาย 2 คนและหญิง 2 คน ยืนเรียงแถวสลับกันได้กี่วิธี (ตำแหน่งหัวแถวยืนได้ทั้งชายและหญิง)

ถ้าชายยืนหัวแถว จะมีวิธีจัดลำดับได้ <u>4</u> วิธี

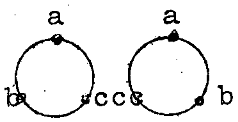
และถ้าหญิงยืนหัวแถว จะมีวิธีจัดลำดับได้ ....วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดลำดับทั้งหมด นับได้ .....+..... = 8 วิธี

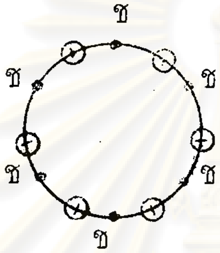
4,4,4	107. นอกจากการจัดลำดับในแนวตรงแล้ว บางครั้งก็มี**การจัดลำดับ**เป็นวงกลม เช่น จัดคนนั่งรอบโต๊ะกลม เป็นต้น ซึ่งจำนวนวิธีของการจัดลำดับก็ย่อมแตกต่างออกไป นักเรียนลองพิจารณาจัดลำดับอักษร ก,ข,ค ในวงกลม ตามรูป  <u>แบบที่หนึ่ง</u> กขค <u>แบบที่สอง</u> คกข <u>แบบที่สาม</u> ขคก นักเรียนจะเห็นว่าการจัดลำดับทั้ง 3 แบบนี้ คือ กขค,คกข,ขคก เป็น<u>การจัดลำดับแบบเดียวกัน</u> เพราะ เมื่ออ่านตัวอักษรทวนเข็มนาฬิกา โดยเริ่มต้นที่อักษรตัวเดียวกัน จะได้ <u>กขค</u> เหมือนกัน ดังนั้น กขค,คกข และ ขคก เป็น<u>การจัดลำดับแบบเดียวกัน</u> เราเขียนแทนด้วย <u>กขค</u>
	108. จากรูป  <u>แบบที่สี่</u> กคข <u>แบบที่ห้า</u> ขกค <u>แบบที่หก</u> คขก นักเรียนจงพิจารณาว่า กคข,ขกค,คขก เป็นการจัดลำดับแบบเดียวกันหรือไม่.......... (ใช่/ไม่ใช่) ถ้า<u>ใช่</u> เขียนแทนการจัดลำดับเหล่านี้ด้วย........ ถ้าไม่ใช่ มีการจัดลำดับแบบใดบ้าง............
ใช่,กคข	

	109. จากรูป  แบบที่หนึ่ง แบบที่สอง แบบที่สาม การจัดลำดับทั้งสามแบบนี้เป็นการจัดลำดับแบบเดียวกันหรือไม่................ (ใช่/ไม่ใช่) ถ้าใช่ เขียนแทนการจัดลำดับเหล่านี้ด้วย............. ถ้าไม่ใช่ แสดงว่า แบบที่หนึ่ง เหมือนกับ แบบที่........ และ แบบที่หนึ่ง ต่างกับ แบบที่........
ไม่ใช่,สาม,สอง	110. นักเรียนจงนำอักษร ก,ข และ ค จัดลำดับลงในวงกลมข้างล่างนี้ ให้แตกต่างกัน  วิธีที่หนึ่ง วิธีที่สอง ยังมีวิธีจัดลำดับแบบอื่นอีกหรือไม่................ (มี/ไม่มี) ถ้ามีจงเขียนเพิ่มข้างล่างนี้
	111. นั่นคือ จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร ก,ข และ ค เป็นวงกลม นับได้..........วิธี ได้แก่..................... ....

<table>
<tr><td>2,กขค,กคข</td><td>112. นักเรียนจงนำอักษร a,b,c จัดลำดับลงในวงกลมข้างล่างนี้ให้แตกต่างกัน

<u>วิธีที่หนึ่ง</u> <u>วิธีที่สอง</u></td></tr>
<tr><td></td><td>113. ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดของการจัดอักษร a,b,c เป็นวงกลม นับได้......วิธี ได้แก่.........................</td></tr>
<tr><td>2,abc,acb</td><td>114. เพราะว่า จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 3 ตัว เป็นวงกลม นับได้ <u>2</u> วิธี
เขียนในรูปแฟคตอเรียลได้ 2X1 = 2! วิธี
หรือ (3-1)! วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 3 ตัว เป็นวงกลม นับได้ <u>(3-1)!</u> วิธี
ในทำนองเดียวกัน จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 4 ตัว เป็นเป็นวงกลม มี..........วิธี</td></tr>
<tr><td>(4-1)!</td><td>115. <u>ข้อสังเกต</u> จากจำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 4 ตัว เป็นวงกลม เท่ากับ (4-1)! = 3! วิธีนั้น เหมือนกับการจัดลำดับในแนวตรง เมื่อกำหนดให้ตัวอักษรตัวใดตัวหนึ่งอยู่คงที่ ก็จะเหลือ 3 ตัว จัดลำดับได้ 3! วิธี เช่นเดียวกัน</td></tr>
</table>

	116. จะปลูกต้นไม้ 10 ชนิด รอบสนามหญ้ารูปวงกลมได้กี่วิธี ปลูกได้.............วิธี
(10-1)! หรือ 9!	117. ดังนั้น จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่ง เป็นวงกลม นับได้..............วิธี
(n-1)!	118. <u>กฎข้อที่ 5</u> จำนวนวิธีของการจัดลำดับของ n สิ่งที่แตกต่างกัน เป็นวงกลม มี. <u>(n-1)!</u> .. วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีของการจัดกระถางต้นไม้ 5 กระถาง รอบเสาธง มี............วิธี
(5-1)! หรือ 4!	119. เพราะว่า จำนวนวิธีของการจัดกระถางต้นไม้ 5 กระถาง รอบเสาธง มี (5-1)! วิธี หรือ $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ วิธี = 24 วิธี จำนวนวิธีของการจัดกระถางต้นไม้ 5 กระถางรอบเสาธง นับได้ <u>24</u> วิธี เช่นเดียวกัน จำนวนวิธีของการจัดคน 5 คน นั่งรอบโต๊ะกลม นับได้...........วิธี
24	120. จำนวนวิธีที่จะจัดนักเรียน 6 คน ยืนเตะตะกร้อวง นับได้...........วิธี

120	121. จะจัดพลอยสีต่างๆ 7 สีๆละเม็ด ไว้บนกำไลมือ ได้แตกต่างกันกี่วิธี จะจัดได้...........วิธี
720	122. จัดชาย 5 คนและหญิง 5 คน ยืนสลับกันเป็นวงกลมได้กี่วิธี  นักเรียนต้องแยกการกระทำนี้ออกเป็น 2 เหตุการณ์ คือ จัดลำดับให้ชายยืนเป็นวงกลมก่อน แล้วจึงจัดให้หญิงยืนระหว่างชายที่จัดไว้แล้ว (ดูรูป) จัดชาย 5 คน ยืนเป็นวงกลมได้ (5-1)! = 4! วิธี และจัดหญิง 5 คนยืนระหว่างชายได้ 5! วิธี จำนวนวิธีที่จะจัดให้ชายและหญิงยืนสลับกันเป็นวงกลม นับได้.....x..... = ...วิธี
4!,5!,2880	123. <u>ข้อสังเกต</u> ถ้าจัดให้หญิงยืนเป็นวงกลมก่อน แล้วจึงจัดชายให้ยืนระหว่างหญิง ก็คิดเหมือนกันและคำตอบก็เท่ากันด้วย
	124. ปักธงน้ำเงิน 4 ธงและธงเหลือง 4 ธง สลับกันรอบเสาธงชาติ ได้กี่วิธี ปักธงน้ำเงิน 4 ธงรอบธงชาติเป็นวงกลมได้ 3! วิธี และปักธงเหลือง 4 ธงระหว่างธงชาติได้ ....วิธี จำนวนวิธีที่จะปักธงน้ำเงินและธงเหลืองสลับกันรอบเสาธง ได้ทั้งหมด...........วิธี

4! ,144หรือ3!×4!	125. จากการจัดลำดับตัวอักษรเหมือนกัน 2 ตัว ได้แก่ ข,ข ได้ 2 แบบ คือ ขข , ขข ถ้านักเรียนสังเกต จะพบว่า แม้เราจะสลับลำดับตัวอักษรทั้งสองตัวนี้แล้ว เราก็ไม่สามารถเห็นความแตกต่างระหว่างตัวอักษรที่เหมือนกันได้ ด้วยเหตุนี้ เราจึงถือว่าการจัดตัวอักษรทั้งสองแบบนี้เป็นวิธีเดียวกัน เขียนแทนด้วย ขข ดังนั้น จัดลำดับอักษรซ้ำกัน 2 ตัวคือ ก,ก ได้.......วิธี เขียนแทนด้วย.......................................
1,กก	126. จำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวเลขซ้ำกัน 3 ตัวคือ 2,2,2 เท่ากับ........วิธี เขียนแทนด้วย......................
1,222	127. ในการจัดลำดับสิ่งของที่เหมือนกันเป็นกลุ่มๆ แม้ว่าเราจะสลับลำดับสิ่งของที่เหมือนกันอย่างไรก็ตาม เราก็ยังถือว่า เป็นการจัดลำดับ....................เท่านั้น
วิธีเดียว หรือ 1วิธี	

	128. การจัดลำดับตัวอักษร 3 ตัวคือ A,A และB (สมมุติเป็นA_1, A_2 ตามลำดับ) ถ้าเราคิดว่า ตัวอักษรทั้ง 3 ตัวนี้แตกต่างกันหมด ก็จะมีวิธีจัดลำดับ เท่ากับ P(3,3) = 6 วิธี ได้แก่ A_1A_2B A_1BA_2 A_2BA_1 A_2A_1B BA_1A_2 BA_2A_1 แต่เพราะว่า มีตัวอักษร$_A$ เหมือนกัน 2 ตัว จึงทำให้มีวิธีจัดลำดับที่ซ้ำกัน ดังนี้ A_1A_2B ซ้ำกับวิธี A_2A_1B เขียนแทนด้วย <u>AAB</u> A_1BA_2 ซ้ำกับวิธี A_2BA_1 เขียนแทนด้วย <u>ABA</u> และ BA_1A_2 ซ้ำกับวิธี BA_2A_1 เขียนแทนด้วย <u>BAA</u> นั้นคือ จำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษร 3 ตัว มี 2 ตัว ซ้ำกัน มี.......วิธี ได้แก่............................
3,AAB,ABA, BAA	129. ในทำนองเดียวกัน จำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษร ก,ก,ข เท่ากับ......วิธี ได้แก่....................................
3,กกข,กขก,ขกก	130. จากการจัดลำดับตัวอักษร 3 ตัวคือ A ,A และB ในแนวตรง ทำให้ การจัดลำดับแต่ละวิธี เกิดซ้ำกันอยู่ 2 ครั้ง หรือ การจัดลำดับแต่ละวิธี เกิดซ้ำกันอยู่ 2×1 = 2! ครั้ง ดังนั้น เมื่อมีตัวอักษร<u>ซ้ำกัน 2 ตัว</u> จะทำให้การจัดลำดับที่แตกต่างกันแต่ละวิธี เกิดซ้ำกันอยู่ <u>2! ครั้ง</u> ในทำนองเดียวกัน การจัดลำดับอักษร ก,ก,ข ในแนวตรง ทำให้การจัดลำดับที่แตกต่างกันแต่ละวิธี เกิดซ้ำกันอยู่......ครั้ง

$2!$	131. เพราะว่า จำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษร 3 ตัว ซึ่งมี 2 ตัว เหมือนกัน นับได้ 3 วิธี เขียนในรูปแฟคตอเรียลได้ $\frac{6}{2} = \frac{3\times2\times1}{2\times1}$ วิธี $\frac{3!}{2!}$ วิธี จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 3 ตัว ซึ่งมี 2 ตัวเหมือนกัน นับได้ $\frac{3!}{2!}$ วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 3 ตัวคือ ก,ก,ข นับได้ $\frac{\boxed{}}{2!}$ วิธี
$3!$	132. <u>ข้อสังเกต</u> จาก $\frac{3!}{2!}$ $3!$ คือจำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษร 3 ตัว ในแนวตรง ($P(3,3) = 3!$) และ $2!$ คือจำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษรที่เหมือนกัน 2 ตัว($P(2,2) = 2!$)
	133. จงหาจำนวนวิธีของการปลูกต้นไม้ 5 ต้น ซึ่งมีต้นไม้ชนิดเดียวกัน 4 ต้น ปลูกได้ $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ วิธี
$\frac{5!}{4!}$	134. $\frac{6!}{2!}$ หมายถึง จำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวเลขทั้งหมด .....ตัว โดยมีตัวเลขซ้ำกัน......ตัว

6,2	135. ดังนั้น $\frac{5!}{2!\ 3!}$ หมายถึง จำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษรทั้งหมด.....ตัว โดยมีอักษรซ้ำกัน <u>2</u> ชุด ชุดหนึ่งซ้ำกัน <u>2</u> ตัวและอีกชุดหนึ่งซ้ำกัน.....ตัว ตามลำดับ
5,3	136. $\frac{10!}{2!\ 3!\ 4!}$ หมายถึง จำนวนวิธีของการจัดลำดับสิ่งของ ทั้งหมด 10 สิ่ง โดยมีสิ่งของซ้ำกัน.....ชุด ชุดที่หนึ่งซ้ำกัน <u>2</u> สิ่ง, ชุดที่สองซ้ำกัน.....สิ่ง, และชุดที่สามซ้ำกัน.....สิ่ง ตามลำดับ
3,3,4	137. จะได้ว่า จำนวนวิธีของการจัดลำดับตัวอักษร 5 ตัว คือ a,a,a,b,b มี $\frac{5!}{\square \times \square}$ วิธี
3!,2!	138. การจัดลำดับปากกา 10 ด้าม มีปากกาเหมือนกัน ดังนี้ ปากกาแดง 2 ด้าม, ปากกาน้ำเงิน 3 ด้าม, ปากกาดำ 4 ด้าม และปากกาเขียว 1 ด้าม ดังนั้น จำนวนวิธีของการจัดลำดับปากกา 10 ด้าม มี $\frac{\square}{\square \times \square \times \square \times 1!}$ วิธี <u>ข้อสังเกต</u> 2+3+4+1 = 10
10!,2!, 3!,4!	

	139. <u>กฎข้อที่ 6</u> การจัดลำดับของ n สิ่งซึ่งมีของ k กลุ่ม โดยที่ $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k$ เป็นจำนวนสิ่งของที่เหมือนกันในกลุ่มที่หนึ่ง, กลุ่มที่สอง, ..., กลุ่มที่ k ตามลำดับ และ $n_1+n_2+n_3+\ldots+n_k = n$ จำนวนวิธีของการจัดลำดับทั้งหมด มี $\frac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$ วิธี
	140. จำนวนวิธีที่จะจัดตัวเลขทั้ง 6 ตัวใน "505,502" เป็นจำนวนต่างๆกัน ได้กี่จำนวน วิธีคิดอาจทำตามลำดับดังนี้ 1. นับจำนวนตัวเลขใน "505,502" ว่ามีกี่ตัว (6 ตัว) 2. ดูว่ามีตัวเลขซ้ำกันกี่พวกๆละกี่ตัว (ซ้ำกัน 2 พวกๆละ 3 ตัวและ 2 ตัว ตามลำดับ) 3. หาจำนวนวิธีจัดลำดับ โดยใช้สูตร (กฎข้อที่ 6) ดังนี้ จำนวนวิธีที่จะจัดตัวเลขทั้ง 6 ตัว เป็นจำนวนต่างๆกัน มี $\frac{6!}{3!\,2!}$ จำนวน หรือ $\frac{6\times5\times4\times3!}{3!\times2\times1} = \frac{6\times5\times4}{2} = \underline{60}$ จำนวน ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะจัดตัวเลขทั้ง 6 ตัว ใน "505,502" เป็นจำนวนต่างๆกัน มี..........จำนวน
60	141. จะจัดลำดับตัวเลขทั้ง 5 ตัวใน "40,400" ได้จำนวนต่างๆกันกี่จำนวน จัดได้..........จำนวน

10	142. จะเขียนคำที่ประกอบด้วยตัวอักษรทั้งหมดจากคำ "COCA - COLA" ได้กี่คำ(คำในที่นี้ไม่มีความหมายก็ได้) เขียนได้..........คำ
1,680	143. วิธีที่จะจัดคน 10 คน โดยสารรถไฟ โดยให้ไปชั้นหนึ่ง 2 คน ชั้นสอง 3 คน และชั้นสาม 5 คน ได้............วิธี
2,520	144. บริษัทก่อสร้าง 3 แห่ง ต้องการรับสมัครวิศวกรเข้าทำงาน จำนวน 3 คน, 2 คนและ 2 คนตามลำดับ ถ้ามีวิศวกรสมัครเข้าทำงาน 7 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะบรรจุวิศวกรทั้ง 7 คนนี้ เข้าทำงานในบริษัททั้งสามนี้ จำนวนวิธีที่จะรับวิศวกรเข้าทำงานมี............วิธี
210	

บทที่ 3
การจัดหมู่

	145. " กข และ ขก " เป็นการจัดลำดับที่แตกต่างกัน แต่เป็นการจัดหมู่วิธีเดียวกัน ดังนั้น " ab และ ba " เป็น............ที่แตกต่างกัน แต่เป็น.............วิธีเดียวกัน
การจัดลำดับ, การจัดหมู่	146. เช่นเดียวกัน " กขค, กคข, ขกค, ขคก, คกข และ คขก " ก็เป็น...............วิธีเดียวกัน
การจัดหมู่	147. นักเรียนจะเห็นว่า ในการจัดหมู่เราไม่ถือเอาลำดับที่หรือตำแหน่งของสิ่งของนั้นเป็นสำคัญ สิ่งของชุดเดียวกัน ถึงจะอยู่สลับลำดับกันอย่างไรก็ตาม เราก็นับเป็นการจัดหมู่วิธีเดียวกัน ดังนั้น กข และ ขก เป็นการจัดหมู่วิธีเดียวกัน เพราะเรา ....ลำดับที่หรือตำแหน่งเป็นสำคัญ (ถือ/ไม่ถือ)
ไม่ถือ	148. กข และ ขก เราเขียนแทนด้วย กข ดังนั้น กขค, กคข, ขกค, ขคก, คกข และ คขก เราเขียนแทนด้วย ....

กขค	149. ก,ข,ค เป็นลูกเสือ 3 คนของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ถ้าครูจะแบ่งลูกเสือทั้งสามคนนี้ออกเป็นหมู่ๆละ 2 คน ครูอาจแบ่งได้ดังนี้ กข , กค และ ขค และ ถ้ากำหนดตัวอักษร a,b และ c จะจัดอักษรเป็นกลุ่มๆละ 2 ตัว ได้ดังนี้ .....,.....และ bc
ab,ac	150. เด็กชายแดงจะเลือกหลอดไฟฟ้า 2 หลอด จากหลอดไฟฟ้า A,B,C ได้ดังนี้..............................
AB,AC,BC	151. "การแบ่งลูกเสือ 3 คนเป็นหมู่ๆละ 2 คน" หรือ "การจัดกลุ่มอักษร 2 ตัว จากอักษร 3 ตัว" เป็น<u>การจัดหมู่วิธีหนึ่ง</u> เช่นเดียวกัน "การเลือกหลอดไฟฟ้า 2 หลอด จากหลอดไฟฟ้า 3 หลอด" ก็เป็น...............วิธีหนึ่งด้วย
การจัดหมู่	152. <u>นิยาม</u> การจัดหมู่สิ่งของ n สิ่ง ครั้งละ r สิ่ง คือการจัดกลุ่มสิ่งของกลุ่มละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$ ดังนั้น การจัดหมู่หนังสือวิทยาศาสตร์ 5 เล่มครั้งละ 2 เล่ม คือ การจัดกลุ่มหนังสือกลุ่มละ.......เล่ม

2	153. "จำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ **n** สิ่ง ครั้งละ **r** สิ่งเมื่อ$r \leq n$" เขียนแทนด้วย $^{n}C_{r}$ หรือ $C(n,r)$ หรือ $\binom{n}{r}$ ดังนั้น "จำนวนวิธีของการจัดหมู่หนังสือวิทยาศาสตร์ 5 เล่มครั้งละ 3 เล่ม" เขียนแทนด้วย........................
$^{5}C_{3}$หรือ$C(5,3)$ หรือ$\binom{5}{3}$	154. "จำนวนวิธีของการจัดลูกเสือ 3 คนเป็นหมู่ๆละ 2 คน" เขียนแทนด้วย......................................
$^{3}C_{2}$หรือ$C(3,2)$ หรือ$\binom{3}{2}$	155. "การเลือกกลุ่มอักษรกลุ่มละ 3 ตัว จากตัวอักษร 7 ตัว" เขียนแทนด้วย......................................
$^{7}C_{3}$หรือ$C(7,3)$ หรือ$\binom{7}{3}$	156. $C(7,4)$ หมายถึง จำนวนวิธีของการเลือกคณะกรรมการ ......คน จากผู้สมัครเข้ารับเลือก......คน
4,7	157. $C(10,9)$ หมายถึง จำนวนวิธีของการจัดลูกเสือ.....คน เป็นหมู่ๆละ......คน

10,9	158. กำหนดตัวอักษร ก,ข,ค ให้ 3 ตัว จะได้ว่า ถ้าเราจัดลำดับอักษรนี้ครั้งละ 2 ตัว จะมีวิธีจัดลำดับได้ $P(3,2) = 6$ วิธี และถ้าเราจัดหมู่อักษรนี้ครั้งละ 2 ตัว จะมีวิธีจัดหมู่ได้ $C(3,2) = 3$ วิธี เขียนให้อยู่ในรูปของการจัดลำดับได้ $\frac{6}{2} = \frac{6}{2\times1}$ วิธี $= \frac{P(3,2)}{2!}$ วิธี ดังนั้น $C(3,2) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ วิธี
$\frac{P(3,2)}{2!}$	159. ข้อสังเกต จาก $C(3,2) = \frac{P(3,2)}{2!}$ $P(3,2)$ คือ จำนวนวิธีของการจัดลำดับอักษร 3 ตัว ครั้งละ 2 ตัว และ $2!$ คือ การจัดหมู่อักษรหมู่ละ 2 ตัว ที่เกิดซ้ำกันอยู่ในการจัดลำดับ
	160. จำนวนวิธีของการจัดหมู่หนังสือ 10 เล่ม ครั้งละ 4 เล่ม หรือ $C(10,4) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ วิธี
$\frac{P(10,4)}{4!}$	161. จำนวนวิธีของการเลือกคณะกรรมการ 7 คน จากผู้สมัครทั้งหมด 12 คน หรือ $C(12,7) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ วิธี

$\frac{P(12,7)}{7!}$	162. จาก $C(12,7) = \frac{P(12,7)}{7!}$ จะได้ว่า $C(12,7) = \frac{\frac{12!}{(12-7)!}}{7!}$ $= \frac{12!}{7!(12-7)!}$ ดังนั้น จะได้ว่า $C(12,7) = \frac{12!}{7!(12-7)!}$ ** $C(5,2) = \frac{5!}{2!(.....)!}$
(5-2)	163. จงเขียนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ในรูปแฟคตอเรียล $C(9,5)$ = ...
$\frac{9!}{5!(9-5)!}$	164. จำนวนวิธีของการจัดหมู่หนังสือ 7 เล่ม เป็นหมู่ๆละ 5 เล่ม หรือ $C(7,5)$ = ...วิธี
$\frac{7!}{5!(7-5)!}$	165. ดังนั้น จำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ **n** สิ่ง เป็นหมู่ๆละ **r** สิ่ง หรือ ....= ....วิธี
$C(n,r)$, $\frac{n!}{r!(n-r)!}$	166. <u>กฎข้อที่ 7</u> จำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ n สิ่ง เลือกมาหมู่ละ **r** สิ่ง เมื่อ $r \leq n$ เขียนแทนด้วย $\boxed{C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}}$ วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีของการเลือกกระเป๋า 2 ใบ จากกระเป๋าทั้งหมด 5 ใบ เลือกได้......................วิธี

$\frac{5!}{2!(5-2)!}$	167. จาก $C(5,2) = \frac{5!}{2!(5-2)!}$ ทำเป็นผลสำเร็จได้ดังนี้ $\frac{5!}{2!\quad 3!} = \frac{5\times4\times3!}{2\times1\times3!}$ $= \underline{10}$ นั่นคือ $C(5,2)=10$ เรียกว่า ค่าของ $C(5,2)=10$ หรือ ผลสำเร็จของ $C(5,2)$ คือ 10 ดังนั้น ผลสำเร็จของ $C(4,3) =$ ....
4	168. จงทำเป็นผลสำเร็จ $C(6,3) =$ ....
20	169. จำนวนวิธีเลือกหนังสือ 5 เล่ม จากหนังสือทั้งหมด 10 เล่ม มี .... วิธี
252	170. มีวิธีเลือกนักฟุตบอล 11 คน จากผู้มาสมัคร 15 คน ได้ .... วิธี
1,365	171. จงทำเป็นผลสำเร็จ $C(4,4) =$ ....
1	172. มีวิธีเลือกปลากระป๋อง 3 กระป๋อง มาปรุงอาหารพร้อมกัน ทั้งหมด ได้...........วิธี

1	173. มีวิธีเลือกนักบาสเกตบอล 5 คน จากผู้มาสมัคร 5 คน ได้...........วิธี
1	174. ดังนั้น การจัดหมู่ของ n สิ่ง เลือกมาหมู่ละ n สิ่ง จะมี จำนวนวิธีเลือก.........วิธี
1	175. <u>กฎข้อที่ 8</u> จำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ n สิ่ง ครั้งละ n สิ่ง มี <u>1</u> วิธี เขียนแทนด้วย C(n,n) = ...วิธี
1	176. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ C(5,<u>2</u>) = ... และ C(5,<u>3</u>) = ...
10,10	177. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ C(10,<u>1</u>) = ... และ C(10,<u>9</u>) = ...
10,10	178. จำนวนวิธีของการจัดหมู่หนังสือ 3 เล่ม เลือกมา 2 เล่ม หรือ C(3,<u>2</u>) = ...วิธี และ จำนวนวิธีของการจัดหมู่หนังสือ 3 เล่ม เลือกมา 1 เล่ม หรือ C(3,<u>1</u>) = ...วิธี

3,3	179. จำนวนวิธีเลือกนักกีฬา 5 คน จากนักเรียน 12 คน หรือ C(12,<u>5</u>) = ...วิธี และ จำนวนวิธีเลือกนักกีฬา 7 คน จากนักเรียน 12 คน หรือ C(12,<u>7</u>) = ...วิธี
792,792	180. นักเรียนจะเห็นว่าจำนวนวิธีของการจัดหมู่แต่ละคู่ข้างต้นมีค่า <u>เท่ากัน</u> แม้จะจัดเป็นหมู่<u>ไม่เท่ากัน</u> จาก C(12,<u>5</u>) = C(12,<u>7</u>) นั้นแสดงว่า C(12,<u>5</u>) = C(12,12-...)
5	181. เช่นเดียวกัน C(10,9) = C(10,10-...)
9	182. ดังนั้น C(n,r) = C(n,......)
n-r	183. แสดงว่า "จำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ n สิ่ง เลือกมาหมู่ละ **<u>r</u>** สิ่ง" เท่ากับ "จำนวนวิธีของการจัดหมู่ของ n สิ่ง เลือกมา หมู่ละ...........สิ่ง เขียนแทนด้วย $\boxed{C(n,r) = C(n,n-r)}$
n-r	

	184. จากสูตร C(n,r) = C(n,n-r) นี้จะช่วยให้นักเรียนคำนวณหาจำนวนวิธีของการจัดหมู่ได้ง่ายขึ้น เช่น "การหาค่าของ C(20,18)" ถ้านักเรียนหาค่านี้โดยตรงจะทำได้ยาก แต่นักเรียนสามารถหาคำตอบได้โดยง่ายเมื่อใช้สูตรนี้ โดยหาค่าของ C(20,2) = <u>190</u> ดังนั้น C(20,18) = ...ด้วย
190	185. จงหาจำนวนวิธีที่จะเลือกคณะกรรมการชุดหนึ่ง ซึ่งมี 6 คน จากผู้สมัครทั้งหมด 9 คน มีจำนวนวิธีเลือก.............วิธี
84	186. ในการพิมพ์ปกหนังสือ มีสีให้เลือกทั้งหมด 12 สี ถ้าให้เลือกพิมพ์ได้เพียง 3 สี จะมีวิธีเลือกสีได้............วิธี
220	187. จากจุด 2 จุด เราสามารถลากเส้นตรงได้ 1 เส้น แต่ถ้ามีจุด 10 จุด โดยไม่มีสามจุดใดๆอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จะลากเส้นตรงได้ C(10,....) = ...วิธี
2,45	188. ถ้ามีจุด 10 จุด โดยไม่มีสามจุดใดๆอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จะเขียนรูปสามเหลี่ยมได้ทั้งหมด..............รูป

120	189. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอล สีแดง 5 ลูก สีขาว 4 ลูก และสีน้ำเงิน 3 ลูก ถ้าหยิบลูกบอล 3 ลูกพร้อมกันจากกล่องใบนี้ จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูกเสมอ ในการหยิบลูกบอล 3 ลูก แต่ต้องให้ได้สีขาว 1 ลูกเสมอ เราสามารถแยกออกเป็น 2 การกระทำ คือ การหยิบลูกบอลสีขาวให้ได้ 1 ลูกจาก 4 ลูก จะมีวิธีหยิบได้ C(4,1) = 4 วิธี และ การหยิบลูกบอลสีอื่นๆอีก 2 ลูกจากลูกบอลที่เหลือ 8 ลูก จะมีวิธีหยิบได้ C(8,2) = 28 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีหยิบลูกบอล 3 ลูกให้ได้สีขาว 1 ลูกเสมอ = C(4,1)×.......... = ... วิธี
C(8,2),112	190. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 5 ลูก สีขาว 4 ลูกและสีน้ำเงิน 3 ลูก ถ้าหยิบลูกบอล 3 ลูกพร้อมกัน จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูกและสีน้ำเงิน 2 ลูก จะได้ว่า จำนวนวิธีที่จะหยิบลูกบอลสีขาว 1 ลูกจาก 4 ลูก มี C(4,1) = 4 วิธี และ จำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีน้ำเงิน 2 ลูกจาก 3 ลูก มี .... วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะหยิบลูกบอล 3 ลูกให้ได้สีขาว 1 ลูกและสีน้ำเงิน 2 ลูก มี........×........ = ...วิธี

C(3,2) = 3 C(4,1).C(3,2) หรือ 4x3=12	191. กล่องใบหนึ่งมีหลอดไฟ หลอดดี 4 หลอดและหลอดเสีย 2 หลอด ถ้าหยิบหลอดไฟ 3 หลอดพร้อมกัน จำนวนวิธีที่จะหยิบได้หลอดดี 2 หลอดและหลอดเสีย 1 หลอด มี..............วิธี
12	192. ไพ่สำรับหนึ่งมี 52 ใบ แบ่งเป็น 4 ชุดๆละ 13 ใบ คือ ชุดโพธิ์แดง ชุดโพธิ์ดำ ชุดดอกจิกและชุดข้าวหลามตัด จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบไพ่ 2 ใบ โดยให้เป็นดอกจิกทั้งหมด การหยิบไพ่ให้ได้ดอกจิก 2 ใบจากสำรับ ก็เหมือนกับ การหยิบไพ่ดอกจิก 2 ใบ จากไพ่ดอกจิกทั้งชุด 13 ใบนั้นเอง ∴ จึงมีจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ C(13,2) = 78 วิธี ในทำนองเดียวกัน จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบไพ่ 3 ใบ โดยให้เป็นโพธิ์ดำทั้งหมด มี.......................วิธี
C(13,3) หรือ 286	193. จากไพ่สำรับหนึ่ง จะหยิบไพ่ 5 ใบพร้อมกัน โดยให้ได้โพธิ์แดง 2 ใบและโพธิ์ดำ 3 ใบ จะมีวิธีหยิบได้ทั้งหมดกี่วิธี จำนวนวิธีที่จะหยิบไพ่โพธิ์แดง 2 ใบ มี..............วิธี และ จำนวนวิธีที่จะหยิบไพ่โพธิ์ดำ 3 ใบ มี..............วิธี จำนวนวิธีที่จะหยิบไพ่ 5 ใบให้เป็นโพธิ์แดง 2 ใบและโพธิ์ดำ 3 ใบ มี..............วิธี
C(13,2) หรือ78 C(13,3) หรือ286 22,308	"เก่งมาก" ที่นักเรียนทำบทเรียนนี้ถูกต้องทุกกรอบ