บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 การวิจัยการปฏิบัติงาน (Operations Research)

การวิจัยการปฏิบัติงานเป็นเทคนิคการวิเคราะห์เชิงปริมาณที่ใช้ในการตัดสินใจแก้ปัญหา เพื่อคำนวณหาคำตอบที่ดีที่สุด (Optimum) คือ มากที่สุดหรือน้อยที่สุด โดยการเลือกใช้ทรัพยากร เช่น วัตถุดิบ กำลังคน เครื่องจักร และเวลา ที่มีอยู่อย่างจำกัด เพื่อก่อให้เกิดประโยชน์มากที่สุด การวิจัยการปฏิบัติงานจะใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในการจำลองรูปแบบและวิเคราะห์หาคำตอบของปัญหาที่สลับซับซ้อนมากๆ แต่การตัดสินใจแก้ไขปัญหาที่ซับซ้อนมากๆนั้น มักจะประกอบด้วยปัจจัยต่าง ๆ ที่ไม่สามารถแปรให้เป็นรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ทุกประการ คำตอบที่ได้จากเทคนิคของการวิจัยการปฏิบัติงานจะถูกนำมาพิจารณาประกอบควบคู่กับประสบการณ์ เพื่อการตัดสินใจขั้นสุดท้ายด้วย

องค์ประกอบที่สำคัญของปัญหามีอยู่ 2 ประการ คือ

1. เป้าหมาย (Objective) หมายถึง ผลลัพธ์สุดท้ายที่จะได้รับภายหลังจากการเลือกปฏิบัติอย่างหนึ่งลงไปบนระบบที่กำลังศึกษาอยู่นั้น

2. ตัวแปร (Variables) หมายถึง สาเหตุที่เป็นไปได้ซึ่งเกี่ยวข้องกับปัญหาที่จะต้องมีการตัดสินใจนั้น ตัวแปรหลายๆตัวรวมกันเรียกว่า ตัวแปรของระบบ ซึ่งถ้าหากควบคุมตัวแปรเหล่านี้ได้ ปัญหาก็จะแก้ไขได้ง่ายขึ้น

โดยสรุปแล้วหัวใจของการวิจัยการปฏิบัติงาน ก็คือ การแทนปัญหาของระบบด้วยรูปแบบ หรือตัวแบบ (Model) ที่เปรียบเสมือนกรอบสำหรับการวิเคราะห์ตัดสินปัญหาด้วยวิธีการอย่างเป็นระบบ การสร้างรูปแบบจำลองขึ้นมานั้นมีส่วนประกอบที่จำเป็นอยู่ 2 ประการ คือ

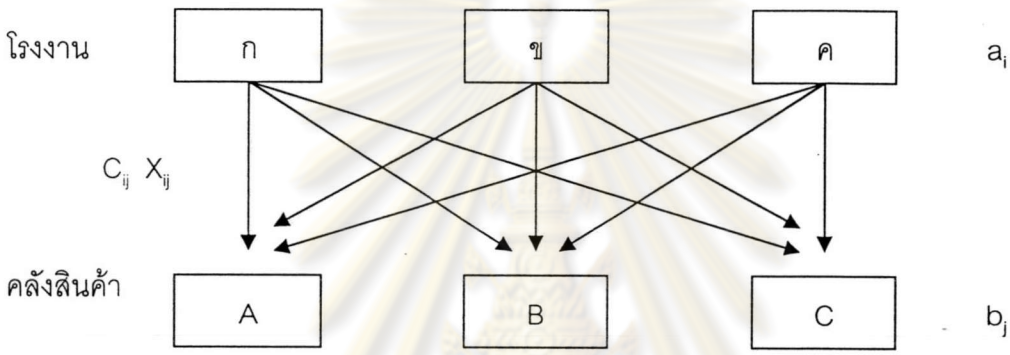
1. เป้าหมายของระบบ (Objective)

2. ขอบเขตหรือข้อจำกัดของระบบ (Constraints)

ทั้งเป้าหมายและขอบเขตจะแสดงในรูปของความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ การวิเคราะห์หาคำตอบด้วยวิธีที่เหมาะสมจะนำตัวแปรต่างๆนั้น ไปสู่ผลการปฏิบัติที่มีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดที่สามารถกระทำได้ โดยอยู่ภายใต้เงื่อนไขหรือข้อจำกัดของระบบทุกประการ

2.2 ปัญหาทางการขนส่ง (Transportation Problem)

วิธีการโปรแกรมเชิงเส้นตรงเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์ใช้งานได้อย่างกว้างขวาง มีการพยายามใช้วิธีการโปรแกรมเชิงเส้นตรงมาประยุกต์กับปัญหาทางการขนส่ง โดยมีเป้าหมายเพื่อจัดรายการขนส่งให้มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ลักษณะของรูปแบบปัญหาในเบื้องต้นเป็นการแก้ปัญหาการจัดการขนส่งจำนวนผลิตภัณฑ์จากแหล่งผลิต คือ โรงงานไปยังแหล่งเก็บสินค้าเพื่อรอการนำออกจำหน่าย โดยที่แหล่งผลิตมีอยู่หลายแห่งและอยู่ในที่ต่างๆกัน และมีขนาดความสามารถในการเก็บหรือจัดขายสินค้าได้จำกัดในจำนวนไม่เท่ากัน



ภาพที่ 2.1 สถานที่ของแหล่งผลิตเป็นโรงงาน และแหล่งเก็บสินค้าเป็นคลังสินค้า

ปริมาณสินค้าที่โรงงาน ก ผลิตได้จะนำส่งเก็บคลังสินค้า A, B หรือ C ได้ แต่ผลรวมของการจัดส่งอาจจะต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับปริมาณที่ผลิตได้ และในลักษณะเดียวกันโรงงาน ข และ ค ก็เหมือนกัน ส่วนคลังสินค้า A, B หรือ C ก็มีความต้องการสินค้าของแต่ละคลังซึ่งสินค้าจะมาจากโรงงาน ก,ข หรือ ค ก็ได้ ดังนั้นปริมาณสินค้าที่ส่งมาจากโรงงาน ก, ข และ ค รวมกันในระยะเวลาใดๆจะต้องไม่น้อยไปกว่าความต้องการของคลังสินค้าของแต่ละคลัง

กำหนดให้

C_{ij} เป็นค่าขนส่งต่อหน่วยของสินค้าที่ส่งมาจากโรงงาน i ไปยังคลังสินค้า j

X_{ij} เป็นปริมาณสินค้าที่ส่งมาจากโรงงาน i ไปยังคลังสินค้า j

a_i เป็นปริมาณสินค้าที่โรงงาน i ผลิตได้ในช่วงระยะเวลาหนึ่งๆ

b_j เป็นปริมาณสินค้าที่คลังสินค้า j ต้องการในช่วงระยะเวลาหนึ่งๆ

ในภาพที่ 2.1 i = ก, ข, ค แทนด้วย 1, 2 และ 3

และ j = A, B, C แทนด้วย 1, 2 และ 3

ดังนั้นสมการเป้าหมาย คือ การหาค่าขนส่งต่ำสุด ซึ่งจะเขียนได้ดังนี้

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} C_{ij} \cdot X_{ij} = C_{11} \cdot X_{11} + C_{12} \cdot X_{12} + C_{13} \cdot X_{13} + C_{21} \cdot X_{21} + C_{22} \cdot X_{22} + C_{23} \cdot X_{23} + C_{31} \cdot X_{31} + C_{32} \cdot X_{32} + C_{33} \cdot X_{33}$$

สมการขอบข่ายแบ่งเป็น

1. ขนาดสมรรถภาพการผลิตของโรงงานแต่ละโรงงาน

ดังนั้น $X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq a_1$

$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq a_2$

$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq a_3$

2. ขนาดความต้องการของคลังสินค้าแต่ละคลัง

ดังนั้น $X_{11} + X_{21} + X_{31} \geq b_1$

$X_{12} + X_{22} + X_{32} \geq b_2$

$X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq b_3$

โดยค่าของตัวแปรเป็นค่าบวก

$X_{ij} \geq 0$

ถ้าจะเขียนเป็นรูปแบบปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นตรงโดยทั่วไปจะได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย $Min\ Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} \cdot X_{ij}$

อสมการขอบข่าย $\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \leq a_i$ i = 1, 2,..,m

$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \geq b_j$ j = 1, 2,...,n

$X_{ij} \geq 0$

โดยมี m = จำนวนโรงงาน (ต้นทาง)

n = จำนวนคลังสินค้า (ปลายทาง)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.3 รูปแบบปัญหาการจัดงาน (Assignment Model)

ลักษณะรูปแบบปัญหาการจัดงานเป็นรูปแบบเฉพาะอย่างหนึ่งของปัญหาทางโปรแกรมเชิงเส้นตรง มีลักษณะของปัญหาดังนี้

มีงานอยู่จำนวน n งาน ซึ่งจะจัดให้สำหรับหน่วยงาน n หน่วย ถ้ากำหนดให้ X_{ij} เป็นงาน i ซึ่งจัดให้หน่วยงาน j โดยมีค่า X_{ij} = {1, 0} และให้ค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องเป็น C_{ij} เป้าหมายของการจัดงานก็เพื่อให้ต้นทุนน้อยที่สุด หรือกำไรมากที่สุด

การจัดตั้งรูปแบบปัญหาในลักษณะนี้ทำให้คล้ายกับรูปแบบปัญหาทางการขนส่งมาก คือมี a_i =1 สำหรับทุก ๆ ค่าของ i และ b_j = 1 สำหรับทุก ๆ ค่าของ j เงื่อนไขที่ใช้จึงมี $\sum_{i=1}^{m} a_i = m$ และ $\sum_{j=1}^{n} b_j = n$ และ m=n

เมื่อเขียนรูปแบบปัญหาทางโปรแกรมเชิงเส้นตรงจะเขียนได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย $$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \cdot X_{ij}$$

สมการขอบข่าย $$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1 \qquad i = 1, 2,..,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = 1 \qquad j = 1, 2,...,n$$

X_{ij} = {1,0}

2.4 วิธี Simplex Method

คือวิธีการหาผลลัพธ์ของระบบปัญหาสมการคณิตศาสตร์ การพัฒนาวิธีทาง Simplex method เป็นวิธีทางพีชคณิตที่อาศัยทฤษฎีของเมตริกซ์เข้าร่วมจัดรูปแบบปัญหาให้มีระบบยิ่งขึ้น ช่วยให้สังเกตความเปลี่ยนแปลงของตัวแปรได้ง่าย และสามารถเข้าใจแนวทางที่ตัวแปรแต่ละตัวจะเปลี่ยนไปอย่างมีเหตุผล วิธีดังกล่าวจะเริ่มด้วยการเปลี่ยนแปลงตัวแปรต่างๆ ให้มีผลต่อสมการเป้าหมายโดยมีผลแนวโน้มสู่เป้าหมายในทางที่เร็วที่สุด การจัดรูปสมการเข้าเป็นตารางแล้วดำเนินการตามขั้นตอนที่ถูกต้องจะต้องทำให้ได้ผลตามเป้าหมาย ผลลัพธ์ใดๆอันเกิดจากค่าตัวแปรที่ใช้ได้ (satisfy) ในสมการหรืออสมการขอบข่ายถือเป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ผลลัพธ์ใกล้เคียงเป้าหมายที่สุดถือเป็นผลลัพธ์ที่ดีที่สุด และผลลัพธ์ที่ดีที่สุดซึ่งเกิดจากผลตามเป้าหมายเดียวกันอาจมีได้หลายค่า

2.5 ปัญหาโครงข่าย

รูปแบบแทนระบบโดยโครงข่าย (Network Analysis)

ในการวิเคราะห์ระบบปัญหาต่าง ๆ เช่น ระบบการขนส่ง ระบบการสื่อสาร เราสามารถใช้เทคนิคทางการวิเคราะห์โครงข่าย มาศึกษาเพื่อปรับปรุงและออกแบบระบบปัญหาได้เป็นอย่างดี เนื่องจากเป็นรูปภาพแสดงความสัมพันธ์ระหว่างโครงข่าย กราฟ และคณิตศาสตร์ช่วยให้สามารถเข้าใจและวิเคราะห์ระบบปัญหาได้ง่ายสามารถแทนระบบปัญหาด้วยรูปแบบระบบโดยโครงข่าย (Network Models) ได้ดังนี้

1. จุดเชื่อม จะมีความหมายแทนชุมทางของระบบขนส่ง ได้แก่ จุดขนถ่ายต่าง ๆ

2. เส้นเชื่อม จะมีความหมายแทนเส้นทางเชื่อมระหว่างจุดเชื่อมต่าง ๆ ได้แก่ ถนนเส้นทางต่าง ๆ หรือแสดงความสัมพันธ์ของจุดขนถ่ายต่าง ๆ

3. กราฟ หมายถึงระบบที่ประกอบด้วยกลุ่มหรือชุดของจุดยอดหรือจุดเชื่อมและกลุ่มของเส้นเชื่อม ที่เรียกว่า Edge หรือ Arc กราฟมีอยู่ 2 แบบ คือแบบแรกไม่มีทิศทาง จะประกอบด้วยจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมไม่กำหนดทิศทาง แบบที่สองเป็นแบบที่แสดงทิศทางการเดินด้วย

4. โครงข่าย คือ กราฟที่มีค่า ใด ๆ กำหนดให้เส้นเชื่อมค่านั้นเราเรียกว่า Weight ประจำเส้นเชื่อม กรณีปัญหาเส้นทางการขนส่งจะมีค่าของเส้นเชื่อมคือถนนเป็นระยะทางของแต่ละเส้นเชื่อม การหาเส้นเชื่อมที่มีระยะทางสั้นที่สุด (Shortest Path)

การแทนระบบปัญหาระบบโครงข่ายด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

สามารถใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนรูปแบบปัญหาของ minimum cost flow model ซึ่งถือเป็นรูปแบบพื้นฐานของระบบโครงข่ายทั้งหมด ได้ดังนี้

กำหนดให้

G= (N,A) คือ โครงข่ายที่เชื่อมต่อกัน โดย N เป็นชุดของจุดเชื่อมจำนวน n จุด และ A เป็นชุดของ arc จำนวน m arc และ arc แต่ละเส้น $(i,j) \in A$

c_{ij} แทนต้นทุนต่อหน่วยของการไหลบน arc โดยเราถือว่าต้นทุนแปรผันตรงกับจำนวนที่ไหลบน arc

u_{ij} แทนปริมาณมากที่สุดที่สามารถไหลใน arc ได้

l_{ij} แทนปริมาณน้อยที่สุดที่สามารถไหลใน arc ได้

b(i) แทน ซัพพลายหรือดีมานด์ โดยถ้า

b(i) > 0 ,จุดเชื่อม i เป็น ซัพพลาย

b(i) < 0 ,จุดเชื่อม i เป็น ดีมานด์

B(i) = 0 ,จุดเชื่อม i เป็นส่งถ่าย

x_{ij} แทนตัวแปรตัดสินใจ

สามารถเขียนในรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} X_{ij} - \sum_{\{j:(j,i)\in A\}} X_{ji} = b(i)\,,\ \forall i \in N$$

2.6 ปัญหาเส้นทางเดินรถ

ปัญหาการจัดเส้นทางเดินรถมีพื้นฐานเริ่มจากความต้องการที่จุดต่าง ๆ และจะถูกบริการด้วยรถขนส่งโดยไม่มีข้อจำกัดทางด้านระยะเวลาและปริมาณที่จะต้องถูกบริการ ปัญหาดังกล่าวจะถูกแก้โดยให้มีค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำสุด และมีเส้นทางการเดินรถที่เหมาะสม

วิธีการแก้ปัญหา ได้มีผลงานทาง Operations Research ไว้มากมาย เช่น

1. The Travelling Salesman Problem (TSP) เป็นรูปแบบปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย 1 คน โดยมีเงื่อนไขว่าพนักงานขายจะต้องเดินทางผ่านทุกเมืองและเดินทางกลับมายังจุดเริ่มต้นโดยระยะทางสั้นที่สุด

2. The Chinese Postman Problem เป็นการหาระยะทางที่สั้นที่สุดซึ่งจะต้องผ่านเส้นเชื่อมระหว่างเมืองต่าง ๆ อย่างน้อย 1 ครั้ง สามารถแก้ปัญหานี้โดยวิธี Polynomially-Bounded Algorithms

3. The M-Travelling Salesman Problem (TSP-M) เป็นรูปแบบปัญหาที่พัฒนามาจากปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย 1 คนเป็นพนักงานขาย M คน ซึ่งจะเหมาะกับปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงมากกว่า

4. The Single Depot, Multiple Vehicle, Node Routing Problem (Classical Vehicle Routing Problem, VRP) เป็นรูปแบบปัญหาที่กล่าวถึงชุดเส้นทางของยานพาหนะที่ใช้

ขนส่งจากคลังสินค้า 1 แห่ง ไปยังจุดต่าง ๆ ที่มีความต้องการที่แน่นอน (Deterministic) โดยมีระยะทางทั้งหมดสั้นที่สุด

5. The Multiple Depot, Multiple Vehicle, Node Routing Problem เป็นรูปแบบปัญหาที่พัฒนามาจากรูปแบบปัญหาที่ 1.4 โดยมีคลังสินค้าหลายแห่ง

6. The Single Depot, Multiple Vehicle, Node Routing Problem with Stochastic Demands เป็นรูปแบบปัญหาที่มาจากรูปแบบปัญหาแบบที่ 4 โดยมีคลังสินค้า 1แห่ง แต่ความต้องการของจุดต่าง ๆ ไม่ทราบแน่นอน เช่น ความต้องการกระจายแบบ Poison

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องได้แก่ปัญหาโดยทั่วไปของการจัดเส้นทางเดินรถ (Vehicle Routing Problems: VRPs) โดยเฉพาะในส่วนที่เกี่ยวข้องกับการมอบหมายพาหนะต่าง ๆ ให้กับงาน ปัญหาโดยทั่วไปจะประกอบไปด้วย พาหนะในการจัดส่ง จุดรับสินค้าแบบจุดเดียวหรือหลายจุด และกลุ่มของลูกค้าที่กระจายอยู่ ณ ที่ต่าง ๆ ตัวอย่างปัญหาได้แก่ การจัดเส้นทางให้พาหนะเดินทางไปรับสินค้าที่จุดรับสินค้า และทำการจัดส่งไปให้ลูกค้าตามสถานที่ต่าง ๆ เป็นต้น การวางแผนนั้นมีจุดประสงค์ต่าง ๆ กัน โดยมีข้อกำหนดทั่วไปว่างานต่าง ๆ สามารถทำได้เสร็จตามกำหนดเวลา โดยที่ไม่เกินความสามารถ (Capacity) ของพาหนะนั้น ๆ

การศึกษาได้เริ่มขึ้นในภาคดีเทอมินิสติกและสแตติก (Deterministic and static) ที่กำหนดว่าทราบข้อมูลต่าง ๆ ของงาน และพารามิเตอร์ทุกตัวถือว่ามีค่าที่แน่นอน ผู้ที่ทำการศึกษาส่วนนี้ได้แก่ Bodin et al (1983) , Christofides (1985) , และ Solomon (1998) ซึ่งได้นำเสนอเทคนิคการหาคำตอบต่าง ๆ และ Qiu-Hong Zhao, Shao-Yang Wang, K-K Lai and Guo-Ping Xia (2002) ได้แสดงให้เห็นถึงวิธีในการจัดเส้นทางเดินรถสำหรับพาหนะที่มีการใช้งานหลายรอบ (Multiple use of vehicles) ในขณะที่ Bienstock, Bramel, and Simchi-Levi (1993) นำเสนอการวิเคราะห์ความน่าจะเป็นของฮิวริสติก สำหรับปัญหาดีเทอมินิสติกและสแตติก

สำหรับภาคสโตแคสติก และ สแตติก (Stochastic and static) ของปัญหาการจัดเส้นทางเดินรถ (VRPs) ก็ได้ถูกพัฒนาต่อมา นักวิจัยหลายท่านได้นำเสนอกรณีที่โหลดเข้ามาแบบกระจาย (random) โดย Stewart and Golden (1983) ได้ศึกษา และวิเคราะห์และสร้างแบบจำลองในกรณีที่เวลาในการเข้ามาของโหลดเป็นการกระจายแบบปัวซอง Bristian and

Rinnooy Kan (1992) แสดงถึงการใช้พาหนะ 1 คันให้สามารถแจกจ่ายโหลดต่าง ๆ ที่มีความเหมือนกัน หลังจากนั้นลักษณะของปัญหาก็มีเวลาเข้ามาเกี่ยวข้องซึ่งก็ได้นำวิธีการของ traveling salesman มาช่วยในการแก้ปัญหา โดย Tillman, Dror and Trudeau (1969) , Yee and Golden (1980) , Bertsimas (1992) ผู้ศึกษาได้วิจัยเพิ่มขึ้นในกรณีที่ ระยะเวลาการเดินทางระหว่างงานต่าง ๆ มีการกระจาย ซึ่ง Cook and Russell (1978) กล่าวถึงการกระจายของเวลาการเดินทางและโหลดที่เข้ามา

งานวิจัยบางชิ้นพิจารณาถึง กรณีที่จำนวนและตำแหน่งที่เป็นไปได้ของงานไม่รู้ล่วงหน้า เพื่อที่จะหาเส้นทางที่เหมาะสมที่สุดในการให้บริการกับทุกงานที่มี ซึ่งก็ได้มีนักวิจัยหลายท่าน ได้แก่ Jaillet (1988) ซึ่งได้นำวิธีการของ traveling salesman มาประยุกต์ใช้เพื่อขยายผลการศึกษาให้สามารถแก้ปัญหาที่ใหญ่ขึ้นได้ Jezequel (1985) ศึกษาเพิ่มเติมโดยเพิ่มเติมทฤษฎีและวิธีการฮิวริสติก

หลังจากที่งานวิจัยต่าง ๆ ได้กล่าวถึง กรณีที่ทราบข้อมูลของงานที่เกิดขึ้นแล้ว การพัฒนาก็ไปสู่เทคนิคของเวลาปัจจุบัน (real time) ซึ่งมีผู้สนใจทำการศึกษาในส่วนนี้มากและพัฒนาขยายออกไปหลายแขนง Jian Yang, Patrick Jaillet, Hani S. Mahmassani (2002) ศึกษาการรับและการจัดส่งสินค้าสำหรับรถบรรทุกหลาย ๆ คันแบบเวลาปัจจุบัน, Regan, Mahmassani, and Jaillet (1998) นำเสนอในกรณีที่พาหนะมีความหลากหลายที่ต้องนำมาขนส่งสำหรับปัญหาแบบเวลาปัจจุบัน โดยพิจารณารถที่ได้รับการมอบหมายให้ไปรับและส่งสินค้าและบริการต่าง ๆ มีการกำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function) ให้มีระยะทางที่รถวิ่งเปล่าน้อยที่สุด (minimizing total empty distance) และวิจัยเพิ่มเติมโดยทดลองนำฟังก์ชันจุดประสงค์ต่าง ๆ โดยทั่วไปมาทดสอบ

สำหรับงานวิจัยนี้ จำเป็นต้องนำแนวความคิดและบทความต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องเหล่านี้มาเป็นแนวทางในการวิจัย โดยนำมาประยุกต์ใช้กับธุรกิจคอนกรีตผสมเสร็จสำหรับการจัดส่งคอนกรีตของรถโม่ โดยคำนึงถึงลักษณะธุรกิจและข้อจำกัดต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น