

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

หนังสือ

- เฉลิม สุทธิรักษ์. "ความสำคัญของวิทยุกระจายเสียงและโทรทัศน์." หน้าที่และความรับผิดชอบของวิทยุกระจายเสียงและโทรทัศน์ พระนคร : โรงพิมพ์กรมทหารสื่อสาร 2510 : 41.
- บุญเกื้อ ควรหาเวช. นวัตกรรมการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์เจริญวิทย์การพิมพ์, 2521.
- ประดิษฐ์ ชววจเจริญ. วิชาเอกเทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : อักษรบัณฑิต, 2520.
- พันทิพา อุทัยสุข. "การสอนซ่อมเสริม." ใน เอกสารชุดวิชาการระบบการสอนหน่วยที่ 11-15. หน้า 3-35. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2524.
- ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : บริษัทพิพิธการพิมพ์, 2523.
- ลือชา สร้อยพาน. "จุดประสงค์ของการสอนซ่อมเสริม." ใน เอกสารการสอนชุดวิชาการจัดการโรงเรียนมัธยมศึกษา : หน่วยที่ 1-7. หน้า 356-362. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2525.
- วิจิตร ภักดิ์รัตน์. วิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์กับการศึกษา. วัฒนาพานิช 2523 : 77
- _____. "แนวคิดและวิวัฒนาการของวิทยุโทรทัศน์." เอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2523.

วัชรีย์ บุรณสิงห์. "การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล." ในเอกสารการสอน
ชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15, หน้า 435-452, มหาวิทยาลัย
 สุโขทัยธรรมาธิราช, 2526.

ศึกษาธิการ, กระทรวง กรมวิชาการ. หนังสืออุเทศวิชาคณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน ประโยค
 มัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย. พระนคร : กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
 2517 : 2.

____. "คู่มือการใช้หลักสูตรประถมศึกษา 2521." อ้างถึงในวัฒนา ล่วงลือ. 2523.

____. คู่มือการบริหารการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524.
 กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จางเจริญการพิมพ์, 224.

สุนันท์ ปัทมาคม. "สื่อการสอน." คู่มืออาจารย์ด้านการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร :
 โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

สุภาพ วาดเขียน. ทำอย่างไรนิสิตนักศึกษาจึงจะสอนได้ดี. กรุงเทพมหานคร :
 สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, 2520.

บทความ

ก่อ สวัสดิ์พาณิชย์. 2524. การสอนซ่อมเสริม. วารสารวิสามัญ. 8 (3) : 5-9.

คำบุญ สายแสงจันทร์. "การจัดการสอนซ่อมเสริมในโรงเรียน." การศึกษาเอกชน.
 6 (มีนาคม 2524) : 27-33.

จารุณี สุตะบุตร. "ความรู้้อาจเรียนทันกันหมด." วารสารแนะแนว. 18 (มิถุนายน-
 กรกฎาคม 2527) : 7-10.

เป็รื่อง กุมุท. "สู่ทางในการนำเทคโนโลยีมาช่วยปรับปรุงคุณภาพของการศึกษา."
ประมวลบทความเกี่ยวกับนวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพมหานคร :
 กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2515.

ศิริกาญจน์ โกสุมภ์. "การสอนซ่อมเสริมไม่ใช่การสอนพิเศษ." ประชาศึกษา 30
8 (มีนาคม 2522) : 10-12.

สุกัญ เทียนทอง. "การสอนซ่อมเสริมเพื่อให้ผ่านเกณฑ์." ประชาศึกษา 7 (เมษายน
2528) : 22-25.

สุจริต เพียรชอบ. "หลักสูตรมัธยมศึกษาของไทยในอนาคต." วารสารครุศาสตร์ 8
(พฤศจิกายน-ธันวาคม 2521) : 32-41.

เสนีย์ มีทรัพย์. "เด็กเรียนช้า จะช่วยอย่างไร." วิทยาสาร 29 (พฤษภาคม 2521) :
20-23.

อรรณพ เขียรถาวร. "บทบาทของโทรทัศน์ในการพัฒนาเศรษฐกิจและการศึกษา."
นิเทศสาร 5 (กุมภาพันธ์ 2520) : 117.

อำไพ สุจริตกุล. "การสอนเพื่อซ่อมเสริม." วิทยาสาร 24 (22 กุมภาพันธ์ 2516) :
2-4.

เอกสารอื่น ๆ

ครรรชิต อัดถากร. "ไสคท์สนศึกษาในประเทศไทย" คำบรรยายแผนกวิชาไสคท์สนศึกษา
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 15 มกราคม 2514.

จิราพร ประยูรวงษ์. "สภาพและปัญหาการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
ตอนต้น เขตการศึกษา 5." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน, 2527.

ชัยณรงค์ มณฑียรวิเชียรฉาย. "ปัญหาการใช้เทปโทรทัศน์ในการเรียนการสอน."
การสัมมนาเรื่องเทปโทรทัศน์เพื่อการเรียนการสอน. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร, 2526.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. สื่อการศึกษา. เอกสารประกอบการสัมมนามหาวิทยาลัยมหิดล
ณ หอราชแพทยาลัย คณะแพทยศาสตร์ศิริราชพยาบาล ระหว่างวันที่ 11-13
มิถุนายน 2523 : 18.

- คนยา วงศ์ชนะชัย. "การสร้างบทเรียนสำเร็จรูปวิชาภาษาไทยเรื่อง คำสนธิ ในระดับ
ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2522.
- เทอดศักดิ์ จันทร์อรุณ. "การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ระดับ ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม
กับการสอนปกติ." ปริญญานิพนธ์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ,
2519.
- ธาริณี วีระสกุลรัตน์. "การใช้วิดีโอเทปเพื่อการสอนซ่อมเสริมวิชาวิทยาศาสตร์กายภาพชีวภาพ
เรื่อง รังสีที่มองไม่เห็น." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2528.
- บรรจง ชูสกุลชาติ. "นโยบายการใช้สื่อเพื่อการเรียนการสอน." การสัมมนาเรื่อง
เทปโทรทัศน์เพื่อการเรียนการสอน. เล่มเดิม.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. "การทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบจำนวนเชิงซ้อนของนักศึกษาระดับ ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์
โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนปกติ." ปริญญานิพนธ์ บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2520.
- เป็รื่อง กุมท. "การสร้างบทเรียนสำเร็จรูป." ในคู่มือการเรียนวิชา Multi Media
Approach for Programmed Instruction ของนิสิตปริญญาโท."
กรุงเทพมหานคร : สาขาวิชาโสตทัศนศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2516.
- _____ . การวิจัยสื่อและนวัตกรรมการสอน. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร,
2519.
- ผ่องศรี คุ่มจอหอ. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสถิติโดยวิธีสอนแบบ
บรรยายกับวิธีสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมประกอบการอภิปรายในระดับ
ประโยควิชาชีพเกษตร." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.

- พนิดา พิสิฐอมรชัย. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มอ่อนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่เรียนเสริมจากครูกับกลุ่มที่เรียนเสริมจากเพื่อนนักเรียน." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528.
- พลรัตน์ ลักษณะนิภาวิน. "การทดลองสอนวิชาพีชคณิต โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2513.
- ละเอียด อุดมรัตน์. "ชุดการสอนรายบุคคล วิชาผดุงครรภ์ สำหรับนักศึกษาผดุงครรภ์ คณะพยาบาลศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518 : 60
- วัฒนา ล่วงลือ. "การศึกษาการจัดสอนซ่อมเสริมในโรงเรียนประถมศึกษา สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดนนทบุรี." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523 : 22-24.
- วิดา ศิริเสวีวรรณ. "การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น (Probability) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนปกติ." วิทยานิพนธ์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2518.
- วิรุฬห์ ลีลาพฤทธิ. สื่อการสอนและการเรียนรู้. ม.ป.ท. 2521 : 16.
- วิษณุ สุวรรณเพิ่ม. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง ในการเรียนวิชาการศึกษา 18 : พฤติกรรมการสอนวิทยาศาสตร์จากชุดเทปบันทึกภาพ และจากการบรรยาย." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.

- ศักดิ์ณรงค์ แสงพิทักษ์. "การผลิตรายการโทรทัศน์ประกอบการสอนแบบโปรแกรม เรื่อง "น้ำเสีย" วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2528.
- สกลกิจ นกสกุล. "ปัญหาการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย." วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.
- สุจินต์ อิงถาวร. "สื่อการศึกษา. คู่มืออาจารย์ด้านการเรียนการสอน. เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการภาคการจัดการเรียนการสอนสำหรับอาจารย์ใหม่ ปี 2524. ครั้งที่ 2.
- สุชาติ ไพธวิทย์. "การเปรียบเทียบผลการสอนวิทยาศาสตร์ทั่วไป โดยวิธีใช้โทรทัศน์ วงจรปิด กับวิธีบรรยายประกอบการฉายภาพยนตร์ขาวดำ." วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา 2515 : 107.
- สุนันท์ ปัทมาคม. "ทำความเข้าใจกับบทเรียนสำเร็จรูป." เอกสารประกอบคำบรรยายวิชา Programmed Instruction แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.
- สมศักดิ์ สินธุรเวชญ์. "การสอนซ่อมเสริม." เอกสารประกอบการอบรมวิทยากรระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 2523. (อัดสำเนา)
- สุวิมล วัชรากัย. คำบรรยายวิชา Radio and TV Techniques แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 19 มิถุนายน 2515. อ้างถึงใน วิชาญ สุวรรณเพิ่ม 2519.
- อุทัย บุญประเสริฐ. "สภาพและความต้องการเทคโนโลยีทางโสตทัศนศึกษาในระดับมหาวิทยาลัย." วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต ภาควิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2513.

อุทัย ผ่องสวัสดิ์. "ความคิดเห็นของครูและนักเรียนโรงเรียนมัธยมศึกษาในภาคกลาง
เกี่ยวกับโครงการโทรทัศน์โรงเรียนของกระทรวงศึกษาธิการ." วิทยานิพนธ์
ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
2516.

อรพินธ์ เจริญผล และพวงน้อย สาครรัตนกุล. "บทเรียนสำเร็จรูปในการศึกษาพยาบาล."
ในเอกสารเทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2516.

เอื้อน ปิ่นเงิน. "การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต (Limit)
และความต่อเนื่อง (Continuity) ในระดับชั้น ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์
โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนปกติ." วิทยานิพนธ์ บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2518.

ภาษาต่างประเทศ

Books

Beggs, Donald L. and Lewis, Ernest L. Measurement and Evaluation
in the School. Boston : Houghton Mifflin Co., 1975 : 195.

Callender, Patecia. Programmed Learning : Its Development and
Structure. London : Longman, 1969.

Edgar Dale, Audio-Visual Method in Teaching. New York : Helt and
Riehart Company, 1954 : 50.

Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education.
New York : McGraw-Hill Book Co., 1966.

Ford L. Lemler and Robert Leestma. Supplementary Course Materials
in Audio Visual Education. Slater's Bookstore, 1961 : 10-11.

- Fry, Edward B. Teaching Machines and Programmed Instruction.
New York : McGraw-Hill Book Co., 1963.
- Good, Carter V. Dictionary of Education, 3d ed. New York : McGraw-
Hill Book Co., 1973 : 681.
- Harris, Albert J. Improving the teaching of Remediat. New York :
Appleton Company, 1971.
- J.W. Hamer. Program Learning Practice with Particular Reference
to the Developing Countries . (Enfield College of Technology,
1973) : 46.
- Mehrens, Willian A. and Lehmann, Irvin J. Standardized Tests in
Education. 2d ed. New York : Holt, Rinehart and Winston,
1975.
- Ostle, Bernard. Statistics in Research : Basic Concepts and Techniques
for Research Workers. 2d ed. Calcutta : The Iowa State
University Press , 1966.
- Otto, Wayne, Richard A. McMenemy and Richard J. Smith. Corrective
and Remedial Teaching. 2d ed. Boston : Houghton Mifflin
Co., 1973.
- Page, G. Jerry and Thomas, J.B. International Dictionary of Education.
London : Kogan Page, 1977.
- Schramm, Wilbur. The Research on Programmed Instruction : An Annotated
Bibliography. Washington D.C. : U.S. Dept. of Health
Education and Welfare, 1964.

Shores, Louis, Instructional Materials. New York : Ronald Press Co., 1960.

Smith, Edward W., Krouse, Stanley W., Jr and Atkinson, Mark M. The Educator's Encyclopedia. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall Inc., 1961.

Viola Soto de Pinto. A Study of Educational Television in Three Parts. Santiago, Chile : Manual de Salas Experimental School, University of Chile, 1962.

Walpole Ronald E. Introduction to Statistics. 2d ed. New York : Mac Millan Publishing Co., 1974.

Wittich, Walter Arno, Schuller, Charles Francis. Audiovisual Materials. New York : Harper & Row, 1968.

Yeomans, K.A. Statistics for the Social Scientist : 2 Applied Statistics. Penquin Book, 1968 : 102-107.

Articles

Backens, Vern William. "The Effect of the Teaching Beginning College Mathematics by Television." Dissertation Abstracts, International 1962, Vol. XXXI, p. 1968-1971.

Candler, Ann C., Blackburn, Gary M. and Sowell, Virginia "Peer Tutoring as a Strategy Individual Instruction." Education 100 (Sprin 1980) : 380-383.

- Chaplin, Miraim T. "Down with Remediation." The Education Digest.
44 (May 1979) : 12-15.
- Conroy, David E. "The Effect of Age and Sex Upon a Comparison
Between Achievement Gains in Programmed Instruction and
Conventional Instruction in Remedial Algebra I at Northern
Virginia Community College." in dissertation Abstracts
International, 32 : 5102-A, p. 1972.
- Dutton, Sherman Sumpter. "An Experimental Study in the Probraming
of Science Instruction for the Forth Grade." in Dissertation
Abstracts International, 24 : 2332-A, December, 1963.
- Endere., D.E. Academic achievement in grade six science resulting from
supplementary instruction by open circuit television.
Dissertation Abstracts International, Vol., 21 1960.
- Francis, George Harold. "An Experimental Study of the Effectiveness
of Self Instruction Versus the Lecture Demonstration Method
of Teaching Select Phase of Electricity." in Dissertation
Abstracts International, 27 : 338-A April, 1967.
- Fred C. Kelly. "Evaluation Report on First Year Using Educational
Television 1957-1960 Does Moines and Pold Country School."
Audio Visual Communication Review, 1960 : 8

Greetsinger, Calvin, "An Experimental Study of Programmed Instruction in Division of Fraction," In A.V. Communication Review. 16 : Spring, 1968 : 87-90.

Hancock, Alan. Reference Materials. Bangkok : CETO Seminar and Training Course, March 1968.

Jeremy Howell, "The Use of Television in Agricultural Extension." Educational Television International, 4 (June 1970) : 6-7.

Moriber, George. "The Effect of Programmed Instruction in a College Phycisal Science Course for Non-Science Student," in Journal of Research in Science Teaching. 6 : 214-216, 1969.

Smit . Doyle D. "An Evaluation of Effectiveness of TV Instruction at Midwestern University." The Journal of Educational Research, Sep., Vol. 62, No. 1, 1968.

Szabo, Michael and Lamiell-Landy, Ann. 1981. Television Eased Reading Instruction, Reading Achievement and Task Involvement. Journal of Education Research. 74(4) : 289.

ศูนย์วิทยทวพยากกร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ ตรวจสอบไข่มุกบัณฑิตการสอบและพิจารณาความตรงตามเนื้อหาของ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) เรื่อง "เส้นตรง" และ
"ฟังก์ชัน"

1. อาจารย์รัศมี มณีรอด หัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม
2. อาจารย์อุรี ประพันธ์พจน์ ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม
3. อาจารย์บุญเรือน สุจริตพงษ์ ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

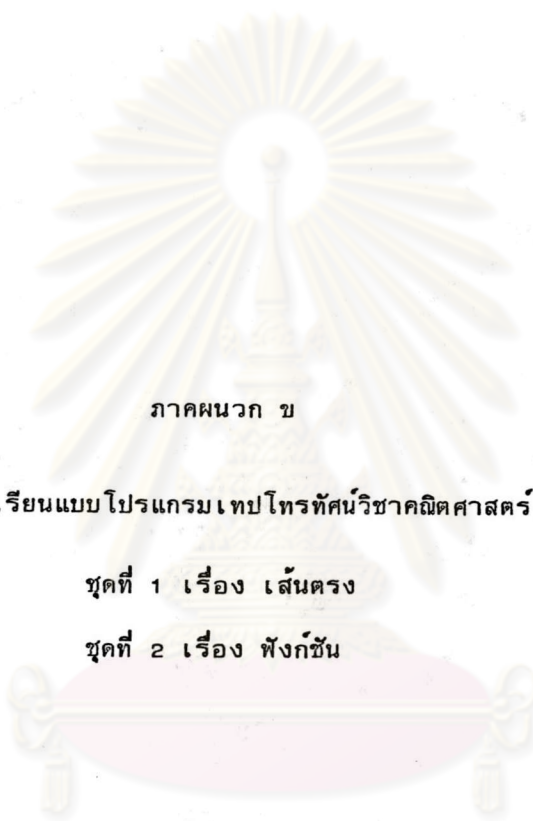
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ พิจารณารูปแบบของบทโทรทัศน์

คุณภาคล กำปั่นทอง นักวิชาการศึกษา งานโทรทัศน์เพื่อการศึกษา
ศูนย์เทคโนโลยีทางการศึกษา
กรมการศึกษานอกโรงเรียน กระทรวงศึกษาธิการ

คุณกฤตยา สุภายศ นายช่างอิเล็กทรอนิกส์ งานเทคนิค
ศูนย์เทคโนโลยีทางการศึกษา
กรมการศึกษานอกโรงเรียน กระทรวงศึกษาธิการ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข

บทโทรทัศน์ของบทเรียนแบบโปรแกรมเทพโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ (ค ๐12) 2 ชุด

ชุดที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 2 เรื่อง พังค์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทโทรทัศน์เรื่อง "เส้นตรง" มี 5 ชุดย่อย

ชุดที่ 1 ความชันของเส้นตรง

ชุดที่ 2 เส้นขนาน

ชุดที่ 3 เส้นตั้งฉาก

ชุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

ชุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

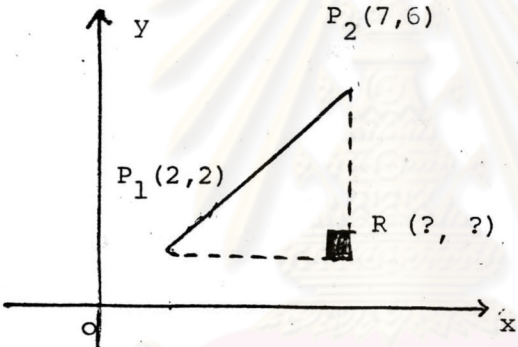
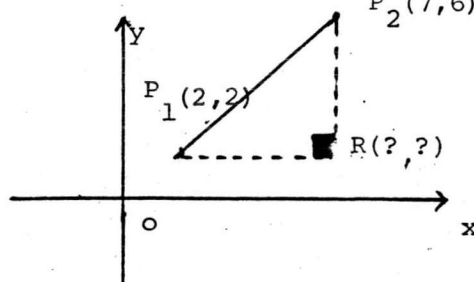


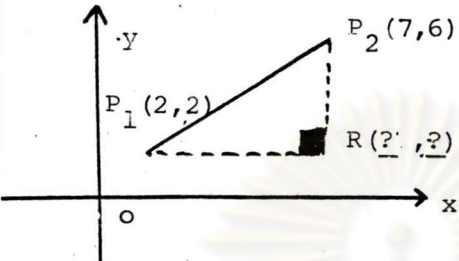
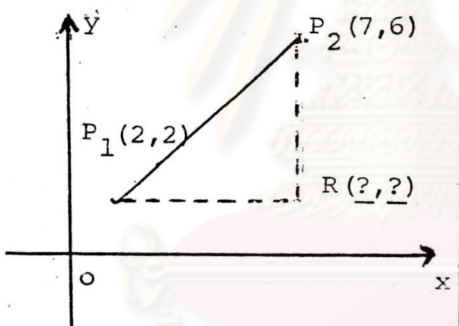
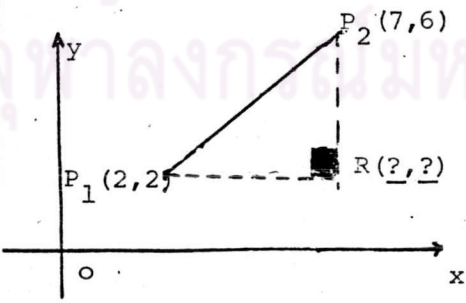
บทโทรทัศน์ เรื่อง "เส้นตรง"

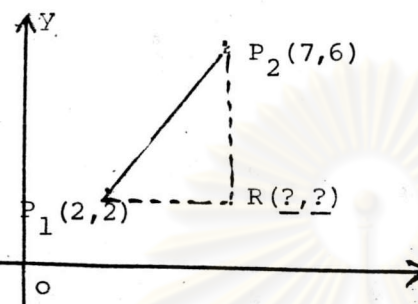
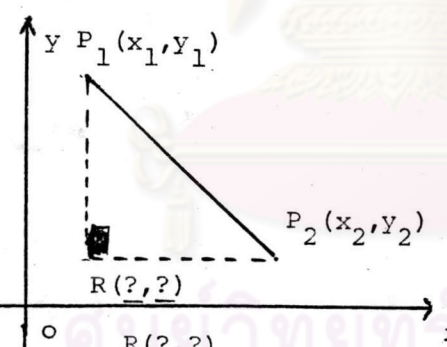
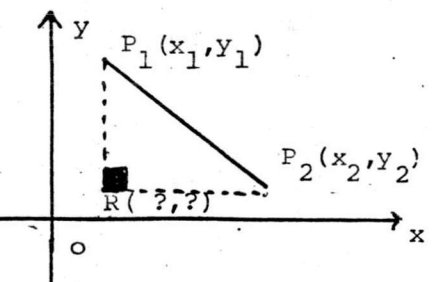
ชุดที่ 1 ความชันของเส้นตรง

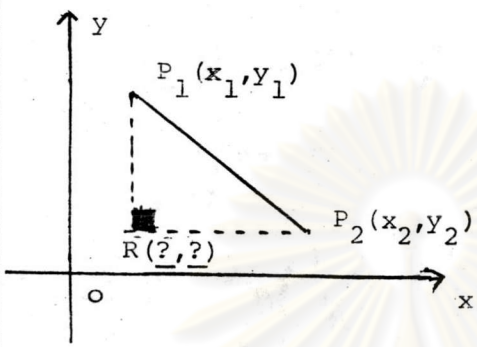
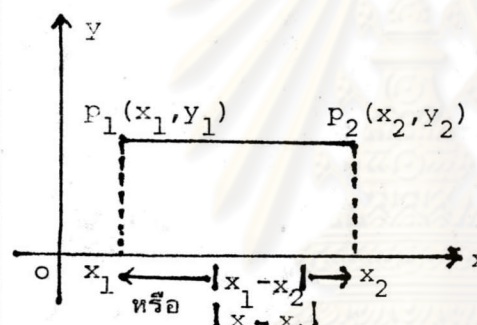
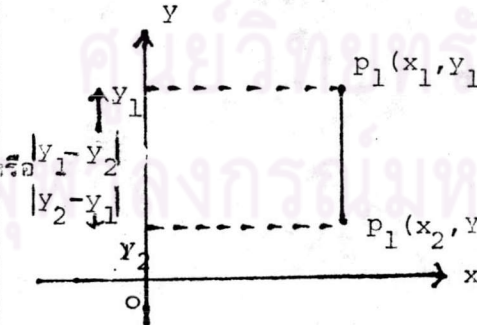
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

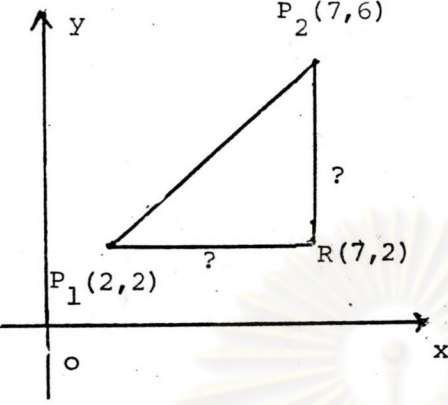
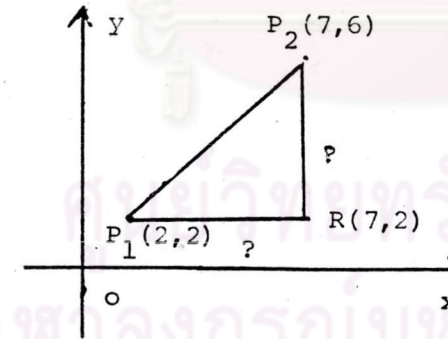
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	บทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์	FI คนตรี
	เสนอ วิชาคณิตศาสตร์ ค 012	บทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์ที่จะ เสนอต่อไปนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) เรื่อง "เส้นตรง" สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งแบ่ง ออกเป็นบทเรียนย่อย 5 ชุด ดังต่อไปนี้
	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	
	เรื่อง เส้นตรง (Straight Line)	FO คนตรี
2	ชุดที่ 1 ความชันของเส้นตรง	ชุดที่ 1 ความชันของเส้นตรง
3	ชุดที่ 2 เส้นขนาน	ชุดที่ 2 เส้นขนาน
4	ชุดที่ 3 เส้นตั้งฉาก	ชุดที่ 3 เส้นตั้งฉาก
5	ชุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็น เส้นตรง	ชุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็น เส้นตรง
6	ชุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับ จุด	ชุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรง กับจุด
7	จับภาพครูผู้สอนครั้งตัว	รายการนี้จะมีคำถามให้นักเรียนตอบเป็น ระยะ ซึ่งนักเรียนจะต้องตอบลงในคู่มือ ที่ครูแจกให้ และขณะนี้นักเรียนทุกคนคงมี คำถามอยู่ในมือเรียบร้อยแล้ว ครู จะให้เวลาสำหรับนักเรียนคิด และหลังจาก จากที่นักเรียนตอบคำถามแล้ว ครูจะเฉลย

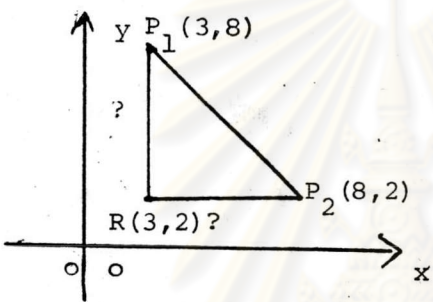
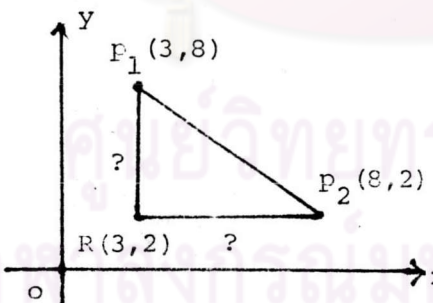
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
		<p>คำตอบให้นักเรียนทราบ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตนเอง ถึงจะตอบผิดก็ไม่เป็นไร ครูจะมีคำอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น</p>
8	<p>จุดที่ 1 ความชันของเส้นตรง</p>	<p>อันดับแรกก็คือ บทเรียนย่อยจุดที่ 1 เรื่อง ความชันของเส้นตรง</p>
9		<p>จากภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้ เส้นตรง L ผ่านจุด $P_1(2,2)$ และ $P_2(7,6)$ เราได้ทบทวนกันมาแล้วใช่ไหมว่า เส้นตรงที่ลากผ่านจุด 2 จุด และขนานแกน X จะมีค่า Y เท่ากัน ส่วนเส้นตรงที่ลากผ่านจุด 2 จุด และขนานแกน Y จะมีค่า X เท่ากัน</p>
10	<p><u>คำถามข้อ 1</u> โคออร์ดิเนตของจุด R คือ _____</p>	<p>ให้นักเรียนพิจารณาจากภาพที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามข้อที่ 1 โคออร์ดิเนตของจุด R คือ จุดใด</p>
11		<p>FI คนตรีแล้ว FO</p>

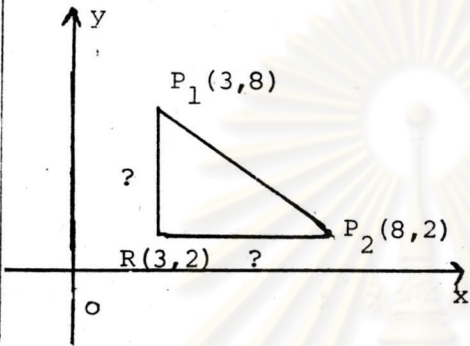
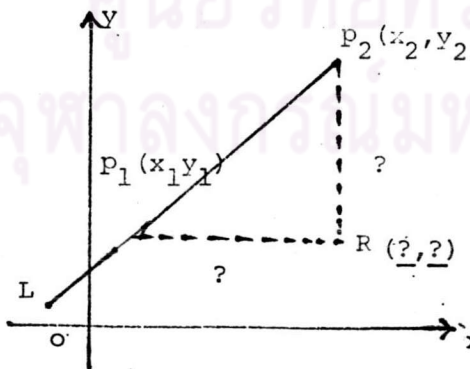
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
12	<p data-bbox="368 319 808 420"><u>คำตอบข้อ 1</u> โคออร์ดิเนตของจุด R คือ (7, 2)</p> 	<p data-bbox="853 319 1432 679">จากภาพที่ปรากฏบนจอ จะเห็นว่าส่วนของเส้นตรง P_2R ขนานแกน Y ดังนั้นจุด P_2 และจุด R จะมีค่า X เท่ากันคือ 7 และส่วนของเส้นตรง P_1R ขนานแกน X ดังนั้นจุด P_1 และจุด R จะมีค่า Y เท่ากันคือ 2 ดังนั้น โคออร์ดิเนต ของจุด R คือ จุด (7, 2)</p>
13	<p data-bbox="430 786 690 830">จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p data-bbox="853 750 1328 916">คำถามที่ 1 อาจจะมีคนตอบผิดบ้าง แต่ก็ไม่เป็นไร เราลองมาตอบคำถามข้อที่ 2 กันอีกสักข้อ</p>
14		<p data-bbox="853 1009 1372 1239">ภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้เส้นตรง L ผ่านจุด $A (3, 4)$ และ $B (6, 9)$ ให้นักเรียนพิจารณาจากภาพที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามข้อที่ 2 โคออร์ดิเนตของจุด C คือจุดใด</p>
15	<p data-bbox="368 1336 764 1444"><u>คำถามข้อ 2</u> โคออร์ดิเนตของจุด C คือ _____</p> 	<p data-bbox="927 1595 1179 1627">FI คนตรี แล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
16	<p data-bbox="356 323 519 366"><u>คำตอบข้อ 2</u></p> <p data-bbox="356 388 786 431">โคออร์ดิเนตของจุด C คือ (6, 4)</p> 	<p data-bbox="845 388 1439 754">จากภาพที่ปรากฏบนจอ จะเห็นว่า ส่วนของเส้นตรง BC ขนานแกน Y ดังนั้นจุด B และจุด C จะมีค่า X เท่ากันคือ 6 และส่วนของเส้นตรง AC ขนานแกน X ดังนั้นจุด A และจุด C จะมีค่า Y เท่ากันคือ 4 ดังนั้นโคออร์ดิเนตของจุด C คือ จุด (6, 4)</p>
17	<p data-bbox="415 862 682 927">จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p data-bbox="845 840 1380 1013">คำถามที่ 2 นักเรียนคงจะตอบถูกใช้ไหม เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจยิ่งขึ้น ครูจะให้ นักเรียนดูภาพต่อไป เพื่อตอบคำถามข้อที่ 3 กันอีกข้อ</p>
18		<p data-bbox="845 1099 1350 1401">ขณะนี้ภาพที่ปรากฏบนจอ คือ เส้นตรง L ผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ ให้ นักเรียนพิจารณาภาพที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามข้อที่ 3 โคออร์ดิเนต ของจุด R คือ จุดใด</p>
19	<p data-bbox="356 1466 504 1509"><u>คำถามข้อ 3</u></p> <p data-bbox="356 1530 727 1573">โคออร์ดิเนตของจุด R คือ _____</p> 	<p data-bbox="949 1660 1216 1703">FI คนครี แล้ว FO</p>

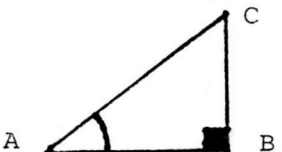
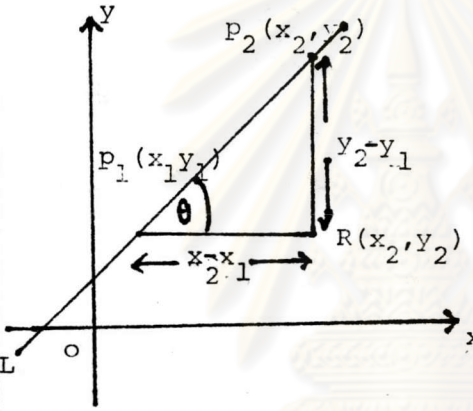
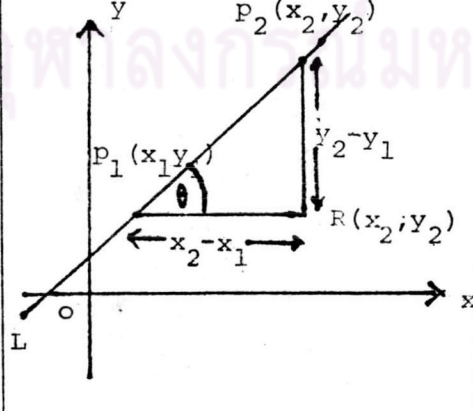
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
20	<p>คำตอบข้อ 3</p> <p>โคออร์ดิเนตของจุด R คือ (X_1, Y_2)</p> 	<p>ส่วนของเส้นตรง P_1R ขนานแกน Y ดังนั้นจุด P_1 และจุด R มีค่า X เท่ากันคือ X_1 และส่วนของเส้นตรง RP_2 ขนานกับแกน X ดังนั้นจุด R และจุด P_2 มีค่า Y เท่ากันคือ Y_2 ดังนั้นโคออร์ดิเนตของจุด R คือจุด (X_1, Y_2)</p>
21	 <p>ความยาวของ $\overline{P_1P_2}$ คือ $x_2 - x_1$ หรือ $x_1 - x_2$</p>	<p>นักเรียนคงจะทราบแล้วว่า ถ้าส่วนของเส้นตรง P_1P_2 ขนานแกน X แล้วจุด P_1 และจุด P_2 จะมีค่า Y เท่ากัน ดังนั้น ถ้าครูกำหนดให้จุด P_1 มีโคออร์ดิเนตเป็น (X_1, Y) และจุด P_2 มีโคออร์ดิเนตเป็น (X_2, Y) แล้วความยาวของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 ย่อมเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของ $X_2 - X_1$ หรือค่าสัมบูรณ์ของ $X_1 - X_2$ ซึ่งทั้ง 2 ค่านี้มีค่าเท่ากัน</p>
22	 <p>ความยาวของ $\overline{P_1P_2}$ คือ $y_1 - y_2$ หรือ $y_2 - y_1$</p>	<p>ภาพบนจอขณะนี้คือ ส่วนของเส้นตรง P_1P_2 ขนานแกน Y ดังนั้นจุด P_1 และจุด P_2 จะมีค่า X เท่ากัน ถ้าครูกำหนดให้จุด P_1 มีโคออร์ดิเนตเป็น (X, Y_1) และจุด P_2 มีโคออร์ดิเนตเป็น (X, Y_2) แล้วความยาวของเส้นตรง P_1P_2 ย่อมเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของ $Y_1 - Y_2$ หรือค่าสัมบูรณ์ของ $Y_2 - Y_1$ ซึ่งทั้งสองค่านี้มีค่าเท่ากัน</p>

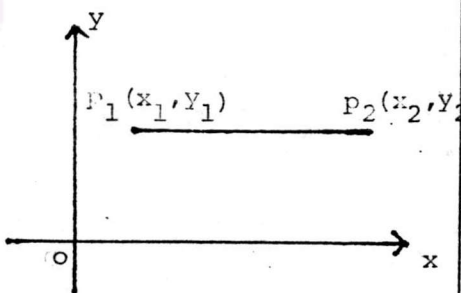
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
23		ให้นักเรียนพิจารณาภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้ แล้วตอบคำถามข้อที่ 4 และข้อที่ 5
24	<p><u>คำถามข้อ 4</u> ความยาวของ $\overline{P_1R}$ = _____</p>	คำถามข้อที่ 4 ความยาวของส่วนเส้นตรง P_1R เท่ากับเท่าไร
	<p><u>คำถามข้อ 5</u> ความยาวของ $\overline{P_2R}$ = _____</p>	คำถามข้อที่ 5 ความยาวของส่วนของเส้นตรง P_2R เท่ากับเท่าไร
25		FI คนตรี แล้ว FO
26	<p><u>คำตอบข้อ 4</u> ความยาวของ $\overline{P_1R} = 7-2 = 5$ = 5 หน่วย หรือ $2-7 = -5 = 5$ หน่วย</p>	คำตอบของข้อ 4 คือ 5 หน่วย เพราะว่า ส่วนของเส้นตรง P_1R ขนานแกน x ดังนั้น จะมีความยาวเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของ $x_1 - x_2$ หรือค่าสัมบูรณ์ของ $x_2 - x_1$ ซึ่งเท่ากับ 5 หน่วย

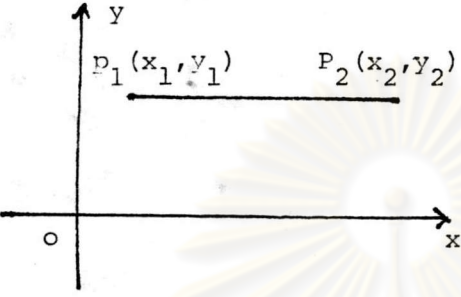
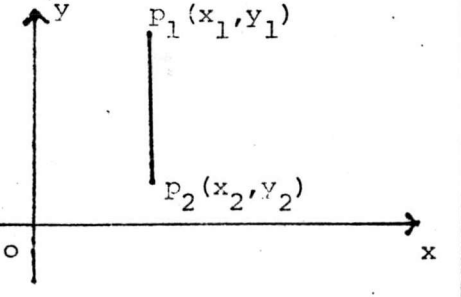
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
27	<p><u>คำตอบข้อ 5</u></p> <p>ความยาวของ $\overline{P_2R} = 6-2 = 4$ $= 4$ หน่วย</p> <p>หรือ $2-6 = -4 = 4$ หน่วย</p>	<p>คำตอบข้อ 5 คือ 4 หน่วย เพราะส่วนของเส้นตรง P_2R ขนานแกน ดังนั้นจะมีความยาวเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของ $Y_1 - Y_2$ หรือค่าสัมบูรณ์ของ $Y_2 - Y_1$ ซึ่งเท่ากับ 4 หน่วย</p>
28		<p>จากภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้ให้นักเรียนพิจารณาภาพแล้ว ตอบคำถามข้อที่ 6 และข้อที่ 7</p>
29	<p><u>คำถามข้อ 6</u></p> <p>ความยาว $\overline{P_1R} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>คำถามข้อที่ 6 ความยาวของส่วนของเส้นตรง P_1R เท่ากับเท่าไร</p>
30		<p>FI คนตรี แล้ว FO</p>
31	<p><u>คำตอบข้อ 6</u></p> <p>$\overline{P_1R} = 8-2 = 6 = 6$ หน่วย</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>

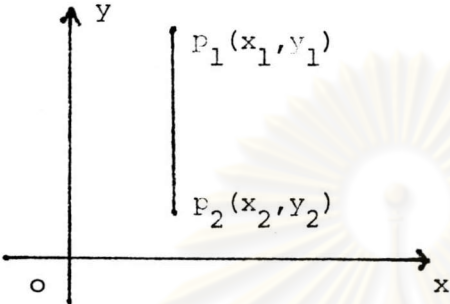
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
32	<p><u>คำถามข้อ 7</u></p> <p>ความยาวของ $\overline{RP_2} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>จากภาพเดิมที่ปรากฏบนจอ ให้นักเรียนตอบ คำถามข้อที่ 7 ความยาวของส่วนของเส้นตรง RP_2 เท่ากับเท่าไร</p>
33		<p>FI คนตรี แล้ว FO</p>
34	<p><u>คำตอบข้อ 7</u></p> <p>$\overline{RP_2} = 3-8 = -5 = 5$ หน่วย</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ 5 หน่วย นักเรียน ตอบถูกใช้ไหม</p>
35	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>ครุคิดว่านักเรียนคงจะพอเข้าใจขึ้นบ้างแล้ว ก่อนที่จะพูดถึงเรื่องความชันของเส้นตรง ให้นักเรียนลองตอบคำถามข้อที่ 8 อีกสักข้อ</p>
36		<p>จากภาพที่ปรากฏบนจอ เส้นตรง L ผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ ให้นักเรียนพิจารณาจากภาพที่กำหนดให้ แล้ว ตอบคำถามข้อที่ 8 ซึ่งมี 3 ข้อย่อยคือ</p>

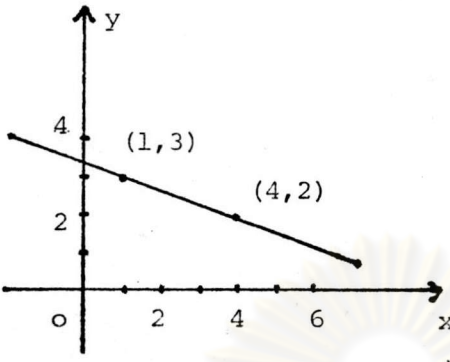
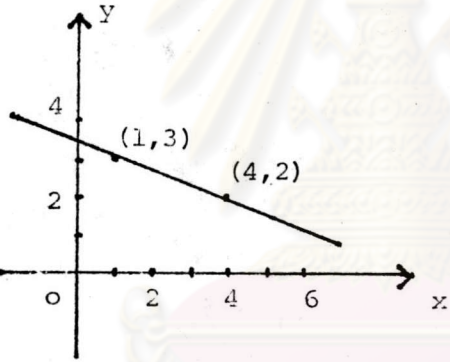
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
37	<p><u>คำถามข้อ 8</u></p> <p>8.1 โคออร์ดิเนตของจุด R คือ _____</p> <p>8.2 ความยาวของ $\overline{P_1R}$ = _____</p> <p>8.3 ความยาวของ $\overline{P_2R}$ = _____</p>	<p>คำถามข้อ 8.1 โคออร์ดิเนตของจุด R คือจุดใด</p> <p>คำถามข้อ 8.2 ความยาวของส่วนของเส้นตรง P_1R เท่ากับเท่าไร</p> <p>คำถามข้อ 8.2 ความยาวของส่วนของเส้นตรง P_2R เท่ากับเท่าไร</p> <p>FI คนตรี แล้ว FO</p>
38	<p><u>คำตอบข้อ 8</u></p> <p>8.1 โคออร์ดิเนตของจุด R คือ (X_2, Y_1)</p> <p>8.2 $\overline{P_1R} = X_2 - X_1$ หรือ $X_1 - X_2$</p> <p>8.3 $\overline{P_2R} = Y_2 - Y_1$ หรือ $Y_1 - Y_2$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>
39	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>ครูได้ทบทวนแล้วว่า เส้นตรงใดก็ตามที่มีมุมเอียงหรือมุม θ ไม่เป็นมุมฉาก ย่อมหาความชันได้เสมอ นั่นเป็นเพราะว่า ความชันของเส้นตรงมีค่าเท่ากับ $\tan\theta$ ซึ่งนักเรียนได้เคยเรียนเรื่องตรีโกณมิติมาแล้วใน ม.3 พบว่า ค่า \tan ของมุม 90 หากค่าไม่ได้ ครูจะทบทวนเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ เพื่อเป็นแนวทางในการเรียนเรื่อง ความชันของเส้นตรงต่อไป</p>

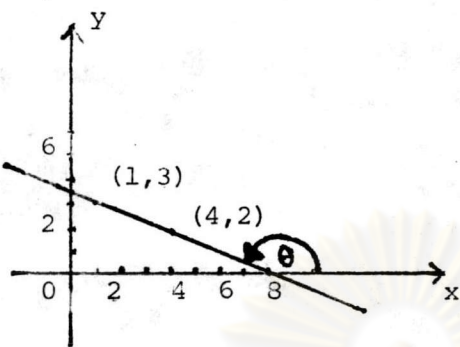
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
40	 <p> $\tan A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}}$ </p> <p> $\tan A = \frac{BC}{AB}$ </p>	<p>ภาพที่ปรากฏบนจอเป็นภาพของสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก จะได้ว่า</p> <p> $\tan A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$ </p> <p>ดังนั้น $\tan A = \frac{BC}{AB}$</p>
41		<p>ภาพนี้เป็นภาพที่นักเรียนเคยตอบคำถามข้อที่ 8 มาแล้ว เส้นตรง L ผ่านจุด P_1 ซึ่งมีโคออร์ดิเนตเป็น (x_1, y_1) และ P_2 ซึ่งมีโคออร์ดิเนตเป็น (x_2, y_2) และมีมุมเอียงคือ θ ให้นักเรียนพิจารณาภาพแล้วตอบคำถามข้อ 9</p>
42	<p><u>คำถามข้อ 9</u></p> <p>ความชันของเส้นตรง L = _____</p>	<p>ความชันของเส้นตรง L ซึ่งเท่ากับ $\tan \theta$ มีค่าเท่าไร</p>
43		<p>FI คนครี แล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
44	<p>คำตอบข้อ ๑</p> <p>ความชันของเส้นตรง $L = \tan \theta$</p> $= \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$	<p>จากสูตร $\tan \theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } \theta}{\text{ด้านประชิดมุม } \theta}$</p> <p>ดังนั้น $\tan \theta = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$</p>
45	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>ถึงตอนนี้ นักเรียนคงทราบแล้วว่า สูตรของความชันของเส้นตรงมีที่มาอย่างไร สูตรความชันของเส้นตรง หาได้จาก $\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$ หรือ $\frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$ ซึ่งก็คือค่าของ $\tan \theta$ หรือค่า \tan ของมุมเอียงของเส้นตรงนั่นเอง</p>
46	<p>สูตร ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $P_1(X_1, Y_1)$ และ $P_2(X_2, Y_2)$</p> $= \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} \quad \text{หรือ} \quad \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$ $\therefore m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$	<p>ครูจะสรุปสูตรการหาความชันเส้นตรงอีกครั้ง ถ้าให้ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $P_1(X_1, Y_1)$ และ $P_2(X_2, Y_2)$ แทนด้วยสัญลักษณ์ m จะได้ว่า</p> $m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} \quad \text{หรือ} \quad \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$
47		<p>ถ้าส่วนของเส้นตรง P_1P_2 ขนานแกน X แล้วจุด P_1 และจุด P_2 จะมีโคออร์ดิเนตดังที่ปรากฏในภาพคือ มีค่า Y เท่ากัน นักเรียนลองใช้สูตรความชัน $m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$ เพื่อหาความชันของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 โดยตอบในคำถามข้อที่ 1๐</p>

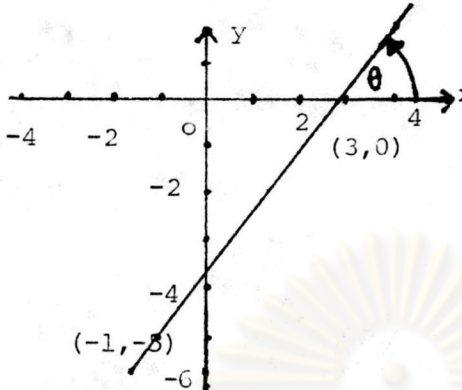
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
48	<p>คำถามข้อ 10</p> <p>ความชันของ $\overline{P_1P_2} = \text{---}$</p>	<p>ความชันของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 มีค่าเท่าไร</p>
49		<p>FI คนตรี แล้ว FO</p>
50	<p>คำตอบข้อ 10</p> <p>ความชันของ $P_1P_2 = \frac{Y - Y}{X_1 - X_2}$</p> $= \frac{0}{X_1 - X_2}$ $= 0$	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ 0</p> <p>นักเรียนตอบถูกใช้ไหม</p>
51	<p>จับภาพครูผู้สอนครั้งตัว</p>	<p>จากภาพที่ปรากฏบนจอเมื่อสักครู่นี้ นักเรียนคงจะสรุปด้วยตนเองได้ว่า เส้นตรงที่ขนานแกน X ความชันเท่ากับศูนย์เสมอ และถ้าส่วนของเส้นตรง P_1P_2 ขนานแกน Y ความชันจะมีค่าเท่าไร เราลองดูภาพต่อไปด้วยกัน</p>
52		<p>ภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้ คือ ส่วนของเส้นตรง P_1P_2 ซึ่งขนานแกน Y นักเรียนจำสูตรความชันของเส้นตรงได้แล้วใช่ไหม ให้นักเรียนพิจารณาโคออร์ดิเนตของจุด P_1 และจุด P_2 ซึ่งมีค่า X เท่ากัน แล้วตอบคำถามข้อที่ 11</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
53	<p>คำถามข้อ 11</p> <p>ความชันของ $\overline{P_1P_2} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>ความชันของส่วนเส้นตรง P_1P_2 มีค่าเท่าไร</p>
54		<p>FI คนตรี แล้ว FO</p>
55	<p>คำตอบข้อ 11</p> <p>ความชันของ $P_1P_2 = \frac{Y_1 - Y_2}{X - X}$</p> <p>$= \frac{Y_1 - Y_2}{0}$</p> <p>ตัวหารเป็นศูนย์ หาค่าไม่ได้</p> <p>ความชันของ P_1P_2 หาค่าไม่ได้</p>	<p>คำตอบของข้อที่ 11 ได้ปรากฏบนจอแล้ว</p> <p>นักเรียนพิจารณาให้ดีแล้ว คงเข้าใจใช่ไหม</p> <p>เนื่องจากไม่นิยามการหารที่มีตัวหารเป็นศูนย์</p> <p>ดังนั้น ส่วนของเส้นตรง P_1P_2 จึงไม่</p> <p>อาจหาความชันได้</p>
56	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>จากภาพที่ปรากฏบนจอเมื่อสักครู่นี้ นักเรียน</p> <p>คงจะสรุปได้อีกว่า เส้นตรงที่ขนานแกน Y</p> <p>หาความชันไม่ได้ ต่อไปจะเป็นตัวอย่าง</p> <p>การหาความชันของเส้นตรง</p>
57	<p>ตัวอย่างที่ 1 จงหาความชันของ</p> <p>เส้นตรงที่ผ่านจุด (1,3) และ (4,2)</p>	<p>นี่คือ โจทย์ของตัวอย่างที่ 1 เมื่อนักเรียน</p> <p>อ่านโจทย์แล้ว จงตอบคำถามข้อที่ 12 ซึ่ง</p> <p>เขียนในรูปคำสั่ง จงเขียนกราฟของ</p> <p>เส้นตรงที่ผ่านจุด (1,3) และ (4,2)</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
58	 <p data-bbox="363 707 813 873">คำถามข้อ 13 ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (1, 3) และ (4, 2) คือ ____</p>	<p data-bbox="853 355 1343 592">ภาพที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว จากภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้ให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 13 ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (1, 3) และ (4, 2) มีค่าเท่าไร</p>
59		<p data-bbox="934 1110 1179 1153">FI คนตรีแล้ว FO</p>
60	<p data-bbox="348 1347 823 1714">วิธีทำ ให้ $(x_1, y_1) = (1, 3)$ และ $(x_2, y_2) = (4, 2)$ จากสูตร ความชัน $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ $= \frac{3 - 2}{1 - 4}$ $= -\frac{1}{3}$</p> <p data-bbox="348 1778 823 2015">หรือความชัน $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $= \frac{2 - 3}{4 - 1}$ $= -\frac{1}{3}$</p>	<p data-bbox="838 1347 1343 1606">จากค่าเฉลี่ยที่ปรากฏบนจอจะเห็นว่า ไม่ว่านักเรียนจะใช้สูตร $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ หรือ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ จะได้ค่าความชันเท่ากันคือ $-\frac{1}{3}$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
61		<p>ครูนำรูปในตัวอย่างที่ 1 มาให้นักเรียนพิจารณาอีกครั้ง นักเรียนคงสังเกตเห็นว่า เส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 3)$ และ $(4, 2)$ ทำมุมบ้่านกับแกน x หรือกล่าวได้ว่า มุมเอียง θ ในที่นี้เป็นมุมบ้่าน นักเรียนจำได้ไหมว่า มุมเอียงของเส้นตรงคือมุมที่วัดจากแกน x ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา</p>
62	<p>จับภาพครูผู้สอนครั้งตัว</p>	<p>จากตัวอย่างที่ 1 ที่ผ่านไปสักครู่ นักเรียนคงจะได้สังเกตเห็นว่า เส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 3)$ และ $(4, 2)$ ทำมุมบ้่านกับแกน x ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มีค่าความชันเท่ากับ $-\frac{1}{3}$ แต่ ถ้าเป็นเส้นตรงที่ทำมุมแหลมกับแกน x ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จะมีค่าความชันเป็นลบหรือเปล่า นักเรียนลองดูตัวอย่างที่ 2 ต่อไป</p>
63	<p>ตัวอย่างที่ 2 จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3, 0)$ และ $(-1, -5)$</p>	<p>ให้นักเรียนอ่านโจทย์จากตัวอย่างที่ 2 ซึ่งปรากฏบนจอแล้ว เขียนกราฟของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3, 0)$ และ $(-1, -5)$ ขึ้นมาก่อน</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้ว FO</p>



ลำดับที่	ภาพ	เสียง
64	 <p>คำถามข้อ 14</p> <p>ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (3,0) และ (-1,-5) คือ _____</p>	<p>ภาพที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว ให้นักเรียนพิจารณาภาพนี้แล้ว จะพบว่ามุมเอียง θ ในที่นี้เป็นมุมแหลม หรือกล่าวได้ว่าเส้นตรงเส้นนี้ทำมุมแหลมกับแกน x ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ต่อไปให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 14 ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (3,0) และ (-1,-5) เป็นเท่าไร</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
65	<p>วิธีทำ ให้ $(x_1, y_1) = (3, 0)$ และ $(x_2, y_2) = (-1, -5)$ จากสูตร ความชัน $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$</p> $= \frac{0 - (-5)}{3 - (-1)}$ $= \frac{5}{4}$	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (3,0) และ (-1,-5) ซึ่งทำมุมแหลมกับแกน x ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มีค่าความชันเท่ากับ $\frac{5}{4}$ ซึ่งเป็นบวก</p>
66	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>สุดท้ายก่อนจะจบการเรียนในคาบนี้ นักเรียนลองสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนอีกครั้ง โดยเขียนตอบในข้อที่ 15</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>

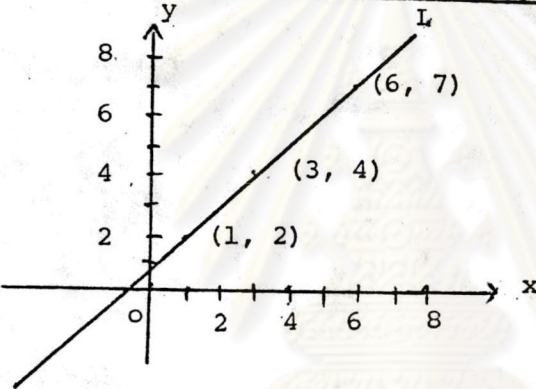
ลำดับที่	เสียง	ภาพ
67	<p>1. ถ้าเส้นตรงผ่านจุด $P_1(X_1, Y_1)$ และ $P_2(X_2, Y_2)$ เส้นตรงนี้将有ความชันซึ่งหาได้จากสูตร</p> $m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} \quad \text{หรือ} \quad \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$	<p>เนื้อหาที่ได้เรียนในคาบนี้พอจะสรุปเป็นข้อ ๆ ได้ 5 ข้อ ดังนี้</p> <p>1. ถ้าเส้นตรงผ่านจุด $P_1(X_1, Y_1)$ และ $P_2(X_2, Y_2)$ เส้นตรงนี้将有ความชัน ซึ่งหาได้จากสูตร</p> $m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} \quad \text{หรือ} \quad = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$
68	<p>2. เส้นตรงที่ขนานแกน X จะมีค่า $Y_1 = Y_2$ นั่นคือผ่านจุด (X_1, Y) และ (X_2, Y) จะมีความชันเท่ากับศูนย์</p>	<p>2. เส้นตรงที่ขนานแกน X จะมีค่า $Y_1 = Y_2$ นั่นคือผ่านจุด (X_1, Y) และ (X_2, Y) จะมีความชันเท่ากับศูนย์</p>
69	<p>3. เส้นตรงที่ขนานแกน Y จะมีค่า $X_1 = X_2$ นั่นคือผ่านจุด (X, Y_1) และ (X, Y_2) จะหาความชันไม่ได้</p>	<p>3. เส้นตรงที่ขนานแกน Y จะมีค่า $X_1 = X_2$ นั่นคือผ่านจุด (X, Y_1) และ (X, Y_2) จะหาความชันไม่ได้</p>
70	<p>4. เส้นตรงที่ทำมุมแหลมกับแกน X ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มีค่าความชันเป็นบวก</p>	<p>4. เส้นตรงที่ทำมุมแหลมกับแกน X ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มีค่าความชันเป็นบวก</p>
71	<p>5. เส้นตรงที่ทำมุมบ้านกับแกน X ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มีค่าความชันเป็นลบ</p>	<p>5. เส้นตรงที่ทำมุมบ้านกับแกน X ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มีค่าความชันเป็นลบ</p>

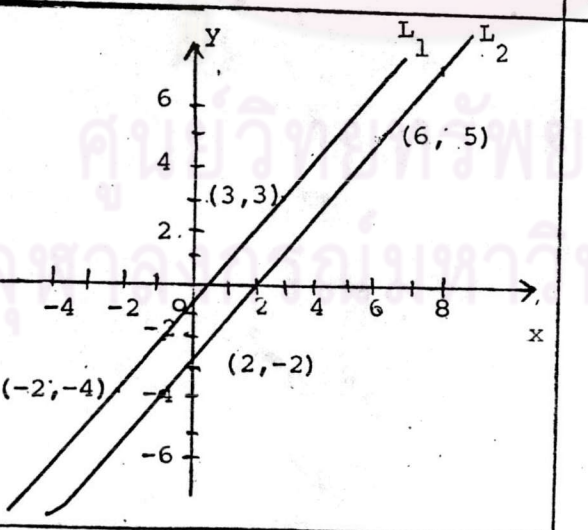


บทโทรทัศน์ เรื่อง "เส้นตรง"

ชุดที่ 2 เส้นขนาน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	จุดที่ 2 เส้นขนาน	จุดที่ 2 เส้นขนาน
2	<p>ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเส้นตรง L ผ่านจุด (1,2) จุด (6, 7) และจุด (3,4) ความชันของเส้นตรงเส้นนี้ เป็นเท่าไร</p> 	ถ้าเส้นตรง L ผ่านจุด (1, 2) จุด (6, 7) และจุด (3, 4) ดังที่ปรากฏในภาพ ความชันของเส้นตรงเส้นนี้ เป็นเท่าไร
3	<p>วิธีทำ ให้ $P_1 = (1, 2)$ และ $P_2 = (6, 7)$</p> <p>จากสูตร ความชัน $m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$</p> $= \frac{2 - 7}{1 - 6}$ $= \frac{-5}{-5}$ $= 1$	<p>นักเรียนจะใช้จุดใด เป็น P_1 หรือ P_2 ก็ได้</p> <p>จากสูตร ความชัน $m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$</p> <p>ถ้าให้ $P_1 = (1, 2)$ และ $P_2 = (6, 7)$</p> <p>แทนค่า (X_1, Y_1) ด้วย $(1, 2)$</p> <p>แทนค่า (X_2, Y_2) ด้วย $(6, 7)$</p> <p>จะได้ค่าความชัน $m = 1$</p>
4	<p>หรือให้ $P_1 = (6, 7)$ $P_2 = (3, 4)$</p> <p>แทนค่าจะได้</p> <p>ความชัน $m = \frac{7 - 4}{6 - 3} = \frac{3}{3}$</p> $= 1$	<p>หรือถ้าให้ $P_1 = (6, 7)$ $P_2 = (3, 4)$</p> <p>แทนค่า (X_1, Y_1) ด้วย $(6, 7)$</p> <p>แทนค่า (X_2, Y_2) ด้วย $(3, 4)$</p> <p>ก็จะได้ค่าความชัน $m = 1$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
5	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	<p>จากตัวอย่างที่ 1 ที่แสดงให้นักเรียนดูบนจอเมื่อสักครู่นี้ เป็นการหาความชันของเส้นตรง เส้นเดียวกันให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 1 ความชันของเส้นตรงเดียวกันย่อมมีค่า เป็นอย่างไร</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
6	1. ความชันของเส้นตรงเดียวกันย่อมมีค่าเท่ากัน	คำตอบที่ถูกต้องคือ ความชันของเส้นตรงเดียวกันย่อมมีค่าเท่ากัน
7	ตัวอย่างที่ 2 ถ้า L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-2, -4)$ และจุด $(3, 3)$ ขนานกับเส้นตรง L_2 ที่ผ่านจุด $(1, -2)$ และจุด $(6, 5)$ ดังรูป	เราลองมาดูตัวอย่างที่ 2 ที่ปรากฏบนจอตัวอย่างที่ 2 ถ้า L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-2, -4)$ และจุด $(3, 3)$ ซึ่งขนานกับเส้นตรง L_2 ที่ผ่านจุด $(1, -2)$ และจุด $(6, 5)$ ดังรูป
8	 <p>ความชันของเส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 เป็นเท่าไร</p>	<p>ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ตัวอย่างบนจอแล้วตอบคำถามข้อที่ 2 ซึ่งมีข้อย่อยดังนี้คือ</p> <p>2.1 ความชันของเส้นตรง L_1 หรือ m_1 มีค่าเท่าไร</p> <p>2.2 ความชันของเส้นตรง L_2 หรือ m_2 มีค่าเท่าไร</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>

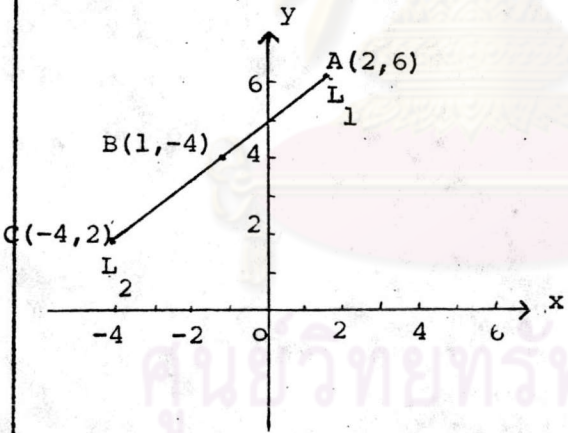
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
9	2.1 ความชันของเส้นตรง L_1 หรือ $m_1 = \frac{-4 - 3}{-2 - 3}$ $= \frac{-7}{-5} = \frac{7}{5}$	คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว 2.1 เส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(3, 3)$ และ $(-2, -4)$ ดังนั้น $m_1 = \frac{7}{5}$
10	2.2 ความชันของเส้นตรง L_2 หรือ $m_2 = \frac{-2 - 5}{1 - 6}$ $= \frac{-7}{-5} = \frac{7}{5}$	2.2 เส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(1, -2)$ และจุด $(6, 5)$ ดังนั้น $m_2 = \frac{7}{5}$
11	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	จากตัวอย่างที่ 2 โจทย์กำหนดให้ เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 และเมื่อหาค่าความชันก็ได้ค่าความชัน m ของ L_1 เท่ากับ ค่าความชัน m ของ L_2 จึงสรุปได้ว่า เส้นตรง 2 เส้นที่ขนานกันความชันของ เส้นตรง 2 เส้นนั้นย่อมเท่ากัน
12	เส้นตรง 2 เส้นที่ขนานกันความชัน ย่อมเท่ากัน	FI คนตรีแล้ว FO
13	ไปรคคอบคำถามข้อ 3 ถึง 5	ไปรคคอบคำถามข้อ 3 ถึง 5
14	<u>คำถามข้อ 3</u> ถ้า L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ ขนานกัน และ $m_1 = \frac{3}{4}$ จะได้ว่า $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$	คำถามข้อ 3 ถ้า L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ ขนานกันและ $m_1 = \frac{3}{4}$ จะได้ว่า m_2 เท่ากับเท่าไร FI คนตรีแล้ว FO

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
15	<p>คำตอบข้อ 3</p> $m_2 = \frac{3}{4}$	<p>คำตอบข้อ 3 คือถ้า L_1 ขนานกับ L_3 และ $m_1 = \frac{3}{4}$ แล้วค่าของ m_2 จะ เท่ากับ $\frac{3}{4}$ ด้วย</p>
16	<p>คำถามข้อ 4 ถ้าเส้นตรง L_1 และ L_2 ต่างก็มีความชันเท่ากับ $-\frac{4}{3}$ แล้ว เส้นตรง L_1 _____ กับเส้นตรง L_2</p>	<p>คำถามข้อ 4 ถ้า L_1 และ L_2 ต่างก็มีความชันเท่ากับ $-\frac{4}{3}$ แล้ว เส้นตรง L_1 มีความสัมพันธ์อย่างไร กับเส้นตรง L_2</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้ว FO</p>
17	<p>คำตอบข้อ 4</p> <p>เส้นตรง L_1 ขนาน กับเส้นตรง L_2</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้อง คือ</p> <p>เส้นตรง L_1 จะขนานกับเส้นตรง L_2 นักเรียนตอบถูกใช้ไหมคะ เก่งมาก</p>
18	<p>คำถามข้อ 5</p> <p>ให้ m_1 และ m_2 คือ ความชัน ของ L_1 และ L_2 L_1 จะขนานกับ L_2 เมื่อ _____</p>	<p>คำถามข้อ 5 ให้ m_1 และ m_2 คือ ความชันของ L_1 และ L_2 ความลำดับ L_1 จะขนานกับ L_2 เมื่อไร</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
19	<p>คำตอบข้อ 5</p> <p>L_1 จะขนานกับ L_2 เมื่อ</p> <p>$m_1 = m_2$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องของข้อ 5 ได้ปรากฏ บนจอแล้ว L_1 จะขนานกับ L_2 เมื่อ</p> <p>$m_1 = m_2$</p>
20	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>คำถามข้อ 3 ถึงข้อ 5 ที่ผ่านไปเมื่อครู นักเรียนตอบถูกกันก็ข้อ ตอบถูกหมดทุกข้อ หรือ เปล่า แต่ถึงจะตอบผิดก็ไม่เป็นไร เมื่อครูเฉลยคำตอบที่ถูกต้องให้แล้ว นักเรียน คงเข้าใจแล้วใช่ไหม คือไปลองมาตอบ คำถามกันอีกสัก 2 ข้อ</p>
21	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 6 และ 7</p>	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 6 และข้อ 7</p>
22	<p>คำถามข้อ 6</p> <p>ถ้า L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด A (-7, -3) และ B (-4, 5)</p> <p>L_2 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด C (2, -6) และ D (5, 2)</p> <p>L_1 ขนานกับ L_2 เพราะว่ามีค่า m_1 และ m_2 มีค่า = _____</p>	<p>คำถามข้อ 6</p> <p>ถ้า L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด A (-7, -3) และ B (-4, 5)</p> <p>L_2 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด C (2, -6) และ D (5, 2)</p> <p>เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 เพราะว่ามีค่า m_1 และ m_2 มีค่าเท่าไร</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
23	<p>คำตอบข้อ 6</p> <p>L_1 ขนานกับ L_2 เพราะว่า</p> $m_1 = m_2 = \frac{8}{3}$	<p>คำตอบที่ถูกต้องของข้อ 6 คือ</p> <p>L_1 ขนานกับ L_2 เพราะ m_1 และ m_2 ต่างก็มีค่าเท่ากับ $\frac{8}{3}$</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>
24	<p>คำถามข้อ 7</p> <p>เส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(-3, 5)$ และ $(2, -2)$</p> <p>เส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(4, 7)$ และ $(9, -2)$</p> <p>$m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>$L_1$ และ L_2 ขนานกันหรือไม่</p>	<p>คำถามข้อ 7</p> <p>ให้เส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(-3, 5)$ และ $(2, -2)$</p> <p>เส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(4, 7)$ และ $(9, -2)$</p> <p>ให้นักเรียนหาค่าของ m_1 และ m_2 แล้วพิจารณาว่าเส้นตรง L_1 และ L_2 ขนานกันหรือไม่</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>
25	<p>คำตอบข้อ 7</p> $m_1 = -\frac{7}{5} \quad m_2 = -\frac{9}{5}$ <p>L_1 ไม่ขนานกับ L_2 เพราะค่าความชันไม่เท่ากัน</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องของข้อ 7 คือ $m_1 = -\frac{7}{5}$</p> $m_2 = -\frac{9}{5}$ <p>เส้นตรง L_1 และ L_2 ไม่ขนานกัน เพราะค่าความชัน m_1 และ m_2 ไม่เท่ากัน</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
26	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	<p>คำถาม 2 ข้อที่เพิ่งผ่านไปทำให้นักเรียนได้ใช้สูตรความชัน $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ เพื่อตรวจสอบว่า เส้นตรง 2 เส้นที่ครูกำหนดให้ขนานกันหรือไม่ ถ้าความชันเท่ากัน เส้น 2 เส้นนั้นก็ขนานกัน แต่ถ้าความชันไม่เท่ากัน เส้นตรง 2 เส้นนั้นก็ไม่ใช่ขนานกัน ต่อไปครูจะให้ให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 8 ซึ่งมีลักษณะพิเศษต่างจากข้ออื่น ๆ</p>
27	<p><u>คำถามข้อ 8</u> ถ้า L_1 ผ่านจุด A (2, 6) และ B (-1, 4) L_2 ผ่านจุด B (-1, 4) และ C (-4, 2) เส้นตรง L_1 ขนานกับ L_2 หรือไม่ _____ เพราะ _____</p>	<p>คำถามข้อ 8 ถ้า L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด A (2, 6) และจุด B (-1, 4) L_2 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด B (-1, 4) และจุด C (-4, 2) เส้นตรง L_1 และ L_2 ขนานกันหรือไม่เพราะอะไร FI คนครีแล้ว FO</p>
28	<p><u>คำตอบข้อ 8</u> L_1 ขนานกับ L_2 เพราะ $m_1 = m_2 = \frac{2}{3}$</p>	<p>คำตอบข้อ 8 ที่ถูกต้องคือ เส้นตรง L_1 และ L_2 ขนานกัน เพราะต่างก็มีค่าความชันเท่ากับ $\frac{2}{3}$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
29	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>จากคำถามข้อ 8 นักเรียนทราบหรือยังว่า ลักษณะพิเศษที่ครูได้พูดในตอนแรกคืออะไร ถ้าสังเกตจากโจทย์ก็จะเห็นว่า เส้นตรง L_1 และ L_2 มีจุดร่วมกันอยู่ 1 จุดคือ จุด B ในเมื่อนักเรียนทราบแล้วว่า เส้นตรง L_1 และ L_2 ขนานกัน แต่เนื่องจากเส้นตรง 2 เส้นนี้มีจุดร่วมกัน 1 จุด เมื่อเราลองวาดกราฟ จะได้กราฟเป็นรูปอะไร มาพิจารณากันต่อไป</p>
30	 <p>1. L_1 และ L_2 มีความชันเท่ากัน 2. L_1 และ L_2 มีจุดร่วมกัน 1 จุด</p>	<p>ภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้เป็นเส้นตรง L_1 และ L_2 ซึ่งเป็นเส้นที่มีความชันเท่ากัน และมีจุดร่วมกัน 1 จุด ซึ่งเมื่อเขียนเป็นกราฟจะได้ เส้นตรงเส้นเดียวกัน นักเรียนสรุปอะไรได้บ้างจากภาพที่ปรากฏบนจอ</p> <p>โปรดตอบคำถามข้อ 9</p>
31	<p>คำถามข้อ 9</p> <p>เส้นตรง 2 เส้นจะเป็นเส้นเดียวกันก็ต่อเมื่อ</p> <p>1. _____</p> <p>2. _____</p>	<p>คำถามข้อ 9</p> <p>เส้นตรง 2 เส้น จะเป็นเส้นตรงเดียวกัน จะต้องมีคุณสมบัติพิเศษ 2 ข้อ คืออะไรบ้าง</p> <p>FI คนตรี แล้ว FO</p>

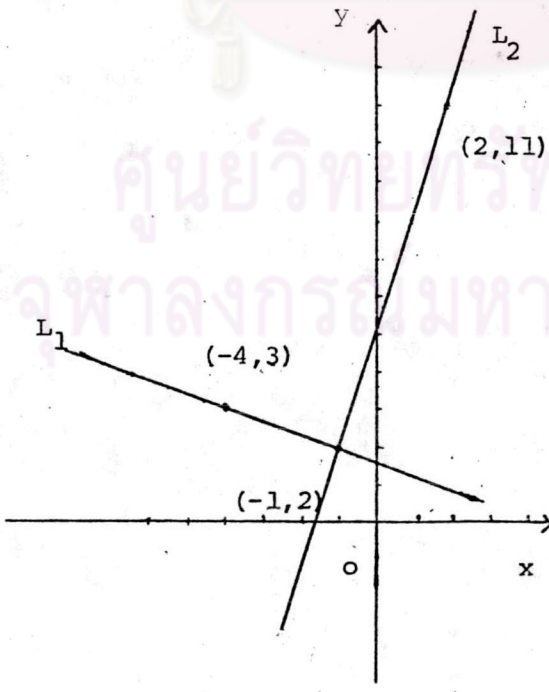
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
32	<p>คำตอบข้อ 9</p> <p>เส้นตรง 2 เส้นจะเป็นเส้นเดียวกันก็ต่อเมื่อ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. มีความชันเท่ากัน 2. มีจุดร่วมกัน 1 จุด 	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว คือ</p> <p>คุณสมบัติข้อที่ 1 เส้นตรง 2 เส้นนั้นจะต้องมีความชันเท่ากัน</p> <p>คุณสมบัติข้อที่ 2 เส้นตรง 2 เส้นจะต้องมีจุดร่วมกัน 1 จุด</p>



บทโทรทัศน์ เรื่อง "เส้นตรง"

ชุดที่ ๓ เส้นดั่งฉาก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	จุดที่ 3 เส้นตั้งฉาก	จุดที่ 3 เส้นตั้งฉาก
2	<p>ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(-4, 3)$ และ $(-1, 2)$ เส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(2, 11)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 ที่จุด $(-1, 2)$ ดังรูป</p>	<p>จากภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้ เป็นกราฟของเส้นตรง L_1 ซึ่งผ่านจุด $(-4, 3)$ และ $(-1, 2)$ และเส้นตรง L_2 ซึ่งผ่านจุด $(2, 11)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 ที่จุด $(-1, 2)$</p>
3		<p>ถ้าสังเกตจากภาพบนจอ นักเรียนจะพบว่าเส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(-4, 3)$ และจุด $(-1, 2)$ ส่วนเส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(2, 11)$ และ $(-1, 2)$ เมื่อนักเรียนรู้จุดผ่าน 2 จุดของเส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 นักเรียนย่อมหาความชันของ L_1 และ L_2 ได้เสมอ</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
4	<p>ถ้า m_1 และ m_2 เป็นความชันของ L_1 และ L_2 ตามลำดับ โปรดตอบคำถามข้อ 1 และ 2</p>	<p>ถ้า m_1 เป็นความชันของเส้นตรง L_1 และ m_2 เป็นความชันของเส้นตรง L_2 โปรดตอบคำถามข้อ 1 และข้อ 2</p>
5	<p><u>คำถามข้อ 1</u> เส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(-4, 3)$ และจุด $(-1, 2)$ m_1 เท่ากับเท่าไร</p>	<p>คำถามข้อ 1 เส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(-4, 3)$ และจุด $(-1, 2)$ ความชัน m_1 เท่ากับเท่าไร</p> <p>FI คนศรีแล้า FO</p>
6	<p><u>คำตอบข้อ 1</u> จากสูตร $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ $= \frac{3 - 2}{-4 - (-1)}$ $m_1 = -\frac{1}{3}$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ ความชัน m ของ L_1 มีค่าเท่ากับ $-\frac{1}{3}$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
7	<p><u>คำถามข้อ 2</u></p> <p>เส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(2, 11)$ และ $(-1, 2)$ จงหา m_2</p>	<p>คำถามข้อ 2</p> <p>เส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(2, 11)$ และจุด $(-1, 2)$ ความชัน m_2 เท่ากับเท่าไร</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>
8	<p><u>คำตอบข้อ 2</u></p> $m_2 = \frac{11 - 2}{2 - (-1)}$ $= \frac{9}{3}$ $= 3$	<p>คำตอบข้อ 2 ได้ปรากฏบนจอแล้วคือความชันของเส้น L_2 มีค่าเท่ากับ 3 นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>
9	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>จากโจทย์ตัวอย่างที่ 1 ซึ่งกำหนดให้เส้นตรง L_1 และ L_2 ตั้งฉากกันและเมื่อเราหาความชันของเส้นตรงทั้ง 2 เส้นนี้ พบว่า ความชันของ L_1 เท่ากับ $-\frac{1}{3}$ และความชันของ L_2 เท่ากับ 3 นักเรียนสังเกตค่าความชันของเส้นตรงทั้ง 2 ซึ่งตั้งฉากกัน แล้วทดลองนำค่า m_1 และ m_2 มาคูณกัน แล้วตอบคำถามข้อที่ 3 ผลคูณของความชันเป็นเท่าไร</p>



ลำดับที่	ภาพ	เสียง
	<p>คำถามข้อ 3</p> $m_1 = -\frac{1}{3}, m_2 = 3$ $m_1 m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
10	<p>คำตอบข้อ 3</p> $m_1 = -\frac{1}{3}, m_2 = 3$ $m_1 m_2 = -\frac{1}{3} \times 3 = -1$	<p>คำตอบของข้อ 3 คือ จะได้ผลคูณของความชันเท่ากับ -1</p>
11	<p>เส้นตรง 2 เส้นจะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ -1</p>	<p>จึงสรุปได้ว่า เส้นตรง 2 เส้น ที่ตั้งฉากกันนั้นผลคูณของความชันของเส้นตรง 2 เส้น จะมีค่าเท่ากับ -1 หรืออาจกล่าวได้ว่า ถ้าเส้นตรง 2 เส้นมีผลคูณของความชันเท่ากับ -1 แล้วเส้นตรง 2 เส้นนั้นจะตั้งฉากกัน</p>
12	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 4</p>	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 4</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
13	<p>คำถามข้อ 4</p> <p>ถ้า L_1 และ L_2 ตั้งฉากกันให้ เส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(-4, 7)$ และ $(1, -1)$ เส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(2, -3)$ และ $(10, 2)$ แล้ว $m_1 =$ _____ $m_2 =$ _____ $m_1 m_2 =$ _____</p>	<p>คำถามข้อ 4</p> <p>เส้นตรง L_1 และ L_2 ตั้งฉากกัน L_1 ผ่านจุด $(-4, 7)$ และ $(1, -1)$ L_2 ผ่านจุด $(2, -3)$ และ $(10, 2)$ จงหาว่า m_1 มีค่าเท่าไร m_2 มีค่าเท่าไร และ $m_1 m_2$ มีค่าเท่าไร</p> <p>FI คนตรี แล้ว FO</p>
14	<p>คำตอบข้อ 4</p> $m_1 = \frac{7 - (-1)}{-4 - 1} = \frac{-8}{-5} = \frac{8}{5}$ $m_2 = \frac{-3 - 2}{2 - 10} = \frac{-5}{-8} = \frac{5}{8}$ $m_1 m_2 = \frac{8}{5} \times \frac{5}{8} = 1$	<p>คำตอบข้อ 4 ได้ปรากฏบนจอแล้ว</p> <p>แทนค่า m จากสูตร $m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$</p> <p>ได้ค่า $m_1 = \frac{-8}{-5} = \frac{8}{5}$</p> <p>$m_2 = \frac{5}{8}$</p> <p>$m_1 m_2 = 1$</p>
15	โปรดตอบคำถามข้อ 5 ถึง 7	โปรดตอบคำถามข้อ 5 ถึงข้อ 7

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
16	<p><u>คำถามข้อ 5</u></p> <p>ถ้าความชันของเส้นตรง L_1 เท่ากับ 2 และตั้งฉากกับเส้นตรง L_2 แล้วความชันของ L_2 มีค่าเท่ากับ _____</p>	<p>คำถามข้อที่ 5</p> <p>ถ้าเส้นตรง L_1 มีความชันเท่ากับ 2 และเส้นตรง L_1 ตั้งฉากกับเส้นตรง L_2 แล้ว เส้นตรง L_2 จะมีค่าความชันเท่าไร</p> <p>FI คนตรี แล้ว FO</p>
17	<p><u>คำตอบข้อ 5</u></p> <p>ความชันของ $L_2 = -\frac{1}{2}$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ ถ้า L_1 ตั้งฉากกับ L_2 และ $m_1 = 2$ แล้ว m_2 ก็ต้องมีค่า $= -\frac{1}{2}$</p>
18	<p><u>คำถามข้อ 6</u></p> <p>ถ้า L_1 มีความชัน $m_1 = \frac{2}{3}$ และ L_2 มีความชัน $m_2 = -\frac{3}{2}$ เส้นตรง L_1 มีความสัมพันธ์อย่างไรกับ L_2</p>	<p>ต่อไปเป็นคำถามข้อที่ 6</p> <p>ถ้า L_1 เป็นเส้นตรงที่มีความชัน $m_1 = \frac{2}{3}$ L_2 เป็นเส้นตรงที่มีความชัน $m_2 = -\frac{3}{2}$ แล้ว เส้นตรง L_1 และ L_2 จะมีความสัมพันธ์กันอย่างไร</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
19	<p>คำตอบข้อ 6</p> <p>เส้นตรง L_1 จะตั้งฉากกับ L_2</p>	<p>คำตอบของข้อ 6</p> <p>เส้นตรง L_1 จะตั้งฉากกับ L_2</p> <p>เพราะว่า $m_1 m_2 = -2$</p>
20	<p>คำถามข้อ 7</p> <p>ถ้า $m_1 = \frac{4}{3}$</p> <p>$m_2 = -\frac{3}{4}$</p> <p>$m_1 m_2 =$ _____</p> <p>แสดงว่า L_1 และ L_2 _____</p>	<p>ต่อไปเป็นคำถามข้อที่ 7</p> <p>ถ้า m_1 คือค่าความชันของเส้นตรง L_1</p> <p>ซึ่งเท่ากับ $\frac{4}{3}$ และ</p> <p>m_2 คือ ค่าความชันของเส้นตรง L_2</p> <p>ซึ่งเท่ากับ $-\frac{3}{4}$</p> <p>จงหาว่า $m_1 m_2$ มีค่าเท่าไรและ L_1</p> <p>กับ L_2 สัมพันธ์กันอย่างไร</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้ว FO</p>
21	<p>คำตอบข้อ 7</p> <p>$m_1 m_2 = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = -1$</p> <p>$L_1$ และ L_2 ตั้งฉากกัน</p>	<p>คำตอบที่ถูกคือได้ปรากฏบนจอแล้ว</p> <p>นักเรียนตอบถูกใช้ไหม เก่งมาก</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
22	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	<p>จากคำถามตั้งแต่ข้อ 1 ถึง 7 ครูคิดว่านักเรียนคงจะเข้าใจเรื่องเส้นตั้งฉากแล้ว คำถามต่อไปจะเป็นโจทย์ที่กำหนดเส้นตรงให้ 2 เส้น และกำหนดจุดผ่าน 2 จุดของเส้นตรงทั้ง 2 ด้วยให้นักเรียนพิจารณาว่า เส้นตรง 2 เส้นที่ครูกำหนดให้ ขนานกันหรือตั้งฉากกัน</p> <p>เส้นตรง 2 เส้นจะขนานกันหรือตั้งฉากกัน เราพิจารณาได้อย่างไร นักเรียนคงทำได้ใช่ไหม</p>
23	<p><u>ทบทวนความจำ</u></p> <p>$L_1 // L_2 \longleftrightarrow m_1 = m_2$</p> <p>$L_1 \perp L_2 \longleftrightarrow m_1 m_2 = -1$</p>	
24	โปรดตอบคำถามข้อ 8	โปรดตอบคำถามข้อที่ 8 ซึ่งมีคำถามย่อย 3 คำถาม

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
25	<p><u>คำถามข้อ 8</u></p> <p>เส้นตรง L_1 และ L_2 ขนานกัน หรือตั้งฉากกัน</p>	<p>คำถามข้อที่ 8 คือ</p> <p>เส้นตรง L_1 และ L_2 ที่โจทย์กำหนดจุด ผ่านให้นี้ มีความสัมพันธ์อย่างไรกัน คือ ขนานกัน หรือ ตั้งฉากกัน หรือ ไม่ ขนานกัน และก็ไม่ตั้งฉากกันเลย</p>
26	<p><u>คำถามข้อ 8.1</u></p> <p>L_1 ผ่านจุด $(-30, 7)$ และ $(-3, -2)$</p> <p>L_2 ผ่านจุด $(3, 2)$ และ $(1, -4)$</p> <p>L_1 _____ L_2</p>	<p>คำถามข้อ 8.1 กำหนดให้ L_1 เป็น เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-30, 7)$ และ $(-3, -2)$ ส่วนเส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(3, 2)$ และ $(1, -4)$ จงพิจารณา ว่า เส้นตรง L_1 สัมพันธ์อย่างไรกับ เส้นตรง L_2</p> <p style="text-align: right;">FI คนครีแล้ว FO</p>
27	<p><u>คำตอบข้อ 8.1</u></p> $m_1 = \frac{7 - (-2)}{-30 - (-3)} = \frac{7 + 2}{-30 + 3}$ $= \frac{9}{-27} = -\frac{1}{3}$ $m_2 = \frac{2 - (-4)}{3 - 1} = \frac{2 + 4}{2}$ $= \frac{6}{2} = 3$ $m_1 m_2 = -\frac{1}{3} \times 3 = -1$ <p>L_1 ตั้งฉากกับ L_2</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องพร้อม เฉลยอย่างละเอียด ได้ปรากฏบนจอแล้ว นักเรียนตอบถูก หรือเปล่า</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
28	<p><u>คำถามข้อ 8.2</u></p> <p>L_1 ผ่านจุด $(2, -1)$ และ $(4, 3)$</p> <p>L_2 ผ่านจุด $(-2, 3)$ และ</p>	<p>คำถามข้อ 8.2</p> <p>กำหนดให้ L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(2, -1)$ และ $(4, 3)$</p> <p>ส่วน L_2 ผ่านจุด $(-2, 3)$ และ $(-4, -1)$ จงพิจารณาว่า เส้นตรง L_1 สัมพันธ์อย่างไรกับเส้นตรง L_2</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้ว FO</p>
29	<p><u>คำตอบข้อ 8.2</u></p> $m_1 = \frac{-1 - 3}{2 - 4} = \frac{-4}{-2} = 2$ $m_2 = \frac{3 - (-1)}{-2 - (-4)} = \frac{4}{2} = 2$ <p>$m_1 = m_2 = 2$</p> <p>$\therefore L_1$ ขนานกับ L_2</p>	<p>คำตอบของข้อ 8.2</p> <p>เมื่อแทนค่าเพื่อหาความชัน จะได้</p> <p>$m_1 = 2$ และ $m_2 = 2$ ด้วย</p> <p>ดังนั้น เส้นตรง L_1 ขนานกับ L_2</p> <p>เพราะ ความชัน $m_1 = m_2$</p>
30	<p><u>คำถามข้อ 8.3</u></p> <p>L_1 ผ่านจุด $(4, 3)$ และ $(-3, -5)$</p> <p>L_2 ผ่านจุด $(-2, -3)$ และ $(-8, 2)$</p> <p>$\therefore L_1$ _____ L_2</p>	<p>คำถามข้อ 8.3 ซึ่งเป็นคำถามสุดท้ายของคำถามข้อ 8 กำหนด L_1 เป็นเส้นตรงผ่านจุด $(4, 3)$ และ $(-3, -5)$ ส่วนเส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(-2, -3)$ และ $(-8, 2)$ จงพิจารณาว่า L_1 สัมพันธ์อย่างไรกับเส้นตรง L_2</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
31	<p>คำตอบข้อ 8.3</p> $m_1 = \frac{3 - (-5)}{4 - (-3)} = \frac{8}{7}$ $m_2 = \frac{-3 - 2}{-2 - (-8)} = -\frac{5}{6}$ <p>เพราะว่า $m_1 \neq m_2$ และ $m_1 m_2 \neq -1$ ดังนั้น L_1 ไม่ขนานและไม่ตั้งฉากกับ L_2</p>	<p>คำตอบของข้อ 8.3</p> <p>คำนวณค่า m_1 ได้ $= \frac{8}{7}$ และ $m_2 = -\frac{5}{6}$</p> <p>เมื่อพิจารณาแล้ว พบว่า $m_1 \neq m_2$ ดังนั้น L_1 ไม่ขนานกับ L_2 และ $m_1 m_2 \neq -1$ ดังนั้น L_1 ก็ไม่ตั้งฉากกับ L_2 ด้วย</p> <p>FO คนตรี</p>
32	<p>จับภาพครูผู้สอนครั้งตัว</p>	<p>คำถามข้อสุดท้ายของชุดที่ 3 นั้นจะกำหนดจุดให้ 3 จุด ให้นักเรียนพิจารณาว่า 3 จุดนี้เป็นจุดยอดของ Δ มุมฉากหรือไม่ ซึ่งมีหลักการคิดอยู่ว่า จะต้องหาความชันของด้านทั้ง 3 และ Δ มุมฉากเป็น Δ ที่มีด้านตั้งฉากกัน 1 คู่</p>
33	<p>คำถามข้อ 9</p> <p>จุด A (-1, 0) จุด B (5, 2) และจุด C (3, 11) เป็นจุดยอดของ Δ มุมฉากหรือไม่</p>	<p>คำถามข้อสุดท้าย คือ ถามว่าจุด A, B และ C ที่กำหนดให้นี้เป็นจุดยอดของ Δ มุมฉากหรือไม่</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
34	<p>คำตอบข้อ ๑</p> <p>ความชัน $AB = \frac{1}{3}$</p> <p>ความชัน $BC = -3$</p> <p>ความชัน $CA = \frac{11}{3}$</p> <p>และ $m_{AB} \cdot m_{BC} = \frac{1}{3} \times -3 = -1$</p> <p>$\therefore AB \perp BC$</p> <p>$\therefore ABC$ เป็น Δ มุมฉาก</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ</p> <p>จุด A, B และ C เป็นจุดยอดของ Δ มุมฉาก เพราะ ผลคูณของความชันของด้าน AB และ BC มีค่าเท่ากับ -1</p> <p>ดังนั้นด้าน AB จึงตั้งฉากกับ BC ซึ่งทำให้ $B = 90$</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>



บทโทรทัศน์ เรื่อง "เส้นตรง"
ชุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	จุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง	จุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
2	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	<p>บทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์</p> <p>จุดที่ 4 นี้ คือ เรื่องความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง หรือกล่าวได้ว่าเป็นการหาสมการเส้นตรง นั่นเอง ซึ่งรูปแบบของสมการเส้นตรงที่นักเรียนควรรู้จักมีทั้งหมด 7 รูปแบบ สมการเส้นตรงจะเป็นรูปแบบใดขึ้นอยู่กับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ดังนั้น นักเรียนจึงต้องรู้จักรูปแบบของสมการเส้นตรงทั้ง 7 รูปแบบ ซึ่งครูจะพูดถึงรูปแบบสมการพร้อมยกตัวอย่างทีละรูปแบบ</p>
3	<p>รูปแบบที่ 1 ชนิดจุด-ความชัน</p> <p>(point-slope form)</p> <p>สมการคือ $Y - Y_2 = m(X - X_1)$</p> <p>เมื่อ m คือ ความชันของเส้นตรง</p> <p>(X_1, Y_1) คือ จุดผ่านของเส้นตรง</p>	<p>รูปแบบที่ 1 นี้ มีชื่อเรียกว่าชนิดจุด-ความชัน หรือ point - slope form</p> <p>สมการคือ $Y - Y_1 = m(X - X_1)$</p> <p>เมื่อ m คือ ความชันของเส้นตรงนั้น ๆ</p> <p>(X_1, Y_1) คือ จุดผ่านของเส้นตรงนั้น ๆ</p> <p>เรามาดูตัวอย่างสมการเส้นตรงชนิดนี้สักข้อ</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
4	<p>ตัวอย่างที่ 1 สมการเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และ ผ่านจุด $(1, 5)$ คืออะไร</p>	<p>จากโจทย์ตัวอย่างที่ 1 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ ค่าความชัน $m = \frac{1}{2}$ และจุดผ่าน (X_1, Y_1) คือ $(1, 5)$</p>
5	<p>วิธีทำ $m = \frac{1}{2}$ $(x_1, y_1) = (1, 5)$ จากสูตร $Y - Y_1 = m(X - X_1)$ สมการเส้นตรงคือ $Y - 5 = \frac{1}{2}(x-1)$</p>	<p>ดังนั้นเงื่อนไขของโจทย์ข้อนี้จึงมีครบ 2 ข้อ คือ มีความชัน มีจุดผ่านเมื่อแทนค่า m, X_1, Y_1 ในสูตร $Y - Y_1 = m(X - X_1)$</p>
6	<p>เอา 2 คูณตลอดทั้ง 2 ข้าง จะได้ $2Y - 10 = X - 1$ และ เมื่อจัดสมการใหม่จะได้ $X - 2Y + 9 = 0$</p>	<p>จะได้สมการเส้นตรง $Y - 5 = \frac{1}{2}(X - 1)$ และเมื่อเอา 2 คูณตลอดเป็นการกำจัด ส่วนจะได้สมการเป็น $2Y - 10 = X - 1$ และเมื่อจัดสมการใหม่จะได้สมการเส้นตรงอยู่ในรูป $X - 2Y + 9 = 0$</p>
.7	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 1</p>	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 1</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
8	<p><u>คำถามข้อ 1</u></p> <p>สมการ เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-3, 6)$ และมีความชันเท่ากับ $-\frac{3}{2}$ คืออะไร</p>	<p>คำถามข้อ 1 คือ ให้หาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-3, 6)$ และมีความชันเท่ากับ $-\frac{3}{2}$</p> <p>PI คนครีแล้ว FO</p>
9	<p><u>คำตอบข้อ 1</u></p> <p>สมการคือ $Y - 6 = -\frac{3}{2}(X + 3)$</p> <p>หรือ $3X + 2Y - 3 = 0$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องของข้อ 1</p> <p>สมการคือ $Y - 6 = -\frac{3}{2}(X + 3)$</p> <p>และ เมื่อจัดสมการใหม่จะได้</p> $3X + 2Y - 3 = 0$ <p>ได้จากการแทนค่า $m = -\frac{3}{2}$</p> $(X_1, Y_1) = (-3, 6)$ <p>ในสูตร $Y - Y_1 = m(X - X_1)$</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>
10	<p><u>รูปแบบที่ 2</u> สมการชนิด 2 จุด</p> <p>(two points form)</p> <p>สมการคือ $\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$</p> <p>เมื่อ (X_1, Y_1) และ (X_2, Y_2)</p> <p>คือจุดผ่าน 2 จุดของเส้นตรง</p>	<p>รูปแบบที่ 1 ที่ได้กล่าวแล้วคือ</p> <p>สมการชนิดจุด-ความชัน แต่รูปแบบที่ 2 นี้เป็นสมการชนิด 2 จุด หรือ two points form นักเรียนคงจะนึกออกว่าใจห้ย จะต้องกำหนดจุดผ่านของเส้นตรงให้ 2 จุด ในที่นี้คือ (X_1, Y_1) และ (X_2, Y_2) และเมื่อแทนค่า X_1, Y_1, X_2, Y_2</p> <p>ในสูตร $\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$</p> <p>ก็จะได้สมการเส้นตรงตามต้องการ เราลองมาดูตัวอย่างการใช้รูปแบบสมการรูปแบบที่ 2 ดูบ้าง</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
11	<p>ตัวอย่างที่ 2 สมการเส้นตรง ที่ผ่านจุด $(-1, 6)$ และจุด $(1, -2)$ คืออะไร</p>	<p>ตัวอย่างที่ 2 โจทย์กำหนดจุดผ่านของ เส้นตรงมาให้ 2 จุดคือ $(-1, 6)$ และ $(1, -2)$ ซึ่งก็คือค่า (X_1, Y_1) และ (X_2, Y_2) นั้นเอง</p>
12	<p>วิธีทำ ให้ $(X_1, Y_1) = (-1, 6)$ $(X_2, Y_2) = (1, -2)$ จากสูตร $\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$ $\frac{Y - 6}{X - (-1)} = \frac{6 - (-2)}{-1 - 1}$ $\frac{Y - 6}{X + 1} = \frac{8}{-2}$ $\frac{Y - 6}{X + 1} = -4$</p>	<p>วิธีทำ โจทย์สมการเส้นตรงของรูปแบบ ที่ 2 ที่ครูยกมาให้ให้นักเรียนดู หวังว่า นักเรียนคงเข้าใจ อันที่จริงเมื่อโจทย์ กำหนดจุดผ่าน 2 จุด นักเรียนอาจหา สมการเส้นตรงในรูปแบบที่ 1 ก็ได้ โดย หาความชันเสียก่อน</p>
13	<p>เอา $X + 1$ คูณตลอด $Y - 6 = -4(X + 1)$ $Y - 6 = -4X - 4$ เมื่อจัดสมการใหม่จะได้ สมการ เส้นตรงคือ $4X + Y - 2 = 0$</p>	<p>จากสูตร $m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$ เมื่อได้ความชันและจุดผ่าน ซึ่งนักเรียน จะเลือกใช้จุดใดจุดหนึ่งใน 2 จุดนี้ เป็น จุดผ่านก็ได้ นักเรียนก็สามารถหาสมการ เส้นตรงจากรูปแบบที่ 1 ได้ค่าตอบเหมือนกัน</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
14	โปรดตอบคำถามข้อ 2	โปรดตอบคำถามข้อ 2
15	<p><u>คำถามข้อ 2</u> สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $P(2, -3)$ และจุด $Q(5, 3)$ คือ _____</p>	<p>คำถามข้อที่ 2 กำหนดจุดผ่านของเส้นตรง ให้ 2 จุดคือ $(2, -3)$ และ $(5, 3)$ ให้นักเรียนหาสมการของเส้นตรงนี้</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
16	<p><u>คำตอบข้อ 2</u> วิธีทำ ให้ $(x_1, y_1) = (2, -3)$ $(x_2, y_2) = (5, 3)$ จากสูตร $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$</p> <p>แทนค่า $\frac{y - (-3)}{x - 2} = \frac{-3 - 3}{2 - 5}$</p> $\frac{y + 3}{x - 2} = \frac{-6}{-3}$ $\frac{y + 3}{x - 2} = 2$	<p>คำตอบพร้อมเฉลยวิธีทำอย่างละเอียด</p> <p>ได้ปรากฏบนจอเรียบร้อยแล้ว</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
17	<p>สมการคือ $Y + 3 = 2(X - 2)$ $Y + 3 = 2X - 4$</p> <p>เมื่อจัดสมการใหม่จะได้</p> <p>สมการเส้นตรงคือ $2X - Y - 7 = 0$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ</p> $2X = Y - 7 = 0$ <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า ถึงแม้นักเรียนจะหาสมการเส้นตรงในรูปแบบที่ 1 ก็จะได้คำตอบเหมือนกัน</p>
18	<p><u>รูปแบบที่ 3</u> สมการชนิดความชัน-จุดตัดแกน (slope-intercept form)</p> <p>สมการคือ $Y = mx + b$</p> <p>เมื่อ m คือ ความชัน</p> <p>$(0, b)$ คือ จุดตัดแกน Y หรือ b คือ ระยะตัดแกน Y</p>	<p>รูปแบบที่ 3 ที่กำลังจะกล่าวถึงนี้ มีชื่อว่า สมการชนิดความชัน-จุดตัดแกน หมายความว่า ลักษณะของใจทรงรูปแบบที่ 3 นี้จะกำหนดความชันและจุดตัดแกนมาให้ ซึ่งในที่นี้คือ จุดตัดแกน Y ซึ่งอยู่ในรูป $(0, b)$. เราเรียกค่า b ว่า ระยะตัดแกน Y หรือ Y-intercept นักเรียนคงทราบบ้างไหมว่า ทำไมจุดตัดแกน Y จึงอยู่ในรูป $(0, b)$ ก็เพราะจุดที่อยู่บนแกน Y จะมีค่า X ในคู่อันดับ หรือค่า Abscissa เท่ากับศูนย์เสมอ</p> <p>ต่อไปลองพิจารณาตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นตัวอย่างการใช้สมการเส้นตรงชนิดความชัน-จุดตัดแกน</p> $Y = mX + b$

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
19	<p>ตัวอย่างที่ 3 สมการเส้นตรง ที่มีความชันเท่ากับ $\frac{3}{4}$ และมี Y - intercept เท่ากับ 5 คือ อะไร</p>	<p>จากตัวอย่างที่ 3 โจทย์กำหนดเส้นตรง ซึ่งมีความชัน $\frac{3}{4}$ และ ระยะตัดแกน Y - intercept เท่ากับ $\frac{3}{4}$ และให้หา สมการเส้นตรงนี้</p>
20	<p>วิธีทำ $m = \frac{3}{4}$ Y-intercept = b = 5 จากสูตร $Y = mx + b$ แทนค่า $Y = \frac{3X}{4} + 5$</p>	<p>จากวิธีทำที่แสดงให้ดูประกอบนี้ครูหวัง ว่านักเรียนคง เห็นขั้นตอนการแทนค่า และการใช้สูตรสมการเส้นตรง $Y = mX + b$ ซึ่งไม่ยากเลยจริงไหม</p>
21	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 3</p>	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 3</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
22	<p><u>คำถามข้อ 3</u></p> <p>สมการเส้นตรงที่ตัดแกน Y ที่จุด $(0, -4)$ และมีความชันเท่ากับ $\frac{6}{5}$ คือ _____</p>	<p><u>คำถามข้อที่ 3</u></p> <p>สมการเส้นตรงที่ตัดแกน Y ที่จุด $(0, -4)$ และมีความชันเท่ากับ $\frac{6}{5}$ คืออะไร</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
23	<p><u>คำตอบข้อ 3</u></p> <p>สมการเส้นตรงคือ</p> $6X - 5Y - 20 = 0$	<p><u>คำตอบที่ถูกต้อง</u></p> <p>สมการเส้นตรง คือ $6X - 5Y - 20 = 0$</p>
	<p><u>วิธีทำ</u> $m = \frac{6}{5}$</p> <p>จุดตัดแกน คือ $(0, -4)$</p> <p>Y-intercept = $b = -4$</p> <p>จากสูตร $Y = mx + b$</p> <p>แทนค่า $Y = \frac{6X}{5} - 4$</p> <p>เอา 5 คูณตลอดทั้ง 2 ข้าง</p> $5Y = 6X - 20$ <p>จัดสมการใหม่ได้ดังนี้</p> <p>สมการเส้นตรงคือ</p> $6X - 5Y - 20 = 0$	

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
24	<p>รูปแบบที่ 4 สมการชนิด 2 จุดตัดแกน (two-intercept form) สมการคือ $\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} = 1$ เมื่อ a คือ ระยะตัดแกน X หรือ X-intercept b คือ ระยะตัดแกน Y หรือ Y-intercept</p>	<p>ต่อไป เป็นรูปแบบที่ 4 มีชื่อเรียกว่า สมการชนิด 2 จุดตัดแกน ซึ่งโจทย์ จะกำหนดจุดตัดแกน X ซึ่งอยู่ในรูป (a, 0) และเราเรียกค่าว่าระยะ ตัดแกน X หรือ X - intercept ส่วนจุดตัดแกน Y ซึ่งอยู่ในรูป (0, b) และเรียกค่า b ว่าระยะ ตัดแกน Y หรือ Y - intercept เมื่อแทนค่า a, b ในสมการ $\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} = 1$ จะได้สมการเส้นตรงรูปแบบที่ 4 อันที่ จริงในการที่โจทย์กำหนดจุดตัดทั้ง 2 แกน หรือกำหนดระยะตัดแกน X และระยะ ตัดแกน Y นักเรียนอาจจะสร้างสมการ โดยใช้รูปแบบที่ 2 คือ สมการชนิด 2 จุด (two point form) โดยมีจุด (a, 0) และ (0, b) คือ 2 จุดดังกล่าว</p>
25	<p>ตัวอย่างที่ 4 สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน X เท่ากับ 4 และจุดตัดแกน Y เท่ากับ 5 คืออะไร</p>	<p>ในที่นี้ โจทย์กำหนดค่าระยะตัดแกน X หรือค่า a = 4 และระยะตัดแกน Y หรือค่า b = 5</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
26	<p><u>วิธีทำ</u> $a = 4$</p> <p> $b = 5$</p> <p>จากสูตร $\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} = 1$</p> <p>แทนค่า $\frac{X}{4} + \frac{Y}{5} = 1$</p> <hr/> <p>ค.ร.น. ของ 4, 5 คือ 20</p> <p>นำ ค.ร.น. 20 คูณตลอดทั้ง 2 ข้าง</p> <p>$5X + 4Y = 20$</p> <p>สมการคือ $5X + 4Y - 20 = 0$</p>	<p>เมื่อแทนค่า $a = 4, b = 5$</p> <p>ในสมการจะได้สมการที่ถูกต้อง คือ</p> <p>$5X + 4Y - 20 = 0$</p>
27	<p><u>คำถามข้อ 4</u></p> <p>สมการเส้นตรงที่มีจุดตัดแกน Y เท่ากับ 5 และจุดตัดแกน X เท่ากับ 2</p> <p>คือ _____</p>	<p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
28	<p><u>คำตอบข้อ 4</u></p> <p>สมการคือ $\frac{X}{2} + \frac{Y}{5} = 1$</p> <p>หรือ $5X + 2Y - 10 = 0$</p>	<p>คำตอบของข้อ 4 ได้จากการแทนค่า</p> <p>$a = 2, b = 5$</p> <p>ในสมการ $\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} = 1$</p> <p>จะได้สมการ $\frac{X}{2} + \frac{Y}{5} = 1$</p> <p>เมื่อเอา ค.ร.น. 10 คูณตลอดและจัดสมการใหม่จะได้</p> <p>$5X + 2Y - 10 = 0$</p> <p>เป็นสมการที่ต้องการ</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
29		<p>ถ้านักเรียนสังเกต สมการเส้นตรงจากตัวอย่างทั้ง 4 หรือจากคำถามทั้ง 4 ข้อ เช่น</p> $3X + 2Y - 3 = 0$ $2X - Y - 7 = 0$ $6X - 5Y - 4 = 0$ $5X + 2Y - 10 = 0$ <p>จะพบว่า เป็นสมการที่อยู่ในรูปแบบ</p> $AX + BY + C = 0 \text{ ทั้งสี่}$ <p>ให้ A คือ สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร X B คือ สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร Y และ C คือ ค่าคงที่</p> <p>ซึ่งเราเรียกสมการรูปแบบนี้ว่า สมการรูปทั่วไป</p>
	<p>รูปแบบที่ 5 สมการรูปทั่วไป</p> $AX + BY + C = 0$ <p>เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงที่ ซึ่ง A และ B เป็นศูนย์ไม่พร้อมกัน</p>	

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
30	<p>รูปแบบที่ 6 เส้นตรงขนานแกน X สมการคือ $Y = \pm b$ เมื่อ b คือ ระยะห่างจากแกน X ถึงเส้นตรงนั้น</p>	<p>รูปแบบที่ 6 เส้นตรงขนานแกน X สมการในรูปแบบที่ 6 คือ $Y = \pm b$ เมื่อ b เป็นระยะทางที่เส้นตรงนั้น ห่างจากแกน X</p>
31	<p><u>ตัวอย่างที่ 6</u> สมการเส้นตรงที่ขนานกับแกน X และอยู่เหนือแกน X เป็นระยะ 3 หน่วย คืออะไร</p> <p><u>วิธีทำ</u> $b = 3$ สมการคือ $Y = 3$ หรือ เขียนในรูปความสัมพันธ์ $\{(X, Y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid Y = 3\}$</p>	<p>ตัวอย่างที่ 6 นี้ โจทย์กำหนดให้เส้นตรงขนานแกน X ห่างจากแกน X 3 หน่วย เส้นตรงที่ขนานแกน X จะได้ค่า X เป็นจำนวนใดก็ได้ แต่ค่า Y คงที่มีค่าเท่ากับ 3 ดังนั้นสมการคือ $Y = 3$</p>
32	<p><u>คำถามข้อ 6</u> สมการเส้นตรงที่ขนานกับแกน X และอยู่เหนือแกน X เป็นระยะ $\frac{3}{7}$ หน่วย คือ _____</p>	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 6 คือ ให้หาสมการเส้นตรงซึ่งขนานกับแกน X และอยู่เหนือแกน X เป็นระยะ $\frac{3}{7}$ หน่วย FI คนตรี แล้ว FO</p>

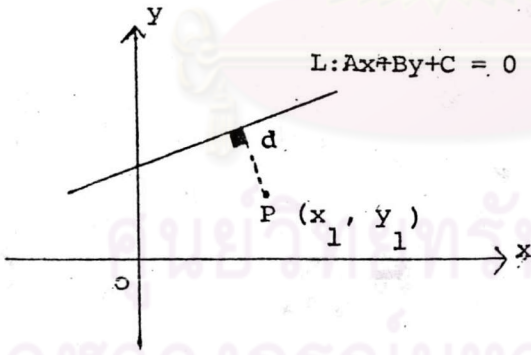
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
33	<p>คำตอบข้อ 6</p> <p>สมการคือ $Y = \frac{3}{7}$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือ เปล่า</p>
34	<p>รูปแบบที่ 7 เส้นตรงขนานแกน Y</p> <p>สมการคือ $X = \pm a$</p> <p>เมื่อ a คือระยะห่างจากแกน Y ถึงเส้นตรงนั้น</p>	<p>รูปแบบสุดท้าย รูปแบบที่ 7 เป็นเส้นตรง</p> <p>ขนานแกน Y ซึ่งมีสมการเป็น $X = \pm a$</p> <p>เมื่อ a คือ ระยะห่างจากเส้นตรงนั้น ถึงแกน Y</p>
35	<p>ตัวอย่างที่ 7 สมการเส้นตรงที่ขนาน</p> <p>กับแกน Y และอยู่ทางซ้ายของแกน</p> <p>Y เป็นระยะ $\frac{2}{3}$ หน่วย คืออะไร</p> <p>วิธีทำ เพราะว่าเส้นตรงอยู่ทางซ้าย</p> <p>ของแกน Y เป็นระยะ $\frac{2}{3}$ หน่วย</p> <p>$a = -\frac{2}{3}$</p> <p>จะได้สมการนี้คือ $X = -\frac{2}{3}$</p>	<p>ตัวอย่างที่ 7 นี้ ให้หาสมการของเส้นตรง</p> <p>ซึ่งอยู่ทางซ้ายของแกน Y เป็นระยะ $\frac{2}{3}$</p> <p>หน่วย เนื่องจากเส้นตรงนี้ขนานแกน Y</p> <p>จึงมีสมการอยู่ในรูป $X = a$</p> <p>แต่ค่า X ทางซ้ายของแกน Y มีค่าเป็น</p> <p>ลบ ดังนั้นสมการในที่นี้ คือ $-\frac{2}{3}$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
36	<p><u>คำถามข้อ 7</u></p> <p>ถ้า L เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน ห่างจากแกน Y เป็นระยะเท่ากับ 4 หน่วย สมการคือ _____</p>	<p>จากคำถามข้อ 7 ที่ปรากฏบนจอขณะนี้ กำหนดให้ L เป็นเส้นตรงขนานแกน Y และห่างจากแกน Y 4 หน่วย สมการเส้นตรง L คืออะไร</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>
37	<p><u>คำตอบข้อ 7</u></p> <p>สมการคือ $X = 4$ ดังนั้น $X = \pm 4$</p>	<p>เนื่องจากโจทย์มิได้กำหนดว่าเส้นตรง L ห่างจากแกน Y โดยอยู่ทางซ้ายหรือ ขวาของแกน Y</p> <p>ดังนั้น สมการของเส้นตรง L ในข้อนี้ จึงมี 2 รูปคือ $X = 4$ หรือ $X = -4$</p> <p>นักเรียนบางคนอาจตอบผิด แต่ก็ไม่ เป็นไร ครูหวังว่านักเรียนคงเข้าใจแล้ว</p>



บทโทรทัศน์ เรื่อง "เส้นตรง"
ชุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	จุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด	จุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด
2	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	จุดที่ 5 ที่จะเสนอต่อไปนี้เป็นเรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด ซึ่ง โจทย์จะกำหนดสมการเส้นตรง 1 สมการและจุดอีก 1 จุด ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด ในที่นี้ก็คือ ระยะตั้งฉากจากจุดนั้นถึงเส้นตรง เส้นนั้น นั่นเอง
3		จากแผนภาพให้ L เป็นเส้นตรงที่มีสมการเป็น $AX + BY + C = 0$ และ P เป็นจุดที่มีโคออร์ดิเนต (X_1, Y_1) ระยะห่างจากจุด P ถึงเส้นตรง L ในที่นี้คือ ค่า d นั่นเอง
4	<p><u>สูตร</u> ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด</p> $d = \frac{ Ax_1 + By_1 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ <p>$A \neq 0$, และ $B \neq 0$</p>	<p><u>สูตร</u> ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด</p> $d = \frac{ Ax_1 + By_1 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ <p>เมื่อ $A \neq 0$ และ $B \neq 0$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
5	<p>เมื่อ $Ax + By + C$ เป็นสมการของเส้นตรง L</p> <p>$P(X_1, Y_1)$ เป็นจุดที่กำหนดให้</p> <p>d เป็นระยะห่างระหว่างเส้นตรง L กับ $P(X_1, Y_1)$</p>	<p>ในที่นี้ $Ax + By + C$ เป็นสมการของเส้นตรง L ที่โจทย์กำหนดให้ ส่วน $P(X_1, Y_1)$ เป็นจุดที่โจทย์กำหนดให้และ d คือระยะห่างระหว่างเส้นตรง L กับ $P(X_1, Y_1)$</p>
6	<p>ตัวอย่างที่ 1 ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3X + 4Y = 10$ กับจุดต่อไปนี้เป็นเท่าไร</p> <p>ก. จุด $(0, 0)$</p> <p>ข. จุด $(-2, -1)$</p>	<p>ตัวอย่างที่ 1 จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3X + 4Y = 10$ กับจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้</p> <p>ก. จุด $(0, 0)$</p> <p>ข. จุด $(-2, -1)$</p>
7	<p>ในที่นี้ $AX + BY + C = 0$ คือ</p> $3X + 4Y - 10 = 0$ <p>$A = 3, B = 4, C = -10$</p> <p>จากสูตร $d = \frac{ Ax_1 + By_1 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$</p>	<p>จากสมการ $3X + 4Y = 10$ เมื่อเปลี่ยนเป็นสมการรูปทั่วไป $AX + BY + C = 0$ จะได้สมการ $3X + 4Y - 10 = 0$ ซึ่งมีค่า $A = 3$ $B = 4$ และ $C = -10$</p> <p>จากสูตรระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด</p> $d = \frac{ Ax_1 + By_1 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
8	<p>ก. จุด $(0, 0)$</p> <p>$\therefore (X_1, Y_1) = (0, 0)$</p> $\text{แทนค่า } d = \frac{ 3(0)+4(0)-10 }{\sqrt{3^2+4^2}}$ $= \frac{ -10 }{\sqrt{25}} = \frac{10}{5}$ $= 2$	<p>ข้อ ก. จุดที่กำหนดให้คือจุด $(0, 0)$</p> <p>ดังนั้น (X_1, Y_1) ในที่นี้คือจุด $(0, 0)$</p> <p>แทนค่า A, B, C, X_1, Y_1 ในสมการ จะได้ค่า $d = 2$</p> <p>หมายความว่า จุด $(0, 0)$ อยู่ห่างจาก เส้นตรง $3X + 4Y = 10$ เป็นระยะ ทาง 2 หน่วย</p>
9	<p>ข. จุด $(-2, -1)$</p> <p>$\therefore (X_1, Y_1) = (-2, -1)$</p> $d = \frac{ 3(-2)+4(-1)-10 }{\sqrt{3^2+4^2}}$ $= \frac{ -6-4-10 }{\sqrt{25}}$ $= \frac{ -20 }{5}$ $= 4$	<p>ข้อ ข. จุดที่กำหนดให้คือ $(-2, -1)$</p> <p>ดังนั้น (X_1, Y_1) ในที่นี้คือ $(-2, -1)$</p> <p>แทนค่า A, B, C, X_1, Y_1 ในสมการ จะได้ค่า $d = 4$</p> <p>หมายความว่า จุด $(-2, -1)$ อยู่ห่าง จากเส้นตรง $3X + 4Y = 10$ เป็น ระยะทาง 4 หน่วย</p>
10	โปรดตอบคำถามข้อ 1	โปรดตอบคำถามข้อ 1

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
11	<p><u>คำถามข้อ 1</u></p> <p>เส้นตรงหนึ่งมีสมการเป็น $4X + 3Y - 3 = 0$ จุด $P(-1, 1)$ อยู่ห่างจากเส้นตรงนี้เป็นระยะทางเท่าไร</p>	<p>เส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น $4X + 3Y - 3 = 0$ จงหาว่าจุด $P(-1, 1)$ อยู่ห่างจากเส้นตรงนี้เป็นระยะทางเท่าไร</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
12	<p><u>คำตอบข้อ 1</u></p> <p>จุด P อยู่ห่างจากเส้นตรงนี้ $\frac{4}{5}$ หน่วย</p>	<p>คำตอบข้อ 1</p> <p>จุด P อยู่ห่างจากเส้นตรงนี้เป็นระยะ $\frac{4}{5}$ หน่วย นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า ถ้าตอบผิดก็ไม่ใช่ไร ให้นักเรียนดูค่าเฉลย</p>
13	<p><u>เฉลย</u></p> <p>$AX+BY=C = 0$ คือ $4X+3Y-3=0$</p> <p>$A = 4, B = 3, C = -3$</p> <p>$(X_1, Y_1) = (-1, 1)$</p> $d = \frac{ AX_1+BY_1+C }{\sqrt{A^2+B^2}}$ $= \frac{ 4(-1)+3(1)-3 }{\sqrt{4^2+3^2}}$ $= \frac{ -4+3-3 }{5} = \frac{4}{5}$	<p>จากสมการ $4X + 3Y - 3 = 0$ เมื่อเทียบกับสมการรูปทั่วไป $AX+BY+C = 0$ จะได้ค่า $A = 4, B = 3, C = -3$</p> <p>ในที่นี้ $(X_1, Y_1) = (-1, 1)$</p> <p>แทนค่าในสูตร $d = \frac{ AX_1+BY_1+C }{\sqrt{A^2+B^2}}$</p> <p>จะได้ค่า $d = \frac{4}{5}$ ดังที่ปรากฏบนจอ</p> <p>นักเรียนเข้าใจแล้วใช่ไหม</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
14	<p><u>คำถามข้อ 2</u></p> <p>เส้นตรง $2X + Y - 4 = 0$ มีความชันเท่าไร</p> <p>เส้นตรง $2X + Y + 1 = 0$ มีความชันเท่าไร</p>	<p>ตอบคำถามข้อต่อไปคือ ข้อ 2 เป็นการ ทบทวนความรู้เดิมเล็กน้อย</p> <p>ให้นักเรียนหาความชันของเส้นตรงทั้ง 2 เส้นนี้ คือ $2X + Y - 4 = 0$ และ $2X + Y + 1 = 0$</p> <p>FI คนศรีแล้ว FO</p>
15	<p><u>คำตอบข้อ 2</u></p> <p>เส้นตรง $2X + Y - 4 = 0$ มีความชัน - 2</p> <p>เส้นตรง $2X + Y + 1 = 0$ มีความชัน - 2</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ เส้นตรงทั้ง 2 เส้น มีความชันเท่ากัน คือ $-\frac{A}{B} = -2$</p>
16	<p><u>คำถามข้อ 3</u></p> <p>เส้นตรงที่มีความชันเท่ากัน เส้น ตรง 2 เส้นนั้นจะ _____</p>	<p>คำถามข้อ 3 ถามว่า เมื่อเส้นตรงทั้ง 2 มีความชันเท่ากัน เส้นตรง 2 เส้นนั้น จะมีความสัมพันธ์อย่างไรกัน</p> <p>FI คนศรีแล้ว FO</p>
17	<p><u>คำตอบข้อ 3</u></p> <p>เส้นตรง 2 เส้นนั้นจะขนานกัน</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ เส้นตรง 2 เส้นนั้น จะขนานกัน</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
18	<p>คำถามข้อ 4</p> <p>เส้นตรง $2X+Y-4 = 0$</p> <p>เมื่อเทียบกับ $AX+BY+C = 0$</p> <p>จะได้ $A = \underline{\quad}$ $B = \underline{\quad}$</p> <p>$C = \underline{\quad}$</p>	<p>คำถามข้อ 4</p> <p>กำหนดเส้นตรง $2X+Y-4 = 0$ ให้</p> <p>นักเรียนเทียบกับสมการรูปทั่วไปคือ</p> <p>รูป $AX+BY+C = 0$ แล้วหาค่า $A, B,$</p> <p>และ C</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
19	<p>คำตอบข้อ 4</p> <p>$A = 2, B = 1, C = -4$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ จากสมการ $2X+Y-4 = 0$</p> <p>จะได้ $A = 2, B = 1, C = -4$</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือ เปล่า</p>
20	<p>คำถามข้อ 5</p> <p>เส้นตรง $2X+Y+1 = 0$</p> <p>เมื่อเทียบกับ $AX+BY+C = 0$</p> <p>จะได้ $A = \underline{\quad}$ $B = \underline{\quad}$</p> <p>$C = \underline{\quad}$</p>	<p>คำถามข้อต่อไปคือ คำถามข้อ 5 ให้</p> <p>นักเรียนหาค่า A, B และ C จากสมการ</p> <p>รูปทั่วไป $2X+Y+1 = 0$</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
21	<p>คำตอบข้อ 5</p> <p>$A = 2, B = 4, C = 1$</p>	<p>คำตอบของข้อ 5 จากสมการเส้นตรง</p> <p>$2X+Y+1 = 0$ จะได้ $A = 2, B = 4$</p> <p>$C = 1$</p>



ลำดับที่	ภาพ	เสียง
22	<p>ให้ $L_1 : 2X+Y-4 = 0,$ $A_1 = 2, B_1 = 1, C_1 = -4$ ให้ $L_2 : 2X+Y+1 = 0,$ $A_2 = 2, B_2 = 1, C_2 = 1$ จะได้ $A_1 = A_2 = 2,$ $B_1 = B_2 = 1$ แต่ $C_1 = -4, C_2 = 1$</p>	<p>นักเรียนคงจะเห็นแล้วว่า เส้นตรง 2 เส้นที่ขนานกัน สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร X หรือ A และสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร Y หรือ B ของแต่ละสมการจะมีค่าเท่ากัน จะต่าง กันเฉพาะค่าคงที่ C เท่านั้น</p>
23	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>ในกรณีที่โจทย์กำหนดสมการของ เส้นตรง ที่ขนานกัน 2 เส้น แล้วให้หาระยะห่าง ระหว่างคู่ขนาน นักเรียนคงจะได้เห็นแล้ว ว่าสมการของเส้นตรงที่ขนานกัน ทั้ง 2 เส้น จะมีค่า A และ B เท่ากัน จะ ต่างกันเฉพาะค่า C เท่านั้น ดังนั้น ในการคำนวณหาระยะห่างระหว่าง เส้นคู่ขนาน จึงใช้สูตรที่เปลี่ยนไปเล็กน้อย</p>
24	<p><u>สูตร</u> ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน</p> $d = \frac{ C_1 - C_2 }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ <p>เมื่อ $AX+BY+C_1 = 0$ เป็นสมการ เส้นตรงเส้นที่ 1 และ $AX+BY+C_2 = 0$ เป็นสมการ เส้นตรงเส้นที่ 2</p>	<p><u>สูตร</u> ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน</p> $d = \frac{ C_1 - C_2 }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ <p>เมื่อ $AX+BY+C_1 = 0$ เป็นสมการของ เส้นตรงเส้นที่ 1 และ $AX+BY+C_2 = 0$ เป็นสมการของ เส้นตรงเส้นที่ 2</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
25	<p>ตัวอย่างที่ 2 ระยะห่างระหว่างเส้น คู่ขนาน $X-2Y+5 = 0$ กับ $X-2Y-5 = 0$ เป็นเท่าไร</p>	<p>ให้นักเรียนพิจารณาการหาระยะห่าง ระหว่างเส้นคู่ขนานจากตัวอย่างที่ 2</p>
26	<p>ให้ $L_1: X-2Y+5 = 0$ $L_2: X-2Y-5 = 0$ $A = 1, B = -2, C_1 = 5,$ $C_2 = -5$</p>	<p>ให้ L_1 คือสมการ $X-2Y+5 = 0$ และ L_2 คือสมการ $X-2Y-5 = 0$ จะได้ค่า A ของทั้ง 2 สมการเท่ากัน คือ 1 และค่า B ของทั้ง 2 สมการ ก็เท่ากันคือ -2 ส่วน $C_1 = 5$ แต่ $C_2 = -5$</p>
27	<p>จากสูตรระยะห่างระหว่างคู่ขนาน</p> $d = \frac{ C_1 - C_2 }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ $= \frac{ 5 - (-5) }{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$ $= \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ $= \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5} \text{ หน่วย}$	<p>แทนค่า A, B, C_1 และ C_2 ในสูตร จะได้ค่า $d = \frac{10}{\sqrt{5}}$ เมื่อทำส่วนให้เป็น จำนวนเต็ม โดยนำ $\sqrt{5}$ คูณทั้งเศษ และส่วนจะได้ค่า $d = 2\sqrt{5}$ หน่วย</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
28	<p>ตัวอย่างที่ 3 กำหนดเส้นคู่ขนาน</p> $3X+4Y-7 = 0 \quad \text{และ}$ $3X+4Y+3 = 0$	<p>ตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนหาระยะห่าง ระหว่างเส้นคู่ขนาน $3X+4Y-7 = 0$ และ $3X+4Y+3 = 0$</p>
29	โปรดตอบคำถามข้อ 6	
30	<p>คำถามข้อ 6</p> <p>ให้ $L_1: 3X+4Y-7 = 0$</p> <p>$L_2: 3X+4Y+3 = 0$</p> <p>$A = \underline{\hspace{1cm}} \quad B = \underline{\hspace{1cm}} \quad C_1 = \underline{\hspace{1cm}}$</p> <p>$C_2 = \underline{\hspace{1cm}}$</p>	<p>คำถามข้อ 6 จากโจทย์ที่กำหนดให้ใน ตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนหาค่า A, B, C_1 และ C_2</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
31	<p>คำตอบข้อ 6</p> <p>ให้ $L_1: 3X+4Y-7 = 0$</p> <p>$L_2: 3X+4Y+3 = 0$</p> <p>$A = 3, B = 4 \quad C_1 = -7$</p> <p>$C_2 = 3$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ</p> <p>$A = 3, B = 4, C_1 = -7$ และ $C_2 = 3$</p> <p>นักเรียนตอบถูกใช้ไหม</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
32	<p>คำถามข้อ 7</p> <p>ระยะห่างระหว่าง L_1 และ L_2 เป็นเท่าไร</p>	<p>จากข้อมูลที่ปรากฏบนจอให้นักเรียนหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน L_1 และ L_2</p> <p>FI คนครีแล้ว-FO</p>
33	<p>คำตอบข้อ 7</p> <p>ระยะห่างระหว่าง $3X+4Y-7 = 0$ และ $3X+4Y+3 = 0$ มีค่าเท่ากับ 2 หน่วย</p>	<p>คำตอบของข้อ 7 ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนานทั้งสองมีค่าเท่ากับ 2 หน่วย</p> <p>ให้นักเรียนพิจารณาวิธีทำที่ครูจะเฉลยให้ดู</p>
34	<p>วิธีทำ จากสูตร</p> $d = \frac{ C_1 - C_2 }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ <p>$A = 3, B = 4, C_1 = -7$</p> <p>$C_2 = 3$</p> <p>แทนค่า $d = \frac{ -7 - 3 }{\sqrt{3^2 + 4^2}}$</p> $= \frac{ -10 }{\sqrt{25}} = \frac{10}{5}$ $= 2$	<p>ใช้สูตรระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน</p> $d = \frac{ C_1 - C_2 }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ <p>แทนค่า $C_1 = -7, C_2 = 3, A = 3, B = 4$</p> <p>จะได้ค่า $d = 2$ หน่วย</p> <p>หมายความว่า ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนานทั้ง 2 มีค่า 2 หน่วย</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
35	โปรดตอบคำถามข้อ 8	โปรดตอบคำถามข้อ 8
36	<p>คำถามข้อ 8</p> <p>ระยะห่างระหว่างเส้นตรง</p> $3X-4Y-7 = 0$ <p>และ $3X-4Y+8 = 0$ เป็นเท่าไร</p>	<p>ให้นักเรียนหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง</p> $3X-4Y-7 = 0 \text{ และ } 3X-4Y+8 = 0$ <p>FI คนครีแล้ว FO</p>
37	<p>คำตอบข้อ 8</p> <p>เส้นคู่ขนานทั้ง 2 มีระยะห่าง</p> <p>3 หน่วย</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ ระยะห่างระหว่าง</p> <p>เส้นคู่ขนานทั้ง 2 มีค่า 3 หน่วย</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่านั้น</p>
38	<p>สรุป</p> <p>๗. สูตรระยะห่างระหว่างจุดกับ</p> <p>เส้นตรง</p> $d = \frac{ AX_1 + BY_1 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$	

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
39	<p>2. สูตรระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน</p> $d = \frac{ c_1 - c_2 }{\sqrt{A^2 + B^2}}$	

บทโทรทัศน์เรื่อง "ฟังก์ชัน" มี 5 ชุดย่อย

ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

ชุดที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

ชุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท

ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส

ชุดที่ 5 พีชคณิตของฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



บทโทรทัศน์ เรื่อง "ฟังก์ชัน"

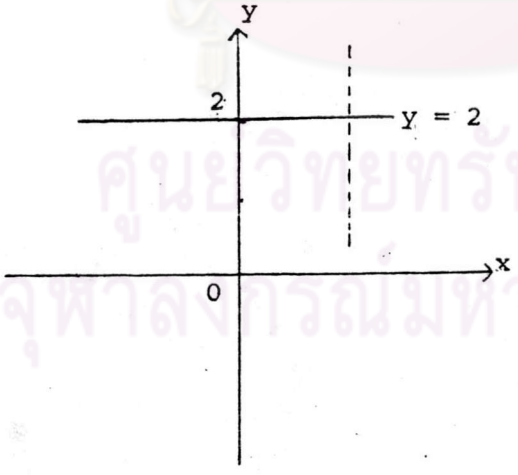
ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

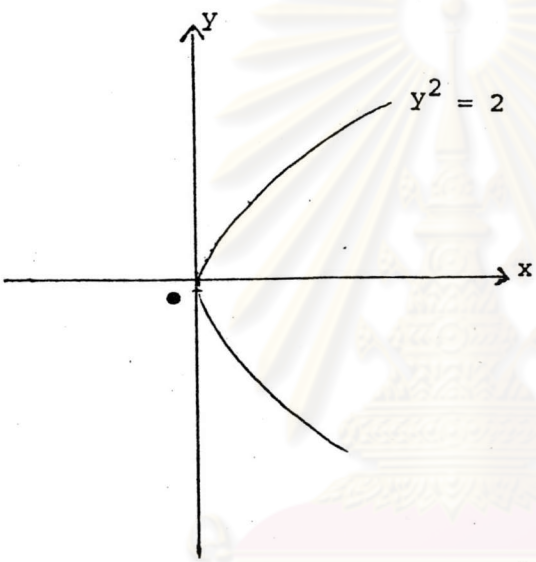
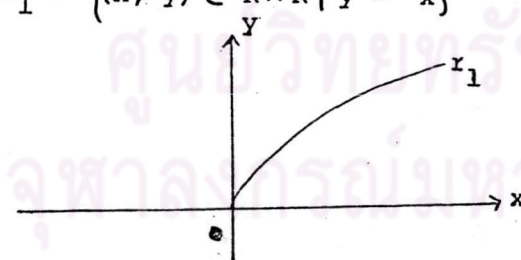
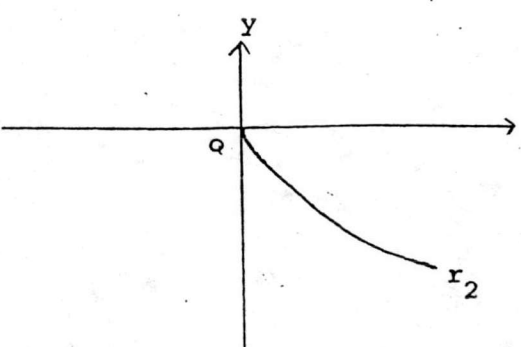
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

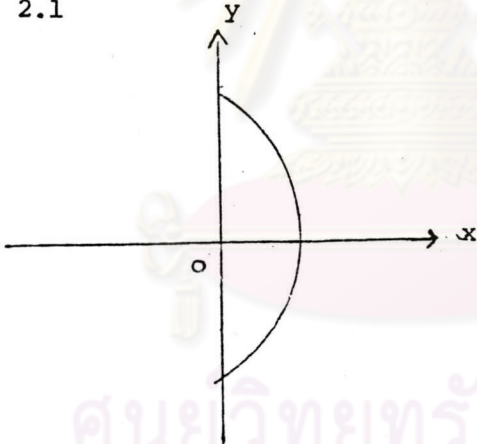
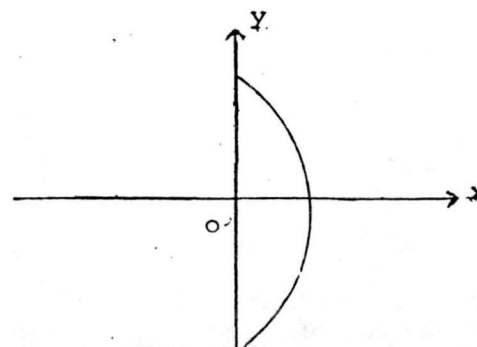
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	ฟังก์ชัน	ฟังก์ชัน
2	ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน	ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน
3	ชุดที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ	ชุดที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ
4	ชุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท	ชุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท
5	ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส	ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส
6	ชุดที่ 5 พิสูจน์ของฟังก์ชัน	ชุดที่ 5 พิสูจน์ของฟังก์ชัน
7	ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน	ชุดที่ 1 ที่จะเสนอเป็นอันดับแรกคือ ความหมายของฟังก์ชัน

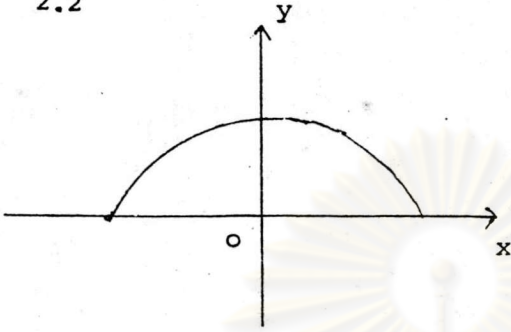
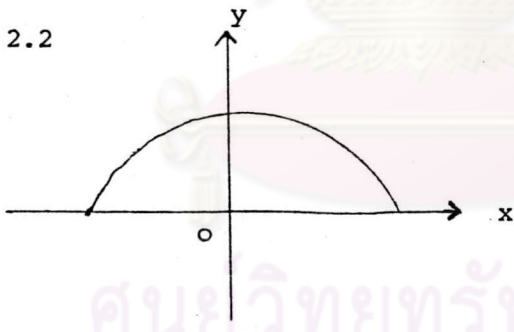
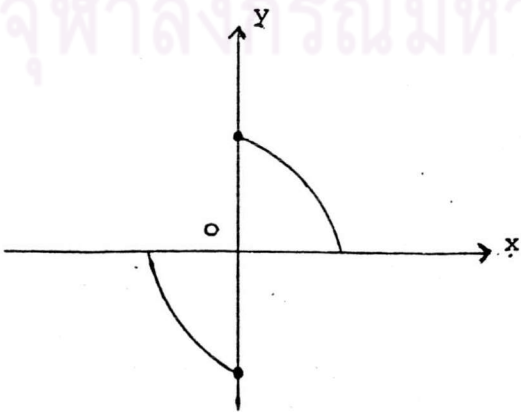
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
8	<p>ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่อันดับของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้า เหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน</p>	<p>นิยามของฟังก์ชันคือ ความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่อันดับใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้าสมาชิกตัวหน้า เหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน หรือกล่าวได้ว่า ฟังก์ชันคือ เซตของคู่อันดับ ซึ่งสมาชิกตัวหน้าต้องไม่ซ้ำกัน ถ้าสมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน สมาชิกตัวหลังก็ต้องซ้ำด้วย</p>
9	<p><u>ตัวอย่าง 1</u> ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน</p> $r_1 = \{(0,1), (1,2), (2,3), (3,1)\}$ $r_2 = \{(0,3), (1,1), (2,1), (3,4)\}$ $r_3 = \{(0,2), (1,2), (0,2), (2,3)\}$	<p>ภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้ คือ ตัวอย่างของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน ทั้ง r_1 และ r_2 เป็นฟังก์ชัน เพราะสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไม่ซ้ำกัน สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับซ้ำกันได้ ส่วน r_3 ถึงแม้มีคู่อันดับที่สมาชิกตัวหน้าซ้ำกันคือ 0 แต่สมาชิกตัวหลังก็เหมือนกันด้วย คือ 2 ดังนั้น r_3 ก็เป็นฟังก์ชันด้วย</p>
10	<p><u>ตัวอย่าง 2</u> ความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน</p> $r_1 = \{(1,a), (2,b), (3,d), (2,e)\}$ $r_2 = \{(0,0), (1,1), (1,-1), (4,2)\}$	<p>จากตัวอย่างที่ 2 เป็นความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะมีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน คือคู่อันดับ (2,b) (2,e) และคู่อันดับ (1,1) และ (1,-1)</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
11	โปรดตอบคำถามที่ 1	โปรดตอบคำถามที่ 1
12	<p>1. ความสัมพันธ์ไคบ้างฟังก์ชัน</p> $r_1 = \{(1, a), (1, b), (2, a), (3, c)\}$ $r_2 = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$ $r_3 = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$ $r_4 = \{(1, a), (2, b), (3, d), (1, a)\}$	<p>คำถามที่ 1 จากความสัมพันธ์ r_1, r_2, r_3 และ r_4 ที่กำหนดให้ความสัมพันธ์ไคบ้างที่เป็นฟังก์ชัน</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้ว FO</p>
13	<p><u>คำตอบที่ 1</u></p> <p>r_2, r_3, r_4 เป็นฟังก์ชัน</p> <p>1. ความสัมพันธ์ไคบ้างฟังก์ชัน</p> $r_1 = \{(1, a), (1, b), (2, a), (3, c)\}$ $r_2 = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$ $r_3 = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$ $r_4 = \{(1, a), (2, b), (3, d), (1, a)\}$	<p>ค่าเฉลี่ยคือ r_1, r_2 และ r_4 เป็นฟังก์ชันเพราะ r_2 และ r_3 ไม่มีคู่อันดับใดที่สมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน ส่วน r_4 ถึงแม้จะมีสมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน แต่สมาชิกตัวหลังก็ซ้ำด้วย r_4 จึงเป็นฟังก์ชัน ส่วน r_1 มีคู่อันดับที่สมาชิกตัวหน้าซ้ำกันแต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน คือ $(1, a)$ และ $(1, b)$ ดังนั้น r_1 จึงไม่เป็นฟังก์ชัน</p>

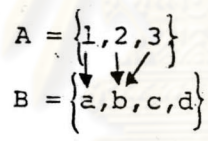
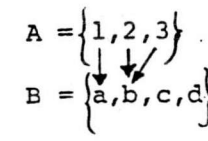
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
14	<p>จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p>	<p>การพิจารณาว่าความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชันหรือไม่ อาจพิจารณาจากกราฟของความสัมพันธ์นั้น โดยลากเส้นขนานกับแกน Y คัดกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ถ้ามีจุดตัดหนึ่งจุด ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นฟังก์ชัน แต่ถ้าลากเส้นขนานแกน Y เพียงเส้นเดียวตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุดแล้ว ความสัมพันธ์นั้นจะไม่เป็นฟังก์ชัน</p>
15	<p>ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่ากราฟของ $r = \{(x, Y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid Y = 2\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่</p> 	<p>นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ที่มีสมการเป็น $Y = 2$ จะได้กราฟเป็นเส้นตรงขนานแกน X ดังในภาพ</p> <p>เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟของ r เพียงจุดเดียว ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
16	<p>ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่ากราฟของ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่</p> 	<p>ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนพิจารณาว่ากราฟของสมการ $y^2 = x$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ สมการ $y^2 = x$ ให้กราฟเป็นรูปพาราโบลา ซึ่งมีแกน x เป็นแกนสมมาตร และมีจุดยอดอยู่ที่จุด $(0,0)$ ดังภาพที่ปรากฏบนจอ</p> <p>เมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน y ตัดกราฟของ r จะได้จุดตัด 2 จุด ดังนั้นความสัมพันธ์ r นี้ จึงไม่เป็นฟังก์ชัน</p>
17	<p>$r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x\}$</p>  	<p>สำหรับความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน เราสามารถหาสลับเซตของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้ ดังตัวอย่างเดิมเมื่อหาสลับเซต จะได้กราฟดังภาพที่ปรากฏบนจอ</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
18	โปรดตอบคำถามข้อ 2	โปรดตอบคำถามข้อ 2
19	2. กราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่	คำถามข้อที่ 2 ถามว่า กราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่ FI คนตรีแล้ว FO
20	2.1 	กราฟข้อ 2.1 ได้ปรากฏบนจอแล้ว ให้ นักเรียนพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ FI คนตรีแล้ว FO
21	คำตอบข้อ 2.1 ไม่เป็นฟังก์ชัน	คำตอบที่ถูกต้องคือ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ ลากเส้นขนานแกน Y ตัดกราฟเกิน 1 จุด
	2.1 	

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
22	<p>2.2</p> 	<p>ให้นักเรียนพิจารณากราฟข้อ 2.2 ว่า เป็นฟังก์ชันหรือไม่</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>
23	<p>คำตอบข้อ 2.2. เป็นฟังก์ชัน</p> <p>2.2</p> 	<p>คำตอบของข้อ 2.2 คือ เป็นฟังก์ชัน เพราะลากเส้นตรงขนานแกน Y ตัดกราฟเพียง 1 จุด</p>
24		<p>กราฟข้อ 2.3 เป็นฟังก์ชันหรือไม่</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
<p>25</p>	<p style="text-align: center;"><u>คำตอบข้อ 2.3</u></p> <p style="text-align: center;">ไม่เป็นฟังก์ชัน</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ ไม่เป็นฟังก์ชันเพราะถ้าลากเส้นตรงทึบแกน Y จะตัดกราฟ 2 จุด เนื่องจากจุดปลายของกราฟที่อยู่บนแกน Y เป็นจุดทึบ ซึ่งหมายถึงจุด 2 จุดนั้นอยู่บนกราฟ แต่ถ้าเป็นจุดทึบ 1 จุด จุดโปร่ง 1 จุด ดังที่ปรากฏบนจอขณะนี้กราฟ จะเป็นฟังก์ชัน เพราะถ้าลากเส้นตรงทึบแกน Y หรือขนานแกน Y จะเกิดจุดตัดกราฟเพียงจุดเดียว</p>
<p>26</p>	<p style="text-align: center;">ตัวอย่างที่ 3</p> $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d, e\}$	<p>นักเรียนรู้จักโดเมนและเรนจ์มาแล้วในเรื่องของความสัมพันธ์ กรณีที่ความสัมพันธ์นั้น เป็นฟังก์ชัน จะเรียกโดเมนและเรนจ์นั้นว่า โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน ให้นักเรียนพิจารณาฟังก์ชันที่ได้จากการจับคู่ระหว่างสมาชิกของเซต A และ เซต B ดังตัวอย่างต่อไปนี้</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
	$f = \{(1,a) (2,b) (3,c) (4,d)\}$ $\therefore D_f = \{1,2,3,4\} = A$ $R_f = \{a,b,c,d\} \subset B$	<p>ในตัวอย่างที่ 3 กำหนดเซต $A = \{1,2,3,4\}$ และเซต $B = \{a,b,c,d,e\}$ เมื่อจับคู่สมาชิกจะได้ฟังก์ชัน f คือเซตของคู่อันดับ $(1,a), (2,b), (3,c)$ และ $(4,d)$ ซึ่งจะได้โคโดเมนของ f เท่ากับ $\{1,2,3,4\}$ ซึ่งเท่ากับเซต A ส่วนเรนจ์ของ f เท่ากับ $\{a,b,c,d\}$ ซึ่งเป็นสับเซตของ B</p>
	<p>ตัวอย่างที่ 4</p> $A = \{1,2,3\}$ $B = \{a,b,c,d\}$ 	<p>จากตัวอย่างที่ 4 กำหนด $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{a,b,c,d\}$ ให้นักเรียนสังเกตการจับคู่ของสมาชิกในเซต A และ B และเขียนฟังก์ชันที่ได้ โดยเติมคำตอบในข้อ 3</p>
<p>29</p>	<p>คำถามข้อ 3</p> <p>3. $f =$ _____</p> <p>ตัวอย่างที่ 4</p> $A = \{1,2,3\}$ $B = \{a,b,c,d\}$ 	<p>FI คนตรีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
	<p><u>คำตอบข้อ 3</u></p> <p>3. $f = \{(1,a) (2,b) (3,b)\}$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ f เป็นเซตของ $(1,a), (2,b), (3,b)$ นักเรียนตอบถูกหรือเปล่านั้นขึ้นอยู่กับให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 4</p>
31	<p><u>คำถามข้อ 4</u></p> <p>1. $D_f = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>2. $R_f = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p><u>คำตอบข้อ 3</u></p> <p>3. $f = \{(1,a) (2,b) (3,b)\}$</p>	<p>คำถามข้อ 4</p> <p>จาก f ที่หาได้จากข้อ. 3 ให้นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์ของ f</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้ว FO</p>
32	<p><u>คำตอบข้อ 4</u></p> <p>1. $D_f = \{1,2,3\} = A$</p> <p>2. $R_f = \{a,b\} \subset B$</p>	<p>คำตอบข้อ 4 จะได้</p> <p>$D_f = \{1,2,3\}$ ซึ่งเท่ากับเซต A</p> <p>$R_f = \{a,b\}$ ซึ่งเป็นสับเซตของเซต B</p>
33	<p><u>ตัวอย่างที่ 5</u></p> <p>$A = \{1,2,3,4,5\}$</p> <p>$B = \{a,b,c,d\}$</p>	<p>จากตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้</p> <p>$A = \{1,2,3,4,5\}$ $B = \{a,b,c,d\}$</p> <p>ให้นักเรียนสังเกตการจับคู่ของสมาชิก แล้วตอบคำถามข้อ 5</p>

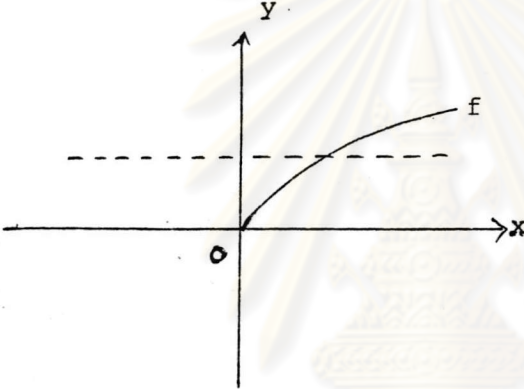
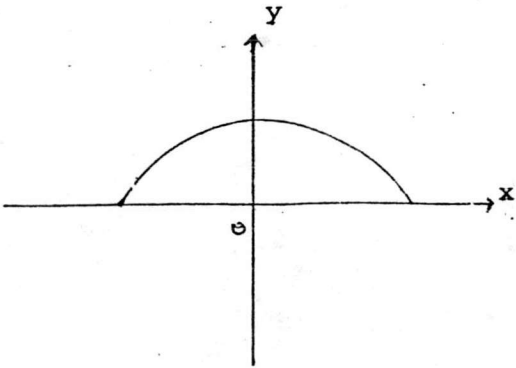
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
34	<p>คำถามข้อ 5</p> <p>5. $f = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <hr/> <p>ตัวอย่างที่ 5</p> $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{a, b, c, d\}$	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 5</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
35	<p>คำตอบข้อ 5</p> <p>5. $f = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, c), (5, d)\}$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว</p> <p>นักเรียนตอบถูกใช้ไหม เก่งมาก</p> <p>ต่อไปเป็นคำถามข้อที่ 6</p>
36	<p>คำถามข้อ 6</p> <p>$D_f = \underline{\hspace{2cm}}$ และมีความสัมพันธ์ อย่างไรกับ A</p> <p>$R_f = \underline{\hspace{2cm}}$ และมีความสัมพันธ์ อย่างไรกับ B</p> <hr/> <p>คำตอบข้อ 6</p> <p>5. $f = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, c), (5, d)\}$</p>	<p>คำถามข้อ 6</p> <p>โดเมนของ f คือเซตใด และมีความสัมพันธ์อย่างไรกับเซต A</p> <p>เรนจ์ของ f คือเซตใด และมีความสัมพันธ์อย่างไรกับเซต B</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>

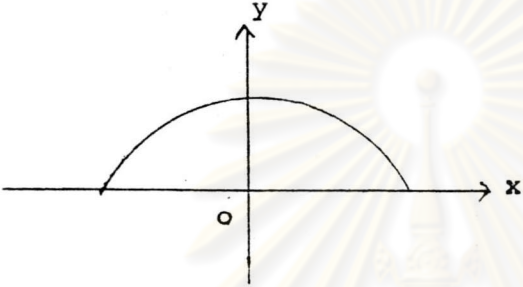
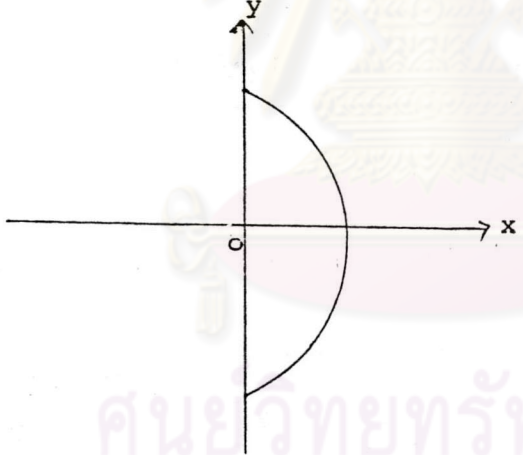
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
37	<p>คำตอบข้อ 6</p> $D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\} = A$ $R_f = \{a, b, c, d\} \subset B$	<p>คำตอบที่ถูกต้องของข้อ 6 คือ</p> <p>โดเมนของ $f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ซึ่งเท่ากับเซต A และเรนจ์ของ $f = \{a, b, c, d\}$ ซึ่งเท่ากับเซต B หรือกล่าวได้ว่า เรนจ์ของ f เป็นสับเซตของเซต B ก็ได้</p>
38	<p>ตัวอย่างที่ 3 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d, e\}$</p> <p>ตัวอย่างที่ 4 $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{a, b, c, d\}$</p> <p>ตัวอย่างที่ 5 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{a, b, c, d\}$</p>	<p>จากตัวอย่างที่ 3, 4 และ 5 ที่เมื่อครุ่นนี้ ล้วนแต่เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเท่ากับเซต A และมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B เรียกฟังก์ชันที่มีคุณสมบัติ เช่นนี้ว่า ฟังก์ชันจาก A ไป B</p>
39	<p>ฟังก์ชันจาก A ไป B คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ A และมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B</p> <p>$\therefore D_f = A, R_f \subset B$</p> <p>เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์</p> $f : A \rightarrow B$	<p>ฟังก์ชันจาก A ไป B คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเท่ากับเซต A และเรนจ์ของฟังก์ชันเป็นสับเซตของเซต B</p>

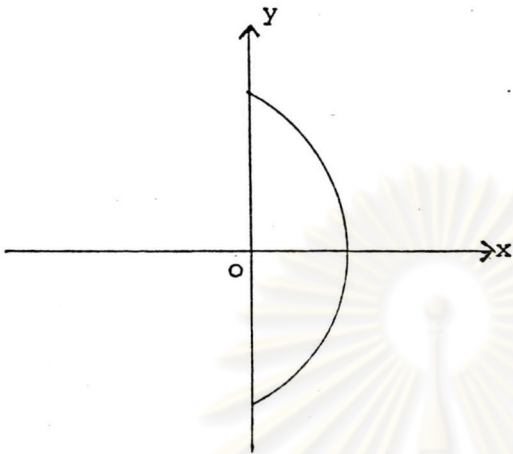
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
40	<p>ตัวอย่างที่ 5 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{a, b, c, d\}$</p> <p>$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\} = A$ $R_f = \{a, b, c, d\} = B$</p>	<p>จากตัวอย่างที่ 5 เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเท่ากับเซต A และเรนจ์ของฟังก์ชันเท่ากับเซต Bพอดี หรือกล่าวได้ว่า เรนจ์เป็นสับเซตของ B เรียกฟังก์ชันจาก A ไป B ซึ่งมีเรนจ์เท่ากับเซต B พอดีนี้ว่า เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B</p>
41	<p><u>ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B</u> คือฟังก์ชันจาก A ไป B ที่มีโดเมนของฟังก์ชันคือ A และเรนจ์ของฟังก์ชันคือ B</p>	<p>ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็คือฟังก์ชันจาก A ไป B ซึ่งมีโดเมนเท่ากับเซต A และเรนจ์ของฟังก์ชันเท่ากับเซต B พอดี</p>
42	<p>ตัวอย่างที่ 6 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d\}$</p>	<p>จากตัวอย่างที่ 6 ที่ปรากฏบนจอขณะนี้ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 7</p>
43	<p><u>คำถามข้อ 7</u></p> <p>7. $f =$ _____</p> <p>$D_f =$ _____</p> <p>$R_f =$ _____</p> <p>ตัวอย่างที่ 6 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d\}$</p>	<p>FI คนครแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
44	<p><u>คำตอบข้อ 7</u></p> $f = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$ $D_f = \{1, 2, 3, 4\}$ $R_f = \{a, b, c, d\}$	<p>นักเรียนตอบคำถามข้อ 7 ถูกหรือเปล่า ตอบถูกใช้ใหม่ และให้นักเรียนตอบคำถาม ข้อ 8 คือไป คือ ฟังก์ชันที่ได้จากตัวอย่าง ที่ 6 ซึ่งปรากฏบนจอขณะนี้เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่</p> <p style="text-align: center;">FI คนครีแล้ว FO</p>
	<p><u>ตัวอย่างที่ 6</u></p> $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d\}$	
45	<p><u>คำตอบข้อ 8</u></p> <p>f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B</p>	<p>คำตอบของข้อ 8 คือ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B เพราะ โดเมนของ f เท่ากับเซต A และ เรนจ์ของ f เท่ากับเซต B</p>
	<p><u>ตัวอย่างที่ 6</u></p> $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d\}$	
46	<p><u>ตัวอย่างที่ 6</u></p> $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d\}$	<p>ให้นักเรียนพิจารณาการจับคู่ของสมาชิก ในเซต A และเซต B อีกครั้ง ถ้าสังเกต ให้ดีจะพบว่า สมาชิกแต่ละตัวของเซต B จะถูกจับคู่โดยสมาชิกของเซต A เพียง ตัวเดียวเท่านั้น เรียกฟังก์ชันที่มีคุณสมบัติ เช่นนี้ว่า ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง</p>
	<p><u>ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง</u> คือ ฟังก์ชันที่ สมาชิกแต่ละตัวของ B ถูกจับคู่โดย สมาชิกของ A เพียงตัวเดียวเท่านั้น</p>	

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
47	<p><u>ตัวอย่างที่ 6.</u></p> $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d\}$ <hr/> <p>ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B เขียนแทนด้วย $f : A \xrightarrow[\text{ทั่วถึง}]{1-1} B$</p> $D_f = A, R_f = B$	<p>และจากตัวอย่างที่ 6 นี้ นอกจากจะเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแล้วยังเป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B อีกด้วย จึงเรียกว่าเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B</p>
48	<p><u>ตัวอย่างที่ 3</u></p> $A = \left\{ \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \right\}$ $B = \{a, b, c, d, e\}$ <hr/> <p>ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B เขียนแทนด้วย $f : A \xrightarrow{1-1} B$</p> $D_f = A, R_f \subset B$	<p>ส่วนตัวอย่างที่ 3 นี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B เพราะมีโดเมนเท่ากับ เซต A และเรนจ์เป็นสับเซตของ B นอกจากนี้สมาชิกของเซต B ถูกจับคู่โดยสมาชิกของ A เพียงตัวเดียวเท่านั้น</p>
49	<p>จับภาพครูผู้สอนครั้งตัว</p>	<p>ครูจะขอสรุปอีกครั้งหนึ่ง ฟังก์ชันที่ใจหยาบกำหนดให้ จะเป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือเป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือนักเรียนพิจารณาเรนจ์ของฟังก์ชันนั้นคือถ้าเรนจ์ของฟังก์ชันเป็นสับเซตของเซต B ฟังก์ชันนั้นจะเป็นฟังก์ชันจาก A ไป B แต่ถ้าเรนจ์ของฟังก์ชันนั้นเท่ากับเซต B พอดี จะเรียกว่า ฟังก์ชันนั้นเป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
		<p>การที่ฟังก์ชันที่โจทย์กำหนดให้จะเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ นักเรียนพิจารณาว่าสมาชิกแต่ละตัวของ B จับคู่กับสมาชิกของ เซต A เพียงครั้งเดียวหรือไม่</p>
<p>50</p>		<p>ถ้าฟังก์ชันที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในรูปกราฟดังที่ปรากฏบนจอและ เมื่อต้องการจะตรวจสอบว่าฟังก์ชันนี้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ ให้นักเรียนลากเส้นตรงขนานกับแกน X ถ้าเกิดจุดตัดเพียงจุดเดียว ฟังก์ชันนั้นก็จะ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง</p>
<p>51</p>	<p>คำถามข้อ 9 กราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่</p>	<p>ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 9 คือพิจารณาว่า กราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่</p>
<p>52</p>		<p>กราฟข้อ 9.1 ได้ปรากฏบนจอแล้ว ให้นักเรียนพิจารณาว่า เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
53	<p data-bbox="431 426 609 465"><u>คำตอบข้อ 9.1</u></p> <p data-bbox="431 487 725 526">ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง</p> 	<p data-bbox="887 487 1341 526">คำตอบที่ถูกต้องคือ ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1</p> <p data-bbox="887 547 1362 586">เพราะลากเส้นขนานกับแกน X จะได้จุด</p> <p data-bbox="887 607 1050 646">ตัดเกิน 1 จุด</p>
54		<p data-bbox="926 1103 1389 1142">กราฟข้อ 9.2 ที่ปรากฏบนจอขณะนี้ เป็น</p> <p data-bbox="926 1164 1222 1203">ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่</p> <p data-bbox="1098 1276 1353 1315">FI คนศรีแล้ว FO</p>
55	<p data-bbox="402 1621 550 1660"><u>คำตอบ 9.2</u></p> <p data-bbox="397 1681 801 1720">ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1 เพราะไม่เป็น</p> <p data-bbox="397 1742 480 1780">ฟังก์ชัน</p>	

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
56		<p>คำตอบของข้อ 9.2 คือไม่เป็นฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่ง ถึงแม้นักเรียนจะลากกราฟ ขนานแกน x และได้จุดตัดเพียงจุดเดียว กราฟนี้ก็ไม่ใช่ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เนื่องจาก ถ้านักเรียนลากเส้นตรงขนานกับแกน y จะตัดกราฟเกิน 1 จุด ซึ่งสรุปได้ว่า กราฟนี้ไม่ใช่ฟังก์ชัน ดังนั้นถ้ากราฟนี้ ไม่ใช่ฟังก์ชัน ก็กล่าวได้ว่า กราฟนี้จะ ไม่ใช่ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จึงสรุปได้ว่า ก่อนที่นักเรียนจะตรวจสอบว่า กราฟที่ ใจห้กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง หรือไม่ ต้องมีข้อตกลงกันก่อนว่า กราฟ นั้นต้อง เป็นฟังก์ชันเสียก่อน</p>

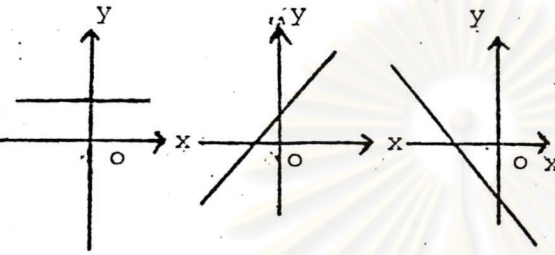
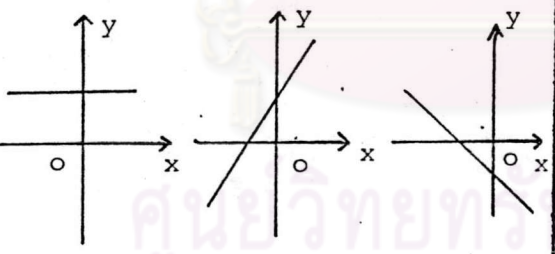
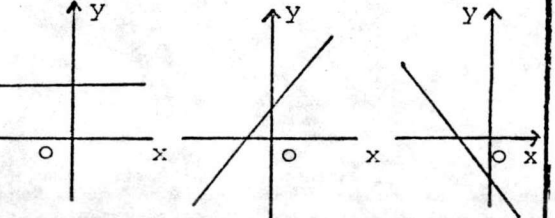


บทโทรทัศน์ เรื่อง "ฟังก์ชัน"

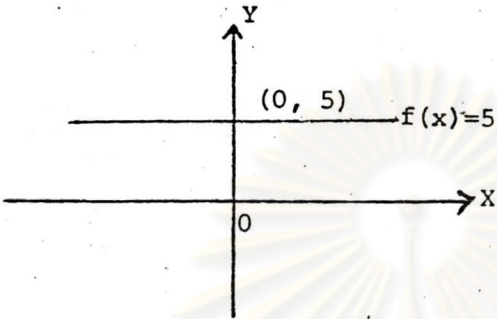
ชุดที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	<p>ชุดที่ 2 หังก์ชั้นชนิดค่าง ๆ</p>	<p>หังก์ชั้นชนิดค่าง ๆ</p> <p>FI คนศรีแล้ว FO</p>
2	<p>จับภาพคำครูสอนเครื่องตัว</p> <p>1. หังก์ชั้นพิชคณิต</p> <p>2. หังก์ชั้นอดิคัย</p>	<p>โดยทั่วไปหังก์ชั้นแบ่งออกเป็นสองชนิดคือ</p> <p>1. หังก์ชั้นพิชคณิต</p> <p>2. หังก์ชั้นอดิคัย</p>
3	<p>I หังก์ชั้นพิชคณิต</p> <p>1. หังก์ชั้นเชิงเส้น</p> <p>2. หังก์ชั้นค่าสัมบูรณ์</p> <p>3. หังก์ชั้นขั้นบันได</p> <p>4. หังก์ชั้นกำลังสอง</p> <p>5. หังก์ชั้นพหุนาม</p>	<p>หังก์ชั้นพิชคณิต ยังแบ่งออกเป็นชนิดค่าง ๆ</p> <p>ได้อีก 5 ชนิดดังนี้</p> <p>1. หังก์ชั้นเชิงเส้น</p> <p>2. หังก์ชั้นเชิงสัมบูรณ์</p> <p>3. หังก์ชั้นขั้นบันได</p> <p>4. หังก์ชั้นกำลังสอง</p> <p>5. หังก์ชั้นพหุนาม</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
4	<p style="text-align: center;">1. หังกัซันเชิงเส้น</p> 	<p>อันคัมแรกมาทำความเข้าใจกับหังกัซัน เชิงเส้นเสียก่อน จากกราฟที่ปรากฏบนจอขณะนี้ ให้ นักเรียนตอบคำถามข้อ 1</p>
5	<p><u>คำถามข้อ 1</u> กราฟต่อไปนี้ เป็นหังกัซัน หรือไม่</p> 	<p>กราฟที่ปรากฏบนจอขณะนี้ เป็นหังกัซัน หรือไม่ FI คนครีแล้ว FO</p>
6	<p><u>คำตอบข้อ 1</u> กราฟทั้ง 3 เป็นหังกัซัน</p>	<p>คำตอบของข้อ 1 กราฟทั้ง 3 เป็น หังกัซัน เพราะลากเส้นตรงขนานแกน Y จะได้จุดคี่ 1 จุด</p>
		<p>หังกัซันทั้ง 3 นี้ให้กราฟเป็นรูปเส้นตรง จึงเรียกหังกัซันทั้ง 3 นี้ว่า หังกัซันเชิงเส้น</p>

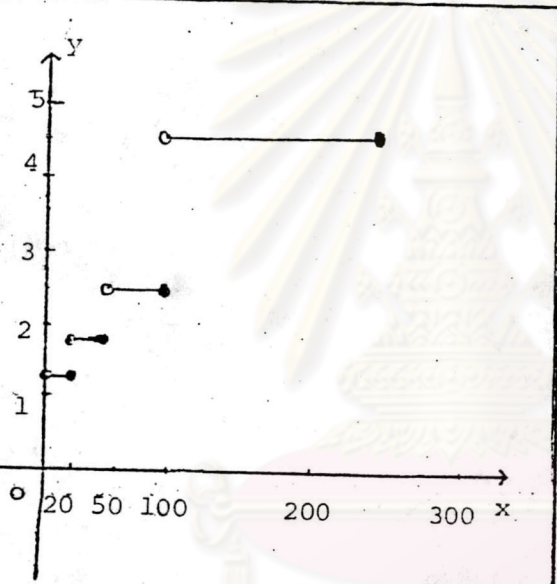
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
7	<p>ฟังก์ชันเชิงเส้น คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax+b$ เมื่อ $a, b \in \mathbb{R}$</p>	<p>ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax+b$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง</p>
8	<p>ฟังก์ชันเชิงเส้นให้กราฟเป็นรูปเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน Y</p>	<p>ฟังก์ชันเชิงเส้นให้กราฟเป็นรูปเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน Y นักเรียนทราบเหตุผลหรือเปล่าว่า ทำไมฟังก์ชันเชิงเส้นจึงให้กราฟเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน Y นักเรียนยังจำได้ไหมว่าการจะตรวจสอบว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ให้ลากเส้นตรงขนานแกน Y ถ้าตัดกราฟเกิน 1 จุด กราฟนั้นจะไม่เป็นฟังก์ชัน ดังนั้นฟังก์ชันเชิงเส้น จึงให้กราฟเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน Y</p>
9	<p>จากฟังก์ชันเชิงเส้น $f(x) = ax+b$ เมื่อ $a = 0$ จะได้ $f(x) = b$ เรียกฟังก์ชันนี้ว่า "ฟังก์ชันคงตัว"</p>	<p>จากฟังก์ชันเชิงเส้น $f(x) = ax+b$ เมื่อ $a = 0$ จะได้ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = b$ เรียกฟังก์ชันนี้ว่า "ฟังก์ชันคงตัว"</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
10	<p>ตัวอย่าง เช่น $f(x) = 5$</p> 	<p>กราฟของฟังก์ชันคงตัว จะเป็นเส้นตรงขนานแกน X และกราฟจะทับแกน X พอดี ถ้า $b = 0$ ก็คือ $f(x) = 0$ นั่นเอง</p>
11	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	<p>นักเรียนคงจะรู้จักแล้วใช่ไหมว่า ฟังก์ชันเชิงเส้นตรง เป็นฟังก์ชันที่มีลักษณะสมการเป็นอย่างไร และให้กราฟเป็นรูปอะไรต่อไปเราทำความรู้จักกับฟังก์ชันชนิดที่สอง</p>
12	<p>2. ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์</p>	<p>2. ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์</p> <p>ที่ปรากฏบนจอขณะนี้ คือ กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ทั้งสิ้น ให้นักเรียนพิจารณากราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ในลักษณะต่าง ๆ ดังนี้</p> <p>กราฟรูปที่ 1 คือ $f(x) = x$ กราฟรูปที่ 2 คือ $f(x) = - x$ กราฟรูปที่ 3 คือ $f(x) = x-2$ และ กราฟรูปที่ 4 คือ $f(x) = x+2$</p>



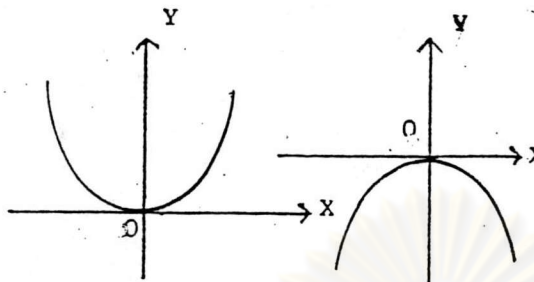
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
13	<p>หิ้งกัซันคำศัพท์ คือ หิ้งกัซันที่มีเครื่องหมายคำศัพท์ปรากฏอยู่</p>	<p>หิ้งกัซันคำศัพท์ คือ หิ้งกัซันที่มีเครื่องหมายคำศัพท์ปรากฏอยู่</p>
14	<p>3. <u>หิ้งกัซันขึ้นบันได</u></p>	<p>ชนิดที่ 3 คือ หิ้งกัซันขึ้นบันได</p>
15	<p><u>หิ้งกัซันขึ้นบันได</u> คือ หิ้งกัซันที่มีคำคงที่เป็นช่วง ๆ กราฟของหิ้งกัซันมีรูปคล้ายขึ้นบันได</p>	<p>หิ้งกัซันขึ้นบันได คือ หิ้งกัซันที่มีคำคงที่เป็นช่วง ๆ และกราฟของหิ้งกัซันมีรูปคล้ายกับขึ้นบันได</p>
16	<p><u>ตัวอย่าง</u> อัคราคำไปรษณียากร สำหรับส่งจดหมายในประเทศมีอัคราคำดังนี้</p>	<p>ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างของหิ้งกัซันที่ให้กราฟเป็นรูปขึ้นบันได</p> <p>ตัวอย่างต่อไปนี้ เป็นตัวอย่างที่แสดงอัคราคำไปรษณียากร สำหรับส่งจดหมายในประเทศ</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง																		
17	<table border="1" data-bbox="333 398 808 970"> <thead> <tr> <th>น้ำหนัก (X)</th> <th>ค่าส่ง (บาท) f(X)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ไม่เกิน 20 กรัม</td> <td>1.25</td> </tr> <tr> <td>เกิน 20 กรัมแต่ไม่เกิน 50 กรัม</td> <td>1.75</td> </tr> <tr> <td>เกิน 50 กรัมแต่ไม่เกิน 100 กรัม</td> <td>2.50</td> </tr> <tr> <td>เกิน 100 กรัมแต่ไม่เกิน 250 กรัม</td> <td>4.50</td> </tr> </tbody> </table>	น้ำหนัก (X)	ค่าส่ง (บาท) f(X)	ไม่เกิน 20 กรัม	1.25	เกิน 20 กรัมแต่ไม่เกิน 50 กรัม	1.75	เกิน 50 กรัมแต่ไม่เกิน 100 กรัม	2.50	เกิน 100 กรัมแต่ไม่เกิน 250 กรัม	4.50	<p>นี่คือ ตารางแสดงอัตราค่าไปรษณียากร โดยกำหนดน้ำหนักเป็นช่วง ๆ ซึ่งน้ำหนักของจดหมาย คือ ค่า X และ ค่าส่ง (หน่วยเป็นบาท) คือค่า $f(X)$</p>								
น้ำหนัก (X)	ค่าส่ง (บาท) f(X)																			
ไม่เกิน 20 กรัม	1.25																			
เกิน 20 กรัมแต่ไม่เกิน 50 กรัม	1.75																			
เกิน 50 กรัมแต่ไม่เกิน 100 กรัม	2.50																			
เกิน 100 กรัมแต่ไม่เกิน 250 กรัม	4.50																			
18	<table border="1" data-bbox="311 1121 786 1940"> <thead> <tr> <th>น้ำหนัก (X)</th> <th>ค่าส่ง (บาท) f(X)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ไม่เกิน 20 กรัม</td> <td>1.25</td> </tr> <tr> <td>$0 < X \leq 20$</td> <td>1.25</td> </tr> <tr> <td>เกิน 20 กรัมแต่ไม่เกิน 50 กรัม</td> <td>1.75</td> </tr> <tr> <td>$20 < X \leq 50$</td> <td>1.75</td> </tr> <tr> <td>เกิน 50 กรัมแต่ไม่เกิน 100 กรัม</td> <td>2.50</td> </tr> <tr> <td>$50 < X \leq 100$</td> <td>2.50</td> </tr> <tr> <td>เกิน 100 กรัม แต่ไม่เกิน 250 กรัม</td> <td>4.50</td> </tr> <tr> <td>$100 < X \leq 250$</td> <td>4.50</td> </tr> </tbody> </table>	น้ำหนัก (X)	ค่าส่ง (บาท) f(X)	ไม่เกิน 20 กรัม	1.25	$0 < X \leq 20$	1.25	เกิน 20 กรัมแต่ไม่เกิน 50 กรัม	1.75	$20 < X \leq 50$	1.75	เกิน 50 กรัมแต่ไม่เกิน 100 กรัม	2.50	$50 < X \leq 100$	2.50	เกิน 100 กรัม แต่ไม่เกิน 250 กรัม	4.50	$100 < X \leq 250$	4.50	<p>จากตารางแสดงอัตราของค่าไปรษณียากร เพื่อเขียนในรูปสมการจะได้ดังนี้</p>
น้ำหนัก (X)	ค่าส่ง (บาท) f(X)																			
ไม่เกิน 20 กรัม	1.25																			
$0 < X \leq 20$	1.25																			
เกิน 20 กรัมแต่ไม่เกิน 50 กรัม	1.75																			
$20 < X \leq 50$	1.75																			
เกิน 50 กรัมแต่ไม่เกิน 100 กรัม	2.50																			
$50 < X \leq 100$	2.50																			
เกิน 100 กรัม แต่ไม่เกิน 250 กรัม	4.50																			
$100 < X \leq 250$	4.50																			

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
19	$f(x) = \begin{cases} 1.25; & 0 < x \leq 20 \\ 1.75; & 20 < x \leq 50 \\ 2.50; & 50 < x \leq 100 \\ 4.50; & 100 < x \leq 250 \end{cases}$ 	<p>เมื่อเขียนแทนด้วยกราฟจะได้ ดังนี้</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
20	<p>ตัวอย่างที่ 2 งานการกุศลครั้งหนึ่ง กำหนดราคามิตรเข้าชมงาน ดังนี้ อายุเกิน 12 ปีขึ้นไปบัตรละ 20 บาท อายุตั้งแต่ 3 ปีถึง 12 ปี บัตรละ 5 บาท เด็กอายุต่ำกว่า 3 ปี ไม่ต้องซื้อบัตร</p>	<p>พิจารณารายละเอียดจากโจทย์ที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามข้อที่ 2 เมื่อกำหนดให้ X คือ อายุ และ f(X) คือ ราคามิตร</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
21	<p><u>คำถามข้อที่ 2</u></p> $f(x) = \begin{cases} \text{--- } i \text{ ---} \\ \text{--- } i \text{ ---} \\ \text{--- } i \text{ ---} \end{cases}$ <p><u>ตัวอย่างที่ 2</u> งานการกุศลครั้งหนึ่ง กำหนดราคาบัตรเข้าชมงาน ดังนี้ อายุเกิน 12 ปีขึ้นไปบัตรละ 20 บาท อายุตั้งแต่ 3 ปีถึง 12 ปี บัตรละ 5 บาท เด็กอายุต่ำกว่า 3 ปี ไม่ต้องซื้อบัตร</p>	<p>ให้นักเรียนเขียนฟังก์ชัน แสดง ความสัมพันธ์ระหว่างอายุกับราคาบัตร</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
22	<p><u>คำตอบข้อที่ 2</u></p> $f(x) = \begin{cases} 20 ; x > 12 \\ 5 ; 3 \leq x \leq 12 \\ 0 ; x < 3 \end{cases}$	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว</p>
23	<p><u>คำถามข้อที่ 3</u></p> <p>จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน</p>	<p>จากฟังก์ชันที่ได้จากคำตอบข้อ 2 ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
24		<p>ที่ปรากฏบนจอขณะนี้ คือ กราฟของ $f(x)$ ในตัวอย่างที่ 2</p>
25	<p>4. <u>ฟังก์ชันกำลังสอง</u></p>	<p>ชนิดที่ 4 คือ ฟังก์ชันกำลังสอง</p>
26	<p><u>ฟังก์ชันกำลังสอง</u> คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$</p>	<p>ฟังก์ชันกำลังสองคือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงซึ่ง a ไม่เท่ากับศูนย์</p>
27	<p>ฟังก์ชันกำลังสอง ให้กราฟเป็นรูปพาราโบลา</p>	<p>ฟังก์ชันกำลังสองนี้ให้กราฟเป็นรูปโค้งพาราโบลา</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
28	 <p>$a > 0$ กราฟหงาย $a < 0$ กราฟคว่ำ</p>	<p>ถ้าค่า a มากกว่าศูนย์หรือ a เป็นบวกกราฟจะหงาย</p> <p>ถ้าค่า a น้อยกว่าศูนย์หรือ a เป็นลบกราฟจะคว่ำลง</p>
29	<p>สรุป</p> <p>$a > 0$, กราฟหงาย, จุดควมกลับต่ำสุด ให้ค่าต่ำสุด</p> <p>$a < 0$, กราฟคว่ำ, จุดควมกลับสูงสุด ให้ค่าสูงสุด</p>	<p>การพิจารณาจุดควมกลับของกราฟ ซึ่งเป็นจุดที่ฟังก์ชันมีค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดขึ้นอยู่กับค่าของ a คือถ้า a เป็นบวกกราฟจะหงายและจุดที่กราฟควมกลับจะเป็นจุดต่ำสุด และให้ค่าฟังก์ชันเป็นค่าฟังก์ชันเป็นค่าต่ำสุดด้วย</p> <p>แต่ถ้า a เป็นลบ กราฟจะคว่ำและจุดที่กราฟควมกลับเป็นจุดสูงสุด และให้ค่าฟังก์ชันเป็นค่าสูงสุดด้วย</p>
30	<p>จุดควมกลับคือจุด $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a} \right)$</p> <p>$x = \frac{-b}{2a}, y = \frac{4ac-b^2}{4a}$</p>	<p>การหาจุดควมกลับของฟังก์ชันหาได้</p> $x = \frac{-b}{2a}$ $y = \frac{4ac-b^2}{4a}$ <p>ซึ่งสูตรนั้นนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการค่ามากที่สุดหรือค่าสุดของฟังก์ชัน</p>


ลำดับที่	ภาพ	เสียง
31	<p>ตัวอย่างที่ 1 ถ้า 2 จำนวนบวกกัน ได้ 20 แต่ละจำนวนจะต้องเป็น เท่าใด ผลคูณของจำนวนทั้งสองจึง จะมีค่ามากที่สุด</p>	<p>ตัวอย่างที่ จำนวน 2 จำนวนบวกกัน ได้ 20 ถ้าวางจำนวนแต่ละจำนวนจะ คือเป็นเท่าใด ผลคูณของจำนวนทั้ง สองจึงจะมีค่ามากที่สุด</p>
32	<p>วิธีทำ สมมติให้จำนวนหนึ่งคือ แต่ 2 จำนวนบวกกันได้ 20</p> <p>คำถามที่ 4 อีกจำนวนหนึ่งคือ _____</p>	<p>ถ้าสมมติให้จำนวนหนึ่งเป็น X แต่ โจทย์กำหนดให้จำนวน 2 จำนวนบวก กันได้ 20 ดังนั้น อีกจำนวนหนึ่งจะเป็น เท่าใด ให้นักเรียนตอบคำถามที่ 4</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
33	<p>คำตอบที่ 4 อีกจำนวนหนึ่งคือ $20 - X$</p>	<p>2 จำนวนบวกกันได้ 20 ในเมื่อจำนวน หนึ่งคือ X ดังนั้น อีกจำนวนหนึ่งก็ต้อง เป็น $20 - X$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
34	<p>ผลคูณของจำนวนทั้งสองคือ</p> $X(20-X)$ <p>ให้ Y แทนผลคูณของจำนวนทั้งสอง</p> $Y = X(20-X)$ $Y = 20X - X^2$ $a = -1, b = 20$ <p>จุดวกกลับของกราฟของสมการนี้คือ</p> $X = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2(-1)} = 10$	<p>จำนวนหนึ่งคือ X อีกจำนวนหนึ่งคือ 20-X</p> <p>ดังนั้นผลคูณของจำนวนทั้งสองคือ</p> <p>ถ้าให้ Y แทนผลคูณของจำนวนทั้งสอง</p> $Y = X(20-X) = 20X - X^2$ <p>สมการควอดราติกที่มีค่า $a = -1, b = 20$</p> <p>สมการควอดราติกนี้มีค่า $a = -1$ ซึ่งน้อยกว่าศูนย์ ดังนั้น เป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ ซึ่งจุดวกกลับของกราฟเป็นจุดสูงสุด โดยมีค่า $X = \frac{-b}{2a}$ และ $Y = \frac{4ac-b^2}{4a}$</p> <p>โจทย์ต้องการให้ได้ผลคูณมีค่ามากที่สุด โดยตามว่าแต่ละจำนวนจะต้องเป็นเท่าใดนั้นหมายถึง โจทย์ตามหาค่า X เมื่อแทนค่าในสูตรจะได้ $X = 10$</p>
35	<p>Y จะมียค่ามากที่สุดเมื่อ $X = 10$</p> <p>ผลคูณจะมีค่ามากที่สุดเมื่อ</p> <p>จำนวนทั้งสองต้องเท่ากัน</p>	<p>ดังนั้น จำนวนทั้งสองมีค่าเท่ากันคือ 10</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
36	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> <p>5. พหุนาม</p> </div>	<p>ชนิดสุดท้ายของพหุนามที่ขจัดคือ พหุนาม</p>
37	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>พหุนาม คือ พหุนามที่อยู่ในรูป</p> $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ <p>โดยที่ $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์</p> </div>	<p>พหุนาม คือ พหุนามที่อยู่ในรูป</p> $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ <p>โดยที่ $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์</p> <p>หรือกล่าวได้ว่า พหุนาม คือ พหุนามที่อยู่ในรูปตัวแปร ซึ่งมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มศูนย์</p>
38	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>ตัวอย่างของพหุนาม</p> $f(x) = x^3$ $f(x) = x^4 + x^2 - x + 4$ </div>	

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
39	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>จากฟังก์ชัน $f(X) = a X^n$</p> <p>เมื่อ $n = 2$ จะได้ $f(X) = aX^2$ เป็นฟังก์ชันกำลังสอง</p> <p>เมื่อ $n = 1$ จะได้ $f(X) = aX$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น</p> <p>เมื่อ $n = 0$ จะได้ $f(X) = aX^0 = a$ เป็นฟังก์ชันคงตัว</p> </div>	<p>จากฟังก์ชันพหุนาม $f(X) = a X^n$</p> <p>เมื่อ $n = 2$ จะได้ $f(X) = aX^2$ ซึ่งเป็น ฟังก์ชันกำลังสอง</p> <p>เมื่อ $n = 1$ จะได้ $f(X) = aX$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น</p> <p>เมื่อ $n = 0$ จะได้ $f(X) = aX^0 = a$ ซึ่งเป็นฟังก์ชัน คงตัว</p> <p>ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเชิงเส้น และฟังก์ชันคงตัว เป็นกรณีเฉพาะของฟังก์ชันพหุนาม</p>
40	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>II ฟังก์ชันอดิศัย</p> </div>	
41	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>ฟังก์ชันอดิศัย หมายถึง ฟังก์ชันใด ๆ ที่ไม่ใช่ฟังก์ชันพีชคณิต</p> </div>	<p>ฟังก์ชันอดิศัย คือ ฟังก์ชันใด ๆ ที่ไม่ใช่ ฟังก์ชันพีชคณิต ซึ่งในระดับที่นักเรียนเรียน อยู่นี้ ได้กล่าวถึง ตัวอย่างของฟังก์ชันอดิศัย ไว้ 3 ชนิด คือ</p>

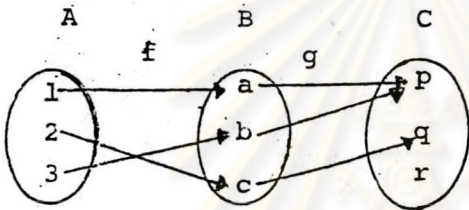
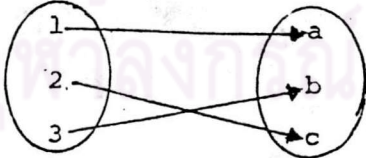
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
42	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 1. ฟังกัซันเอกซ์โปเนนเชียล 2. ฟังกัซันลอการิทึม 3. ฟังกัซันตรีโกณมิติ </div>	1. ฟังกัซันเอกซ์โปเนนเชียล 2. ฟังกัซันลอการิทึม 3. ฟังกัซันตรีโกณมิติ
43	จีบภาพ ครูผู้สอนครึ่งตัว	<p>ในคาบนี้ นักเรียนได้เรียนเรื่อง ฟังกัซันชนิดต่าง ๆ ซึ่งแบ่งออกเป็น ฟังกัซันชนิดใหญ่ ๆ 2 ฟังกัซัน คือ ฟังกัซันพีชคณิต และ ฟังกัซันอดิศัย ฟังกัซันพีชคณิตก็แบ่งออกเป็นย่อย ๆ ได้ อีก 5 ชนิด คือ ฟังกัซันเชิงเส้น ฟังกัซันค่าสัมบูรณ์ ฟังกัซันขั้นบันได ฟังกัซันกำลังสอง และ ฟังกัซันพหุนาม ส่วน ฟังกัซันอดิศัยแบ่งเป็นชนิดย่อย ๆ ได้ 3 ชนิด คือ ฟังกัซันเอกซ์โปเนนเชียล ฟังกัซันลอการิทึม และ ฟังกัซันตรีโกณมิติ</p> <p>เพื่อเป็นการทบทวนว่านักเรียนรู้จัก ฟังกัซันชนิดต่าง ๆ ดีหรือไม่ ให้นักเรียน ตอบคำถามข้อที่ 5 หลังจากนั้นให้นักเรียน ทำแบบทดสอบหลังเรียนเรื่อง "ฟังก์ชัน ชนิดต่าง ๆ"</p>

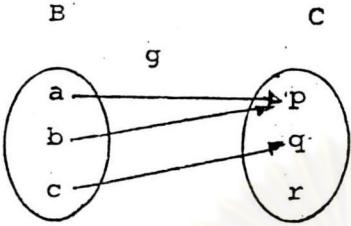
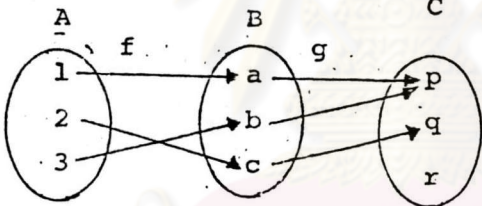


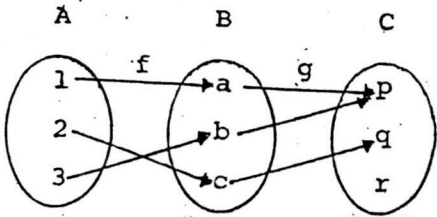
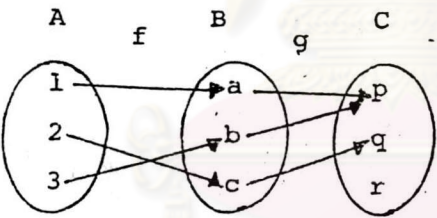
บทโทรทัศน์ เรื่อง "ฟังก์ชัน"

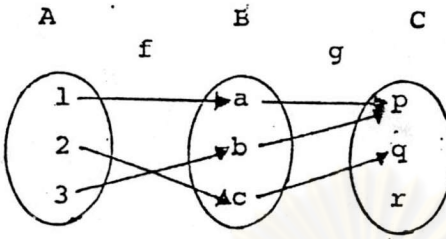
ชุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท

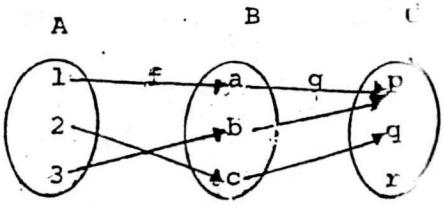
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	จุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท	จุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท
2	 <p data-bbox="382 1073 704 1175">f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C</p>	<p data-bbox="917 717 1328 948">ให้นักเรียนสังเกตแผนภูมิ ซึ่งแสดงการจับคู่ของสมาชิกในเซต A และ B และการจับคู่ของสมาชิกในเซต B และ C</p> <p data-bbox="931 1015 1075 1045">จากแผนภาพ</p> <p data-bbox="917 1073 1372 1175">เรียก f ว่า เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B g ว่า เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C</p>
3	 <p data-bbox="333 1752 779 1789">$f(1) = a, f(2) = c, f(3) = b$</p> <p data-bbox="333 1806 690 1871">$\therefore f = \{(1, a) (2, c) (3, b)\}$</p>	<p data-bbox="905 1483 1246 1519">ถ้าพิจารณาทีละฟังก์ชัน จะได้</p> <p data-bbox="905 1552 1357 1584">$f(1) = a, f(2) = c, f(3) = b$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
4	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> $g(a) = p, g(b) = p, g(c) = q$ $\therefore g = \{(a,p) (b,p) (c,q)\}$ </p>	<p style="text-align: center;"> $g(a) = p, g(b) = p, g(c) = q$ </p>
5	<div style="text-align: center;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>1. <u>$f(1) = a$</u> และ $g(a) = p$ จะได้ $g(\underline{f(1)}) = g(a) = p$</p> </div>	<p>ถ้าจับคู่ฟังก์ชัน f และ g เป็นคู่ ๆ จะได้ฟังก์ชันใหม่ ดังที่ปรากฏบนจอ ให้นักเรียนสังเกตการสร้างฟังก์ชัน ใหม่เหล่านี้ด้วย จากฟังก์ชันที่ 1 ที่ ปรากฏบนจอ กำหนด $f(1) = a$ และ $g(a) = p$ เมื่อจับคู่ฟังก์ชัน f และ g จะได้ $f(f(1))$ ซึ่งเท่ากับ $g(a)$ เพราะ $f(1) = a$ และเมื่อ ทาค่า $g(a)$ จะได้เท่ากับ p</p>

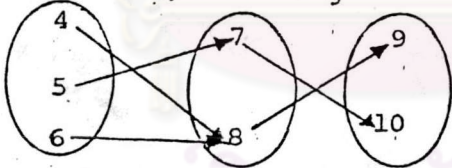
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
6	 <p data-bbox="385 577 749 668"> f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C </p> <div data-bbox="338 802 768 922" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>2. $f(2) = c$ และ $g(c) = q$ จะได้ $g(f(2)) = g(c) = q$</p> </div>	<p data-bbox="912 485 1343 722"> จากฟังก์ชันที่ 2 กำหนด $f(2) = c$ และ $g(c) = q$ เมื่อจับคู่ฟังก์ชัน f และ g จะได้ $g(f(2)) = g(c)$ ซึ่ง $g(c)$ มีค่าเท่ากับ q </p>
7	 <p data-bbox="385 1332 734 1422"> f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C </p> <div data-bbox="314 1556 774 1685" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>3. $f(3) = c$ และ $g(b) = p$ จะได้ $g(f(3)) = g(c) = r$</p> </div>	<p data-bbox="897 1239 1387 1476"> ฟังก์ชันที่ 3 กำหนดให้ $f(3)$ มีค่า = c และ $g(c) = r$ เมื่อจับคู่ฟังก์ชัน f และ g จะได้ $g(f(3))$ มีค่าเท่ากับ $g(c)$ และ $g(c)$ มีค่าเท่ากับ r </p>

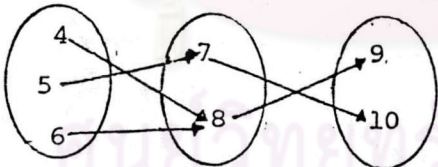
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
8	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C </p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p> f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C จะได้ $g \circ f$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป C </p> </div>	<p>ฟังก์ชันที่สร้างขึ้นใหม่ทั้ง ๓ ฟังก์ชันนี้ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป C</p> <p>เมื่อ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B และ g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C</p> <p>เรียกฟังก์ชันที่สร้างใหม่จาก A ไป C ว่าฟังก์ชันคอมโพสิท จีไอเอฟ</p>
9	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p><u>ข้อคกลง</u></p> <p> $(g \circ f)(1) = g(f(1))$ $(g \circ f)(2) = g(f(2))$ $(g \circ f)(3) = g(f(3))$ </p> </div>	<p>ให้นักเรียนสังเกตการ เขียนฟังก์ชันคอมโพสิท จากข้อคกลงที่ปรากฏบนจอ ไปทีละขั้นตอน และจากข้อคกลงนี้เป็นขั้นตอนที่ 1 ในการเปลี่ยนรูปแบบของ $(g \circ f)(X)$ เป็น $g(f(X))$</p>
10	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p> $\because f(1) = a \therefore g(f(1)) = g(a)$ $\because f(2) = c \therefore g(f(2)) = g(c)$ $\because f(3) = b \therefore g(f(3)) = g(b)$ </p> </div>	<p>นี่คือขั้นตอนที่ 2 แทนค่าของฟังก์ชัน $f(X)$</p>

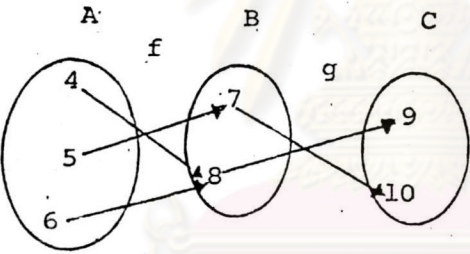
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
11	 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> $\begin{aligned} \because g(a) = p, \therefore (gof)(1) &= p \\ \because g(c) = q, \therefore (gof)(e) &= q \\ \because g(b) = p, \therefore (gof)(3) &= p \end{aligned}$ </div>	<p>นี่คือขั้นตอนที่ 3 แทนค่าของฟังก์ชัน $g(X)$ ซึ่งก็คือการหาค่าของฟังก์ชันคอมโพสิท gof นั้นเอง</p>
12	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>จาก $(gof)(1) = p \therefore (1,p) \in gof$ จาก $(gof)(2) = q \therefore (2,q) \in gof$ จาก $(gof)(3) = p \therefore (3,p) \in gof$</p> </div>	<p>นี่คือขั้นตอนที่ 4 คือการเขียนสมาชิก ของฟังก์ชันคอมโพสิท gof</p>
13	$\therefore gof = \{(1,p) (2,q) (3,p)\}$	<p>นี่คือขั้นตอนสุดท้าย คือ การเขียน gof เป็นเซตแบบแจกแจงสมาชิก</p>
14	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	<p>จากตัวอย่างที่ผ่านมาไปเมื่อครู เป็นการ หาฟังก์ชันคอมโพสิท gof ซึ่งครูได้อธิบายโดยแยกเป็นขั้นตอน 5 ขั้นตอน ให้นักเรียนลองทำตัวอย่างต่อไปนี้</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
15	<p>ตัวอย่าง $f : A \rightarrow B$ และ $g : B \rightarrow C$</p>	<p>เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B และ g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C</p>
16		<p>จากแผนภาพที่ปรากฏบนจอ ให้นักเรียน ตอบคำถามที่ 1</p>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>1. $f(4) = \underline{\quad}$ $f(5) = \underline{\quad}$ $f(6) = \underline{\quad}$ $\therefore f = \underline{\quad}$</p> </div>	<p>FI คนตรี แล้ว FO</p>

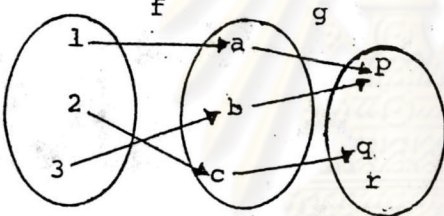
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
	<div data-bbox="382 372 828 605" data-label="Diagram"> </div> <div data-bbox="397 782 753 1030" data-label="Text"> <p><u>คำตอบข้อ 1</u></p> <p>1. $f(4) = 8, f(5) = 7$ $f(6) = 8$ $\therefore f = \{(4,8) (5,7) (6,8)\}$</p> </div>	<p>จากแผนภาพจะได้ค่าของ $f(4) = 8$ $f(5) = 7$ และ $f(6) = 8$ เมื่อเขียน f ในรูปเซตจะได้ f เป็นเซตของ $(4,8) (5,7)$ และ $(6,8)$</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า ถึงจะตอบ ผิดก็ไม่เป็นไร ให้นักเรียนตอบคำถาม ต่อไป คือ การเขียนฟังก์ชัน g แบบ แจกแจงสมาชิกให้นักเรียนพิจารณาคำถาม ข้อที่ 2 บนจอ</p>
18	<div data-bbox="382 1267 773 1375" data-label="Text"> <p>2. $g(7) = \underline{\quad}$ $g(8) = \underline{\quad}$ $\therefore g = \underline{\hspace{2cm}}$</p> </div>	<p>จากแผนภาพให้นักเรียนพิจารณาทิ้งกัซัน g แล้วตอบคำถามข้อ 2</p>
	<div data-bbox="368 1537 817 1785" data-label="Diagram"> </div>	<p>FI คนครีแล้ว FO</p>

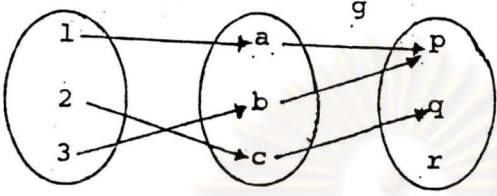
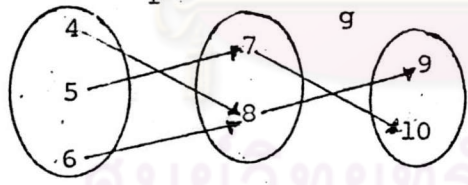
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
19	<p>คำตอบข้อ 2</p> <p>2. $g(7) = 10$ $g(8) = 9$</p> <p>$g = \{(7, 10) (8, 9)\}$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏแล้ว นักเรียนคงตอบถูกใช่ไหม</p> <p>ต่อไปจะเป็นการเริ่มหาค่าของฟังก์ชันคอมโพสิท $g \circ f$ ซึ่งครูได้แบ่งขั้นตอนในการหาเป็น 5 ขั้นตอน</p>
20	<p>ขั้นตอนที่ 1</p> <p>$(g \circ f)(x) = g(f(x))$</p> <div style="text-align: center;"> <p>A B C</p> <p> f g</p>  </div> <p>3. $(g \circ f)(4) = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>$(g \circ f)(5) = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>$(g \circ f)(6) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>ขั้นตอนที่ 1 คือการเปลี่ยนรูปแบบของ $(g \circ f)(x)$ เป็น $g(f(x))$</p> <p>ให้นักเรียนพิจารณาจากแผนภาพที่ปรากฏบนจอแล้วตอบคำถามข้อที่ 3 โดยเปลี่ยน $(g \circ f)(x)$ เป็น $g(f(x))$</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรีแล้วFO</p>

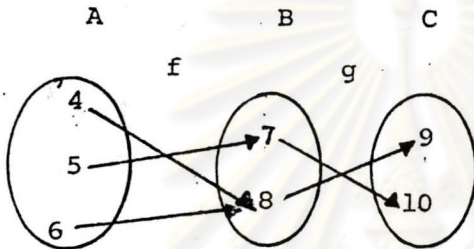
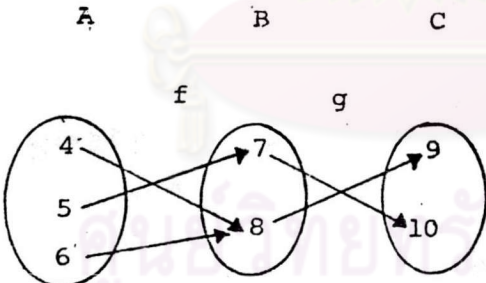
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
22	<p><u>คำตอบข้อ 3</u></p> <p>3. $(g \circ f)(4) = g(f(4))$ $(g \circ f)(5) = g(f(5))$ $(g \circ f)(6) = g(f(6))$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องปรากฏบนจอแล้ว</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>
22	<p>4. $\because f(4) = 8 \therefore g(f(4)) = g(8)$ $\because f(5) = _ \therefore g(f(5)) = g(_)$ $\because f(6) = _ \therefore g(f(6)) = g(_)$</p> <div style="text-align: center;"> <p>A B C</p> <p> f g</p>  </div>	<p>ต่อไปเป็นขั้นตอนที่ 2 คือ การนำค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่หาไว้แล้วมาแทนค่าใน $g(f(x))$</p> <p>จากภาพที่ปรากฏบนจอให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 4 ให้สมบูรณ์</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>
23	<p><u>คำตอบข้อ 4</u></p> <p>$f(4) = 8 \therefore g(f(4)) = g(8)$ $f(5) = 7 \therefore g(f(5)) = g(7)$ $f(6) = 8 \therefore g(f(6)) = g(8)$</p>	<p>นี่คือคำตอบของข้อ 4 เป็นการแทนค่า $f(x)$ ที่หาไว้แล้วใน $g(f(x))$ ซึ่งจะกลายเป็นฟังก์ชัน $g(x)$</p>

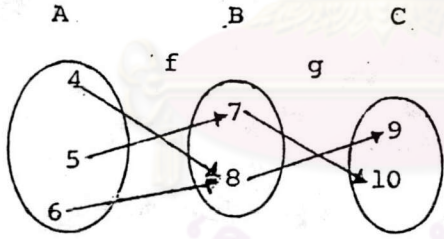
ลำดับที่	ภาพ	เสียง
24	<p>5. $g(f(4)) = g(8) = 9$ $(g \circ f)(4) = 9$ $g(f(5)) = g(7) = 10$ $(g \circ f)(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ $g(f(6)) = g(8) = 9$ $(g \circ f)(6) = \underline{\hspace{2cm}}$</p> 	<p>ขั้นตอนที่ 3 จะเป็นการนำค่าของฟังก์ชัน $g(x)$ ที่หาไว้แล้วในตอนต้น มาเขียนเป็นค่าของฟังก์ชันคอมโพสิท $g \circ f$ ดังตัวอย่างที่ปรากฏบนจอ และจากภาพที่ปรากฏบนจอ ให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 5 โดยเติมค่าคอมโพสิทให้สมบูรณ์</p> <p>FI คนตรีแล้ว FO</p>
25	<p><u>คำตอบข้อ 5</u></p> <p>$g(f(4)) = g(8) = 9$ $(g \circ f)(4) = 9$ $g(f(5)) = g(7) = 10$ $(g \circ f)(5) = 10$ $g(f(6)) = g(8) = 9$ $(g \circ f)(6) = 9$</p>	<p>ให้นักเรียนพิจารณาค่าคอมโพสิทที่ถูกต้องบนจอ</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
26	<p>6. จาก $(\text{gof})(4) = 9$ $\therefore (4,9) \in \text{gof}$</p> <p>จาก $(\text{gof})(5) = 10$ $\therefore \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>จาก $(\text{gof})(6) = 9$ $\therefore \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>ขั้นตอนที่ 4 คือ การนำค่าของฟังก์ชัน คอมโพสิท gof ที่ทำได้ มาเขียน เป็น รูปคู่ลำดับของค่า X แต่ละค่า ให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ครูนำไปแล้ว ตอบคำถามข้อ 6 โดยเติมค่าคอมโพสิท สมบูรณ์</p> <p style="text-align: right;">FI คนครีแล้ว FO</p>
27	<p><u>คำตอบข้อ 6</u></p> <p>จาก $(\text{gof})(4) = 9$ $\therefore (4,9) \in \text{gof}$</p> <p>$(\text{gof})(5) = 10$ $\therefore (5,10) \in \text{gof}$</p> <p>$(\text{gof})(6) = 9$ $\therefore (6,9) \in \text{gof}$</p>	<p>ที่ปรากฏบนจอขณะนี้ คือ คำตอบที่ ถูกต้องของข้อ 6 คำตอบที่นักเรียน เติม เป็นสมาชิกของฟังก์ชันคอมโพสิท gof</p>
28	<p>7. $\therefore (4,9) \in \text{gof}, (5,10) \in \text{gof}$ $(6,9) \in \text{gof}$ $\therefore \text{gof} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>ขั้นตอนต่อไป เป็นขั้นตอนสุดท้าย คือ การนำสมาชิกที่หาไว้แล้ว มาเขียน เป็น ฟังก์ชัน gof ในรูปเซตแบบแจกแจง สมาชิก</p> <p style="text-align: right;">FI คนครีแล้ว FO</p>


ลำดับที่	ภาพ	เสียง
<p>29</p>	<p><u>คำตอบข้อ 7</u></p> <p>$\because (4,9) \in \text{gof}, (5,10) \in \text{gof}$ $(6,9) \in \text{gof}$ $\therefore \text{gof} = \{(4,9) (5,10) (6,9)\}$</p>	<p>นี่คือ ฟังก์ชันคอมโพสิท gof ซึ่งเป็นฟังก์ชันใหม่ที่เกิดจากการจับคู่สมาชิกในฟังก์ชัน f และ g</p>
<p>30</p>	<p>A B C</p>  <p>f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C</p>	<p>ภาพที่ปรากฏบนจอขณะนี้ คือ ตัวอย่างที่ผ่านมาเมื่อครูนี้ ครูยกตัวอย่างเดิมขึ้นมาเพื่อต้องการให้นักเรียนได้เห็นว่าจะสามารถหาฟังก์ชันคอมโพสิทได้รวดเร็วให้นักเรียนสังเกตสมาชิก 1 ในเซต A จะมีเส้นโยงไปยังสมาชิก a ในเซต B และจากสมาชิก a ในเซต B จะมีเส้นโยงไปยังสมาชิก p ในเซต C ดังนั้นจะได้ว่า $(1,p)$ เป็นสมาชิกของ gof และจากสมาชิก 2 ในเซต A จะมีเส้นโยงไปยังสมาชิก C ในเซต B และจากสมาชิก C ในเซต B จะมีเส้นโยงไปยังสมาชิก q ในเซต C ดังนั้น $(2,q)$ จึงเป็นสมาชิกของ gof และจากสมาชิก 3 ในเซต A มีเส้นโยงไปยังสมาชิก b ในเซต B และจากสมาชิก b ในเซต B มีเส้นโยงไปยังสมาชิก p ในเซต C ดังนั้น $(3,p)$ ก็เป็นสมาชิกของ gof ด้วย</p>
	<p>A B C</p>  <p>$\therefore (1,p) \in \text{gof}, (2,q) \in \text{gof},$ $(3,p) \in \text{gof}$</p>	

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
31	<div style="text-align: center;"> <p>A B C</p>  </div> <p style="text-align: center;">gof = $\{(1,p) (2,q) (3,p)\}$</p>	
32	<div style="text-align: center;"> <p>A B C</p>  </div> <p>a. gof = _____</p>	<p>จากตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนหาฟังก์ชันคอมโพสิท gof โดยใช้หลักที่ครูสรุปไว้ เมื่อครูจะให้ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 8</p> <p style="text-align: right;">FI คนครีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
33	<p><u>คำตอบข้อ 8</u></p> <p>8. $\text{gof} = \{(4,9) (5,10) (6,9)\}$</p> 	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ ปรากฏบนจอแล้ว</p> <p>นักเรียนตอบถูกไหม</p>
34	 <p>9. $D_f = \underline{\hspace{2cm}}$ $R_f = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>$D_g = \underline{\hspace{2cm}}$ $R_g = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>จากแผนภาพถ้านักเรียนพิจารณาให้ดี จะเห็นว่า โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน f กับโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน g ไม่ใช่ชุดเดียวกัน แต่มีสิ่งที่พิเศษอย่างหนึ่งคือ เรนจ์ของฟังก์ชัน f และโดเมนของฟังก์ชัน g นักเรียนทราบหรือไม่ เรนจ์ของฟังก์ชัน f และโดเมนของฟังก์ชัน g สัมพันธ์กันอย่างไร</p> <p>ให้นักเรียนพิจารณาจากแผนภาพ แล้ว ตอบคำถามข้อที่ 9</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
35	<p>9. $D_f = \{4, 5, 6\}, R_f = \{7, 8\}$ $D_g = \{7, 8\}, R_g = \{9, 10\}$</p>	<p>ตามแผนภาพ นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน f และ g ถูกหรือเปล่า ถึงจะตอบผิดก็ไม่เป็นไร คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว ให้นักเรียนพิจารณาคำตอบที่ครูเฉลยให้แล้ว ตอบคำถามข้อที่ 10 ที่ครูถามไว้เมื่อครูเห็นว่าเรนจ์ของ f และโดเมนของ g สัมพันธ์กันอย่างไร</p> <p style="text-align: right;">FI คนครีแล้ว FO</p>
	<p>10. เรนจ์ของ f สัมพันธ์อย่างไรกับโดเมนของ g</p>	
36		<p>จากข้อมูลที่ปรากฏบนจอขณะนี้จะได้ว่าเรนจ์ของ f เท่ากับโดเมนของ g</p>
	<p><u>คำตอบข้อ 10</u> เรนจ์ของ f เท่ากับโดเมนของ g $\therefore R_f = D_g$</p>	

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
37	<p data-bbox="368 401 629 439">จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว</p> <p data-bbox="442 1263 777 1358">เรนจ์ของ f เป็นสับเซตของ โดเมนของ g</p> <p data-bbox="442 1388 617 1440">$\therefore R_f \subset D_g$</p> <p data-bbox="442 1453 649 1487">จึงจะหา $g \circ f$ ได้</p>	<p data-bbox="917 353 1400 836">จากตัวอย่างที่ผ่านมา เมื่อครูนี้ ครูจะ สรุปให้นักเรียนได้ทราบว่า ในการจะ หาฟังก์ชันคอมโพสิท $g \circ f$ นั้น จะต้อง พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเรนจ์ของ f และโดเมนของ g เสียก่อน คือ เรนจ์ ของ f จะต้องเป็นสับเซตของโดเมน ของ g เสมอ จึงจะหาฟังก์ชันคอมโพสิท $g \circ f$ ได้</p> <p data-bbox="917 871 1415 1095">แต่ในกรณีตัวอย่างเมื่อครูนี้ได้เรนจ์ของ f เท่ากับโดเมนของ gพอดี ซึ่งเรา สามารถกล่าวได้ว่า เรนจ์ของ f ก็ เป็นสับเซตของโดเมนของ g นั่นเอง</p>



บทโทรทัศน์ เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส	ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส
2	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	<p>ในเรื่องของความสัมพันธ์ ซึ่งนักเรียนได้เรียนมาแล้วในเทอม 1 สามารถหาอินเวอร์สของความสัมพันธ์นั้นได้ โดยการสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง และเนื่องจากฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์ ดังนั้น อินเวอร์สของฟังก์ชัน จึงมีคุณสมบัติ เช่นเดียวกับอินเวอร์สของความสัมพันธ์ คือ หาได้โดยการสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและตัวหลัง แต่มีข้อที่นำสังเกตคือ อินเวอร์สของฟังก์ชัน ไม่จำเป็นจะต้อง เป็นฟังก์ชันเสมอ</p> <p>ให้นักเรียนพิจารณาฟังก์ชัน และ อินเวอร์สของฟังก์ชันจากตัวอย่างต่อไปนี้</p>
3	$1. f = \{(1,2) (2,3) (3,4)\}$ <p>เป็นฟังก์ชัน</p> $\therefore f^{-1} = \{(2,1) (3,2) (4,3)\}$ <p>เป็นฟังก์ชัน</p> <p>อินเวอร์สของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันเรียกว่า "ฟังก์ชันอินเวอร์ส"</p>	<p>จากตัวอย่างนี้ จะได้ อินเวอร์สของฟังก์ชัน เป็นฟังก์ชัน และ เรียกอินเวอร์สของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันนี้ว่า ฟังก์ชันอินเวอร์ส ซึ่งถ้านักเรียนสังเกตให้ดี จะพบว่า ฟังก์ชันที่มีฟังก์ชันอินเวอร์สได้นั้น ฟังก์ชันเดิมต้อง เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
4	<p>2. $g = \{(1, 2) (2, 3) (3, 2)\}$ เป็นฟังก์ชัน</p> <p>$\therefore g^{-1} = \{(2, 1) (3, 2) (2, 3)\}$ เป็นฟังก์ชัน</p>	<p>จากตัวอย่างนี้ ฟังก์ชันเดิมไม่ใช่ฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่ง เนื่องจาก มีสมาชิกตัวหลัง ของคู่ลำดับซ้ำกันคือ 2 ดังนั้น อินเวอร์ส ของฟังก์ชันที่ใดจึงไม่เป็นฟังก์ชัน</p>
5	<p><u>สรุป</u></p> <p>1. ถ้า f เป็นฟังก์ชัน 1-1 แล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชัน 1-1 ด้วย</p> <p>2. ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่ไม่ใช่ 1-1 แล้ว f^{-1} จะไม่เป็นฟังก์ชัน</p>	<p>จากตัวอย่างทั้ง 2 ข้อ จึงสรุปได้ว่า ถ้าฟังก์ชันเดิม เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแล้ว อินเวอร์สของฟังก์ชันจะเป็นฟังก์ชันและ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งด้วย แต่ถ้าฟังก์ชัน เดิมไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแล้วอินเวอร์ส ของฟังก์ชันจะไม่เป็นฟังก์ชัน</p>
6	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 1</p>	<p>ให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 1</p>
7	<p>1. $f = \{(a, 1) (b, 3) (c, 5)\}$ $f^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>$D_{f^{-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>$R_{f^{-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>คำถามข้อที่ 1</p> <p>ให้ $f = \{(a, 1) (b, 3) (c, 5)\}$ จงหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน พร้อมทั้งโดเมนและเรนจ์ของอินเวอร์ส ฟังก์ชัน</p> <p style="text-align: right;">FI คนครีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
8	<p><u>คำตอบข้อ 1</u></p> $f^{-1} = \{(1,a) (3,b) (5,c)\}$ $D_{f^{-1}} = \{1,3,5\}$ $R_{f^{-1}} = \{a,b,c\}$	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>
9	<p>ไปรคตอบคำถามข้อ 2</p>	<p>ต่อไปเป็นคำถามข้อที่ 2</p>
10	<p>2. $f = \{(a,1) (a,2) (b,3) (c,4)\}$ $\therefore f^{-1} =$ _____ f^{-1} เป็นฟังก์ชันอินเวอร์สหรือไม่</p>	<p>คำถามข้อที่ 2 คือ ถ้า $f = (a,1) (a,2) (b,3) (c,4)$ ให้นักเรียนหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน และพิจารณาด้วย ว่าอินเวอร์สของฟังก์ชัน นี้เป็นฟังก์ชันอินเวอร์สหรือไม่ FI คนครีแล้ว FO</p>
11	<p><u>คำตอบข้อ 2</u> $\therefore f^{-1} = \{(1,a) (2,a) (3,b) (4,c)\}$ และ f^{-1} เป็นฟังก์ชันอินเวอร์ส</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องของข้อ 2 ได้ปรากฏ บนจอแล้ว และอินเวอร์สของฟังก์ชัน เป็นฟังก์ชันอินเวอร์ส เนื่องจากฟังก์ชัน เดิมเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
12	จับภาพ ครูผู้สอนครึ่งตัว	ตัวอย่างที่ผ่านไปแล้วล้วนแต่เป็นตัวอย่างของฟังก์ชันที่เขียนในรูปแจกแจงสมาชิก เป็นคู่ลำดับ เมื่อต้องการหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน ก็ทำได้โดยสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง แต่ถ้ากำหนดฟังก์ชันที่อยู่ในรูป เซตแบบเงื่อนไข หรือในรูปสมการ จะหาอินเวอร์สของฟังก์ชันได้อย่างไรในเมื่อฟังก์ชัน เป็นความสัมพันธ์ การหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน ก็เหมือนกับการหาอินเวอร์สของความสัมพัทธ์นั่นเอง
13.	ไปรคอบคำถามข้อ 3	ให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 3
14	3. ในการหาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปสมการ ทำได้โดย_____	คำถามข้อที่ 3 คือ ในการหาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปสมการ ทำได้อย่างไร FI คนครีแล้ว FO
15	<u>คำตอบข้อ 3</u> <u>ตอบ</u> ทำได้โดยสลับที่ตัวแปรในสมการนั้น	คำตอบที่ถูกต้องคือ การจะหาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปสมการ ทำได้โดยสลับที่ตัวแปรในสมการนั้น



ลำดับที่	ภาพ	เสียง
16	<p>ตัวอย่าง 1 กำหนด .</p> $f = \{(X, Y) \mid Y = 3X + 1\}$ <p>จะได้ $f^{-1} = \{(X, Y) \mid X = 3Y + 1\}$</p> <p>หรือ $= \{(X, Y) \mid Y = \frac{X-1}{3}\}$</p>	<p>จากตัวอย่างกำหนดฟังก์ชัน และให้นักเรียนหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน</p> <p>ขอให้นักเรียนสังเกตและพิจารณาการหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน ซึ่งทำได้โดยสลับที่ตัวแปร X และ Y ในสมการนั้น และจากสมการ $Y = 3X + 1$ เมื่อหาอินเวอร์สจะได้สมการ $X = 3Y + 1$ และเมื่อจัดการสมการใหม่คือ เขียน Y ในรูปของ X จะได้สมการ $Y = \frac{X-1}{3}$ (วางเท่ากับเอ็กซ์ ลบหนึ่งส่วน 3)</p>
17	โปรดตอบคำถามข้อ 4	ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 4
18	4. f^{-1} เป็นฟังก์ชันหรือไม่	<p>คำถามข้อที่ 4 จากตัวอย่างที่ปรากฏบนจอเมื่อหาอินเวอร์สของฟังก์ชันได้แล้วถามว่าอินเวอร์สของฟังก์ชัน เป็นฟังก์ชันหรือไม่</p>
19	<p>คำตอบข้อ 4</p> <p>เป็นฟังก์ชันเพราะ f เป็นฟังก์ชัน</p> <p>1 - 1</p>	<p>คำตอบของข้อ 4 คือ อินเวอร์สของฟังก์ชัน เป็นฟังก์ชันอินเวอร์ส เพราะฟังก์ชันเดิมมีสมการเป็น $Y = 3X + 1$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
	ไปรคคอบคำถามข้อ 5	ค่อไปให้นักเรียนคอบคำถามข้อที่ 5
21	5. กำหนด $f = \{(x, y) y = x^3\}$ $\therefore f^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$	ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ที่ปรากฏบนจอ ขณะนี้ แล้วคอบคำถามข้อที่ 5 อินเวอร์ส ของฟังก์ชันคือเซตใด FI คนครี แล้ว FO
22	<u>คำคอบข้อ 5</u> $\therefore f^{-1} = \{(x, y) x = y^3\}$ หรือ $f^{-1} = \{(x, y) y = \sqrt[3]{x}\}$	คำคอบของข้อที่ 5 จะได้อินเวอร์สของ ฟังก์ชันมีสมการเป็น $x = y^3$ และ เมื่อจัด สมการใหม่เขียน y ในรูปของ x จะได้อิน สมการคือ y เป็นรากที่สามของ x
23	ไปรคคอบคำถามข้อ 6	ค่อไปเป็นคำถามข้อ 6
24	6. กำหนด $f = \{(x, y) y = x^2\}$ $f^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$	คำถามข้อที่ 6 กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชัน ที่มีสมการคือ $y = x^2$ ให้นักเรียนหา อินเวอร์สของฟังก์ชัน FI คนครีแล้ว FO

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
25	<p>คำตอบข้อ 6</p> $f^{-1} = \{(x, y) x = y^2\}$ <p>หรือ $f^{-1} = \{(x, y) y = \pm\sqrt{x}\}$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องของข้อ 6 จะได้อินเวอร์สของฟังก์ชันมีสมการคือ $x = y^2$ และเมื่อจัดสมการใหม่เขียน y ในรูปของ x จะได้ y สองค่า คือ บวกหรือลบของรากที่สองของ x</p> <p>ให้นักเรียนพิจารณาอินเวอร์สของฟังก์ชันแล้วตอบคำถามข้อที่ 7 อินเวอร์สของฟังก์ชัน เป็นฟังก์ชันหรือไม่</p>
26	<p>7. จาก $f^{-1} = \{(x, y) y = \pm\sqrt{x}\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่</p>	<p>FI คนครี แล้ว FO</p>
27	<p>คำตอบข้อ 7</p> <p>f^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชันเพราะ</p> <p>ถ้า $x = 1$ จะได้ $y = \pm 1$</p> <p>$\therefore (1, -1)$ และ $(1, 1)$ เป็นสมาชิกของ f^{-1}</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ อินเวอร์สของฟังก์ชันในที่นี้จะไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะเมื่อแทนค่า $x = 1$ ในสมการ $y = \pm\sqrt{x}$ จะได้ y สองค่าคือ 1 และ -1 ทำให้ $(1, 1)$ และ $(1, -1)$ เป็นสมาชิกของ f^{-1} เมื่อสมาชิกตัวหน้าของคู่ลำดับซ้ำกันย่อมไม่เป็นฟังก์ชัน</p>


ลำดับที่	ภาพ	เสียง
28	<p>ตัวอย่าง 1 กำหนด</p> $f = \{(X, Y) \mid Y = 3X + 1\}$ $\therefore f^{-1} = \{(X, Y) \mid X = 3Y + 1\}$ <p>หรือ $f^{-1} = \{(X, Y) \mid Y = \frac{X-1}{3}\}$</p>	<p>ตัวอย่างที่ปรากฏบนจอนี้ ได้ผ่านสายคานักเรียนมาแล้วเมื่อครูนี้ ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างบนจอ แล้วตอบคำถามข้อที่ 8</p>
29	<p>8. $f^{-1}(2) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>จากอินเวอร์สของฟังก์ชันมีสมการเป็น $Y = \frac{X-1}{3}$ ให้นักเรียนหาค่า $f^{-1}(2)$</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>
30	<p>คำตอบข้อ 8</p> <p>จาก $f^{-1} = \{(X, Y) \mid Y = \frac{X-1}{3}\}$</p> $\therefore f^{-1}(X) = \frac{X-1}{3}$ $\therefore f^{-1}(2) = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$	<p>คำตอบที่ถูกต้องของข้อ 8 ได้ปรากฏบนจอแล้ว จาก $f^{-1}(X) = \frac{X-1}{3}$ เมื่อโจทย์ให้หาค่า $f^{-1}(2)$ จึงแทนค่า $X = 2$ จะได้ $f^{-1}(2) = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$ นักเรียนตอบถูกหรือไม่ ถึงจะตอบผิดก็ไม่เป็นไร ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 9 เป็นข้อต่อไป</p>
31	<p>9. จาก $f^{-1}(X) = \frac{X-1}{3}$</p> $f^{-1}(1) = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>จากโจทย์เดิม $f^{-1}(X) = \frac{X-1}{3}$ ให้นักเรียนหาค่า $f^{-1}(1)$</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
32	<p>คำตอบข้อ 9</p> $\therefore f^{-1}(1) = \frac{1-1}{3} = 0$	<p>จาก $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}$ โจทย์ให้หาค่า $f^{-1}(1)$ ก็แทนค่า $x = 1$ จะได้</p> $f^{-1}(1) = \frac{1-1}{3} = \frac{0}{3} = 0$
33	<p>ตัวอย่างที่ 2 กำหนด</p> $f = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$ <p>จงหา $(f \circ f^{-1})(2)$</p>	<p>จากตัวอย่างที่ 2 โจทย์กำหนดเป็นฟังก์ชัน ซึ่งเขียนในรูปแจกแจงสมาชิกเป็นคู่ลำดับและให้ค่าของ $(f \circ f^{-1})(2)$</p> <p>ให้นักเรียนพิจารณาการหาค่าของ $(f \circ f^{-1})(2)$ ในข้อนี้และครูจะให้นักเรียนได้หาคำตอบด้วยตัวเองในข้อต่อไป</p>
34	<p>จาก $f = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$</p> $f^{-1} = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$ <p>เพราะ $(f \circ f^{-1})(2) = f(f^{-1}(2))$</p>	<p>อันดับแรก นักเรียนจะต้องหาอินเวอร์สของฟังก์ชันเดิมเสียก่อน</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
35	<p>จาก $f = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$ $\therefore f^{-1} = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$ เพราะ $(f \circ f^{-1})(2) = f(f^{-1}(2))$</p> <p>$\therefore f^{-1}(2) = 3$</p>	<p>ให้นักเรียนพิจารณาจุดลำดับใน f^{-1} ที่มีค่า $X = 2$ ซึ่งตรงกับคู่ลำดับที่ 2 จะได้ค่า Y เท่ากับ 3 ดังนั้น $f^{-1}(2)$ จึงมีค่าเท่ากับ 3</p>
36	<p>$\therefore f^{-1}(2) = 3$</p> <p>$\therefore f(f^{-1}(2)) = f(3)$</p>	<p>เมื่อแทนค่า $f^{-1}(2) = 3$ จะได้ $f \circ f^{-1}(2) = f(3)$</p>
37	<p>จาก $f = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$ $\therefore f^{-1} = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$ เพราะ $(f \circ f^{-1})(2) = f(f^{-1}(2))$</p> <p>$\therefore f(3) = 2$</p> <p>$\therefore (f \circ f^{-1})(2) = f(f^{-1}(2)) = f(3) = 2$</p>	<p>อันดับต่อไปนักเรียนจะต้องหาค่าของ $f(3)$ ซึ่งจะคือพิจารณาจุดลำดับใน f ที่มีค่า $X = 3$ ซึ่งตรงกับคู่ลำดับที่สอง ใน f จะได้ค่า $Y = 2$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
38	$\therefore f(3) = 2$ $\therefore (f \circ f^{-1})(2) = f(f^{-1}(2)) = f(3) = 2$	<p>นักเรียนคงจะพิจารณาการหา $(f \circ f^{-1})(x)$ แล้วและจะเห็นว่าจะต้องหาค่าของฟังก์ชันจากวงเล็บในก่อน แล้วจึงหาค่าของฟังก์ชันในวงเล็บนอก ให้นักเรียนลองหาค่าของ $(f \circ f^{-1})(x)$ ในคำถามข้อ 10 ค่ะ</p>
39	<p>จาก $f = \{(2,1) (3,2) (4,3)\}$ 10 $f^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>จากตัวอย่างเดิมให้นักเรียนหาค่าของ $(f \circ f^{-1})(3)$ ซึ่งอันดับแรกนักเรียนจะต้องหาค่า f^{-1} เสียก่อน ดังนั้นครูจะให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 10 f^{-1} คือ เซตใด</p> <p style="text-align: right;">FI คนตรี แล้ว FO</p>
40	<p><u>คำตอบข้อ 10</u> จาก $f = \{(2,1) (3,2) (4,3)\}$ $\therefore f^{-1} = \{(1,2) (2,3) (3,4)\}$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องได้ปรากฏบนจอแล้ว นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>
	<p>โปรดตอบคำถามข้อ 11</p>	<p>ต่อไปให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 11 โดยพิจารณาโจทย์ที่ปรากฏบนจอขณะนี้</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
	<p><u>คำตอบข้อ 10</u></p> <p>จาก $f = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$ $f^{-1} = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$</p>	
	<p>11. $(f \circ f^{-1})(3) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>คำถามข้อ 11 $(f \circ f^{-1})(3)$ มีค่าเท่าไร</p> <p>FI คนครึ่งแล้ว FO</p>
43	<p><u>คำตอบข้อ 11</u></p> <p>$f \circ f^{-1}(3) = f(f^{-1}(3)) = f(4)$</p>	<p>นักเรียนจะต้องหา $f^{-1}(3)$ เสียก่อน คือพิจารณาจุดลำดับใน f^{-1} ที่มีค่า $x = 3$ จะได้ $f^{-1}(3) = 4$</p>
	<p><u>คำตอบข้อ 10</u></p> <p>จาก $f = \{(2,1), (2,3), (4,3)\}$ $\therefore f^{-1} = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$</p>	
44	<p><u>คำตอบข้อ 10</u></p> <p>จาก $f = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$ $\therefore f^{-1} = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$</p>	<p>นักเรียนจะต้องหาค่าของ $f^{-1}(3)$ คือพิจารณาจุดลำดับใน f ที่มีค่า $x = 4$ ได้ $f(4) = 3$</p>
	<p>$\therefore f(4) = 3$ $\therefore (f \circ f^{-1})(3) = f(f^{-1}(3)) = f(4) = 3$</p>	



บทโทรทัศน์ เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ชุดที่ 5 พิษคณิตของฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
1	รูปที่ 5 พีชคณิตของฟังก์ชัน	รูปที่ 5 พีชคณิตของฟังก์ชัน
2	จับภาพครูผู้สอนครึ่งตัว	ถ้ามีฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป อาจสร้างฟังก์ชันขึ้นใหม่ โดยนำค่าของฟังก์ชันที่ X ของแต่ละฟังก์ชันเหล่านั้นมาบวกคูณหารกัน จะได้ค่าของฟังก์ชันใหม่ที่ X กล่าวได้ว่า ฟังก์ชันพีชคณิต เป็นฟังก์ชันที่เกิดขึ้นใหม่ ซึ่งได้มาจากนำฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชันมาบวกคูณและหารกัน ซึ่งการบวก คูณ หาร ฟังก์ชันมีนิยามดังต่อไปนี้
3	นิยาม กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่มี D_f เป็นโดเมนและ g เป็นฟังก์ชันที่มี D_g เป็นโดเมน	กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่มี D_f เป็นโดเมนและ g เป็นฟังก์ชันที่มี D_g เป็นโดเมน
4	$f+g = \left\{ (X,Y) \mid Y = f(X)+g(X) \right.$ $\left. \text{และ } X \in D_f \cap D_g \right\}$	จะได้ฟังก์ชัน $f+g$ เป็นฟังก์ชันที่มีสมการ $Y = f(X) + g(X)$ เมื่อ X เป็นสมาชิกของ $D_f \cap D_g$

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
5	$f-g = \{(X, Y) \mid Y = f(X) - g(X) \text{ และ } X \in D_f \cap D_g\}$	<p>ฟังก์ชัน $f-g$ เป็นฟังก์ชันที่มีสมการเป็น $Y = f(X) - g(X)$ เมื่อ X เป็นสมาชิกของ $D_f \cap D_g$</p>
6	$f \cdot g = \{(X, Y) \mid Y = f(X) \cdot g(X) \text{ และ } X \in D_f \cap D_g\}$	<p>ฟังก์ชัน $f \cdot g$ เป็นฟังก์ชันที่มีสมการเป็น $Y = f(X) \cdot g(X)$ เมื่อ X เป็นสมาชิกของ $D_f \cap D_g$</p>
7	$\frac{f}{g} = \{(X, Y) \mid Y = \frac{f(X)}{g(X)} \text{ และ } X \in D_f \cap D_g, g(X) \neq 0\}$	<p>ฟังก์ชัน $\frac{f}{g}$ เป็นฟังก์ชันที่มีสมการเป็น $Y = \frac{f(X)}{g(X)}$ เมื่อ X เป็นสมาชิกของ $D_f \cap D_g$ โดยที่ $g(X) \neq 0$</p> <p>ฟังก์ชันพีชคณิตทั้ง 4 มีคุณสมบัติที่เหมือนกันอย่างหนึ่งคือ สมาชิก X ของฟังก์ชันพีชคณิตนี้จะต้องเป็นสมาชิกในโดเมนของ f อินเตอร์เซกชันกับโดเมนของ g</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
8	<p>เมื่อจะหาฟังก์ชันพีชคณิต $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$ และ $\frac{f}{g}$ จะต้องหา $D_f \cap D_g$ ก่อน</p>	<p>ดังนั้นเมื่อนักเรียนจะหาฟังก์ชันของพีชคณิต ไม่ว่าจะเป็นฟังก์ชันพีชคณิตที่เกิดจากการบวก ลบ คูณ หรือหาร อันดับแรกที่นักเรียนจะต้องหาคือ โดเมนของ f อินเตอร์เซกชันกับโดเมนของ g ให้นักเรียนพิจารณาการหาฟังก์ชันพีชคณิต จากตัวอย่างต่อไปนี้</p>
9	<p>ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $f = \{(X, Y) Y = X \text{ และ } 0 \leq X \leq 5\}$ และ $g = \{(X, Y) Y = 1\}$ จงหา $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$ และ $\frac{f}{g}$ พร้อมทั้งบอกโดเมนของแต่ละฟังก์ชันด้วย</p>	<p>ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $f = \{(X, Y) Y = X \text{ และ } 0 \leq X \leq 5\}$ และ $g = \{(X, Y) Y = 1\}$ ให้นักเรียน หา $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$ และ $\frac{f}{g}$ พร้อมทั้งบอก โดเมนของแต่ละฟังก์ชันด้วย</p>
10	<p>วิธีทำ $f = \{(x, y) y=x \text{ และ } 0 \leq x \leq 5\}$ $\therefore f(x) = x$ $\therefore D_f = \{x 0 \leq x \leq 5\}$</p> <hr/> <p>จาก $g = \{(x, y) y = 1\}$ $\therefore g(x) = 1$ $\therefore D_g = \{x x \in \mathbb{R}\}$</p>	<p>อันดับแรกนักเรียนจะต้องหาโดเมนของแต่ละฟังก์ชันแล้วจึงนำมาอินเตอร์เซกชันกันเป็น $D_f \cap D_g$ ซึ่งเป็นโดเมนของพีชคณิตของฟังก์ชันทั้ง 4</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
	<p>วิธีทำ $f = \{(x,y) \mid y=x \text{ และ } 0 \leq x \leq 5\}$</p> <p>$\therefore f(x) = x$</p> <p>$\therefore D_f = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$</p> <hr/> <p>จาก $g = \{(x,y) \mid y = 1\}$</p> <p>$\therefore g(x) = 1$</p> <p>$\therefore D_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$</p> <hr/> <p><u>คำถามข้อ 1</u></p> <p>1. $D_f \cap D_g = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>จากภาพที่ปรากฏบนจอ นักเรียนตอบ คำถามข้อที่ 1 $D_f \cap D_g$ จะได้เซตใด</p> <p>FI คนครี แล้ว FO</p>
12	<p><u>คำตอบข้อ 1</u></p> <p>$D_f \cap D_g = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$</p>	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ $D_f \cap D_g = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$</p>
13	<p><u>จะหา $f+g$</u> $\therefore D_{f+g} = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$</p>	<p>อันดับแรกจะหา $f+g$ เสียก่อน</p> <p>ซึ่ง $D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
14	<p>จาก $(f+g)(X) = f(X)+g(X)$ $\because f(X) = X \quad g(X) = 1$ $\therefore (f+g)(X) = X+1, \quad 0 \leq X \leq 5$</p>	<p>นี่คือ นิยามของฟังก์ชันพีชคณิต $(f+g)(X)$ จากสิ่งที่กำหนดให้ $f(X) = X$ และ $g(X) = 1$ ดังนั้น $(f+g)(X) = X+1$ เมื่อ X เป็นสมาชิกของ $D_f \cap D_g$ นั่นคือ $0 \leq X \leq 5$</p>
	<p>$\therefore f+g = \{(X,Y) \mid Y = X+1 \text{ เมื่อ } 0 \leq X \leq 5\}$</p>	<p>นี่คือฟังก์ชันพีชคณิต $f+g$</p>
16	<p>จะหา $f-g$: $D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$</p>	<p>อันดับต่อไปจะหา $f-g$ ซึ่ง $D_{f-g} = D_f \cap D_g$ ดังนั้น $D_{f-g} = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$</p>
17	<p>จาก $(f-g)(X) = f(X)-g(X)$ $f(X) = X, \quad g(X) = 1$</p>	<p>นี่คือนิยามของฟังก์ชันพีชคณิต $(f-g)(X)$ จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ $f(X) = X$ และ $g(X) = 1$ ให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 2</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
	<p>คำถามข้อ 2</p> $f(x) - g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>$f(x) - g(x)$ มีค่าเท่าไร</p> <p>FI คนศรีแล้ว FO</p>
19	<p>คำตอบข้อ 2</p> $f(x) - g(x) = x - 1$	<p>เพราะว่า $f(x) = x, g(x) = 1$</p> <p>ดังนั้น $f(x) - g(x) = x - 1$</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>
20	<p>$\therefore (f-g) = \{(x,y) \mid y = x-1 \text{ เมื่อ } 0 \leq x \leq 5\}$</p>	<p>นี่คือ ฟังก์ชันพีชคณิต $f-g$</p>
21	<p>จะหา f, g $D_{f,g} = D_f \cap D_g$</p> $= \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$	<p>อันดับต่อไปจะหาฟังก์ชันพีชคณิต $f \cdot g$</p> <p>ซึ่งโดเมนของ $f \cdot g$</p> <p>ก็เหมือนกับโดเมนของ $f+g$ และ $f-g$ ซึ่งเท่ากับ $D_f \cap D_g = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
22	<p>จาก $(f \cdot g)(X) = f(X) \cdot g(X)$ $f(X) = X$ และ $g(X) = 1$</p>	<p>นี่คือ นิยามของฟังก์ชันพีชคณิต $(f \cdot g)(X)$ จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เหมือนเดิมคือ $f(X) = X$ และ $g(X) = 1$ จากภาพที่ปรากฏบนจอให้นักเรียนตอบ คำถามข้อที่ 3</p>
23	<p><u>คำถามข้อ 3</u> 3. $f(X) \cdot g(X) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>จาก $f(X) = X$ และ $g(X) = 1$ ให้นักเรียนหา $f(X) \cdot g(X)$ FI คนครีแล้ว FO</p>
24	<p><u>คำตอบข้อ 3</u> $f(X) \cdot g(X) = x$</p>	<p>นี่คือ คำตอบที่ถูกต้องของ $f(X) \cdot g(X)$ นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า</p>
25	<p><u>คำถามข้อ 4</u> $f \cdot g = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>คำถามข้อ 4 ให้นักเรียนเขียน $(f \cdot g)(X)$ ในรูป $f \cdot g$ FI คนครีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
26	<p>คำตอบข้อ 4</p> $(f \circ g)(x) = x, 0 \leq x \leq 5$ $(f \circ g) = \{(x, y) \mid y = x, 0 \leq x \leq 5\}$	<p>นี่คือฟังก์ชัน $f \circ g$ ซึ่งเป็นรูปของความสัมพันธ์นั้นเอง นักเรียนคงจะเห็นความแตกต่างของ $(f \circ g)(x)$ และ $f \circ g$</p>
27	<p>จะหา $\frac{f}{g}$</p> $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g$ $= \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$	<p>อันคับสุดท้ายจะหาฟังก์ชันพีชคณิต $\frac{f}{g}$</p> <p>โดเมนของ $\frac{f}{g}$ เท่ากับ</p> <p>โดเมนของ $f \cap$ โดเมนของ g</p>
28	<p>จาก $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$</p> <p>และ $g(x) \neq 0$</p> <p>$\therefore f(x) = x$ และ $g(x) = 1$</p>	<p>นี่คือ นิยามของฟังก์ชันพีชคณิต</p> $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad g(x) \neq 0$ <p>ในที่นี้ $f(x) = x$ และ $g(x) = 1$</p> <p>ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์</p> <p>จากข้อมูลที่กำหนดให้มันจ่อ</p> <p>ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 5</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
29	<p>คำถามข้อ 5</p> $\frac{f(x)}{g(x)} = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>ให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 5</p> <p>$\frac{f(x)}{g(x)}$ มีค่าเท่าใด</p> <p>FI คนครึแล้ว FO</p>
30	<p>คำตอบข้อ 5</p> $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x}{1} = x$	<p>คำตอบที่ถูกต้องคือ $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x}{1} = x$</p>
31	<p>คำถามข้อ 6</p> $\frac{f}{g} = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>จากคำตอบที่ 5 ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 6 เขียน $(\frac{f}{g})(x)$ ในรูป $\frac{f}{g}$</p> <p>FI คนครึแล้ว FO</p>
32	<p>คำตอบข้อ 6</p> <p>จาก $(\frac{f}{g})(x) = x, 0 \leq x \leq 5$</p> <p>$\therefore \frac{f}{g} = \{(x, y) y = x, 0 \leq x \leq 5\}$</p>	<p>นี่คือการเขียน $(\frac{f}{g})(x)$ ในรูป $\frac{f}{g}$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
33	<p>ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $f(X) = X+1$ $g(X) = X^2$</p>	<p>ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $f(X) = X+1$ และ $g(X) = X^2$</p> <p>ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 7</p>
34	<p>คำถามข้อ 7</p> <p>$D_f = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>$D_g = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>ให้นักเรียนหา D_f และ D_g</p> <p>FI คนครึ่งแล้ว FO</p>
35	<p>คำตอบข้อ 7</p> <p>$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$</p> <p>$D_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$</p>	<p>จาก $f(X) = X+1$ จะได้โดเมนของ f เป็นจำนวนจริง</p> <p>จาก $g(X) = X^2$ ก็จะได้โดเมนของ เป็นจำนวนจริง เช่นกัน</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือ เปล่า</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
36	<p>คำถามข้อ 8</p> $D_f \cap D_g = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>คำถามข้อ 8</p> <p>$D_f \cap D_g$ เท่ากับ เท่าใด</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>
37	<p>คำตอบข้อ 8</p> $D_f \cap D_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	<p>นี่คือคำตอบที่ถูกต้อง</p> <p>นักเรียนตอบถูกหรือ เปล่า</p>
38	<p>จาก $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2$</p> $D_f \cap D_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	<p>จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ $f(x) = x+1$</p> $g(x) = x^2$
39	<p>คำถามข้อ 9</p> $(f+g)(x) = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 9</p> <p>คือค่าของ $(f+g)(x)$</p> <p>FI คนครีแล้ว FO</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
40	<p><u>คำตอบข้อ 9</u></p> $(f+g)(X) = f(X)+g(X)$ $= (X+1)+X^2$ $= X^2+X+1, X \in R$	นี่คือคำตอบที่ถูกต้อง
41	<p><u>คำถามข้อ 10</u></p> $(f-g)(X) = \underline{\hspace{2cm}}$	<p>ต่อไปให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 10 คือหาค่า $(f-g)(X)$</p> <p>FI คนศรีแล้ว FO</p>
42	<p><u>คำตอบข้อ 10</u></p> $(f-g)(X) = f(X)-g(X)$ $= (X+1)-X^2$ $= X+1-X^2, X \in R$	คำตอบที่ถูกต้อง ได้ปรากฏบนจอแล้ว นักเรียนตอบถูกหรือเปล่า

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
43	<p><u>คำถามข้อ 11</u></p> <p>$(f \circ g)(x) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>คำถามคือไปคือ คำถามข้อ 11</p> <p>ให้นักเรียนหาค่าของ $(f \circ g)(x)$</p> <p>FI คนศรีแล้ว FO</p>
44	<p><u>คำตอบข้อ 11</u></p> <p>$(f \circ g)(x) = f(x) \cdot g(x)$</p> <p>$= (x+1) \cdot (x^2)$</p> <p>$= x^3 + x^2, x \in \mathbb{R}$</p>	<p>นี่คือคำตอบข้อ 11</p> <p>นักเรียนตอบถูกใช้ไหม</p>
45	<p><u>คำถามข้อ 12</u></p> <p>$(\frac{f}{g})(x) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>คำถามข้อคือไปคือ คำถามข้อ 12</p> <p>ให้นักเรียนหาค่าของ $(\frac{f}{g})(x)$</p>

ลำดับที่	ภาพ	เสียง
46	<p>คำตอบข้อ 12</p> $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ $= \frac{x+1}{x^2}, x \in \mathbb{R}, x \neq 0$	<p>คำตอบของ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$</p> <p>ซึ่ง $= \frac{x+1}{x^2}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง ใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์</p>



ภาคผนวก ค

คู่มือประกอบการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม เทปโทรทัศน์

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) สำหรับนักเรียน มี 2 ชุด

ชุดที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 2 เรื่อง พังค์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คู่มือประกอบการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม เทปโทรทัศน์
วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) สำหรับนักเรียน ชุดที่ 1 เรื่อง เส้นตรง มี 5 คาบ

- คาบที่ 1 ความชันของเส้นตรง
- คาบที่ 2 เส้นขนาน
- คาบที่ 3 เส้นตั้งฉาก
- คาบที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
- คาบที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คู่มือประกอบการเรียน

คำชี้แจง

1. คู่มือนี้ใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
เส้นตรง ชุดที่ 1 ความชันของเส้นตรง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบด้วยคำถามจำนวน 15 ข้อ
3. การตอบคำถามให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถามแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถามแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การตอบผิดเป็นเรื่องธรรมดาที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนตอบผิดจึงไม่ต้องเสียใจ โปรดฟังคำอธิบายเพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้อง แล้วเขียนคำตอบที่ได้แก้ไขแล้วลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัย ขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเดี๋ยวนี เพราะถ้าเปิดรายการโทรทัศน์แล้วจะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรชวนเพื่อนคุย ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์ เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนตามบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำถามบทที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 1 ความชันของเส้นตรง

คำถาม	หมายเหตุ
ข้อ 1. โคออร์ดิเนตของจุด R คือ	
ข้อ 2. โคออร์ดิเนตของจุด C คือ	
ข้อ 3. โคออร์ดิเนตของจุด R คือ	
ข้อ 4. ความยาวของ $P_1R =$ หน่วย	
ข้อ 5. ความยาวของ $P_2R =$ หน่วย	
ข้อ 6. ความยาวของ $R_1P =$ หน่วย	
ข้อ 7. ความยาวของ $R_2P =$ หน่วย	
ข้อ 8.	
8.1 โคออร์ดิเนตของจุด R คือ	
8.2 ความยาวของ $P_1R =$ หน่วย	
8.3 ความยาวของ $P_2R =$ หน่วย	
ข้อ 9. ความชันของเส้นตรง $L =$	
ข้อ 10. ความชันของ $P_1P_2 =$	
ข้อ 11. ความชันของ $R_1R_2 =$	
ข้อ 12. จงเขียนกราฟของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1,3)$ และ $(4,2)$	
ข้อ 13. ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1,3)$ และ $(-4,2)$	
=	
ข้อ 14. ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3,0)$ และ $(-1,-5)$	
=	

คำถาม	หมายเหตุ
<p>ข้อ 15. สรุป</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ถ้าเส้นตรงผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เส้นตรงนี้将有ความชัน ซึ่งหาได้จากสูตร 2. เส้นตรงที่ขนานแกน x จะมีค่า $y_1 = y_2$ นั่นคือ ผ่านจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) จะมีความชันเท่ากับ 3. เส้นตรงที่ขนานแกน y จะมีค่า $x_1 = x_2$ นั่นคือ ผ่านจุด (x, y_1) และ (x, y_2) จะหาความชัน 4. เส้นตรงที่ทำมุมแหลมกับแกน x ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มีค่าความชันเป็น 5. เส้นตรงที่ทำมุมป้านกับแกน y ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มีค่าความชันเป็น 	

คู่มือประกอบการเรียน

คำชี้แจง

1. คู่มือใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
เส้นตรง ชุดที่ 2 เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบด้วยคำถามจำนวน 9 ข้อ
3. การตอบคำถามให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถามแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถามแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การตอบผิดเป็นเรื่องธรรมดาที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนตอบผิดจึงไม่ต้องเสียใจ โปรดฟังคำอธิบายเพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้อง แล้วเขียนคำตอบที่ได้แก้ไขแล้วลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัยขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเดี๋ยวนี้ เพราะถ้าเปิดรายการโทรทัศน์แล้วจะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรชวนเพื่อนคุย ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์ เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนตามบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำถามบทที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 2 เส้นขนาน

คำถาม	หมายเหตุ
ข้อ 1. ความชันของเส้นตรงเดียวกันย่อมมีค่า	
ข้อ 2.	
2.1 ความชันของเส้นตรง L_1 หรือ m_1 มีค่า	
2.2 ความชันของเส้นตรง L_2 หรือ m_2 มีค่า =	
ข้อ 3. $m_2 =$	
ข้อ 4. เส้นตรง L_1 กับเส้นตรง L_2	
ข้อ 5. L_1 จะขนานกับ L_2 เมื่อ	
ข้อ 6. m_1 และ m_2 มีค่า =	
ข้อ 7. L_1 และ L_2 ขนานกันหรือไม่	
ข้อ 8. L_1 และ L_2 หรือไม่	
เพราะ	
ข้อ 9. เส้นตรง 2 เส้นจะเป็นเส้นเดียวกันก็ต่อเมื่อ	
1.	
2.	

คู่มือประกอบการเรียน

คำชี้แจง

1. คู่มือนี้ใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรม เทปโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
เส้นตรง ชุดที่ 3 เส้นตั้งฉาก สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบด้วยคำถามจำนวน 9 ข้อ
3. การตอบคำถามให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถามแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถามแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การตอบผิด
เป็นเรื่องธรรมดาที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนตอบผิดจึงไม่ต้องเสียใจ โปรดฟังคำ
อธิบายเพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้อง แล้วเขียนคำอธิบาย
คำตอบที่ได้แก้ไขแล้วลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัย ขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเดี๋ยวนี เพราะถ้าเปิดรายการ
โทรทัศน์แล้วจะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรชวนเพื่อนคุย ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรม
เทปโทรทัศน์ เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนตามบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำถามบทที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 3 เส้นตั้งฉาก

คำถาม	หมายเหตุ
ข้อ 1. $m_1 = \dots\dots\dots$	
ข้อ 2. $m_2 = \dots\dots\dots$	
ข้อ 3. $m_1 m_2 = \dots\dots\dots$	
ข้อ 4. $m_1 = \dots\dots\dots$	
$m_2 = \dots\dots\dots$	
$m_1 m_2 = \dots\dots\dots$	
ข้อ 5. ความชันของ $L_2 = \dots\dots\dots$	
ข้อ 6. เส้นตรง L_1 สัมพันธ์อย่างไรกับ L_2	
ข้อ 7. $m_1 m_2 + \dots\dots\dots$	
แสดงว่า L_1 และ L_2 สัมพันธ์กันอย่างไร	
.....	
ข้อ 8.	
8.1 L_1 สัมพันธ์อย่างไรกับ L_2	
8.2 L_1 สัมพันธ์อย่างไรกับ L_2	
8.3 L_1 สัมพันธ์อย่างไรกับ L_2	
ข้อ 9. จุด A, B, C เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่	
.....	

คู่มือประกอบการเรียน

คำชี้แจง

1. คู่มือที่ใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
เส้นตรง ชุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบด้วยคำถามจำนวน 7 ข้อ
3. การตอบคำถามให้นักเรียน เดิมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถามแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถามแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การตอบผิด
เป็นเรื่องธรรมดาที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนตอบผิดจึงไม่ต้องเสียใจ โปรดฟังคำอธิบาย
เพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้อง แล้วเขียนคำตอบที่ได้แก้ไขแล้ว
ลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัย ขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเดี๋ยวนี้ เพราะถ้าเปิดรายการ
โทรทัศน์แล้วจะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรชวนเพื่อนคุย ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรม
เทปโทรทัศน์ เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนตามบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบบทที่ 1 เส้นตรง

ชุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

คำถาม	หมายเหตุ
ข้อ 1. สมการคือ	
ข้อ 2. สมการคือ	
ข้อ 3. สมการคือ	
ข้อ 4. สมการคือ	
ข้อ 5. สมการคือ	
ข้อ 6. สมการคือ	
ข้อ 7. สมการคือ	

ศูนย์วิทยพัชกร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คู่มือประกอบการเรียน

คำชี้แจง

1. คู่มือที่ใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
เส้นตรง ชุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบด้วยคำถามจำนวน 8 ข้อ
3. การตอบคำถามให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถามแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถามแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การตอบผิด
เป็นเรื่องธรรมดาที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนตอบผิดจึงไม่ต้องเสียใจ โปรดฟังคำอธิบาย
เพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้อง แล้วเขียนคำตอบที่ได้แก้ไขแล้ว
ลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัย ขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเดี๋ยวนี เพราะถ้าเปิดรายการ
โทรทัศน์แล้ว จะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรชวนเพื่อนคุย ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรม
เทปโทรทัศน์ เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนตามบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบบทที่ 1 เส้นตรง
จุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

คำถาม	หมายเหตุ
ข้อ 1. จุด P อยู่ห่างจากเส้นตรงนี้ หน่วย	
ข้อ 2. เส้นตรงเส้นที่ 1 มีความชัน เส้นตรงเส้นที่ 2 มีความชัน	
ข้อ 3. เส้นตรง 2 เส้นนั้นจะมีความสัมพันธ์กันอย่างไร	
ข้อ 4. A = B = C =	
ข้อ 5. A = B = C =	
ข้อ 6. A = B = C ₁ = C ₂ =	
ข้อ 7. ระยะห่างระหว่าง L ₁ และ L ₂ เป็น หน่วย	
ข้อ 8. ระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ หน่วย	

คู่มือประกอบการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมแบบโทรทัศน์
วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) สำหรับนักเรียน ชั้นที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชัน มี 5 คาบ

คาบที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

คาบที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

คาบที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท

คาบที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส

คาบที่ 5 พิสูจน์ของฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คู่มือประกอบการเรียน

คำชี้แจง

1. คู่มือนี้ใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรม เทปโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบด้วยคำตามจำนวน 10 ข้อ
3. การตอบคำถามให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถามแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถามแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การตอบผิด
เป็นเรื่องธรรมดาที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนตอบผิดจึงไม่ต้องเสียใจ
โปรดฟังคำอธิบายเพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้อง
แล้วเขียนคำตอบที่ได้แก้ไขแล้วลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัยขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเดี๋ยวนี้ เพราะถ้าเปิดรายการ
โทรทัศน์แล้วจะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรชวนเพื่อนคุย ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรม เทปโทรทัศน์
เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนทาบบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำถามบทที่ 2 เรื่อง หังกัชนี

ชุดที่ 1 ความหมายของหังกัชนี

คำถาม	หมายเหตุ
ข้อ 1. ความสัมพันธ์ใดบ้างเป็นหังกัชนี	
ข้อ 2. กราฟของความสัมพันธ์ในข้อต่อไปนี้เป็นหังกัชนีหรือไม่ 2.1 2.2 2.3	
ข้อ 3. $f =$	
ข้อ 4. 1. โดเมนของ f หรือ $D_f =$ 2. เรนจ์ของ f หรือ $R_f =$	
ข้อ 5. $f =$	
ข้อ 6. $D_f =$ และมีความสัมพันธ์อย่างไรกับเซต A $R_f =$ และมีความสัมพันธ์อย่างไรกับเซต B	
ข้อ 7. $f =$ $D_f =$ $R_f =$	
ข้อ 8. f เป็นหังกัชนีจาก A ไปที่ถึง B หรือไม่	

คำถาม	หมายเหตุ
<p>ข้อ 9. กราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่</p> <p>9.1.</p> <p>9.2.</p> <p>9.3.</p>	
<p>ข้อ 10. กราฟจะเป็นฟังก์ชัน ตรวจสอบโดยลากเส้นขนานแกม</p> <p>..... กราฟจะเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง</p> <p>ตรวจสอบโดยลากเส้นขนานแกม.....</p>	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คู่มือประกอบการเรียน

คำชี้แจง

1. คู่มือนี้ใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ชุดที่ 2 ถึงฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบด้วยคำถายจำนวน 3 ข้อ
3. การตอบคำถามให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถายแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถายแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การตอบผิดเป็นเรื่องธรรมดาที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนตอบผิดจึงไม่ต้องเสียใจ โปรดฟังคำอธิบายเพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้องแล้ว เขียนคำตอบที่ได้แก้ไขแล้วลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัย ขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเดี๋ยวนี เพราะถ้าเป็นรายการโทรทัศน์แล้วจะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรชวนเพื่อนคุย ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์ เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนตามบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบบทที่ 2 เรื่องฟังก์ชัน

ชุดที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

คำถาม	หมายเหตุ
<p>ข้อ 1. กราฟต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่</p> <p>.....</p>	
<p>ข้อ 2. $f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$</p>	
<p>ข้อ 3. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน</p>	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คู่มือประกอบการเรียน

คำชี้แจง

1. คู่มือนี้ใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรมแบบโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
ชุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบด้วยคำถามจำนวน 10 ข้อ
3. การตอบคำถามให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถามแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถามแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การตอบผิด
เป็นเรื่องธรรมดาที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนตอบผิดจึงไม่ต้องเสียใจ
โปรดฟังคำอธิบายเพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้อง
แล้วเขียนคำตอบที่ได้แก้ไขแล้วลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัย ขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเดี๋ยวนี เพราะถ้าเปิดรายการ
โทรทัศน์แล้วจะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรชวนเพื่อนคุย ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรมแบบโทรทัศน์
เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนคามบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำถามบทที่ 2 เรื่องฟังก์ชัน

ชุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท

คำถาม	หมายเหตุ
<p>ข้อ 1. $f(4) = \dots\dots\dots$ $f(5) = \dots\dots\dots$ $f(6) = \dots\dots\dots$ $\therefore f = \dots\dots\dots$</p>	
<p>ข้อ 2. $g(7) = \dots\dots\dots$ $g(8) = \dots\dots\dots$ $\therefore g = \dots\dots\dots$</p>	
<p>ข้อ 3. $(g \circ f)(4) = \dots\dots\dots$ $(g \circ f)(5) = \dots\dots\dots$ $(g \circ f)(6) = \dots\dots\dots$</p>	
<p>ข้อ 4. $\therefore f(4) = 8 \quad \therefore g(f(4)) = g(8)$ $\therefore f(5) = \dots \quad \therefore g(f(5)) = g(\dots)$ $\therefore f(6) = \dots \quad \therefore g(f(6)) = g(\dots)$</p>	
<p>ข้อ 5. $\therefore g(f(4)) = g(3) = 9 \quad \therefore (g \circ f)(4) = 9$ $\therefore g(f(5)) = g(7) = 10 \quad \therefore (g \circ f)(5) = \dots$ $\therefore g(f(6)) = g(8) = 9 \quad \therefore \dots\dots\dots$</p>	
<p>ข้อ 6. จาก $(g \circ f)(4) = 9 \quad \therefore (4, 9) \in g \circ f$ จาก $(g \circ f)(5) = 10 \quad \therefore \dots\dots\dots$ จาก $(g \circ f)(6) = 9 \quad \therefore \dots\dots\dots$</p>	
<p>ข้อ 7. $\therefore (4, 9) \in g \circ f, (5, 10) \in g \circ f$ และ $(6, 9) \in g \circ f$ $\therefore g \circ f = \dots\dots\dots$</p>	

คำถาม	หมายเหตุ
ข้อ ๘. $g \circ f = \dots\dots\dots$	
ข้อ ๙. $D_f = \dots\dots\dots R_f = \dots\dots\dots$	
$D_g = \dots\dots\dots R_g = \dots\dots\dots$	
ข้อ 10. เรนจ์ของ f สัมพันธ์อย่างไรกับโคโดเมนของ g	
$\dots\dots\dots$	
$\dots\dots\dots$	



 ศูนย์วิทยพัชกร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คู่มือประกอบกาเรียน

คำชี้แจง

1. คู่มือนี้ใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรมแบบโทรทัศนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบคำถามจำนวน 11 ข้อ
3. การตอบคำถามให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถามแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถามแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การตอบผิด
เป็นเรื่องธรรมดาที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนตอบผิดจึงไม่ควรเสียใจ
โปรดฟังคำอธิบายเพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้อง
แล้วเขียนคำตอบที่ได้แก้ไขแล้วลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัย ขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเถียวนี้ เพราะถ้าเปิดรายการ
โทรทัศน์แล้วจะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรขาดเรียนเลย ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรมแบบโทรทัศน
เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนตามบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำถามบทที่ 2 เรื่องฟังก์ชัน

ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส

คำถาม	หมายเหตุ
ข้อ 1. $f^{-1} = \dots\dots\dots$ $D_{f^{-1}} = \dots\dots\dots$ $R_{f^{-1}} = \dots\dots\dots$	
ข้อ 2. $f^{-1} = \dots\dots\dots$ f^{-1} เป็นฟังก์ชันอินเวอร์สหรือไม่ $\dots\dots\dots$	
ข้อ 3. <u>ตอบ</u> $\dots\dots\dots$	
ข้อ 4. f^{-1} เป็นฟังก์ชันหรือไม่ $\dots\dots\dots$	
ข้อ 5. $f^{-1} = \dots\dots\dots$	
ข้อ 6. $f^{-1} = \dots\dots\dots$	
ข้อ 7. f^{-1} เป็นฟังก์ชันหรือไม่ $\dots\dots\dots$	
ข้อ 8. $f^{-1}(2) = \dots\dots\dots$	
ข้อ 9. $f^{-1}(1) = \dots\dots\dots$	
ข้อ 10. $f^{-1} = \dots\dots\dots$	
ข้อ 11. $(f \circ f^{-1})(3) = \dots\dots\dots$	

คำชี้แจง

1. คู่มือนี้ใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรมแบบโทรทัศน์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ชุดที่ 5 ที่ชนิดของฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ในคู่มือประกอบด้วยคำถามจำนวน 13 ข้อ
3. การสอนคำถามให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้
4. เมื่อตอบคำถามแล้ว ครูหนึ่งจะเฉลยคำตอบให้ทราบทางโทรทัศน์
5. การตอบคำถามแต่ละข้อ ขอให้นักเรียนคิดและตอบด้วยตัวเอง การคิดเป็นเรื่องราวที่อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อนักเรียนคิดจึงไม่ต้องเสียใจไปรทงกล่าวอธิบายเพิ่มเติมจากโทรทัศน์ และทำความเข้าใจเสียใหม่ให้ถูกต้องแล้วเขียนคำตอบที่ได้แก้ไขแล้วลงในช่องหมายเหตุ
6. ถ้ามีสิ่งใดสงสัย ขอให้ซักถามอาจารย์เสียก่อนเดี๋ยวนี เพราะถ้าเป็นรายการโทรทัศน์แล้วจะไม่มีเวลาให้ถามได้อีก
7. นักเรียนไม่ควรช่วยเหลือผู้อื่น ในขณะที่กำลังเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรมแบบโทรทัศน์ เพราะจะทำให้นักเรียนและเพื่อนคาบบทเรียนไม่ทัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำถายบทที่ 2 เรื่องฟังก์ชัน

ชุดที่ 5 ฟังก์ชันพีชคณิต

คำถาย	หมายเหตุ
ข้อ 1. $D_f \cap D_g = \dots\dots\dots$	
ข้อ 2. $f(x) - g(x) = \dots\dots\dots$	
ข้อ 3. $f(x) \cdot g(x) = \dots\dots\dots$	
ข้อ 4. $f \cdot g = \dots\dots\dots$	
ข้อ 5. $\frac{f(x)}{g(x)} = \dots\dots\dots$	
ข้อ 6. $\frac{f}{g} = \dots\dots\dots$	
ข้อ 7. $D_f = \dots\dots\dots$ $D_g = \dots\dots\dots$	
ข้อ 8. $D_f \cap D_g = \dots\dots\dots$	
ข้อ 9. $(f + g)(x) = \dots\dots\dots$	
ข้อ 10. $(f - g)(x) = \dots\dots\dots$	
ข้อ 11. $(f \cdot g)(x) = \dots\dots\dots$	
ข้อ 12. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \dots\dots\dots$	
ข้อ 13. สรุป	
1. $f + g = \dots\dots\dots$	
2. $f - g = \dots\dots\dots$	
3. $f \cdot g = \dots\dots\dots$	
4. $\frac{f}{g} = \dots\dots\dots$	



ภาคผนวก ง

คู่มือการใช้รายการโทรทัศน์สำหรับครู

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คู่มือการใช้บทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์ วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง "เส้นตรงและฟังก์ชัน"

รายการโทรทัศน์ชุดนี้ผลิตขึ้นในลักษณะของบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง มีเนื้อหาครอบคลุมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) เรื่อง "เส้นตรง และฟังก์ชัน" ประกอบด้วย

1. เทปโทรทัศน์แบบ VHS ซึ่งบันทึกรายการโทรทัศน์ประกอบบทเรียน แบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "เส้นตรงและฟังก์ชัน" เอาไว้
2. คู่มือประกอบการเรียนด้วยรายการโทรทัศน์ สำหรับนักเรียน
3. คู่มือแนะนำการใช้รายการโทรทัศน์ สำหรับครู

คำแนะนำสำหรับการใช้รายการโทรทัศน์

ผู้ที่นำรายการโทรทัศน์นี้ไปใช้ควรดูรายการนี้อย่างน้อย 1 ครั้งก่อนนำไปใช้จริงและเมื่อนำรายการนี้ไปใช้ ควรปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. แจกคู่มือประกอบการเรียนให้นักเรียนคนละ 1 ชุด แล้วทำความเข้าใจกับนักเรียนว่า ในระหว่างที่นักเรียนดูรายการโทรทัศน์ นักเรียนต้องปฏิบัติตามคำแนะนำจากรายการโทรทัศน์โดยเคร่งครัด ซึ่งส่วนมากได้แก่ การให้ตอบคำถามโดยให้นักเรียนตอบหรือบันทึกลงในคู่มือได้ทันที

สำหรับการตอบคำถาม ควรแนะนำแก่นักเรียนว่า ถ้าเป็นคำถามที่ไม่ต้องใช้เวลาคำนวณจะมีเวลาให้ตอบประมาณข้อละ 10 วินาที แต่ถ้าเป็นคำถามที่ต้องใช้การคำนวณ จะมีเวลาให้ตอบประมาณข้อละ 30 วินาที ฉะนั้นนักเรียนต้องตัดสินใจตอบอย่างรวดเร็ว การตอบผิดไม่ใช่เป็นเรื่องเสียหายอะไร เพราะเมื่อตอบคำถามเสร็จแล้วจะเฉลยคำตอบให้ทราบในทันที พร้อมทั้งมีคำอธิบายเพิ่มเติมให้ด้วย

นอกจากนั้น ควรจะบอกนักเรียนล่วงหน้าด้วยว่า จะทำการทดสอบเมื่อจบรายการโทรทัศน์

2. ต้องดูแลให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่าง ๆ ของรายการโทรทัศน์โดยเคร่งครัด
3. กำชับนักเรียนอีกครั้งหนึ่งว่า เมื่อเริ่มเปิดรายการโทรทัศน์แล้ว ห้ามพูดคุยหรือซักถามใด ๆ ทั้งสิ้น เพราะการกระทำดังกล่าวจะทำให้พลาดขั้นตอนของรายการโทรทัศน์ไป
4. ครูควรนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการทบทวนเรื่อง "ระบบแกนมุมฉาก" ซึ่งประกอบด้วย แกนนอน (แกน X) และแกนตั้ง (แกน Y) คู่อันดับและเครื่องหมายของคู่อันดับในแต่ละควอดแดรนต์ จากนั้นจึงเปิดรายการโทรทัศน์ให้นักเรียนดู
5. เมื่อนักเรียนดูรายการโทรทัศน์จบแล้ว แจกแบบทดสอบให้นักเรียนตอบทันที
6. ถ้านักเรียนมีข้อสงสัย หรือต้องการทราบรายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับเรื่อง "เส้นตรงและฟังก์ชัน" ไม่ว่าจะเป็นบทเรียนย่อยเรื่องใด ครูควรให้ความกระจ่างแก่นักเรียนโดยอาจใช้รายละเอียดต่าง ๆ ที่มีอยู่ในคู่มือนี้

รายละเอียด

บทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์นี้ สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) เรื่อง "เส้นตรงและฟังก์ชัน" สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งบันทึกภาพและเสียงในม้วนเทป VHS 2 ม้วน

ม้วนที่หนึ่ง เรื่อง "เส้นตรง" ประกอบด้วย 5 บทเรียนย่อย ดังต่อไปนี้

บทเรียนย่อยที่ 1 ความชันของเส้นตรง

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถ

1. การหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุดที่กำหนดให้ได้ เมื่อเส้นตรงนั้นไม่ขนานกับแกน
2. บอกลักษณะของเส้นตรงแต่ละเส้นได้ เมื่อกำหนดความชันให้

เนื้อหา

เส้นตรงที่ผ่านจุด $P(X_1, Y_1)$ $Q(X_2, Y_2)$ จะมีความชัน (m) ซึ่งหาได้จากสูตร

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad \text{หรือ} \quad \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

บทเรียนย่อยที่ 2 เส้นขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่า เส้นตรง 2 เส้นที่กำหนดให้ขนานกันเมื่อกำหนดความชันให้

เนื้อหา

เส้นตรง 2 เส้นจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงทั้งสองมีค่าเท่ากัน

บทเรียนย่อยที่ 3 เส้นตั้งฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่า เส้นตรง 2 เส้นที่กำหนดให้ตั้งฉากกันเมื่อกำหนดความชันให้

เนื้อหา

เส้นตรง 2 เส้น จะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อ ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองมีค่าเท่ากับ -1

บทเรียนย่อยที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถ

1. ทหาสมการเส้นตรง เมื่อกำหนดเงื่อนไขต่าง ๆ ได้
2. หาความชันของเส้นตรงและจุดที่เส้นตรงตัดแกนโคออร์ดิเนต และเขียนกราฟของเส้นตรงได้เมื่อกำหนดสมการเส้นตรงให้

เนื้อหา

1. รูปแบบจุด-ความชัน (Point-Slop Form) เมื่อโจทย์กำหนดจุดผ่าน (x_1, y_1) และความชันของเส้นตรง (m)

สมการคือ $Y - Y_1 = m(X - X_1)$

2. รูปแบบจุดผ่าน 2 จุด (Two Points Form) เมื่อโจทย์กำหนดจุดผ่าน (X_1, Y_1) และ (X_2, Y_2)

สมการคือ $\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$

3. รูปแบบความชัน-ระยะตัดแกน Y (Slope-Intercept Form)

เมื่อโจทย์กำหนดความชันของเส้นตรง (m) และระยะตัดแกน Y (Y-intercept) เท่ากับ b

$$\text{สมการคือ } Y = mx + b$$

4. รูปแบบระยะตัดแกนทั้งสอง (Two Intercept Form) เมื่อโจทย์กำหนด

ระยะตัดแกน X (X-intercept) เท่ากับ a และระยะตัดแกน Y (Y-intercept)

เท่ากับ b

$$\text{สมการคือ } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

5. รูปแบบทั่วไป (General Form)

$$\text{สมการคือ } Ax + By + c = 0$$

6. รูปแบบของเส้นตรงที่ขนานแกน X เมื่อโจทย์กำหนดเส้นตรงห่างจาก

แกน X เป็นระยะ $|b|$ หน่วย

$$\text{สมการคือ } y = \pm b$$

7. รูปแบบของเส้นตรงที่ขนานแกน Y เมื่อโจทย์กำหนดเส้นตรงห่างจาก

แกน Y เป็นระยะ $|a|$ หน่วย

$$\text{สมการคือ } x = \pm a$$

บทเรียนย่อยที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดได้

เนื้อหา

1. ระยะห่างระหว่างเส้นตรง ซึ่งมีสมการเป็น $Ax + By + C = 0$
กับจุด $P(X_1, Y_1)$ หาได้จากสูตร

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

2. ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $L_1 : Ax + By + C_1 = 0$

$$\text{และ } L_2 : Ax + By + C_2 = 0$$

หาได้จากสูตร
$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ม้วนที่สอง เรื่อง "ฟังก์ชัน" ประกอบด้วย 5 บทเรียนย่อย ดังต่อไปนี้

บทเรียนย่อยที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถบอกการเป็นฟังก์ชัน ของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้

เนื้อหา

ฟังก์ชันคือ ความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่อันดับของความสัมพันธ์นั้นถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

บทเรียนย่อยที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าฟังก์ชัน f ที่กำหนดให้โดยที่ $f \subset A \times B$ นั้น
 - 1.1 เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B
 - 1.2 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B
 - 1.3 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
3. หาค่าของฟังก์ชันที่ X ที่กำหนดให้ได้
4. แก่สมการและอสมการกำลังสอง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับค่าต่ำสุดหรือ

ค่าสูงสุดได้ โดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง

เนื้อหา

1. ฟังก์ชันจาก A ไป B คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ เซต A และ เรนจ์เป็นสับเซตของเซต B
2. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B คือฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ เซต A และเรนจ์เท่ากับเซต B

3. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B คือฟังก์ชันที่มีโคเมนคือ เซต A และ เรนจ์ เป็นสับเซตของ B โดยที่สมาชิกแต่ละตัวของเซต B จะถูกจับคู่โดยสมาชิกของเซต A เพียงตัวเดียวเท่านั้น

4. ฟังก์ชันแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

4.1 ฟังก์ชันพีชคณิต ซึ่งแบ่งออกเป็น

4.1.1 ฟังก์ชันเชิงเส้น

4.1.2 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

4.1.3 ฟังก์ชันชั้นบันได

4.1.4 ฟังก์ชันกำลังสอง

4.1.5 ฟังก์ชันพหุนาม

4.2 ฟังก์ชันอดิศัย ซึ่งแบ่งออกเป็น

4.2.1 ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

4.2.2 ฟังก์ชันลอการิทึม

4.2.3 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

บทเรียนย่อยที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันคอมโพสิทของ ฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้ ในกรณีที่มีฟังก์ชันคอมโพสิทสามารถหาฟังก์ชันคอมโพสิทได้

เนื้อหา

ถ้า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B และ g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C จะเรียก ฟังก์ชันจาก A ไป C ว่า "ฟังก์ชันคอมโพสิทจีโอเอฟ" หรือ $g \circ f$

จะหา $g \circ f$ ได้ก็ต่อเมื่อ $R_f \subset D_g$

บทเรียนย่อยที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่ามีฟังก์ชันอินเวอร์สเมื่อ กำหนดฟังก์ชันให้ ในกรณีที่มีฟังก์ชันอินเวอร์ส สามารถหาฟังก์ชันอินเวอร์ส และเขียนกราฟได้

เนื้อหา

1. ฟังก์ชันอินเวอร์สคือ อินเวอร์สของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชัน
2. ถ้า f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชัน 1-1 ด้วย
3. ถ้า f ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแล้ว f^{-1} จะไม่เป็นฟังก์ชัน
4. การหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน มีคุณสมบัติเช่นเดียวกับการหาอินเวอร์ส

ของความสัมพันธ์ นั่นคือ $D_f = R_{f^{-1}}$ และ $R_f = D_{f^{-1}}$

บทเรียนย่อยที่ 5 พิษคณิตของฟังก์ชัน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณ หาก ฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่ สองฟังก์ชันขึ้นไป พร้อมทั้งบอกโดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชัน ผลลัพธ์ได้

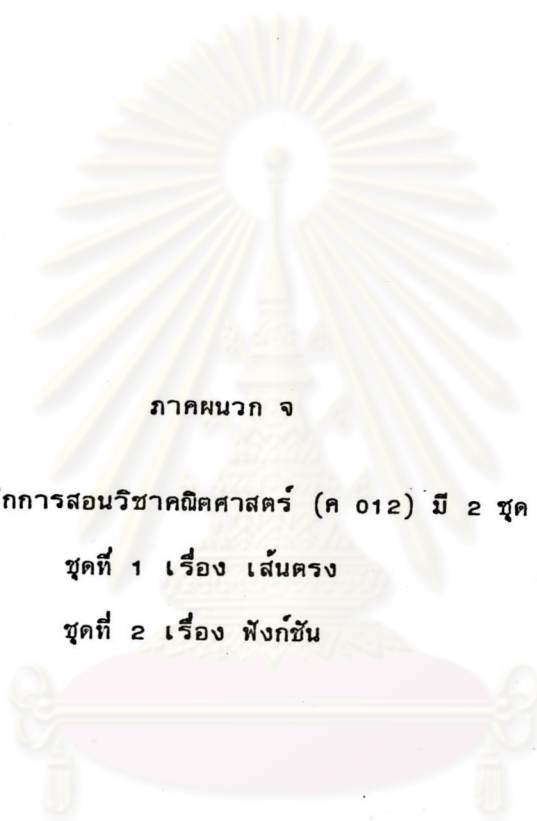
เนื้อหา

กำหนด f เป็นฟังก์ชันที่มี D_f เป็นโดเมน

และ g เป็นฟังก์ชันที่มี D_g เป็นโดเมน

1. $f+g = \{(x, y) \mid y = f(x) + g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$
2. $f-g = \{(x, y) \mid y = f(x) - g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$
3. $f \cdot g = \{(x, y) \mid y = f(x) \cdot g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$
4. $\frac{f}{g} = \{(x, y) \mid y = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ และ } x \in D_f \cap D_g, g(x) \neq 0\}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก จ

บันทึกการสอนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) มี 2 ชุด

ชุดที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 2 เรื่อง พังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



บันทึกการสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 1 เรื่อง "เส้นตรง" มี 5 คาบ

- คาบที่ 1 ความชันของเส้นตรง
- คาบที่ 2 เส้นขนาน
- คาบที่ 3 เส้นตั้งฉาก
- คาบที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
- คาบที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 1

ความชันของเส้นตรง

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถ

1.1 หาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุดที่กำหนดให้ได้ เมื่อเส้นตรงนั้นไม่ขนานกับแกน

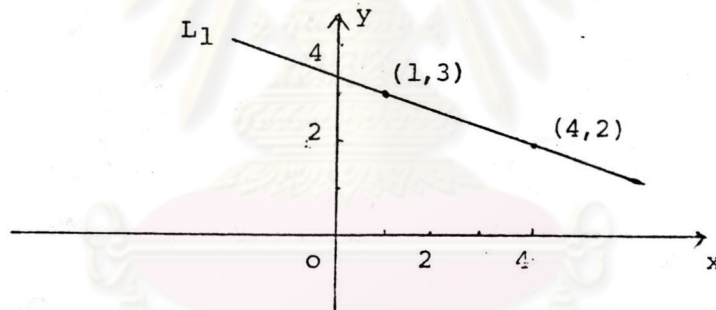
1.2 บอกลักษณะของเส้นตรงแต่ละเส้นได้ เมื่อกำหนดความชันให้

เนื้อหา

เส้นตรงที่ผ่านจุด $P(X_1, Y_1)$ และ $Q(X_2, Y_2)$ จะมีความชัน (m) ซึ่งหาได้จากสูตร

$$m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} \quad \text{หรือ} \quad \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

ตัวอย่าง จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 3)$ และ $(4, 2)$



วิธีทำ จากสูตร $m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$

$(X_1, Y_1) = (1, 3)$ และ $(X_2, Y_2) = (4, 2)$

แทนค่า $m = \frac{3-2}{1-4}$

$$= -\frac{1}{3}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

แบบฝึกหัดท้ายบท เป็นโจทย์แบบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ซึ่งเป็นโจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง (ปรากฏในภาคผนวก ฉ)

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนโดยใช้วิธีการถาม-ตอบ เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ ซึ่งประกอบด้วย การหาโปรเจกชันของส่วนของเส้นตรงบนแกน x และแกน y และการหาระยะทางระหว่างจุด 2 จุด

ขั้นสอน

1. ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสรุป สูตร ความชันของเส้นตรงซึ่งผ่านจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{หรือ} \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
2. ครูยกตัวอย่างโจทย์การหาความชันของเส้นตรงเมื่อรู้จุดผ่าน 2 จุด และแสดงให้นักเรียนดูโดยนักเรียนมีส่วนร่วมในการถาม-ตอบ
3. ครูยกตัวอย่างโจทย์ การหาความชันของเส้นตรง เมื่อรู้จุดผ่าน 2 จุด หลายตัวอย่างบนกระดาน และให้นักเรียนทุกคนทำด้วยตัวเอง
4. ครูเฉลยวิธีทำที่ถูกต้องบนกระดานคำ

ขั้นสรุป

จากตัวอย่างที่ครูแสดงให้ดูและโจทย์ตัวอย่างที่นักเรียนทำเอง ครูให้นักเรียนหาความชันของเส้นตรงโดยใช้การถาม-ตอบ

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจและเอาใจใส่ของนักเรียน	1. นักเรียนให้ความสนใจและเอาใจใส่พอสมควร
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	2. นักเรียนให้ความร่วมมือในการตอบคำถามน้อย
3. สังเกตจากการสรุป	3. นักเรียนยังสรุปได้ไม่เต็มที่เท่าที่ควร
4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนจำนวน 10 ข้อ	4. จากนักเรียน 45 คน มีนักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน ถูกตั้งแต่ 5 ข้อขึ้นไป จำนวน 34 คน

คาบที่ 2

เส้นขนาน

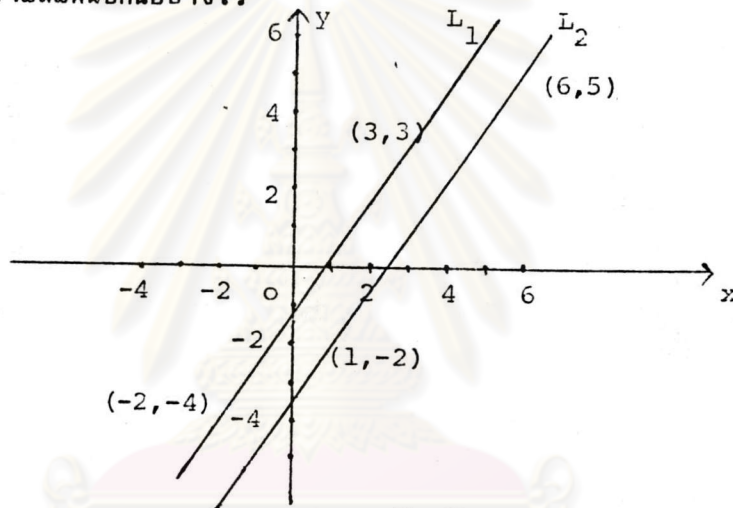
จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่า เส้นตรง 2 เส้นที่กำหนดให้ขนานกัน

เมื่อกำหนดความชันให้

เนื้อหา

เส้นตรง 2 เส้นจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงทั้งสองมีค่าเท่ากัน

ตัวอย่าง ถ้า L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-2, -4)$ และ $(3, 3)$ ขนานกับเส้นตรง L_2 ที่ผ่านจุด $(1, -2)$ และจุด $(6, 5)$ ดังรูป จงพิจารณาว่าความชันของเส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

วิธีทำ

จากสูตร
$$m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$$

ให้ m_1 เป็นความชันของเส้นตรง L_1 ซึ่งผ่านจุด $(-2, -4)$ และ $(3, 3)$

$$\therefore m_1 = \frac{-4 - 3}{-2 - 3}$$

$$= \frac{-7}{-5}$$

$$= \frac{7}{5}$$

ให้ m_2 เป็นความชันของเส้นตรง L_2 ซึ่งผ่านจุด $(1, -2)$ และ $(6, 5)$

$$\therefore m_2 = \frac{-2 - 5}{-2 - 3}$$

$$= \frac{-7}{-5}$$

$$= \frac{7}{5}$$

จะได้ว่า $m_1 = m_2 = \frac{7}{5}$

∴ เส้นตรงสองเส้นที่ขนานกันจะมีความชันเท่ากัน

แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เป็นโจทย์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ซึ่งกโนโจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง (ปรากฏในภาคผนวก จ)

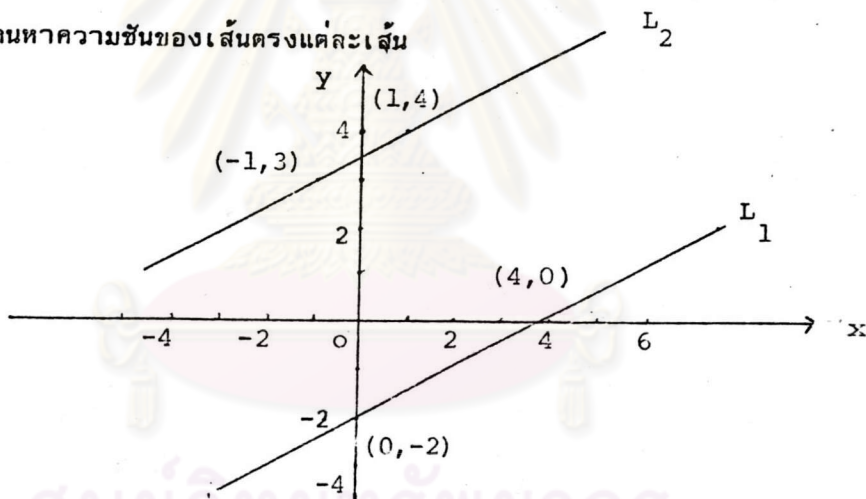
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนสูตรการหาความชันของเส้นตรงเมื่อรู้จุดผ่าน 2 จุด โดยใช้การถาม-ตอบ

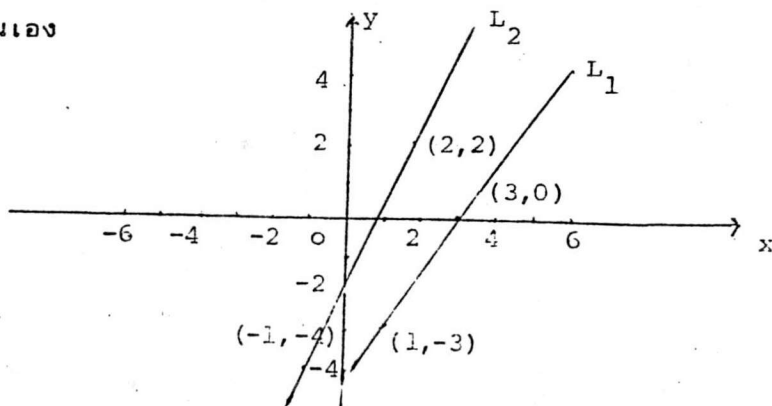
ขั้นสอน

1. ครูกำหนดเส้นตรง 2 เส้นซึ่งขนานกัน แต่ละเส้นผ่านจุด 2 จุด ที่กำหนดให้นักเรียนทุกคนหาความชันของเส้นตรงแต่ละเส้น



2. ให้นักเรียนพิจารณาความชันของเส้นตรงทั้งสองเส้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร แล้วเลือกให้นักเรียน 2-3 คนตอบคำถามนี้

3. ครูกำหนดเส้นตรง 2 เส้น แต่ละเส้นผ่านจุด 2 จุด ที่กำหนดให้ ดังที่ปรากฏในภาพ ให้นักเรียนพิจารณาว่า เส้นตรง 2 เส้นนี้ขนานกันหรือไม่ โดยให้นักเรียนทุกคนหาคำตอบด้วยตนเอง



4. ครูเฉลยคำตอบที่ถูกต้องโดยเลือกนักเรียนในห้องออกมาแสดงวิธีทำ
5. ครูให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ของเส้นตรง 2 เส้นที่ขนานกัน จากตัวอย่างทั้งสองตัวอย่างที่ได้กล่าวข้างต้น

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปเงื่อนไขที่ทำให้เส้นตรง 2 เส้นขนานกัน โดยใช้การถาม-ตอบ และครูสรุปอีกครั้ง โดยใช้แผนภูมินิยาม

$$L_1 // L_2 \longleftrightarrow m_1 = m_2$$

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจและความเอาใจใส่ของนักเรียน	1. นักเรียนบางคนให้ความสนใจและเอาใจใสมากขึ้นกว่าเดิม แต่ส่วนมากยังให้ความสนใจน้อย
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	2. นักเรียนบางกลุ่มไม่ชอบตอบคำถาม
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	3. มีนักเรียนบางกลุ่มไม่สนใจที่จะร่วมกิจกรรม แต่ส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือดีพอสมควร
4. สังเกตจากการสรุป	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปได้ถูกต้อง
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนจำนวน 10 ข้อ	5. จากนักเรียน 45 คน มีนักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน ถูกตั้งแต่ 5 ข้อ ขึ้นไปจำนวน 33 คน

คาบที่ 3

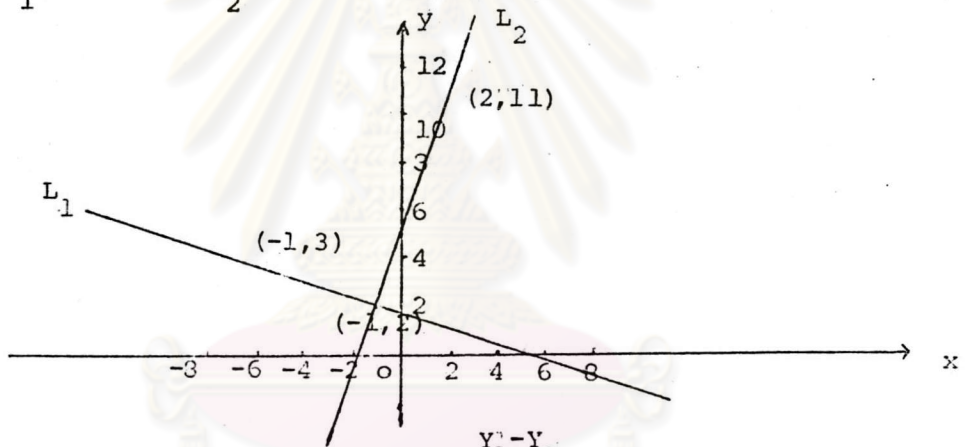
เส้นตั้งฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่า เส้นตรง 2 เส้นที่กำหนดให้ ตั้งฉากกัน เมื่อกำหนดความชันให้

เนื้อหา

เส้นตรง 2 เส้น จะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อ ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสอง มีค่าเท่ากับ -1

ตัวอย่าง ถ้าเส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(-4,3)$ และ $(-1,2)$ เส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(2,11)$ และ ตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 ที่จุด $(-1,2)$ ดังรูป จงพิจารณาว่า ความชันของเส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร



วิธีทำ จากสูตร $m = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$

ให้ m_1 เป็นความชันของเส้นตรง L_1 ซึ่งผ่านจุด $(-4,3)$ และ $(-1,2)$

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{3-2}{-4-(-1)} \\ &= \frac{1}{-4+1} \\ &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

ให้ m_2 เป็นความชันของเส้นตรง L_2 ซึ่งผ่านจุด $(2,11)$ และ $(-1,2)$

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{11-2}{2-(-1)} \\ &= \frac{9}{3} \\ &= 3 \end{aligned}$$

เพราะว่า $m_1 m_2 = -\frac{1}{3} \times 3 = -1$

∴ เส้นตรงสองเส้นที่ตั้งฉากกัน ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองมีค่าเท่ากับ -1

แบบฝึกหัดท้ายบท เป็นโจทย์แบบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ซึ่งเป็น
โจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง (ปรากฏในภาคผนวก ฉ)

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

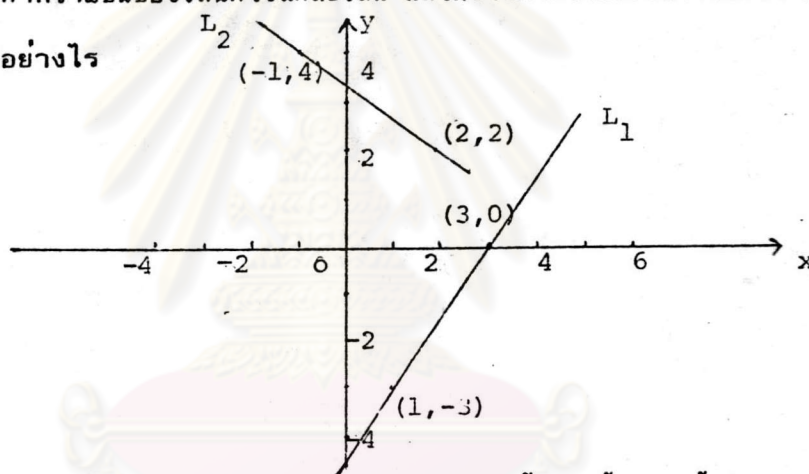
ขั้นนำ

ครูทบทวนสูตรการหาความชันของเส้นตรงเมื่อรู้จุดผ่าน 2 จุด โดยใช้วิธีถาม-ตอบ

ขั้นสอน

1. ครูกำหนดเส้นตรง 2 เส้นซึ่งตั้งฉากกัน แต่ละเส้นผ่านจุด 2 จุด ที่กำหนดให้

ให้นักเรียนทุกคนหาความชันของเส้นตรงแต่ละเส้น แล้วพิจารณาความชันของเส้นตรงทั้งสอง
มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

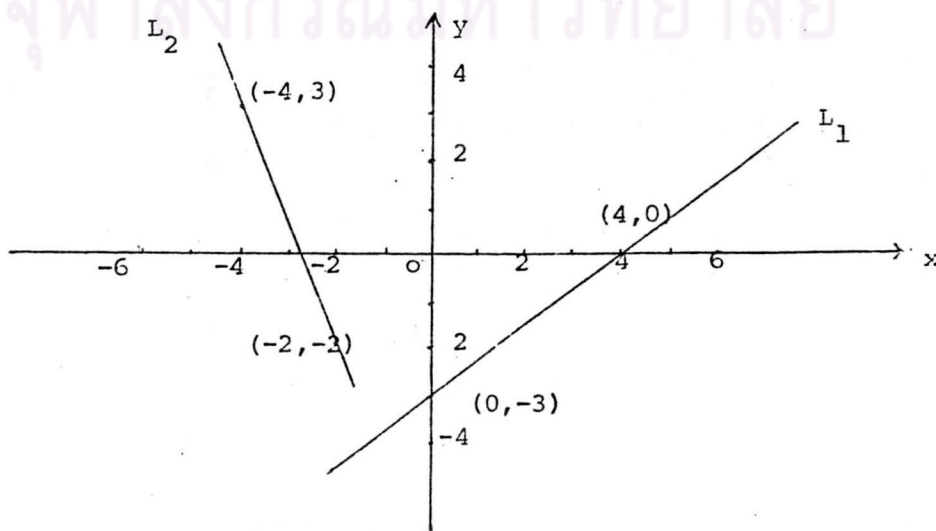


2. ให้นักเรียนทุกคนพิจารณาความชันของเส้นตรงทั้งสอง เส้นมีความสัมพันธ์

กันอย่างไร ครูเรียกนักเรียน 2-3 คน ตอบคำถาม

3. ครูกำหนดเส้นตรง 2 เส้น แต่ละเส้นผ่านจุด 2 จุดที่กำหนดให้ ให้

นักเรียนพิจารณาว่า เส้นตรง 2 เส้นนี้ตั้งฉากกันหรือไม่ โดยให้นักเรียนทุกคนหาคำตอบด้วยตัวเอง



4. ครูเฉลยคำตอบที่ถูกต้องโดยเลือกนักเรียน 2-3 คน ออกมาช่วยกัน
แสดงวิธีทำบนกระดาน

5. ครูให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ของเส้นตรง 2 เส้นที่ตั้งฉากกัน และ
ตัดกันแต่ไม่เป็นมุมฉาก จากตัวอย่างทั้งสองที่กล่าวข้างต้น

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปเงื่อนไขที่ทำให้เส้นตรง 2 เส้นตั้งฉากกัน โดยใช้วิธีการ
ถามตอบ และครูสรุปอีกครั้ง โดยใช้แผนภูมินิยาม

$$L_1 \perp L_2 \iff m_1 m_2 = -1$$

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจและความ เอาใจใส่ของนักเรียน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจน้อย
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	2. มีนักเรียนบางคนไม่ชอบตอบคำถาม มักจะ คอยให้ครูบอก
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	3. นักเรียนให้ความสนใจที่จะร่วมกิจกรรม พอสมควร
4. สังเกตจากการสรุป	4. นักเรียนบางคนยังสับสนในการสรุป
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน จำนวน 10 ข้อ	5. จากนักเรียน 45 คน มีนักเรียนทำแบบฝึกหัด ท้ายบทเรียนถูกต้องตั้งแต่ 5 ข้อขึ้นไป จำนวน 29 คน

คาบที่ 4

ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถ

4.1 หาสมการเส้นตรง เมื่อกำหนดเงื่อนไขต่าง ๆ ได้

4.2 หาความชันของเส้นตรงและ จุดที่เส้นตรงตัดแกนโคออร์ดิเนต และ

เขียนกราฟของเส้นตรงได้เมื่อกำหนดสมการเส้นตรงให้

เนื้อหา

1. รูปแบบจุด-ความชัน (Point-Slope Form) เมื่อโจทย์กำหนดจุดผ่าน (x_1, y_1) และความชันของเส้นตรง (m)

สมการคือ
$$Y - Y_1 = m(X - X_1)$$

2. รูปแบบจุดผ่าน 2 จุด (Two Points Form) เมื่อโจทย์กำหนดจุดผ่าน (X_1, Y_1) และ (X_2, Y_2)

สมการคือ
$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

3. รูปแบบความชัน-ระยะตัดแกน Y (Slope-Intercept Form) เมื่อโจทย์กำหนดความชันของเส้นตรง (m) และระยะตัดแกน Y (Y-intercept) เท่ากับ b

สมการคือ
$$Y = mx + b$$

4. รูปแบบระยะตัดแกนทั้งสอง (Two Intercept Form) เมื่อโจทย์กำหนดระยะตัดแกน X (X-intercept) เท่ากับ a และระยะตัดแกน Y (Y-intercept) เท่ากับ

สมการคือ
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

5. รูปแบบทั่วไป (General Form)

สมการคือ
$$Ax + By + C = 0$$

6. รูปแบบของเส้นตรงที่ขนานแกน X เมื่อโจทย์กำหนดเส้นตรงห่างจากแกน X เป็นระยะ $|b|$ หน่วย

สมการคือ $y = \pm b$

7. รูปแบบของเส้นตรงที่ขนานแกน Y เมื่อโจทย์กำหนดเส้นตรงห่างจากแกน Y เป็นระยะ $|a|$ หน่วย

สมการคือ $x = \pm a$

แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เป็นโจทย์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ซึ่งเป็นโจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง (ปรากฏในภาคผนวก ง)

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนโดยใช้วิธีการถาม-ตอบ เรื่อง การหาความชันของเส้นตรงเงื่อนไขที่ทำให้เส้นตรงสองเส้นขนานกัน หรือตั้งฉากกัน

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ที่มีเงื่อนไขตรงกับรูปแบบของสมการเส้นตรงที่ควรรู้จัก ทั้ง 7 รูปแบบ ซึ่งมีลักษณะสมการเส้นตรงเป็นดังนี้

1.1 รูปแบบชนิดจุด-ความชัน (Point-Slope Form)

$$Y - Y_1 = m(X - X_1)$$

1.2 รูปแบบชนิดจุดผ่าน 2 จุด (Two Points Form)

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}$$

1.3 รูปแบบชนิดความชัน-ระยะตัดแกน Y (Slope-Intercept Form)

$$Y = mx + b$$

1.4 รูปแบบขนิตรยะค้ดแกนท้งสอง (Two Intercept Form)

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

1.5 รูปแบบท้วไป (General Form)

$$Ax + By + C = 0$$

1.6 รูปแบบของเส้ันตรงที่ขนานแกน X

$$y = \pm b$$

1.7 รูปแบบของเส้ันตรงที่ขนานแกน Y

$$x = \pm a$$

2. ครูให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหาสมการเส้นตรงจากโจทย์ตัวอย่างบนกระดาน โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบ และเลือกนักเรียน 7 คน ออกมาแทนค่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และหาสมการเส้นตรงจนสมบูรณ์

3. ครูยกตัวอย่างโจทย์การหาสมการเส้นตรง ในแต่ละรูปแบบอีกครั้ง โดยให้นักเรียนทุกคนหาคำตอบด้วยตัวเอง

4. ครูเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง โดยเลือกนักเรียนในห้องออกมาแสดงวิธีการหาสมการเส้นตรงบนกระดาน

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปลักษณะของสมการเส้นตรง พร้อมทั้งเงื่อนไขทั้ง 7 รูปแบบ

การวัดผล	การประเมินผล
<ol style="list-style-type: none"> 1. สังเกตจากความสนใจและความเอาใจใส่ของนักเรียน 2. สังเกตจากการตอบคำถาม 3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม 4. สังเกตจากการสรุป 5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน 	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจน้อย อาจเป็นเพราะเนื้อหาบทเรียนย่อยนี้ค่อนข้างยาก 2. มีนักเรียนบางกลุ่มไม่ตอบคำถาม 3. ในคาบนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในกิจกรรมน้อย 4. มีนักเรียนบางกลุ่มยังสรุปได้ไม่ถูกต้อง 5. จากนักเรียน 45 คน มีนักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนถูกต้องตั้งแต่ 5 ข้อขึ้นไป จำนวน 21 คน



 ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 5

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดได้

เนื้อหา

1. ระยะห่างระหว่างเส้นตรง ซึ่งมีสมการเป็น $Ax + By + C = 0$ กับจุด $P(x_1, y_1)$ หาได้จากสูตร

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

2. ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $L_1 : Ax + By + C_1 = 0$

$$\text{และ } L_2 : Ax + By + C_2 = 0$$

หาได้จากสูตร

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ตัวอย่าง จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x + 4y = 10$ กับจุด $(-2, -1)$

วิธีทำ จากสูตร

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ในที่นี้สมการ $Ax + By + C = 0$ คือ $3x + 4y - 10 = 0$

$$A = 3, B = 4 \quad \text{และ} \quad C = -10$$

$$(x_1, y_1) = (-2, -1)$$

แทนค่า

$$\begin{aligned} d &= \frac{|3(-2) + 4(-1) - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|-6 - 4 - 10|}{\sqrt{25}} = \frac{|-20|}{5} \\ &= \frac{20}{5} = 4 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เป็นโจทย์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ซึ่งเป็น โจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง (ปรากฏในภาคผนวก ฉ)

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องลักษณะของสมการเส้นตรงรูปทั่วไป คือ $Ax + By + C = 0$ และ นิยามของเส้นขนาน

ขั้นสอน

1. ครูใช้แผนภูมินิยาม แสดงสูตรของการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับ จุดที่กำหนดให้

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

2. ครูยกตัวอย่าง โจทย์สมการเส้นตรงรูปทั่วไป 1 สมการ และจุดใด ๆ อีก 1 จุด ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง กับจุดที่กำหนดให้บนกระดาน โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบ และนักเรียนออกมาแทนค่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

3. ครูยกตัวอย่าง โจทย์อีกหลายตัวอย่าง และให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีการ หาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดบนกระดาน และครูคอยตรวจคำตอบบนกระดาน

4. ครูยกโจทย์อีกหลายข้อ ให้นักเรียนทุกคนหาระยะห่างระหว่างจุดกับ เส้นตรงด้วยตัวเอง

5. ครูยกตัวอย่างสมการเส้นตรง 2 เส้นที่ขนานกัน เลือกให้นักเรียนในห้อง ตอบคำถามโดยให้พิจารณาความสัมพันธ์ของเส้นตรง 2 เส้นที่ขนานกัน

6. ครูใช้แผนภูมินิยาม แสดงสูตรของการหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน

$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

7. ครูยกตัวอย่างเส้นตรง 2 เส้นที่ขนานกัน แล้วเลือกให้นักเรียน 1 คน ออกมาเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อจะแทนค่าในสูตรระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน

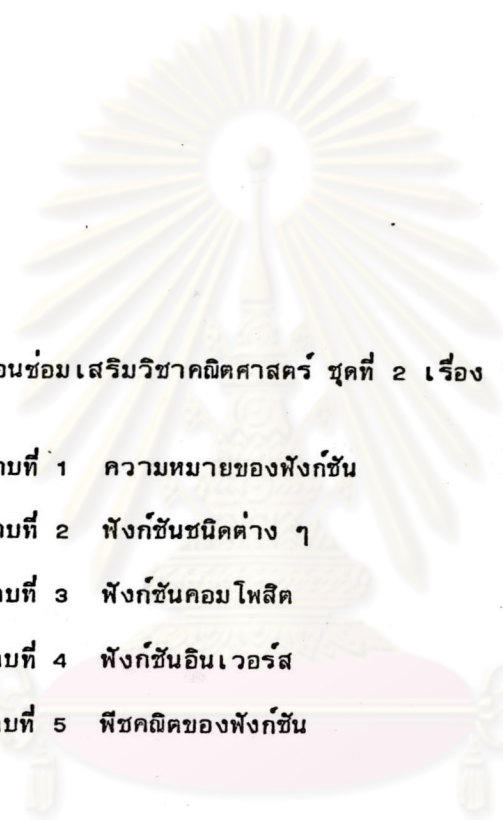
8. ครูยกตัวอย่างอีกหลายข้อ และให้นักเรียนทุกคนหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนานด้วยตัวเอง

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปสูตรที่ใช้ในการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง กับจุดที่กำหนดให้ และสูตรการหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจและความเอาใจใส่ ของนักเรียน	1. นักเรียนให้ความสนใจพอสมควร
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	2. ยังมีนักเรียนบางกลุ่มไม่ชอบตอบคำถาม
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	3. นักเรียนให้ความร่วมมือในกิจกรรมพอสมควร
4. สังเกตจากการสรุป	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปได้ถูกต้อง
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน	5. จากนักเรียน 45 คน มีนักเรียนทำแบบฝึกหัด ท้ายบทเรียนถูกต้องตั้งแต่ 5 ข้อขึ้นไป จำนวน 34 คน

ศูนย์วิทยพัชรากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



บันทึกการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง "ฟังก์ชัน" มี 5 คาบ

คาบที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

คาบที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

คาบที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิต

คาบที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส

คาบที่ 5 พีชคณิตของฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 6

ความหมายของฟังก์ชัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถบอกการเป็นฟังก์ชัน ของความสัมพันธ์

ที่กำหนดให้ได้

เนื้อหา

ฟังก์ชันคือ ความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่อันดับของความสัมพันธ์นั้นถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

ตัวอย่าง

1. ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน

$$r_1 = \{(0,1), (1,2), (2,3), (3,1)\}$$

$$r_2 = \{(0,2), (1,2), (0,2), (2,3)\}$$

2. ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$r_3 = \{(1,a), (2,b), (3,d), (2,e)\}$$

$$r_4 = \{(0,0), (1,1), (1,-1), (4,2)\}$$

แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เป็นโจทย์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ซึ่ง

เป็นโจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง (ปรากฏในภาคผนวก ฉ)

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่อง ความสัมพันธ์ โดยวิธีการถาม-ตอบ

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน และความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน และให้นักเรียนสังเกตการเป็นฟังก์ชันตามนิยาม
2. ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์หลาย ๆ ตัวอย่าง และให้นักเรียนพิจารณาว่าความสัมพันธ์ใดบ้างเป็นฟังก์ชัน และความสัมพันธ์ใดบ้างไม่เป็นฟังก์ชัน พร้อมทั้งบอกเหตุผล

ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนสรุปการเป็นฟังก์ชัน โดยการถาม-ตอบ
2. ครูจดเนื้อเพลง "ฟังก์ชัน" บนกระดานดำ และสอนให้นักเรียนร้องโดยเปิดเทปเพลง "ฟังก์ชัน"

เพลงฟังก์ชัน

เนื้อร้อง ศ.ยุพิน พิพิธกุล

ทำนองเพลงฉ่อย

ฟังก์ชันนั้นเป็นอย่างไร
 ซึ่งในสองคู่อันดับใด ๆ
 ถ้ามีสมาชิกตัวหน้า
 อันว่าสมาชิกตัวหลัง

คือความสัมพันธ์ไซร์ จำให้ดี ๆ
 ของความสัมพันธ์ จำไว้อย่าได้หน่ายหนี
 เหมือนกันแล้วหนา จงคิดอีกที
 ต้องไม่ต่างกัน ยังจำได้ดี

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจและความเอาใจใส่ของนักเรียน	1. มีนักเรียนบางกลุ่มให้ความสนใจและเอาใจใสน้อย
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	2. ยังมีนักเรียนบางกลุ่มไม่ชอบตอบคำถาม
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	3. นักเรียนสนใจที่จะร่วมกิจกรรมพอสมควร
4. สังเกตจากการสรุป	4. นักเรียนบางคนยังสรุปไม่ถูกต้อง
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน	5. จากนักเรียน 45 คน มีนักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน ถูกตั้งแต่ 5 ข้อขึ้นไป จำนวน 32 คน

คาบที่ 7

ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถ

- 7.1 บอกได้ว่าฟังก์ชัน f ที่กำหนดให้โดยที่ $f \subset A \times B$ นั้น
 - 7.1.1 เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B
 - 7.1.2 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B
 - 7.1.3 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
- 7.2 เขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- 7.3 หาค่าของฟังก์ชันที่ x ที่กำหนดให้ได้
- 7.4 แก่สมการและอสมการกำลังสอง และแก้ปัญหเกี่ยวกับค่าค่าสุดหรือ

ค่าสูงสุดได้ โดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง

เนื้อหา

1. ฟังก์ชันจาก A ไป B คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ เซต A และ เรนจ์เป็นสับเซตของเซต B
2. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B คือฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ เซต A และเรนจ์เท่ากับเซต B
3. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B คือฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ เซต A และ เรนจ์เป็นสับเซตของ B โดยที่สมาชิกแต่ละตัวของเซต B จะถูกจับคู่โดยสมาชิกของเซต A เพียงตัวเดียวเท่านั้น
4. ฟังก์ชันแบ่งเป็น 2 ชนิดคือ
 - 4.1 ฟังก์ชันพีชคณิต ซึ่งแบ่งออกเป็น
 - 4.1.1 ฟังก์ชันเชิงเส้น
 - 4.1.2 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
 - 4.1.3 ฟังก์ชันขั้นบันได
 - 4.1.4 ฟังก์ชันกำลังสอง
 - 4.1.5 ฟังก์ชันพหุนาม

4.2 ฟังก์ชันอดิศัย ซึ่งแบ่งออกเป็น

4.2.1 ฟังก์ชันเอกซ์ไปเนนเชียล

4.2.2 ฟังก์ชันลอการิทึม

4.2.3 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เป็นโจทย์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ซึ่งเป็น
โจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง (ปรากฏในภาคผนวก ฉ)

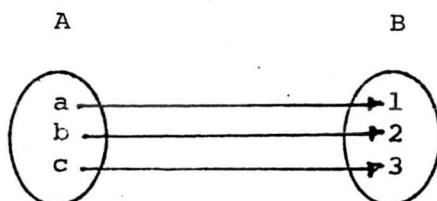
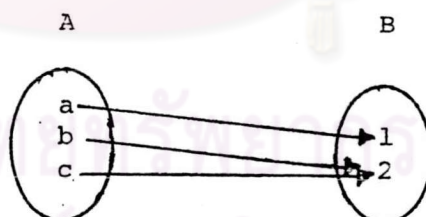
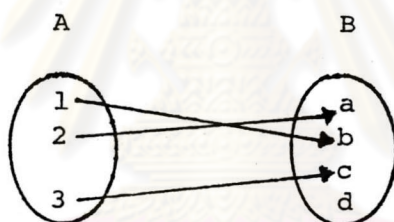
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน

ขั้นสอน

ครูยกตัวอย่างแผนภาพของฟังก์ชันหลายแผนภาพบนกระดานดังในภาพ



2. จากแผนภาพบนกระดาน ครูเรียกนักเรียนในห้อง 6 คน ให้หาโดเมน และ เรนจ์ ของแต่ละแผนภาพ
3. ครูเขียนแผนภูมินิยามของการเป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B
4. จากโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันในแต่ละแผนภาพ ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าแผนภาพใดเป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B
5. ครูยกแผนภาพของฟังก์ชันอีกหลายแผนภาพและเรียกให้นักเรียนในห้อง 4-5 คน พิจารณาว่าแผนภาพฟังก์ชันบนกระดานเป็นฟังก์ชันชนิดใด
6. ครูยกแผนภาพของฟังก์ชันอีกหลายแผนภาพและให้นักเรียนทุกคนพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันชนิดใด โดยหาคำตอบด้วยตัวเอง

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปเงื่อนไขและลักษณะของการเป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจและความเอาใจใส่	1. นักเรียนให้ความสนใจพอสมควร
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	2. นักเรียนให้ความร่วมมือในการตอบคำถามพอสมควร
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	3. มีนักเรียนบางกลุ่มให้ความร่วมมือในกิจกรรมน้อย
4. สังเกตจากการสรุป	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปได้ถูกต้อง แต่ยังมีบางคนยังสรุปไม่ได้
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน	5. จากนักเรียน 45 คน มีนักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนถูกต้องตั้งแต่ 5 ข้อขึ้นไป จำนวน 26 คน

คาบที่ 8

ฟังก์ชันคอมโพสิท

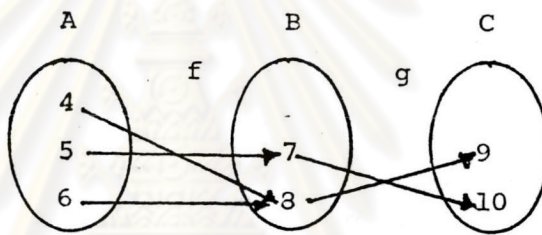
จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้ ในกรณีที่มีฟังก์ชันคอมโพสิทสามารถหาฟังก์ชันคอมโพสิทได้

เนื้อหา

ถ้า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B และ g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C จะเรียกฟังก์ชันจาก A ไป C ว่า "ฟังก์ชันคอมโพสิทจีโอเอฟ" หรือ $g \circ f$

จะหา $g \circ f$ ได้ก็ต่อเมื่อ $R_f \subset D_g$

ตัวอย่าง กำหนด $f : A \rightarrow B$ และ $g : B \rightarrow C$ ดังรูป จงหา $g \circ f$



จะได้ $g \circ f = \{(4, 9), (5, 10), (6, 9)\}$

แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เป็นโจทย์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ซึ่งเป็นโจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง (ปรากฏในภาคผนวก ๑)

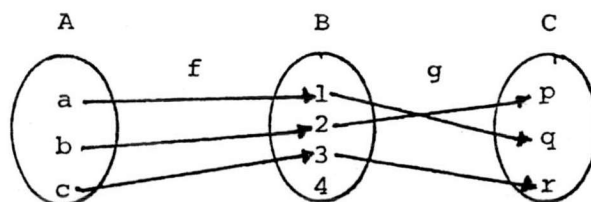
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน และฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างแผนภาพของฟังก์ชัน f และ g โดยให้ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B และ g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C ดังในภาพ



2. คุรยกแผนภูมินิยามของฟังก์ชันคอมโพสิท

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

และให้นักเรียนพิจารณาเงื่อนไขของฟังก์ชันคอมโพสิทจากแผนภาพข้างบน

3. ครูให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหาฟังก์ชันคอมโพสิท โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบ
4. คุรยกตัวอย่างแผนภาพของฟังก์ชัน f และ g อีกหลายตัวอย่าง และให้นักเรียนออกมาหาฟังก์ชันคอมโพสิทบนกระดาน
5. คุรยกตัวอย่างแผนภาพของฟังก์ชัน f และ g อีกหลายตัวอย่าง และให้นักเรียนทุกคนหาฟังก์ชันคอมโพสิทด้วยตัวเอง
6. คุรยกตัวอย่างฟังก์ชันซึ่งอยู่ในรูปเซต และให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหาฟังก์ชันคอมโพสิท โดยใช้นิยาม $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
7. คุรยกตัวอย่างฟังก์ชันซึ่งอยู่ในรูปเซต อีกหลายตัวอย่างและให้นักเรียนทุกคนหาคำตอบด้วยตัวเอง

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปนิยามของฟังก์ชันคอมโพสิท และเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชันคอมโพสิท

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจและความเอาใจใส่ของนักเรียน	1. นักเรียนบางกลุ่มให้ความสนใจน้อย
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	2. นักเรียนบางกลุ่มไม่ชอบตอบคำถาม
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	3. นักเรียนให้ความสนใจที่จะร่วมกิจกรรมพอควร
4. สังเกตจากการสรุป	4. นักเรียนบางกลุ่มยังสรุปไม่ถูกต้อง
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน	5. จากนักเรียน 45 คน มีนักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนถูกต้องแค่ 5 ข้อขึ้นไป จำนวน 21 คน

คาบที่ ๑

ฟังก์ชันอินเวอร์ส

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่ามีฟังก์ชันอินเวอร์สเมื่อกำหนดฟังก์ชันให้ ในกรณีที่มีฟังก์ชันอินเวอร์ส สามารถหาฟังก์ชันอินเวอร์ส และเขียนกราฟได้

เนื้อหา

1. ฟังก์ชันอินเวอร์ส คือ อินเวอร์สของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชัน
2. ถ้า f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง แล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชัน 1-1 ด้วย
3. ถ้า f ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแล้ว f^{-1} จะไม่เป็นฟังก์ชัน
4. การหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน มีคุณสมบัติเช่นเดียวกับการหาอินเวอร์สของ

ความสัมพันธ์ นั่นคือ $D_f = R_{f^{-1}}$ และ $R_f = D_{f^{-1}}$

ตัวอย่าง กำหนด $f = \{(1, a), (3, b), (5, c)\}$ จงหา f^{-1}

วิธีทำ จาก $D_f = R_{f^{-1}}$ และ $R_f = D_{f^{-1}}$

จะได้ $f^{-1} = \{(a, 1), (b, 3), (c, 5)\}$

แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เป็นโจทย์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ซึ่งเป็นโจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง (ปรากฏในภาคผนวก ฉ)

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องการหาอินเวอร์สของความสัมพันธ์และการหาฟังก์ชันคอมโพสิท
โดยวิธีการถาม-ตอบ

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิกแล้วให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน (f^{-1}) โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบ
2. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิกอีกหลายตัวอย่าง และเรียกให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีหาอินเวอร์สของฟังก์ชันบนกระดาน
3. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิกอีกหลายตัวอย่าง และให้นักเรียนทุกคนหาอินเวอร์สของฟังก์ชันด้วยตัวเอง

4. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขแล้วให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบ
5. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขอีกหลายตัวอย่าง และเรียกให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีหาอินเวอร์สของฟังก์ชันบนกระดาน
6. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขอีกหลายตัวอย่าง และให้นักเรียนทุกคนหาอินเวอร์สของฟังก์ชันด้วยตัวเอง

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปการหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดฟังก์ชันในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก หรือในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข

การวัดผล	การประเมินผล
<ol style="list-style-type: none"> 1. สังเกตจากความสนใจและความเอาใจใส่ของนักเรียน 2. สังเกตจากการตอบคำถาม 3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม 4. สังเกตจากการสรุป 5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน 	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนบางกลุ่มยังให้ความสนใจน้อย 2. ยังมีนักเรียนบางกลุ่มไม่ชอบตอบคำถาม 3. นักเรียนสนใจที่จะร่วมกิจกรรมน้อย 4. นักเรียนบางกลุ่มยังสรุปไม่ถูกต้อง 5. จากนักเรียน 45 คน มีนักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนถูกต้องตั้งแต่ 5 ข้อ ขึ้นไป จำนวน 23 คน

ตอนที่ 10

พีชคณิตของฟังก์ชัน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณ

หาร ฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่ สองฟังก์ชันขึ้นไป พร้อมทั้งบอกโดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชัน ผลลัพธ์ได้

เนื้อหา

กำหนด f เป็นฟังก์ชันที่มี D_f เป็นโดเมน

และ g เป็นฟังก์ชันที่มี D_g เป็นโดเมน

1. $f+g = \{(x,y) \mid y = f(x)+g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$
2. $f-g = \{(x,y) \mid y = f(x)-g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$
3. $f \cdot g = \{(x,y) \mid y = f(x) \cdot g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$
4. $\frac{f}{g} = \{(x,y) \mid y = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ และ } x \in D_f \cap D_g, g(x) \neq 0\}$

ตัวอย่าง กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = x \text{ และ } 0 \leq x \leq 5\}$
 $g = \{(x,y) \mid y = 1\}$

จงหา $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$ และ $(\frac{f}{g})(x)$

วิธีทำ $D_f = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$ $D_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$
 $\therefore D_f \cap D_g = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= x + 1, \quad 0 \leq x \leq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f-g)(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x - 1, \quad 0 \leq x \leq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= x \cdot 1 = x, \quad 0 \leq x \leq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} \\ &= \frac{x}{1} = x, \quad 0 \leq x \leq 5 \end{aligned}$$



แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เป็นโจทย์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 1.0 ข้อ
ซึ่งเป็นโจทย์ชุดเดียวกับแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของกลุ่มทดลอง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องหาค่าโดเมนของฟังก์ชันและการหาค่า $f(x)$ เมื่อโจทย์
กำหนดค่า x ให้

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชัน f และ g บนกระดาษและเรียกให้นักเรียน 2 คน
หาโดเมนของฟังก์ชัน f และ g โดยครูใช้วิธีถาม-ตอบ
2. ครูเรียกนักเรียนในห้องให้หาค่าของโดเมน f อินเตอร์เซกชันกับโดเมน
 g ($D_f \cap D_g$) โดยใช้วิธีการถาม-ตอบ จนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้อง
3. ครูยกนิยามของทีชคณิตของฟังก์ชันทั้ง 4 บนกระดาษ โดยใช้แผนภูมินิยาม
ที่ละฟังก์ชัน

- 3.1 ครูยกแผนภูมินิยาม $(f + g)(x)$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), x \in D_f \cap D_g$$

- 3.2 ครูให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหา $(f + g)(x)$ โดยหาวิธีการ
ถาม-ตอบ

- 3.3 ครูยกแผนภูมินิยาม $(f - g)(x)$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x), x \in D_f \cap D_g$$

- 3.4 ครูให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหา $(f - g)(x)$ โดย
วิธีการถาม-ตอบ

- 3.5 ครูยกแผนภูมินิยาม $(f \cdot g)(x)$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x), x \in D_f \cap D_g$$

3.6 ครูให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหา $(f \cdot g)(x)$ โดยวิธีการถาม-ตอบ

3.7 ครูยกแผนภูมินิยาม $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \quad x \in D_f \cap D_g, \quad g(x) \neq 0$$

3.8 ครูให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการหา $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ โดยวิธีการถาม-ตอบ

4. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชัน f และ g อีก 2 ตัวอย่างและเรียกให้นักเรียนออกมาหาพีชคณิตของฟังก์ชันทั้ง 4 บนกระดาน โดยให้นักเรียนแต่ละคนทำแต่ละขั้นตอนดังนี้

4.1 หาโดเมนของ f (D_f)

4.2 หาโดเมนของ g (D_g)

4.3 หา $D_f \cap D_g$

4.4 หา $(f + g)(x)$

4.5 หา $(f - g)(x)$

4.6 หา $(f \cdot g)(x)$

4.7 หา $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

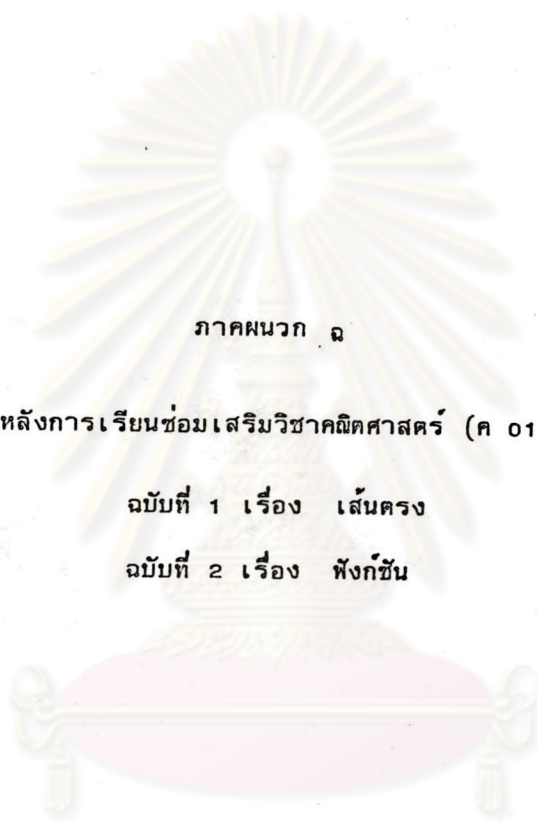
ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปนิยามของพีชคณิตของฟังก์ชันทั้ง 4 และให้สรุปขั้นตอนในการหาพีชคณิตของฟังก์ชันทั้ง 4 ตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถาม-ตอบ และแสดงแผนภูมินิยาม

การวัดผล	การประเมินผล
<ol style="list-style-type: none"> 1. สังเกตจากความสนใจและความเอาใจใส่ของนักเรียน 2. สังเกตจากการตอบคำถาม 3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม 4. สังเกตจากการสรุป 5. ให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง 	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนให้ความสนใจพอสมควร 2. นักเรียนร่วมมือในการตอบคำถามพอสมควร 3. นักเรียนให้ความสนใจในการร่วมกิจกรรมพอสมควร 4. นักเรียนยังสรุปได้ไม่ถี่นัก 5. จากนักเรียน 45 คน นักเรียนทำโจทย์พิเศษถูกต้อง 26 คน



 ศูนย์วิทยพัทยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



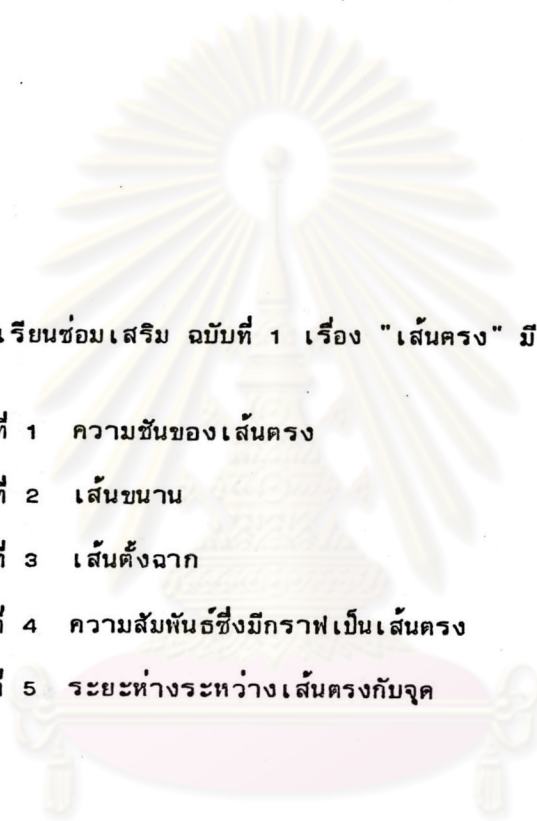
ภาคผนวก ฉ

แบบฝึกหัดหลังการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) มี 2 ฉบับ

ฉบับที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ฉบับที่ 2 เรื่อง พังค์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แบบฝึกหัดหลังการเรียนรู้ซ่อมเสริม ฉบับที่ 1 เรื่อง "เส้นตรง" มี 5 คาบ

- คาบที่ 1 ความชันของเส้นตรง
- คาบที่ 2 เส้นขนาน
- คาบที่ 3 เส้นตั้งฉาก
- คาบที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
- คาบที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

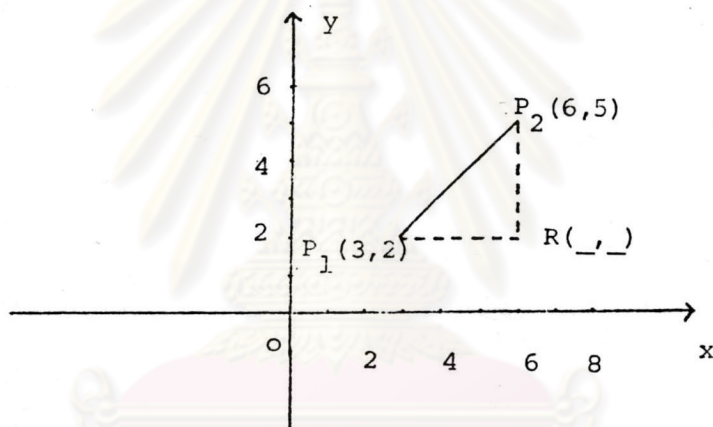
ชุดที่ 1 ความชันของเส้นตรง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุด ที่กำหนดให้ได้เมื่อเส้นตรงนั้นไม่ขนานกับแกน y

2. บอกลักษณะของเส้นตรงแต่ละเส้นได้เมื่อกำหนดความชันให้

คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ได้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความที่ถูกต้องที่สุดในกระดาษคำตอบ



1. โคออดิเนตของจุด R คือ

ก. (3, 6)

ข. (3, 5)

ค. (6, 2)

ง. (6, 3)

2. ความยาวของ $\overline{P_1R}$ ยาวกี่หน่วย

ก. 2 หน่วย

ข. 3 หน่วย

ค. 4 หน่วย

ง. 5 หน่วย

3. ความยาวของ $\overline{P_2R}$ ยาวกี่หน่วย

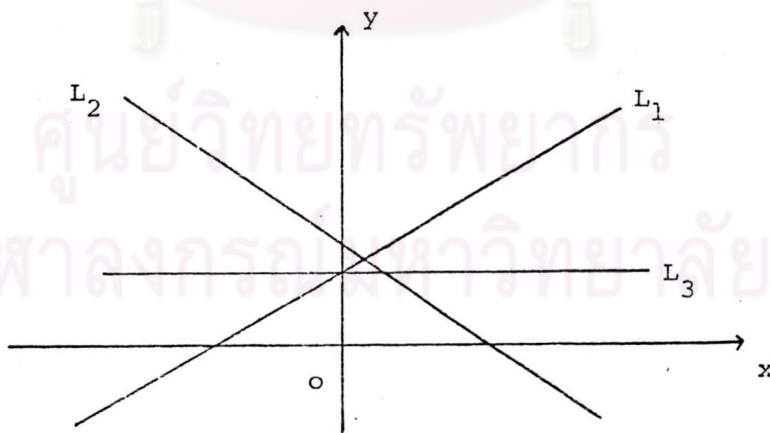
ก. 2 หน่วย

ข. 3 หน่วย

ค. 4 หน่วย

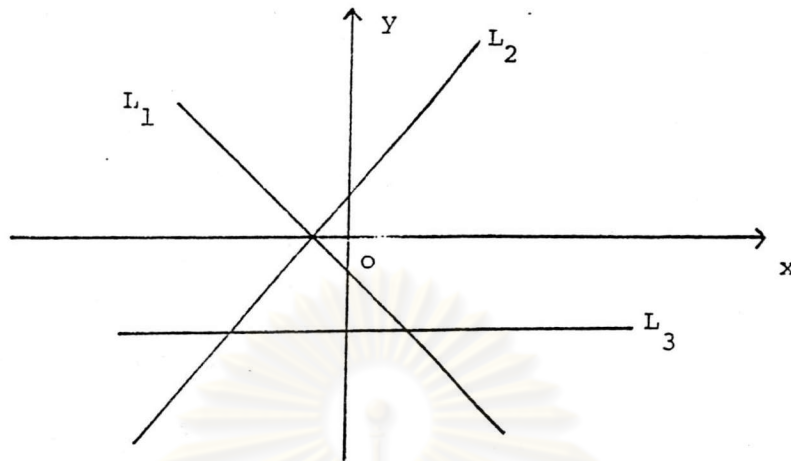
ง. 5 หน่วย

4. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, -2)$ และ $(3, 4)$ มีความชันเท่าใด
 ก. 3 ข. -3 ค. -2 ง. $\frac{1}{2}$
5. เส้นตรงที่ผ่านจุดในข้อใดมีความชันเป็น "ศูนย์"
 ก. $(2, 4), (-1, 2)$ ข. $(-3, 8), (5, 3)$
 ค. $(5, 7), (5, -1)$ ง. $(-1, 5), (7, 5)$
6. กำหนด $A(1, 1), B(-1, 1)$ และ $C(-1, 2)$ เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยม ดังนั้น ความชันของเส้นตรง AB เท่ากับจำนวนใด
 ก. -1 ข. $-\frac{1}{2}$ ค. 0 ง. 1
7. เส้นตรงที่ผ่านจุด $P(2, 5)$ และ $Q(3, x)$ มีความชันเท่ากับ 3 จงหาค่า x
 ก. -8 ข. 8 ค. -2 ง. 2
8. ข้อต่อไปนี้มีข้อใดถูกต้อง
 ก. เส้นตรงที่ขนานแกน x ความชันเป็นลบ
 ข. เส้นตรงที่ขนานแกน y ความชันเท่ากับศูนย์
 ค. เส้นตรงที่ทำมุมแหลมกับแกน x ทวนเข็มนาฬิกา ความชันเป็นบวก
 ง. เส้นตรงที่ทำมุมป้านกับแกน x ทวนเข็มนาฬิกา ความชันหาค่าไม่ได้
9. เส้นตรงใดมีความชันเป็นลบ



- ก. L_1 ข. L_2
 ค. L_3 ง. L_4

10. เส้นตรงใดมีความชันเป็นบวก



ก. L_1

ค. L_3

ข. L_2

ง. L_2, L_3

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 2 เส้นขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเส้นตรง 2 เส้นที่กำหนดให้ขนานกันเมื่อกำหนดความชันให้
คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ใต้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความ
ที่ถูกต้องที่สุด ในกระดาษคำตอบ

- กำหนดเส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD และความชันของเส้นตรง AB เท่ากับ $\frac{1}{3}$
ข้อความใดถูกต้อง
 - ความชันของเส้นตรง CD เท่ากับ 3
 - ความชันของเส้นตรง CD เท่ากับ $\frac{1}{3}$
 - เส้นตรง AB และ CD เป็นเส้นตรงเดียวกัน
 - ยังสรุปไม่ได้ เพราะข้อมูลไม่เพียงพอ
- กำหนดเส้นตรง AB ขนานแกน X ความชันของเส้นตรง AB มีค่าเป็นอย่างไร
 - ความชันเป็นบวก
 - ความชันเป็นลบ
 - ความชันเป็นศูนย์
 - ความชันหาค่าไม่ได้
- กำหนดเส้นตรง AB ขนานแกน Y ความชันของเส้นตรง AB มีค่าเป็นอย่างไร
 - ความชันเป็นบวก
 - ความชันเป็นลบ
 - ความชันเป็นศูนย์
 - ความชันหาค่าไม่ได้
- ถ้าจุด $(a, 6)$, $(-1, 4)$ และ $(-4, 2)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันแล้ว a จะมีค่าเท่าใด
 - 4
 - 2
 - 2
 - 4
- เส้นตรงคู่ใดที่ขนานกัน
 - A $(5, 7)$ E $(8, 4)$ กับ C $(-3, 2)$ D $(-8, 3)$
 - A $(5, 0)$ E $(-3, 0)$ กับ C $(0, -2)$ D $(0, 4)$
 - A $(-3, -2)$ B $(-8, 3)$ กับ C $(-1, -4)$ D $(-12, 7)$
 - A $(1, 3)$ B $(0, 0)$ กับ C $(11, 1)$ D $(17, -5)$

6. เส้นตรงที่ผ่านจุด $A (-4, 3)$ และ $B (2, -1)$ กับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C (-3, 5)$ และ $D (0, 3)$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| ก. ตั้งฉากกัน | ข. ขนานกัน |
| ค. ไม่ขนานและไม่ตั้งฉากกัน | ง. เป็นเส้นตรงเส้นเดียวกัน |
7. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(k, 7)$ และ $(-3, 5)$ ขนานกับเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ 1 จงหาค่า k
- | | |
|------|-------|
| ก. 5 | ข. -5 |
| ค. 1 | ง. -1 |
8. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-4, 1)$ กับ $(2, a)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-5, -4)$ กับจุด $(1, -2)$ จงหาค่า a
- | | |
|-------|------|
| ก. -1 | ข. 0 |
| ค. 3 | ง. 7 |
9. ข้อใดไม่ถูกต้อง
- ก. เส้นตรงสองเส้นจะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันเท่ากัน
- ข. เส้นตรงที่ผ่านจุด $A (4, 5)$ และ $B (1, 2)$ มีความชันเท่ากับ 1
- ค. เส้นตรงที่ผ่านจุด $A (4, 5)$ และ $B (1, 2)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C (2, 0)$ และ $D (-2, -4)$
- ง. เส้นตรงที่ผ่านจุด $A (4, 5)$ และ $B (1, 2)$ ไม่ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C (2, 0)$ และ $D (-2, -4)$
10. กำหนด $A (-6, 1)$, $B (-4, -2)$, $C (-1, 1)$ และ $D (-3, 4)$ รูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด
- | | |
|---------------------|-----------------------|
| ก. สี่เหลี่ยมจตุรัส | ข. สี่เหลี่ยมผืนผ้า |
| ค. สี่เหลี่ยมคางหมู | ง. สี่เหลี่ยมด้านขนาน |

แบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 3 เส้นตั้งฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเส้นตรง 2 เส้นที่กำหนดให้ตั้งฉากกันเมื่อกำหนดความชันไว้

คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ใต้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความที่ถูกต้องที่สุด ในกระดาษคำตอบ

- กำหนดให้เส้นตรง CD ตั้งฉากกับเส้นตรง AB และความชันของเส้นตรง AB เท่ากับ $\frac{1}{3}$ ข้อความใดถูกต้อง

ก. ความชันของเส้นตรง CD เท่ากับ $\frac{1}{3}$	ข. ความชันของเส้นตรง CD เท่ากับ $-\frac{1}{3}$
ค. ความชันของเส้นตรง CD เท่ากับ 3	ง. ความชันของเส้นตรง CD เท่ากับ -3
- ถ้าเส้นตรง L มีความชันเท่ากับ $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$ ความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง L มีค่าเท่าไร

ก. $-\frac{a}{b}$, $b \neq 0$	ข. $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$
ค. $-\frac{b}{a}$, $a \neq 0$	ง. $\frac{b}{a}$, $a \neq 0$
- กำหนดให้เส้นตรง AB ตั้งฉากกับแกน x ความชันของเส้นตรง AB มีค่าอย่างไร

ก. ความชันเป็นบวก	ข. ความชันเป็นลบ
ค. ความชันเป็นศูนย์	ง. ความชันหาค่าไม่ได้
- กำหนดให้เส้นตรง AB ตั้งฉากกับแกน Y ความชันของเส้นตรง AB มีค่าอย่างไร

ก. ความชันเป็นบวก	ข. ความชันเป็นลบ
ค. ความชันเป็นศูนย์	ง. ความชันหาค่าไม่ได้
- เส้นตรงคู่ใดที่ตั้งฉากกัน

ก. A (5,7) B (8,4) กับ C (-3,-2) D (-8,3)
ข. A (0,-2) B (0,2) กับ C (1,3) D (0,-1)
ค. A (11,1) B (7,-5) กับ C (1,4) D (-12,7)
ง. A (5,0) B (-3,0) กับ C (0,-2) D (0,4)

แบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถ

1. หาสมการเส้นตรงเมื่อกำหนดเงื่อนไขต่าง ๆ ได้
2. หาความชันของเส้นตรงและจุดที่เส้นตรงตัดแกนโคออร์ดิเนต และเขียนกราฟ

ของเส้นตรงได้เมื่อกำหนดสมการเส้นตรงได้

คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ใต้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความ
ที่ถูกต้องที่สุด ในกระดาษคำตอบ

1. สมการเส้นตรงมีรูปทั่วไปอย่างไร .

ก. $Ax + C = 0$

ข. $Ax + By = 0$

ค. $Ax = By$

ง. $Ax + By + C = 0$

2. เส้นตรงที่มีสมการเป็น $8x - 4y + 3 = 0$ มีความชันเท่าไร

ก. $\frac{1}{2}$

ข. 2

ค. 4

ง. 8

3. เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรงที่มีสมการเป็น $8x - 2y + 5 = 0$ เส้นตรง L_1
มีความชันเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{1}{4}$

ข. $-\frac{1}{4}$

ค. 4

ง. -4

4. เส้นตรง L_2 ตั้งฉากกับเส้นตรงที่มีสมการเป็น $x + 4y - 7 = 0$ เส้นตรง L_2
มีความชันเท่ากับเท่าใด

ก. $-\frac{1}{4}$

ข. $\frac{1}{4}$

ค. 4

ง. -4

5. เส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(-2, 1)$ และมีความชันเท่ากับ 3 มีรูปสมการเป็นอย่างไร

ก. $3x - y + 7 = 0$

ข. $3x - y - 7 = 0$

ค. $x - 3y + 7 = 0$

ง. $x - 3y - 7 = 0$

6. เส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(-3, 2)$ และ $(2, -1)$ มีรูปสมการเป็นอย่างไร
- ก. $3x - 5y - 1 = 0$ ข. $3x + 5y - 1 = 0$
 ค. $5x - 3y + 1 = 0$ ง. $5x + 3y + 1 = 0$
7. เส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ -7 และระยะตัดแกน y (y -intercept) เท่ากับ 0 มีรูปสมการเป็นอย่างไร
- ก. $y - 7x = 0$ ข. $7x - y = 0$
 ค. $7x + y = 0$ ง. $-y + 7x = 0$
8. เส้นตรงที่มีระยะตัดแกน x เท่ากับ 8 และระยะตัดแกน y เท่ากับ 9 มีรูปสมการเป็นอย่างไร
- ก. $\frac{x}{8} + \frac{y}{9} = 1$ ข. $\frac{x}{8} + \frac{y}{9} = 0$
 ค. $\frac{x}{9} + \frac{y}{8} = 1$ ง. $\frac{x}{9} + \frac{y}{8} = 0$
9. ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(7, 5)$ และขนานกับเส้นตรง $3x - 2y + 12 = 0$ คือข้อใด
- ก. $\{(x, y) \mid 3x - 2y + 7 = 0\}$ ข. $\{(x, y) \mid 3x - 2y - 3 = 0\}$
 ค. $\{(x, y) \mid 3x - 2y - 7 = 0\}$ ง. $\{(x, y) \mid 3x - 2y - 11 = 0\}$
10. เส้นตรง $5x - y + 10 = 0$ จะตัดแกน x และแกน y ที่จุดใด
- ก. $(5, 0), (0, 10)$ ข. $(0, 5), (0, -2)$
 ค. $(-2, 0), (0, 10)$ ง. $(10, 0), (0, 5)$

แบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ชุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดได้

คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ใต้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความ
ที่ถูกต้องที่สุด ในกระดาษคำตอบ

1. สูตรที่ใช้หาระยะทางจากจุด (x, y) ถึงเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ ตรงกับสูตร
ในข้อใด

ก. $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ข. $d = |Ax_1 + By_1 + C|$

ค. $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ ง. $d = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

2. ระยะทางจากจุด $(-2, -3)$ ไปยังเส้นตรง $3x + 15y - 24 = 0$ เท่ากับกี่หน่วย

ก. 5 ข. 6

ค. 6.5 ง. 17

3. ระยะทางจากจุด $(-3, -5)$ ไปยังเส้นตรง $12x + 5y - 17 = 0$ เท่ากับกี่หน่วย

ก. 3 ข. 4

ค. 5 ง. 6

4. สูตรที่ใช้หาระยะทางระหว่างเส้นคู่ขนาน $Ax + By + C_1 = 0$ และ
 $Ax + By + C_2 = 0$ ตรงกับสูตรในข้อใด

ก. $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ข. $d = |Ax_1 + By_1 + C|$

ค. $d = |C_1 - C_2|$ ง. $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

5. ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $9x + 12y + 3 = 0$ และ $9x + 12y + 20 = 0$
เท่ากับกี่หน่วย

ก. $\frac{16}{15}$

ข. $\frac{17}{15}$

ค. $\frac{10}{15}$

ง. $\frac{23}{15}$

6. ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $x + y + 4\sqrt{2} = 0$ และ $x + y - 6\sqrt{2} = 0$
เท่ากับกี่หน่วย

ก. 7

ข. 8

ค. 9

ง. 10

7. เส้นตรง $y = 5x + 4$ และ $y = 5x + 7$ ขนานกัน จะห่างกันกี่หน่วย

ก. $\frac{3}{5}$

ข. $\frac{3}{25}$

ค. $\frac{3}{26}$

ง. $\frac{7}{26}$

8. ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x + 4y + 4 = 0$ กับจุด $(1, 2)$ ต่างกับระยะห่าง
ระหว่างเส้นตรง $3x + 4y - 5 = 0$ กับจุด $(1, -2)$ อยู่เท่าไร

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

9. สมการของเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $3x - 4y + 12 = 0$ และอยู่ห่างกัน 2 หน่วย
มีสมการเป็นอย่างไร

ก. $3x - 4y + 12 = 0$ และ $3x - 4y + 22 = 0$

ข. $3x - 4y - 2 = 0$ และ $3x - 4y + 22 = 0$

ค. $3x - 4y + 2 = 0$ และ $3x - 4y - 22 = 0$

ง. $3x - 4y - 2 = 0$ และ $3x - 4y - 22 = 0$

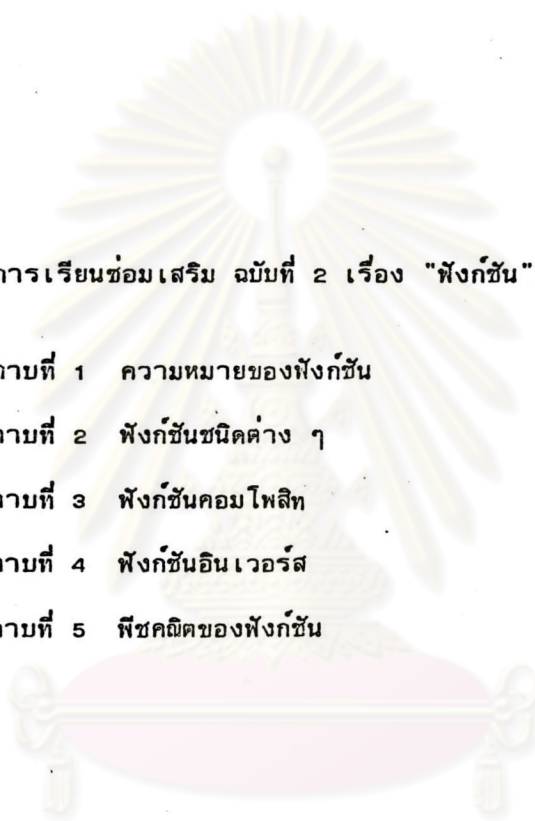
10. ระยะห่างของเส้นคู่ขนาน $3x - 4y + 10 = 0$ และ $3x - 4y + b = 0$
เท่ากับ 4 หน่วย ดังนั้นค่าของ b ที่เป็นบวกเท่ากับจำนวนใด

ก. 18

ข. 26

ค. 30

ง. 36



แบบฝึกหัดหลังการเรียนซ่อมเสริม ฉบับที่ 2 เรื่อง "ฟังก์ชัน" มี 5 คาบ

คาบที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

คาบที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

คาบที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท

คาบที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส

คาบที่ 5 พิสูจน์ของฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชัน

ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถบอกการเป็นฟังก์ชันของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้

คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ใต้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความ
ที่ถูกต้องที่สุด ในกระดาษคำตอบ

1. ความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน

ก. $\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, c), 1, d)\}$

ข. $\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d), (-1, a)\}$

ค. $\{(1, 2), (1, -2), (-1, 2), (-1, -2)\}$

ง. $\{(4, 1), (4, 4), (4, 9), (4, 16)\}$

2. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้องตามหลักเกณฑ์ของการ เป็นฟังก์ชัน

ก. สมาชิกตัวแรกในแต่ละคู่ลำดับต้องเหมือนกัน

ข. สมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่ลำดับต้องต่างกัน

ค. ลากเส้นตรงขนานกับแกน x จะตัดกราฟเพียง 1 จุด

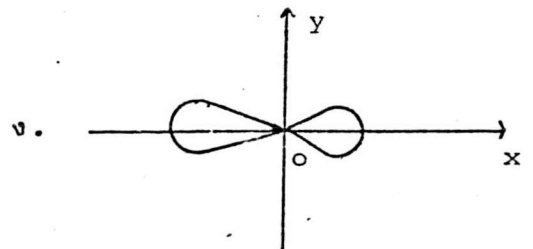
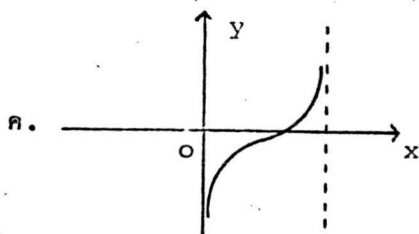
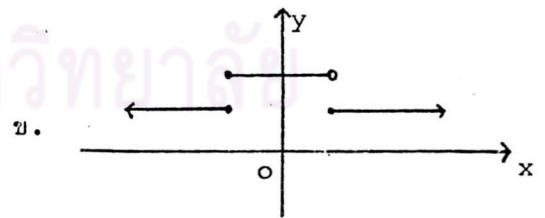
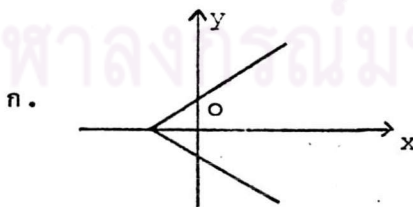
ง. ลากเส้นตรงขนานกับแกน y จะตัดกราฟเพียง 1 จุด

3. ความสัมพันธ์ใด ไม่ เป็นฟังก์ชัน

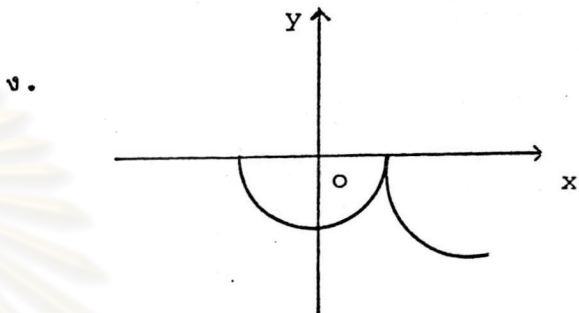
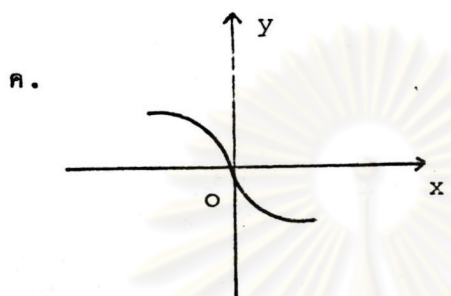
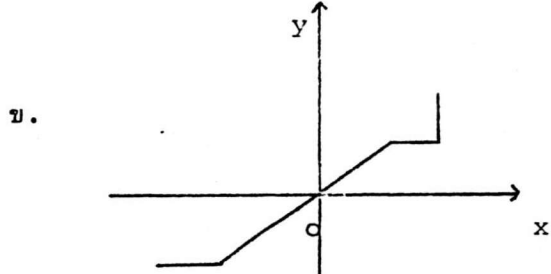
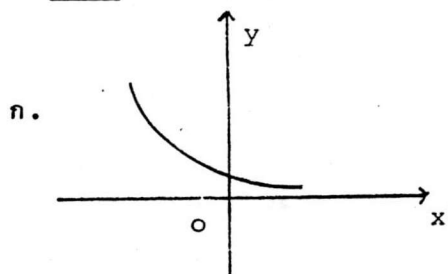
ก. $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x\}$ ข. $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x}\}$

ค. $r_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -\sqrt{x}\}$ ง. $r_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x\}$

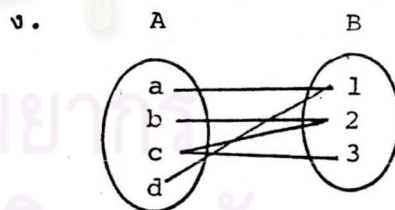
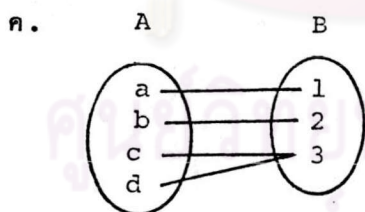
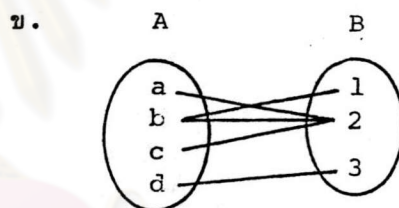
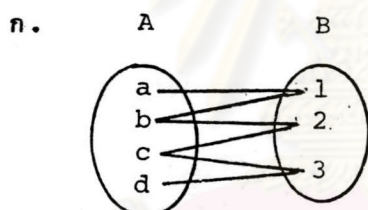
4. กราฟใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน



5. กราฟใดไม่เป็นกราฟของฟังก์ชัน

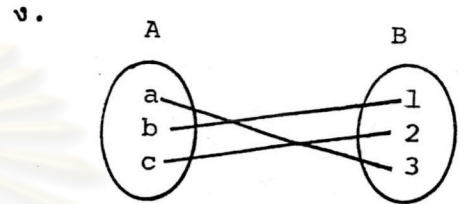
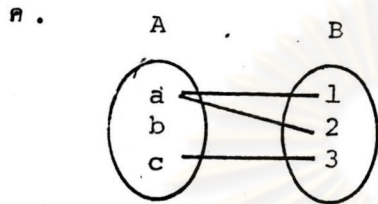
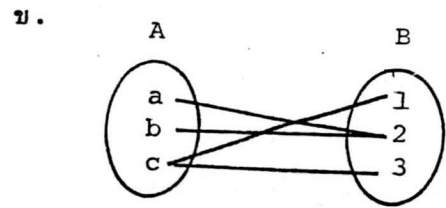
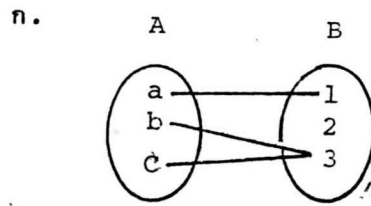


6. แผนภาพใดเป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

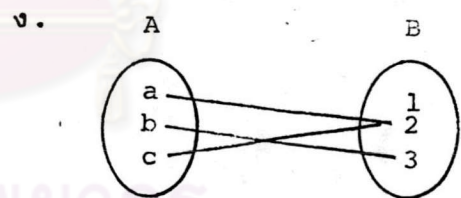
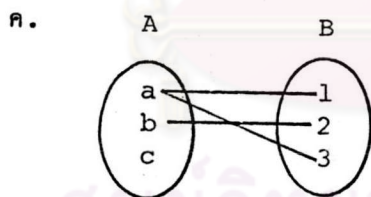
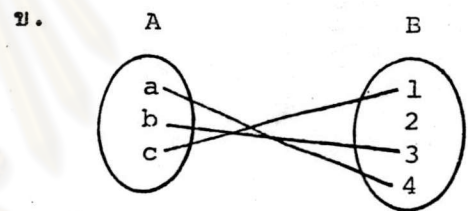
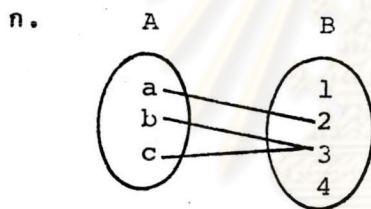


ศูนย์รวมทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

7. แผนภาพใดเป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B



8. แผนภาพข้อใดเป็นฟังก์ชัน 1 - 1



9. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้องตามหลักเกณฑ์ของการเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

- ก. สมาชิกตัวแรกในแต่ละคู่ลำดับต้องต่างกัน
- ข. สมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่ลำดับต้องต่างกัน
- ค. ลากเส้นตรงขนานกับแกน x จะตัดกราฟเพียง 1 จุด
- ง. ลากเส้นตรงขนานกับแกน y จะตัดกราฟเพียง 1 จุด

10. ข้อใดไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ก. $g(x) = |x|$

ข. $g(x) = x + 1$

ค. $g(x) = \sqrt{x}$

ง. $g(x) = \sqrt[3]{x}$

แบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชัน

ชุดที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

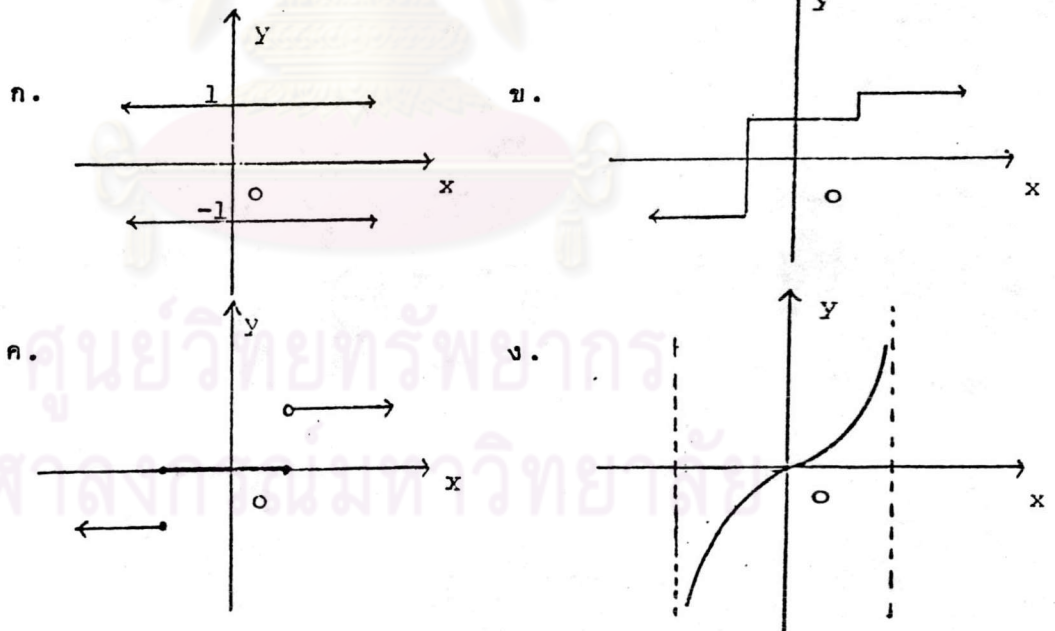
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกได้ว่าฟังก์ชัน f ที่กำหนดให้โดยที่ $f \subset A \times B$ นั้น
 - 1.1 เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B
 - 1.2 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B
 - 1.3 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
3. หาค่าของฟังก์ชันที่ x กำหนดให้ได้
4. แก่สมการและอสมการกำลังสองและแก้ปัญหา เกี่ยวกับค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดได้

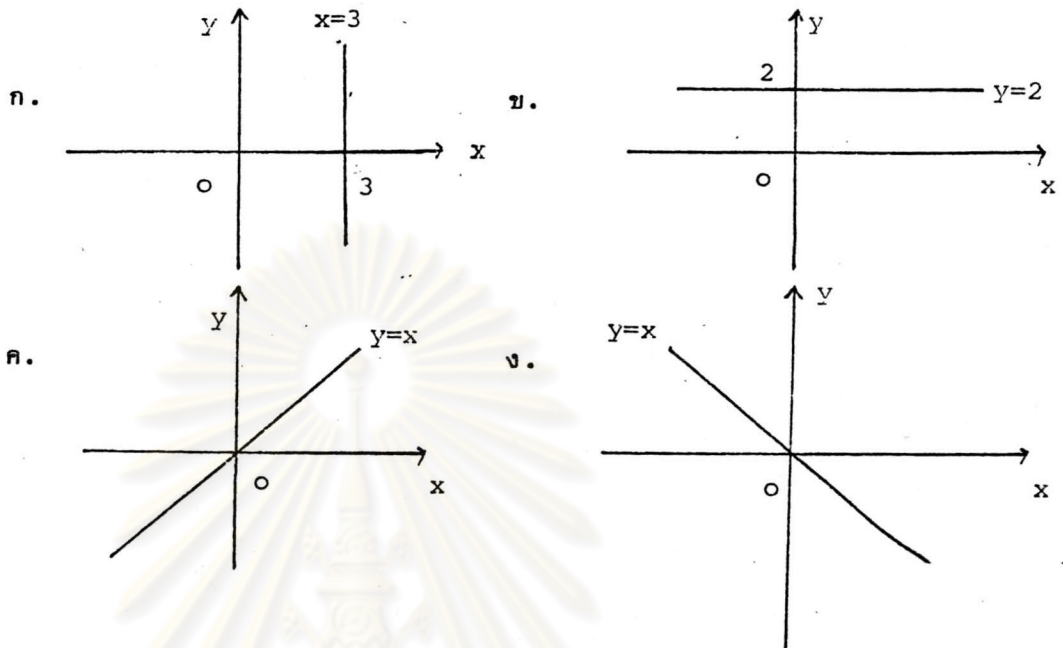
โดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชัน กำลังสอง

คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ใต้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความที่ถูกต้องที่สุดในกระดาษคำตอบ

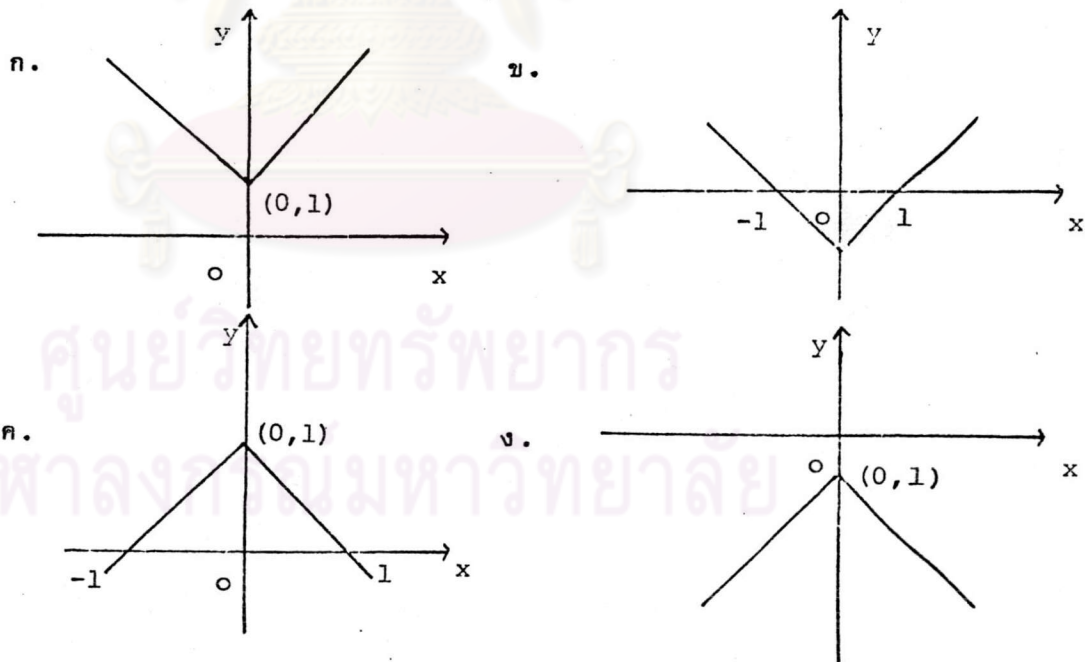
1. กราฟใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน



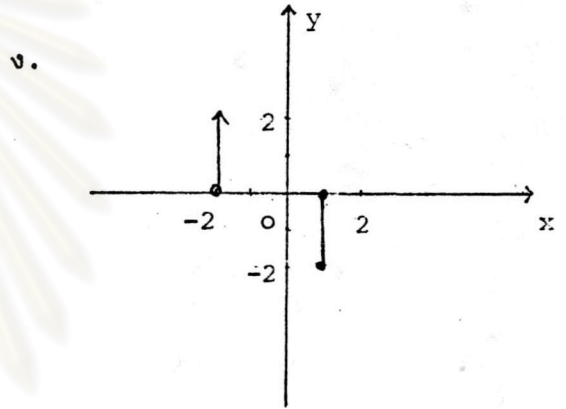
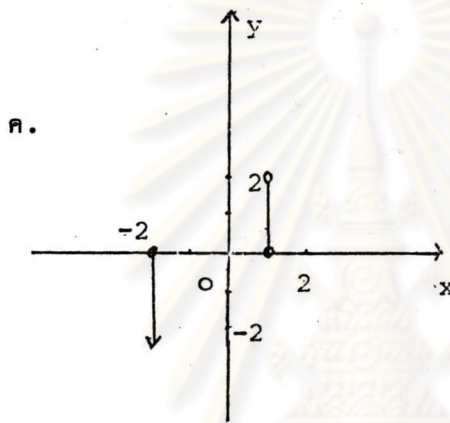
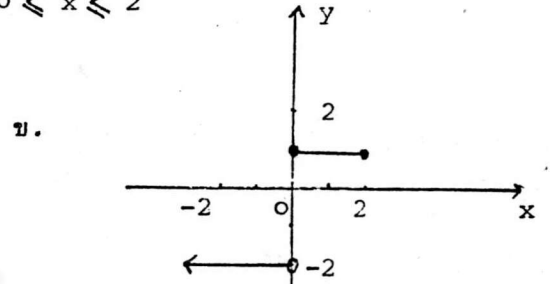
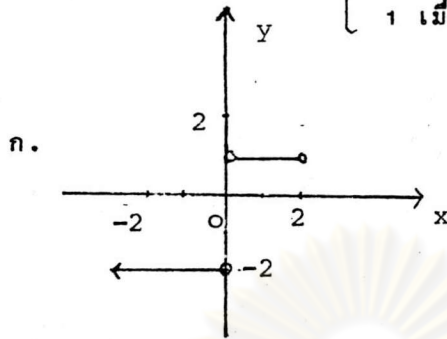
2. กราฟที่กำหนดให้กราฟใดไม่เป็นกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น



3. กราฟใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = |x| - 1$



4. กราฟใดเป็นกราฟของ $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{เมื่อ } x > 0 \\ 1 & \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$



5. ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน $y = 5 - 2x - x^2$ เท่ากับจำนวนใด

ก. 4

ข. 5

ค. 6

ง. 8

6. ฟังก์ชันใดให้ค่าต่ำสุด

ก. $y = x^2 + 2$

ข. $y = x - 2x^2$

ค. $x^2 + y = 3$

ง. $y - 6 = 5x - x^2$

7. ค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน $y = x^2 - 6x + 8$ เท่ากับจำนวนใด

ก. -18

ข. -17

ค. -8

ง. -1

8. จำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 50 ถ้าผลคูณของสองจำนวนนี้มีค่ามากที่สุดแล้วสองจำนวนนี้คือจำนวนในข้อใด

ก. 10 และ 40

ข. 15 และ 35

ค. 20 และ 30

ง. 25 และ 25

9. ฟังก์ชันใดไม่เป็นฟังก์ชันพหุนาม

ก. $f(x) = x^3$

ข. $f(x) = x^4 + x + 1$

ค. $f(x) = 2^x$

ง. $f(x) = 2$

10. ฟังก์ชันใดไม่ใช่ฟังก์ชันอดิศัย

ก. $f(x) = 2^x$

ข. $f(x) = \log_3 x$

ค. $f(x) = \sin x$

ง. $f(x) = x^2$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชัน

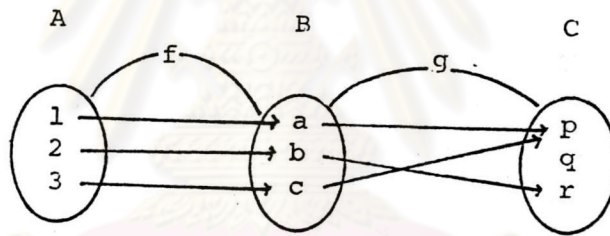
ชุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้
ในกรณีที่มีฟังก์ชันคอมโพสิท สามารถหาฟังก์ชันคอมโพสิทนั้นได้

คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ใต้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความ
ที่ถูกต้องที่สุด ในกระดาษคำตอบ

จากแผนภาพที่กำหนดให้ จงตอบคำถามข้อ 1 และ 2



1. ข้อต่อไปนี้ ข้อใดถูกต้อง

ก. $f(1) = a, g(c) = r$

ข. $f(3) = c, g(b) = p$

ค. $f(2) = c, g(c) = p$

ง. $f(3) = c, g(b) = r$

2. ข้อต่อไปนี้ ข้อใดถูกต้อง

ก. $g \circ f = \{(1, p), (2, q), (3, p)\}$

ข. $g \circ f = \{(1, p), (2, r), (3, q)\}$

ค. $g \circ f = \{(1, p), (2, r), (3, p)\}$

ง. $g \circ f = \{(1, p), (2, r), (3, r)\}$

แบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชัน

ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่ามีฟังก์ชันอินเวอร์สเมื่อกำหนดฟังก์ชันให้ , ในกรณีที่มีฟังก์ชันอินเวอร์ส สามารถหาฟังก์ชันอินเวอร์สและเขียนกราฟได้

คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ใต้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความที่ถูกต้องที่สุด ในกระดาษคำตอบ

1. ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. ถ้า $f = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$ แล้ว $f^{-1} = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$

ข. ถ้า $g = \{(1,2), (2,3), (3,2)\}$ แล้ว $g^{-1} = \{(2,1), (3,2), (2,3)\}$

ค. ถ้า $h = \{(a,b), (b,c), (c,b)\}$ แล้ว $h^{-1} = \{(b,a), (c,b), (b,c)\}$

ง. ถูกทั้ง ก, ข และ ค

2. กำหนด $f(x) = 2x - 3$ ดังนั้น $f^{-1}(x)$ คือข้อใด

ก. $\frac{x-3}{2}$

ข. $\frac{x+3}{2}$

ค. $\frac{x-2}{3}$

ง. $\frac{x+2}{3}$

3. ข้อต่อไปนี้ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า f เป็นฟังก์ชันแล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชันด้วย

ข. ถ้า f เป็นฟังก์ชันแล้ว f^{-1} อาจจะเป็นฟังก์ชันหรือไม่ก็ได้

ค. ถ้า f เป็นฟังก์ชัน 1-1 แล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชัน 1-1 ด้วย

ง. ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่ไม่ใช่ 1-1 แล้ว f^{-1} จะไม่เป็นฟังก์ชัน

4. กำหนด $f = \{(1,a), (2,b), (5,c)\}$ เรนจ์ของ f^{-1} คือเซตในข้อใด

ก. $\{1, 2, 5\}$

ข. $\{a, b, c\}$

ค. $\{(a,1), (b,c), (c,5)\}$

ง. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบ

5. กำหนด $f = \{(a,1), (b,2), (c,3), (d,4)\}$ ข้อใดถูกต้อง

ก. f ไม่เป็นฟังก์ชัน

ข. f^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน

ค. f เป็นฟังก์ชัน 1-1 ทำให้ f^{-1} เป็นฟังก์ชัน 1-1 ด้วย

ง. f เป็นฟังก์ชัน 1-1 แต่ f^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1

แบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชัน

ชุดที่ 5 พิษคณิตของฟังก์ชัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันได้จากการ บวก ลบ คูณ ทหาร ฟังก์ชันที่กำหนดให้ ตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป พร้อมทั้งบอกโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันผลลัพธ์ได้

คำสั่ง จงทำเครื่องหมายกากบาท (X) ใต้ตัวอักษร ก หรือ ข หรือ ค หรือ ง ตรงข้อความ ที่ถูกต้องที่สุด ในกระดาษคำตอบ

1. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = x, -3 \leq x \leq 3\}$ และ $g = \{(x,y) \mid y = \sqrt{x}, x \geq 0\}$

ดังนั้นโดเมนของ $f + g$ คือเซตใด

ก. $\{x \mid x \leq 3\}$

ข. $\{x \mid x \geq -3\}$

ค. $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

ง. $\{x \mid -3 \leq x \leq 0\}$

2. ถ้า $f(x) = \frac{1}{x+1}$ และ $g(x) = x+1$ แล้ว โดเมนของ $f-g$ คือเซตใด

ก. \mathbb{R}

ข. \mathbb{R}^+

ค. $\mathbb{R} - \{0\}$

ง. $\mathbb{R} - \{-1\}$

3. กำหนด $f(x) = x+1$ และ $g(x) = x^2 - 1$ แล้วโดเมนของ $\frac{g}{f}$ คือเซตใด

ก. $\{x \mid x \geq 1\}$

ข. $\{x \mid x \leq 1\}$

ค. $\{x \mid x \neq 1\}$

ง. $\{x \mid x \neq -1\}$

4. กำหนด $f(x) = x^2 - 5x + 3$ แล้ว $f(5)$ มีค่าเท่าใด

ก. 53

ข. 23

ค. 18

ง. 3

5. กำหนด $f(x) = x^2 - 5x + 3$ แล้ว $f(4) - f(3)$ เท่ากับจำนวนใด

ก. 2

ข. 1

ค. -1

ง. -4

6. กำหนด $f(x) = 2x + 3$ และ $g(x) = x^3 - 1$ แล้ว $f(4) + 3g(1)$

มีค่าเท่าใด

ก. 2

ข. 3

ค. 8

ง. 11

กำหนด $f = \{(2,4), (3,6), (4,8), (6,3)\}$

$g = \{(3,3), (4,2), (5,1), (6,2)\}$

จงตอบคำถามข้อ 7 ถึง ข้อ 9

7. ข้อต่อไปนี้มีข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{3,4,5\}$

ข. $D_f = D_f \cap D_g, g(x) \neq 0$

ค. $D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{3,4,6\}$

ง. $D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = \{3,4,6\}$

8. $f + g$ เท่ากับเซตในข้อใด

ก. $\{(3,9), (4,10), (6,5)\}$

ข. $\{(2,4), (3,3), (4,10), (5,1), (6,5)\}$

ค. $\{(5,7), (7,8), (9,9), (12,5)\}$

ง. $\{(6,9), (9,10), (12,5)\}$

9. $f \cdot g$ เท่ากับเซตในข้อใด

ก. $\{(3,18), (4,16), (6,6)\}$

ข. $\{(2,4), (3,18), (4,16), (5,1), (6,6)\}$

ค. $\{(6,13), (12,12), (20,8), (36,6)\}$

ง. $\{(9,18), (16,16), (36,6)\}$

10. กำหนด $f(x) = x - 2$ และ $g(x) = 3x + 1$ ข้อใดถูกต้อง

ก. $(f + g)(x) = 3x - 1$

ข. $(f - g)(x) = -2x - 3$

ค. $(f \cdot g)(x) = 3x^2 - 2$

ง. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{3x + 1}{x - 2}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



จดลยแบบฝึกหัดหลังการเรเรียนซ่อมเสริม

เรื่อง เส้นตรง

ศูนย์วิทยพัทพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง "เส้นตรง"

ชุดที่ 1 ความชันของเส้นตรง

1. ค
2. ข
3. ข
4. ก
5. ง
6. ค
7. ข
8. ค
9. ข
10. ข



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง "เส้นตรง"

ชุดที่ 2 เส้นขนาน

1. ข
2. ค
3. ง
4. ค
5. ค
6. ข
7. ง
8. ค
9. ง
10. ง



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง "เส้นตรง"

ชุดที่ 3 เส้นตั้งฉาก

1. ง
2. ค
3. ง
4. ค
5. ง
6. ข
7. ก
8. ง
9. ก
10. ข



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง "เส้นตรง"

ชุดที่ 4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

1. ง
2. ข
3. ค
4. ก
5. ก
6. ข
7. ค
8. ก
9. ง
10. ค



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

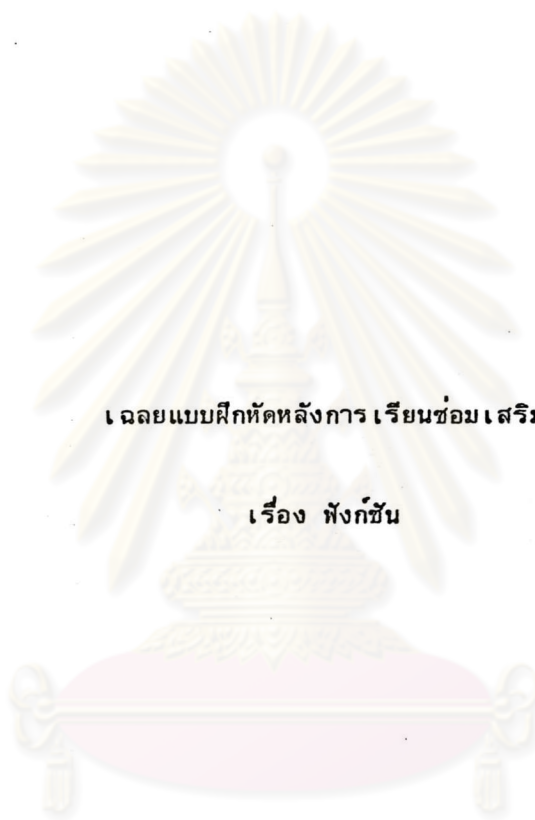
เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 1 เรื่อง "เส้นตรง"

ชุดที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

1. ค
2. ก
3. ง
4. ง
5. ข
6. ง
7. ค
8. ก
9. ข
10. ค



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



เฉลยแบบฝึกหัดหลังการ เรียนซ่อม เสริม

เรื่อง ฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ชุดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

1. ข
2. ง
3. ก
4. ค
5. ข
6. ค
7. ง
8. ข
9. ค
10. ก



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ชุดที่ 2 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

1. ง
2. ก
3. ข
4. ข
5. ค
6. ก
7. ง
8. ง
9. ค
10. ง



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ชุดที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท

1. ง
2. ก
3. ข
4. ข
5. ข
6. ข
7. ข
8. ค
9. ข
10. ง



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ชุดที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส

1. ง
2. ข
3. ก
4. ก
5. ค
6. ก
7. ค
8. ง
9. ข
10. ข



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

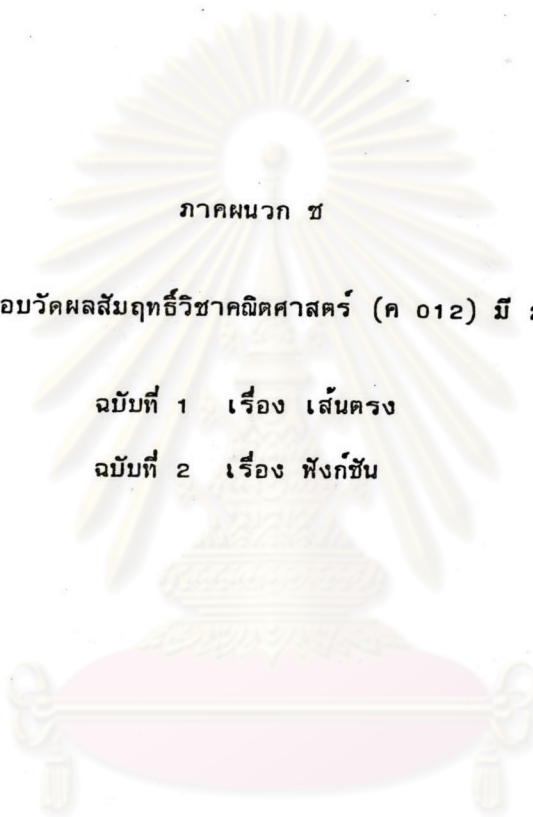
เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ชุดที่ 5 ทิศคณิศของฟังก์ชัน

1. ค
2. ง
3. ง
4. ง
5. ก
6. ง
7. ก
8. ก
9. ก
10. ข



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ช

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) มี 2 ฉบับ

ฉบับที่ 1 เรื่อง เส้นตรง

ฉบับที่ 2 เรื่อง พังค์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012)

เรื่อง เส้นตรง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012)

เรื่อง "เส้นตรง"

คำชี้แจงในการสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 25 ข้อ
2. ห้ามขีดเครื่องหมายหรือข้อความใด ๆ ลงในแบบสอบ
3. คำถามแต่ละข้อมีคำตอบให้เลือก 4 คำตอบ คือ ก ข ค และ ง

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว เมื่อได้คำตอบใดก็ให้ขีดเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในช่องว่างใต้ตัวอักษรนั้น ในกระดาษคำตอบ

ตัวอย่าง 2^0 มีผลลัพธ์เท่าใด

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 2
- ง. หาค่าไม่ได้

คำตอบคือข้อ ข ให้นักเรียนทำเครื่องหมายลงในกระดาษคำตอบดังนี้

	ก	ข	ค	ง
1		X		

4. ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ขีดเส้นทับคำตอบที่ไม่ต้องการ เช่น เปลี่ยนจากข้อ ข เป็นข้อ ก ให้ทำดังนี้

	ก	ข	ค	ง
1	X	X		

5. เมื่อนักเรียนทำข้อสอบเสร็จแล้ว ให้นำข้อสอบพร้อมกระดาษคำตอบส่งทันที
6. ขอให้นักเรียนตั้งใจทำข้อสอบให้ดีที่สุด และพยายามทำให้ครบทุกข้อ

13. จุด $A(m, n)$ และ $B(r, s)$ เป็นจุด 2 จุดในระนาบ เส้นตรงที่ผ่านจุด A และ B มีความชันเท่าใด

ก. $\frac{m-n}{r-s}, r \neq s$

ข. $\frac{m-r}{n-s}, n \neq s$

ค. $\frac{n-s}{m-r}, m \neq r$

ง. $\frac{r+m}{s+n}, s \neq n$

14. ถ้าเส้นตรง $4x - ky + 1 = 0$ มีระยะตัดแกน y เป็น -5 แล้ว k จะมีค่าตรงกับข้อใด

ก. $-\frac{1}{4}$

ข. $-\frac{1}{5}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $\frac{1}{5}$

15. เส้นตรงที่ขนานกับแกน X และอยู่ใต้แกน X เป็นระยะ 3 หน่วย มีสมการเป็นอย่างไร

ก. $x = -3$

ข. $x = +3$

ค. $y = -3$

ง. $y = +3$

16. เส้นตรง $3x + 5y - 7 = 0$ ตัดแกน X ที่จุด A และตัดแกน Y ที่จุด B

โคออร์ดิเนตของจุด A และ B ตามลำดับคือข้อใด

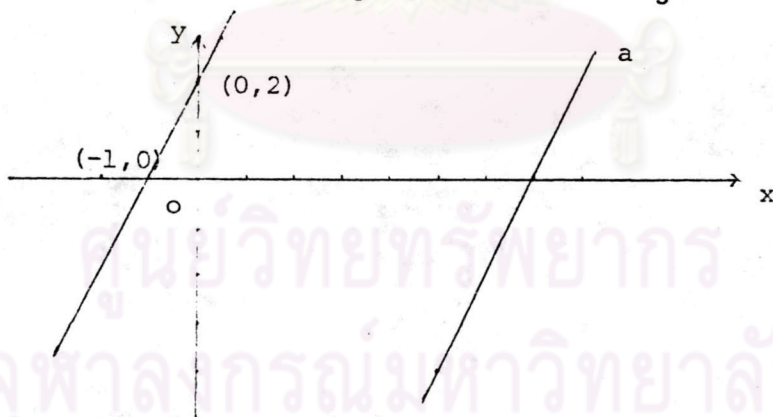
ก. $(\frac{7}{3}, 0)$ และ $(0, \frac{7}{5})$

ข. $(\frac{7}{5}, 0)$ และ $(0, \frac{7}{3})$

ค. $(0, \frac{7}{5})$ และ $(\frac{7}{3}, 0)$

ง. $(0, \frac{7}{5})$ และ $(\frac{7}{5}, 0)$

17.



จากรูป สมการของเส้นตรง a คือข้อใด

ก. $x - 2y - 13 = 0$

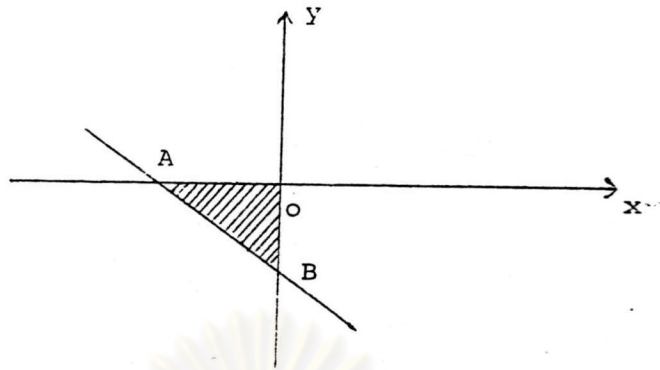
ข. $2x - y - 14 = 0$

ค. $2x + y - 13 = 0$

ง. $x - 2y + 14 = 0$

18. ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง
- ก. จุด $P(2,3)$, $Q(-4,-3)$ และ $R(6,1)$ เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยมมุมฉาก
 ข. เส้นตรงที่ตั้งฉากกันย่อมมีความชันเท่ากัน
 ค. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-4,3)$ และ $(-1,2)$ มีความชันเป็น $\frac{1}{3}$
 ง. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-4,3)$ และ $(-1,2)$ ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-1,2)$ และ $(2,11)$
19. จุด 3 จุดในข้อใดที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
- ก. $(1,2)$, $(-3,10)$, $(-4,4)$ ข. $(-2,1)$, $(6,7)$, $(-4,-3)$
 ค. $(-4,2)$, $(2,6)$, $(1,0)$ ง. $(0,4)$, $(3,6)$, $(-2,8)$
20. จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง ที่ผ่านจุดตัดของเส้นตรง $2x - y - 4 = 0$ กับ $x + 3y + 5 = 0$ และมี Y - intercept เท่ากับ -4
- ก. $\{(x,y) \mid 2x - y + 4 = 0\}$ ข. $\{(x,y) \mid 2x + y - 4 = 0\}$
 ค. $\{(x,y) \mid 2x - y - 4 = 0\}$ ง. $\{(x,y) \mid 2x + y + 4 = 0\}$
21. จงหาค่า k ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด $(5,-4)$ และ $(k, 6)$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $2x - 3y + 6 = 0$
- ก. 10 ข. -10
 ค. $\frac{5}{3}$ ง. $-\frac{5}{3}$
22. ระยะทางจากจุด $(1,y)$ บนเส้นตรง $3x + 4y + 1 = 0$ ไปยังเส้นตรง $4x + 3y - 2 = 0$ ยาวกี่หน่วย
- ก. 0.1 ข. 0.2
 ค. 0.3 ง. 0.4
23. เส้นตรงที่ตัดแกน X ที่ $(3,0)$ และตัดแกน Y ที่จุด $(0,-4)$ มีสมการดังข้อใด
- ก. $3y - 4x - 12 = 0$ ข. $3y + 4x + 12 = 0$
 ค. $3y - 4x + 12 = 0$ ง. $3y + 4x - 12 = 0$

24.



จากรูปที่กำหนดให้ สามเหลี่ยม AOB มีพื้นที่ 8 ตารางหน่วย และความชันของ
 ส่วนของเส้นตรง AB เท่ากับ -1 จงหาว่า เส้นตรง AB มี x-intercept เท่าใด

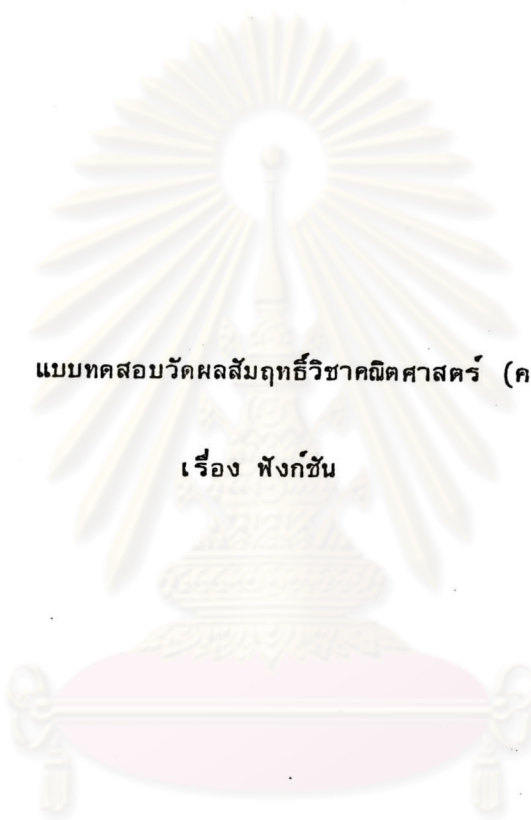
ก. -2 ข. -4 ค. -6 ง. -8

25. จุดบนแกน Y ซึ่งอยู่ห่างจากเส้นตรง $5x - 12y + 1 = 0$ เป็นระยะ 1 หน่วยคือ

ก. $(0, -1)$ กับ $(0, \frac{7}{6})$ ข. $(0, 1)$ กับ $(0, \frac{7}{6})$ ค. $(0, -1)$ กับ $(0, -\frac{7}{6})$ ง. $(0, 1)$ กับ $(0, -\frac{7}{6})$

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012)

เรื่อง ฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012)

เรื่อง "ฟังก์ชัน"

คำชี้แจงในการสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 25 ข้อ
2. ห้ามขีดเครื่องหมายหรือข้อความใด ๆ ลงในแบบสอบ
3. คำถามแต่ละข้อมีคำตอบให้เลือก 4 คำตอบ คือ ก ข ค และ ง

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว เมื่อได้คำตอบใดก็ให้ขีดเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในช่องว่างใต้ตัวอักษรนั้น ในกระดาษคำตอบ

ตัวอย่าง 2^0 มีผลลัพธ์เท่าใด

- ก. 0
ข. 1
ค. 2
ง. ทาค่าไม่ได้

คำตอบคือข้อ ข ให้นักเรียนทำเครื่องหมายลงในกระดาษคำตอบดังนี้

	ก	ข	ค	ง
1		X		

4. ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ขีดเส้นทับคำตอบที่ไม่ต้องการ เช่น เปลี่ยนจากข้อ ข เป็นข้อ ก ให้ทำดังนี้

	ก	ข	ค	ง
1	X	X		

5. เมื่อนักเรียนทำข้อสอบเสร็จแล้ว ให้นำข้อสอบพร้อมกระดาษคำตอบส่งทันที
6. ขอให้นักเรียนตั้งใจทำข้อสอบให้ดีที่สุด และพยายามทำให้ครบทุกข้อ

5. ถ้า $f(x) = 2x+5$ และ $g(x) = f(2x)$ ข้อใดคือค่าของ $g(-2)$

ก. 3

ข. -3

ค. 4

ง. -4

6. เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 30 หน่วย ถ้าให้ด้านกว้างยาว a หน่วย พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนเส้นทแยงมุมเป็น A ตารางหน่วยฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสกับความยาวด้านกว้างคือ

ก. $\{(a, A) \mid A = 2a^2 - 10a\}$

ข. $\{(a, A) \mid A = 2a^2 - 10a + 125\}$

ค. $\{(a, A) \mid A = 2a^2 - 30a\}$

ง. $\{(a, A) \mid A = 2a^2 - 30a + 225\}$

7. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{1, 3, 4, 5\}$ และ $f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$

ข้อใดถูก

ก. $f^{-1} \circ f$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไปบน B

ข. $f \circ f$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

ค. $f^{-1} \circ f$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปบน A

ง. $f \circ f^{-1}$ เป็นฟังก์ชันจาก B ไป A

8. กำหนด $f = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x^2 - 1}\}$ $g = \{(x, y) \mid y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\}$

ข้อใดถูก

ก. $(f \circ g)^{-1} = \{(x, y) \mid x = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{1-y^2}}\}$ ค. $(g \circ f)(x) = \frac{1}{1-x}$

ข. $f \circ g = \{(x, y) \mid y = \frac{|x|}{\sqrt{1-x^2}}\}$ ง. $D \frac{f}{g} = (1, \infty)$

9. $f(x) = x-1$, $g(x)=1$ และ $h(x) = \frac{1}{x}$

จงหา $\frac{f(x)}{g(x) - \frac{1}{h(x)}}$

ก. x

ข. $-\frac{1}{x}$

ค. 1

ง. -1

10. $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = |x| + 2\}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
 ก. $f^{-1} = \{(x, y) \in A \times B \mid x = |x| + 2\}$ ข. $f^{-1} = \{(x, y) \in B \times A \mid |y| = x - 2\}$
 ค. $f^{-1} = \{(y, x) \in A \times B \mid x = |y| + 2\}$ ง. $f^{-1} = \{(x, y) \in B \times A \mid |y| = x + 2\}$
11. ข้อใดเป็นฟังก์ชันควอดราติก
 ก. $y = x^2 - 3$ ข. $y = |3x + 1|$
 ค. $y = |x + 2|$ ง. $y = 3^{5x}$
12. จงหาจุดวกกลับของฟังก์ชัน $y = 3 - 2x - x^2$
 ก. (1, 4) ข. (-1, -4)
 ค. (-1, 4) ง. (1, -4)
13. จงหาค่าสูงสุดหรือค่าสุดของฟังก์ชัน $y = 2x^2 - 4x + 1$
 ก. ค่าสุด = 1 ข. สูงสุด = 1
 ค. สูงสุด = -1 ง. ค่าสุด = -1
14. ถ้า $f(x) = x^2 - 7x + 6$ แล้ว กราฟของ f ตัดแกน x ที่จุดใด
 ก. (6, 0), (7, 0) ข. (1, 0), (6, 0)
 ค. (0, 0), (1, 0) ง. (0, 0), (6, 0)
15. ถ้า $f(x) = 3x^2 + 2x + 7$ จงหา $f(3) - f(1)$
 ก. 12 ข. 28
 ค. 40 ง. 52
16. ข้อใดมีโดเมนเดียวกับความสัมพันธ์ $\{(x, y) \mid y = \sqrt{25 - x^2}\}$
 ก. $\{(x, y) \mid y^2 = 25^2 - x^2\}$ ข. $\{(x, y) \mid y = \sqrt{x - 25}\}$
 ค. $\{(x, y) \mid y^2 = (5 - x)^2\}$ ง. $\{(x, y) \mid y^2 = 5^2 - x^2\}$
17. ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = \frac{1}{x}$ แล้ว $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$
 เท่ากับข้อใด (เมื่อ $a \neq 0 \neq a+h$)
 ก. $\frac{-a}{a(a+h)}$ ข. $\frac{a}{a(a+h)}$
 ค. $\frac{-1}{a(a+h)}$ ง. $\frac{1}{a(a+h)}$

18. ถ้า $f\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = \frac{1}{2}x - 1$ แล้ว $f^{-1}(2)$ เท่ากับจำนวนใด

ก. 6

ข. 4

ค. 2

ง. 0

19. สร้างฟังก์ชัน $g \circ f$ จากฟังก์ชันคู่ใดไม่ได้

ก. $f = \{(a, 1), (b, 3), (c, 3)\}$

ข. $f(x) = 2x$

ค. $g = \{(1, 5), (2, 7), (3, 7)\}$

ง. $g(x) = x + 3$

ด. $f(x) = x^2 + 2x + 1$

จ. $f(x) = x + 1$

ข. $g(x) = 3x - 1$

ค. $g(x) = \sqrt{x}$

20. กำหนดให้ $f(x) = x^2 + 1$, $-10 \leq x \leq 10$

$g(x) = x - 2$, $x \leq 1$

$h(x) = 2x - 3$, $x \leq 2$

โดเมนของ $\frac{f(x)}{g(x) - h(x)}$ คือข้อใด

ก. $(-\infty, 1]$

ข. $(-\infty, 1)$

ค. $[-10, 1)$

ง. $[-10, 1]$

21. กำหนดให้ $f(x) = 3x$, $g(x) = x^2 + 1$

$h(x) = \begin{cases} 2x - 2, & x < 0 \\ 2x - 3, & x > 0 \end{cases}$

จงหา $(f \circ (h \circ g))(1)$

ก. 3

ข. 5

ค. 6

ง. 10

22. ฟังก์ชันที่มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชันเดิมคือข้อใด

ก. $\{(x, y) \mid x + y = 1\}$

ข. $\{(x, y) \mid x = y^2\}$

ค. $\{(x, y) \mid x^2 = y^2, 0 \leq y \leq 1\}$

ง. $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1, 0 \leq y \leq 1\}$

23. ถ้า $g(x) = x^2$ และ $-2 \leq x \leq 8$ แล้ว ข้อความใดกล่าวไม่ถูกต้อง

ก. $g(2) = 4$

ข. $g(-2) = 4$

ค. $g(3) = 9$

ง. $g(-3) = 9$

24. ถ้า $y = f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ แล้ว ข้อใดเป็นจริง

ก. $f(2x) = f(x) - 1$

ข. $x = f(y)$

ค. $x = f(2y) - 1$

ง. $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

25. ถ้า $f(x) = x^2$, $x \geq -2$ และ $g(x) = x+2$, $10 \leq x \leq 50$ แล้ว

$(f \circ g)(x)$ เท่ากับข้อใด

ก. $x^2 + 2$

ข. $(x + 2)^2$

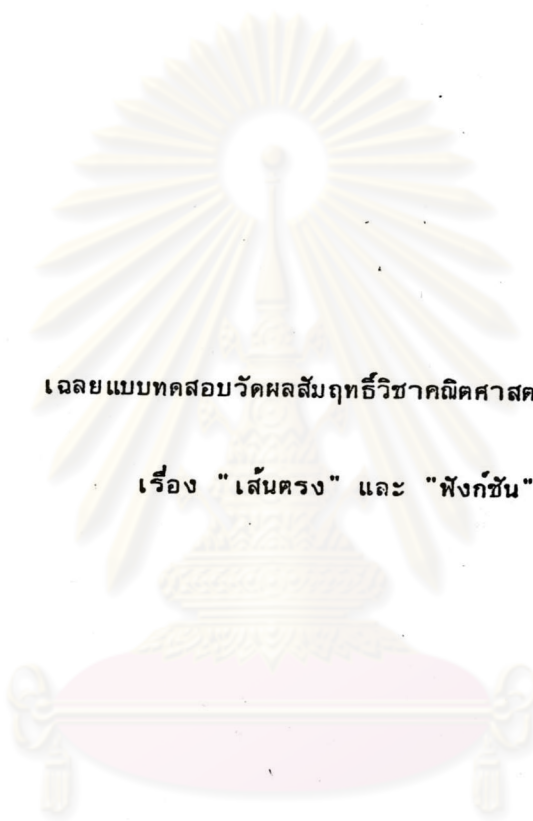
ค. $x^2 + (x + 2)$

ง. $x^2(x + 2)$

.....



ศูนย์วิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ (ค ๐12)

เรื่อง "เส้นตรง" และ "ฟังก์ชัน"

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012)

เรื่อง "เส้นตรง"

1. ก
2. ก
3. ง
4. ค
5. ข
6. ค
7. ง
8. ง
9. ก
10. ข
11. ง
12. ก
13. ค
14. ข
15. ค
16. ก
17. ข
18. ง
19. ข
20. ค
21. ง
22. ข
23. ค
24. ค
25. ก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012)

เรื่อง "ฟังก์ชัน"

1. ก
2. ง
3. ค
4. ค
5. ข
6. ง
7. ค
8. ง
9. ง
10. ข
11. ก
12. ค
13. ง
14. ข
15. ข
16. ง
17. ค
18. ข
19. ง
20. ง
21. ก
22. ค
23. ง
24. ข
25. ข



ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ซ

การคำนวณข้อมูลในการวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4 แสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์การเขียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ประจำภาคต้น
ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง			
x_1	f	fx_1	fx_1^2
55	5	275	15125
54	5	270	14580
53	2	106	5618
52	5	260	13520
51	2	102	5202
50	2	100	5000
49	2	98	4802
48	3	144	6912
47	2	94	4418
46	1	46	2116
45	7	315	14175
44	5	220	9680
42	1	42	1764
41	1	41	1681
39	1	39	1521
37	1	37	1369
รวม	$\Sigma f =$ 45	$\Sigma fx =$ 2,189	$\Sigma fx^2 =$ 107,483

กลุ่มควบคุม			
x_2	f	fx_2	fx_2^2
53	5	265	14045
52	4	208	10816
51	4	204	10404
50	3	150	7500
49	5	245	12005
48	5	240	11520
47	1	47	2209
46	1	46	2116
45	4	180	8100
44	2	88	3872
43	2	86	3698
42	3	126	5292
41	1	41	1681
40	1	40	1600
39	1	39	1521
38	1	38	1444
37	2	74	2738
รวม	$\Sigma f =$ 45	$\Sigma fx =$ 2,117	$\Sigma fx^2 =$ 100,561

1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})

$$\begin{aligned} \text{สูตร } \bar{x}_1 &= \frac{\sum fx_1}{N_1} \\ &= \frac{2189}{45} \\ &= 48.6444 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } \bar{x}_2 &= \frac{\sum fx_2}{N_2} \\ &= \frac{2117}{45} \\ &= 47.0444 \end{aligned}$$

2. หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

$$\begin{aligned} \text{สูตร } s_1 &= \sqrt{\frac{n_1 \sum fx_1^2 - (\sum fx_1)^2}{N_1(N_1-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{45(107483) - (2189)^2}{45(44)}} \\ &= 4.768 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } s_2 &= \sqrt{\frac{N_2 \sum fx_2^2 - (\sum fx_2)^2}{N_2(N_2-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{45(100561) - (2117)^2}{45(44)}} \\ &= 4.690 \end{aligned}$$

3. การทดสอบความแปรปรวน (b)

$$\text{สูตร } F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad df_1 = n_1 - 1 \quad df_2 = n_2 - 1$$

$$s_1^2 = 4.7681 \quad s_2^2 = 4.6902 \quad df_1 = 44 \quad df_2 = 44$$

ตั้งสมมติฐาน

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$F = \frac{4.7681}{4.6902}$$

$$= 1.0166$$

หาค่า F จากตาราง ที่ $\alpha = .05$

ได้ค่า $F = 1.648$

เปรียบเทียบค่า F ที่คำนวณได้กับ F จากตาราง

F คำนวณได้ $<$ F ตาราง

ยอมรับ H_0 แสดงว่า ความแปรปรวนของคะแนนก่อนเรียนของประชากร

ทั้งสองกลุ่มเท่ากัน นั่นคือ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

เปรียบเทียบมัธยฐานเลขคณิตของคะแนนก่อนเรียน โดยทดสอบค่าที (t-test)

การทดสอบค่าที (t-test)

ตั้งสมมติฐาน $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$$\bar{X}_1 = 48.6444$$

$$\bar{X}_2 = 47.0444$$

$$S_1 = 4.7681$$

$$S_2 = 4.6902$$

$$S_1^2 = 22.7348$$

$$S_2^2 = 21.9980$$

เนื่องจาก $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ดังนั้นใช้สูตร

$$\text{สูตร } t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} , df = n_1+n_2-2$$

$$= \frac{48.6444 - 47.0444}{\sqrt{\frac{(44)(22.7348) + 44(21.9980)}{45+45-2} \left(\frac{1}{45} + \frac{1}{45} \right)}}$$

$$= \frac{1.6}{\sqrt{\frac{1000.3312 + 967.912}{88} \left(\frac{2}{45} \right)}}$$

$$= \frac{1.6}{\sqrt{\frac{1968.2432}{88}} \left(\frac{2}{45}\right)}$$

$$= \frac{1.6}{\sqrt{0.9942}}$$

$$= \frac{1.6}{0.9971}$$

$$= 1.0647$$

หาค่า t จากตาราง ที่ $\alpha = 0.05$ $df = n_1 + n_2 - 2 = 88$ $t = 1.9907$

t คำนวณได้ < t จากตาราง

ยอมรับ H_0 แสดงว่า ค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนก่อนเรียนทั้ง 2 กลุ่ม ไม่แตกต่างกัน

นั่นคือ ตัวอย่างประชากรทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการเรียนไม่แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 ซึ่งจากการจับฉลาก ได้ตัวอย่างประชากรกลุ่มที่ 1 เป็นกลุ่มทดลอง และตัวอย่างประชากรกลุ่มที่ 2 เป็นกลุ่มควบคุม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5 แสดงคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนย่อยและคะแนนจากแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์หลังการเรียนซ่อมเสริม โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม เทปโทรทัศน์
เรื่อง "เส้นตรง"

คนที่	คะแนนแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนย่อย					รวม	คนที่	คะแนนจากแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์
	ชุด 1	ชุด 2	ชุด 3	ชุด 4	ชุด 5			
	10	10	10	10	10	50		25
1	9	10	8	10	9	46	1	21
2	10	9	8	9	8	44	2	21
3	9	9	8	9	8	43	3	20
4	10	10	9	10	8	47	4	22
5	10	9	8	7	9	43	5	22
6	8	9	9	9	9	44	6	20
7	10	9	8	9	8	44	7	21
8	10	9	8	8	7	42	8	20
9	10	8	8	9	8	43	9	20
10	9	10	10	9	8	46	10	22
11	9	10	9	8	7	43	11	22
12	8	7	8	7	6	36	12	16
13	9	8	8	7	6	38	13	18
14	10	9	9	8	7	43	14	22
15	10	9	9	9	7	44	15	22
16	9	8	9	8	7	41	16	20
17	9	7	8	6	6	36	17	17
18	10	9	10	8	7	44	18	22
19	9	8	6	7	8	38	19	18
20	9	9	8	8	7	41	20	20
รวม	187	176	168	165	150	846	รวม	406

การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรมเทคโนโลยี วิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง "เส้นตรง" ตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80

1. มาตรฐาน 80 ตัวแรก คำนวณจากสูตร

$$\text{เมื่อ } E_1 = \frac{\frac{\sum X_1}{A_1}}{N} \times 100$$

$$\sum X_1 = 846$$

$$A_1 = 50$$

$$N = 20$$

$$\begin{aligned} \therefore E_1 &= \frac{\frac{846}{50}}{20} \times 100 \\ &= 84.6 \end{aligned}$$

ดังนั้น คะแนนที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนเรื่อง "เส้นตรง" ได้ คิดเฉลี่ย
เป็นร้อยละ 84.6

2. มาตรฐาน 80 ตัวหลัง คำนวณจากสูตร

$$E_2 = \frac{\frac{\sum X_2}{A_2}}{N} \times 100$$

$$\text{เมื่อ } \sum X_2 = 406$$

$$A_2 = 25$$

$$N = 20$$

$$\begin{aligned} \therefore E_2 &= \frac{\frac{406}{25}}{20} \times 100 \\ &= 81.2 \end{aligned}$$

ดังนั้น คะแนนที่นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่อง "เส้นตรง" หลังการเรียน
ซ่อมเสริม คิดเฉลี่ยเป็นร้อยละ 81.2

นั่นคือ บทเรียนแบบโปรแกรมเทคโนโลยี เรื่อง "เส้นตรง" ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ
84.6/81.2

ตารางที่ 6 แสดงคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนย่อย และคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

หลังการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์ เรื่อง "ฟังก์ชัน"

คนที่	คะแนนแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนย่อย					รวม	คนที่	คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
	ชุด 6	ชุด 7	ชุด 8	ชุด 9	ชุด 10			
	10	10	10	10	10	50		25
1	8	8	8	9	10	43	1	23
2	8	9	9	9	10	45	2	22
3	7	9	9	9	9	43	3	20
4	9	10	9	9	10	47	4	23
5	9	8	9	9	10	45	5	21
6	7	8	5	9	9	38	6	20
7	8	7	8	9	10	38	7	23
8	9	9	8	10	10	42	8	21
9	8	7	8	9	9	41	9	20
10	9	8	8	8	10	43	10	22
11	8	8	9	9	9	43	11	20
12	8	7	6	7	9	37	12	18
13	7	5	5	8	7	32	13	18
14	9	7	8	8	9	41	14	21
15	7	7	8	9	7	38	15	18
16	9	8	6	8	9	40	16	20
17	7	8	9	9	6	39	17	18
18	7	8	9	9	10	43	18	23
19	7	7	8	7	8	37	19	19
20	7	8	8	7	8	38	20	19
รวม	158	156	157	171	179	821	รวม	409

การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์ วิชา
คณิตศาสตร์ เรื่อง "ฟังก์ชัน" ตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80

1. มาตรฐาน 80 ตัวแรก คำนวณจากสูตร

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X_1}{A_1}}{N} \times 100$$

เมื่อ $\sum X_1 = 821$

$A_1 = 50$

$N = 20$

$$\begin{aligned} \therefore E_1 &= \frac{\frac{821}{50}}{20} \times 100 \\ &= 82.1 \end{aligned}$$

ดังนั้น คะแนนที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนเรื่อง "ฟังก์ชัน" ได้คิดเฉลี่ยเป็น
ร้อยละ 82.1

2. มาตรฐาน 80 ตัวหลัง คำนวณจากสูตร

$$E_2 = \frac{\frac{\sum X_2}{A_2}}{N} \times 100$$

เมื่อ $\sum X_2 = 409$

$A_2 = 25$

$N = 20$

$$\begin{aligned} \therefore E_2 &= \frac{\frac{409}{25}}{20} \times 100 \\ &= 81.8 \end{aligned}$$

ดังนั้นคะแนนที่นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่อง "ฟังก์ชัน" หลังการเรียน
ซ่อมเสริมคิดเฉลี่ยเป็นร้อยละ 81.8

นั่นคือ บทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์เรื่อง "ฟังก์ชัน" ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ
82.1/81.8

ตารางที่ 7 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) เรื่อง "เส้นตรง"

ข้อที่	R_u	R_L	p	r
1	15	6	0.46	0.39
2	16	5	0.46	0.48
3	18	8	0.57	0.43
4	23	14	0.80	0.39
5	15	5	0.43	0.43
6	15	6	0.46	0.39
7	13	3	0.35	0.43
8	18	10	0.61	0.35
9	12	6	0.39	0.26
10	13	4	0.37	0.39
11	19	11	0.65	0.35
12	14	3	0.37	0.48
13	10	2	0.26	0.35
14	15	3	0.39	0.52
15	23	12	0.76	0.45
16	11	5	0.35	0.26
17	14	2	0.35	0.52
18	12	2	0.30	0.43
19	14	1	0.33	0.57
20	14	1	0.33	0.57
21	12	2	0.30	0.43
22	10	2	0.26	0.35
23	11	2	0.28	0.39
24	8	2	0.22	0.26
25	11	2	0.28	0.39

การหาความเที่ยงของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "เส้นตรง"

ตารางที่ 8 อัตราส่วนของผู้ที่ตอบถูก (p) อัตราส่วนของผู้ที่ตอบผิด (q) ของคะแนนจากแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) เรื่อง "เส้นตรง"

ข้อที่	p	q	pq
1	0.46	0.54	0.25
2	0.46	0.54	0.25
3	0.57	0.43	0.25
4	0.80	0.20	0.16
5	0.43	0.57	0.25
6	0.46	0.54	0.25
7	0.35	0.65	0.23
8	0.61	0.39	0.24
9	0.39	0.61	0.24
10	0.37	0.63	0.23
11	0.65	0.35	0.23
12	0.37	0.63	0.23
13	0.26	0.74	0.19
14	0.39	0.61	0.24
15	0.76	0.24	0.18
16	0.35	0.65	0.23
17	0.35	0.65	0.23
18	0.30	0.70	0.21
19	0.33	0.67	0.22
20	0.33	0.67	0.22
21	0.30	0.70	0.21
22	0.26	0.74	0.19

ตารางที่ 8 (ต่อ)

ข้อที่	p	q	pq
23	0.23	0.72	0.20
24	0.22	0.78	0.17
25	0.28	0.72	0.20
	-	-	$\sum pq =$ 5.5

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 9 แสดงคะแนนและความถี่ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

การเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "เส้นตรง"

X	f	fx	fx^2
25	1	25	625
24	1	24	576
23	1	23	529
22	1	42	968
21	1	21	441
20	2	40	800
19	2	38	722
18	4	72	1296
17	3	51	867
16	1	16	256
15	4	60	900
14	3	42	588
13	3	39	507
12	1	12	144
11	2	22	242
10	2	20	200
9	3	27	243
8	2	16	128
7	2	14	98
6	3	18	108
4	1	4	16
3	2	6	18
รวม	$\Sigma f =$ 46	$\Sigma fx =$ 634	$\Sigma fx^2 =$ 10,272

- ก. ค่าความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "เส้นตรง"

$$\begin{aligned}
 s_x^2 &= \frac{N\sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)} \\
 &= \frac{46(10272) - (634)^2}{46(45)} \\
 &= \frac{472512 - 401956}{2070} \\
 &= \frac{70556}{2070} \\
 &= 34.085
 \end{aligned}$$

- ข. ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเรื่อง "เส้นตรง"

$$\begin{aligned}
 K_r - 20 : r_{xx} &= \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_x^2} \right] \\
 &= \frac{25}{24} \left[1 - \frac{5.5}{34.085} \right] \\
 &= 0.874
 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ข้อที่	R_H	R_L	p	r
1	16	6	0.48	0.43
2	12	3	0.33	0.32
3	22	12	0.74	0.43
4	12	2	0.30	0.43
5	14	2	0.35	0.52
6	9	1	0.22	0.35
7	15	3	0.39	0.52
8	8	1	0.20	0.30
9	9	2	0.24	0.30
10	13	4	0.37	0.39
11	16	10	0.57	0.26
12	14	5	0.41	0.39
13	12	2	0.30	0.43
14	17	9	0.57	0.35
15	15	5	0.43	0.43
16	13	4	0.37	0.39
17	8	1	0.20	0.30
18	14	3	0.37	0.48
19	13	2	0.33	0.48
20	10	1	0.24	0.39
21	12	1	0.28	0.48

ตารางที่ 10 (ต่อ)

ข้อที่	R_H	R_L	p	r
22	11	1	0.26	0.43
23	17	10	0.59	0.30
24	14	4	0.39	0.43
25	12	2	0.30	0.43

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การหาความเที่ยงของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ตารางที่ 11 อัตราส่วนของผู้ที่ตอบถูก (p) อัตราส่วนของผู้ที่ตอบผิด (q) ของคะแนนจากแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) เรื่อง "ฟังก์ชัน"

ข้อที่	p	q	pq
1	0.48	0.52	0.25
2	0.33	0.67	0.22
3	0.74	0.26	0.19
4	0.30	0.70	0.21
5	0.35	0.65	0.23
6	0.22	0.78	0.17
7	0.39	0.61	0.24
8	0.20	0.80	0.16
9	0.24	0.76	0.18
10	0.37	0.63	0.23
11	0.57	0.43	0.25
12	0.41	0.59	0.24
13	0.30	0.07	0.21
14	0.57	0.43	0.25
15	0.43	0.57	0.25
16	0.37	0.63	0.23
17	0.20	0.80	0.16
18	0.37	0.63	0.23
19	0.33	0.67	0.22
20	0.24	0.76	0.18
21	0.28	0.72	0.20
22	0.26	0.74	0.19

ตารางที่ 11 (ต่อ)

ข้อที่	p	q	pq
23	0.59	0.41	0.24
24	0.39	0.61	0.24
25	0.30	0.70	0.21
	—	—	$\Sigma pq = 5.38$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 12 . แสดงคะแนนและความถี่ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
การเรียนรู้ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ฟังก์ชัน"

X	f	fx	fx^2
25	1	25	625
24	1	24	576
23	2	46	1058
22	1	22	484
21	2	42	882
20	1	20	400
19	3	57	1083
18	3	54	972
17	2	34	578
16	4	64	1024
15	2	30	450
14	1	14	196
13	3	39	507
12	4	48	576
11	3	33	363
10	2	20	200
9	5	45	405
8	2	16	128
7	1	7	49
5	1	5	25
4	2	8	32
รวม	$\Sigma f =$ 46	$\Sigma fx =$ 653	$\Sigma fx^2 =$ 10613

- ก. ค่าความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ฟังก์ชัน"

$$\begin{aligned}
 S_x^2 &= \frac{N \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(N-1)} \\
 &= \frac{46(10613) - (653)^2}{46(45)} \\
 &= \frac{488198 - 426409}{2070} \\
 &= \frac{61789}{2070} \\
 &= 29.85
 \end{aligned}$$

- ข. ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเรื่อง "ฟังก์ชัน"

$$\begin{aligned}
 K_r - 20 : \quad r_{xx} &= \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_x^2} \right] \\
 &= \frac{25}{24} \left[1 - \frac{5.38}{29.85} \right] \\
 &= 0.854
 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 13 แสดงการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อม เสริมวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง "เส้นตรงและฟังก์ชัน" ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			
x_1	f	fx_1	fx_1^2	x_2	f	fx_2	fx_2^2
42	3	126	5292	43	1	43	1849
41	3	123	5043	41	1	41	1681
40	2	80	3200	40	1	40	1600
39	3	117	4563	37	2	74	2738
38	3	114	4332	35	5	175	6125
37	1	37	1369	34	3	102	3468
36	4	144	5184	33	2	66	2178
35	3	105	3675	32	3	96	3072
34	2	68	2312	31	2	62	1922
33	5	165	5445	30	4	120	3600
32	5	160	5120	29	3	87	2523
31	2	62	1922	28	2	56	1568
29	4	116	3364	27	3	81	2187
28	1	28	784	26	2	52	1352
27	1	27	729	25	2	50	1250
24	1	24	576	24	2	48	1152
23	2	46	1058	23	1	23	529
				22	1	22	484
				21	2	42	882
				20	1	20	400
				18	2	36	648
รวม	$\Sigma f =$ 45	$\Sigma fx_1 =$ 1,542	$\Sigma fx_1^2 =$ 53,968	รวม	$\Sigma f =$ 45	$\Sigma fx_2 =$ 1,336	$\Sigma fx_2^2 =$ 41,208

1. หามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x})

สูตร

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{\sum fx_1}{N_1} \\ &= \frac{1542}{45} \\ &= 34.267\end{aligned}$$

สูตร

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= \frac{\sum fx_2}{N_2} \\ &= \frac{1336}{45} \\ &= 29.689\end{aligned}$$

2. หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

สูตร

$$\begin{aligned}s_1 &= \sqrt{\frac{N_1 \sum fx_1^2 - (\sum fx_1)^2}{N_1(N_1-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{45(53968) - (1542)^2}{45(44)}} \\ &= \sqrt{\frac{2428560 - 2377764}{1980}} \\ &= \sqrt{\frac{50796}{1980}} \\ &= 5.065\end{aligned}$$

สูตร

$$\begin{aligned}s_2 &= \sqrt{\frac{N_2 \sum fx_2^2 - (\sum fx_2)^2}{N_2(N_2-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{45(41208) - (1336)^2}{45(44)}} \\ &= \sqrt{\frac{1854360 - 1784896}{1980}} \\ &= \sqrt{\frac{69464}{1980}} \\ &= 5.923\end{aligned}$$

เปรียบเทียบมัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชา
คณิตศาสตร์ เรื่อง "เส้นตรงและฟังก์ชัน" ทดสอบโดยใช้ค่าที (t-test)

3. การทดสอบค่าที (t-test)

ตั้งสมมติฐาน

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

$$\bar{x}_1 = 34.267$$

$$\bar{x}_2 = 29.689$$

$$s_1 = 5.065$$

$$s_2 = 5.923$$

$$s_1^2 = 25.654$$

$$s_2^2 = 35.082$$

สูตร

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left\{ \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \right\} \left\{ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right\}}} \quad df = n_1+n_2-2$$

$$= \frac{34.267 - 29.689}{\sqrt{\left\{ \frac{(44)(25.654) + 44(35.082)}{45+45-2} \right\} \left\{ \frac{1}{45} + \frac{1}{45} \right\}}}$$

$$= \frac{4.578}{\sqrt{\left\{ \frac{1128.776 + 1543.608}{88} \right\} \left\{ \frac{2}{45} \right\}}}$$

$$= 3.940$$

หาค่า t จากตาราง ที่ $\alpha = 0.05$ $df = 45 + 45 - 2 = 88$

$$t = 1.665$$

t คำนวณได้ $>$ t ในตาราง

ปฏิเสธ H_0 แสดงว่า มีขนิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริม วิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) เรื่อง "เส้นตรงและฟังก์ชัน" ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนซ่อมเสริมจากบทเรียนแบบโปรแกรมเทปโทรทัศน์ สูงกว่า ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนซ่อมเสริมโดยครู

นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนซ่อมเสริมจากบทเรียนแบบ โปรแกรมเทปโทรทัศน์สูงกว่า ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนซ่อมเสริมโดยครูที่ระดับ:

ความมีนัยสำคัญ $c.05$

ประวัติผู้วิจัย

นางสาวสุภัทดิ์ วิชวธีรานนท์ เกิดเมื่อวันที่ 24 มิถุนายน พ.ศ. 2502 ที่
อำเภอมะนัง จังหวัดสุราษฎร์ธานี สำเร็จการศึกษา ครุศาสตร์บัณฑิตจากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
เมื่อปีการศึกษา 2523 และเข้าศึกษาต่อในสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา
บัณฑิตวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2527 ปัจจุบันเป็นอาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียน
สตรีมหาพฤฒาราม กรุงเทพมหานคร



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย