บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง "ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์ และฟังก์ชั่นลอการิทึม" สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นี้ ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยตามลำดับขั้นดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรและเนื้อหาเรื่อง "ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์และฟังก์ชั่นลอการิทึม"

ผู้วิจัยได้ศึกษาหลักสูตรและแบบเรียนเรื่องฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์และฟังก์ชั่นลอการิทึม ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี อย่างละเอียดเพื่อจะดูว่าเนื้อหาที่บรรจุอยู่ในหลักสูตรนั้นมีอะไรบ้าง และการจัดลำดับเนื้อหาเป็นอย่างไร สำหรับเนื้อหาเรื่องฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์และฟังก์ชั่นลอการิทึมนี้ ผู้วิจัยมีความรู้มากพอสมควร จากการที่ได้ศึกษาเล่าเรียนมาและจากประสบการณ์ในการสอน แต่ผู้วิจัยต้องศึกษาเนื้อหาเรื่องนี้อย่างละเอียดและลึกซึ้งอีกครั้งหนึ่ง เพื่อที่จะทำให้เข้าใจถูกต้องและชัดเจนยิ่งขึ้น นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ศึกษาถึงวิธีการสอนและการจัดลำดับขั้นตอนในการสอนเป็นอย่างดี ผู้วิจัยเชื่อว่านักเรียนจะได้รับความรู้ความเข้าใจเนื้อหาเรื่องนี้จากบทเรียนเป็นอย่างดี และรวดเร็ว สำหรับขอบเขตของเนื้อหาวิชาเรื่องฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์และฟังก์ชั่นลอการิทึม ผู้วิจัยยึดตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

2. ศึกษาเทคนิคและวิธีการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม

ผู้วิจัยได้ศึกษาเทคนิคและวิธีการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม จากหนังสือและบทความต่าง ๆ อย่างละเอียดทั้งภาษาไทยและต่างประเทศ และปรึกษาอาจารย์ที่มีความรู้ความชำนาญในด้านนี้ หลังจากที่ได้ศึกษาอย่างละเอียดแล้ว ผู้วิจัยก็เลือกสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง สาเหตุที่ผู้วิจัยเลือกสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดนี้ ก็เพราะว่า

2.1 บทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรงมีวิธีการเขียนและการใช้ไม่ยุ่งยากซับซ้อน

2.2 เด็กในระดับมัธยมยังไม่คุ้นเคยกับการเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรม ดังนั้นในตอนเริ่มต้นจึงควรใช้บทเรียนแบบโปรแกรมชนิดที่ง่ายที่สุด

2.3 ผู้วิจัยมีความเห็นว่า การให้นักเรียนคิดหาคำตอบเองและเขียนคำตอบลงไป จะช่วยย้ำความเข้าใจและทำให้เกิดการเรียนรู้ได้มากยิ่งขึ้น

3. <u>กำหนดวัตถุประสงค์ทั่วไปและวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม</u>

หลังจากที่ได้ศึกษาเนื้อหาวิชาเรื่อง "ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนท์และฟังก์ชันลอการิทึม อย่างละเอียดแล้ว ผู้วิจัยก็ได้สร้างวัตถุประสงค์ทั่วไปขึ้น เพื่อที่จะกำหนดว่า จะให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในหลักเกณฑ์ใดบ้าง ตามขอบเขตของเนื้อหาที่ได้กำหนดไว้ แล้วจึงสร้างวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งมีดังนี้

<u>ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนท์</u>

1. ให้นักเรียนรู้ความหมายของเลขยกกำลัง

1.1 เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ $a \neq 0$ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก นักเรียนบอกได้ว่า ผลคูณของตัวประกอบ a ซึ่งซ้ำกัน n ตัวเขียนแทนด้วย a^n และเรียก a^n ว่า เลขยกกำลัง (กรอบ 1 – 5)

1.2 นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลังแทนจำนวนที่กำหนดได้ (กรอบ 6)

1.3 กำหนด a^n เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ $a \neq 0$ และ n เป็นจำนวนตรรกยะใด ๆ ให้ นักเรียนบอกได้ว่า a คือฐาน n คือเลขชี้กำลังและสามารถยกตัวอย่างเลขยกกำลังตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้ (กรอบ 7 – 9, 46 – 47, 56 , 61, 67 – 68)

1.4 เมื่อกำหนดเลขยกกำลังให้ นักเรียนหาค่าที่เป็นผลสำเร็จได้ (กรอบ 10 – 11, 72, 79 – 80, 85 – 86)

2. ให้นักเรียนรู้คุณสมบัติเกี่ยวกับการคูณ และการหารเลขยกกำลัง

2.1 เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ $a \neq 0$ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวก นักเรียนบอกได้ว่า

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (กรอบ 12 – 16)
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$; $m > n$ (กรอบ 18 – 21)
3. $a^0 = 1$ (กรอบ 23 – 26)
4. $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ (กรอบ 28 – 30)

2.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของเลขยกกำลังทั้ง 4 ข้อได้ (กรอบ 17, 22, 27, 31 – 32)

3. ให้นักเรียนรู้ความหมายของกรณฑ์

3.1 นักเรียนบอกได้ว่า $\sqrt[n]{a}$ เมื่อ a เป็นจำนวนบวก และ n เป็นจำนวนบวก $n \neq 1$ แทนความหมายว่า รากที่ n ของ a หรือกรณฑ์ที่ n ของ a (กรอบ 69)

3.2 นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปของกรณฑ์และเขียนกรณฑ์อยู่ในรูปของเลขยกกำลังได้ (กรอบ 70 – 71, 73 – 76, 78)

3.3 นักเรียนสรุปได้ว่า $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} = (\sqrt[q]{a})^p$ เมื่อ p, q เป็นจำนวนเต็มใด ๆ $q > 0$, $q \neq 1$ และ $a > 0$ (กรอบ 77)

4. ให้นักเรียนรู้จักนำคุณสมบัติของเลขยกกำลังที่กล่าวในข้อ 2 และข้อ 3 ไปใช้

4.1 เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ $b \neq 0$ และเมื่อ m, n เป็น

นักเรียนแสดงได้ว่า	จำนวนเต็มใด ๆ	เศษส่วน
1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$	กรอบ 33 – 38	กรอบ 87 – 94
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$	กรอบ 40 – 44	กรอบ 95 – 101
3. $(a^m)^n = a^{mn}$	กรอบ 48 – 54	กรอบ 104 – 109
4. $(ab)^n = a^n b^n$	กรอบ 57 – 60	กรอบ 111 – 114
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	กรอบ 62 – 63	กรอบ 118 – 122

4.2 นักเรียนสรุปได้ว่า $a^{-\frac{p}{q}} = \frac{1}{a^{\frac{p}{q}}}$ เมื่อ $a > 0$, p, q เป็นจำนวนเต็มบวก (กรอบ 81 – 84)

4.3 นักเรียนทำโจทย์ระคนเกี่ยวกับเลขยกกำลังได้ถูกต้อง (กรอบ 39, 45, 55, 64 – 66, 102 – 103, 110, 115 – 117, 123 – 128)

5. ให้นักเรียนเข้าใจความหมายและลักษณะของฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์

5.1 กำหนดความสัมพันธ์ในรูปสมการมาให้ นักเรียนบอกได้ว่าสมการใดเป็นฟังก์ชั่น (กรอบ 129 – 131)

5.2 กำหนดฟังก์ชั่นในรูปสมการมาให้ นักเรียนบอกได้ว่าฟังก์ชั่นใดเป็นฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์ (กรอบ 132 – 134)

5.3 นักเรียนหาค่าฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์ที่ x ใด ๆ ได้ (กรอบ 135 – 137)

5.4 นักเรียนบอกได้ว่าฟังก์ชั่น $y = a^x$ เมื่อ $a > 1$ เป็นฟังก์ชั่นเพิ่ม (กรอบ 138 – 140)

5.5 นักเรียนบอกได้ว่า $y = a^x$ เมื่อ $0 < a < 1$ เป็นฟังก์ชั่นลด (กรอบ 141 – 143)

5.6 กำหนดฟังก์ชั่นในรูปสมการและกราฟมาให้ นักเรียนบอกได้ว่า เป็นฟังก์ชั่นลดหรือฟังก์ชั่นเพิ่ม (กรอบ 144 – 148)

6. ให้นักเรียนรู้จักสมการเอกซ์โปเนนท์และแก้สมการได้

6.1 กำหนดสมการมาให้นักเรียนบอกได้ว่าสมการใดเป็นสมการเอกซ์โปเนนท์ (กรอบ 149 – 151)

6.2 กำหนดสมการเอกซ์โปเนนท์มาให้ นักเรียนสามารถหาเซ็ทคำตอบของสมการได้ถูกต้อง (กรอบ 152 – 162)

<u>ฟังก์ชั่นลอการิทึม</u>

7. ทบทวนเรื่องอินเวอร์สฟังก์ชั่น (inverse function)

7.1 กำหนดฟังก์ชั่นอยู่ในรูปเซ็ทของคู่ลำดับ (ordered paired) และในรูปสมการมาให้ นักเรียนเขียนอินเวอร์สของฟังก์ชั่นได้ และบอกได้ว่าอินเวอร์สของฟังก์ชั่นนั้นเป็นฟังก์ชั่นหรือไม่ (กรอบ 163 – 167)

7.2 กำหนดอินเวอร์สของฟังก์ชั่นใด ๆ มาให้ นักเรียนบอกได้ว่า อินเวอร์สของฟังก์ชั่นนั้น ๆ เป็นอินเวอร์สฟังก์ชั่นหรือไม่ (กรอบ 168 – 170)

7.3 กำหนดฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์มาให้ พร้อมทั้งกราฟ นักเรียนเขียนอินเวอร์สฟังก์ชั่นได้ และเขียนกราฟของอินเวอร์สฟังก์ชั่น พร้อมทั้งบอกลักษณะบางประการของกราฟของอินเวอร์สฟังก์ชั่นได้ (กรอบ 171 – 176)

8. ให้นักเรียนเข้าใจความหมายของฟังก์ชั่นลอการิทึม

8.1 ถ้า $x = a^y$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ นักเรียนบอกได้ว่า y คือ $\log_a x$ (กรอบ 177 – 178)

8.2 กำหนดสมการในรูปลอการิทึม นักเรียนเขียนสมการในรูปเลขยกกำลังได้ (กรอบ 179)

8.3 นักเรียนหาค่าของ $\log_a x$ ได้เมื่อ x เป็นจำนวนบวกใดๆ $a > 0$ และ $a \neq 1$ (กรอบ 180 – 185)

9. ให้นักเรียนรู้จักคุณสมบัติของลอการิทึม

9.1 เมื่อ $M, N, a > 0$ และ $a \neq 1$ นักเรียนพิสูจน์ได้ว่า

1. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ (กรอบ 186–188)

2. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ (กรอบ 192–194)

3. $\log_a M^k = k \log_a M$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริงใดๆ (กรอบ 198 – 202)

9.2 นักเรียนนำคุณสมบัติของลอการิทึมไปใช้หาค่าลอการิทึมได้ (กรอบ 189 – 191, 195 – 197, 203 – 205)

10. ให้นักเรียนรู้จักคาแรคเตอริสติค (Characteristic) และแมนทิสสา (Mantissa) ของลอการิทึมฐานต่าง ๆ

10.1 กำหนดลอการิทึมที่มีฐานใด ๆ ซึ่งมากกว่า 1 มาให้นักเรียนหาค่าลอการิทึมได้ (กรอบ 206 – 207)

10.2 กำหนดค่าของลอการิทึมมาให้ นักเรียนบอกได้ว่า ส่วนไหนเป็นคาแรคเตอริสติค และส่วนไหนเป็นแมนทิสสา (กรอบ 208)

10.3 นักเรียนหาคาแรคเตอริสติคของลอการิทึมฐานใด ๆ ซึ่งมากกว่า 1 ได้ (กรอบ 209 – 213)

11. ให้นักเรียนรู้จักลอการิทึมฐานสิบ (Common Logarithm)

11.1 นักเรียนเขียนรูปมาตรฐานของจำนวนจริงบวก P ได้ดังนี้ คือ $P = A \times 10^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มใด ๆ และ $1 \leq A < 10$ (กรอบ 214 – 218)

11.2 นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ของลอการิทึมสามัญหรือลอการิทึมฐานสิบได้ (กรอบ 219)

11.3 นักเรียนบอกคาแรคเตอริสติคของลอการิทึมฐานสิบของจำนวนบวกใด ๆ ได้ โดยทำให้อยู่ในรูปมาตรฐาน (กรอบ 220 – 225)

11.4 นักเรียนบอกแมนทิสสาของลอการิทึมฐานสิบของจำนวนบวกใด ๆ ได้ในรูปลอการิทึม (กรอบ 226 – 227)

11.5 นักเรียนหาค่าลอการิทึมฐานสิบของจำนวนบวกใด ๆ โดยมีแมนทิสสาในรูปเศษทศนิยมที่กำหนดให้ได้ (กรอบ 228 – 235)

11.6 เมื่อ log N มีแมนทิสสาเดียวกันกับแมนทิสสาของลอการิทึมของจำนวนหนึ่งที่กำหนดให้ นักเรียนหา N ได้ (กรอบ 236 – 242)

11.7 นักเรียนอ่านค่าลอการิทึมฐานสิบของจำนวนบวกใด ๆ จากตารางลอการิทึมฐานสิบได้ (กรอบ 243 – 246)

11.8 นักเรียนหาค่าลอการิทึมฐานสิบของจำนวนบวกใด ๆ โดยใช้ตารางลอการิทึมฐานสิบได้ (กรอบ 247 – 265)

11.9 กำหนด log N มาให้ นักเรียนหาค่า N ได้โดยใช้ตารางลอการิทึมฐานสิบ (กรอบ 266 – 277)

12. ให้นักเรียนรู้จักนำลอการิทึมไปใช้ในการคำนวณ

12.1 นักเรียนใช้ลอการิทึมในการหาผลคูณ ผลหาร เลขยกกำลัง และ กรณฑ์ได้ (กรอบ 278 – 284)

12.2 นักเรียนใช้ลอการิทึมแก้สมการเอ็กซ์โปเนนท์ได้ (กรอบ 285 – 287)

13. ให้นักเรียนรู้วิธีเปลี่ยนฐานลอการิทึม

13.1 นักเรียนแสดงวิธีเปลี่ยนฐานลอการิทึมได้ (กรอบ 288)

13.2 นักเรียนหาค่าลอการิทึมฐานอื่น ๆ ได้โดยการเปลี่ยนให้เป็นลอการิทึมฐานสิบ (กรอบ 289 – 292)

14. ให้นักเรียนรู้จักนำคุณสมบัติของลอการิทึมและความรู้เรื่องลอการิทึมไปใช้

14.1 นักเรียนใช้คุณสมบัติ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ หาผลบวกของลอการิทึมได้ (กรอบ 293 – 295)

14.2 นักเรียนใช้คุณสมบัติ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ หาผลต่างของลอการิทึมได้ (กรอบ 296 – 298)

14.3 นักเรียนหารากของสมการลอการิทึมได้ (กรอบ 299 – 301)

4. <u>สร้างแบบสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียน</u>

ผู้วิจัยได้สร้างแบบสอบขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือวัดประสิทธิภาพของบทเรียน โดยสร้างตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมแต่ละข้อที่ได้กำหนดไว้ เพื่อจะได้แบบสอบที่ตรงตามเนื้อหา (Content Validity) เมื่อสร้างแบบสอบเสร็จแล้ว ผู้วิจัยได้นำแบบสอบนี้ไปทดสอบเพื่อหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ค่าความยาก (Item Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discriminating Power) กับกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนกวิทยาศาสตร์ ซึ่งเรียนคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ของโรงเรียนปทุมคงคา ซึ่งได้เรียนเรื่องฟังก์ชันเอกซ์โปเนนท์และฟังก์ชันลอการิทึมมาแล้ว จำนวน 70 คน

แบบสอบที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกคำตอบ (Multiple Choice) 4 ตัวเลือก มีจำนวน 80 ข้อ การวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบ

ใช้สูตร

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ \frac{S_t^2 - \sum_{i=1}^{n} p_i q_i}{S_t^2} \right\}$$

การวิเคราะห์หาค่าความยาก (p) และอำนาจจำแนก (r) ของแบบสอบแต่ละข้อ ใช้เทคนิค 27 % ของกลุ่มสูง และ 27 % ของกลุ่มต่ำ แล้วเปิดตารางวิเคราะห์ข้อทดสอบของ จุง เต ฟาน (Chung - Teh Fan)

แบบสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียน

(Pre-test and Post-test)

แบบสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียน

คำชี้แจง คำถามแต่ละข้อจะมีคำตอบให้นักเรียนเลือกอยู่ 4 คำตอบ คือ ตั้งแต่ ก. ถึง ง.

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย " x " ลงในกระดาษคำตอบ ให้ตรงกับข้อที่นักเรียนเลือก (เวลา 1 ชั่วโมง)

1. $2^{m+1} \times 2$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 4^{m+1}

ข. 4^{m+2}

ค. 2^{m+2}

ง. 2^{2m+1}

2. $(-3a^2)(-3a)^2$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $9a^4$

ข. $-9a^4$

ค. $27a^4$

ง. $-27a^4$

3. $\frac{4^{2n}}{2^n}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 2^2

ข. 2^{2n}

ค. 2^3

ง. 2^{3n}

4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 6

ข. -6

ค. 8

ง. -8

5. $(0.008)^{\frac{1}{3}}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0.2

ข. 0.02

ค. 0.002

ง. 0.0002

6. $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^{\frac{5}{6}}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $\frac{a^{\frac{5}{2}}}{b^{\frac{5}{3}}}$

ข. $\frac{a^{\frac{5}{2}}}{b^{\frac{3}{5}}}$

ค. $\frac{a^{\frac{2}{5}}}{b^{\frac{5}{3}}}$

ง. $\frac{a^{\frac{2}{5}}}{b^{\frac{3}{5}}}$

7. $9^{-\frac{3}{2}}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 27

ข. -27

ค. $\frac{1}{27}$

ง. $-\frac{1}{27}$

8. ถ้า a = 1 และ b = 8 แล้ว $a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. -1

ข. -2

ก. -5

ง. -7

9. $2^{-\frac{2}{3}} \times 3^{-\frac{2}{3}}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $2^{-\frac{4}{3}}$

ข. $3^{-\frac{4}{3}}$

ค. $\dfrac{1}{6^{-\frac{2}{3}}}$

ง. $\dfrac{1}{6^{\frac{2}{3}}}$

10. $\dfrac{(-6)^{-1}}{(-2)^{-1}}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. -3

ข. $-\frac{1}{3}$

ค. $\frac{1}{3}$

ง. 3

11. $a^0 \times a^{-2} \times a^3 \times b^3 \times b^{-3}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. 1

ค. a

ง. a^5b^6

12. $3^0 + 3^{-1} + 3^{-2}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $\frac{4}{3}$

ข. $\frac{4}{9}$

ค. $\frac{13}{3}$

ง. $\frac{13}{9}$

13. $\frac{3^3 - 3^2}{3^0}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. 3

ค. 9

ง. 18

14. $(ab)^{-\frac{1}{2}}$ เป็นจำนวนเดียวกับจำนวนใด

ก. $\sqrt{ab}$

ข. $-\sqrt{ab}$

ค. $\frac{1}{\sqrt{ab}}$

ง. $-\frac{1}{\sqrt{ab}}$

15. $(100)^{\frac{1}{2}} - 8^{\frac{1}{3}} - 8^{0}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 8

ข. 7

ค. 6

ง. 5

16. $2^{\frac{1}{4}} \times 8^{\frac{1}{4}}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 2

ข. 3

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{1}{3}$

17. ข้อใดเป็นฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเท์

ก. $y = 3x + 2$

ข. $y = x^{3}$

ค. $y = (-3)^{x}$

ง. $y = 3^{x}$

18. ข้อใดเป็นฟังก์ชันลด (decreasing function)

ก. $y = x^{3}$

ข. $y = 3^{x}$

ค. $y = (\frac{1}{3})^{x}$

ง. $y = (-3)^{x}$

19. ข้อใดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function)

ก. $y = x^{3}$

ข. $y = 3^{x}$

ค. $y = (\frac{1}{3})^{x}$

ง. $y = (-3)^{x}$

20. ถ้า $f(x) = 4^{x}$ แล้ว $f(-2)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. -16

ข. 16

ค. $-\frac{1}{16}$

ง. $\frac{1}{16}$

21. ถ้า $5^{x} = \frac{1}{625}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. -4

ข. 4

ก. $-\frac{1}{4}$

ง. $\frac{1}{4}$

22. ถ้า $(4^{x}-1)(4^{x}-2) = 0$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $0, 2$

ข. $0, \frac{1}{2}$

ค. $2, \frac{1}{2}$

ง. $1, 2$

23. ถ้า $4 \times 2^{3m} = 64$ แล้ว m มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $\frac{1}{3}$

ข. $\frac{2}{3}$

ค. 1

ง. $1\frac{1}{3}$

24. ถ้า $7^{3x} - 1 = 0$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 3

ข. $\frac{1}{3}$

ค. 0

ง. $-\frac{1}{3}$

25. $a^b = c$ มีความหมายตรงกับข้อใด

ก. $\log_b c = a$

ข. $\log_c a = b$

ค. $\log_a c = b$

ง. $\log_a b = c$

26. $\log_m 8 = 2$ เขียนในรูปเลขยกกำลังได้อย่างไร

ก. $2^m = 8$

ข. $8^m = 2$

ค. $2^8 = m$

ง. $m^2 = 8$

27. $\log_{\frac{4}{5}} 1$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. $\frac{4}{5}$

ค. 1

ง. 2

28. $\log_{3871}3871$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

29. ถ้า $\log_{\frac{1}{2}}x = 0$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. $\frac{1}{2}$

ค. 1

ง. 2

30. ถ้า $\log_a 100 = 2$ แล้ว $\log_a 10$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 2

ข. 1

ค. -1

ง. -2

31. ถ้า $a = 2$, $b = 3$ แล้ว $\log_{10}\frac{3a^2}{4b}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. $\frac{3}{4}$

ค. 1

ง. $\frac{4}{3}$

32. ถ้า $\log_{10} x = 0.3271$ แล้ว $\log_{10}100x$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0.3271

ข. 1.3271

ค. 2.3271

ง. 32.71

33. $\log_6 (x+3) + \log_6 (x-2)$ เป็นจำนวนเดียวกับจำนวนใด

ก. $2 \log_6 (2x+1)$

ข. $\log_6 (x^2 + x - 6)$

ค. $\log_6 (2x+1)$

ง. $\log_6 (x^6 + 5x-6)$

34. $\log_{10} 7000 - \log_{10} 70$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

35. ถ้า $\log_{10} 2 = m$ แล้ว $\log_{10} 2^n$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $m + n$

ข. $m - n$

ค. m^n

ง. mn

36. กำหนด $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$

$\log_{10} \sqrt[3]{2}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0.003

ข. 0.1003

ค. 0.1013

ง. 0.1033

37. คาแรคเตอริสติคของ log 123456.12 เป็นเท่าไร

ก. -5

ข. 5

ค. -6

ง. 6

38. คาแรคเตอริสติคของ log 0.0000012345 เป็นเท่าไร

ก. -5

ข. 5

ค. -6

ง. 6

39. ถ้า log 5.74 = 0.7589 แล้ว log 574 มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 75.89

ข. 1.7589

ค. 2.7589

ง. 3.7589

40. ถ้า log 4.726 = 0.6745 แล้ว log 0.004726 มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0.006745

ข. $-2 + .6745$

ค. $-3 + .6745$

ง. $\bar{4}.6745$

41. กำหนด log 29.3 = 1.4669 และ log N = 3.4669; N มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0.00293

ข. 293

ค. 2930

ง. 29300

42. log 0.00555 มีค่าเท่ากับเท่าไร (ใช้ตารางลอการิทึม)

ก. $\bar{2}.7435$

ข. $\bar{3}.7443$

ค. $\bar{2}.7443$

ง. $\bar{3}.7451$

43. ถ้า $\log N = 2.8248$ แล้ว N มีค่าเท่ากับเท่าไร (ใช้ตารางลอการิทึม)

ก. 6680

ข. 668

ค. 66.8

ง. 6.68

44. ถ้า $\log N = \bar{2}.7561$ แล้ว N มีค่าเท่ากับเท่าไร (ใช้ตารางลอการิทึม)

ก. 5.70300

ข. 0.57030

ค. 0.05703

ง. 0.005703

45. กำหนด $\log 9.72 = 0.9877$ และ $\log 6.2723 = 0.7975$ จงหาค่าของ $(0.0972)^{\frac{1}{5}}$

ก. 0.62723

ข. 6.27230

ค. 62.7230

ง. 627.230

46. ถ้า $2^x = 3$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $\frac{3}{2}$

ข. $\log \frac{3}{2}$

ค. $\frac{\log 3}{\log 2}$

ง. $\frac{\log 2}{\log 3}$

47. ถ้า $\log 99 = m$ และ $\log e = n$ แล้ว $\log_e 99$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $m + n$

ข. $m - n$

ค. mn

ง. $\frac{m}{n}$

48. จากสมการ $\log x + \log 2y = 1$ เมื่อ $x = 5$; y มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

49. จากสมการ $\log_5 (x+2) - \log_5 (x-2) = 1$; รากของสมการมีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 2

ข. 3

ค. 4

ง. 5

50. จากสมการ $\log x + \log 3 = \log (2x-1)$; รากของสมการมีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. -1

ข. 1

ค. 4

ง. ไม่มีรากของสมการ

5. <u>สร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์และฟังก์ชั่นลอการิทึม</u>

ผู้วิจัยได้สร้างบทเรียนแบบโปรแกรม (ชนิดเส้นตรง) โดยเขียนตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมแต่ละข้อที่ได้กำหนดไว้ในตอนต้น หลังจากนั้นก็นำบทเรียนไปทดลองเพื่อวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียน โดยทดลองตามลำดับขั้นดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ขั้นหนึ่งคน ทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สี่ แผนกวิทยาศาสตร์ของโรงเรียนปทุมคงคา ซึ่งเรียนคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีโดยคัดเลือกจากนักเรียนที่มีผลการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ค่อนข้างอ่อน ซึ่งพิจารณาจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และคะแนนเฉลี่ย แต่เป็นนักเรียนที่มีความมานะพยายาม ในการทดลองขั้นหนึ่งคนนี้ เพื่อจะปรับปรุงแก้ไขบทเรียนเกี่ยวกับความถูกต้องชัดเจน และลำดับขั้นตอนของเนื้อหาวิชา ภาษาที่ใช้ ลำดับขั้นตอนของกรอบเครื่องหมายต่าง ๆ ที่ใช้ และอื่น ๆ ที่ควรจะปรับปรุงแก้ไข สำหรับเวลาที่ใช้ในการทดลอง ใช้เวลาหลังจากเลิกเรียนแล้ว ตั้งแต่เวลา 15.50 น.เป็นต้นไป รวมทั้งหมด 7 วัน โดยให้นักเรียนทำตามลำดับดังนี้

ก. ทำแบบสอบก่อนเรียนบทเรียน

ข. เรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

ค. ทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียน

ในการทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียนนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งการทดสอบออกเป็นสองตอนดังนี้

<u>ตอนที่ 1</u> ทดสอบเมื่อนักเรียนเรียนบทเรียนจบบทที่หนึ่งและบทที่สอง

<u>ตอนที่ 2</u> ทดสอบเมื่อนักเรียนเรียนบทเรียนจบบทที่สามจนถึงบทที่หก

<u>ขั้นที่ 2</u> ขั้นกลุ่มเล็ก หลังจากการทดลองขั้นหนึ่งคนและผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขบทเรียนเสร็จแล้ว ก็นำบทเรียนที่ได้แก้ไขแล้วนั้นไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สี่ แผนกวิทยาศาสตร์ของโรงเรียนสตรีวิทยา จำนวน 10 คน ซึ่งดำเนินการทดลองตามลำดับขั้นเช่นเดียวกับการทดลองขั้นหนึ่งคน เมื่อทดลองเสร็จแล้วก็นำเอาบทเรียนนั้นมาปรับปรุงอีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่ 3 ขั้นภาคสนาม หลังจากที่ได้ทำการปรับปรุงแก้ไขบทเรียนจากการทดลองกลุ่มเล็กแล้ว ก็นำเอาบทเรียนไปทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพ โดยทดลองกับกลุ่มตัวอย่างของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สี่ แผนกวิทยาศาสตร์ ปีการศึกษา 2518 ของโรงเรียนปทุมคงคาและโรงเรียนมัธยมสาธิตวิทยาลัยครูพระนคร จำนวน 100 คน ซึ่งเรียนคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยใช้เวลาในการทดลองโรงเรียนละ 7 วัน หลังจากเลิกเรียนแล้ว วันแรกใช้เวลา 1 ชั่วโมงเพื่อทำแบบสอบก่อนเรียนบทเรียน วันที่สองจนถึงวันที่เจ็ด ทำบทเรียนตั้งแต่บทที่หนึ่งถึงบทที่หก และทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียน จากผลการทดลองภาคสนามนี้ ผู้วิจัยได้นำเอาข้อมูลมาวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรมที่ได้สร้างขึ้น โดยใช้สูตร

$$\text{คะแนนที่นักเรียนทำบทเรียนถูกคิดเฉลี่ยร้อยละ} = \frac{C}{N} \times \frac{100}{A}$$

$$\text{คะแนนที่นักเรียนทำแบบสอบถูกคิดเฉลี่ยร้อยละ} = \frac{S}{N} \times \frac{100}{T}$$

บทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง "ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์และฟังก์ชั่นลอการิทึม"

สำหรับ

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

บทเรียนนี้เรียกว่า บทเรียนแบบโปรแกรม เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเรียนได้ด้วยตนเอง บทเรียนจะทำหน้าที่เสมือนเป็นผู้สอนประจำตัวผู้เรียน ดังนั้นผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามคำแนะนำในการเรียนอย่างเคร่งครัด

รายละเอียดเกี่ยวกับบทเรียนมีดังนี้

1. บทเรียนแบบโปรแกรมบทนี้เขียนขึ้นตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีเฉพาะเรื่องฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์และฟังก์ชั่นลอการิทึม

2. เนื้อหาในบทเรียนแบ่งออกเป็นขั้นเล็ก ๆ เรียกว่า กรอบซึ่งเรียงจากง่ายไปหายากตามลำดับ

3. ในแต่ละกรอบจะมีข้อความให้ผู้เรียนอ่านและมีคำถามนำให้ผู้เรียนคิดและตอบคำถามบางกรอบอาจจะให้ผู้เรียนเติมข้อความที่ขาดหายไป

4. ผู้เรียนจะทราบทันทีว่า คำตอบของผู้เรียนถูกหรือผิดเพราะจะมีคำตอบเฉลยไว้ด้วย

5. ในแต่ละกรอบแบ่งเป็นสองช่อง ดังนี้

	1. ในช่องนี้มีข้อความให้ผู้เรียนอ่านและมีคำถามให้ผู้เรียนตอบหรือเติมข้อความที่ขาดหายไป
ในช่องนี้มีคำตอบเฉลยของกรอบที่ 1	2.
ในช่องนี้มีคำตอบเฉลยของกรอบที่ 2	3.

คำแนะนำในการเรียน

1. ให้นักเรียนใช้กระดาษแข็งปิดข้อความในกรอบที่ 2

2. อ่านข้อความในกรอบที่ 1 อย่างละเอียด แล้วตอบคำถามหรือเติมข้อความลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้

3. ตรวจคำตอบของนักเรียนได้ โดยเลื่อนกระดาษแข็งลงไปปิดกรอบที่ 3 แล้วนักเรียนจะพบเฉลยคำตอบของกรอบที่ 1 อยู่ทางด้านซ้ายมือของกรอบที่ 2

4. ถ้านักเรียนตอบถูกให้นักเรียนอ่านกรอบที่ 2 ต่อไปและทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

5. ถ้านักเรียนตอบผิด หรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับเฉลย ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย " ✕ " หลังคำตอบที่ผิด และเขียน " ◯ " ล้อมรอบหมายเลขของกรอบนั้น แล้วอ่านคำอธิบายในกรอบเดิมซ้ำอีกจนเข้าใจ และทราบว่าทำไมนักเรียนจึงตอบผิด แล้วจึงอ่านกรอบต่อไป

6. ให้นักเรียนซื่อสัตย์ต่อตนเอง อย่าลอกคำตอบจากที่เฉลยเอาไว้มาตอบเป็นอันขาด เพราะจะทำให้นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในบทเรียน

7. คำถามในแต่ละกรอบไม่ใช่แบบสอบ แต่เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนได้คิดและเรียนรู้ ซึ่งเหมือนกับคำถามที่ครูถามนักเรียนในขณะที่ครูอธิบายในห้องเรียนนั่นเอง

8. การอ่านข้อความในแต่ละกรอบ นักเรียนจะต้องอ่านอย่างละเอียด และนักเรียนจะต้องใช้ความสังเกต เปรียบเทียบและสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ให้ได้ เพื่อจะได้นำไปใช้ในกรอบต่อไป

9. เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนแล้ว จะมีแบบสอบให้นักเรียนทำเพื่อจะดูว่านักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในบทเรียนเพียงใด

บทที่ 1

เลขยกกำลัง

	1. เราเขียน 2 x 5 แทน ....ของ 2 กับ 5 และเรียก 2 กับ 5 ว่าเป็นตัวประกอบของ 2 x 5
ผลคูณ	2. 7 x 3 = 21 ดังนั้น ตัวประกอบสองตัวของ 21 คือ .... กับ ....
7, 3	3. 2 x 2 x 2 = 8 จะได้ว่าตัวประกอบของ 8 มี.....ตัว ตัวประกอบแต่ละตัวคือ ....
3, 2	4. 2 x 2 x 2 เขียนแทนด้วย 2^3 เช่นเดียวกัน เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ a x a x a x a x a เขียนแทนด้วย ....
a^5	5. (–3) x (–3) x (–3) x (–3) เขียนแทนด้วย $(-3)^4$ ดังนั้น 7 x 7 x 7 x 7 x 7 เขียนแทนด้วย ..... (–8) x (–8) x (–8) เขียนแทนด้วย .... จำนวน 2^3 , a^5 และ $(-3)^4$ แต่ละจำนวนเรียกว่า <u>เลขยกกำลัง</u>

7^6, $(-8)^3$	6. 9 เขียนในรูปเลขยกกำลังได้ = 3^2 32 เขียนในรูปเลขยกกำลังได้ = ... -8 เขียนในรูปเลขยกกำลังได้ = ...
2^5, $(-2)^3$	7. เลขยกกำลัง a^n เรียก a ว่า <u>ฐาน</u> ของ a^n เรียก n ว่า <u>เลขชี้กำลัง</u> ของ a^n ในทำนองเดียวกัน เรียก 6 ว่า .... ของ 6^4 เรียก 4 ว่า .... ของ 6^4
ฐาน เลขชี้กำลัง	8. 9^5 มีฐานคือ 9 และเลขชี้กำลัง คือ 5 $(-2)^4$ มีฐานคือ .... และ เลขชี้กำลังคือ......... $(\frac{1}{3})^2$ มีฐานคือ........ และ เลขชี้กำลังคือ.........
-2, 4 $\frac{1}{3}$, 2	9. จงเขียนเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนคู่ และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนคี่มา 3 จำนวน ....,.........,..........
เช่น 2^3, 4^5, 6^7, ... ฯลฯ	10. จาก $-2^2 = -(2 \times 2)$ = ... (ผลสำเร็จ) $(-2)^2 = (-2) \times (-2)$ = ... (ผลสำเร็จ) $\therefore -2^2$ .... $(-2)^2$ (= / ≠)
-4, 4, ≠	11. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{\cdots}$ =....... (ผลสำเร็จ)

5, 32	12. $2^3 \times 2^2 = 8 \times 4 = 32 = 2^{\cdots}$
5	13. จะเห็นได้ว่า $2^3 \times 2^2 = 2^5$ และ $3 + 2 = \ldots\ldots$
5	14. เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ $a^5 \times a^2 = a^{\cdots}$ และ $5 + 2 = 7$ $7^4 \times 7^5 = 7^{\cdots}$ และ $4 + 5 = 9$
7, 9	15. นักเรียนจะเห็นว่า การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน ผลคูณคือเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังซึ่งเป็น .... (ผลบวก/ผลคูณ) ของเลขชี้กำลังเหล่านั้น
ผลบวก	16. ดังนั้น $\boxed{a^m \times a^n = a^{\cdots}}$ เมื่อ $a \neq 0$ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ $\therefore\ 3^2 \times 3^4 = 3^6$ $(-2)^3 \times (-2)^2 = (-2)^{\cdots}$
$m + n$ 5	17. จงหาผลคูณของจำนวนต่อไปนี้ $a^6 \times a^4 = \ldots\ldots\ldots$; $a \neq 0$ $(2 + y)^7 \times (2 + y)^8 = \ldots\ldots\ldots$
a^{10} $(2 + y)^{15}$	18. จาก $3^6 \div 3^2 = \frac{3^6}{3^2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3}$ $= 3^{\cdots}$ เช่นเดียวกัน $\frac{2^5}{2^3} = 2^{\cdots}$

4, 2	19. $\because \frac{2^5}{2^3} = 2^2$ และ $5 - 3 = 2$ $\therefore \frac{a^6}{a^2} = a^{\cdots\cdots}$ และ $6 - 2 = 4;\ a \neq 0$ และ $\frac{b^8}{b^5} = b^{\cdots\cdots}\ ;\quad b \neq 0$
4, 3	20. การหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน ผลหารคือ เลขยกกำลังซึ่งมีฐานเท่าเดิม และมีเลขชี้กำลังซึ่งได้จาก การนำเลขชี้กำลังของตัวตั้ง .... ด้วย (ลบ / หาร) เลขชี้กำลังของตัวหาร
ลบ	21. ดังนั้น $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{\cdots\cdots}}$ เมื่อ $m > n,\ a \neq 0$ $\therefore \frac{7^{10}}{7^6} = 7^4$ $\frac{a^{11}}{a^8} = a^{\cdots\cdots}$ เมื่อ $a \neq 0$ $\frac{(-2)^{20}}{(-2)^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
$m - n$ 3 $(-2)^{18}$	22. จงเขียนผลหารต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังเพียงจำนวนเดียว $\frac{4^{18}}{4^3} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\frac{x^7}{x^4} = \ldots\ldots\ldots\ldots;\quad x \neq 0$

4^{15}, x^3	23. จาก $\frac{4^2}{4^2} = 4^{2-2} = 4^{\cdots}$ และ $\frac{4^2}{4^2} = \frac{4 \times 4}{4 \times 4} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)
0, 1	24. $\frac{b^3}{b^3} = 1$ และ $\frac{b^3}{b^3} = b^{\cdots}$ เมื่อ $b \neq 0$
0	25. ดังนั้นจะได้ว่า $b^0 = \ldots\ldots$; $b \neq 0$ $4^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$
1, 1	26. จะเห็นได้ว่า ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ แล้ว $\boxed{a^0 = \ldots\ldots}$ เสมอ ดังนั้น $3^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $(-5)^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $(4.123)^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$
1, 1, 1, 1,	27. จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ <u>ตัวอย่าง</u> $2(-35)^0 = 2 \quad \left[\because (-35)^0 = 1\right]$ ดังนั้น $-(35)^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $3x^0 = \ldots\ldots\ldots$; $x \neq 0$ $(3x)^0 = \ldots\ldots\ldots$; $x \neq 0$

−1, 3, 1	28. $\frac{5^3}{5^5} = 5^{3-5} = 5^{\cdots\cdots}$ และ $\frac{5^3}{5^5} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^{\cdots\cdots}}$ ดังนั้นจะได้ว่า $5^{\cdots\cdots} = \frac{1}{5^{\cdots\cdots}}$
−2, 2 −2 ; 2	29. จาก $\frac{a^2}{a^7} = a^{\cdots\cdots}$ และ $\frac{a^2}{a^7} = \frac{1}{a^{\cdots\cdots}}$ ดังนั้นจะได้ว่า $a^{\cdots\cdots} = \frac{1}{a^{\cdots\cdots}}$
−5, 5 −5, 5	30. จะได้ว่า ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$ เช่นเดียวกัน $5^{-3} = \cdots\cdots\cdots\cdots$
$\frac{1}{5^3}$	31. จงเขียนผลหารต่อไปนี้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง <u>ตัวอย่าง</u> $\frac{1}{4^2} = 4^{-2}$ $\frac{1}{(-2)^3} = \cdots\cdots\cdots\cdots$ $\frac{1}{3} = \cdots\cdots\cdots\cdots$

$(-2)^{-3}$, 3^{-1}	32. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้มีเลขชี้กำลังเป็นบวก เช่น $5 \times 3^{-2} = \frac{5}{3^2}$ $\left[\because 5 \times 3^{-2} = 5 \times \frac{1}{3^2} = \frac{5}{3^2}\right]$ $\therefore\ 2a^{-3} = \ldots\ldots\ldots$ $(-5)^{-4} = \ldots\ldots\ldots$
$\frac{2}{a^3}$, $\frac{1}{(-5)^4}$	33. $\because\ 3^4 \times 3^{-2} = 3^4 \times \frac{1}{3^2} = \frac{3^4}{3^2} = 3^2$ และ $3^{4+(-2)} = 3^{\cdots\cdots}$ $\therefore\ 3^4 \times 3^{-2} = 3^{4+(-2)}$
2	34. $5^8 \times 5^{-9} = 5^{\cdots\cdots}$ และ $8 + (-9) = -1$ $a^7 \times a^{-4} = a^{\cdots\cdots}$; $a \neq 0$
-1, 3	35. $7^{-3} \times 7^7 = 7^{\cdots\cdots}$ และ $-3 + 7 = 4$ $(-3)^{-8} \times (-3)^5 = (-3)^{\cdots\cdots}$
4, -3	36. $\because\ 3^{-2} \times 3^{-4} = \frac{1}{3^2} \times \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6} = 3^{\cdots\cdots}$ และ $3^{(-2)+(-4)} = 3^{\cdots\cdots}$ $\therefore\ 3^{-2} \times 3^{-4} = 3^{(-2)+(-4)}$

$-6, -6$	37. $6^{-3} \times 6^{-1} = 6^{\cdots\cdot}$ และ $(-3)+(-1) = -4$ $a^{-2} \times a^{-5} = a^{\cdots\cdot}$; $a \neq 0$
$-4, -7$	38. จะเห็นได้ว่า การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มใด ๆ ผลคูณเป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเท่าเดิม มีเลขชี้กำลังเป็นผลบวกของเลขชี้กำลังเหล่านั้น ดังนั้น ถ้า a^m, a^n เป็นเลขยกกำลังที่ $a \neq 0$ และ m, n เป็นจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $\boxed{a^m \times a^n = a^{\cdots\cdot}}$
$m + n$	39. จงหาผลคูณต่อไปนี้ในรูปของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นบวก เช่น $2^{-5} \times 2^2 = 2^{\cdots\cdot} = \frac{1}{2^3}$ $a^{-2} \times a^{-3} = a^{-5} = \ldots\ldots$; $a \neq 0$ $b^7 \times b^{-3} = \ldots\ldots\ldots$; $b \neq 0$
$-3, \frac{1}{a^5}$ b^4	40. $\therefore \frac{2^{-4}}{2^3} = 2^{-4} \times \frac{1}{2^3} = 2^{-4} \times 2^{-3} = 2^{\cdots\cdot}$ และ $2^{(-4)-(3)} = 2^{\cdots\cdot}$ $\therefore \frac{2^{-4}}{2^3} = 2^{(-4)-3}$

$-7, -7$	41. $\frac{7^3}{7^{-2}} = 7^3 \times \frac{1}{7^{-2}} = 7^3 \times 7^2 = 7^{\cdots\cdot}$ และ $7^{3-(-2)} = 7^{\cdots\cdot}$ $\therefore \frac{7^3}{7^{-2}} = 7^{3-(-2)}$
5, 5	42. $\therefore \frac{4^{-2}}{4^{-4}} = 4^{-2} \times \frac{1}{4^{-4}} = 4^{-2} \times 4^4 = 4^{\cdots\cdot}$ และ $4^{(-2)-(-4)} = 4^{\cdots\cdot}$ $\therefore \frac{4^{-2}}{4^{-4}} = 4^{(-2)-(-4)}$
2, 2	43. นักเรียนจะเห็นว่า การหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มใด ๆ ผลหารจะเป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเท่าเดิม และมีเลขชี้กำลังซึ่งได้จากการนำ <u>เลขชี้กำลังของตัวตั้งลบด้วยเลขชี้กำลังของตัวหาร</u> ดังนั้น ถ้า a^m, a^n เป็นเลขยกกำลังที่ $a \neq 0$ และ m, n เป็นจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{\cdots\cdot}}$

$m - n$	44. จงหาผลหารต่อไปนี้ในรูปของเลขยกกำลัง เช่น $\frac{5^{-2}}{5^{-6}} = 5^{4}$ $\left[\because (-2)-(-6) = 4 \right]$ $\therefore \frac{9^{-3}}{9} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\frac{(-3)^{3}}{(-3)^{-2}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
$\frac{1}{9^{4}}$, $(-3)^{5}$	45. จงหาผลคูณและผลหาร ในรูปของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นบวก ซึ่งเรียกว่า การทำเป็นรูปอย่างง่ายหรือการทำเป็นผลสำเร็จ <u>ตัวอย่าง</u> $\frac{3^{2} \times 3^{-5} \times 2^{4}}{2^{-2}} = 3^{2+(-5)} \times 2^{4-(-2)} = 3^{-3} \times 2^{6}$ $= \frac{2^{6}}{3^{\cdots}}$ ดังนั้น $6^{4} \times 5^{2} \times 5^{-4} = 6^{4} \times 5^{2+(\ldots)} = 6^{4} \times 5^{\cdots}$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots$ และ $\frac{9^{3} \times b^{5}}{9^{2} \times b^{-4}} = 9^{3-2} \times b^{5-(\ldots)} = \ldots\ldots$
$3, -4, -2$, $\frac{6^{4}}{5^{2}}$ -4, $9b^{9}$	46. นักเรียนทราบมาแล้วว่า $(-2)^{3}$ มีฐานคือ (-2) และเลขชี้กำลังคือ 3 เช่นเดียวกัน $(3^{2})^{4}$ มีฐานคือ.......... และเลขชี้กำลังคือ ....

3^2, 4	47. $(4^{-2})^3$ มีฐานคือ........ และเลขชี้กำลังคือ........ $(3^2)^{-4}$ มีฐานคือ........ และเลขชี้กำลังคือ........ $(x^3)^m$ มีฐานคือ........ และเลขชี้กำลังคือ........ เมื่อ $x \neq 0$ และ m เป็นจำนวนเต็มใด ๆ
4^{-2}, 3 3^2, -4 x^3, m	48. จาก $(2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2+2} = 2^{\cdots}$ และ $2^{2\times3} = 2^{\cdots}$ $\therefore (2^2)^3 = 2^{2\times3}$
6, 6	49. ดังนั้น $(x^3)^4 = x^{3\times\cdots} = x^{\cdots}$; $x \neq 0$
4, 12	50. จาก $(3^{-2})^2 = 3^{-2} \times 3^{-2} = 3^{\cdots}$ และ $3^{(-2)\times2} = 3^{\cdots}$ $\therefore (3^{-2})^2 = 3^{(-2)\times2}$
-4, -4	51. จาก $(4^2)^{-3} = \frac{1}{(4^2)^3} = \frac{1}{4^{\cdots}} = 4^{\cdots}$ และ $4^{2\times(-3)} = 4^{\cdots}$ $\therefore (4^2)^{-3} = 4^{2\times(-3)}$

6, −6, −6	52. จาก $(2^{-4})^{-2} = \frac{1}{(2^{-4})^{2}} = \frac{1}{2^{\cdots}} = 2^{\cdots}$ และ $2^{(-4)x(-2)} = 2^{\cdots}$ $\therefore (2^{-4})^{-2} = 2^{(-4)x(-2)}$
−8, 8, 8	53. ดังนั้นจะได้ว่า ถ้า m, n เป็นจำนวนเต็มใด ๆ และ $a \neq 0$ $\boxed{(a^{m})^{n} = a^{\cdots}}$
mn	54. เช่นเดียวกันจะได้ว่า $(x^{2})^{-4} = x^{-8}$; เมื่อ $x \neq 0$ $\left[(-2)^{5}\right]^{3} = (-2)^{\cdots}$ $(7^{-3})^{-4} = 7^{\cdots}$
15, 12	55. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นบวก <u>ตัวอย่าง</u> $(2^{10})^{-2} = \frac{1}{2^{20}}$ $\left[\because (2^{10})^{-2} = 2^{-20} = \frac{1}{2^{20}}\right]$ $\therefore (2^{-3})^{4} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $(a^{-5})^{-3} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\frac{1}{2^{12}}$, a^{15}	56. $(xy)^2$ มีฐานคือ....... และเลขชี้กำลังคือ........ เมื่อ $x, y \neq 0$ $(2y)^5$ มีฐานคือ...... และเลขชี้กำลังคือ........
xy, 2 2y, 5	57. $(ab)^2 = (ab) \times (ab) = (aa) \times (bb)$ $= a^2b^2$ เมื่อ $a, b \neq 0$ เช่นเดียวกัน ถ้า $x, y \neq 0$ แล้ว $(xy)^4 = x^{....} \ y^{....}$
4, 4	58. $(ab)^{-3} = \frac{1}{(ab)^3} = \frac{1}{a^3b^3} = \frac{1}{a^3} \times \frac{1}{b^3}$ $= a^{-3} \times b^{-3}$ เมื่อ $a, b \neq 0$ เช่นเดียวกัน $(2y)^{-5}$ = ... x ......
2^{-5} , y^{-5}	59. จากที่กล่าวมาแล้ว จะสรุปได้ว่า เมื่อ $a, b \neq 0$ และ n เป็นจำนวนเต็มใด ๆ $\boxed{(ab)^n = ...}$

a^nb^n	60. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้อยู่ในรูปผลคูณของเลขยกกำลัง เช่น $(am)^3 = a^3m^3$; $a, m \neq 0$ $\therefore (bn)^{-2} =$ .... ; $b, n \neq 0$ $(cd)^4 =$ .... ; $c, d \neq 0$
$b^{-2}n^{-2}$ c^4d^4	61. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ มีฐานคือ $\frac{1}{2}$ และเลขชี้กำลังคือ 3 ดังนั้น $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ มีฐานคือ ......และเลขชี้กำลังคือ ...... $\left(\frac{3}{4}\right)^{-6}$ มีฐานคือ ......และเลขชี้กำลังคือ ......
$\frac{2}{3}$, 5 $\frac{3}{4}$, -6	62. เมื่อ $a, b \neq 0$ และ n เป็นจำนวนเต็มใด ๆ จะได้ว่า $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ มีฐานคือ ...... และเลขชี้กำลังคือ .... $\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^n = (a \times b^{-1})^n$ $= a^n \times b^{\cdots}$ $= \frac{a^n}{b^{\cdots}}$; $b \neq 0$

$\frac{a}{b}$, n −n, n	63. จะเห็นได้ว่า เมื่อ $a, b \neq 0$ และ n เป็นจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^{n}}{b^{n}}}$ เช่นเดียวกัน $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{2^{\cdots\cdots}}{3^{\cdots\cdots}}$ $\left(\frac{3}{4^{-2}}\right)^{3} = \frac{3^{\cdots\cdots}}{4^{\cdots\cdots}}$ และ $\left(\frac{3^{2}}{5}\right)^{-2} = \cdots\cdots\cdots\cdots$
−4, −4 3, −6 $\frac{3^{-4}}{5^{-2}}$	64. จงเขียน $(2^{2} \times 3^{-1})^{-3}$ ในรูปของผลคูณ หรือผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นบวก วิธีทำ $(2^{2} \times 3^{-1})^{-3} = (2^{2})^{-3} \times (3^{-1})^{\cdots\cdots}$ $= 2^{\cdots\cdots} \times 3^{\cdots\cdots}$ $= \frac{3^{3}}{2^{6}}$
−3 −6, 3	65. จงเขียน $(4 \times 3^{-2})^{-1}$ ในรูปของผลคูณหรือผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นบวก วิธีทำ $(4 \times 3^{-2})^{-1} = 4^{\cdots\cdots} \times (3^{-2})^{-1}$ $= 4^{\cdots\cdots} \times 3^{\cdots\cdots}$ $= \cdots\cdots\cdots\cdots$

-1 $-1,\ 2$ $\frac{3^2}{4}$	66. จงเขียน $\left(\frac{4^{-2}}{5^3}\right)^{-2}$ ในรูปของผลคูณหรือผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นบวก <u>วิธีทำ</u> $\left(\frac{4^{-2}}{5^3}\right)^{-2} = \frac{(4^{-2})^{-2}}{(5^3)^{-2}} = \frac{4^{\cdots\cdot}}{5^{\cdots\cdot}}$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots$
$4,\ -6,\ 4^4 \times 5^6$	67. พิจารณาเลขยกกำลังที่เขียนอยู่ในรูป $a^{\frac{p}{q}}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก $\frac{p}{q}$ เป็นเศษส่วนที่มี p และ q เป็นจำนวนเต็ม $q \neq 0$ เรียก a ว่า ฐาน เรียก $\frac{p}{q}$ ว่า เลขชี้กำลัง เช่นเดียวกัน $3^{\frac{1}{4}}$ มีฐานคือ........ และเลขชี้กำลังคือ ....
$3,\ \frac{1}{4}$	68. $7^{\frac{3}{4}}$ มีฐานคือ........ และเลขชี้กำลังคือ........... $5^{-\frac{1}{2}}$ มีฐานคือ........และเลขชี้กำลังคือ...........

$7, \frac{3}{4}$ $5, -\frac{1}{2}$	69. นิยาม ถ้า $a > 0$ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ ตัวอย่าง $3^{\frac{1}{4}}$ $\sqrt[4]{3}$ เครื่องหมาย " $\sqrt{}$ " เรียกว่าเครื่องหมาย "กรณฑ์" หรือ "ราก" $\sqrt[n]{a}$ แทนความหมายว่า รากที่ n ของ a หรือ กรณฑ์ที่ n ของ a $\therefore \sqrt[4]{3}$ แทนความหมายว่า...............
รากที่ 4 ของ 3 หรือกรณฑ์ที่ 4 ของ 3	70. $9^{\frac{1}{2}}$ เขียนในรูปกรณฑ์ได้ $\sqrt{9}$ $4^{\frac{1}{3}}$ เขียนในรูปกรณฑ์ได้ ....
$\sqrt[3]{4}$	71. จงเขียนเลขยกกำลังต่อไปนี้ ในรูปกรณฑ์ ตัวอย่าง $7^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{7}$ $x^{\frac{1}{7}}$ = ...; $x > 0$ $b^{\frac{1}{4}}$ = ...; $b > 0$
$\sqrt[7]{x}$, $\sqrt[4]{b}$	72. จงทำเป็นผลสำเร็จ ตัวอย่าง $8^{\frac{1}{3}} = 2$ $\left[\because 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2\right]$ $9^{\frac{1}{2}}$ = ... $32^{\frac{1}{5}}$ = ...

3, 2	73. จงเขียนกรณฑ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง ตัวอย่าง $\sqrt[3]{7} = 7^{\frac{1}{3}}$ $\therefore \sqrt[5]{6} = ...$
$6^{\frac{1}{5}}$	74. จาก $8^{\frac{2}{3}} = 8^{2 \times \frac{1}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^2}$ และ $8^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{1}{3} \times 2} = (8^{\frac{1}{3}})^2 = (\sqrt[3]{8})$ ..... $\therefore$ จะได้ว่า $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = (\sqrt[3]{8})^2$
2	75. จงเขียนเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปกรณฑ์ ตัวอย่าง $27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = (\sqrt[3]{27})^2$ ดังนั้น $4^{\frac{3}{2}} = \sqrt{4^3} = ...$
$(\sqrt{4})^3$	76. $32^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{32^2} = ...$ $16^{\frac{3}{4}} = ... = ...$
$(\sqrt[5]{32})^2$ $\sqrt[4]{16^3}$, $(\sqrt[4]{16})^3$	77. ดังนั้นจะได้ว่าเมื่อ $a > 0$ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = ...$

$(\sqrt[n]{a})^m$	78. จงเขียนอยู่ในรูปกรณฑ์ $64^{\frac{2}{3}} = \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$
$\sqrt[3]{64^2}$, $(\sqrt[3]{64})^2$	79. จงทำเป็นผลสำเร็จ <u>ตัวอย่าง</u> $16^{\frac{3}{4}} = 8 \quad \left[\because 16^{\frac{3}{4}} = (\sqrt[4]{16})^3 = 2^3 = 8\right]$ $1000^{\frac{2}{3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $32^{\frac{2}{5}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
100, 4	80. จงทำเป็นผลสำเร็จ $81^{\frac{3}{4}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $8^{\frac{4}{3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
27, 16	81. จาก $25^{-\frac{1}{2}} = (25^{\frac{1}{2}})^{-1} = \dfrac{1}{25^{\frac{1}{2}}}$ $7^{-\frac{3}{4}} = (7^{\frac{3}{4}})^{-1} = \dfrac{1}{7^{\cdots}}$ $6^{-\frac{5}{3}} = (6^{\frac{5}{3}})^{\cdots} = \dfrac{1}{6^{\cdots}}$

$\frac{3}{4}$ $-1, \frac{5}{3}$	82. นักเรียนจะเห็นได้ว่า $25^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{25^{\frac{1}{2}}}$ $7^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{7^{\frac{3}{4}}}$ และ $6^{-\frac{5}{3}} = \frac{1}{6^{\frac{5}{3}}}$ ดังนั้น $a^{-\frac{2}{3}} = \text{........} \; ; \; a \neq 0$
$\frac{1}{a^{\frac{2}{3}}}$	83. จาก $8^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{4}}}$ เช่นเดียวกัน $x^{-\frac{3}{5}} = \text{........} \; ; \; x \neq 0$ $3^{-\frac{7}{4}} = \text{...........}$
$\frac{1}{x^{\frac{3}{5}}}$, $\frac{1}{3^{\frac{7}{4}}}$	84. ดังนั้นจะได้ว่า $\boxed{a^{-\frac{p}{q}} = \frac{1}{a^{\cdots\cdot}}}$ เมื่อ $a > 0$ และ p, q เป็นจำนวนเต็มบวก

$\frac{p}{q}$	85. จงทำเป็นผลสำเร็จ $25^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{25^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{5}$ $\therefore\ 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{8^{\cdots\cdots}} = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	86. จงทำเป็นผลสำเร็จ ตัวอย่าง $27^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{27^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{9}$ $\therefore\ 32^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{32^{\cdots\cdots}} = \cdots\cdots\cdots$ $4^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{4^{\cdots\cdots}} = \cdots\cdots\cdots$
$\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{8}$	87. $\because\ 8^{\frac{1}{3}} \times 8^{\frac{2}{3}} = 2 \times \cdots\cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots$ และ $8^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = 8^{1} = \cdots\cdots\cdots\cdots$ $\therefore$ จะได้ว่า $8^{\frac{1}{3}} \times 8^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}$
4 , 8 8	88. ดังนั้นจะได้ว่า $3^{\frac{3}{4}} \times 3^{\frac{1}{4}} = \cdots\cdots = \cdots\cdots$ (ผลสำเร็จ)

$3^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}$ หรือ 3^{1}, 3	89. ∵ $16^{\frac{3}{4}} \times 16^{-\frac{1}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} \times \frac{1}{16^{\frac{1}{4}}}$ $= \frac{16^{\frac{3}{4}}}{16^{\frac{1}{4}}} = \frac{8}{2} = \dots\dots\dots\dots$ และ $16^{\frac{3}{4}+(-\frac{1}{4})} = 16^{\frac{2}{4}} = 16^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$ ∴ จะได้ว่า $16^{\frac{3}{4}} \times 16^{-\frac{1}{4}} = 16^{\frac{3}{4}+(-\frac{1}{4})}$
4, 4	90. ดังนั้นจะได้ว่า $9^{\frac{3}{2}} \times 9^{-\frac{1}{2}} = 9^{\cdots\cdot} = \dots\dots$(ผลสำเร็จ) $8^{-\frac{1}{3}} \times 8^{\frac{2}{3}} = 8^{\cdots\cdot} = \dots\dots$(ผลสำเร็จ)
$\frac{3}{2} + (-\frac{1}{2})$ หรือ 1, 9 $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ หรือ $\frac{1}{3}$, 2	91. ∵ $27^{-\frac{1}{3}} \times 27^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{27^{\frac{1}{3}}} \times \frac{1}{27^{\frac{2}{3}}}$ $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{27}$ และ $27^{-\frac{1}{3}+(-\frac{2}{3})} = 27^{-\frac{3}{3}} = 27^{-1} = \frac{1}{(\dots\cdot)}$ ∴ จะได้ว่า $27^{-\frac{1}{3}} \times 27^{-\frac{2}{3}} = 27^{-\frac{1}{3}+(-\frac{2}{3})}$

27	92. ดังนั้นจะได้ว่า $2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{2}{3}} = 2^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)
$-\frac{1}{3} + (-\frac{2}{3})$ หรือ -1 $\frac{1}{2}$	93. นักเรียนจะเห็นได้ว่า การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และมีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน มีหลักการคูณเช่นเดียวกันกับที่เรียนมาแล้ว คือ ผลคูณเป็นเลขยกกำลังซึ่งมีฐานเท่าเดิม และมีเลขชี้กำลังเป็นผลบวกของเลขชี้กำลังเหล่านั้น <u>นั่นคือ</u> ถ้า $a > 0$, $\frac{p}{q}$, $\frac{r}{s}$ เป็นเศษส่วนที่ $q, s \neq 0$ $\boxed{a^{\frac{p}{q}} \times a^{\frac{r}{s}} = \ldots\ldots\ldots}$
$a^{\frac{p}{q}+\frac{r}{s}}$	94. ดังนั้น $b^{\frac{1}{3}} \times b^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{b^{\frac{1}{3}}}$ (ผลสำเร็จ) $b \neq 0$ $3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{2}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ) $6^{-\frac{1}{2}} \times 6^{-\frac{1}{3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ) $5^{\frac{5}{2}} \times 5^{-\frac{4}{3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)

$3^{\frac{3}{4}}$, $\frac{1}{6^{\frac{5}{6}}}$, $5^{\frac{7}{6}}$	95. $\because \quad \dfrac{8^{\frac{4}{3}}}{8^{\frac{1}{3}}} = \dfrac{16}{2} = \text{..........}$ และ $8^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} = 8^{\frac{3}{3}} = \text{..........}$ $\therefore$ จะได้ว่า $\dfrac{8^{\frac{4}{3}}}{8^{\frac{1}{3}}} = 8^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}$
8, 8	96. เช่นเดียวกัน $\dfrac{16^{\frac{3}{4}}}{16^{\frac{1}{4}}} = 16^{\cdots} = \text{........}$ (ผลสำเร็จ)
$\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$ หรือ $\frac{1}{2}$, 4	97. $\because \quad \dfrac{32^{-\frac{1}{5}}}{32^{\frac{2}{5}}} = 32^{-\frac{1}{5}} \times \dfrac{1}{32^{\frac{2}{5}}}$ $= \dfrac{1}{32^{\frac{1}{5}}} \times \dfrac{1}{32^{\frac{2}{5}}} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{4}$ $= \dfrac{1}{8}$ และ $32^{-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}} = 32^{-\frac{3}{5}} = \dfrac{1}{32^{\frac{3}{5}}} = \text{.......}$ $\therefore$ จะได้ว่า $\dfrac{32^{-\frac{1}{5}}}{32^{\frac{2}{5}}} = 32^{-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}}$

$\frac{1}{8}$	98. ดังนั้นจะได้ $\frac{27^{-\frac{1}{3}}}{27^{\frac{2}{3}}} = 27^{-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}} = 27^{\cdots}$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)
$-1, \; \frac{1}{27}$	99. $\because \frac{4^{-\frac{3}{2}}}{4^{-\frac{1}{2}}} = 4^{-\frac{3}{2}} \times \frac{1}{4^{-\frac{1}{2}}} = 4^{-\frac{3}{2}} \times 4^{\frac{1}{2}}$ $= 4^{-\frac{2}{2}} = 4^{-1} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ และ $4^{-\frac{3}{2}-(-\frac{1}{2})} = 4^{-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} = 4^{\cdots} = \ldots\ldots$ $\therefore \frac{4^{-\frac{3}{2}}}{4^{-\frac{1}{2}}} = 4^{-\frac{3}{2}-(-\frac{1}{2})}$
$\frac{1}{4}, \; -1, \; \frac{1}{4}$	100. ดังนั้นจะได้ว่า $\frac{9^{-\frac{1}{4}}}{9^{-\frac{3}{4}}} = 9^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)

$\frac{1}{2}$, 3	101. ในการหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และมีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน ผลหารคือ<u>เลขยกกำลังซึ่งมีฐานเท่าเดิม และมีเลขชี้กำลังซึ่งได้จากการนำเลขชี้กำลังของตัวตั้งลบด้วยเลขชี้กำลังของตัวหาร</u> นั่นคือ $\boxed{\frac{a^{\frac{p}{q}}}{a^{\frac{r}{s}}} = \text{..........}}$
$a^{\frac{p}{q} - \frac{r}{s}}$	102. $\therefore \frac{7^{\frac{1}{4}}}{7^{\frac{3}{4}}} = 7^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{7^{\frac{1}{2}}}$ (ผลสำเร็จ) $\frac{3^{-\frac{6}{5}}}{3^{\frac{2}{5}}} = 3^{\cdots} = \text{.........}$(ผลสำเร็จ)
$-\frac{8}{5}$, $\frac{1}{3^{\frac{8}{5}}}$	103. $\frac{a^{\frac{1}{4}}}{a^{-\frac{7}{4}}} = \text{..............}$ (ผลสำเร็จ) $\frac{6^{-\frac{7}{5}}}{6^{-\frac{1}{2}}} = \text{..............}$ (ผลสำเร็จ)

a^2 , $\frac{1}{6^{\frac{9}{10}}}$	104. $\because$ $\left(64^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = (8)^{\frac{1}{3}} = 2$ และ $64^{\frac{1}{2} x \frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{6}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\therefore$ $\left(64^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{2} x \frac{1}{3}}$ ดังนั้น $\left(8^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{4}{3}} = 8^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots$(ผลสำเร็จ)
2, $\frac{2}{3}$, 4	105. $\because$ $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{2}{5}} = \frac{1}{\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{5}}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{5}}}$ และ $3^{\frac{1}{2} x \left(-\frac{2}{5}\right)} = 3^{\cdots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\therefore$ จะได้ว่า $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{2}{5}} = 3^{\frac{1}{2} x \left(-\frac{2}{5}\right)}$
$-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3^{\frac{1}{5}}}$	106. ดังนั้นจะได้ว่า $\left(32^{\frac{3}{5}}\right)^{-\frac{1}{3}} = 32^{\cdots} = \frac{1}{32^{\cdots}} = \ldots\ldots\ldots$

$-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$	107. $\because \left(4^{-\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\left(4^{-\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}}$ $= \frac{1}{4^{-\frac{1}{2}}} = 4^{\cdots\cdots}$ $=$ .... (ผลสำเร็จ) และ $4^{(-\frac{1}{3}) \times (-\frac{3}{2})} = 4^{\cdots\cdots} =$ ....(ผลสำเร็จ) $\therefore$ จะได้ว่า $\left(4^{-\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{3}{2}} = 4^{(-\frac{1}{3}) \times (-\frac{3}{2})}$
$\frac{1}{2}$, 2 $\frac{1}{2}$, 2	108. ดังนั้น จะได้ว่า $\left(7^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{4}} = 7^{\cdots\cdots}$ $\left(6^{-\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{4}{3}} =$ ....
$\frac{1}{2}$, 6	109. นักเรียนจะเห็นได้ว่า ถ้า $a^{\frac{p}{q}}$ เป็นเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน $q \neq 0$, $a > 0$ แล้ว $\boxed{\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}} = \cdots\cdots\cdots}$ $s \neq 0$

$a^{\frac{p}{q} \times \frac{r}{s}}$	110. จงทำเป็นผลสำเร็จ __ตัวอย่าง__ $\left(8^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} = 8^{\frac{2}{3} \times (-\frac{1}{2})} = 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2}$ $(32^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{5}} = 32^{\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}} = 32^{\frac{2}{5}} = \ldots\ldots$ $(9^{-\frac{1}{3}})^{\frac{3}{2}} = 9^{-\frac{1}{3} \times \frac{3}{2}} = 9^{\cdots}$ $= \frac{1}{9^{\cdots}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
$4, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$	111. $\because$ $(8 \times 27)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8 \times 27} = 2 \times 3 = 6$ และ $8^{\frac{1}{3}} \times 27^{\frac{1}{3}} = 2 \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$ $\therefore$ จะได้ว่า $(8 \times 27)^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{1}{3}} \times 27^{\frac{1}{3}}$ เช่นเดียวกัน $(ab)^{\frac{2}{5}} = \ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots;\ a, b \neq 0$

3, 6 $a^{\frac{2}{5}}$, $b^{\frac{2}{5}}$	112. $(5 \times 3)^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{(5 \times 3)^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{5^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{4}}}$ $= \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}} \times \frac{1}{3^{\frac{1}{4}}}$ $\therefore \quad (5 \times 3)^{-\frac{1}{4}} = 5^{-\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{4}}$ เช่นเดียวกัน $(6 \times 7)^{-\frac{3}{5}}$ = ... x ....
$6^{-\frac{3}{5}}$, $7^{-\frac{3}{5}}$	113. นักเรียนจะเห็นได้ว่า ถ้า $(ab)^{\frac{p}{q}}$ เป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นผลคูณของหลายจำนวน และมีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน แล้ว $\boxed{(ab)^{\frac{p}{q}} = \ldots\ldots \times \ldots\ldots}$ เมื่อ $a, b \neq 0$ และ $q \neq 0$
$a^{\frac{p}{q}}$, $b^{\frac{p}{q}}$	114. ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า $(7 \times 3)^{-\frac{3}{4}}$ = ... x .... $(by)^{\frac{4}{7}}$ = ... x ....; $b, y \neq 0$

$7^{-\frac{3}{4}}$, $3^{-\frac{3}{4}}$ $b^{\frac{4}{7}}$, $y^{\frac{4}{7}}$	115. จงทำเป็นผลสำเร็จ <u>ตัวอย่าง</u> $(4 \times 9)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} \times 9^{\frac{1}{2}} = 2 \times 3 = 6$ $\therefore (27 \times 64)^{-\frac{1}{3}} = 27^{-\frac{1}{3}} \times 64^{-\frac{1}{3}}$ $= \frac{1}{3} \times$ .... = ... $(16 \times 81)^{\frac{1}{4}} = 16^{\frac{1}{4}} \times 81^{\frac{1}{4}}$ $= 2 \times$ .... = ...
$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$ 3, 6	116. จงหาผลคูณของจำนวนต่อไปนี้ <u>ตัวอย่าง</u> $2^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}} = (2 \times 4)^{\frac{1}{3}}$ $= (2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{3}} = 2$ $9^{\frac{1}{5}} \times 27^{\frac{1}{5}} =$ .... $= (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)^{\frac{1}{5}} =$ ....
$(9 \times 27)^{\frac{1}{5}}$, 3	117. จงหาผลคูณของจำนวนต่อไปนี้ <u>ตัวอย่าง</u> $10^{\frac{1}{3}} \times 100^{\frac{1}{3}} = (10 \times 100)^{\frac{1}{3}} = 10$ $\therefore 16^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}} =$ .... = ...

$(16 \times 4)^{\frac{1}{3}}$, 4	118. $\because \left(\frac{100}{25}\right)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$ และ $\frac{100^{\frac{1}{2}}}{25^{\frac{1}{2}}} = \frac{10}{(\ldots\ldots)} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\therefore$ จะได้ว่า $\left(\frac{100}{25}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{100^{\frac{1}{2}}}{25^{\frac{1}{2}}}$ เช่นเดียวกัน $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{4}{7}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
5, 2 $\frac{3^{\frac{4}{7}}}{5^{\frac{4}{7}}}$	119. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\frac{4^{\frac{1}{3}}}{5^{\frac{1}{3}}}} = \frac{5^{\frac{1}{3}}}{4^{\frac{1}{3}}}$ $\therefore \left(\frac{4}{5}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{4^{-\frac{1}{3}}}{5^{-\frac{1}{3}}}$ เช่นเดียวกัน $\left(\frac{6}{7}\right)^{-\frac{2}{3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
$\frac{6^{-\frac{2}{3}}}{7^{-\frac{2}{3}}}$	120. จงเขียนอยู่ในรูปผลหารของเลขยกกำลัง $\therefore \left(\frac{x}{2}\right)^{-\frac{4}{5}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\dfrac{x^{-\frac{4}{5}}}{2^{-\frac{4}{5}}}$	121. ดังนั้นจะได้ว่า ถ้า $b \neq 0$, $q \neq 0$ แล้ว $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{p}{q}} = \ldots\ldots\ldots\ldots}$
$\dfrac{a^{\frac{p}{q}}}{b^{\frac{p}{q}}}$	122. นักเรียนทราบมาแล้วว่า $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{p}{q}} = \dfrac{a^{\frac{p}{q}}}{b^{\frac{p}{q}}}$ ดังนั้น $\left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{2}{3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
$\dfrac{6^{\frac{2}{3}}}{5^{\frac{2}{3}}}$	123. ในการหาค่าของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเศษส่วน ซึ่งไม่สามารถจะตัดทอนกันได้ เพื่อความสะดวกในการคำนวณ จะกระจายออกในรูปผลหารของเลขยกกำลัง ซึ่งจะหาค่าได้ง่ายยิ่งขึ้น <u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของ $\left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{16^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{4}{3}$ เช่นเดียวกัน จงหาค่าของ $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\frac{8^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}}$, $\frac{2}{3}$	124. จงหาค่าของ $\left(\frac{8}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$ วิธีทำ $\left(\frac{8}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{8^{-\frac{1}{3}}}{125^{-\frac{1}{3}}} = \frac{125^{\frac{1}{3}}}{8^{\frac{1}{3}}} = \frac{5}{2}$ เช่นเดียวกัน จงหาค่าของ $\left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$ $\left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{9^{\cdots}}{16^{\cdots}} = \frac{16^{\cdots}}{9^{\cdots}} = \cdots\cdots$ ดังนั้นจะได้ว่า $\left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{4}} = \cdots\cdots = \cdots\cdots = \cdots\cdots$
$-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{1^{-\frac{1}{4}}}{81^{-\frac{1}{4}}}$, $\frac{81^{\frac{1}{4}}}{1^{\frac{1}{4}}}$, 3	125. จงเขียนผลหารต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังเพียงจำนวนเดียว ตัวอย่าง $\frac{2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\therefore \quad \frac{7^{-\frac{3}{4}}}{2^{-\frac{3}{4}}} = \cdots\cdots\cdots$

$\left(\frac{7}{2}\right)^{-\frac{3}{4}}$	126. จงเขียนผลหารต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังเพียงจำนวนเดียว $\dfrac{x^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ $\dfrac{9^{-\frac{2}{3}}}{5^{-\frac{2}{3}}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$
$\left(\frac{x}{4}\right)^{\frac{1}{2}}, \left(\frac{9}{5}\right)^{-\frac{2}{3}}$	127. ในการหาผลหารของเลขยกกำลัง ซึ่งแต่ละจำนวนไม่สามารถจะหาค่าออกมาได้ ดังนั้นในการคำนวณ จึงต้องเขียนในรูปเลขยกกำลังเพียงตัวเดียว จะทำให้หาค่าได้ง่ายยิ่งขึ้น <u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของ $\dfrac{8^{-\frac{1}{2}}}{2^{-\frac{1}{2}}}$ <u>วิธีทำ</u> $\dfrac{8^{-\frac{1}{2}}}{2^{-\frac{1}{2}}} = \left(\frac{8}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 4^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}$ เช่นเดียวกัน จงหาค่าของ $\dfrac{81^{-\frac{1}{3}}}{3^{-\frac{1}{3}}}$ <u>วิธีทำ</u> $\dfrac{81^{-\frac{1}{3}}}{3^{-\frac{1}{3}}} = (\dots\dots)^{-\frac{1}{3}} = \dots\dots = \dfrac{1}{(\dots\dots)} = \dots\dots$ ดังนั้นจะได้ว่า $\dfrac{32^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{4}}} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\frac{81}{3}$, $27^{-\frac{1}{3}}$, $27^{\frac{1}{3}}$, $\frac{1}{3}$

$\left(\frac{32}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$, $16^{\frac{1}{4}}$, 2

128. การทำโจทย์เลขยกกำลังให้เป็นผลสำเร็จ คำตอบจะต้องมี <u>เลขชี้กำลังเป็นบวกเสมอ</u>

<u>ตัวอย่าง</u>

จงหาผลคูณของ $a^3 \times a^{-6} \times y^4 \times y^{-2}$

<u>วิธีทำ</u>

$$\begin{aligned} a^3 \times a^{-6} \times y^4 \times y^{-2} &= a^{3+(-6)} \times y^{4+(-2)} \\ &= a^{-3} \times y^2 \\ &= \frac{1}{a^3} \times y^2 \\ &= \frac{y^2}{a^3} \end{aligned}$$

เช่นเดียวกัน

จงหาผลคูณของ $a^3 \times b^{-4} \times b^2$

<u>วิธีทำ</u>

$$\begin{aligned} a^3 \times b^{-4} \times b^2 &= a^3 \times b^{(-4)+\cdots\cdots} \\ &= a^3 \times b^{\cdots\cdots} \\ &= a^3 \times \frac{1}{b^{\cdots\cdots}} \\ &= \cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

2

-2

2

$\frac{a^3}{b^2}$

บทที่ 2

ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์ (Exponential Function)

129. นักเรียนทราบมาแล้วว่า ฟังก์ชั่น คือความสัมพันธ์ชนิดหนึ่ง ซึ่งเขียนในรูปเซ็ทของคู่ลำดับที่มีสมาชิกตัวแรกไม่ซ้ำกัน เช่น

$$f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$$

หรือแสดงเป็นตารางได้

x	y
1	2
2	3
3	4

หรือเขียนเป็นสมการได้ $y = x + 1$

$\therefore$ จะได้ว่า $y = x + 1$ เป็นฟังก์ชั่น

เราพิจารณาได้ว่า

$y = 3x + 1$ ....ฟังก์ชั่น
(เป็น / ไม่เป็น)

$y = 2x - 1$ ....ฟังก์ชั่น
(เป็น / ไม่เป็น)

เป็น
เป็น

130. $y = x^2$ ....ฟังก์ชั่น
(เป็น / ไม่เป็น)

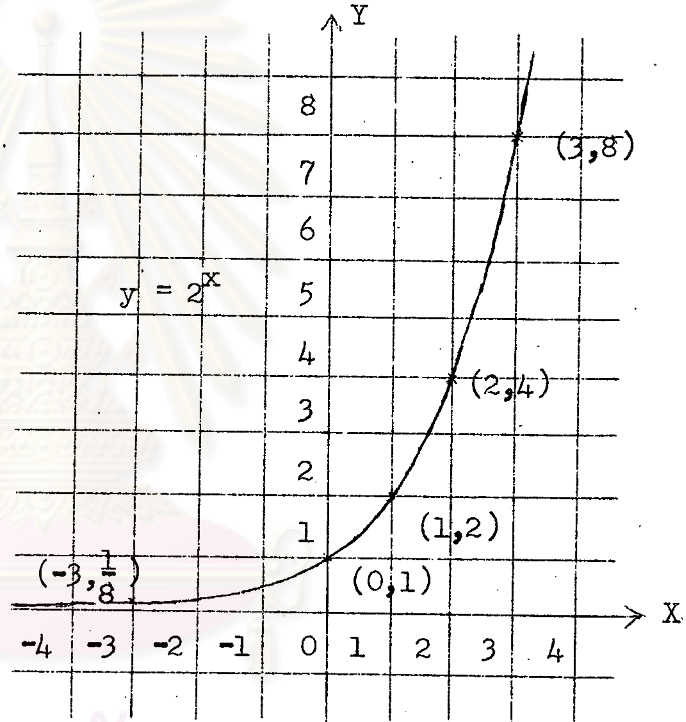
$y = \pm\sqrt{x}$ ....ฟังก์ชั่น
(เป็น / ไม่เป็น)

เป็น, ไม่เป็น	131. $y = (\frac{1}{2})^x$............ฟังก์ชั่น (เป็น / ไม่เป็น) $y = 2^x$.............. ฟังก์ชั่น (เป็น / ไม่เป็น)
เป็น, เป็น	132. ฟังก์ชั่นที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ เรียกว่า <u>ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์</u> (Exponential Function) ดังนั้น $y = 2^x$ เป็น ....
ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์	133. $y = (-3)^x$ ....ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์ (เป็น / ไม่เป็น) $y = (\frac{1}{2})^x$ ....ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์ (เป็น / ไม่เป็น) $y = 2^x$ ....ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์ (เป็น / ไม่เป็น) $y = 1^x$ .... ฟังก์ชั่นเอกซ์โปเนนท์ (เป็น / ไม่เป็น)
ไม่เป็น, เป็น เป็น, ไม่เป็น	134. ฟังก์ชั่น $y = 1^x$ เรียกว่า <u>ฟังก์ชั่นคงที่</u> เพราะว่า x จะมีค่าเท่าไรก็ตาม y มีค่าเท่ากับ............ เสมอ

1	135. ถ้า $f(x) = 5^{x}$ $\therefore f(-1) = 5^{-1} = \frac{1}{5}$ (ผลสำเร็จ) ดังนั้น $f(2) =$ .... (ผลสำเร็จ)
25	136. ถ้า $f(x) = 4^{-x}$ $\therefore f(1) =$ .... (ผลสำเร็จ) $f(2) =$ .... (ผลสำเร็จ)
$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$	137. ถ้า $f(x) = 2^{-x}$ และ $g(x) = 3^{x}$ จะได้ว่า $f(1) \times g(1) = \frac{3}{2}$ $\left[\because \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}\right]$ $\therefore f(0) + g(2) =$ .... (ผลสำเร็จ) $\frac{g(2)}{f(1)} =$ .... (ผลสำเร็จ) $g(1) - f(2)$ .... (ผลสำเร็จ)
10, 18, $2\frac{3}{4}$	138. จากฟังก์ชั่น $y = 2^{x}$ ถ้า $x = 0$, $y = 1$ $x = 1$, $y =$ .... $x = 2$, $y =$ .... $x = 3$, $y = 8$ $x = -1$, $y = \frac{1}{2}$ $x = -2$, $y =$ .... $x = -3$, $y =$ .... จะเห็นได้ว่า เมื่อ x มีค่ามากขึ้น y จะมีค่า.......... (มากขึ้น/น้อยลง) เมื่อ x มีค่าน้อยลง y จะมีค่า.......... (มากขึ้น/น้อยลง)

2, 4, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ มากขึ้น, น้อยลง	139. จากฟังก์ชั่น $y = 2^x$ สามารถเขียนกราฟได้ดังนี้

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



จากกราฟ จะเห็นว่า x มีค่ามากขึ้น y มีค่า.......

x มีค่าน้อยลง y มีค่า.......

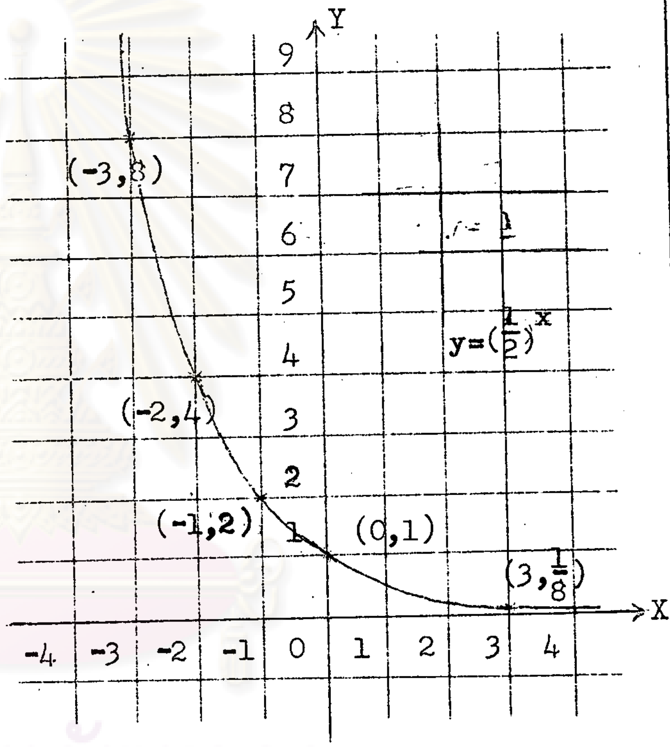
และกราฟตัดแกน y ที่จุด (......,......)

มากขึ้น, น้อยลง (0, 1)	140. ฟังก์ชั่นใดก็ตาม เมื่อ x มีค่ามากขึ้น y ก็มีค่ามากขึ้นด้วย และ เมื่อ x มีค่าน้อยลง y ก็มีค่าน้อยลงด้วย เรียกฟังก์ชั่นที่มีลักษณะเช่นนี้ว่า <u>ฟังก์ชั่นเพิ่ม</u> (increasing function) ดังนั้น $y = 2^x$ จึงเป็นฟังก์ชั่น.............
เพิ่ม	141. จากฟังก์ชั่น $y = (\frac{1}{2})^x$ ถ้า $x = 0,\ y = 1$ $x = 1,\ y = \frac{1}{2}$ $x = 2,\ y =$ .... $x = 3,\ y =$ .... $x = -1,\ y = 2$ $x = -2,\ y =$ .... $x = -3,\ y = 8$

$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, 4

142. จากฟังก์ชั่น $y = (\frac{1}{2})^x$ สามารถเขียนกราฟได้ดังนี้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



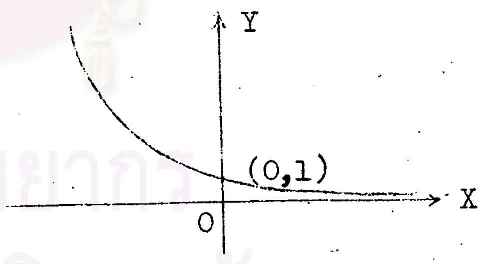
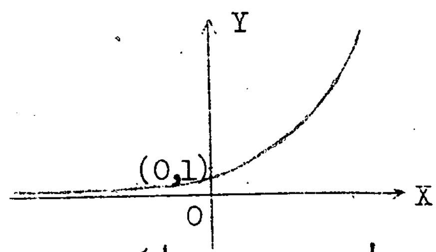
จากกราฟ จะเห็นว่า x มีค่ามากขึ้น y มีค่า........

(มากขึ้น/น้อยลง)

x มีค่าน้อยลง y มีค่า.........

(มากขึ้น/น้อยลง)

และกราฟตัดแกน y ที่จุด (...... , ...)

น้อยลง, มากขึ้น (0, 1)	143. ฟังก์ชั่นใดก็ตาม เมื่อ x มีค่ามากขึ้น แต่ y มีค่าน้อยลง และ เมื่อ x มีค่าน้อยลง แต่ y มีค่ามากขึ้น เรียกฟังก์ชั่นที่มีลักษณะเช่นนี้ว่า <u>ฟังก์ชั่นลด</u> (decreasing function) ดังนั้น $y = (\frac{1}{2})^x$ จึงเป็นฟังก์ชั่น.............
ลด	144. จงบอกว่าฟังก์ชั่นต่อไปนี้เป็นฟังก์ชั่นลด หรือฟังก์ชั่นเพิ่ม $y = (\frac{1}{4})^x$ เป็นฟังก์ชั่น.......... $y = 5^x$ เป็นฟังก์ชั่น.......... $y = 4^{2x}$ เป็นฟังก์ชั่น..........
ลด, เพิ่ม, เพิ่ม	145.  <u>จากรูป</u> เป็นกราฟของฟังก์ชั่น.........(เพิ่ม/ลด)
ลด	146.  <u>จากรูป</u> เป็นกราฟของฟังก์ชั่น.........(เพิ่ม/ลด)

เพิ่ม	147. จะเห็นได้ว่า ฟังก์ชั่น $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ เป็นฟังก์ชั่นเพิ่มเมื่อ .... ($a > 1$/ $a < 1$) เป็นฟังก์ชั่นลดเมื่อ .... ($a > 1$/ $a < 1$)
$a > 1$ $a < 1$	148. นักเรียนจะเห็นว่ากราฟของฟังก์ชั่น $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$. และ $a \neq 1$ ทุกฟังก์ชั่นจะผ่านจุด(... , ...) เสมอ เพราะ $a^0 = 1$ และ y มีค่าบวกเสมอ
(0 , 1)	149. <u>สมการเอกซ์โปเนนท์</u> คือสมการที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง ซึ่งมีเลขชี้กำลัง เป็นพจน์ของตัวแปร ดังนั้น $2^x = 4$ เป็นสมการเอกซ์โปเนนท์ เพราะมีเลขชี้กำลัง เป็นพจน์ของตัวแปรคือ..........
x	150. $4^{-x} = 64$ เป็น .... เพราะมีเลขชี้กำลัง เป็นพจน์ของตัวแปรคือ............
สมการเอกซ์โปเนนท์ $-x$	151. $3^{2x} = 9$ .... สมการเอกซ์โปเนนท์ (เป็น / ไม่เป็น) $x^4 = 16$.......... สมการเอกซ์โปเนนท์ (เป็น / ไม่เป็น) $7^y = \frac{1}{49}$ .... สมการเอกซ์โปเนนท์ (เป็น / ไม่เป็น)

เป็น ไม่เป็น เป็น	152. ในการแก้สมการเอกซ์โปเนนท์ เพื่อหาเซ็ทคำตอบของสมการนั้น มีวิธีการดังนี้ <u>ตัวอย่าง</u> จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $3^x = 9$ <u>วิธีทำ</u> $3^x = 9$ $\therefore 3^x = 3^2$ จะได้ $x = 2$ <u>ตรวจคำตอบ</u> $3^2 = 9$ จริง ดังนั้น เซ็ทคำตอบของสมการคือ $\{2\}$ เช่นเดียวกัน จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $2^x = 8$ <u>วิธีทำ</u> $2^x = 8$ $2^x = 2^{\cdots\cdot}$ จะได้ $x =$ .... <u>ตรวจคำตอบ</u> $2^{\cdots\cdot} = 8$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ ....
3 3 3 $\{3\}$	153. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $(\frac{1}{2})^x = 16$ <u>วิธีทำ</u> $(\frac{1}{2})^x = 16$ $(2^{-1})^x = 2^4$ $2^{\cdots\cdot} = 2^4$ $\therefore$ .... $= 4$ ดังนั้น $x =$ .... <u>ตรวจคำตอบ</u> $(\frac{1}{2})^{\cdots\cdot} = (2^{-1})^{\cdots\cdot} = 2^{\cdots\cdot}$ $= 16$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ..............

$-x$ $-x, -4$ $-4, -4, 4$ $\{-4\}$	154. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $(\frac{1}{4})^x = 16$ วิธีทำ $(\frac{1}{4})^x = 16$ $4^{-x} = 4^{\cdots\cdot}$ จะได้ $-x = \ldots\ldots\ldots$ ดังนั้น $x = \ldots\ldots\ldots$ ตรวจคำตอบ $(\frac{1}{4})^{\cdots\cdot} = (4^{-1})^{\cdots\cdot} = 4^{\cdots\cdot} = 16$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ..............
2 $2, -2$ $-2, -2, 2$ $\{-2\}$	155. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $3^x = \frac{1}{27}$ วิธีทำ $3^x = \frac{1}{27}$ $\therefore 3^x = \frac{1}{3^3}$ $3^x = 3^{\cdots\cdot}$ จะได้ $x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ ตรวจคำตอบ $3^{\cdots\cdot} = \frac{1}{3^{\cdots\cdot}} = \frac{1}{27}$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ ....

-3 -3 $-3, \ 3$ $\{-3\}$	156. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $2^{-x} = \frac{1}{32}$ วิธีทำ $2^{-x} = \frac{1}{2^5}$ $2^{-x} = 2^{\cdots}$ $\therefore -x = \cdots\cdots\cdots$ จะได้ $x = \cdots\cdots\cdots$ ตรวจคำตอบ $2^{-(\cdots)} = \frac{1}{2^{\cdots}} = \frac{1}{32}$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ..............
-5 -5 5 $5, \ 5$ $\{5\}$	157. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $4^{x} = 2$ วิธีทำ $4^{x} = 2$ $(2^2)^x = 2^1$ $2^{\cdots} = 2^1$ จะได้......... $= 1$ $\therefore \quad x = \cdots\cdots\cdots$ ตรวจคำตอบ $4^{\cdots} = 2$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ............

2x 2x $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\left\{\frac{1}{2}\right\}$	158. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $8^x = 2$ $8^x = 2^1$ $2^{\cdots\cdots} = 2^1$ จะได้ $x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ <u>ตรวจคำตอบ</u> $8^{\cdots\cdots} = 2$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ................
3x $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\left\{\frac{1}{3}\right\}$	159. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $(\frac{1}{3})^{-x} = 81$ $(\frac{1}{3})^{-x} = 81$ $(3^{-1})^{-x} = 3^{\cdots\cdots}$ $\therefore x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ <u>ตรวจคำตอบ</u> $(\frac{1}{3})^{-(\cdots\cdots)} = (3^{-1})^{-(\cdots\cdots)} = 3^{\cdots\cdots}$ $= 81$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ ....
4 4 4, 4, 4 $\{4\}$	160. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $5^x = \frac{1}{25}$ $5^x = \frac{1}{25}$ $5^x = \frac{1}{5^{\cdots\cdots}}$ $\therefore x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ <u>ตรวจคำตอบ</u> $5^{\cdots\cdots} = \frac{1}{5^{\cdots\cdots}} = \frac{1}{25}$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ.................

2 -2 $-2, 2$ $\{-2\}$	161. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $3^{(2x-1)} = 27$ <u>วิธีทำ</u> $3^{(2x-1)} = 27$ $3^{(2x-1)} = 3^{\cdots}$ จะได้ $2x - 1 = \cdots\cdots\cdots$ $2x = \cdots\cdots\cdots$ $\therefore \quad x = \cdots\cdots\cdots$ <u>ตรวจคำตอบ</u> $3^{[2(\ldots)-1]} = 3^{\cdots} = 27$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ............
3 3 4 2 2, 3 $\{2\}$	162. จงหาเซ็ทคำตอบของสมการ $2^{x+1} = 4$ $2^{x+1} = 4$ $2^{x+1} = 2^{\cdots}$ $\therefore x + 1 = \cdots\cdots\cdots$ $\therefore x = \cdots\cdots\cdots$ <u>ตรวจคำตอบ</u> $2^{(\ldots+1)} = 2^{\cdots} = 4$ จริง $\therefore$ เซ็ทคำตอบของสมการคือ............
2 2 1 1, 2 $\{1\}$	

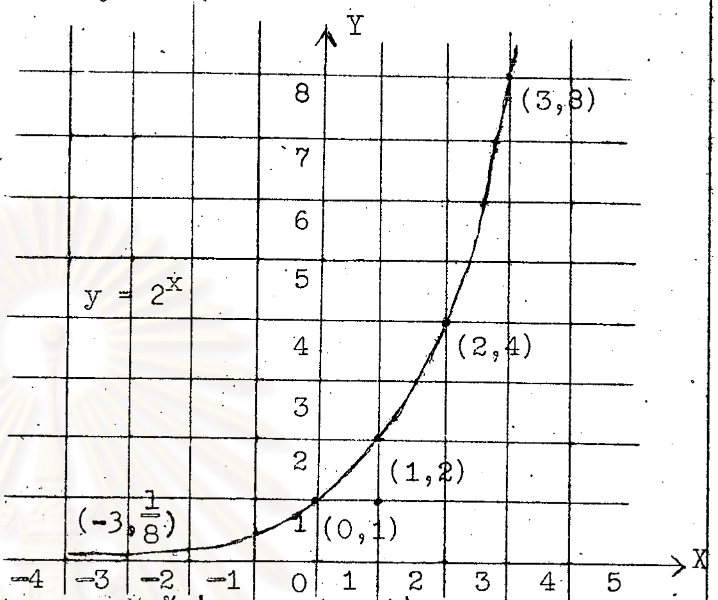
บทที่ 3

ฟังก์ชั่นลอกการิทึม (Logarithmic Function)

	163. นักเรียนทราบมาแล้วว่า อินเวอร์สของฟังก์ชั่น f เป็นความสัมพันธ์ซึ่งเกิดจากการสลับที่ของสมาชิกตัวหน้ากับสมาชิกตัวหลัง ในแต่ละคู่ลำดับของ f <u>และอินเวอร์สของฟังก์ชั่นไม่จำเป็นต้องเป็นฟังก์ชั่นเสมอไป</u> เขียน " f^{-1} " แทน "อินเวอร์สของฟังก์ชั่น f" ถ้า $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 2)\}$ จะได้ $f^{-1} = \{(2, 1), \ldots\ldots, \ldots\ldots\}$ และจะได้ว่า f^{-1} .... ฟังก์ชั่น (เป็น/ไม่เป็น)
(3, 2), (2, 3) ไม่เป็น	164. $f = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$ $f^{-1} = \{\ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\ldots\}$ และ f^{-1} .... ฟังก์ชั่น (เป็น/ไม่เป็น)
(a,1),(b,2),(c,3) เป็น	165. ถ้า $f = \{(4, 5), (5, 4)\}$ $\therefore f^{-1}$ .... ฟังก์ชั่น (เป็น/ไม่เป็น)

เป็น	166. ดังนั้นในการหาอินเวอร์สของฟังก์ชั่นใดก็ตามที่อยู่ในรูปสมการ หาได้โดยการสลับที่ตัวแปรในสมการนั้น ๆ เช่น $y = x + 1$ สลับที่ตัวแปรจะได้เป็น $x = y + 1$ หรือเขียน $y = x - 1$ และเรียก $x = y + 1$ หรือ $y = x - 1$ ว่าเป็นอินเวอร์สของฟังก์ชั่น $y = x + 1$ เช่นเดียวกัน จะได้ว่า อินเวอร์สของฟังก์ชั่น $y = x^2$ คือ .... หรือ $y = \pm\sqrt{x}$ ซึ่งไม่เป็นฟังก์ชั่น
$x = y^2$	167. อินเวอร์สของฟังก์ชั่น $y = 2x + 1$ คือ .... หรือ $y =$ .... ซึ่ง .... ฟังก์ชั่น (เป็น/ไม่เป็น) อินเวอร์สของฟังก์ชั่น $y = -4x$ คือ .... หรือ $y =$ ...... ซึ่ง .... ฟังก์ชั่น (เป็น/ไม่เป็น)
$x = 2y + 1$ $\frac{x-1}{2}$, เป็น $x = -4y$ $-\frac{x}{4}$, เป็น	168. ถ้าอินเวอร์สของฟังก์ชั่นเป็นฟังก์ชั่น เรียกอินเวอร์สของฟังก์ชั่นนั้นว่า "อินเวอร์สฟังก์ชั่น" (inverse function) ดังนั้นจะได้ว่า $x = 2y + 1$ หรือ $y = \frac{x-1}{2}$ เป็นอินเวอร์สฟังก์ชั่นของ $y = 2x + 1$ แต่ $y = \pm\sqrt{x}$ .... อินเวอร์สฟังก์ชั่นของ (เป็น/ไม่เป็น) $y = x^2$ เพราะ $y = \pm\sqrt{x}$ .... ฟังก์ชั่น (เป็น/ไม่เป็น)

ไม่เป็น ไม่เป็น	169. $x = -4y$ หรือ $y = -\frac{x}{4}$ เป็นอินเวอร์สฟังก์ชั่นของ $y = -4x$ $\therefore$ $x = 2y$ หรือ $y = \frac{x}{2}$ .... (เป็น/ไม่เป็น) อินเวอร์สฟังก์ชั่นของ $y = 2x$
เป็น	170. $x = y + 3$ หรือ $y = x - 3$ .... (เป็น/ไม่เป็น) อินเวอร์สฟังก์ชั่นของ $y = x + 3$ $x = 2^y$ .... อินเวอร์สฟังก์ชั่นของ $y = 2^x$ (เป็น/ไม่เป็น)

เป็น เป็น	171. จากฟังก์ชั่น $y = 2^x$ กราฟมีลักษณะดังนี้  นักเรียนทราบมาแล้วว่าอินเวอร์สฟังก์ชั่นของ $y = 2^x$ คือ ..... ซึ่งจะเขียนกราฟได้ดังนี้

x	1	2	4	8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
y	0	1	2	3	-1	-2	-3

<u>วิธีคิด</u> จาก $x = 2^y$

ถ้า $x = 4$

$\therefore 4 = 2^y$

$2^2 = 2^y$

$\therefore y = 2$

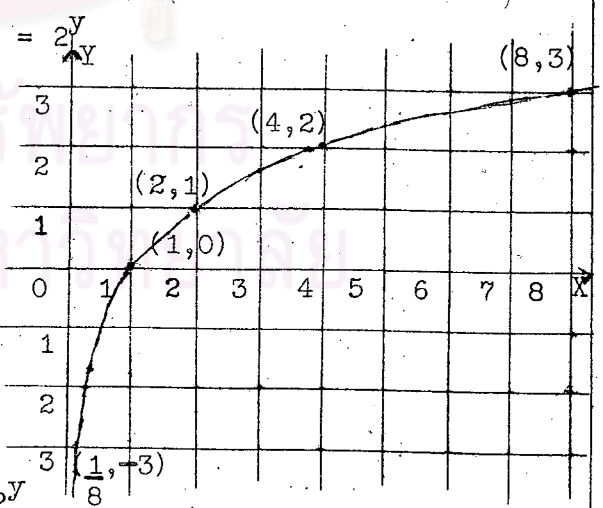
ฯลฯ

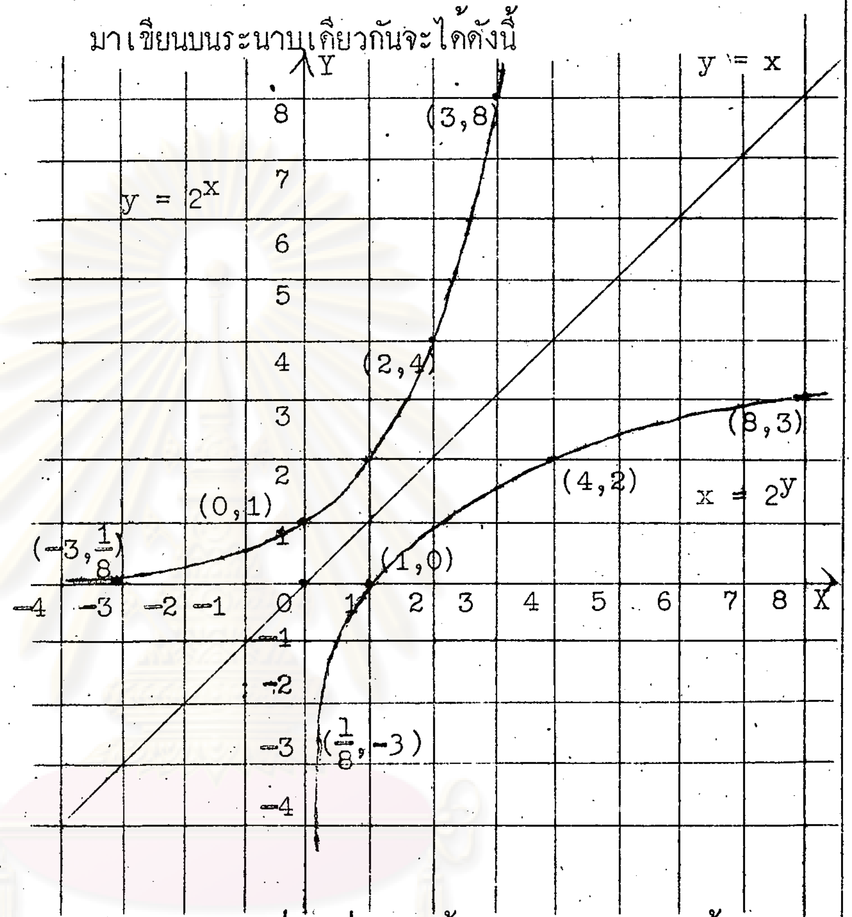
จะเห็นว่า

กราฟ $x = 2^y$

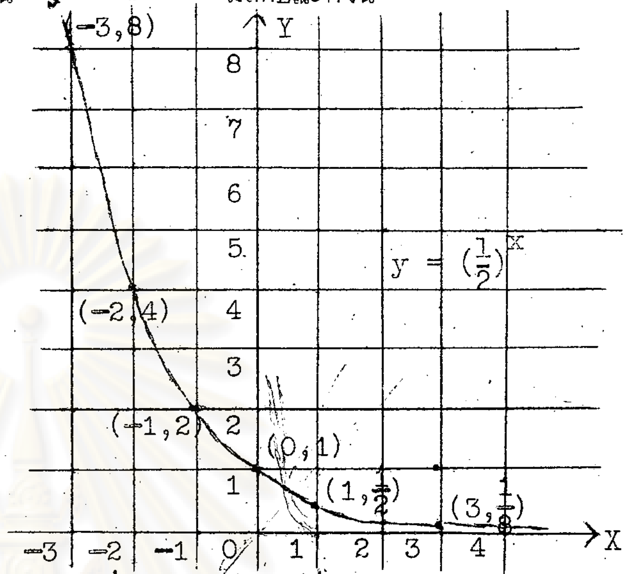
ตัดแกน x ที่จุด (...,...)

และทุกค่าของ x เป็นจำนวนจริงบวก



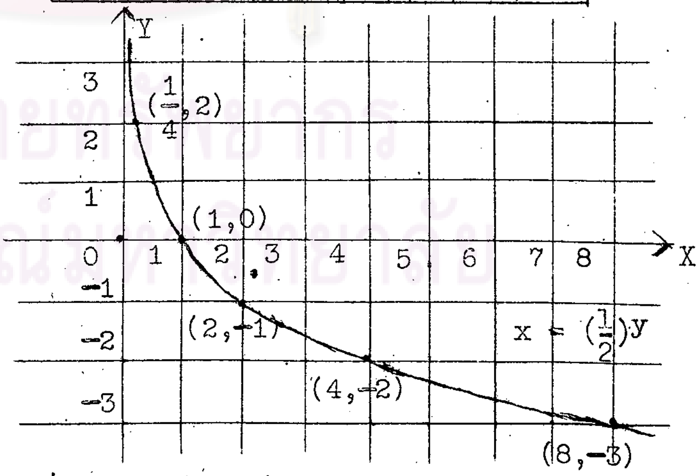
$x = 2^y$ (1, 0)	172. ถ้านำเอากราฟของ $y = 2^x$ และ $x = 2^y$ มาเขียนบนระนาบเดียวกันจะได้ดังนี้  นักเรียนจะเห็นว่า เมื่อลากเส้นตรง $y = x$ แล้ว กราฟของ $y = 2^x$ กับกราฟของ $x = 2^y$ จะอยู่ห่างจากเส้นตรงนี้ .... (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)

เท่ากัน	173. ในทำนองเดียวกัน นักเรียนทราบมาแล้วว่า กราฟของ ฟังก์ชั่น $y = (\frac{1}{2})^x$ มีลักษณะดังนี้



แต่นักเรียนทราบว่าอินเวอร์สฟังก์ชั่นของ $y = (\frac{1}{2})^x$ คือ .... ซึ่งอาจเขียนกราฟได้ดังนี้

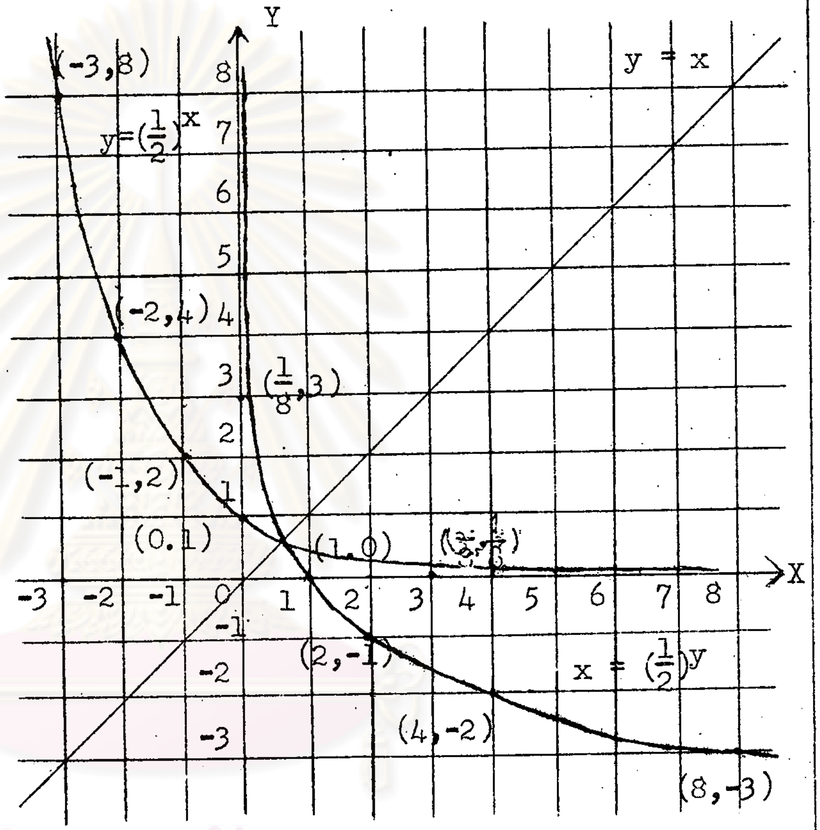
x	1	2	4	8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
y	0	-1	-2	-3	1	2	3



จะเห็นว่ากราฟ $x = (\frac{1}{2})^y$ ตัดแกน ....

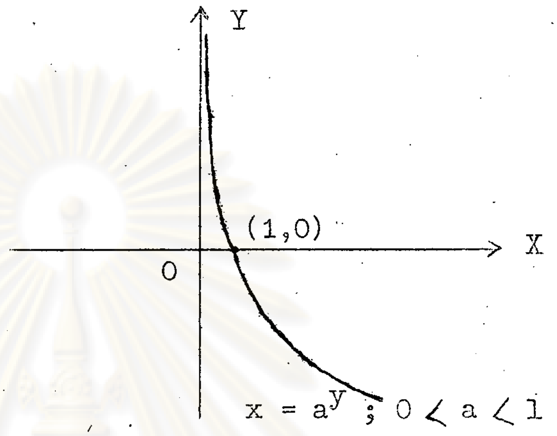
(x/y)

ที่จุด (....,....)

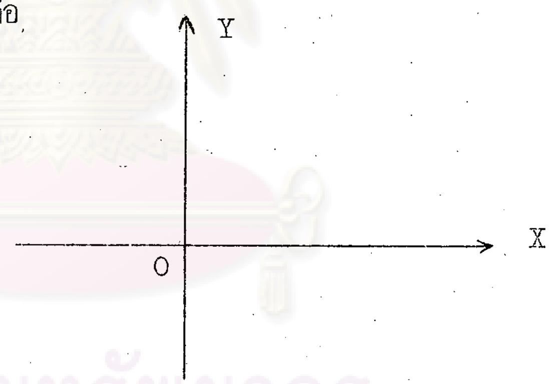
$x = (\frac{1}{2})^y$, x (1, 0)	174. ถ้านำเอากราฟ $y = (\frac{1}{2})^x$ และกราฟ $x = (\frac{1}{2})^y$ มาเขียนบนระนาบเดียวกันจะได้ดังนี้  นักเรียนจะสังเกตเห็นว่า เมื่อลากเส้นตรง $y = x$ แล้ว กราฟของ $y = (\frac{1}{2})^x$ และกราฟของ $x = (\frac{1}{2})^y$ จะอยู่ห่างจากเส้นตรงนี้ .... (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
เท่ากัน	175. ดังนั้น ถ้า $a > 0, a \neq 1$ จะได้ว่า อินเวอร์สฟังก์ชันของ $y = a^x$ คือ ....

$x = a^y$

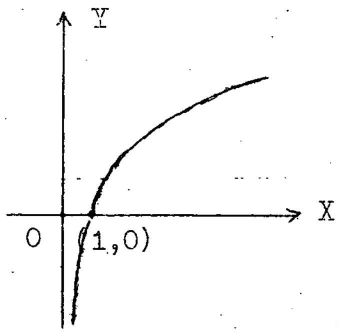
176. จากฟังก์ชั่น $x = a^y$ เมื่อ $0 < a < 1$
กราฟจะมีลักษณะดังนี้



ดังนั้นกราฟของ $x = a^y$ เมื่อ $a > 1$ จะมีลักษณะดังนี้คือ



นักเรียนจะเห็นว่ากราฟของ $x = a^y$ เมื่อ $0 < a < 1$ และ $a > 1$ จะผ่านจุด (....,....) เสมอ



(1,0)

177. จากฟังก์ชั่น $x = a^y$ เมื่อ $a > 0$, $a \neq 1$ เราเรียก y ว่าเป็นลอการิทึมของ x ที่มีฐาน a เขียนสั้น ๆ ว่า $y = \log_a x$

คำว่า "$\log_a x$" อ่านว่า ล้อก x ฐาน a

ดังนั้น

$\log_2 8$ อ่านว่า ....

ล้อก 8 ฐาน 2

178. ถ้า $x = a^y$ เรากล่าวได้ว่า $\log_a x = y$

<u>ตัวอย่าง</u>

$9 = 3^2$ $\therefore$ $\log_3 9 = 2$

$1 = 5^0$ $\therefore$ $\log_5 1 =$ ....

$2 = 4^{\frac{1}{2}}$ $\therefore$ $\log_4 2 =$ ....

$\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$ $\therefore$ ...... = ...

0

$\frac{1}{2}$

$\log_5\sqrt{5}$, $\frac{1}{2}$

179. สมการในรูปของ

ลอการิทึม	เลขยกกำลัง
$\log_2 \frac{1}{8} = -3$	$2^{-3} = \frac{1}{8}$
$\log_{10} 1 = 0$	....
$\log_7 7 = 1$	....

$10^0 = 1$ $7^1 = 7$	180. ถ้า $x = a^y$ เราได้ $\log_a x = y$ หลักนี้นำไปคำนวณค่า $\log_a x$ ใด ๆ ได้เมื่อ $x, a > 0$ และ $a \neq 1$ เช่นต้องการคำนวณค่า $\log_2 8$ ทำได้ดังนี้ ขั้นที่ 1) สมมติให้ $\log_2 8 = y$ ขั้นที่ 2) เราทราบว่า y คือเลขชี้กำลังของฐาน 2 จึงต้องเขียนสมการเลขยกกำลังจะได้ $2^y = 8$ ขั้นที่ 3) เปลี่ยนสมการนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน จะได้ $2^y = 2^{\cdots}$ ขั้นที่ 4) ดังนั้น y = ... นั่นคือ $\log_2 8$ = ...
3 3 3	181. จงหาค่าของ $\log_4 2$ <u>วิธีทำ</u> สมมติให้ $\log_4 2 = y$ $\therefore \quad 4^y = 2$ $(2^2)^y = 2^1$ $2^{\cdots\cdot} = 2^1$ $\therefore$ ......= 1 จะได้ y = ... $\therefore$ $\log_4 2$ = ...

$2y$	182. จงหาค่าของ $\log_{27} 3$
$2y$	<u>วิธีทำ</u>
$\frac{1}{2}$	สมมติให้ $\log_{27}3 = y$
$\frac{1}{2}$	$\therefore \quad 27^y = 3$
	$(3^3)^y = 3^1$
	$3^{\cdots\cdots} = 3^1$
	$\ldots\ldots = 1$ จะได้ $y = \ldots\ldots\ldots$
	$\therefore \log_{27} 3 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$3y$ $3y$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$	183. จงหาค่าของ $\log_2 \frac{1}{8}$ <u>วิธีทำ</u> สมมติให้ $\log_2 \frac{1}{8} = y$ $\therefore \quad 2^y = \dots\dots\dots\dots$ $2^y = \frac{1}{2^{\dots}}$ $2^y = 2^{\dots}$ จะได้ $y = \dots\dots\dots\dots$ $\therefore \quad \log_2 \frac{1}{8} = \dots\dots\dots\dots$
$\frac{1}{8}$ 3 -3 -3 -3	184. จงหาค่าของ $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16}$ <u>วิธีทำ</u> สมมติให้ $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16} = y$ $(\frac{1}{4})^y = \dots\dots\dots\dots$ $(\frac{1}{4})^y = (\frac{1}{4})^{\dots}$ $\therefore \quad y = \dots\dots\dots\dots$ $\therefore \quad \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16} = \dots\dots\dots\dots$

$\frac{1}{16}$ 2 2 2	185. จงหา x จากสมการต่อไปนี้ ก. $\log_7 7 = x \therefore x =$ .... ข. $\log_9 81 = x \therefore x =$ .... ค. $\log_2 64 = x \therefore x =$ .... ง. $\log_5 \frac{1}{25} = x \therefore x =$ ....
1 2 6 -2	186. $\because \log_2 4 + \log_2 8 = 2 + \ldots = \ldots$ (ผลสำเร็จ) และ $\log_2 (4 \times 8) = \log_2 32 =$ ..... (ผลสำเร็จ) $\therefore$ จะได้ว่า $\log_2 (4 \times 8) = \log_2 4 + \log_2 8$
3, 5 5	187. เช่นเดียวกันจะได้ว่า $\log_3 (27 \times 3) = \log_3$ ..... + $\log_3$ ..... $\log_8 (2 \times 5) = \log_8$ ..... + $\log_8$ .....

27, 3 2, 5	188. ในทำนองเดียวกัน ถ้า M และ N เป็นจำนวนบวกใด ๆ, $a > 0$, $a \neq 1$ จะได้ว่า $\boxed{\log_a MN = \log_a M + \log_a N}$ ซึ่งสามารถพิสูจน์ให้เห็นจริงได้ดังนี้ <u>พิสูจน์</u> ให้ $\log_a M = p$ และ $\log_a N = q$ เขียนในรูปเลขยกกำลังจะได้ $M = a^p$ และ $N = \ldots\ldots\ldots$ ดังนั้น $MN = a^p \times \ldots\ldots\ldots$ $\therefore MN = a^{\ldots\ldots}$ (กฎเลขยกกำลัง) เขียนให้อยู่ในรูปลอการิทึม จะได้ว่า $\log_a MN = \ldots\ldots\ldots$ แทนค่าเป็นพจน์ของลอการิทึม $\therefore \log_a MN = \log_a M + \ldots\ldots\ldots$

a^q a^q $p + q$ $p + q$ $\log_a N$	189. บางครั้งเราไม่สามารถหาค่าลอการิทึมโดยวิธีการเปลี่ยนให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังได้ จะต้องอาศัยคุณสมบัติ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ เข้ามาช่วย โดยเขียนผลคูณให้เป็นพจน์ตามที่โจทย์กำหนด <u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของ $\log_{10} 6$ กำหนด $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 2 = 0.3010$ <u>วิธีทำ</u> เปลี่ยน $\log_{10} 6$ เป็นพจน์ของ $\log_{10} 3$ และ $\log_{10} 2$ $\therefore \log_{10} 6 = \log_{10} (3 \times 2)$ $= \log_{10} 3 + \log_{10} 2$ $= 0.4771 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\therefore \log_{10} 6 = 0.7781$ (ผลสำเร็จ)
0.3010	190. จงหาค่าของ $\log_{10} 15$ กำหนด $\log_{10} 5 = 0.6990$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ จะได้ $\log_{10} 15 = \log_{10} \ldots\ldots + \log_{10} \ldots\ldots$ $\therefore \log_{10} 15 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)

5, 3 หรือ 3, 5 1.1761	191. จงหาค่าของ $\log_{10} 14$ กำหนด $\log_{10} 7 = 0.8451$, $\log_{10} 2 = 0.3010$ $\therefore \quad \log_{10} 14 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)
1.1461	192. $\because \quad \log_2 32 - \log_2 4 = 5 - \ldots\ldots = \ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ) และ $\log_2 \frac{32}{4} = \log_2 8 = \ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ) $\therefore$ จะได้ว่า $\log_2 \frac{32}{4} = \log_2 32 - \log_2 4$
2, 3 3	193. เช่นเดียวกัน จะได้ว่า $\log_3 \frac{81}{9} = \log_3 \ldots\ldots\ldots - \log_3 \ldots\ldots\ldots$ $\log_2 \frac{7}{5} = \log_2 \ldots\ldots\ldots - \log_2 \ldots\ldots\ldots$

81, 9 7, 5	194. ในทำนองเดียวกัน ถ้า M และ N เป็นจำนวนบวกใด ๆ $a > 0$, $a \neq 1$ จะได้ว่า $$\boxed{\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N}$$ ซึ่งสามารถพิสูจน์ให้เห็นจริงดังนี้ พิสูจน์ ให้ $\log_a M = x$ และ $\log_a N = y$ เขียนอยู่ในรูปเลขยกกำลังจะได้ว่า $M = a^x$ และ $N = a^y$ $\therefore \frac{M}{N} = \frac{a^x}{a^y}$ $\therefore \frac{M}{N} = a^{\cdots\cdot}$ (กฎเลขยกกำลัง) เขียนอยู่ในรูปลอการิทึมจะได้ว่า $\log_a \frac{M}{N} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ แทนค่าเป็นพจน์ของลอการิทึม $\therefore$ จะได้ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a \ldots\ldots - \log_a \ldots\ldots$

x - y x - y M, N	195. ในการหาค่าลอการิทึมของจำนวนจริงที่เป็นเศษส่วนหรืออยู่ในรูปการหาร เราสามารถกระจายออกมาในรูปผลต่างของลอการิทึม ตามคุณสมบัติ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ <u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของ $\log_{10} \frac{3}{2}$ กำหนด $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 2 = 0.3010$ <u>วิธีทำ</u> $\log_{10} \frac{3}{2} = \log_{10} 3 - \log_{10} 2 = 0.4771 - \ldots.$ $\therefore \log_{10} \frac{3}{2} = 0.1761$ (ผลสำเร็จ)
0.3010	196. จงหาค่าของ $\log_{10} \frac{5}{3}$ กำหนด $\log_{10} 5 = 0.6990$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ จะได้ $\log_{10} \frac{5}{3} = \log_{10} \ldots.. - \log_{10} \ldots\ldots$ $\therefore \log_{10} \frac{5}{3} = \ldots\ldots$(ผลสำเร็จ)
5, 3 0.2219	197. จงหาค่าของ $\log_{10} \frac{11}{7}$ กำหนด $\log_{10} 11 = 1.0414$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ $\therefore \log_{10} \frac{11}{7} = \ldots\ldots\ldots$(ผลสำเร็จ)

0.1963	198. $\log_3 4^2 = \log_3 (4 \times 4)$ $= \log_3 4 + \log_3 4$ ($\therefore \log_a MN = \log_a M + \log_a N$) $= 2 \times \log_3 4$ จะเห็นว่า 2 คือเลขชี้กำลังของ 4 $\therefore \log_3 4^2 = 2 \times \log_3 4$ เช่นเดียวกัน $\log_2 3^5 = 5 \times$ .... จะเห็นว่า .... คือเลขชี้กำลังของ 3
$\log_2 3$ 5	199. $\log_5 2^3 = \log_5 (2 \times 2 \times 2)$ $= \log_5 (2 \times 2) + \log_5 2$ $= \log_5 2 + \log_5 2 + \log_5 2$ $=$ ...... $\times \log_5 2$ จะเห็นว่า .... คือเลขชี้กำลังของ 2 $\therefore$ จะได้ว่า $\log_5 2^3 =$ .... $\times$ ....

3 3 3 , $\log_5 2$	200. ดังนั้น $\log_4 a^3 = 3 \times \log_4 a$ $\log_5 7^2 = 2 \times \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\log_a x^{\frac{1}{2}} = \ldots\ldots\ldots \times \log_a x$ $\log_9 8^4 = \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots$
$\log_5 7$ $\frac{1}{2}$ 4 , $\log_9 8$	201. ในทำนองเดียวกัน ถ้า M เป็นจำนวนบวกใด ๆ $a > 0$, $a \neq 1$ และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า $\boxed{\log_a M^k = k \times \log_a M}$ ซึ่งสามารถพิสูจน์ให้เห็นจริงดังนี้ <u>พิสูจน์</u> ให้ $\log_a M = p$ เขียนอยู่ในรูปเลขยกกำลัง จะได้ว่า $M = a^p$ ยกกำลัง k ทั้งสองข้าง $M^k = (a^p)^k$ $\therefore M^k = a^{\cdots\cdot}$ (กฎเลขยกกำลัง) เขียนในรูปลอการิทึม จะได้ $\log_a M^k = \ldots\ldots\ldots$ แทนค่าทางขวาเป็นพจน์ของลอการิทึม $\therefore$ จะได้ $\log_a M^k = \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots$

kp kp $k, \log_a M$	202. ดังนั้น $\log_5 7^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \log_5 7$ $\log_2 a^{-4} = (-4) \times$ .... $\log_4 8^{2.13} =$ .... $\times \log_4 8$ $\log_5 x^3 =$ .... $\times$ ....
$\log_2 a$ 2.13 $3, \log_5 x$	203. เราจะนำคุณสมบัติ $\log_a M^k = k \times \log_a M$ ไปใช้หาค่าลอการิทึมได้อีกวิธีหนึ่ง <u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของ $\log_4 4^{100}$ <u>วิธีทำ</u> $\log_4 4^{100} = 100 \times \log_4 4$ $= 100 \times 1 \quad (\because \log_4 4 = 1)$ $\therefore \log_4 4^{100} = 100$ เช่นเดียวกัน จะได้ว่า $\log_8 8^{30} =$ .... (ผลสำเร็จ)

30	204. จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ $\log_6 6^{50}$ = ... (ผลสำเร็จ) $\log_7 7^{-3}$ = ... (ผลสำเร็จ) $\log_5 5^{\frac{1}{2}}$ = ... (ผลสำเร็จ) $\log_{10} \sqrt[3]{10}$ = ... (ผลสำเร็จ)
50 -3 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$	205. จากที่เรียนมาแล้ว พอจะสรุปคุณสมบัติของลอการิทึมได้ดังนี้ 1. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ 2. $\log_a \frac{M}{N}$ = ... 3. $\log_a M^k$ = ... เมื่อ M, N เป็นจำนวนบวกใด ๆ $a > 0, a \neq 1$ และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ
$\log_a M - \log_a N$ $k \times \log_a M$	

บทที่ 4

การหาค่าของลอการิทึมและแอนติลอการิทึม

	206. นักเรียนลองพิจารณาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ $\log_4 16 = 2$ $\log_4 32 = 2.5 \quad (\because \frac{5}{2} = 2.5)$ $\log_4 64 = \ldots\ldots$
3	207. จงหาค่าของลอการิทึม (ถ้ามีค่าเป็นเศษส่วนให้เขียนอยู่ในรูปเศษทศนิยม) $\log_{16} 2 = 0.25$ $\log_4 8 = \ldots\ldots\ldots$ $\log_8 16 = 1.3333$
1.5	208. จากค่าของลอการิทึมที่หาได้นั้น แบ่งได้เป็น 2 ตอน คือ ตอนที่เป็นจำนวนเต็ม กับตอนที่เป็นเศษทศนิยม เรียกค่าของลอการิทึมตอนที่เป็นจำนวนเต็มว่า <u>กาแรคเตอริสติค</u> (Characteristic) ของลอการิทึม และเรียกตอนที่เป็นเศษทศนิยมว่า <u>แมนทิสสา</u> (Mantissa) ของลอการิทึม ดังนั้น $\log_4 32 = 2.5$ เรียก 2 ว่า .... และ เรียก .5 ว่า ....

คาแรคเตอริสติค
แมนทิสสา

209. การหาค่าคาแรคเตอริสติคของลอการิทึมฐานใด ๆ ทำได้ง่าย โดยเขียนในรูปเลขยกกำลังซึ่งมีฐานนั้น ๆ เพราะค่าของลอการิทึมเป็นจำนวนเดียวกับเลขชี้กำลังของฐานนั้น ๆ

จงพิจารณารายการต่อไปนี้

		คาแรคเตอริสติค + แมนทิสสา	
$3 = 3^{1}$		$\log_3 3 = 1 \quad + .0$	
$4 = 3^{1+\text{เศษ}}$		$\log_3 4 = 1 \quad + \text{เศษ}$	
$5 = 3^{1+\text{เศษ}}$	เศษเพิ่ม	$\log_3 5 = 1 \quad + \text{เศษ}$	เศษเพิ่ม
$6 = 3^{1+\text{เศษ}}$	ขึ้นเรื่อยๆ	$\log_3 6 = 1 \quad + \text{เศษ}$	ขึ้น
$7 = 3^{1+\text{เศษ}}$		$\log_3 7 = 1 \quad + \text{เศษ}$	เรื่อยๆ
$8 = 3^{1+\text{เศษ}}$		$\log_3 8 = 1 \quad + \text{เศษ}$	
$9 = 3^{2}$		$\log_3 9 = 2 \quad + .0$	
....		....	
....		....	

เราบอกได้ว่า คาแรคเตอริสติคของ $\log_3 6$ คือ 1

คาแรคเตอริสติคของ $\log_3 10$ คือ ....

2

210. คาแรคเตอริสติคของ $\log_2 9$ คือ 3

($\because$ $2^3 = 8$ และ $2^4 = 16$ แต่ $8 < 9 < 16$)

เช่นเดียวกันจะได้ว่า

คาแรคเตอริสติคของ $\log_4 11$ คือ ....

($\because$ $4^1 = 4$ และ $4^2 = 16$ แต่ $4 < 11 < 16$)

1	211. คาแรคเตอริสติคของ $\log_4 62.3$ คือ .... ($\because$ $4^2 = 16$ และ $4^3 = 64$ แต่ $16 < 62.3 < 64$)
2	212. คาแรคเตอริสติคของ $\log_2 18.4$ คือ .... คาแรคเตอริสติคของ $\log_5 12.4$ คือ ....
4, 1	213. คาแรคเตอริสติคของ $\log_{10} 57$ คือ .... คาแรคเตอริสติคของ $\log_{10} 5.7$ คือ .... คาแรคเตอริสติคของ $\log_2 \frac{1}{4}$ คือ .... คาแรคเตอริสติคของ $\log_{10} \frac{1}{10}$ คือ ....
1, 0, -2, -1	214. การเขียนจำนวนจริงบวก แทนปริมาณต่าง ๆ ในวิทยาศาสตร์ จะเขียนในรูป $P = A \times 10^n$ เมื่อ P เป็นจำนวนจริงบวก n เป็นจำนวนเต็ม และ $1 \leq A < 10$ เรียก $A \times 10^n$ ว่ารูปมาตรฐาน เช่น $700 = 7 \times 10^2$ ดังนั้น $900000 = 9 \times$ ....

10^5	215. แสงมีความเร็วประมาณ 300000000 เมตรต่อวินาที เขียนในรูปมาตรฐานจะได้ว่า แสงมีความเร็วประมาณ.............. เมตรต่อวินาที
3×10^8	216. จงเขียนจำนวนจริงต่อไปนี้ในรูปมาตรฐาน $5712 = 5.712 \times 10^3$ $571.2 = 5.712 \times 10^{....}$ $57.12 = 5.712 \times 10^1$ $5.712 = 5.712 \times 10^0$ $0.5712 = 5.712 \times 10^{....}$
2, −1	217. จงเขียน 0.0254 ในรูปมาตรฐาน 0.0254 = 2.54 x ....
10^{-2}	218. จงเขียนจำนวนจริงต่อไปนี้ในรูปมาตรฐาน 5432.5 = ... x .... 79.23 = ... x .... 0.000617 = ... x ....
$5.4325,\ 10^3$ $7.923,\ 10^1$ $6.17,\ 10^{-4}$	219. ลอการิทึมที่มีฐานเป็นสิบเรียกสั้น ๆ ว่า ลอการิทึมฐานสิบ หรือ ลอการิทึมสามัญ (Common Logarithm) ซึ่งไม่ต้องเขียนฐานกำกับ เช่น $\log_{10} 3$ เขียนแทนด้วย $\log 3$ $\log_{10} N$ เขียนแทนด้วย $\log N$ ดังนั้น จะได้ว่า $\log_{10} 12$ เขียนแทนด้วย ....

log 12	220. นักเรียนทราบมาแล้วว่าค่าลอการิทึมประกอบด้วย <u>คาแรคเตอริสติค</u> และ <u>แมนทิสสา</u> ดังนั้น ในการหาคาแรคเตอริสติค ของลอการิทึมฐานสิบ เราอาจจะหาได้เช่นเดียวกันกับที่ได้เรียนมาแล้ว แต่อาจทำได้โดยอาศัยการเขียนในรูปมาตรฐาน เช่น จงหาคาแรคเตอริสติคของ log 524 <u>วิธีทำ</u> $524 = 5.24 \times 10^2$ (รูปมาตรฐาน) $\log 524 = \log (5.24 \times 10^2)$ $= \log 5.24 + \log 10^2$ $= \log 5.24 + 2 \log 10$ $\therefore \log 524 = \log 5.24 + 2$ ($\because \log 10 = 1$) เนื่องจาก $1 \leq 5.24 < 10$ $\therefore \log 1 \leq \log 5.24 < \log 10$ $0 \leq \log 5.24 < 1$ ($\because \log 1 = 0, \log 10 = 1$) จะได้ว่า log 5.24 ก็คือ เศษทศนิยมนั่นเอง $\therefore$ log 524 = 2 + เศษทศนิยม $\therefore$ จะได้คาแรคเตอริสติคของ log 524 คือ ....
2	221. ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า คาแรคเตอริสติคของ log 79.2 คือ 1 $\left[\because \log 79.2 = \log (7.92 \times 10^1)\right]$ $\therefore$ คาแรคเตอริสติคของ log 7.92 คือ .... $\left[\because \log 7.92 = \log (7.92 \times 10^0)\right]$

0	222. คาแรคเตอริสติคของ $\log 0.792$ คือ ....
-1	223. ในรูปทั่ว ๆ ไป เมื่อ P เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ n เป็นจำนวนเต็มและ $1 \leqslant A < 10$ ในการหาค่าของ $\log P$ ทำได้ดังนี้ $\because P = A \times 10^n$ (รูปมาตรฐาน) $\log P = \log (A \times 10^n)$ $= \log A + \log 10^n$ $= \log A + n \log 10$ นั่นคือ $\boxed{\log P = \log A + n}$ ($\because \log 10 = 1$) $\because 1 \leq A < 10$ $\therefore \log 1 \leqslant \log A < \log 10$ จะได้ว่า $0 \leqslant \log A < 1$ ดังนั้นเราจะได้ว่า $\log A$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ แต่น้อยกว่า 1 เราเรียก $\log A$ ว่า <u>แมนทิสสา</u> ของ $\log P$ เรียก n ว่า <u>คาแรคเตอริสติค</u> ของ $\log P$ ดังนั้น $\log 2759 = \log (2.759 \times 10^3)$ $= \log 2.759 + \log 10^3$ $= \log 2.759 + 3$ จะได้ว่า คาแรคเตอริสติคของ $\log 2759$ คือ......... แมนทิสสา ของ $\log 2759$ คือ $\log 2.759$

3	224. จงหาคาแรคเตอริสติกและแมนทิสสาของลอการิทึม ของ 0.576 วิธีทำ $0.576 = 5.76 \times 10^{-1}$ $\log 0.576 = \log (5.76 \times 10^{-1})$ $= \log 5.76 + \log 10^{-1}$ $= \log 5.76 + (-1)$ $\therefore$ จะได้คาแรคเตอริสติคของ log 0.576 คือ........ แมนทิสสาของ log 0.576 คือ log 5.76
−1	225. จงหาคาแรคเตอริสติกและแมนทิสสาของลอการิทึม ของ 0.0259 $\because \log 0.0259 = \log (2.59 \times 10^{-2})$ $\therefore$ คาแรคเตอริสติกของ log 0.0259 คือ......... แมนทิสสาของ log 0.0259 คือ log 2.59
−2	226. จงบอกคาแรคเตอริสติกและแมนทิสสาของ log 79214 และ log 45.13 จะได้ว่า คาแรคเตอริสติคของ log 79214 คือ .... แมนทิสสาของ log 79214 คือ .... คาแรคเตอริสติคของ log 45.13 คือ .... แมนทิสสาของ log 45.13 คือ ....

แผ่น26

4, log 7.9214

1, log 4.513

227. จงบอกคาแรคเตอริสติคและแมนทิสสาของลอการิทึมต่อไปนี้

log N	คาแรคเตอริสติค	แมนทิสสา
log 529	....	....
log 8.25	....	....
log0.00934	....	....

2, log 5.29

0, log 8.25

-3, log 9.34

228. นักเรียนจะเห็นว่า แมนทิสสาที่หามาได้นั้นอยู่ในรูปของลอการิทึมของจำนวนที่เป็นทศนิยม ซึ่งมีจำนวนเต็ม 1 หลัก ซึ่งถ้าคำนวณออกมาจะได้เศษทศนิยมเสมอ เพราะมีค่าระหว่าง 0 กับ 1

ต่อไปนี้เราจะเขียนแมนทิสสาในรูปเศษทศนิยม โดยอ่านจากตารางลอการิทึมฐานสิบ ซึ่งมีผู้คำนวณไว้แล้ว จะคัดลอกมาแสดงเป็นตัวอย่างดังนี้

∴ log 571 มีคาแรคเตอริสติค เป็น 2 และมี
แมนทิสสาเป็น log 5.71

จากตารางอ่านได้ว่า log 5.71 = 0.7566 เราจึงกล่าวว่า
คาแรคเตอริสติคของ log 571 คือ 2
และแมนทิสสาของ log 571 คือ 0.7566
∴ log 571 = 2.7566

แบบฝึกหัดต่อไปนี้ กำหนด log 5.71 = 0.7566
จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

log N	คาแรคเตอริสติค	แมนทิสสา	ค่าของ log N
log 57.1	1	0.7566	1.7566
log 5710	....	....	....
log 5710000	....	....	....

3, 0.7566,

3.7566

5, 0.7566,

5.7566

229. ในการทำแบบฝึกหัดต่อไปจะกำหนดแมนทิสสา ซึ่งคัดลอกจากตารางลอการิทึมฐานสิบมาให้เพื่อนักเรียนจะได้ตอบค่าของลอการิทึมในรูปที่สมบูรณ์ คือ ประกอบด้วยคาแรคเตอริสติค ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม และแมนทิสสา ซึ่งเป็นเศษทศนิยม.

<u>ตัวอย่าง</u>

จงหาค่าของ $\log 57.4$

กำหนด $\log 5.74 = 0.7589$

<u>วิธีทำ</u> $\because \log 57.4 = \log (5.74 \times 10^1)$

$= \log 5.74 + \log 10$

$= 0.7589 + 1$

$= 1.7589$

เช่นเดียวกัน จงหาค่าของ $\log 574$

<u>วิธีทำ</u> $\because \log 574 = \log (5.74 \times ....)$

$= \log 5.74 + \log .....$

$= 0.7589 + ...$

$= ....$

10^2 $\log 10^2$ 2 2.7589	230. จงหาค่าของ log 0.574 กำหนด $\log 5.74 = 0.7589$ <u>วิธีทำ</u> $\because \log 0.574 = \log (5.74 \times 10^{-1})$ $= \log 5.74 + \log 10^{-1}$ $= 0.7589 + (-1)$ $= -1 + 0.7589$ $\therefore$ ค่าแรคเตอริสติคของ log 0.574 คือ -1 แมนทิสสาของ log 0.574 คือ 0.7589 เราอาจเขียนว่า $\log 0.574 = \bar{1}.7589$ $\bar{1}.7589$ มีความหมายว่า 1 มีค่าเป็นลบ และ .7589 มีค่าเป็นบวก เครื่องหมาย "‾‾‾" เรียกว่า<u>เครื่องหมายบาร์</u> (Bar) " $\bar{1}$ " อ่านว่า บาร์ 1 ซึ่งหมายถึง -1 นั่นเอง เช่นเดียวกัน จงเขียนค่าของ log 0.0574 กำหนด $\log 5.74 = 0.7589$ $\because$ ค่าแรคเตอริสติคของ log 0.0574 คือ .... แมนทิสสาของ log 0.0574 คือ 0.7589 $\therefore$ log 0.0574 = ...
-2, $\bar{2}.7589$	231. จงเขียนค่าของ log 5740; กำหนด $\log 5.74 = 0.7589$ $\because$ ค่าแรคเตอริสติคของ log 5740 คือ .... แมนทิสสาของ log 5740 คือ .... $\therefore$ log 5740 = ...

3, 0.7589 3.7589	232. จงเขียนค่าของ log 0.000574 กำหนด log 5.74 = 0.7589 $\therefore$ ค่าแรคเตอริสติคของ log 0.000574 คือ .... แมนทิสสาของ log 0.000574 คือ .... $\therefore$ log 0.000574 = ...
−4, 0.7589 $\bar{4}$.7589	233. จงเขียนค่าของ log 128 กำหนด log 1.28 = 0.1072 $\therefore$ ค่าแรคเตอริสติคของ log 128 คือ .... แมนทิสสาของ log 128 คือ .... $\therefore$ log 128 = ...
2, 0.1072 2.1072	234. จงเขียนค่าของ log 0.128 กำหนด log 1.28 = 0.1072 $\therefore$ ค่าแรคเตอริสติคของ log 0.128 คือ .... แมนทิสสาของ log 0.128 คือ .... $\therefore$ log 0.128 = ...
−1, 0.1072 $\bar{1}$.1072	235. กำหนด log 3.45 = 0.5378 จงบอกค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ log 345 มีค่าเท่ากับ .... log 3.45 มีค่าเท่ากับ .... log 0.0345 มีค่าเท่ากับ ....

2.5378 0.5378 $\overline{2}.5378$	236. นักเรียนทราบมาแล้วว่า ถ้าโจทย์กำหนดจำนวนจริงบวกมาให้ เราสามารถหาค่าลอการิทึมของจำนวนจริงบวกนั้นได้ ในทางกลับกันถ้าโจทย์กำหนดค่าลอการิทึมของจำนวนหนึ่งมาให้ เราสามารถหาจำนวนนั้นได้ เช่น ลอการิทึมของจำนวนหนึ่งมีค่าเป็น 2.7566 จงหาจำนวนนั้น กำหนด $\log 5.71 = 0.7566$ วิธีทำ ให้จำนวนนั้นคือ N $\therefore \log N = 2.7566$ (ตามโจทย์) $= 2 + 0.7566$ (แยกค่าแรคเตอริสติคและแมนทิสสา) $= 2 \log 10 + \log 5.71$ (เขียนในรูปลอการิทึม) $= \log 10^2 + \log 5.71$ (คุณสมบัติของลอการิทึม) $= \log (10^2 \times 5.71)$ (คุณสมบัติของลอการิทึม) $\therefore N = 10^2 \times 5.71$ ทำเป็นผลสำเร็จจะได้ว่า N = 571 จะได้ว่า จำนวนนั้น คือ 571 เช่นเดียวกัน ถ้าลอการิทึมของจำนวนหนึ่งมีค่าเป็น 1.7566 จงหาจำนวนนั้น กำหนด $\log 5.71 = 0.7566$ วิธีทำ ให้จำนวนนั้นคือ N $\therefore \log N = 1.7566 = 1 + 0.7566$ $= 1 \log 10 + \log 5.71$ $= \log (10^1 \times \ldots\ldots\ldots)$ $\therefore N = 10^1 \times \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots$ จะได้จำนวนนั้นคือ....................

5.71

5.71, 57.1

57.1

237. ลอการิทึมของจำนวนหนึ่งมีค่าเป็น $\bar{2}.7566$

จงหาจำนวนนั้น กำหนด $\log 5.71 = 0.7566$

<u>วิธีทำ</u> ให้จำนวนนั้นคือ N

$$\begin{aligned}\therefore \log N &= \bar{2}.7566\\ &= -2 + 0.7566\\ &= (-2)\log 10 + \log 5.71\\ &= \log 10^{-2} + \log 5.71\\ &= \log (10^{-2} \times 5.71)\\ &= 10^{-2} \times 5.71 = \text{.......(ผลสำเร็จ)}\end{aligned}$$

จะได้จำนวนนั้นคือ ....

0.0571

0.0571

238. กำหนด $\log 5.71 = 0.7566$

นักเรียนลองพิจารณาดูรายการต่อไปนี้

ค่าของ log N	N
1.7566	$10^{1} \times 5.71$
2.7566	$10^{2} \times 5.71$
3.7566	$10^{\cdots} \times 5.71$
$\bar{1}.7566$	$10^{-1} \times 5.71$
$\bar{2}.7566$	$10^{\cdots} \times 5.71$
$\bar{3}.7566$	$10^{-3} \times$ ....
$\bar{5}.7566$	...... x ......

3, –2, 5.71 10^{-5} , 5.71	239. นักเรียนจะเห็นว่า ถ้ากำหนดค่าของ log N ให้ เราสามารถหา N ได้ เรียก N ว่า แอนติลอการิทึม (Antilogarithm) ของ log N ถ้า log N = 1.7566 จะได้ $N = 10^1 \times 5.71$ ดังนั้น แอนติลอการิทึมของ 1.7566 คือ $10^1 \times 5.71$ เช่นเดียวกัน แอนติลอการิทึมของ 2.7566 คือ $10^2 \times 5.71$ แอนติลอการิทึมของ 3.7566 คือ $10^3 \times 5.71$ แอนติลอการิทึมของ $\bar{2}.7566$ คือ $10^{-2} \times 5.71$ แอนติลอการิทึมของ $\bar{3}.7566$ คือ $10^{-3} \times 5.71$ นักเรียนจะสังเกตเห็นว่า แอนติลอการิทึมที่หาได้นั้น มี 2 ตอนคือ ตอนที่เป็น 10 ยกกำลังต่าง ๆ ซึ่งเป็นแอนติลอการิทึมของคาแรคเตอริสติก (เช่น แอนติลอการิทึมของ 2 คือ 10^2 ฯลฯ) อีกตอนหนึ่งคือจำนวนที่เป็นทศนิยมซึ่งมีจำนวนเต็มหลักเดียว ในที่นี้คือ 5.71 ซึ่งเป็นแอนติลอการิทึม ของแมนทิสสา 0.7566 ในทำนองเดียวกัน ถ้ากำหนด log 9.25 = 0.9661 และ log N = 2.9661 ∴ จะได้ N = $10^{\cdots}$ x .... <u>นั่นคือ</u> แอนติลอการิทึมของ 2.9661 คือ $10^{\cdots}$ x .... ซึ่งมีค่าเท่ากับ................. (ผลสำเร็จ)

2, 9.25 2, 9.25 925	240. นักเรียนลองพิจารณาดูตารางข้างล่างนี้

โจทย์		คำตอบ	
กำหนด	และlogN	∴ N	ผลสำเร็จ
log 1.153=0.0618	3.0618	10^3 x 1.153	1153
	2.0618	10^2 x	......
	$\bar{1}$.0618	10^{-1} x.....	0.1153
log 9.85=0.9934	0.9934	10^0 x 9.85	......
	$\bar{2}$.9934	....x 9.85	......
	2.9934	....x	......
	40.9934	10^{40} x....	
	$\overline{40}$.9934	....x.....	

1.153,115.3

1.153

9.85

10^{-2}, 0.0985

10^2 ,9.85, 985

9.85

10^{-40}, 9.85

241. กำหนด log 1.29 = 0.1106

log 5.77 = 0.7612

log 9.83 = 0.9926

จงหา N

ถ้า log N = 2.1106

∴ N = $10^{....}$ x ...... = ...(ผลสำเร็จ)

ถ้า log N = $\bar{1}$.7612

∴ N = ... x ...... = ...(ผลสำเร็จ)

ถ้า log N = 0.9926

∴ N = ... = ...(ผลสำเร็จ)

2, 1.29, 129 10^{-1}, 5.77, 0.577 $10^{0} \times 9.83$, 9.83	242. ถ้า $\log N = -1.2815$ จงหา N กำหนด $\log 5.23 = 0.7185$ วิธีทำ $\because \log N = -1.2815$ $= -1 + (-0.2815)$ $= -1 \underline{-1+1} + (-0.2815)$ $= -2 + (1 - 0.2815)$ $= -2 + 0.7185$ $= (-2) \log 10 + \log$ .... $= \log 10^{....} + \log$ .... $= \log (10^{....} \times$ ....$)$ $\therefore N = 10^{....} \times$ .... N = ... (ผลสำเร็จ)
5.23 -2, 5.23 -2, 5.23 -2, 5.23 0.0523	

บทที่ 5

การใช้ตารางลอการิทึม

243. จะเห็นได้ว่าในการหาค่าลอการิทึมและแอนติลอการิทึมนั้น เราจะต้องทราบค่าลอการิทึมที่เป็นแมนทิสสาในรูปเศษทศนิยม ซึ่งโจทย์จะกำหนดให้ หรือเราอาจหาเองได้จากตาราง**ลอการิทึมฐาน**สิบดังกล่าวมาแล้ว ค่าลอการิทึมที่ปรากฏในตารางเป็นค่าโดยประมาณที่คำนวณถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 4 ดังนั้น การคำนวณใด ๆ ที่อาศัยตารางลอการิทึมนี้จึงต้องถือว่าเป็นค่าประมาณทั้งสิ้น สำหรับตารางที่ยกมานี้เป็นส่วนหนึ่งของตารางลอการิทึมซึ่งอยู่ท้ายบทเรียนนี้

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
1.1	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
—										
5.7	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
—										
9.9	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996

ตารางนี้ เป็นตารางลอการิทึมของเลข 3 หลัก และแมนทิสสาเป็นเศษทศนิยม 4 ตำแหน่ง เมื่อลอกมาใช้ให้เติมจุดทศนิยมด้วย

เช่น จงหาค่าของ log 1.14

วิธีหา ให้ดูแถวที่มี 1.1 และหลักที่มี 4

อ่านค่าได้ 0.0569

$\therefore$ log 1.14 = 0.0569

เช่นเดียวกันจะได้ว่า log 5.73=......

0.7582	244. จากตารางลอการิทึม จงอ่านค่าของ log 1.18 จะได้ว่า log 1.18 = ...
0.0719	245. จากตารางลอการิทึม จงอ่านค่าของ log 5.76 จะได้ว่า log 5.76 = ...
0.7604	246. จากตารางลอการิทึม จงอ่านค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ log 7.92 = ... log 4.25 = ... log 3.00 = ...
0.8987 0.6284 0.4771	247. จงหาค่าของ log 56.3 โดยใช้ตาราง <u>วิธีทำ</u> $\log 56.3 = \log (5.63 \times 10^1)$ $= \log 5.63 + \log 10$ $= \log 5.63 + 1$ จะได้ว่าค่าแรคเตอริสติคของ log 56.3 คือ 1 และ แมนทิสสาของ log 56.3 คือ log 5.63 จากตาราง จะได้ log 5.63 = 0.7505 $\therefore \log 56.3 = 0.7505 + 1$ $= 1.7505$ ในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า log 563 = ...

2.7505	248. จงหาค่าของ log 235 โดยใช้ตาราง ∵ $\log 235 = \log (2.35 \times 10^{2})$ ∴ ค่าแรคเตอริสติคของ log 235 คือ 2 และแมนทิสสาของ log 235 คือ log 2.35 จากตาราง log 2.35 มีค่าเท่ากับ .... ∴ log 235 = ...
0.3711 2.3711	249. จงหาค่าของ log 0.432 โดยใช้ตาราง ∵ $\log 0.432 = \log (4.32 \times 10^{-1})$ ∴ ค่าแรคเตอริสติคของ log 0.432 คือ.......... และแมนทิสสาของ log 0.432 คือ log 4.32 จากตารางจะได้ log 4.32 มีค่าเท่ากับ .... ∴ log 0.432 = ...
−1, 0.6355 $\bar{1}$.6355	250. จงหาค่าของ log 0.0712 โดยใช้ตาราง ∵ $\log 0.0712 = \log (7.12 \times 10^{....})$ ∴ ค่าแรคเตอริสติคของ log 0.0712 คือ .... และแมนทิสสาของ log 0.0712 คือ log 7.12 จากตารางจะได้ log 7.12 มีค่าเท่ากับ .... ∴ log 0.0712 = ...
−2, −2 0.8525 $\bar{2}$.8525	251. จงหาค่าของ log 23.4 โดยใช้ตาราง ∵ $\log 23.4 = \log (2.34 \times 10^{1})$ ∴ ค่าแรคเตอริสติคของ log 23.4 คือ.......... จากตารางแมนทิสสาของ log 23.4 คือ 0.3692 ∴ log 23.4 = ...

1, 1.3692	252. จงหาค่าของ log 0.0135 โดยใช้ตาราง $\because$ log 0.0135 = log (1.35 x 10$^{\cdots\cdot}$) $\therefore$ ค่าแรคเตอริสติคของ log 0.0135 คือ......... จากตาราง แมนทิสสาของ log 0.0135 คือ.......... $\therefore$ log 0.0135 = ...
−2, −2, 0.1303 $\bar{2}.1303$	253. จงหาค่าของ log 93.4 โดยใช้ตาราง $\because$ log 93.4 = log (9.34 x 10^{1}) $\therefore$ log 93.4 = 1.9703 เช่นเดียวกัน จงหาค่าของ log 695 $\because$ log 695 = log (6.95 x 10^{2}) $\therefore$ log 695 = ...
2.8420	254. จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ โดยใช้ตาราง log3.72 = 0.5705 [$\because$ log3.72 = log(3.72x10^{0})] log 37.2 = ... log 0.372 = ...
1.5705 $\bar{1}.5705$	255. จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ โดยใช้ตาราง log 9.25 = ... log 925 = ... log 0.000925 = ...

0.9661

2.9661

$\bar{4}.9661$

256. จากตารางลอการิทึมของเลข 3 หลักนี้ เราสามารถหาค่าลอการิทึมของเลข 4 หลักได้ด้วย เช่น

จงหาค่าของ $\log 1.153$

<u>วิธีทำ</u>

จากตารางจะได้ว่า $\log 1.15 = 0.0607$

และ $\log 1.16 = 0.0645$

ต้องการหา $\log 1.153$ ซึ่งอยู่ระหว่าง $\log 1.15$ กับ $\log 1.16$ และมีจำนวนจริงมากกว่า $\log 1.15$ อยู่ <u>0.003</u>

จะเห็นว่า $\log 1.15$ กับ $\log 1.16$

จำนวนจริงต่างกัน 0.01 แมนทิสสาต่างกัน

$$= 0.0645 - 0.0607$$

$$= 0.0038$$

ถ้าจำนวนจริงต่างกัน <u>0.003</u> แมนทิสสาต่างกัน

$$= \frac{0.0038}{0.01} \times 0.003$$

$$= 0.00114$$

ดังนั้น $\log 1.153 = 0.0607 + 0.00114$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\therefore \log 1.153 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

0.06184 0.06184	257. จงหาค่าของ log 2.485 โดยใช้ตาราง จากตารางจะได้ log 2.48 = 0.3945 และ log 2.49 = 0.3962 จะเห็นว่า log 2.48 กับ log 2.49 จำนวนจริงต่างกัน 0.01 แมนทิสสาต่างกัน.......... จำนวนจริงต่างกัน 0.005 แมนทิสสาต่างกัน $= \frac{0.0017}{0.01} \times 0.005 = 0.00085$ ∴ จะได้ log 2.485 = 0.3945 + ... = ...
0.0017 0.00085 0.39535	258. จงหาค่าของ log 3.712 โดยใช้ตาราง จากตารางจะได้ log 3.71 = 0.5694 และ log 3.72 = 0.5705 จำนวนจริงต่างกัน 0.01 แมนทิสสาต่างกัน 0.0011 จำนวนจริงต่างกัน 0.002 แมนทิสสาต่างกัน $= \frac{0.0011}{0.01} \times$ .... = ... ∴ จะได้ log 3.712 = ...
0.002 0.00022 0.56962	259. จงหาค่าของ log 4.726 โดยใช้ตาราง จากตารางจะได้ log 4.72 = 0.6739 และ log 4.73 = 0.6749 จำนวนจริงต่างกัน 0.01 แมนทิสสาต่างกัน......... จำนวนจริงต่างกัน 0.006 แมนทิสสาต่างกัน $= \frac{(\ldots\ldots)}{0.01} \times$ .... = 0.00060 ∴ จะได้ log 4.726 = ...

0.0010 0.0010, 0.006 0.67450	260. จงหาค่าของ log 6.243 โดยใช้ตาราง จากตารางจะได้ log 6.24 = 0.7952 และ log 6.25 = ... จำนวนจริงต่างกัน 0.01 แมนทิสสาต่างกัน......... จำนวนจริงต่างกัน.......แมนทิสสาต่างกัน $\frac{0.0007}{0.01}$ x .... = 0.00021 ∴ จะได้ log 6.243 = ...
0.7959, 0.0007 0.003, 0.003, 0.79541	261. ถ้า log 1.153 = 0.06184 ∴ จะได้ log 115.3 = ...
2.06184	262. ถ้า log 2.485 = 0.39535 ∴ จะได้ log 2485 = ... และ log 0.02485 = ...
3.39535 $\bar{2}$.39535	263. ถ้า log 3.712 = 0.56962 ∴ จะได้ log 0.3712 = ... และ log 371200 = ...
$\bar{1}$.56962 5.56962	264. จงหาค่าของ log 23500 โดยใช้ตาราง ∵ log 23500 = log (2.35×10^4) ∴ จะได้ค่าแรกเตอริสติคของ log 23500 คือ.... และ แมนทิสสาของ log 23500 คือ log 2.35 จากตาราง log 2.35 มีค่าเท่ากับ............. ∴ log 23500 = ...

4 0.3711 4.3711	265. จงหาค่าของ log 0.0852 โดยใช้ตาราง $\because$ log 0.0852 = log (8.52 x 10....) $\therefore$ จะได้ คาแรคเตอริสติคของ log 0.0852 คือ..... และ แมนทิสสาของ log 0.0852 คือ log 8.52 จากตาราง log 8.52 มีค่าเท่ากับ.......... $\therefore$ log 0.0852 = ...
-2, -2 0.9304 $\bar{2}.9304$	266. ตามที่ได้เรียนมาแล้ว ถ้าโจทย์กำหนด N มาให้ เราสามารถหาค่าของ log N จากตารางลอการิทึมได้ ในทำนองเดียวกัน ถ้าโจทย์กำหนดค่าของ log N มาให้ เราก็สามารถหา N จากตารางลอการิทึมได้เช่นกัน (N คือแอนติลอการิทึมของ log N) <u>ตัวอย่าง</u> ลอการิทึมของจำนวนหนึ่งมีค่าเป็น 0.9983 จงหาจำนวนนั้น <u>วิธีทำ</u> ให้จำนวนนั้นคือ N $\therefore$ log N = 0.9983 (ตามโจทย์) จากตารางลอการิทึม ให้ดูว่า แมนทิสสาคือ 0.9983 นี้อยู่ตรงกับตัวเลขแถวใด และ หลักใด จะได้ว่า แถวที่มี 9.9 และหลักที่มี 6 มาพบกันตรง 0.9983 ดังนั้นจะได้ว่า log 9.96 = 0.9983 $\therefore$ log N = log 9.96 <u>นั่นคือ</u> N = 9.96 $\therefore$ จำนวนนั้นคือ 9.96 ถ้าลอการิทึมของจำนวนหนึ่งเป็น 0.1038 จงหาจำนวนนั้น <u>วิธีทำ</u> ให้จำนวนนั้นคือ N $\therefore$ log N = 0.1038 จากตารางจะได้ว่า 0.1038 อยู่ตรงกับแถวที่มี 1.2 และ อยู่ตรงกับหลักที่มี.......... <u>นั่นคือ</u> log.......... = 0.1038 ดังนั้น จะได้ว่า จำนวนนั้น คือ ....

7, 1.27 1.27	267. ลอการิทึมของจำนวนหนึ่งเป็น 0.0569 จงหาจำนวนนั้น __วิธีทำ__ ให้จำนวนนั้น คือ N $\therefore$ log N = 0.0569 (ตามโจทย์) จากตารางจะเห็นว่า 0.0569 อยู่ตรงกับแถวที่มี 1.1 และอยู่ตรงกับหลักที่มี............. $\therefore$ log .... = 0.0569 ดังนั้น จะได้ว่า จำนวนนั้น คือ.................
4, 1.14 1.14	268. จงหา N โดยใช้ตาราง กำหนด log N = 0.4698 = log .... $\therefore$ N = ... กำหนด log N = 0.5809 = log .... $\therefore$ N = ... กำหนด log N = 0.6474 = log .... $\therefore$ N = ...
2.95, 2.95 3.81, 3.81 4.44, 4.44	269. จงหา N โดยใช้ตาราง ถ้า log N = 0.7597 $\therefore$ N = ... ถ้า log N = 0.8109 $\therefore$ N = ...

5.75 6.47	270. กำหนด $\log N = 2.9983$ จงหา N __วิธีทำ__ $\because$ $\log N = 2.9983$ $= 2 + 0.9983$ จากตารางจะได้ $\log 9.96 = 0.9983$ ดังนั้น $\log N = 2 \times \log 10 + \log 9.96$ $= \log 10^2 + \log 9.96$ $= \log (10^2 \times 9.96)$ (ตามคุณสมบัติ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$) $\therefore$ $N = 10^2 \times 9.96$ ทำเป็นผลสำเร็จ จะได้ $N = 996$ เช่นเดียวกัน ถ้ากำหนด $\log N = 1.9983$ จะได้ $N = 10^1 \times$ ...... = ...(ผลสำเร็จ)
9.96, 99.6	271. นักเรียนลองพิจารณารายการต่อไปนี้

คาลอการิทึมจากตาราง	กำหนดlog N	เขียน N ได้	ผลสำเร็จ
$\log 2.93 = 0.4669$	3.4669	$10^3 \times 2.93$	2930
	$\bar{2}.4669$	$10^{-2} \times 2.93$	....
log...... = 0.6355	2.6355	$10^2 \times$	....
	$\bar{1}.6355$	$10^{\cdots} \times$	....
	0.6355	$10^0 \times$	....
log..... = 0.5105	$\bar{3}.5105$	$10^{\cdots} \times$ ...	....
	0.5105	.... x ...	....
	50.5105	....	
	$\overline{50}.5105$	....	

0.0293,4.32,4.32 432,−1,4.32,0.432 4.32,4.32,3.24 −3,3.24,0.00324 10^{0},3.24,3.24 10^{50} x 3.24 10^{-50} x 3.24	272. จงหาค่าของ N โดยใช้ตาราง กำหนด log N = 2.8254 $\therefore$ N = $10^{....}$ x ....=.....(ผลสำเร็จ) กำหนด log N = $\bar{1}.9274$ $\therefore$ N = $10^{....}$ x ....=.....(ผลสำเร็จ) กำหนด log N = 0.9624 $\therefore$ N = ...x.....=.......(ผลสำเร็จ)
2,6.69,669 −1,8.46,0.846 0,9.17,9.17	273. กำหนด log N = 2.7561 จงหา N <u>วิธีทำ</u> $\because$ log N = 2.7561 = 2 + 0.7561 จะเห็นได้ว่าค่าแมนทิสสา 0.7561 ไม่มีในตาราง แต่มีค่าที่ใกล้เคียงคือ 0.7559 และ 0.7566 ซึ่ง 0.7559 < 0.7561 < 0.7566 จากแมนทิสสา 0.7559 จะต้องเพิ่มอีก <u>0.0002</u> จึงจะได้ 0.7561 จากตารางจะได้ว่า log 5.70 = 0.7559 และ log 5.71 = 0.7566 จะเห็นว่า log 5.70 กับ log 5.71 มีจำนวนจริงต่างกัน 0.01 และมีแมนทิสสาต่างกัน 0.0007 $\therefore$ แมนทิสสาต่างกัน 0.0007 จำนวนจริงต่างกัน 0.01 แมนทิสสาต่างกัน <u>0.0002</u> จำนวนจริงต่างกัน $= \frac{0.01}{0.0007} \times 0.0002 = 0.003$ ดังนั้นจะได้ว่า log 5.703 = 0.7561 ($\because$ 5.70 + 0.003 = 5.703 และ 0.7559 + 0.0002 = 0.7561) จาก log N = 2 + 0.7561 $\therefore$ N = 10^{2} x 5.703 = ...(ผลสำเร็จ)

570.3	274. กำหนด $\log N = 1.5445$ จงหา N วิธีทำ $\because \log N = 1.5445 = 1 + 0.5445$ จากตาราง จะได้ว่า $0.5441 < 0.5445 < 0.5453$ และจากแมนทิสสา 0.5441 ต้องเพิ่มอีก <u>0.0004</u> จึงจะได้ 0.5445 จากตารางจะได้ว่า $\log 3.50 = 0.5441$ และ $\log 3.51 = 0.5453$ จะเห็นว่า $\log 3.50$ กับ $\log 3.51$ มีจำนวนจริงต่างกัน 0.01 และมีแมนทิสสาต่างกัน 0.0012 $\therefore$ แมนทิสสาต่างกัน 0.0012 จำนวนจริงต่างกัน 0.01 แมนทิสสาต่างกัน <u>0.0004</u> จำนวนจริงต่างกัน $= \frac{0.01}{0.0012}$ x .... = 0.0033 ดังนั้นจะได้ว่า $\log 3.5033$ = ... จาก $\log N = 1 + 0.5445$ $\therefore N = 10^1$ x .... ทำเป็นผลสำเร็จจะได้ N = ...
0.0004 0.5445 3.5033, 35.033	275. กำหนด $\log N = 2.7576$ และ $\log 5.7225 = 0.7576$ จงหา N จะได้ N = $10^{\cdots}$ x .... = ... (ผลสำเร็จ)
2, 5.7225 572.25	276. กำหนด $\log N = \overline{11}.7576$ และ $\log 5.7225 = 0.7576$ จงหา N จะได้ N = ... x ....(ตอบรูปมาตรฐาน)

10^{-11}, 5.7225	277. กำหนด $\log N = 30.7576$ และ $\log 5.7225 = 0.7576$ จงหา N จะได้ N = ... (ตอบรูปมาตรฐาน)
$10^{30} \times 5.7225$	

บทที่ 6

การนำลอการิทึมไปใช้

278. ในการคำนวณหาผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงบวกใด ๆ นอกจากจะใช้วิธีคูณและหารตามธรรมดาที่เราเคยทำมาแล้ว เราอาจใช้ลอการิทึมฐานสิบหาคำตอบได้ง่ายมาก คือแทนที่จะคูณเราใช้วิธีบวก แทนที่จะหาร เราใช้วิธีลบ และถ้าจะยกกำลังจำนวนใด ๆ เช่น 27^{50} เราก็ใช้วิธีการของลอการิทึมเปลี่ยนการยกกำลังมาเป็นการคูณกับเลขชี้กำลัง เราก็สามารถหาคำตอบ โดยใช้เวลาเพียงเล็กน้อย

ในกรณีที่เราจะหาค่าของ $\sqrt[50]{27}$ เราก็ใช้ลอการิทึม เปลี่ยนการถอดราก หรือถอดกรณฑ์ มาเป็นการหารด้วยกรณฑ์นั้น ๆ

สำหรับค่าที่คำนวณได้จะเป็น <u>ค่าโดยประมาณ</u> เท่านั้น

<u>ตัวอย่าง</u>

จงหาผลคูณของ 3.25 และ 2.71 โดยใช้ลอการิทึม

<u>วิธีทำ</u>

ให้ $N = 3.25 \times 2.71$

$\log N = \log(3.25 \times 2.71)$

$= \log 3.25 + \log 2.71$ ——(1)

จากตารางจะได้

$\log 3.25 = 0.5119$

$\log 2.71 = 0.4330$

แทนค่าใน (1)

จะได้ $\log N = 0.5119 + 0.4330$

$\therefore \log N = 0.9449$

จากตาราง จะเห็นว่า $0.9445 < 0.9449 < 0.9450$

จากตารางจะได้ $\log 8.80 = 0.9445$

และ $\log 8.81 = 0.9450$

$\therefore$ จะได้ว่า $\log 8.808 = 0.9449$

(หา log 8.808 ได้ตามวิธีที่เรียนมาแล้ว)

$\therefore \log N = \log 8.808$

จะได้ $N = 8.808$

$\therefore 3.25 \times 2.71 =$ ....(โดยประมาณ)

8.808	279. จงหาร 67.5 ด้วย 39.2 โดยใช้ลอการิทึม (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

<u>วิธีทำ</u>

ให้ $N = \frac{67.5}{39.2}$

$\log N = \log \frac{67.5}{39.2}$

$= \log 67.5 - \log 39.2$ ______(1)

จากตาราง

$\log 6.75 = 0.8293 \quad \therefore \quad \log 67.5 = 1.8293$

$\log 3.92 = 0.5933 \quad \therefore \quad \log 39.2 = 1.5933$

แทนค่าใน (1) จะได้

$\log N = 1.8293 - 1.5933$

$= 0.2360$

อ่านจากตารางจะได้ว่า

$\log 1.72 = 0.2360$

($\because$ $\log 1.72 = 0.2355$ ซึ่งใกล้เคียง 0.2360 มากที่สุด)

$\therefore \quad \log N = \log$ ....

ดังนั้น

$N =$ ....

$\therefore \quad \frac{67.5}{39.2} =$ .... (โดยประมาณ)

1.72 280. จงหาค่าของ $(0.0972)^{\frac{1}{5}}$ โดยใช้ลอการิทึม

1.72 (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

1.72 วิธีทำ ให้ $N = (0.0972)^{\frac{1}{5}}$

$$\therefore \log N = \log (0.0972)^{\frac{1}{5}}$$

$$= \frac{1}{5} \times \log 0.0972$$

จากตาราง $\log 9.72 = 0.9877$

$$\therefore \log 0.0972 = \bar{2}.9877$$

$$\therefore \log N = \frac{1}{5} \times (\bar{2}.9877)$$

$$= \frac{1}{5} \times (-2 + 0.9877)$$

$$= \frac{1}{5} \times (-2 - \underline{3 + 3} + 0.9877)$$

$$= \frac{1}{5} \times (-5 + 3.9877)$$

$$= -1 + 0.7975$$

$$= (-1)\log 10 + \log 6.27$$

($\because$ จากตาราง $\log 6.27 = 0.7973$ ซึ่งใกล้เคียง 0.7975)

$$\therefore \log N = \log 10^{-1} + \log 6.27$$

$$= \log (10^{-1} \times \ldots\ldots)$$

จะได้ $\log N = \log \ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\therefore N = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$\therefore (0.0972)^{\frac{1}{5}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$(โดยประมาณ)

6.27 0.627 0.627 0.63	281. จงหาค่าของ $(0.632)^4$ โดยใช้ลอการิทึม (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

<u>วิธีทำ</u>

ให้ $N = (0.632)^4$

$\log N = \log (0.632)^4$

$= 4 \times \log 0.632$

จากตาราง $\log 6.32 = 0.8007$

$\therefore \log 0.632 = \bar{1}.8007$

$\therefore \log N = 4 \times (\bar{1}.8007)$

$= 4\ (-1 + 0.8007)$

$= -4 + 3.2028$

$= -4 + 3 + 0.2028$

$= -1 + 0.2028$

จากตารางจะได้ log ....= 0.2028 (ค่าใกล้เคียง)

$\therefore$ log N = (-1) log 10 + log ....

= log 10^{-1} + log ....

= log (10^{-1} x ....)

$\therefore$ N = 10^{-1} x ....

= .... (ผลสำเร็จ)

จะได้ว่า $(0.632)^4$ = ...(โดยประมาณ)

1.60 1.60 1.60 1.60 1.60 0.160 0.16	282. จงหาค่าของ $\sqrt[7]{5.32}$ โดยใช้ลอการิทึม กำหนด $\log 5.32 = 0.7259$, $\log 1.2451 = 0.1037$ <u>วิธีทำ</u> ให้ $N = \sqrt[7]{5.32}$ $N = (5.32)^{\frac{1}{7}}$ $\therefore \log N = \log (5.32)^{\frac{1}{7}}$ $= \ldots\ldots\ldots \times \log 5.32$ $= \ldots\ldots\ldots \times 0.7259$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ) แต่ $\log 1.2451 = 0.1037$ (โจทย์กำหนดให้) $\therefore \log N = \log \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\therefore N = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ จะได้ $\sqrt[7]{5.32} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (โดยประมาณ)

$\frac{1}{7}$	283. จงหาค่าของ 40.1×2.79 โดยใช้ลอการิทึม
$\frac{1}{7}$	กำหนด $\log 40.1 = 1.6031$, $\log 2.79 = 0.4456$
	และ $\log 1.1187 = 0.0487$
0.1037	<u>วิธีทำ</u>
1.2451	ให้ $N = 40.1 \times 2.79$
1.2451	$\log N = \log (40.1 \times 2.79)$
1.2451	$= \log \ldots\ldots\ldots + \log \ldots\ldots\ldots$
	$= \ldots\ldots\ldots + 0.4456$
	$= 2.0487$
	$= 2 + 0.0487$
	$= 2 \times \log 10 + \log \ldots\ldots\ldots$
	$= \log 10^{\cdots} + \log \ldots\ldots\ldots$
	$\therefore \log N = \log (10^{\cdots} \times \ldots\ldots\ldots)$
	$\therefore N = 10^{\cdots} \times \ldots\ldots\ldots$
	$N = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)
	$\therefore 40.1 \times 2.79 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (โดยประมาณ)

40.1, 2.79

1.6031

1.1187

2, 1.1187

2, 1.1187

2, 1.1187

111.87

111.87

284. จงหาค่าของ $(0.807)^{\frac{1}{3}}$ โดยใช้ตารางลอการิทึม (ต้องการทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

<u>วิธีทำ</u> ให้ $N = (0.807)^{\frac{1}{3}}$

$$\log N = \log (0.807)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} \times \log 0.807$$

$$= \frac{1}{3} \times \log (10^{-1} \times 8.07)$$

$$= \frac{1}{3} \times (\log 10^{-1} + \log 8.07)$$

$$= \frac{1}{3} \times (-1 + \ldots\ldots) \text{ จากตาราง}$$

$$= \frac{1}{3} \times (-1\underline{-2+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots)$$

$$= \frac{1}{3} \times (-3 + \ldots\ldots\ldots\ldots)$$

$$= -1 + 0.9689$$

จากตาราง $\log \ldots\ldots\ldots\ldots = 0.9689$

$\therefore \log N = \log 10^{-1} + \log \ldots\ldots\ldots$

$\log N = \log (10^{-1} \times \ldots\ldots\ldots\ldots)$

$\therefore N = 10^{-1} \times \ldots\ldots\ldots\ldots$

จะได้ $N = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ผลสำเร็จ)

$\therefore (0.807)^{\frac{1}{3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (โดยประมาณ)

0.9069
0.9069
2.9069
9.31
9.31
9.31
9.31
0.931
0.931

285. นอกจากนี้เรายังใช้ลอการิทึมแก้สมการเอกซ์โปเนนท์ ซึ่งเป็นการหาค่าของตัวแปรที่เป็นเลขชี้กำลัง และเลขชี้กำลังคือค่าของลอการิทึมนั่นเอง

<u>ตัวอย่าง</u>

ถ้า $3^x = 30$ จงหา x

(ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

<u>วิธีทำ</u>

$$3^x = 30$$

$$\log 3^x = \log 30$$

$$x \log 3 = \log 30 \quad \text{———}(1)$$

จากตาราง

$$\log 3 = 0.4771$$

$$\therefore \log 30 = 1.4771$$

แทนค่าใน (1)

$$x\,(0.4771) = 1.4771$$

$$\therefore x = \frac{1.4771}{0.4771}$$

x = ...(โดยประมาณ)

3.10	286. ถ้า $2^{x-1} = 6$ จงหา x (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง) กำหนด $\log 2 = 0.3010$, $\log 6 = 0.7782$ <u>วิธีทำ</u> $2^{x-1} = 6$ $\log 2^{x-1} = \log 6$ $(\ldots\ldots) \log 2 = \log 6$ $(\ldots\ldots)\ 0.3010 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $0.3010x - 0.3010 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $0.3010\,x = \ldots\ldots\ldots\ldots + 0.3010$ $0.3010\,x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $x = \dfrac{(\ldots\ldots\ldots)}{0.3010}$ $\therefore\ x = \ldots\ldots\ldots$ (โดยประมาณ)
$x - 1$ $x - 1$, 0.7782 0.7782 0.7782 1.0792 1.0792 3.59	287. ถ้า $3^{x-2} = 7$ จงหา x (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง) กำหนด $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$ <u>วิธีทำ</u> $3^{x-2} = 7$ $\therefore\ \log 3^{x-2} = \log 7$ $(x-2) \log 3 = \log 7$ $(x-2)\ \ldots\ldots\ldots = 0.8451$ $0.4771\,x - \ldots\ldots\ldots = 0.8451$ $0.4771\,x = 0.8451 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ $0.4771\,x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $x = \dfrac{(\ldots\ldots\ldots)}{(\ldots\ldots\ldots)}$ $\therefore\ x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (โดยประมาณ)

0.4771

0.9542

0.9542

1.7993

1.7993, 0.4771

3.77

288. การคำนวณในเรื่องลอการิทึม บางครั้งจำเป็นจะต้องเปลี่ยนฐานของลอการิทึมจากฐานหนึ่งไปยังอีกฐานหนึ่ง เช่นอาจจะเปลี่ยนฐานอื่นมาเป็นฐานสิบ แล้วใช้ตารางลอการิทึมฐานสิบคำนวณหาค่าที่ต้องการได้

การเปลี่ยนฐานลอการิทึมจากฐาน a ไปเป็นฐาน b ทำได้ดังนี้

พิจารณา สมการ $y = \log_a x$

ซึ่งอาจเขียนได้ในรูป $x = a^y$

เขียนในรูปลอการิทึมฐาน b ได้

$$\log_b x = \log_b a^y$$

$$\therefore \log_b x = y \log_b a$$

ดังนั้น $$y = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

<u>นั่นคือ</u> $$\boxed{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของ $\log_{16} 8$

<u>วิธีทำ</u> ถ้าเราเปลี่ยนเป็นลอการิทึมฐาน 2 ก็สามารถคำนวณได้โดยไม่ต้องใช้ตาราง

จะได้ $\log_{16} 8 = \dfrac{\log_2 8}{\log_2 16} = \dfrac{3}{4} = 0.75$

ถ้าเปลี่ยนเป็นฐาน 10 จะได้ $\log_{16} 8 = \dfrac{\log 8}{\log 16}$

จากตารางจะได้ $= \dfrac{0.9031}{1.2041} = 0.75$

$\therefore \log_{16} 8 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

0.75	289. จงหาค่าของ $\log_{16}713$ (โดยใช้ตาราง) วิธีทำ เปลี่ยน $\log_{16}713$ ให้เป็นลอการิทึมฐานสิบ $\therefore \log_{16}713 = \frac{\log 713}{\log 16}$ ——— (1) จากตาราง $\log 7.13 = 0.8531$ $\therefore \log 713 = 2.8531$ และ $\log 1.6 = 0.2041$ $\therefore \log 16 = 1.2041$ แทนค่าใน (1) จะได้ $\log_{16}713 =$ .... $\therefore \log_{16}713 = 2.37$ (ผลสำเร็จ)
$\frac{2.8531}{1.2041}$	290. จงหาค่าของ $\log_{3}2.17$ (โดยใช้ตาราง) วิธีทำ เปลี่ยน $\log_{3} 2.17$ ให้เป็นลอการิทึมฐานสิบ จะได้ $\log_{3}2.17 = \frac{\log....}{\log....}$ ——— (1) จากตารางจะได้ $\log 2.17 =$ .... และ $\log 3 = 0.4771$ แทนค่าใน (1) จะได้ $\log_{3}2.17 = \frac{(.........)}{0.4771}$ $\therefore \log_{3}2.17 = 0.71$ (ผลสำเร็จ)

2.17

3

0.3365

0.3365

291. จงหาค่าของ $\log_{1.2}1.7$ โดยใช้ตาราง (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

<u>วิธีทำ</u>

$$\log_{1.2}1.7 = \frac{\log 1.7}{\log 1.2}$$

จากตารางจะได้ $\log 1.7$ = ...

และ $\log 1.2$ = ...

$$\therefore \log_{1.2}1.7 = \frac{(\ldots\ldots\ldots)}{(\ldots\ldots\ldots)}$$

= .... (ผลสำเร็จ)

0.2304

0.0792

0.2304

0.0792

2.91

292. นอกจากลอการิทึมฐานต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้ว เรายังมีลอการิทึมอีกฐานหนึ่งที่ใช้กันมาก และมีประโยชน์ในการศึกษาชั้นสูงต่อไป นั่นก็คือ ลอการิทึมฐาน e สัญลักษณ์ e แทนจำนวนอตักยะจำนวนหนึ่ง ซึ่งมีค่า 2.71828... โดยประมาณ

ในการเขียนลอการิทึมของ x ฐาน e

โดยทั่วไปเขียน $\ln x$ แทน $\log_e x$

เรียก $\ln x$ หรือ $\log_e x$ ว่าลอการิทึมธรรมชาติ (Natural Logarithm)

จาก $\log_e x$ เปลี่ยนเป็นลอการิทึมฐานสิบ

จะได้ $\log_e x = \dfrac{\log x}{\log e}$

ดังนั้นในการหาค่าของลอการิทึมฐาน e นั้นจะต้องเปลี่ยนเป็นลอการิทึมฐานสิบเสียก่อน

ตัวอย่าง

จงหาค่าของ $\log_e 72$ ให้ e มีค่าประมาณ 2.72

วิธีทำ

$$\log_e 72 = \log_{2.72} 72 = \frac{\log 72}{\log 2.72}$$

จากตาราง $\log 7.2 = 0.8573$ $\therefore \log 72 = ...$

และ $\log 2.72 = ...$

$$\therefore \log_e 72 = \frac{(........)}{(........)}$$

$\therefore \log_e 72 =$ ....(ผลสำเร็จ)

1.8573 0.4346 1.8573 0.4346 4.27	293. ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการนำคุณสมบัติ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ ไปใช้ <u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของ $\log_{10}25 + \log_{10}4$ <u>วิธีทำ</u> $\log_{10}25 + \log_{10}4 = \log_{10}(25 \times 4)$ $= \log_{10}$ .... $=$ .... $\therefore \log_{10}25 + \log_{10}4 =$ ....
100 2 2	294. จงหาค่าของ $\log_6 3 + \log_6 2$ $\because \log_6 3 + \log_6 2 = \log_6$ .... $=$ .... $\therefore \log_6 3 + \log_6 2 =$ ....
6 1 1	295. จงหาค่าของ $\log_4 32 + \log_4 2$ $\because \log_4 32 + \log_4 2 = \log_4$ .... $=$ .... $\therefore \log_4 32 + \log_4 2 =$ ....

64 3 3	296. ในทำนองเดียวกันจากคุณสมบัติ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ จงหาค่าของ $\log_2 64 - \log_2 16$ <u>วิธีทำ</u> $\because$ $\log_2 64 - \log_2 16 = \log_2 \frac{64}{16} = \log_2$........ = ... $\therefore$ $\log_2 64 - \log_2 16$ = ...
4 2 2	297. จงหาค่าของ $\log_{10} 2000 - \log_{10} 20$ $\because$ $\log_{10} 2000 - \log_{10} 20 = \log_{10}$.......... = ... $\therefore$ $\log_{10} 2000 - \log_{10} 20$ = ...
100 2 2	298. จงหาค่าของ $\log_5 50 - \log_5 10$ $\because$ $\log_5 50 - \log_5 10 = \log_5$ .... = ... $\therefore$ $\log_5 50 - \log_5 10$ = ...

5 299. นักเรียนลองพิจารณาสมการ $\log_2 x = 3$

1 เขียนในรูปเลขยกกำลังจะได้ว่า $x = 2^3$ $\therefore x = 8$

1 เราเรียก 8 ว่าเป็นรากของสมการ $\log_2 x = 3$

$\because$ เมื่อแทน $x = 8$ แล้ว $\log_2 8 = 3$ เป็นจริง

ในทำนองเดียวกัน

จากสมการ $\log_3(x + 4) = 2$ จงหารากของสมการ

<u>วิธีทำ</u>

$$\because \quad \log_3(x + 4) = 2$$

เขียนในรูปเลขยกกำลังจะได้

$$x + 4 = 3^2$$

$$\therefore \quad x + 4 = 9$$

จะได้ $x = 5$

<u>ตรวจคำตอบ</u>

ถ้า $x = 5$

จะได้ $\log_3(5 + 4) = 2$ จริง

$\therefore$ รากของสมการ $\log_3(x + 4) = 2$ คือ.........

5

300. จงหารากของสมการ $\log_6(x-1) + \log_6 x = 1$

<u>วิธีทำ</u>

$$\log_6(x-1) + \log_6 x = 1$$

$$\log_6(\ldots\ldots\ldots)x = 1$$

(ตามคุณสมบัติ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$)

เขียนอยู่ในรูปของเลขยกกำลัง จะได้

$$(\ldots\ldots\ldots)x = 6^1$$

$$x^2 - \ldots\ldots\ldots = 0$$

$$(x - \ldots\ldots)(x + \ldots\ldots) = 0$$

จะได้ $x = 3, -2$

<u>ตรวจคำตอบ</u>

ถ้า $x = 3$ แทนค่าได้

$$\log_6(\ldots\ldots -1) + \log_6 \ldots\ldots\ldots = 1$$

หรือ $\log_6 2 + \log_6 \ldots\ldots\ldots\ldots = 1$

หรือ $\log_6(\ldots\ldots \times \ldots\ldots) = 1$

$\therefore$ สมการนี้เป็นจริง

$\therefore$ 3.......... รากของสมการ

(เป็น / ไม่เป็น)

ถ้า $x = -2$ แทนค่าได้

$$\log_6(-2-1) + \log_6(-2) = 1$$

$$\log_6(-3) + \log_6(-2) = 1$$

สมการนี้ไม่เป็นจริง

เพราะจากคุณสมบัติ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

เมื่อ M, N เป็นจำนวนจริงบวกเท่านั้น

$\therefore$ $x = -2$ ไม่เป็นรากของสมการ

ดังนั้น รากของสมการ $\log_6(x-1) + \log_6 x = 1$

คือ ....

x-1

x-1

x-6

3, 2

3, 3

3

2, 3

เป็น

3

301. จงหารากของสมการ $\log (x^2+x-6) = 1+ \log(x-2)$

<u>วิธีทำ</u>

$$\log(x^2+ x-6) = 1+ \log (x-2)$$

$$\therefore \log (x^2+ x-6) - \log (x-2) = 1$$

$$\therefore \log \frac{x^2 +x-6}{x-2} = 1 \quad \text{เมื่อ } x \neq 2$$

$$\therefore \log \frac{(\ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots)}{(x-2)} = 1$$

$$\therefore \log(\ldots\ldots\ldots) = 1$$

เขียนในรูปของ เลขยกกำลังจะได้

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 10^1$$

$$\therefore x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

<u>ตรวจคำตอบ</u>

แทนค่าได้

$$\log (7^2+ 7 - 6) = 1 + \log (7 - 2)$$

$$\log (49+ 7 - 6) = \log 10 + \log 5$$

$$\log 50 = \log (10 \times 5) \quad \text{เป็นจริง}$$

$\therefore$ รากของสมการ $\log (x^2+x-6) = 1+ \log(x-1)$

คือ...............

x+3, x-2

~~x+3~~

x+3

7

7