หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎี

การศึกษาพฤติกรรมของผนังคอนกรีตกลวงสำเร็จรูปในการรับแรงด้านข้าง คำนวณโดยอาศัยทฤษฎีกำลังวัสดุสมมุติให้ผนังคอนกรีตกลวงสำเร็จรูปมีความยืดหยุ่นแบบเส้นตรง แรงที่โครงข้อแข็งถ่ายให้ผนังจะมีพฤติกรรมเป็นคานวางบนพื้นอีลาสติก (Beam on elastic foundation) ในงานวิจัยนี้จะไม่พิจารณาสติฟเนสของโครงข้อแข็งที่มีผลกระทบต่อการถ่ายแรงจากโครงข้อแข็งเข้าสู่ผนังคอนกรีต แต่จะสมมุติให้แรงที่ถ่ายจากโครงข้อแข็งเข้าผนังเป็นรูปสามเหลี่ยม[5] โดยมีความยาวของแรงที่กระจายจะยาวเป็นครึ่งหนึ่งของคานและเสา

2.1 พฤติกรรมว่าด้วยผิวสัมผัสระหว่างโครงข้อแข็งกับผนัง

จากการที่สมมุติให้พฤติกรรมการรับแรงด้านข้างของโครงข้อแข็งกับผนังที่บรรจุอยู่มีลักษณะคล้ายคานวางบนพื้นอีลาสติก โดยที่ผนังมีค่าสปริงสติฟเนสเท่ากับ k เมื่อมีแรงด้านข้างกระทำต่อโครงข้อแข็งจะเกิดการเซขึ้น ผลของการเซทำให้เกิดแรงปฏิสัมพันธ์เท่ากันระหว่างโครงข้อแข็งกับผนัง แรงส่วนหนึ่งจะถูกถ่ายให้กับผนัง แรงนี้จะมากหรือน้อยขึ้นกับค่าสติฟเนสของโครงข้อแข็งและผนัง อาจเขียนสูตรแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเปลี่ยนรูปร่างตามทฤษฎี[14] และรูปประกอบ ดังแสดงในรูปที่ 2.1

$$y = M_a\left\{\frac{2\beta^2/k}{\sinh^2\beta L-\sin^2\beta L}\left[\sinh\beta L(\cosh\beta x'\sin\beta x-\sinh\beta x'\cos\beta x)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\sin\beta L(\sinh\beta x'\cos\beta x-\cosh\beta x'\sin\beta x)\right]\right\}-V_a\frac{2\beta/k}{\sinh^2\beta L-\sin^2\beta L}$$

$$\left[\sinh\beta L\cos\beta x\cosh\beta x'-\sin\beta L\cosh\beta x\cos\beta x'\right] \qquad (2.1)$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \qquad (2.2)$$

เมื่อ E = โมดูลัสยืดหยุ่นของคานหรือเสา กก/ซม^2

I = โมเมนต์อินเนอร์เชียของคานหรือเสา ซม^4

k = สปริงสติฟเนส กก/ซม^2

L = ความยาวของคานที่วางบนพื้นอีลาสติก ซม

M_a = แรงดัดกระทำที่ปลายคาน a มีเครื่องหมายบวกดังแสดงในรูป กก-ซม

V_a = แรงเฉือนกระทำที่ปลายคาน a มีเครื่องหมายบวกดังแสดงในรูป กก

X = ระยะใด ๆ ที่พิจารณาตามความยาวของคานหรือเสา ซม

X' = $L-X$

y = ระยะแอ่นตัวของคานบนพื้นอีลาสติกมีเครื่องหมายเป็นบวกตามแกน y ซม

β = ความสัมพันธ์ระหว่างสปริงสติฟเนสของพื้นอีลาสติกกับค่า EI ของคาน ซม$^{-1}$

จากสมการที่ 2.1 เพื่อให้รูปแบบของสมการง่ายขึ้น อาจเขียนสมการการแอ่นตัวเสียใหม่ ให้เห็นถึงผลจากแรงดัดและแรงเฉือน ดังเช่น

$$y = M_a\Phi_1(\beta x)-V_a\Phi_2(\beta x) \qquad (2.3)$$

โดยที่ $$\Phi_1(\beta x) = \frac{2\beta^2/k}{\sinh^2\beta L-\sin^2\beta L}\left[\sinh\beta L(\cosh\beta x'\sin\beta x-\sinh\beta x'\cos\beta x)\right.$$

$$\left.+\sin\beta L(\sinh\beta x'\cos\beta x-\cosh\beta x'\sin\beta x)\right]$$

$$\Phi_2(\beta x) = \frac{2\beta/k}{\sinh^2\beta L-\sin^2\beta L}(\sin\beta L\cos\beta x\cosh\beta x'-\sin\beta L\cosh\beta x\cos\beta x')$$

แต่ในผนังที่บรรจุอยู่ในโครงข้อแข็งใด ๆ จะมีแรงกระทำทั้งสองปลายของชิ้นส่วนโครงสร้าง โดยอาศัยทฤษฎี superposition เมื่อพิจารณาการแอ่นตัวจากแรงกระทำที่ปลายคาน a และ b ดังแสดงในรูปที่ 2.2 (ก,ข,ค) อาจเขียนสมการได้เป็น

$$y_1 = M_a\Phi_1(\beta x)-V_a\Phi_2(\beta x) \qquad (2.4)$$

$$y_2 = M_b\Phi_1(\beta x')-V_b\Phi_2(\beta x') \qquad (2.5)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

และ $y = y_1+y_2 = M_a\Phi_1(\beta x)-V_a\Phi_2(\beta x)+M_b\Phi_1(\beta x')-V_b\Phi_2(\beta x')$ (2.6)

เมื่อพิจารณาโครงข้อแข็งในอาคารสูงช่วงชั้นกลาง ๆ รับแรงกระทำด้านข้างจะเกิดการโก่งตัวดังแสดงในรูปที่ 2.3 โดยพิจารณาแรงดัดและแรงเฉือนที่กระทำต่อเสา ac ที่จุด b และที่จุดดัดกลับที่กลางเสาแรงดัดจะมีค่าเป็นศูนย์ และโดยการสมมุติให้แรงปฏิสัมพันธ์ระหว่างโครงข้อแข็งกับผนัง เริ่มจากมุมต่อระหว่างคานและเสาถึงจุดดัดกลับที่กลางเสา เพราะฉะนั้นจะได้ว่าที่ระยะ x เท่ากับ L หรือที่ความสูงครึ่งหนึ่งของเสา ac ค่าการแอ่นตัวจะมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อแทนค่า $M_b = 0$ และ $y(L) = 0$ ลงในสมการที่ (2.6) ได้ V_b ในเทอมของ M_a และ V_a ดังนี้

$$V_b = M_a \frac{\beta \sin \beta L(\sinh \beta L-\sin \beta L)}{(\sinh \beta L \cosh \beta L-\sin \beta L \cos \beta L)}- V_a \frac{(\sinh \beta L \cos \beta L-\sin \beta L \cosh \beta L)}{(\sinh \beta L \cosh \beta L-\sin \beta L \cos \beta L)} \quad (2.7)$$

เมื่อแทนค่า $M_b = 0$ และ V_b ลงในสมการ (2.6)

$$y(x) = \frac{2M_a \beta^2/k}{\sinh^2\beta L-\sin^2\beta L}\{[\sinh \beta L(\cosh \beta x'\sin \beta x-\sinh \beta x'\cos \beta x)+\sin \beta L$$

$$(\sin \beta x'\cos \beta x-\cosh \beta x' \sin \beta x)]-[\frac{\sin \beta L(\sinh \beta L-\sin \beta L)}{(\sinh \beta L \cosh \beta L-\sin \beta L \cos \beta L)}$$

$$(\sinh \beta L \cos \beta x' \cosh \beta x-\sin \beta L \cosh \beta x'\cos \beta x)]\}-\frac{2V_a \beta/k}{\sinh^2\beta L-\sin^2\beta L}$$

$$\{[\sinh \beta L \cos \beta x \cosh \beta x'-\sin \beta L \cosh \beta x \cos \beta x']-$$

$$[\frac{(\sinh \beta L \cos \beta L-\sin \beta L \cosh \beta L)}{(\sinh \beta L \cosh \beta L-\sin \beta L \cos \beta L} (\sinh \beta L \cos \beta x'\cosh \beta x-$$

$$\sin \beta L \cosh \beta x' \cos \beta x)]\} \quad (2.8)$$

Smith[4,5] กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างสปริงสติฟเนสของผนังกับค่า EI ของโครงข้อแข็งดังนี้

$$k = \frac{E_w t}{\ell_k} \qquad (2.9)$$

ซึ่งให้ $$\beta = \sqrt[4]{\frac{E_w t}{4EI\ell_k}} \qquad (2.10)$$

เมื่อ β = ค่าแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสปริงสติฟเนสของผนังต่อค่า EI ของโครงข้อแข็ง ($ซม^{-1}$)

E_w = โมดูลัสยืดหยุ่นของผนัง ($กก/ซม^2$)

E = โมดูลัสยืดหยุ่นของคานหรือเสาที่พิจารณา ($กก/ซม^2$)

I = โมเมนต์อินเนอร์เชียของคานหรือเสาที่พิจารณา $ซม^4$

ℓ_k = ความยาวหรือความสูงของผนังวัดตามแนวแรงของค่า k ซม

t = ความหนาของผนัง ซม

k = สปริงสติฟเนส $กก/ซม^2$

ในรูปที่ 2.4 แสดงการแอ่นตัวของเสา ac เมื่อรับแรงดัดและแรงเฉือน ดังแสดงในรูปที่ 2.3 โดยที่คำการแอ่นตัวของเสาจะพิจารณาเฉพาะความสูงในช่วง ab หรือ $L = \frac{H}{2}$ โดยใช้สมการการแอ่นตัวที่ (2.8) จากรูปพบว่า ลักษณะการแอ่นตัวของเสากับผนังจะเป็นเส้นตรงเมื่อ βL มีค่าน้อยกว่า 0.85 ลงไป สำหรับโครงข้อแข็งคอนกรีตที่มีหน้าตัดตั้งแต่ 0.80x0.80 เมตร ถึง 1.00x1.00 เมตร สูง 4.00 เมตร และมีผนังคอนกรีตขนาดกว้าง 4 เมตร ยาว 4 เมตร หนา 10 ซม ค่า βL จะมีค่าอยู่ระหว่าง 1.05-1.30 ตามลำดับ

2.2 หน่วยแรงภายในของผนัง

ผนังคอนกรีตกลวงสำเร็จรูปบรรจุในโครงข้อแข็งรับแรงด้านข้าง จากการถ่ายแรงจากโครงข้อแข็ง โดยอาศัยพฤติกรรมผิวสัมผัสระหว่างผนังกับโครงข้อแข็ง แรงปฏิสัมพันธ์ระหว่างโครงข้อแข็งกับผนังอาจพิจารณาเป็นรูปสามเหลี่ยม ดังรายละเอียดในหัวข้อที่ 2.1 และรูปที่ 2.5 และ 2.6 ณ จุดใด ๆ ในผนังจะพบว่า มีแรงกระทำทั้งในแนวแกน x และแนวแกน y ผนวกกับแรงเฉือนทั้งสองทิศทางดังแสดงในรูปที่ 2.7 หน่วยแรงหลักและมุมระหว่างหน่วยแรงหลักในแกน x อาจคำนวณได้จากทฤษฎีกำลังวัสดุทั่ว ๆ ไป[15] คือ

$$(\sigma_n)_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+(\tau_{xy})^2} \qquad (2.11)$$

$$\theta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{-2\tau_{xy}}{(\sigma_x-\sigma_y)} \qquad (2.12)$$

เมื่อ σ_x = หน่วยแรงตั้งฉากในแนวแกน x มีค่าเป็นบวกเมื่อเป็นแรงดึง กก/ซม^2

σ_y = หน่วยแรงตั้งฉากในแนวแกน y มีค่าเป็นบวกเมื่อเป็นแรงดึง กก/ซม^2

τ_{xy} = หน่วยแรงเฉือนบนระนาบ xy มีค่าเป็นบวกตามเครื่องหมายในรูป กก/ซม^2

$(\sigma_n)_{\substack{max\\min}}$ = หน่วยแรงหลักสูงสุดหรือต่ำสุด กก/ซม^2

θ = มุมระหว่างหน่วยแรงหลักสูงสุดหรือต่ำสุดทำกับแกน x มีค่าเป็นบวกเมื่อหมุนทวนเข็มนาฬิกา องศา

สำหรับผนังคอนกรีตกลวงสำเร็จรูปบรรจุในโครงข้อแข็งรับแรงด้านข้าง โดยมีรูกลวงตลอดตามแนวแกน x ค่าหน่วยแรงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นอาจคำนวณหาได้ดังนี้

$$\sigma_x = \frac{-P_h}{Ht} \cdot K \qquad (2.13)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\sigma_y = \frac{-P_v}{Lt} \qquad (2.14)$$

$$\tau_{xy} = \frac{P_h}{Lt} \qquad (2.15)$$

เมื่อ $K = \frac{A_g}{A_c}$

A_c = พื้นที่หน้าตัดคอนกรีตสุทธิตามแนวแกน ซม^2

A_g = พื้นที่หน้าตัดคอนกรีตรวมตามแนวแกน ซม^2

H = ความสูงของผนัง ซม

L = ความยาวของผนัง ซม

t = ความหนาของผนังประกอบด้วยส่วนที่ศันและกลวง ซม

P_h = แรงกระทำในแนวราบ กก

P_v = แรงกระทำในแนวดิ่ง กก

ซึ่งนำมาใช้ในการวิเคราะห์หาค่าหน่วยแรงดึงหลักสูงสุดในแนวทะแยง เมื่อต้องการพิจารณาสาเหตุการวิบัติของผนังเนื่องจากแรงดึงของปูนก่อหรือของคอนกรีตที่กลางผนัง เพื่อหากำลังของผนังในการรับแรงด้านข้างเปรียบเทียบกับผลการทดสอบในผนังทดสอบจำนวน 4 แผง

2.3 ทฤษฎีผนังคอนกรีตกลวงสำเร็จรูปรับแรงเฉือน

ในการพิจารณาสาเหตุการวิบัติของผนังคอนกรีต เมื่อรับแรงกระทำทางด้านข้าง ซึ่งเกิดจากหน่วยแรงเฉือนเกินค่าพิกัด อาจพิจารณาได้เป็น 3 ลักษณะคือ

1. สาเหตุการวิบัติเนื่องจากรอยต่อบริเวณแนวปูนก่อ Bejamin และ William[9] ได้แสดงความสัมพันธ์ของหน่วยแรงเฉือนของปูนก่อซึ่งประกอบด้วย หน่วยแรงเฉือนโดยตรงและหน่วยแรงเฉือนเนื่องจากหน่วยแรงกดทับ ดูรูปที่ 2.8 ซึ่งเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\tau_{xy} = \tau_b + \mu\sigma_y \qquad (2.16)$$

เมื่อ τ_{xy} = หน่วยแรงเฉือนตรงบริเวณรอยต่อ กก/ซม^2

τ_b = หน่วยแรงเฉือนเนื่องจากแรงยึดเหนี่ยวได้จากการทดสอบ กก/ซม^2

μ = สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของคอนกรีตหรือ tan ϕ มีค่า = 0.70[8]

σ_y = หน่วยแรงอัดตั้งฉากกับตัวอย่าง กก/ซม^2

ในงานก่ออิฐฉาบปูนจะมีผลของฝีมือเข้ามาเกี่ยวข้องทำให้กำลังรับแรงเฉือนลดลง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้สัมประสิทธิ์ลดกำลัง "C"

$$\tau_{xy} = C(\tau_b + \mu\sigma_y) \qquad (2.17)$$

จากทฤษฎีของคาน (Beam theory) ถ้าพิจารณาผนังเป็นคานหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้วหน่วยแรงเฉือนที่แกนสะเทินจะมีค่ามากที่สุด หน่วยแรงเฉือนสูงสุดที่จุดกึ่งกลางของผนังจะมีค่าเป็น 1.5 เท่าของหน่วยแรงเฉือนเฉลี่ย[9] และมีค่าเท่ากับหน่วยแรงเฉือนที่ได้จากสมการ (2.17)

$$\tau_{xy} = 1.5\frac{P_h}{Lt} = C(\tau_b + \mu\sigma_y) \qquad (2.18)$$

เมื่อ P_h = กำลังรับแรงในแนวราบของผนัง กก

L = ความยาวของผนัง ซม

t = ความหนาบริเวณรอยต่อ ซม

จากรูปที่ 1.2 อาศัยกฎความสมดุลย์ของแรง $\Sigma M_a = 0$

$$P_v = \frac{P_h H}{L} \tag{2.19}$$

เมื่อ P_v = แรงกดทับในแนวดิ่ง กก

H = ความสูงของผนัง ซม

สมการ (2.19) หารด้วยพื้นที่หน้าตัดจะได้

$$\sigma_y = \frac{P_h H}{L^2 t} \tag{2.20}$$

ให้สมการ (2.18) หารด้วย (2.20)

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} = 1.5 \frac{L}{H} \tag{2.21}$$

สมการ (2.17) หารด้วย σ_y ตลอด

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} = C \left(\frac{\tau_b}{\sigma_y} + \mu\right) \tag{2.22}$$

จากสมการ (2.21) และ (2.22)

$$\sigma_y = \frac{\tau_b C}{1.5\left(\frac{L}{H}\right) - \mu C} \tag{2.23}$$

แทนค่า σ_y กลับเข้าไปในสมการ (2.20)

จะได้ $$P_h = \frac{\tau_b C\ L\ t\left(\frac{L}{H}\right)}{1.5\left(\frac{L}{H}\right) - \mu C} \tag{2.24}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. สาเหตุการวิบัติเนื่องจากหน่วยแรงดึงในแนวทะแยง Turnsek และ Cacovic[16] ได้เสนอสูตรการคำนวณโดยพิจารณาจากหน่วยแรงดึงหลักที่บริเวณกึ่งกลางผนังถึงจุดวิกฤต ซึ่งคำนวณได้จากวงกลมของมอร์ และให้หน่วยแรงเฉือนสูงสุดที่กึ่งกลางผนังมีค่า 1.5 เท่าของหน่วยแรงเฉือนเฉลี่ย $(\frac{P_h}{Lt})$

จากรูปวงกลมของมอร์ (Mohr's circle)

$$\sigma_t = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+(\tau_{xy})^2} \qquad (2.25)$$

เมื่อ $\sigma_x = 0$, $\sigma_y = \sigma_y = -\frac{P_v}{Lt} = -\frac{P_h H}{L^2 t}$, $\tau_{xy} = \frac{1.5 P_h}{Lt}$

เพราะฉะนั้น $\sigma_t = -\frac{H P_h}{2L^2 t} + \sqrt{\frac{H^2 P_h^2}{4L^4 t^2} + \frac{2.25 P_h^2}{L^2 t^2}}$ (2.26)

ยกกำลังสองสมการ (2.41) $\frac{2.25 P_h^2}{L^2 t^2} - \frac{H \sigma_t P_h}{L^2 t} - \sigma_t^2 = 0$ (2.27)

$$P_h = \frac{2}{9} \sigma_t Ht(1+\sqrt{1+9(\frac{L}{H})^2}) \qquad (2.28)$$

สมการ (2.28) จะใช้ได้ดีเมื่อ $\frac{L}{H} < 1.50$

3. สาเหตุการวิบัติเนื่องจากแรงดึงในแนวทะแยง เอนก[1] ได้เสนอวิธีการคำนวณแรงเฉือนโดยอาศัยความสัมพันธ์ของหน่วยแรงที่บริเวณกึ่งกลางของผนัง ซึ่งได้จากการวิเคราะห์ด้วยไฟไนท์เอเลเมนท์ ค่าหน่วยแรงเฉือนสูงสุดที่บริเวณกึ่งกลางของผนังจะมีค่า 1.5 เท่าของหน่วยแรงเฉือนเฉลี่ย ความสัมพันธ์ $\frac{\sigma_x}{\tau_{xy}}$ กับสัดส่วนความยาวต่อความสูง $(\frac{L}{H})$ และความสัมพันธ์ $\frac{\sigma_y}{\tau_{xy}}$ กับ $\frac{L}{H}$ แสดงไว้ในรูปที่ 2.9 โดยความสัมพันธ์ของทั้งสองมีค่าเป็นดังนี้

$$\frac{\sigma_x}{\tau_{xy}} = -.062(\frac{L}{H})^2 + 0.737(\frac{L}{H}) - 0.18 \qquad (2.29)$$

$$\frac{\sigma_y}{\tau_{xy}} = 0.968(\frac{L}{H})^2 - 2.974(\frac{L}{H}) + 2.623 \qquad (2.30)$$

จากนั้นแทนค่าหน่วยแรงต่าง ๆ ซึ่งได้จากสมการที่ (2.29) และสมการ (2.30) ลงในสมการที่ (2.25) โดยที่ $\sigma_x = -K_1\tau_{xy}$ และ $\sigma_y = -K_2\tau_{xy}$

$$\sigma_t = -\frac{(K_1+K_2)}{2}\tau_{xy} + \sqrt{\tau_{xy}^2\left[\left(\frac{K_1-K_2}{2}\right)^2+1\right]} \qquad (2.31)$$

สมการ (2.31) ยกกำลังสอง

$$\left[\sigma_t + \left(\frac{K_1+K_2}{2}\right)\tau_{xy}\right]^2 = \tau_{xy}^2\left[\left(\frac{K_1-K_2}{2}\right)^2+1\right]$$

$$\sigma_t^2+\left(\frac{K_1K_2}{2}\right)^2\tau_{xy}^2+(K_1+K_2)\,\sigma_t\tau_{xy} = -\frac{K_1K_2}{2}\tau_{xy}^2+\tau_{xy}^2$$

$$(1-K_1K_2)\,\tau_{xy}^2-(K_1+K_2)\,\sigma_t\tau_{xy}-\sigma_t^2 = 0 \qquad (2.32)$$

$$\tau_{xy} = \sigma_t\frac{\left[K_1+K_2+\sqrt{(K_1+K_2)^2+4(1-K_1K_2)}\right]}{2(1-K_1K_2)} \qquad (2.33)$$

เพราะฉะนั้นแรงเฉือนที่ทำให้ผนังวิบัติเนื่องจากแรงดึงในแนวทะแยงมีค่า

$$P_h = \frac{\tau_{xy}Lt}{1.5} \text{ กก.} \qquad (2.34)$$

เมื่อ t = ความหนาของผนัง ซม.

L = ความยาวของผนัง ซม.

K_1, K_2 = ค่าคงที่ขึ้นกับสัดส่วนความยาวต่อความสูง $(\frac{L}{H})$ แสดงไว้ในตารางที่ 2.1

2.4 การวิเคราะห์ผนังด้วยวิธีไฟไนท์เอเลเมนท์

โปรแกรมไฟไนท์เอเลเมนท์ที่ใช้วิเคราะห์ในงานวิจัยนี้เป็นของ R.S. Sandhu จุดมุ่งหมายของโปรแกรมนี้เพื่อที่ใช้วิเคราะห์หาการเคลื่อนที่ของจุดต่าง ๆ และหน่วยแรงต่าง ๆ ในโครง

013547

สร้าง 2 มิติ โดยแรงภายนอกที่กระทำอาจพิจารณาเป็นแรงกระจายหรือแรงแบบจุดก็ได้ และผลของอุณหภูมิที่มีต่อโครงสร้างด้วย โดยอาศัยสมมุติฐานว่าวัสดุมีคุณสมบัติยืดหยุ่นเป็นเส้นตรงทั้ง 2 ทิศทาง สำหรับรูปแบบของชิ้นส่วนย่อยมีอยู่ด้วยกัน 3 แบบให้เลือก

1. ชิ้นส่วนมิติเดียวความเครียดคงที่รูปท่อนตรง (one dimensional constant strain element)

2. ชิ้นส่วนรูปสี่เหลี่ยมไอโซพาราเมตริก ควอดริแลทเทอรอล (four point isoparametric quadrilateral)

3. ชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมความเครียดคงที่ (constant strain triangle)

ในการวิเคราะห์โครงสร้างได้ใช้วิธีสติฟเนส (stiffness method) โดยยึดแนวหลักการการวิเคราะห์ของ Professor Wilson's (Analysis of plane stress structure 1966)

ขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมแสดงไว้ในรูปที่ 2.10 ซึ่งประกอบด้วยโปรแกรมย่อยต่าง ๆ ดังนี้

โปรแกรมหลัก (4ISO) โปรแกรมส่วนนี้ทำหน้าที่ในการอ่านข้อมูลส่วนควบคุมการทำงานของตัวโปรแกรม (Control Information) ประกอบด้วยข้อมูลดังนี้ จำนวนจุดและจำนวนชิ้นส่วนย่อยของโครงสร้าง จำนวนชนิดของวัสดุ จำนวนหน่วยแรงกระจายที่กระทำบนแต่ละชิ้นส่วนย่อยของโครงสร้าง ค่าความเร่งของมวลสารของผนังและอุณหภูมิอ้างอิง เป็นต้น

โปรแกรมย่อย (INPUT) โปรแกรมส่วนนี้ทำหน้าที่ในการอ่านข้อมูลเกี่ยวกับคุณสมบัติของวัสดุแต่ละชนิด ระยะในแนวแกน x และแนวแกน y ของจุดหรือขอบมุมของชิ้นส่วนย่อยในโครงสร้าง และการเรียงลำดับหมายเลขของจุดต่อของชิ้นส่วนย่อยในโครงสร้าง

โปรแกรมย่อย (Solve) โปรแกรมส่วนนี้ยังประกอบด้วยโปรแกรมย่อยอีก 2 โปรแกรม คือ โปรแกรมย่อย (Elemen) และโปรแกรมย่อย (ONED) ซึ่งโปรแกรมย่อย (Elemen) ทำหน้าที่ในการฟอร์มสติฟเนสของชิ้นส่วนย่อยในโครงสร้าง 2 มิติ ใช้กับชิ้นส่วนย่อยรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม สำหรับโปรแกรมย่อย (ONED) ทำหน้าที่คล้ายกับโปรแกรมย่อย (Elemen) ต่างกันตรงที่โปรแกรมย่อย (ONED) นี้ใช้กับชิ้นส่วนย่อยรูปท่อนตรงในโครงสร้าง 1 มิติ เมื่อได้สติฟเนสของชิ้นส่วนย่อยแล้ว โปรแกรมย่อย (Solve) จะทำหน้าที่ฟอร์มเป็นสติฟเนสของโครงสร้างต่อไป ลักษณะการทำงานจะเป็นแบบทำซ้ำ ๆ จนกว่าจะครบจำนวนของชิ้นส่วนย่อย

โปรแกรมย่อย (BANSOL) โปรแกรมส่วนนี้ทำหน้าที่ในการแก้สมการเมตริกซ์ โดยวิธีการขจัดของเก้าส (Gauss climination) หลังจากนั้นจะได้ค่าการเคลื่อนที่ของจุดต่าง ๆ บนโครงสร้างแล้วพิมพ์ผลออกมา

โปรแกรมย่อย (STRESS) โปรแกรมส่วนนี้ทำหน้าที่ในการคำนวณหาค่าหน่วยแรงต่าง ๆ ของชิ้นส่วนย่อยในโครงสร้าง ค่าหน่วยแรงที่ได้จะเป็นค่าที่จุดกึ่งกลางของชิ้นส่วนย่อย ซึ่งประกอบด้วย หน่วยแรงตั้งฉากในแนวแกน x ในแนวแกน y หน่วยแรงเฉือน หน่วยแรงหลัก และมุมของหน่วยแรงหลักที่กระทำต่อแกน x โดยเครื่องหมายของค่าหน่วยแรงเฉือนที่คำนวณได้จะมีค่าตรงกันข้ามกับค่าหน่วยแรงเฉือนที่แสดงไว้ในหัวข้อที่ 2.2

ในการวิเคราะห์ผนังคอนกรีตกลวงสำเร็จรูปรับแรงด้านข้างด้วยไฟไนท์เอเลเมนท์ ได้ใช้รูปแบบของชิ้นส่วนย่อยรูปสี่เหลี่ยมในการวิเคราะห์ เนื่องจากในการวิเคราะห์ต้องถือว่าผนังมีความหนาคงที่ 1 หน่วย แต่แผ่นตัวอย่างที่ใช้ทดสอบในงานวิจัยนี้มีแกนกลางเป็นรูกลวงตลอด (Hollow core) ดังรูปที่ 3.1 โดยส่วนที่บางมีความหนาเป็นครึ่งหนึ่งของส่วนที่คัน ดังนั้นในการป้อนข้อมูลในส่วนของคุณสมบัติของวัสดุจึงแบ่งออกเป็น 3 ชนิด โดยถือว่าชิ้นส่วนย่อยบริเวณส่วนที่คัน ส่วนที่กลวงและของปูนก่อมีคุณสมบัติของโมดูลัสยืดหยุ่นแตกต่างกันไป ในกรณีความหนาส่วนที่กลวงค่าโมดูลัสยืดหยุ่นนี้จะใช้โมดูลัสยืดหยุ่นเสมือน ซึ่งมีค่าครึ่งหนึ่งของโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต ทั้งนี้เพื่อให้

คุณสมบัติและพฤติกรรมสอดคล้องกับสถาพความเป็นจริงของผนัง และค่าหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริงบนผนังส่วนที่บางนี้จะมีค่าเป็น 2 เท่าของค่าที่วิเคราะห์ได้

ในการวิเคราะห์โปรแกรมใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ IBM 3031-004 ช่วยในการคำนวณ สำหรับรายละเอียดในการแบ่งชิ้นส่วนย่อยของผนังทั้ง 4 แผง ได้แสดงไว้ในรูปที่ 2.11 ผลการวิเคราะห์ที่ได้ประกอบด้วย การเคลื่อนที่ของจุดต่าง ๆ ของชิ้นส่วนย่อย (nodal point) ค่าหน่วยแรงตั้งฉากในแนวแกน x และแกน y ค่าหน่วยแรงเฉือน ค่าหน่วยแรงดึงและหน่วยแรงอัดหลักที่จุดกึ่งกลางของชิ้นส่วนย่อย และมุมระหว่างแรงดึงหลักกับแกน x

2.5 การเปลี่ยนรูปร่างของผนังบรรจุในโครงข้อแข็ง

ผนังคอนกรีตกลวงสำเร็จรูปในโครงข้อแข็งรับแรงกระทำทางด้านข้าง โดยพิจารณาแรงกระทำที่โครงข้อแข็งมีต่อผนัง ดังในรูปที่ 2.6 จะพบว่า พฤติกรรมการเปลี่ยนรูปร่างของผนังจะเกิดจากอิทธิพลของแรงเฉือนเพียงอย่างเดียว ทั้งนี้เนื่องจากแรงดัดที่ใต้ผนังมีค่าเป็นศูนย์ตลอดความยาวของผนัง สำหรับการเปลี่ยนรูปร่างเนื่องจากแรงเฉือน เมื่อสมมุติให้ผนังมีฐานยึดแน่นและแรงที่ถ่ายจากโครงข้อแข็งนั้นมีลักษณะเป็นจุดที่ปลาย ดังแสดงในรูปที่ 2.12 ซึ่งเขียนสมการหาระยะการเปลี่ยนตำแหน่งของโครงสร้างได้ตามหนังสืออ้างอิงที่ 21 คือ

$$\text{การเปลี่ยนรูปร่างจากแรงเฉือน } \Delta_s = \int_0^H \frac{fP_h}{GA}\,dx \qquad (2.35)$$

เมื่อ A = พื้นที่หน้าตัดของผนังในการรับแรงเฉือน ซม^2

f = ฟอร์มแฟคเตอร์ มีค่า 1.2 สำหรับหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า

G = โมดูลัสการเฉือนมีค่า $\frac{E}{2(1+\nu)}$

E = โมดูลัสยืดหยุ่นของผนัง กก/ซม^2

ν = ปอยซองเรโชของคอนกรีตมีค่าประมาณ 0.2

H = ความสูงของผนัง

P_h = แรงกระทำในแนวราบ

x = ระยะความสูงใด ๆ ที่พิจารณา

เนื่องจากผนังคอนกรีตกลวงสำเร็จรูปมีลักษณะหน้าตัดตามแนวราบไม่คงที่ตลอดความสูง และยังมีแนวปูนก่ออีก 2 แนว ค่าคุณสมบัติวัสดุและคุณสมบัติหน้าตัดจึงไม่เท่ากันตลอด รูปร่างของสมการจะพิจารณาคำนวณทีละช่วงตามที่เป็นจริงของตัวอย่างทดสอบ และพิจารณาแรงกระทำแบบจุดที่ระยะ $\frac{5}{6}$ H ดูรูปที่ 2.13

จากสมการที่ (2.35) อาจอินทิเกตหาค่าให้อยู่ในรูปของแรงด้านข้างทั้ง P_h และความยาวของผนัง L ได้ โดยมีค่าการเปลี่ยนรูปร่างจากการเฉือนที่จุดแรงกระทำ (Δ_{sl})

$$\Delta_{sl} = \int_{o}^{\frac{5}{6}H} \frac{fP_h}{GA}\, dx \qquad (2.36)$$

$$\Delta_{sl} = 3.572x10^{-4}\, \frac{P_h}{L}$$

เมื่อ G = 2.4

A = Lt ซม^2

เนื่องจากจุดที่แรงกระทำและจุดที่กำลังพิจารณาหาการเปลี่ยนรูปร่าง ไม่ได้อยู่ ณ จุดเดียวกัน แต่สมมุติให้การเปลี่ยนแปลงรูปร่างจากการเฉือนเป็นเส้นตรง จึงอาจเทียบสัดส่วนให้เป็นค่าการเปลี่ยนรูปร่างที่ที่ปลายผนัง (Δ_h)

$$\Delta_h = \frac{6}{5}\Delta_{sl} = 4.286x10^{-4}\, \frac{P_h}{L} \qquad (2.37)$$

2.6 พิจารณาการโก่งเดาะของผนังคอนกรีตในการรับแรงด้านข้าง

ผนังเมื่อบรรจุในโครงข้อแข็งรับแรงกระทำทางด้านข้าง สามารถสมมุติให้เป็นค้ำยันเสมือนได้ [2,4] โดยอาศัย Euler'formular[19] เมื่อเสายาวรับแรงกดตามแนวแกน ดังแสดงในรูปที่ 2.14

จากการ differential

$$y'' = \frac{-M}{EI} = \frac{-Py}{EI}$$

$$EIy''+Py = 0 \qquad (2.38)$$

ให้ $$K^2 = \frac{P}{EI} \qquad (2.39)$$

ดังนั้น $$y''+K^2y = 0 \qquad (2.40)$$

สมการ (2.40) เป็น non-trivial solution ซึ่งมีรูปแบบของสมการของ y เป็น

$$y = A \sin k\,x + B \cos k\,x \qquad (2.41)$$

อาศัยเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition)

ที่ $x = 0$

$y = 0$

ที่ $x = L$

$y = 0$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แทนค่าลงในสมการ (2.41)

$$B = 0$$

$$A \sin k L = 0$$

ถ้า $A = 0$ แสดงว่าเสาไม่มีการโก่งตัว

$$\sin k L = 0 = \sin n\pi$$

หรือ $$K = \frac{n\pi}{L}$$

จากสมการ (2.39) $$P_{cr} = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2} \qquad n = 1,2,3... \qquad (2.42)$$

เมื่อ $n = 1$ แรงวิกฤตของ Euler ซึ่งลักษณะหัวท้ายของเสามีลักษณะเป็นจุดหมุนได้ แต่เคลื่อนที่ในแนวราบได้

แรงวิกฤตมีค่า $$P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

หรือ $$\frac{P_e}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} \qquad (2.43)$$

เมื่อ $$I = Ar^2 \qquad (2.44)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_e}{A} = \frac{\pi^2 E}{(\frac{L}{r})^2} \qquad (2.45)$$

เมื่อ M = โมเมนต์ที่เกิดขึ้นในเสา (กก-ซม)

P = แรงกดที่กระทำต่อเสา กก

K = เป็นค่า eigenvalue

y = ระยะการโก่งตัวของเสาเมื่อรับแรงกด ซม

σ_{cr} = หน่วยแรงวิกฤติในเสา กก/ซม^2

r = รัศมีไจเรชั่น ซม

I = โมเมนต์ของความเฉื่อย ซม^4

A = พื้นที่หน้าตัดของเสา ซม^2

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในการพิจารณาการโก่งเดาะของผนังสามารถแยกพิจารณาได้เป็น 3 กรณี ดูรูปที่ 2.15 ประกอบ

กรณีที่ 1 การโก่งเดาะในแนวดิ่งเนื่องจากแรงในแนวตั้ง (P_v) โดยที่สมมุติให้ความยาวของเสามีค่าเท่ากับความสูงของผนัง ($\bar{H}$) แยกพิจารณาได้เป็น 3 จุด

จุดหนึ่ง บริเวณคอนกรีตต้น พิจารณาหน้าตัด ① - ①

$$\sigma_{cr1} = \frac{\pi^2 E_1}{(\frac{H}{r_1})^2} \qquad (2.46)$$

$$I_1 = \frac{1}{12}(L)t^3 \qquad (2.47)$$

จุดสอง บริเวณคอนกรีตกลวง พิจารณาหน้าตัด ② - ②

$$\sigma_{cr2} = \frac{\pi^2 E_1}{(\frac{H}{r_2})^2} \qquad (2.48)$$

$$I_2 = \frac{Lt}{2}(\bar{y})^2 \qquad (2.49)$$

จุดสาม บริเวณปูนก่อ พิจารณาหน้าตัด ③ - ③

$$\sigma_{cr3} = \frac{\pi^2 E_3}{(\frac{H}{r_3})^2} \qquad (2.50)$$

$$I_3 = I_1$$

กรณีที่ 2 การโก่งเดาะเป็นแนวนอนเนื่องจากแรงในแนวราบ (P_h) โดยสมมุติให้ความยาวของเสามีค่าเท่ากับความยาวของผนัง (L) พิจารณาหน้าตัด ④ - ④

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_1}{(\frac{L}{r_4})^2} \qquad (2.51)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$I_4 = \frac{1}{12} L_1 t^3 + L_2 \frac{t}{2} (\bar{y})^2 \qquad (2.52)$$

กรณีที่ 3 การโก่งเดาะในแนวทะแยงมุม เนื่องจากแรงลัพธ์ R โดยสมมุติให้ความยาวของเสามีค่าเท่ากับ $\frac{2}{3}$ ของความยาวทะแยงมุม (Ld)

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_1}{(\frac{2Ld}{3r})^2} \qquad (2.53)$$

สำหรับค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียจะใช้ค่าต่ำสุด เพื่อความสะดวกและปลอดภัย

2.7 พื้นที่หน้าตัดประสิทธิผลของค้ำยันเสมือนในผนังคอนกรีต

ผนังคอนกรีตเมื่อบรรจุอยู่ในโครงข้อแข็ง รับแรงกระทำทางด้านข้าง พฤติกรรมการรับแรงของผนังสามารถสมมุติให้เป็นเสาซึ่งยึดโครงข้อแข็งในแนวทะแยงมุมในทิศทางการรับแรงด้านข้าง[17] ดังรูปที่ 2.16

$$\Delta_w = \Delta_h \cos \theta \qquad (2.54)$$

$$b_w = \frac{2}{3} L \sin \theta \qquad (2.55)$$

$$P_h = f_c b_w t \cos \theta \qquad (2.56)$$

ในการหาค่าพื้นที่หน้าตัดประสิทธิผล (A_w)[7] ได้อาศัยการยึดหดตัวบริเวณขอบมุมที่แรงกระทำ และให้ถือว่าการยึดหดตัวของขอบมุมนี้เป็นการยึดหดตัวของค้ำยันเสมือนเอง โดยที่ค่าของการยึดหดตัวนี้หาได้จากผลการคำนวณไฟไนท์เอเลเมนท์ จากรูปที่ 2.17 จะได้ว่า

$$\Delta_{uz} = \sqrt{(\Delta_{ux})^2 + (\Delta_{uy})^2} \qquad (2.57)$$

$$\Delta_w = \Delta_{uz} \cos (\theta - \alpha) \qquad (2.58)$$

และ $$\Delta_w = \frac{RLd}{A_w E} \qquad (2.59)$$

จากสมการ (2.58) และ (2.59) จะได้

$$A_w = \frac{R L_d}{E \Delta_{uz} \cos(\theta - \alpha)} \qquad (2.60)$$

เมื่อ

Δ_w	=	ระยะเคลื่อนที่ในแนวทะแยงมุมของผนังด้านรับแรง	ซม
Δ_{ux}	=	ระยะเคลื่อนที่ในแนวราบของขอบมุมผนังด้านรับแรง	ซม
Δ_{uy}	=	ระยะเคลื่อนที่ในแนวดิ่งของขอบมุมผนังด้านรับแรง	ซม
Δ_{uz}	=	ระยะเคลื่อนที่ลัพธ์ของขอบมุมผนังด้านรับแรง	ซม
b_w	=	ความกว้างประสิทธิผลของค้ำยันเสมือน	ซม
A_w	=	พื้นที่ประสิทธิผลของค้ำยันเสมือน	ซม^2
f_c	=	หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ของคอนกรีต	กก/ซม^2
P_h	=	แรงกระทำในแนวราบ	กก
R	=	แรงลัพธ์ในแนวทะแยงมุม	กก
Ld	=	ความยาวในแนวทะแยงมุมของผนัง	ซม
θ	=	มุมระหว่างเส้นทะแยงมุมกับแกน x	องศา
α	=	มุมระหว่างการเคลื่อนที่ลัพธ์ของขอบมุมด้านรับแรงกับแกน x	องศา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย