

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และขอเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง เมตริกซ์
 ขึ้นใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง โดยตั้งสมมุติฐาน
 ในการวิจัยว่าบทเรียนแบบโปรแกรมนี้จะใช้สอนได้อย่างมีประสิทธิภาพเชื่อถือได้และนักเรียน
 ที่เรียนบทเรียนแบบโปรแกรมนี้แล้วจะมีความรู้เพิ่มขึ้น

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง
 โรงเรียนวิสุทธิรังษี จังหวัดกาญจนบุรี หอง 2/2, 2/3 และ 2/6 จำนวน 100 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ บทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง เมตริกซ์ซึ่ง
 มีทั้งหมด 236 กรอบ 402 คำเติม แยกเป็น 7 บท บทเรียนนี้ได้รับการปรับปรุงแก้ไข
 ตามหลักเกณฑ์การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมและแบบสอบ เป็นแบบสอบที่มีความตรงตาม
 เนื้อหา (Content Validity) และมีค่าความเที่ยง 0.69

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียน ใช้เกณฑ์มาตรฐาน
 90/90 (The 90/90 standard) ดังนี้คือ ถ้านักเรียนทำคะแนนจากบทเรียนได้
 90 % โดยเฉลี่ย และทำคะแนนแบบสอบได้ 90 % โดยเฉลี่ยแล้วถือว่าบทเรียนที่สร้าง
 ขึ้นมีประสิทธิภาพเชื่อถือได้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การทดลองหาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรมตามมาตรฐานร้อยละ
 90/90 ผลปรากฏว่านักเรียนทำบทเรียนและแบบสอบหลังเรียนบทเรียนใคร่ร้อยละ 96.52/
 84.68 ซึ่งต่ำกว่ามาตรฐาน 90 ตัวหลังเล็กน้อย
2. การทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของการสอบก่อนและหลัง

เรียนบทเรียน ปรากฏว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าโดยเฉลี่ยแล้วนักเรียนที่เรียนบทเรียนแบบโปรแกรมนี้แล้วมีความรู้เพิ่มขึ้นอย่างแท้จริง จึงอาจกล่าวได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สองสามารถเรียนเรื่องเมตริกซ์ได้ ถ้าบทเรียนนี้ได้รับการปรับปรุงแก้ไขอีกเล็กน้อยก็อาจทำให้บทเรียนแบบโปรแกรมนี้มีประสิทธิภาพถึงมาตรฐานที่วางไว้

อภิปรายผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ได้ผล 96.52/84.68 ซึ่งไม่ตรงกับเกณฑ์ที่วางไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุดังต่อไปนี้

1. นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม ส่วนใหญ่เคยชินกับการเรียนโดยการฟังครูอธิบายมากกว่าที่จะอ่านและคิดตามคำสั่งและการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องอ่านและคิดตามไปด้วยพร้อมทั้งจะต้องเชื่อมโยงความรู้ที่แตกแยกตั้งต้นไปจนถึงกรอบสังเขป จึงจะทำให้เกิดความเข้าใจในเรื่องนั้นอย่างแท้จริง เมื่อนักเรียนไม่พยายามคิดและเปิดคุณค่าตอบกอน การทดสอบภายหลังจากเรียนบทเรียนจึงไม่ดีเท่าที่ควร

2. เนื่องจากเรื่องเมตริกซ์ไม่มีในหลักสูตรมัธยมศึกษา นักเรียนจึงสนใจเรียนมากในบทแรก ๆ แต่เมื่อเรียนในบทต่อมาที่มีเนื้อหายากขึ้นตามลำดับและบางคนคิดว่าเรื่องนี้ไม่มีประโยชน์ต่อการดูหนังสือสอบ จึงไม่ตั้งใจเรียนเท่าที่ควร

3. นักเรียนบางคนคิดว่าบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรงนี้เป็นเพียงแบบฝึกหัดให้เติมคำธรรมดา จึงไม่สนใจอ่านกรอบสรุปท้ายบทเพราะไม่ต้องเขียนตอบ จึงอาจทำให้ลืมง่าย

4. การทำบทเรียนแบบโปรแกรมนี้ เนื่องจากต้องการระบุดีค่าตอบที่ผิดเพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียน ดังนั้นเมื่อนักเรียนทำผิดก็จะขีดคำตอบเดิมแล้วคิดใหม่จนได้คำตอบที่ถูกต้องจึงเขียนคำตอบใหม่ใ้คำตอบผิด การที่นักเรียนไม่ได้ลบคำตอบที่ผิด แต่เขียนคำตอบใหม่ให้ถูกต้อง อาจมีผลทำให้นักเรียนไม่สามารถลบความคิดที่ผิด ๆ ออกไปได้

5. นักเรียนส่วนใหญ่เคยชินกับระบบการให้คะแนนที่มีผลต่อการเลื่อนชั้น เมื่อได้รับคำสั่งแจ้งว่าบทเรียนและแบบสอบที่ให้ทำไม่มีผลต่อคะแนนสอบใด ๆ นักเรียนจึงไม่สนใจทำเท่าที่ควร

6. การทดลองใช้บทเรียนมีเวลาจำกัด เพราะเป็นระยะใกล้สอบซึ่งทางโรงเรียนต้องเร่งสอนให้ครบตามหลักสูตร การกำหนดเวลาให้นักเรียนเรียนอาจทำให้นักเรียนที่เรียนช้าไม่เข้าใจเนื้อหาอย่างแท้จริง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการสร้างบทเรียน

1. ผู้สร้างบทเรียนนอกจากต้องศึกษาเทคนิคในการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมแล้วการสร้างแบบสอบของบทเรียนก็จะต้องสร้างให้มีความตรงตามเนื้อหาและมีความเที่ยงสูง นอกจากนี้ควรได้มีการวิเคราะห์แบบสอบ ก่อนที่จะนำมาใช้กับบทเรียนแบบโปรแกรม

2. การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมผู้สร้างควรแบ่งบทเรียนออกเป็นตอน ๆ ให้มากขึ้น เพื่อใช้ประกอบการเรียนเรื่องต่าง ๆ ได้ในระยะเวลาที่เหมาะสม การสร้างบทเรียนที่ยาวเกินไป อาจทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายหรือให้ความสนใจน้อยลงในตอนท้าย ๆ ของบทเรียน ซึ่งอาจมีผลเสียต่อการเรียนรู้ของนักเรียนและทัศนคติที่ไม่ดีต่อการเรียนควยบทเรียนแบบโปรแกรม

3. การวางรูปแบบประโยค การใช้ถ้อยคำ การจัดแบบฟอร์มในแต่ละกรอบของบทเรียนต้องให้เหมาะสม น่าสนใจ เข้าใจง่าย ตอนใดที่เป็นเนื้อหาสำคัญควรเน้นให้เห็นเด่นชัด

ข้อเสนอแนะสำหรับครู

1. ควรจัดโครงการอบรมครูใหม่ความรู้เกี่ยวกับการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม ตลอดจนเทคนิคการสอนโดยบทเรียนแบบโปรแกรม เพื่อนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในการสอนและฝึกการสร้างบทเรียนแบบนี้ในวิชาต่าง ๆ

ข้อเสนอแนะในการทำการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการทดลองใช้บทเรียนแบบโปรแกรมนี้ซ้ำกับกลุ่มอื่นด้วย เพื่อคุณภาพที่แน่นอนของมาตรฐานของบทเรียน
2. ควรได้มีการวิจัยเปรียบเทียบผลการสอนของบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องนี้เกี่ยวกับการสอนแบบธรรมชาติที่มีบทเรียนแบบโปรแกรมเป็นอุปกรณ์ช่วยสอน
3. ควรมีการสร้างบทเรียนเรื่องนี้เป็นบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดสาขาและวิจัยเปรียบเทียบกับชนิดเส้นตรง
4. ควรมีการวิจัยว่าบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง เมตริกซ์สามารถนำไปสอนกับชั้นใดได้เหมาะสม และมีประสิทธิภาพมากที่สุด
5. ควรมีการทดลองสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องอื่นในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา เพื่อรวบรวมเป็นชุดทุกระดับชั้นและนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในการสอนจริง ๆ

ข้อเสนอแนะสำหรับภาวนำบทเรียนไปใช้

1. ผู้ที่จะนำบทเรียนนี้ไปใช้ ไม่ควรกำหนดเวลาเพราะนักเรียนแต่ละคนมีความสามารถแตกต่างกัน
2. ผู้นำบทเรียนไปใช้ควรอธิบายหลักเกณฑ์การใช้ให้นักเรียนเข้าใจเสียก่อน
3. ก่อนที่จะนำบทเรียนนี้ไปใช้ควรได้ปรับปรุงบางกรณี เพื่อทำให้บทเรียนมีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น โดยเพิ่มกรณีฝึกหัดเกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียนยังไม่เข้าใจและทำผิด

มากในแบบสข นอกจากนี้ก็ควรปรับปรุงกรณต่าง ๆ ให้ต่อเนื่องกัน เช่น

3.1 ต่อจาก ก. 99 ควรเพิ่มกรณเกี่ยวกับทรานส์โพสของเมตริกซ์
สมมาตรอีก 2 กรณดังนี้

ก. ถ้า

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

A เป็นเมตริกซ์สมมาตร

A^t เป็นเมตริกซ์ _____

ดังนั้น A^t เป็นเมตริกซ์ _____ กับ A
(เดียวกัน/ต่างกัน)

(คำตอบคือ สมมาตร, เดียวกัน)

ข. ถ้า

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 0 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B^t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 0 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

B เป็นเมตริกซ์สมมาตร

B^t เป็นเมตริกซ์ _____

ดังนั้น B^t เป็นเมตริกซ์ _____ กับ B
(เดียวกัน/ต่างกัน)

(คำตอบคือ สมมาตร, เดียวกัน)

3.2 ต่อจาก ก. 100 ควรเพิ่มกรณฝึกหัดเกี่ยวกับชื่อและลักษณะ
ของเมตริกซ์ประเภทต่าง ๆ เพื่อความนักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องดังกล่าว หรือไม่
กรณที่ควรเพิ่มมี 5 กรณ คือ

ก. $\begin{bmatrix} 1.5 & 2.5 & 0.5 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์ _____
(คำตอบคือ เมทริกซ์แถว)

ข. $\begin{bmatrix} 3 \\ \frac{1}{2} \\ 0.7 \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์ _____
(คำตอบคือ เมทริกซ์หลัก)

ค. $\begin{bmatrix} 7 & 11 & 43 & 14 \\ 99 & 10 & 66 & 22 \\ 76 & 20 & 44 & 13 \\ 53 & 30 & 19 & 82 \end{bmatrix}$

เมทริกซ์นี้เป็นเมทริกซ์ _____
(คำตอบคือ เมทริกซ์จัตุรัส)

ง. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$
เมทริกซ์นี้มีชื่อเรียกเฉพาะว่า เมทริกซ์ _____

เพราะ $a_{12} = a_{21}$

(คำตอบคือ เมทริกซ์สมมาตร, a_{21})

จ. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$A^t = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

ดังนั้นสรุปได้ว่า A และ A^t เป็นเมทริกซ์ _____
(เดียวกัน/ต่างกัน)

(คำตอบคือ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$, เดียวกัน)

เมตริกซ์ศูนย์ 3.3 ท่อจาก ก: 105 ควรเพิ่มกรณณ์ที่ตัดเรื่อง ยูนิทเมตริกซ์และ
กรณณ์ที่ควรเพิ่มมี 4 กรณณ์ คือ

ก. สัญญลักษณ์ที่ไอแทนยูนิทเมตริกซ์คือ _____

(คำตอบคือ I)

ข. ยูนิทเมตริกซ์ที่มีมิติเป็น 3×3 เขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix})$$

ค. สัญญลักษณ์ที่ไอแทนเมตริกซ์ศูนย์ คือ _____

(คำตอบคือ 0)

ง. จงเขียนเมตริกซ์ศูนย์ที่มีมิติเป็น 2×4

$$\begin{bmatrix} & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix})$$

3.4 ก. 118 เป็นกรณณ์ที่สรุปเนื้อหาของบทที่ 4 ควรแก้ไขใหม่ให้
นักเรียนเขียนตอบเอง เพื่อให้เข้าใจและจำได้ดียิ่งขึ้น

ก. 118 เมตริกซ์ 2 เมตริกซ์จะเท่ากันต่อเมื่อ

1. _____

2. _____

(คำตอบคือ 1. เมตริกซ์ทั้งสองมีมิติเดียวกัน

2. สมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของเมตริกซ์ทั้งสอง
เท่ากัน)

3.5 ในบทที่ 5 ก. 121, ก. 122, ก. 123 ควรฝึกหัดแต่เพียงการบวกเมตริกซ์ยังไม่ควรเสนอความรู้เกี่ยวกับมิติของเมตริกซ์ผลบวก เพราะจะเป็นทั้งกรวยฝึกหัดและกรวยตั้งต้นในกรวยเดียวกัน ดังนั้นจึงควรแก้ไขเป็น

ก. 121 จงหาผลบวกของเมตริกซ์ข้างล่างนี้

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 3 & 4 & -6 \\ 5 & 0 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ $\begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 2 \\ 3 & -1 & -6 \\ 5 & 0 & 5\frac{1}{2} \end{bmatrix}$)

ก. 122 จงหาผลบวกของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ $\begin{bmatrix} 11 \\ 11 \\ 5 \end{bmatrix}$)

ก. 123 จงหาผลบวกของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ $\begin{bmatrix} 15 & 7 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$)

และการเพิ่มกรวยที่จะให้ความรู้เกี่ยวกับมิติของเมตริกซ์ผลบวก

ดังนั้น

ก. การบวกเมตริกซ์ที่มีมิติเดียวกัน เมตริกซ์ใหม่ที่ได้จะมีมิติคงเดิม

ใน ก. 121 เมตริกซ์จัตุรัสมีมิติเป็น 3×3

เมตริกซ์ตัวขวามีมิติเป็น 3×3

ดังนั้น เมตริกซ์ผลบวกจะมีมิติเป็น _____

(คำตอบคือ 3×3)

ดังนั้นจึงต้องปรับปรุงแก้ไข ก. 124 ให้ต่อเนื่องกันกับกรณที่เพิ่มมาดังนี้

ก. 124 จาก ก. 121 ถึง ก. 123 และ ก. _____ เมตริกซ์

ผลบวกจะมีมิติเดียวกันกับเมตริกซ์ที่นำมาบวกกัน เช่น

ถ้า A และ B เป็น $m \times n$ เมตริกซ์

และ $A + B = C$

ดังนั้นเมตริกซ์ C มีมิติเป็น _____

(คำตอบคือ $m \times n$)

3.6 ควรแก้ไข ก. 146 ซึ่งเป็นกรณสรุปในบทที่ 5 ให้นักเรียนเขียน
ตอบเอง เพื่อทดสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกเมตริกซ์

ก. 146 การบวกเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์จะกระทำได้อเมื่อเมตริกซ์
ทั้งสองมีมิติ _____ และเมตริกซ์ใหม่ที่ได้จะมีมิติ _____

สรุป ในบทนี้เราได้กล่าวถึงการบวกเมตริกซ์ซึ่งมีคุณสมบัติ

1. การสลับที่สำหรับการบวก

2. _____

3. _____

4. _____

(คำตอบคือ เกี่ยวกัน, คงเดิม

2. การจัดหมู่สำหรับการบวก

3. เอกลักษณ์สำหรับการบวก

4. อินเวอร์สสำหรับการบวก)

ตอบเองดังนี้

3.7 ควรแก้ไข ก. 201 ซึ่งเป็นกรณสรูปในบทที่ 6 ให้นักเรียนเขียน

ก. 201 การคูณเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์จะกระทำใดต่อเมื่อจำนวน
 _____ ของเมตริกซ์แรกเท่ากับจำนวน _____ ของเมตริกซ์หลังและ
 เมตริกซ์ใหม่ที่ได้จะมีจำนวนแถว เท่ากับจำนวนแถวของ
 เมตริกซ์ _____ และจำนวนหลักเท่ากับจำนวนหลักของ เมตริกซ์
 _____ (คำตขยคือ หลัก, แถว, แรก, หลัง)
 และควรเพิ่มกรณสรูปอีกกรณหนึ่งดังนี้

กรณเพิ่มเติม

สรูป ในบทนี้เราไดกล่าวถึงการคูณเมตริกซ์ซึ่งมีคุณสมบัติ

1. การจัดหมู่สำหรับการคูณ

2. _____

3. _____

(คำตขยคือ :

2. การกระจาย

3. เอกลักษณะสำหรับการคูณ)

3.8 ควรแก้ไข ก. 206 ให้ตเนื่องกับ ก. 207 ดังนี้

ก. 206 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้ $AB = I$

พิจารณาลคูณของสมาชิกของเมตริกซ์ A ตามลคูณ
 (โดยใชหลักที่ว่าคูณลงเป็นบวกคูณขึ้นเป็นลบ)

$$\begin{array}{ccc} 1 & \rightarrow & 2 \\ & \searrow & \nearrow \\ 2 & \rightarrow & 5 \end{array} = 1 \times 5 - 2 \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

(คำตขยคือ 1)

3.9 ควรแก้ไข ก. 211 ให้ต่อเนื่องกับ ก. 212 ดังนี้
 ก. 211 ให้

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

จะได้ $CD = I$

พิจารณาผลคูณของสมาชิกของ C ตามลูกศร

$$\begin{array}{ccc} 4 & \nearrow & 7 \\ 1 & \searrow & 2 \end{array} = 4 \times 2 - 7 \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

(คำตอบคือ 1)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย