

การวิเคราะห์ที่นำคลื่นไมแอนไอโซทรอปิกด้วยวิธีการไฟไนต์อีลีเมนต์  
ที่ใช้อุปกรณ์ประกอบตามขวางของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า



อดิเทพ วงษ์ศรีสุข

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

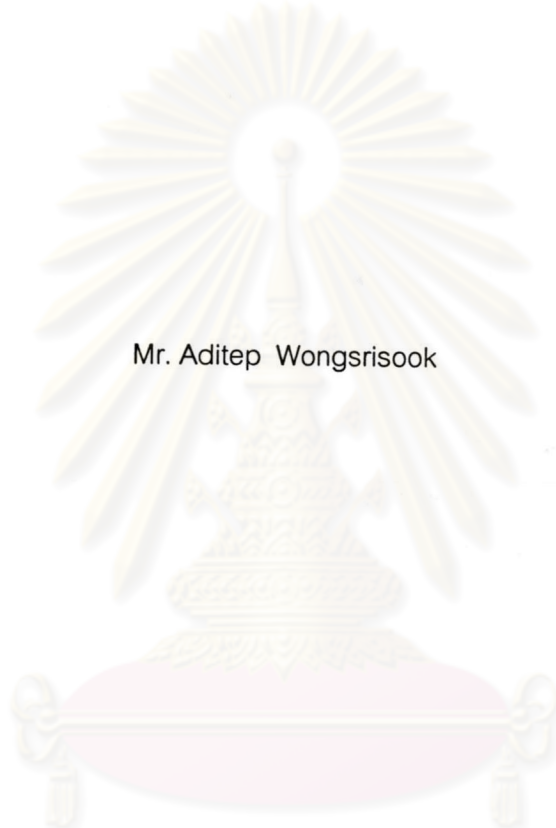
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2544

ISBN 974-03-0498-2

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF BI-ANISOTROPIC WAVEGUIDES  
BY USING THE TRANSVERSE COMPONENTS OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD



Mr. Aditep Wongsrisook

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2001

ISBN 974-03-0498-2

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การวิเคราะห์ที่นำคลื่นไมโครเวฟอินฟราเรดด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์  
ที่ใช้องค์ประกอบตามขวางของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

โดย

นาย อติเทพ วงษ์ศรีสุข

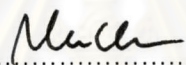
สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษา

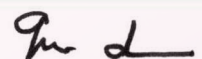
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

  
..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปิัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(ศาสตราจารย์ ดร.มงคล เดชนครินทร์)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉัตรชัย ไวยาพัฒนกร)

อดิเทพ วงษ์ศรีสุข : การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นไบแอนไอโซทรอปิกด้วยวิธีการไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้  
องค์ประกอบสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวาง (FINITE ELEMENT ANALYSIS OF BI-ANISOTROPIC  
WAVEGUIDES BY USING TRANSVERSE COMPONENTS OF THE ELECTROMAGNETIC  
FIELD), อาจารย์ที่ปรึกษา : ผศ.ดร.ทับทิม อ่างแก้ว, 65 หน้า, ISBN 974-03-0498-2

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีการวิเคราะห์โมดเฉพาะในท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิก  
โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ วิธีการที่นำเสนอสามารถวิเคราะห์คุณลักษณะของการนำคลื่นและสนามแม่-  
เหล็กไฟฟ้าของโมดเฉพาะในท่อนำคลื่นที่มีรูปร่างแบบใดๆ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่เสนอใช้สมการในรูปของ  
สนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวางและสร้างระบบสมการด้วยวิธีการลอร์คิน ด้วยเหตุนี้จึงยังผลให้ระบบสมการค่า  
เฉพาะเป็นสมการเชิงเส้นของค่าคงตัวเฟส งานวิทยานิพนธ์ได้เสนอผลการเปรียบเทียบระหว่างการใช้ฟังก์ชันรูป  
ร่างเวกเตอร์เชิงเส้นและฟังก์ชันรูปร่างแบบอีลีเมนต์ขอบในการประมาณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวางภายในอีลี-  
เมนต์สามเหลี่ยม ผลการคำนวณในกรณีตัวอย่างพบว่า การคำนวณโดยใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบอีลีเมนต์ขอบจะทำ  
ให้ประหยัดเวลาคำนวณและหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์เมื่อใช้อีลีเมนต์เป็นจำนวนมาก ในงานวิทยานิพนธ์นี้  
ได้มีการทดสอบความถูกต้องของวิธีการคำนวณโดยใช้ตัวอย่างการคำนวณในกรณีของท่อนำคลื่นวงกลมที่บรรจุ  
ด้วยตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิก 3 ชนิดคือวัสดุไครต์ วัสดุเฟอร์ไรต์ไครต์ และวัสดุไดอิเล็กตริกไครต์ ผลการ  
คำนวณที่ได้สอดคล้องกับผลการคำนวณที่มีผู้เสนอไว้แล้ว

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
สาขาวิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
ปีการศึกษา ..... 2544 .....

ลายมือชื่อนิสิต.....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... *Ph D*

##4070566521 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD : FINITEELEMENT METHOD / FEM /BIANISOTROPIC / CHIROWAVEGUIDE / FERRITE-CHIRAL WAVEGUIDE /

ADITEP WONGSRISOOK: FINITE ELEMENT ANALYSIS OF BI-ANISOTROPIC WAVEGUIDES BY USING TRANSVERSE COMPONENTS OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD. THESIS ADVISOR : ASSIST. PROF. Dr.TUPTIM ANGKEAW. 65 pp. ISBN 974-03-0498-2

The finite element analysis of eigenmodes in arbitrarily shaped bi-anisotropic waveguides is presented. In this thesis, a novel finite element formulation based on the Galerkin's method is expressed in terms of 4 transverse components of the electromagnetic field. The use of 4 transverse field components results in a linear symmetric eigensystem equations of propagation constant. The 2 approaches for approximating the transverse fields in each triangular element by using vector shape functions and edge-based shape functions are investigated. The computational results from numerical examples show that the computational time and memory usage in case of edge-based shape functions is less than the case of vector shape functions when a mesh with large number of elements is employed. The validity of the presented method has been demonstrated in 3 numerical examples: the circular waveguides filled with chiral, ferrite-chiral, and dielectric-chiral materials. The computational results in all examples agree well with other published computational results.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department of Electrical Engineering

Field of study Electrical Engineering

Academic year 2001

Student's Signature *Aditep Wong*

Advisor's Signature *Tuptim Angkeaw*

## กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยและจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้คำแนะนำการวิจัย ตลอดจนให้คำปรึกษา ข้อคิดเห็นต่างๆ ในงานวิจัยและจัดหาอุปกรณ์การดำเนินการวิจัยอย่างครบถ้วน

ขอบคุณพรเพ็ญ สิงหวรรณกุล ที่เป็นกำลังใจและสนับสนุนด้านการวิจัย

ขอบคุณหัวหน้าสำนักงานเทคโนโลยีประยุกต์ หัวหน้าทีมพัฒนาธุรกิจอิเล็กทรอนิกส์ ธนาคารไทยพาณิชย์ทุกท่านที่ได้ให้การสนับสนุนด้านการวิจัย

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดาและพี่ชายของผู้วิจัยที่ได้สนับสนุนด้านการเรียนและเป็นกำลังใจให้เสมอมาตลอดเวลาจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญรูป.....	ญ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	3
1.3 เป้าหมายและขอบเขตงานวิจัย.....	4
1.4 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงาน.....	4
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
บทที่ 2 ตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิก.....	5
2.1 ความนำ.....	5
2.2 ความสัมพันธ์ปรุงแต่ง.....	6
2.3 ตัวกลางไครด์.....	7
2.4 ตัวกลางเฟอร์ไรต์.....	9
2.5 สรุป.....	9
บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับการวิเคราะห์โมดเจาะจง ในท่อนำคลื่นไบแอนไอโซทรอปิก.....	10
3.1 บทนำ.....	10
3.2 ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นไบแอนไอโซทรอปิก.....	11
3.2.1 สมการคลื่น.....	11
3.2.2 การสร้างระบบสมการกาเลอร์กิน.....	15
3.3 การประมาณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวางในอีลีเมนต์.....	21
3.3.1 ฟังก์ชันรูปร่างเวกเตอร์เชิงเส้น.....	21
3.3.2 ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบแบบเวกเตอร์.....	23

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.4 ตัวอย่างผลการทดสอบฟังก์ชันรูปร่าง.....	26
3.4.1 ท่อนำคลื่นภาคตัดขวางรูปวงกลม.....	26
3.4.2 ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางไดอิเล็กทริก.....	31
3.5 สรุป.....	37
บทที่ 4 การวิเคราะห์โหมดเจาะจงท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิก.....	38
4.1 ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางไครล์.....	38
4.2 ท่อนำคลื่นไดอิเล็กทริกไครล์.....	45
4.3 ท่อนำคลื่นไครล์ในตัวกลางไม่เอกพันธ์.....	47
4.4 ท่อนำคลื่นเฟอร์ไรต์ไครล์.....	49
4.4.1 ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางเฟอร์ไรต์ไครล์ $\mu_a = \pm 0.25$ .....	50
4.4.2 ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางเฟอร์ไรต์ไครล์ $\mu_a = \pm 0.5$ .....	52
4.5 สรุป.....	55
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	56
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	56
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	57
รายการอ้างอิง.....	58
ภาคผนวก.....	60
ประวัติผู้เขียน.....	65

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
ตารางที่ 2.1 คุณสมบัติมีภาวะการทำงานย้อนกลับและไร้ภาวะการทำงานย้อนกลับ .....	8
ตารางที่ 3.1 การเปรียบเทียบค่า $\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 4.0$ ใน 3 โมดแรกของท่อนำคลื่นภาคตัดขวางรูปวงกลมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้ฟังก์ชันรูปร่างเวกเตอร์อีลีเมนต์ขอบเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ.....	29
ตารางที่ 3.2 การเปรียบเทียบค่า $\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 4.0$ ใน 3 โมดแรกของท่อนำคลื่นภาคตัดขวางรูปวงกลมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้ฟังก์ชันรูปร่างเวกเตอร์เชิงเส้นเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ.....	29
ตารางที่ 3.3 การเปรียบเทียบค่า $\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 4.0$ ใน 4 โมดแรกของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยวัสดุไดอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้ฟังก์ชันรูปร่างเวกเตอร์อีลีเมนต์ขอบเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ.....	35
ตารางที่ 3.4 การเปรียบเทียบค่า $\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 4.0$ ใน 4 โมดแรกของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยวัสดุไดอิเล็กทริกด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้ฟังก์ชันรูปร่างเวกเตอร์เชิงเส้นเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ.....	36

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญรูป

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 3.1 ภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นรูปร่างไม่เจาะจงและมีความเอกรูป (uniform) ตลอดแนวแกน z.....	11
รูปที่ 3.2 ลักษณะฟังก์ชันรูปร่างเวกเตอร์เชิงเส้น.....	22
รูปที่ 3.3 ลักษณะฟังก์ชันรูปร่างอีลิเมนต์ขอบแบบเวกเตอร์ ที่แก้ไขมาจากฟังก์ชันรูปร่างเวกเตอร์เชิงเส้น.....	23
รูปที่ 3.4 ลักษณะฟังก์ชันรูปร่างอีลิเมนต์ขอบแบบเวกเตอร์.....	24
รูปที่ 3.5 ลักษณะเวกเตอร์ในแนวสัมผัสอีลิเมนต์ของแต่ละ ฟังก์ชันรูปร่างอีลิเมนต์ขอบแบบเวกเตอร์.....	25
รูปที่ 3.6 ลักษณะท่อนำคลื่นภาคตัดวงกลม.....	26
รูปที่ 3.7 ลักษณะการแบ่งอีลิเมนต์ภาคตัดท่อนำคลื่นวงกลม.....	26
รูปที่ 3.8 กราฟดิสเพอร์ชันของท่อนำคลื่นภาคตัดวงกลมกลวง.....	27
รูปที่ 3.9 แบบรูปความเข้มสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ $k_0 a = 4.0$ .....	28
รูปที่ 3.10 เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดที่เปลี่ยนแปลงตามจำนวน อีลิเมนต์เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลิเมนต์ขอบและฟังก์ชันรูปร่างเวกเตอร์เชิงเส้น.....	31
รูปที่ 3.11 ลักษณะท่อนำคลื่นที่บรรจุตัวกลางไดอิเล็กทริก.....	31
รูปที่ 3.12 ลักษณะการแบ่งอีลิเมนต์ท่อนำคลื่นที่บรรจุตัวกลางไดอิเล็กทริก.....	32
รูปที่ 3.13 กราฟดิสเพอร์ชันของท่อนำคลื่นที่บรรจุตัวกลางไดอิเล็กทริก.....	32
รูปที่ 3.14 แบบรูปความเข้มสนามแม่เหล็กไฟฟ้าท่อนำคลื่นภาคตัดขวางสี่เหลี่ยม ที่บรรจุตัวกลาง ไดอิเล็กทริก.....	33
รูปที่ 4.1 ท่อนำคลื่นวงกลมที่บรรจุด้วยตัวกลางไครัล.....	39
รูปที่ 4.2 การแบ่งอีลิเมนต์ของท่อนำคลื่นวงกลมที่บรรจุด้วยตัวกลางไครัล.....	39
รูปที่ 4.3 กราฟดิสเพอร์ชันของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางไครัลมีภาคตัดขวาง เป็นรูปวงกลมที่มีผนังท่อนำคลื่นเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ .....	40
รูปที่ 4.4 ลักษณะกราฟดิสเพอร์ชันของ โหมดที่เกิดขึ้นในท่อนำคลื่น ที่บรรจุด้วยตัวกลาง ไครัลเมื่อมีการแปรผันค่าไครัลลิตี.....	41
รูปที่ 4.5 แบบรูปความเข้มสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของท่อนำคลื่น ที่บรรจุด้วยตัวกลาง ไครัลที่ $k_0 a = 3.0$ .....	44
รูปที่ 4.6 กราฟดิสเพอร์ชันของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางไดอิเล็กทริกไครัล มีภาคตัดขวางเป็นรูปวงกลมที่มีผนังท่อนำคลื่นเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ.....	46

สารบัญรูป (ต่อ)

บทที่	หน้า
รูปที่ 4.7	47
กราฟเปรียบเทียบคิสเพอร์ชันเมื่อมีค่าสภาพยอมเพิ่มขึ้นของท่อนำคลื่น ที่บรรจุด้วยตัวกลาง ไดอิเล็กทริกไครล์มีภาคตัดขวางเป็นรูวงกลม ที่มีผนังท่อนำคลื่นเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ.....	47
รูปที่ 4.8	48
ลักษณะการแบ่งอัสิเมนต์ท่อนำคลื่น ไดอิเล็กทริกไครล์.....	48
รูปที่ 4.9	49
กราฟคิสเพอร์ชันของท่อนำคลื่นในโหมด $HE_{11}$ ที่บรรจุด้วยตัวกลาง ไดอิเล็กทริกไครล์มีภาคตัดขวางเป็นรูวงกลมที่มีผนังท่อนำคลื่นเป็น ตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ.....	49
รูปที่ 4.10	51
กราฟคิสเพอร์ชันของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางเฟอร์ไรต์ไครล์ ที่มีภาคตัดขวางเป็นรูวงกลมและมีผนังท่อนำคลื่นเป็นตัวนำ ไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ.....	51
รูปที่ 4.11	53
กราฟคิสเพอร์ชันของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางเฟอร์ไรต์ไครล์ที่ มีภาคตัดขวางเป็นรูวงกลมและมีผนังท่อนำคลื่นเป็นตัวนำไฟฟ้า สมบูรณ์แบบในโหมด $EH_{01}$ .....	53
รูปที่ 4.12	54
กราฟเปรียบเทียบคิสเพอร์ชันของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลาง เฟอร์ไรต์ไครล์ที่แปรผันค่า $\mu_r$ ในโหมด $HE_{11}$ .....	54

## คำอธิบายสัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ความหมาย
a	รัศมีท่อนำคลื่น
$\bar{a}_x, \bar{a}_y, \bar{a}_z$	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยแนวแกน x, y, z
$\bar{E}$	ความเข้มสนามไฟฟ้า
$\bar{E}_t$	ความเข้มสนามไฟฟ้าตามขวาง
$\bar{E}_z$	ความเข้มสนามไฟฟ้าตามแนวแกน
$\bar{H}$	ความเข้มสนามแม่เหล็ก
$\bar{H}_t$	ความเข้มสนามแม่เหล็กตามขวาง
$\bar{H}_z$	ความเข้มสนามแม่เหล็กตามแนวแกน
j	สัญลักษณ์จำนวนจินตภาพ ( $\sqrt{-1}$ )
$k_0$	เวฟนัมเบอร์ของอวกาศว่าง
n̄	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยแนวตั้งฉาก
$\bar{N}_m(x, y)$	ฟังก์ชันรูปร่างเวกเตอร์เชิงเส้น
$\bar{N}n_m(x, y)$	ฟังก์ชันรูปร่างออร์โธโกนัลของแบบเวกเตอร์
tt, tz, zt, zz	ครรชนีล่าง : ขนาดเมทริกซ์ย่อย
$\bar{\epsilon}$	เทนเซอร์สภาพยอม
$\bar{\mu}$	เทนเซอร์ความซาบซึมได้สนามแม่เหล็ก
$\xi_c$	ไครรัลลิตี
$\bar{\zeta}, \bar{\xi}$	เทนเซอร์การคับปลิงสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก
$\beta$	ค่าคงตัวเฟส
$\omega$	ความถี่เชิงมุม
$\phi_m$	ตัวแปรไม่ทราบค่าสนามไฟฟ้าตามขวางบนออร์โธโกนัล
$\psi_m$	ตัวแปรไม่ทราบค่าสนามแม่เหล็กตามขวางบนออร์โธโกนัล
$\nabla$	ตัวดำเนินการเดล