บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องใดก็ตาม ผู้สร้างจะต้องมีความรู้ในเรื่องที่จะสร้างเป็นอย่างดี ตลอดจนเทคนิคในการสร้าง และเลือกชนิดของบทเรียนให้เหมาะสมกับเนื้อหา และระดับชั้นที่จะสอนเสียก่อนที่จะลงมือสร้างบทเรียน

บทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างนี้เป็นบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องเมตริกซ์ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง โดยเหตุที่เรื่องเมตริกซ์ไม่มีในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษา และผู้วิจัยต้องการศึกษาว่า เนื้อหาเรื่องเมตริกซ์เหมาะที่จะนำมาใช้สอนในระดับชั้นนี้หรือไม่ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกเขียนเป็นบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง (Linear Program) เพราะสามารถให้ความรู้ไปทีละน้อยจากง่ายไปหายากต่อเนื่องกันตามลำดับ เพื่อให้ผู้เรียนเรียงลำดับความคิดของตนเองได้โดยไม่สับสน และสามารถวิเคราะห์บทเรียนได้โดยง่าย

วิธีดำเนินการ

เมื่อเลือกเรื่อง และชนิดของบทเรียนที่จะสร้างแล้วจึงได้ดำเนินการสร้างบทเรียนตามลำดับขั้นดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาเรื่องเมตริกซ์อย่างละเอียด เพื่อวางขอบเขตของเนื้อหากิจกรรมการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สองโดยศึกษาจากหนังสือต่อไปนี้

1.1 Basic College Algebra (Julian D. Mancil and Mario O. Gonzalez, 1968), pp. 207 - 23.

1.2 Exploration in Mathematics : A Text for Teacher (Robert B. Davis, 1967), pp. 341 - 71.

1.3 Introduction to College Mathematics (Vincent H. Haag and Donald W. Western, 1968), pp. 132 - 166.

1.4 Introduction to Matrix Algebra (Fuller and Bechtel, 1967), 173 pp.

1.5 New College Algebra (Marvin Marcus and Henryk Minc, 1968), pp. 167 - 191.

1.6 Mathematics Projects for the Arab States : Mathematics Grade II (Unesco 1971), pp. 1 - 48.

1.7 Matrix Algebra for Social Scientists (Paul Host, 1963), 517 pp.

1.8 Modern College Algebra and Trigonometry (Beckenbach and Drooyan, 1968), pp. 235 - 262.

1.9 School Mathematics Project Book 3 (School Mathematics Project), pp. 24 - 48.

1.10 The Mathematics Teacher LXIV (April 1971), "A Discovery Lesson on Matrix Inverses," (Nathaniel Mann II), 322 - 324.

2. วางโครงเรื่องที่จะเขียนบทเรียนเรื่องเมตริกซ์ โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 7 ตอน คือ

2.1 ความหมายของเมตริกซ์

2.2 มิติและสัญญลักษณ์ทั่วไปของเมตริกซ์

2.3 แบบต่าง ๆ ของเมตริกซ์

2.4 การเท่ากันของเมตริกซ์

2.5 การบวกและการลบเมตริกซ์

2.6 การคูณเมตริกซ์

2.7 อินเวอร์สสำหรับการคูณของ 2 × 2 เมตริกซ์

3. ตั้งจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของบทเรียนและเขียนกรอบเรียงลำดับตาม

จุดมุ่งหมาย โดยยึดหลักเกณฑ์การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม

4. สร้างแบบสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียนตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่วางไว้

5. นำบทเรียนที่เขียนเสร็จแล้วไปปรึกษาอาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัย คือ **รศ. ประยงค์ บุญมงคล** เพื่อตรวจแก้ไขความถูกต้องของเนื้อหาและวิธีสอน

6. นำบทเรียนที่แก้ไขแล้วไปทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง สองครั้ง โดยใช้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง โรงเรียนวิสุทธรังษีกาญจนบุรี

7. นำบทเรียนมาแก้ไขและปรับปรุง เพื่อนำไปทดลองแบบกลุ่มเล็กกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง โรงเรียนวิสุทธรังษี จำนวน 10 คน

8. นำบทเรียนมาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรึกษา ดร.ชัยยงค์ พรหมวงศ์ เพื่อตรวจและแก้ไขทางด้านเทคนิคการเขียนบทเรียนแบบโปรแกรม

9. นำบทเรียนมาแก้ไขและปรับปรุงเป็นครั้งสุดท้าย แล้วพิมพ์เป็นรูปเล่ม เพื่อนำไปทดลองภาคสนามกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่สอง โรงเรียนวิสุทธรังษี จำนวน 100 คน

หลังจากการทดลองได้นำคะแนนมาวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียน ตามเกณฑ์มาตรฐาน 90/90 และดูความก้าวหน้าในการเรียนบทเรียน และนำคะแนนที่ได้จากการทดสอบหลังเรียนบทเรียน (Post-Test) มาหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบสอบ

การสร้างแบบสอบ

แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องเมตริกซ์ เป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ ผู้วิจัยได้สร้างแบบสอบโดยยึดจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมเป็นหลัก และให้ครอบคลุมเนื้อหาวิชาที่กำหนดตามจุดมุ่งหมาย ซึ่งแสดงว่าแบบสอบมีความตรงตามเนื้อหา (Content Validity)

การหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบสอบ คำนวณได้โดยใช้สูตรของฮอยท์ (Hoyt's ANOVA Reliability of Test)

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรม แบ่งออกเป็น 3 ขั้นคือ

ขั้นที่ 1 การทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง ผู้วิจัยได้นำบทเรียนแบบโปรแกรมที่สร้างขึ้นมีทั้งหมด 199 กรอบ ไปทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง สองครั้ง ครั้งแรกทดลองกับนักเรียนอ่อน 1 คน โดยอธิบายวัตถุประสงค์ของการทดลอง และวิธีเรียนบทเรียน เมื่อนักเรียนเข้าใจแล้วก็ให้ทำแบบสอบ ต่อไปจึงให้เรียนบทเรียน ขณะที่เรียนผู้วิจัยได้สังเกตและจับเวลาในการทำตอบแต่ละกรอบ ถ้านักเรียนตอบกรอบใดผิดหรือใช้เวลาคิดนาน ผู้วิจัยก็จะถามถึงสาเหตุ และจดบันทึกไว้ ทำเช่นนี้จนจบบทเรียน แล้วให้ทำแบบสอบชุดเดิมอีกครั้งหนึ่ง ครั้งที่สองทดลองกับนักเรียนปานกลาง 1 คน โดยดำเนินการทดลองเช่นเดียวกับครั้งแรก ภายหลังการทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง ผู้วิจัยได้นำบทเรียนมาปรับปรุงแก้ไขทางด้านความเรียง (Composition) เทคนิคการเขียน (Programming Technique)และความถูกต้องตามหลักวิชา (Technical Accuracy) เพื่อให้ลำดับขั้นของความคิดรวบยอดต่าง ๆ เหมาะสมถูกต้องดียิ่งขึ้น

ขั้นที่สอง ทดลองแบบกลุ่มเล็ก ผู้วิจัยได้นำบทเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ซึ่งมีทั้งหมด 214 กรอบ 356 คำเติม มาทดลองกับนักเรียนโรงเรียนวิสุทธรังษี จำนวน 10 คน โดยอธิบายวัตถุประสงค์ของการทดลอง และวิธีเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม แล้วให้ทำแบบสอบก่อน เพื่อวัดความรู้พื้นฐาน ของนักเรียนก่อนเรียนบทเรียน ต่อไปจึงให้เรียนบทเรียน ขณะที่นักเรียนเรียนผู้วิจัยได้บันทึก เวลาเรียนของแต่ละคนไว้ เมื่อนักเรียนเรียนบทเรียนเสร็จแล้ว ก็ให้ทำแบบสอบชุดเดิมอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำคะแนนก่อนและหลังเรียนบทเรียนมาวิเคราะห์หาคะแนนความก้าวหน้าในการเรียนบทเรียน และนำบทเรียนมาวิเคราะห์เพื่อปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่สาม ทดลองภาคสนาม นำบทเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว มีทั้งหมด 236 กรอบ 402 คำเติม ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างประชากร ซึ่งเป็นนักเรียนโรงเรียนวิสุทธรังษี ห้อง 2/2, 2/3 และ 2/6 โดยคัดเลือกนักเรียนจากคะแนนสอบก่อนเรียนบทเรียน ผู้ที่ได้คะแนนสูง 33 คน คะแนนกลาง ๆ 34 คน คะแนนต่ำ 33 คน เพื่อดูว่านักเรียนชั้นนี้จะสามารถเรียนเรื่องเมตริกซ์ได้หรือไม่ การทดลองแบ่งออกเป็น 5 วัน คือ

วันแรก ให้นักเรียนทำแบบสอบก่อนเรียนบทเรียน (Pre - Test) เป็นเวลา 1 ชั่วโมง

วันที่สอง ให้นักเรียนเรียนบทเรียนบทที่ 1, 2 และ 3 เป็นเวลา 3 ชั่วโมง

วันที่สาม ให้นักเรียนเรียนบทเรียนบทที่ 4 และ 5 เป็นเวลา 2 ชั่วโมง

วันที่สี่ ให้นักเรียนเรียนบทเรียนบทที่ 6 เป็นเวลา 2 ชั่วโมง

วันที่ห้า ให้นักเรียนเรียนบทเรียนบทที่ 7 เป็นเวลา 2 ชั่วโมง

หลังจากเรียนบทเรียนจบแต่ละบทก็ให้ทำแบบสอบชุดเดิมทีละบท

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ คือ

1. การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรม ใช้เกณฑ์มาตรฐาน 90/90 (The 90/90 Standard) ซึ่งมีความหมายดังนี้

90 ตัวแรก คือค่าเฉลี่ยของจำนวนคำตอบที่นักเรียนตอบถูกจากบทเรียนแบบโปรแกรม คิดเป็นร้อยละ มีวิธีหาดังนี้

ร้อยละของคะแนนของนักเรียนที่ทำบทเรียนถูกโดยเฉลี่ย

$$= \frac{C}{N} \times \frac{100}{A}$$

A หมายถึง คำตอบทั้งหมดในบทเรียนแบบโปรแกรม

C หมายถึง ผลรวมของคำตอบที่นักเรียนทุกคนทำบทเรียนถูก

N หมายถึง จำนวนนักเรียน

90 ตัวหลัง คือ ค่าเฉลี่ยของคะแนนที่นักเรียนทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม คิดเป็นร้อยละ มีวิธีหาดังนี้

ร้อยละของคะแนนของนักเรียนที่ทำแบบสอบถูกโดยเฉลี่ย $= \frac{S}{N} \times \frac{100}{T}$

S หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนทุกคนที่ทำแบบสอบถูก

T หมายถึง คะแนนเต็มของแบบสอบ

N หมายถึง จำนวนนักเรียน

2. การหาค่าความเที่ยงของแบบสอบใช้สูตรของฮอยท์ (Hoyt's ANOVA Reliability of Test)[66] สัญญลักษณ์ที่ใช้มีดังนี้

n หมายถึง จำนวนนักเรียนหรือจำนวนแถว

k หมายถึง จำนวนข้อทดสอบ หรือจำนวนหลัก

$\sum_{i=1}^{n} T_{r_i}$ หมายถึง คะแนนรวมในแต่ละแถว

$\sum_{j=1}^{k} T_{c_j}$ หมายถึง คะแนนรวมในแต่ละหลัก

T หมายถึง คะแนนรวมในแต่ละแถวหรือคะแนนรวมในแต่ละหลัก

SS หมายถึง ผลบวกกำลังสอง (Sum of Square)

MS หมายถึง ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละแหล่ง

$$MS = \frac{SS}{df}$$

F หมายถึง อัตราส่วนของความแปรปรวนซึ่งหาได้จากการหารความแปรปรวนของแต่ละแหล่งด้วยความแปรปรวนภายในกลุ่มทุกตัว

SE หมายถึง ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement)

$$SE = \sqrt{\frac{SS_E}{n-1}}$$

r_{tt} หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์แห่งความเที่ยง หาได้จาก

$$r_{tt} = 1 - \frac{MS_E}{MS_R}$$

---

[66] Palmer O. Johnson, Statistical Methods in Research (Modern Asia ed., Tokyo : Charle E. Tuttle Company, 1961), pp. 134 - 6.

ค่าสัมประสิทธิ์แห่งความตรงตามทฤษฎีหาได้จาก F - Test

$$F = \frac{MS_R}{MS_E} \qquad df : (n-1),(n-1)(k-1)$$

$$\alpha = .01$$

โดยมีสมมุติฐานในการวิเคราะห์ว่า

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบหลังเรียนบทเรียนของนักเรียนแต่ละคน

ANOVA

Source	df	SS	MS	F
Rows (Person)	n-1	SS_R	$MS_R = \frac{SS_R}{n-1}$	$\frac{MS_R}{MS_E}$
Coln (Item)	k-1	SS_C		
Error	(n-1)(k-1)	SS_E	$MS_E = \frac{SS_E}{(n-1)(k-1)}$	
Total	nk-1	SS_T		

$$SS_T = \frac{T(nk - T)}{nk}$$

$$SS_R = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_{r_i}^2}{k} - \frac{T^2}{nk}$$

$$SS_C = \frac{\sum_{j=1}^{k} T_{c_j}^2}{n} - \frac{T^2}{nk}$$

$$SS_E = SS_T - SS_R - SS_C$$

3. ทดสอบความมีนัยสำคัญของความแตกต่างระหว่างคะแนนของนักเรียนก่อนและหลังเรียนบทเรียน โดยการทดสอบค่า z[67]

$$z = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{S_{\bar{X}_1}^2 + S_{\bar{X}_2}^2 - 2r_{12}S_{\bar{X}_1}S_{\bar{X}_2}}}$$

N หมายถึง จำนวนนักเรียน

X_1 หมายถึง คะแนนทดสอบก่อนเรียนบทเรียน

X_2 หมายถึง คะแนนทดสอบหลังเรียนบทเรียน

$\bar{X}_1$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบก่อนเรียนบทเรียน

$\bar{X}_2$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบหลังเรียนบทเรียน

$S_{\bar{X}_1}$ หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนทดสอบก่อนเรียนบทเรียน

$S_{\bar{X}_2}$ หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนทดสอบหลังเรียนบทเรียน

r_{12} หมายถึง สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทดสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียน

$$S_{\bar{X}_1} = \sqrt{\frac{\sum(X_1 - \bar{X}_1)^2}{N}}$$

$$S_{\bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sum(X_2 - \bar{X}_2)^2}{N}}$$

[67] N.M. Downie and R.W. Heath, Basic Statistical Methods (3d ed., New York : Harper & Row, Inc., 1970), p. 185.

วัตถุประสงค์ทั่วไปและวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. ให้นักเรียนรู้ความหมายของเมตริกซ์
   1.1 นักเรียนบอกได้ว่า จำนวนที่เรียงกันตามแนวนอนและแนวตั้งภายในเครื่องหมาย ( ) หรือ [ ] หรือ // // ตามที่กำหนดให้เป็นเมตริกซ์ (ก. 7-ก. 8 แบบสอบข้อที่ 1)
   1.2 นักเรียนบอกเครื่องหมายที่ใช้แทนเมตริกซ์ได้อย่างน้อย 2 เครื่องหมาย (ก. 9)
   1.3 เมื่อกำหนดเมตริกซ์มาให้นักเรียนเขียนสมาชิกแต่ละตัวในแต่ละแถวและแต่ละหลักได้ครบทุกตัว พร้อมทั้งนับจำนวนสมาชิกของเมตริกซ์ได้ครบถ้วน (ก. 10-ก. 13 แบบสอบข้อที่ 2-3)
   1.4 นักเรียนบอกความหมายของเมตริกซ์ได้อย่างถูกต้อง (ก. 14)
   1.5 เมื่อกำหนดข้อมูลที่มีลักษณะเป็นตารางมาให้นักเรียนบันทึกข้อมูลในรูปของเมตริกซ์ได้อย่างถูกต้อง (ก. 15 แบบสอบข้อที่ 4)
   1.6 นักเรียนระบุตำแหน่งของสมาชิกของเมตริกซ์จากเมตริกซ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (ก. 16-ก. 20 แบบสอบข้อที่ 5)
2. ให้รู้ความหมายของมิติของเมตริกซ์
   2.1 เมื่อกำหนดเมตริกซ์มาให้ นักเรียนบอกจำนวนแถวและจำนวนหลักของเมตริกซ์ได้ครบถ้วน (ก. 21-ก. 25 แบบสอบข้อที่ 6)
   2.2 นักเรียนบอกมิติของเมตริกซ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (ก. 26-ก. 34 แบบสอบข้อที่ 7)
   2.3 เมื่อกำหนดมิติของเมตริกซ์มาให้ นักเรียนบอกจำนวนแถวกับจำนวนหลักของเมตริกซ์ได้ถูกต้อง (ก. 35 แบบสอบข้อที่ 8)
   2.4 เมื่อกำหนดมิติของเมตริกซ์มาให้ นักเรียนหาจำนวนสมาชิกของเมตริกซ์ได้ครบถ้วน (ก. 36-ก. 38 แบบสอบข้อที่ 9)

3. ให้รู้จักใช้สัญญลักษณ์แทนเมตริกซ์ และสมาชิกของเมตริกซ์

3.1 นักเรียนเขียนสัญญลักษณ์ทั่วไปแทนเมตริกซ์ของจำนวนใด ๆ ได้สอดคล้องกับสมาชิกของเมตริกซ์นั้น (ก. 39–ก. 41 แบบสอบข้อที่ 10)

3.2 นักเรียนระบุตำแหน่งของสมาชิกของเมตริกซ์ใด ๆ ได้ด้วยตัวเลข และบอกได้ว่าตัวเลขใดแทนตำแหน่งของแถวใดและหลักใด (ก. 42–ก. 49 แบบสอบข้อที่ 11)

3.3 เมื่อกำหนดเมตริกซ์มาให้ นักเรียนแทนค่าสมาชิกของเมตริกซ์นั้นได้ด้วยสัญญลักษณ์ทั่วไปในตำแหน่งที่ตรงกัน (ก. 50–ก. 65 แบบสอบข้อที่ 12–15)

4. ให้นักเรียนทราบแบบต่าง ๆ ของเมตริกซ์

4.1 เมื่อกำหนดเมตริกซ์มาให้ นักเรียนบอกได้ว่า เมตริกซ์ใดเป็นเมตริกซ์แถว เมตริกซ์ใดเป็นเมตริกซ์หลัก (ก. 66–ก. 69 แบบสอบข้อที่ 17, 19)

4.2 นักเรียนหามิติของเมตริกซ์แถวและเมตริกซ์หลักที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (ก. 70–ก. 73 แบบสอบข้อที่ 21–22)

4.3 นักเรียนบอกได้ว่า เมตริกซ์ที่มีสมาชิกเพียงตัวเดียวเป็นได้ทั้งเมตริกซ์แถวและเมตริกซ์หลัก (ก. 74–ก. 75 แบบสอบข้อที่ 18)

4.4 นักเรียนบอกได้ว่า เมตริกซ์ที่มีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก เป็นเมตริกซ์จัตุรัส และหามิติของเมตริกซ์จัตุรัสที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (ก. 76–ก. 78)

4.5 นักเรียนบอกคุณสมบัติของเมตริกซ์สมมาตรได้ว่า เมตริกซ์สมมาตรจะต้องเป็นเมตริกซ์จัตุรัส และสมาชิกในตำแหน่งตรงข้ามกันมีค่าเท่ากัน (ก. 79–ก. 87 แบบสอบข้อที่ 20, 23)

4.6 เมื่อกำหนดเมตริกซ์มาให้ นักเรียนเขียนทรานสโพสของเมตริกซ์และหามิติของทรานสโพสของเมตริกซ์ได้อย่างถูกต้อง (ก. 88–ก. 97 แบบสอบข้อที่ 24, 26)

4.7 นักเรียนสรุปได้ว่าทรานสโพสของเมตริกซ์สมมาตรเป็นเมตริกซ์สมมาตร (ก. 98–ก. 100 แบบสอบข้อที่ 25)

4.8 นักเรียนบอกได้ว่า เมตริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมจากมุมบนซ้ายมายังมุมล่างขวาเป็น 1 และสมาชิกในตำแหน่งอื่นทุกตัวเป็น 0 เป็นยูนิทเมตริกซ์ (ก. 101–ก. 102 แบบสอบข้อที่ 16)

4.9 นักเรียนเขียนยูนิทเมตริกซ์ตามมิติที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (ก. 103 แบบสอบข้อที่ 27)

4.10 นักเรียนบอกได้ว่า เมตริกซ์ที่มีสมาชิกทุกตัวเป็น 0 เป็นเมตริกซ์ศูนย์ และเขียนเมตริกซ์ศูนย์ตามมิติที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (ก. 104–ก. 105 แบบสอบข้อที่ 19)

5. ให้รู้ความหมายของการเท่ากันของเมตริกซ์

5.1 เมื่อกำหนดเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ที่มีมิติเดียวกัน นักเรียนบอกได้ว่าถ้าสมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของทั้งสองเมตริกซ์เท่ากัน เมตริกซ์ทั้งสองนั้นจะเท่ากัน (ก. 106–ก. 110 แบบสอบข้อที่ 28–29)

5.2 นักเรียนสรุปความหมายของการเท่ากันของเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ได้ว่า เมตริกซ์ทั้งสองจะเท่ากันได้เมื่อเมตริกซ์ทั้งสองมีมิติเดียวกันและสมาชิกในตำแหน่งเดียวกันเท่ากัน (ก. 111–ก. 114 แบบสอบข้อที่ 30)

5.3 เมื่อกำหนดเมตริกซ์ที่เท่ากัน 2 เมตริกซ์ นักเรียนหาสมาชิกตัวที่ไม่ทราบค่าได้อย่างถูกต้อง (ก. 115–ก. 117 แบบสอบข้อที่ 31–32)

6. ให้นักเรียนเข้าใจการบวกและการลบเมตริกซ์

6.1 นักเรียนบอกได้ว่า เมตริกซ์ที่จะนำมาบวกกันได้ ต้องเป็นเมตริกซ์ที่มีมิติเดียวกัน (ก. 119 แบบสอบข้อที่ 33)

6.2 เมื่อกำหนดเมตริกซ์มาให้ 2 เมตริกซ์ นักเรียนหาผลบวกของเมตริกซ์และบอกมิติของเมตริกซ์ผลบวกได้อย่างถูกต้อง (ก. 120-ก. 125 แบบสอบข้อที่ 34)

6.3 นักเรียนหาผลลบของเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (ก. 126-ก. 127 แบบสอบข้อที่ 35)

6.4 นักเรียนบอกคุณสมบัติเกี่ยวกับการบวกเมตริกซ์ได้ว่า เมตริกซ์มีคุณสมบัติสลับที่สำหรับการบวก คุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวก เอกลักษณ์สำหรับการบวกและอินเวอร์สสำหรับการบวก (ก. 128-ก. 140 แบบสอบข้อที่ 36-38)

6.5 เมื่อกำหนดเมตริกซ์มาให้ นักเรียนหาอินเวอร์สสำหรับการบวกของเมตริกซ์ได้อย่างถูกต้อง (ก. 141-ก. 145 แบบสอบข้อที่ 39)

7. ให้เข้าใจการคูณจำนวนกับเมตริกซ์

7.1 เมื่อกำหนดเมตริกซ์มาให้ นักเรียนนำจำนวนไปคูณกับสมาชิกทุกตัวของเมตริกซ์ได้อย่างถูกต้อง และบอกมิติของเมตริกซ์ผลคูณได้อย่างถูกต้อง (ก. 147-ก. 152 แบบสอบข้อที่ 40)

8. ให้เข้าใจการคูณเมตริกซ์กับเมตริกซ์

8.1 เมื่อกำหนดเมตริกซ์แถว และเมตริกซ์หลักที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากันนักเรียนหาผลคูณของเมตริกซ์ทั้งสองได้อย่างถูกต้อง (ก. 153-ก. 158 แบบสอบข้อที่ 41)

8.2 เมื่อกำหนดเมตริกซ์ที่มีจำนวนแถวมากกว่า 1 แถว และเมตริกซ์หลักที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนหลักของเมตริกซ์แรก นักเรียนหาผลคูณของเมตริกซ์ทั้งสองได้อย่างถูกต้อง (ก. 159-ก. 162 แบบสอบข้อที่ 42)

8.3 เมื่อกำหนดเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ที่คูณกันได้ นักเรียนหาผลคูณของเมตริกซ์ทั้งสองได้อย่างถูกต้อง (ก.163 – ก. 173 แบบสอบข้อที่ 43 – 44)

8.4 นักเรียนบอกได้ว่า เมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ที่กำหนดให้ คูณกันได้เมื่อจำนวนหลักของเมตริกซ์แรกเท่ากับจำนวนแถวของเมตริกซ์หลัง (ก.174 – ก. 178 แบบสอบข้อที่ 45 – 48)

8.5 นักเรียนหามิติของเมตริกซ์ผลคูณของเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (ก. 179– ก.184 แบบสอบข้อที่ 49)

8.6 นักเรียนบอกได้ว่าเมตริกซ์ไม่มีคุณสมบัติสลับที่สำหรับการคูณ (ก.185 – ก. 187 แบบสอบข้อที่ 50)

8.7 เมื่อกำหนดเมตริกซ์มาให้ 3 เมตริกซ์ นักเรียนหาผลคูณของเมตริกซ์ทั้งสอง ได้อย่างถูกต้อง และสรุปได้ว่าเมตริกซ์มีคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณ (ก. 188– ก. 194 แบบสอบข้อที่ 51 – 52)

8.8 นักเรียนสรุปได้ว่า เมตริกซ์มีคุณสมบัติการกระจาย (ก. 195–ก. 197 แบบสอบข้อที่ 53)

8.9 เมื่อกำหนดเมตริกซ์ใด ๆ และยูนิทเมตริกซ์ นักเรียนหาผลคูณของเมตริกซ์ทั้งสองได้อย่างถูกต้อง และบอกได้ว่า เมตริกซ์มีเอกลักษณ์สำหรับการคูณ (ก.198 – ก. 200 แบบสอบข้อที่ 54)

9. ให้สามารถหาอินเวอร์สสำหรับการคูณของ 2 x 2 เมตริกซ์

9.1 เมื่อกำหนด 2 x 2 เมตริกซ์มาให้ 2 เมตริกซ์ และผลคูณของเมตริกซ์ทั้งสองเป็นยูนิทเมตริกซ์ นักเรียนบอกได้ว่า เมตริกซ์ทั้งสองเป็นอินเวอร์สสำหรับการคูณของกันและกัน (ก.202 – ก.205 แบบสอบข้อที่ 55-56)

9.2 เมื่อกำหนด 2 x 2 เมตริกซ์ ที่ผลการคูณไขว้ของสมาชิกมีค่าเป็น 1 นักเรียนหาอินเวอร์สสำหรับการคูณของเมตริกซ์นั้นได้อย่างถูกต้อง
(ก. 206 - ก. 218 แบบสอบข้อที่ 57)

9.3 เมื่อกำหนด 2 x 2 เมตริกซ์ ที่ผลการคูณไขว้ของสมาชิกมีค่าไม่เท่ากับ 0 นักเรียนหาอินเวอร์สสำหรับการคูณของเมตริกซ์นั้นได้อย่างถูกต้อง (ก. 219 - ก. 232 แบบสอบข้อที่ 58 -59)

9.4 เมื่อกำหนด 2 x 2 เมตริกซ์ ที่ผลการคูณไขว้ของสมาชิกมีค่าเท่ากับ 0 นักเรียนบอกได้ว่า เมตริกซ์ไม่มีอินเวอร์สสำหรับการคูณ
(ก. 233 - ก. 235 แบบสอบข้อที่ 60)

บทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง "เมตริกซ์"

วิธีใช้

1. ขอให้นักเรียนปิดคำตอบที่อยู่ทางด้านซ้ายมือด้วยกระดาษที่แจกให้
2. ก่อนตอบโปรดอ่านข้อความโดยละเอียด แล้วคิดตาม
3. เขียนคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ
4. ตรวจคำตอบของนักเรียนได้จากเฉลยที่อยู่หน้าข้อถัดไป
5. ถ้านักเรียนทำถูกให้ทำข้อต่อไป หากทำผิด โปรดย้อนกลับไปอ่านคำอธิบายให้เข้าใจ แล้วคิดใหม่ ขีดฆ่าคำตอบเดิม แล้วจึงเขียนคำตอบที่ถูกต้องใต้คำตอบที่ผิด
6. ขอให้ทำทุกข้อเรียงตามลำดับ โปรดอย่าข้ามข้อใดข้อหนึ่ง

คำแนะนำ

1. การอ่านข้อความนักเรียนควรใช้ความสังเกต แล้วเปรียบเทียบจนสามารถสรุปหลักเกณฑ์และนำไปใช้ได้
2. ขอให้นักเรียนซื่อสัตย์ต่อตนเอง อย่าลอกคำตอบ เพราะที่นักเรียนกำลังทำอยู่นี้ไม่ใช่แบบทดสอบ แต่เป็นบทเรียนเพื่อการเรียนรู้
3. อย่าแข่งขันกันตอบเพียงเพื่อให้เสร็จก่อนเพื่อน เพราะจะทำให้นักเรียนตอบคำถามโดยไม่คิดตาม จะไม่ช่วยให้เกิดความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้เลย

ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนบทเรียน

ก่อนที่จะเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง "เมตริกซ์" ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเรื่องต่อไปนี้

1. ภาษาไทยในด้านการอ่านจับใจความ การตีความหมาย และการเขียน
2. วิธีคิดคำนวณในเรื่อง การบวก ลบ คูณ และหาร จำนวนจริง
3. การแก้สมการเชิงเส้นชั้นเดียว และสมการเชิงเส้นสองชั้น
4. คุณสมบัติของจำนวนจริง
5. ความหมายของ มิติ จัตุรัส สมมาตร และสัญลักษณ์เบื้องต้น เช่น = , > เป็นต้น
6. เขียนและอ่านอักษรภาษาอังกฤษได้ถูกต้อง
7. ต้องเข้าใจวิธีการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

บทที่ 1

ความหมายของเมตริกซ์

คำตอบ	ก. 1 1 3 5 7 9 11 และจำนวนที่อยู่ในลักษณะนี้ เราเรียกว่า จำนวนที่เรียงกันตาม<u>แนวนอน</u> และอาจเรียกว่าจำนวนที่เรียงกันตาม<u>แถว</u> 3 6 9 12 เป็นจำนวนที่เรียงกันตาม________
แนวนอน หรือแถว	ก. 2 15 17 20 39 จำนวนเหล่านี้เรียงกันตาม________
แนวนอน หรือแถว	ก. 3 เขียนหมายเลขแทนนักบาสเกตบอลแต่ละคนในทีมหนึ่งที่ยืนเรียงกันเป็น<u>แถว</u>ได้ดังนี้____________________
คำตอบอาจแตกต่างกัน ตัวอย่างคำตอบ 1 2 3 4 5	ก. 4 2 4 เราเรียกจำนวนที่อยู่ในลักษณะนี้ว่า เรียงกันตาม 6 <u>แนวตั้ง</u> และอาจเรียกว่าเรียงกันตาม<u>หลัก</u> 8 5 จำนวนที่อยู่ทางด้านขวามือเรียงกันตาม_____ 10 15
แนวตั้ง หรือหลัก	ก. 5 10 100 จำนวนเหล่านี้เรียงกันตาม________. 101

แนวตั้ง หรือหลัก

ก. 6

จำนวนเต็มที่หารด้วย 3 ลงตัว ตั้งแต่ 1-10 เขียนเรียงกันตาม<u>หลัก</u>ได้ดังนี้

3

6

9

ก. 7

3 2 1 5 และ 1 0 5 4

ต่างก็เป็นจำนวนในแถว ถ้านำจำนวนทั้งสองแถวนี้มาเขียนเรียงกัน โดยให้อยู่คนละแถวในตำแหน่งที่ตรงกันแล้วเขียนเครื่องหมายวงเล็บ ( ) หรือ [ ] หรือ // // ล้อมรอบจำนวนเหล่านี้ เราจะได้สิ่งซึ่งเรียกว่า <u>เมตริกซ์</u>

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

ดังนั้นจำนวนที่เรียงกันในลักษณะนี้ เราเรียกว่า__________

เมตริกซ์

ก. 8

เราอาจสร้างเมตริกซ์ โดยใช้จำนวนในหลักได้เช่นกัน

$$\left\|\begin{matrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \\ 9 & 15 \end{matrix}\right\|$$

จำนวนที่เรียงกันในลักษณะข้างบนนี้เรียกว่า________

เมตริกซ์

ก. 9

เครื่องหมายที่ใช้แทน<u>เมตริกซ์</u>ในวิชาคณิตศาสตร์ คือ__________________

( ) หรือ [ ] หรือ // //	ก. 10 จำนวนแต่ละจำนวนในเมตริกซ์เรียกว่า <u>สมาชิก</u> ของเมตริกซ์ สมาชิกในแถว<u>บน</u>ของเมตริกซ์ข้างล่างนี้คือ______ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$
1 3 5 7	ก. 11 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ สมาชิกในหลักที่อยู่ทางซ้ายมือสุดของเมตริกซ์นี้คือ________
1 2 9	ก. 12 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี________แถว แต่ละแถวมีสมาชิก________ตัว เมตริกซ์นี้มีสมาชิกรวม______ตัว

3, 4, 12

ก. 13

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์นี้มี__________หลัก

แต่ละหลักมีสมาชิก_______ตัว

เมตริกซ์นี้มีสมาชิกรวม_________ตัว

4, 3, 12

ก. 14

เมตริกซ์ประกอบขึ้นด้วยจำนวนจริงที่เขียนเรียงกันเป็นแถวกี่แถวก็ได้ แต่ละแถวต้องมีจำนวนสมาชิก

____

(เท่ากัน / ไม่เท่ากัน)

และล้อมสมาชิกเหล่านี้ด้วยเครื่องหมาย_______

เท่ากัน

( ) หรือ [ ]

หรือ // //

ก. 15

ในการสอบคราวหนึ่ง ตา ตู่ และติ่งทำคะแนนในวิชาต่าง ๆ จากคะแนนเต็มวิชาละ 20 คะแนน ได้ดังนี้

	ภาษาไทย	ภาษาอังกฤษ	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์
ตา	5	16	20	20
ตู่	18	17	15	19
ติ่ง	10	12	13	17

ถ้าตัดชื่อคนและรายชื่อวิชาออกจะเขียนเมตริกซ์แทนรายการข้างบนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 16 & 20 & 20 \\ 18 & 17 & 15 & 19 \\ 10 & 12 & 13 & 17 \end{bmatrix}$$

ก. 16

การระบุตำแหน่งของแถวในเมตริกซ์ให้นับจากแถวบนลงมา ดังนั้นแถวบนจะเป็นแถวที่ 1 แถวถัดลงมาเป็นแถวที่ 2, 3 ตามลำดับ

ตามรูปลูกศรชี้ไปยังสมาชิกของเมตริกซ์ในแถวที่___

$$\begin{array}{cc} \longrightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

2

ก. 17

การระบุตำแหน่งของหลักในเมตริกซ์ให้นับไปทางขวามือ ดังนั้นหลักที่อยู่ทางซ้ายมือสุดจะเป็นหลักที่ 1 หลักถัดไปเป็นหลักที่ 2, 3 ตามลำดับ

ตามรูปลูกศรชี้ไปยังสมาชิกของเมตริกซ์ในหลักที่___

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

3

ก. 18

การกล่าวถึงสมาชิกของเมตริกซ์จะต้องระบุตำแหน่งให้ถูกต้องว่าอยู่ในแถวใดและหลักใด

ในเมตริกซ์ข้างล่าง 4 คือสมาชิกที่อยู่ตรงแถวที่ 2 หลักที่____

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

3	ก. 19 $$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$ ในเมตริกซ์นี้ 7 คือสมาชิกที่อยู่ตรงแถวที่_____ หลักที่_____
1, 4	ก. 20 $$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$ สมาชิกที่อยู่ตรงแถวที่ 3 หลักที่ 2 ของเมตริกซ์นี้ คือ_________
8	

บทที่ 2

มิติ และสัญลักษณ์ทั่วไปของเมตริกซ์

	ก. 21 ในการกล่าวถึงเมตริกซ์ใด ๆ เราจะกล่าวโดยบอกจำนวนแถวก่อน แล้วบอกจำนวนหลักตามหลัง เมตริกซ์ข้างล่างนี้มี_____แถว ______หลัก $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
2, 3	ก. 22 $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 4 & 5 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี_______แถว _______หลัก
4, 5	ก. 23 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี_____แถว _______หลัก
1, 3	ก. 24 $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี_____แถว _______หลัก
3, 1	ก. 25 $[\,3\,]$ เป็นเมตริกซ์ที่มี_____แถว _____หลัก

1, 1	ก. 26 เมตริกซ์ที่มี m แถว n หลัก มีมิติเป็น m X n (อ่านว่า m คูณ n.) ใช้สัญญลักษณ์ m X n แทนมิติของเมตริกซ์ เมตริกซ์ข้างล่างนี้มี 2 แถว 4 หลัก มีมิติเป็น________ $\begin{bmatrix} 7 & 8 & 6 & 9 \\ 2 & 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$
2 X 4	ก. 27 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี_____แถว _____หลัก มีมิติเป็น________
2, 2 2 X 2	ก. 28 $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี_____แถว _____หลัก มีมิติเป็น______
3, 2 3 X 2	ก. 29 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มีมิติเป็น__________
1 X 3	ก. 30 $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มีมิติเป็น__________

3 X 1	ก. 31 $\begin{bmatrix}3\end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มีมิติเป็น________
1 X 1	ก. 32 มิติของเมตริกซ์ใด ๆ ดูได้จากจำนวนแถวกับจำนวน_____ ของเมตริกซ์นั้น
หลัก	ก. 33 เมตริกซ์ที่มีมิติเป็น m X n เรียกว่า <u>m X n เมตริกซ์</u> เมตริกซ์ที่มีมิติเป็น 4 X 5 เรียกว่า________เมตริกซ์
4 X 5	ก. 34 เมตริกซ์ที่มีมิติเป็น 2 X 3 เรียกว่า________เมตริกซ์
2 X 3	ก. 35 m X n เมตริกซ์คือ เมตริกซ์ที่มี_____แถว _____หลัก
m ; n	ก. 36 $\begin{bmatrix}1 & 3 & 5\\ 8 & 6 & 7\\ 10 & 11 & 3\end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มีมิติเป็น________ มีสมาชิกรวม____________ตัว
3 X 3 9	ก. 37 $\begin{bmatrix}1 & 4\\ 2 & 5\\ 3 & 6\end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มีมิติเป็น________ มีสมาชิกรวม____________ตัว

3 X 2, 6	ก. 38 เมตริกซ์ที่มีมิติเป็น $m \times n$ มีสมาชิกรวม ______ ตัว
$m \times n$	ก. 39 ในการเรียกชื่อเมตริกซ์นิยมใช้อักษร A, B, C,... เช่น $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 9 & 4 \end{bmatrix}$ อ่านว่า A เป็นเมตริกซ์ที่ประกอบด้วยสมาชิก 2 แถว 4 หลัก หรือ A เป็น __________ เมตริกซ์
2×4	ก. 40 $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 8 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 3 \end{bmatrix}$ อ่านว่า B เป็น __________
เมตริกซ์ที่ประกอบด้วย สมาชิก 3 แถว 3 หลัก หรือ B เป็น 3×3 เมตริกซ์	ก. 41 เพื่อความสะดวกจะใช้อักษร a, b, c, ... แทนสมาชิกของเมตริกซ์ A, B, C, ... ตามลำดับ สมาชิกของเมตริกซ์ Q แทนด้วยอักษร ________
q	ก. 42 ในเมตริกซ์ A จะใช้ a แทนสมาชิกทุกตัว แต่จะมีตัวเลข กำกับ a แต่ละตัว เพื่อบอกตำแหน่งของ a เช่น a_{32} **คือสมาชิกของเมตริกซ์ A** ที่อยู่ตรงแถวที่ 3 หลักที่ 2 a_{21} คือสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 2 หลักที่ __

1	ก. 43 a_{31} คือสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่____ หลักที่____
3, 1	ก. 44 สมาชิกที่อยู่ตรงแถวที่ 2 หลักที่ 3 ของเมตริกซ์ A คือ a___
23	ก. 45 สมาชิกที่อยู่ตรงแถวที่ 4 หลักที่ 5 ของเมตริกซ์ A คือ ______
a_{45}	ก. 46 สมาชิกที่อยู่ตรงแถวที่ i หลักที่ j ของเมตริกซ์ A คือ______
a_{ij}	ก. 47 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & \underline{\quad} & a_{23} \end{bmatrix}$ สมาชิกตัวที่ขาดไปของเมตริกซ์ A คือ______
a_{22}	ก. 48 $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & \underline{\quad} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix}$ สมาชิกตัวที่ขาดไปของเมตริกซ์ B คือ______
b_{32}	ก. 49 $C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & \underline{\quad} \end{bmatrix}$ สมาชิกตัวที่ขาดไปของเมตริกซ์ C คือ______
c_{33}	ก. 50 $K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ \underline{\quad} & k_{22} \end{bmatrix}$ สมาชิกตัวที่ขาดไปของเมตริกซ์ K คือ______

k_{21}

ก. 51 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

1 เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 1 และหลักที่ 1 และ a_{11} เป็นสัญลักษณ์ทั่วไปที่แทนสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 1 และหลักที่ 1

ดังนั้น 1 = a____

11

ก. 52 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

2 เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 1 และหลักที่ 2

____ เป็นสัญลักษณ์ทั่วไปที่แทนสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 1 และหลักที่ 2

ดังนั้น 2 = ____

---

a_{12}, a_{12}

ก. 53 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

3 เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 2 และหลักที่ 1

____ เป็นสัญลักษณ์ทั่วไปที่แทนสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 2 และหลักที่ 1

ดังนั้น 3 = ____

---

a_{21}, a_{21}

ก. 54 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

4 เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 2 และหลักที่ 2

____ เป็นสัญลักษณ์ทั่วไปที่แทนสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 2 และหลักที่ 2

ดังนั้น 4 = ____

a_{22}, a_{22}

ก. 55 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

a_{11}= ________

a_{12}= ________

a_{21}= ________

a_{22}= ________

1, 2, 3, 4

ก. 56 ให้

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 8 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 3 \end{bmatrix}$$

b_{13}= ________

b_{22}= ________

b_{32}= ________

5, 6, 11

ก. 57 ถ้าเมตริกซ์ A มี 4 หลัก สมาชิกในแถวแรกของ A เขียนได้ดังนี้ a_{11} a_{12} a_{13} a_{14}

สมาชิกในแถวที่ 2 ของ A คือ ________________

$a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}$

ก. 58 ในทำนองเดียวกัน ถ้าเมตริกซ์ A มี 3 แถว เขียนสมาชิกในหลักแรกได้ดังนี้

a_{11}

a_{21}

a_{31}

สมาชิกในหลักที่สองของ A คือ

a_{12}
a_{22}
a_{32}

ก. 59 ถ้า A เป็น 3 X 4 เมตริกซ์เขียนสมาชิกของ A ได้ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$$

ก. 60 ถ้าเมตริกซ์ A มี m แถว เรามักเขียนแต่เพียงสมาชิกสองแถวแรก แล้วเขียนจุด 3 จุดต่อด้วยสมาชิกตัวสุดท้าย (การเขียนจุด 3 จุด เพื่อบอกว่ายังมีต่อไปอีก) สมาชิกในหลักแรกของ A เขียนได้ดังนี้

$$\begin{matrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1} \end{matrix}$$

สมาชิกตัวสุดท้ายในหลักที่สองของ A คือ

$$\begin{matrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{\qquad} \end{matrix}$$

a_{m2}	ก. 61 สมาชิกในหลักที่ n ของเมตริกซ์ A ที่มี m แถวคือ a_{1n} a_{2n} . . . ____
a_{mn}	ก. 62 ถ้า A เป็น m X n เมตริกซ์ สมาชิกใน 2 แถวแรกของเมตริกซ์ A คือ $a_{11}\ a_{12} \cdots a_{1n}$ $a_{21}\ a_{22} \cdots a_{2n}$ สมาชิกในแถวที่ m ตัวสุดท้ายคือ $a_{m1}\ a_{m2} \cdots$ ____
a_{mn}	ก. 63 A เป็น m X n เมตริกซ์ จงเติมสมาชิกตัวที่ขาดไป $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{m1} & \_\_ & \cdots & \_\_ \end{bmatrix}$

a_{m2}, a_{mn}

ก. 64 B เป็น m X n เมตริก์ซ์จงเติมสมาชิกตัวที่ขาดไป

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & \_\_\_ & \cdots & \_\_\_ \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & \_\_\_ & \cdots & \_\_\_ \end{bmatrix}$$

---

b_{22}, b_{2n}

b_{m2}, b_{mn}

ก. 65 C เป็น m X n เมตริก์ซ์ จงเขียนสมาชิกของ C แถวที่ 1, 2 และแถวสุดท้าย

$$C = \begin{bmatrix} \phantom{c_{11}} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

บทที่ 3

แบบต่าง ๆ ของเมตริกซ์

	ก. 66 เมตริกซ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกเพียงแถวเดียวเรียกว่า **เมตริกซ์แถว** เช่น $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ เป็นเมตริกซ์__________
แถว	ก. 67 $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้เรียกว่า เมตริกซ์________
แถว	ก. 68 เมตริกซ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกเพียงหลักเดียวเรียกว่า **เมตริกซ์หลัก** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้เป็นเมตริกซ์__________
หลัก	ก. 69 $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 7 \\ -4 \\ 9 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้เรียกว่า เมตริกซ์__________

หลัก	ก. 70 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี 1 แถว 4 หลัก มีมิติเป็น________
1 X 4	ก. 71 $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี_____แถว _____หลัก มีมิติเป็น______
1, 5 1 X 5	ก. 72 $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี 4 แถว 1 หลัก มีมิติเป็น __________
4 X 1	ก. 73 $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 7 \\ -4 \\ 9 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี_____แถว _____หลัก มีมิติเป็น______
5, 1 5 X 1	ก. 74 $\begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$ เป็นเมตริกซ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกเพียง 1 ตัว มีมิติเป็น______
1 X 1	ก. 75 $\begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$ เป็นได้ทั้งเมตริกซ์แถว และเมตริกซ์______

หลัก	ก. 76 เมตริกซ์ที่มีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลักเรียกว่า <u>เมตริกซ์จัตุรัส</u> $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้เป็นเมตริกซ์_______
จัตุรัส	ก. 77 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้มี 2 แถว 2 หลัก มีมิติเป็น _______
2 X 2	ก. 78 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 8 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 3 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้เป็นเมตริกซ์_______ มีมิติเป็น_______
จัตุรัส, 3 X 3	ก. 79 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ A เป็นทั้งเมตริกซ์จัตุรัสและสมมาตร เพราะว่าสมาชิกที่อยู่ตรงแถวที่ 1 หลักที่ 2 มีค่าเท่ากับสมาชิกที่อยู่ตรงแถวที่ 2 หลักที่____
1	ก. 80 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ เพราะว่า $a_{12} = 2$ และ $a_{21} = 2$ ดังนั้น $a_{12} = a_{\_\_}$
21	ก. 81 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ เพราะว่า $a_{13} = 4$ และ $a_{31} = 4$ ดังนั้น $a_{13} = a_{\_\_}$

31

ก. 82 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

A เป็นเมตริกซ์สมมาตร เพราะว่า

$a_{12} = a$____

$a_{13} = a$____

$a_{23} = a$____

21, 31, 32

ก. 83 ให้

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

B เป็นเมตริกซ์สมมาตร เพราะว่า

$b_{12} = b$______

$b_{13} = b$______

$b_{23} = b$______

21, 31, 32

ก. 84 ให้ A เป็นเมตริกซ์สมมาตรมีมิติเป็น $n \times n$ และ a_{ij} เป็นสมาชิกของ A ที่อยู่ตรงแถวที่ i หลักที่ j ดังนั้น $a_{ij} = a$______

---

ji

ก. 85 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & 5 \\ -1 & 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

A เป็นเมตริกซ์สมมาตรหรือไม่______

เพราะ A ________ เมตริกซ์จัตุรัส
(เป็น/ไม่เป็น)

ไม่เป็น ไม่เป็น	ก. 86 เมตริกซ์สมมาตรจะต้องเป็นเมตริกซ์________
จัตุรัส	ก. 87 ถ้า A เป็นเมตริกซ์สมมาตร A จะต้องมีจำนวนแถว ________ (เท่ากับ/ไม่เท่ากับ) จำนวนหลัก และ $a_{ij} = a$____
เท่ากับ, ji	ก. 88 ให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ -3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ ถ้านำสมาชิกในแถวแรกของ A ทั้งแถวมาเขียนเรียงเป็นหลักแรกของเมตริกซ์ใหม่ และนำสมาชิกในแถวที่สองของ A ทั้งแถวมาเรียงเป็นหลักที่สอง เมตริกซ์ใหม่นี้เรียกว่า <u>ทรานสโพส</u>ของ A $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$ ดังนั้นเมตริกซ์นี้คือ__________ของ A
ทรานสโพส	ก. 89 ทรานสโพสของ A เขียนแทนด้วย A^t ทรานสโพสของ B เขียนแทนด้วย_____
B^t	ก. 90 การเขียนทรานสโพสของเมตริกซ์ใด ๆ ทำได้โดยนำสมาชิกในแถวของเมตริกซ์เดิมมาเรียงเป็น______ของทรานสโพสของเมตริกซ์นั้น

n X m	ก. 98 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ จงเขียน A^t $A^t = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$	ก. 99 ให้ $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 0 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ จงเขียน B^t $B^t = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 0 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 0 \end{bmatrix}$	ก. 100 ถ้า A เป็นเมตริกซ์สมมาตร A^t เป็นเมตริกซ์____________
สมมาตรหรือเมตริกซ์เดิม	ก. 101 ในเมตริกซ์จัตุรัส ถ้าสมาชิกทุกตัวที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมจากมุมบนซ้ายไปยังมุมล่างขวามีค่าเป็น 1 และสมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งอื่นทุกตัวเป็น 0 เราเรียกเมตริกซ์จัตุรัสแบบนี้ว่า <u>ยูนิทเมตริกซ์</u> $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้เป็น________

ยูนิทเมตริกซ์	ก. 102 โปรดทราบยูนิทเมตริกซ์มีความสำคัญมากในเรื่องการคูณเมตริกซ์ ซึ่งจะได้กล่าวในบทต่อไป สัญญลักษณ์ที่ใช้แทนยูนิทเมตริกซ์คือ I ให้ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ I เป็น________เมตริกซ์ มีมิติเป็น________
ยูนิทเมตริกซ์ 3 x 3	ก. 103 ถ้า I เป็นยูนิทเมตริกซ์ที่มีมิติเป็น 4 x 4 จงเขียนสมาชิกของ I $I = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	ก. 104 ถ้าสมาชิกทุกตัวของเมตริกซ์เป็น 0 เราเรียกเมตริกซ์นี้ว่า <u>เมตริกซ์ศูนย์</u> ใช้สัญญ-ลักษณ์ $\underline{0}$ แทนเมตริกซ์ศูนย์ เช่น $\underline{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\underline{0}$ เป็นเมตริกซ์_______มีมิติเป็น________
ศูนย์, 3 x 2	ก. 105 ถ้า $\underline{0}$ เป็นเมตริกซ์ศูนย์มีมิติเป็น 4 x 3 จงเขียนสมาชิกของ $\underline{0}$ $\underline{0} = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

บทที่ 4

การเท่ากันของเมตริกซ์

ก. 106 ถ้า A เป็น 2 X 3 เมตริกซ์ และ B เป็น 2 X 3 เมตริกซ์ เราเรียกว่า A และ B มีมิติ<u>เดียวกัน</u>

แต่ถ้า A เป็น 2 X 3 เมตริกซ์ และ

B เป็น 3 X 2 เมตริกซ์

A และ B มีมิติ ____________

(เดียวกัน/ต่างกัน)

ต่างกัน

ก. 107 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

และ

$$B = \begin{bmatrix} 5-2 & \sqrt{4} \\ \frac{3}{3} & 2 \times 2 \end{bmatrix}$$

A มีมิติเป็น__________ __________

B มีมิติเป็น____________________

A และ B มีมิติ ____________

(เดียวกัน/ต่างกัน)

---

2 X 2

2 X 2

เดียวกัน

ก. 108 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 5-2 & \sqrt{4} \\ \frac{3}{3} & 2 \times 2 \end{bmatrix}$$

สมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของ A และ B

____

(เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)

เท่ากัน

ก. 109 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 5-2 & \sqrt{4} \\ \frac{3}{3} & 2\times2 \end{bmatrix}$$

สรุปได้ว่า A ________ B
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

เท่ากับ

ก. 110 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a^2 \\ b^2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & a \times a \\ b \times b & 1 \end{bmatrix}$$

A และ B มีมิติ ________
(เดียวกัน/ต่างกัน)

และสมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของ A

และ B ________
(เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)

ดังนั้น A ________ B
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

เดียวกัน

เท่ากัน

เท่ากับ

ก. 111 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

เปรียบเทียบสมาชิกของ A กับสมาชิกของ B

$\because$ $a_{12} = 2$ และ $b_{12} = 3$

ดังนั้น a_{12} ________ b_{12}
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

ไม่เท่ากับ	ก. 112 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ A ________ B (เท่ากับ/ไม่เท่ากับ) เพราะสมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของ A และ B ________ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
ไม่เท่ากับ ไม่เท่ากัน	ก. 113 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ A ________ B (เท่ากับ/ไม่เท่ากับ) เพราะ A และ B มีมิติ ________ (เดียวกัน/ต่างกัน)
ไม่เท่ากับ ต่างกัน	ก. 114 เมตริกซ์ 2 เมตริกซ์จะเท่ากันได้ต่อเมื่อเมตริกซ์ทั้งสอง มีมิติ ________ (เดียวกัน/ต่างกัน) และสมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของเมตริกซ์ทั้งสอง ________ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
เดียวกัน เท่ากัน	ก. 115 ให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ A และ B จะเท่ากันจริงเมื่อ x = ________

1

ก. 116 ให้

$$A = \begin{bmatrix} a-1 & 10 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 11 & 10 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$$

$A = B$ จริงต่อเมื่อ

$a-1$ = ________

$\therefore$ a = ________

11, 12

ก. 117 ให้

$$\begin{bmatrix} x+y \\ x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์ทั้งสองจะเท่ากันจริง เมื่อ

$x + y$ = ________ ________ 1

$x - y$ = ________ ________ 2

1 + 2 $2x$ = ________

x = ________

ดังนั้น y = ________

2, 4, 6, 3, -1

ก. 118 <u>สรุป</u>

เมตริกซ์ 2 เมตริกซ์จะเท่ากันต่อเมื่อ

1. เมตริกซ์ทั้งสองมีมิติเดียวกัน

และ 2. สมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของเมตริกซ์ทั้งสองเท่ากัน

บทที่ 5

การบวกและการลบเมตริกซ์

ก. 119

การบวกเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์กระทำได้ต่อเมื่อเมตริกซ์ทั้งสอง <u>มีมิติเดียวกัน</u>

ถ้า A เป็น 2 X 2 เมตริกซ์

B เป็นเมตริกซ์ใด ๆ

และหาผลบวก A + B ได้

แสดงว่า B ต้องมีมิติเป็น______

---

2 X 2

ก. 120 การบวกเมตริกซ์ที่มีมิติเดียวกัน ทำได้โดยบวกสมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของเมตริกซ์ทั้งสอง เช่น ให้

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 14 & 15 & 13 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 16 & 17 & 18 \\ 9 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 8 + 16 & 10 + 17 & 12 + 18 \\ 14 + 9 & 15 + 7 & 13 + 5 \end{bmatrix}$$

ทำให้เป็นผลสำเร็จจะได้

$$A + B = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 24 & 27 & 30 \\ 23 & 22 & 18 \end{bmatrix}$$

ก. 121 จงหาผลบวกของเมตริกซ์ข้างล่างนี้

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 3 & 4 & -6 \\ 5 & 0 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์ตัวตั้งมีมิติเป็น 3 X 3

เมตริกซ์ตัวบวกมีมิติเป็น 3 X 3

เมตริกซ์ผลบวกมีมิติเป็น ____________

$$\begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 2 \\ 3 & -1 & -6 \\ 5 & 0 & 5\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

3 X 3

ก. 122 จงหาผลบวกของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์ตัวตั้งมีมิติเป็น ____________

เมตริกซ์ตัวบวกมีมิติเป็น ____________

เมตริกซ์ผลบวกมีมิติเป็น ____________

$$\begin{bmatrix} 11 \\ 11 \\ 5 \end{bmatrix}$$

3 X 1

3 X 1

3 X 1

ก. 123 จงหาผลบวกของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \\ \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์ตัวตั้งมีมิติเป็น ____________

เมตริกซ์ตัวบวกมีมิติเป็น ____________

เมตริกซ์ผลบวกมีมิติเป็น ____________

$$\begin{bmatrix} 15 & 7 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$$

2 X 2
2 X 2
2 X 2

ก. 124 เมตริกซ์ผลบวกจะมีมิติเดียวกันกับเมตริกซ์ที่นำมาบวกกัน เช่น ถ้า A และ B เป็น m X n เมตริกซ์

และ $A + B = C$

ดังนั้นเมตริกซ์ C มีมิติเป็น____________

---

m X n

ก. 125 ให้ A และ B เป็น 4 X 10 เมตริกซ์

และ $A + B = C$

ดังนั้นเมตริกซ์ C มีมิติเป็น____________

---

4 X 10

ก. 126 การลบเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ที่มีมิติเดียวกันก็ทำเช่นเดียวกับการบวกเมตริกซ์ กล่าวคือนำสมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของเมตริกซ์ทั้งสองมาลบกัน เช่น ให้

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 10 - 3 & 8 - (-\frac{1}{2}) \\ 9 - 0 & 7 - 1 \end{bmatrix}$$

ทำให้เป็นผลสำเร็จจะได้

$$A - B = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 8\frac{1}{2} \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$$

ก. 127 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 7 \\ 5 & -5.5 \\ 9 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{และ } B = \begin{bmatrix} -2 & 3.5 \\ 4 & 1.5 \\ 7.5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2.5 & 3.5 \\ 1 & -7 \\ 1.5 & 4 \end{bmatrix}$$

ก. 128 ให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2+8 & 3+(-4) \\ (-5)+6 & 7+(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B + A = \begin{bmatrix} 8+2 & (-4)+3 \\ 6+(5) & (-1)+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า $A + B =$ __________

$B + A$

ก. 129 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$A + B = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$B + A = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $A + B$ __________ $B + A$
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

เท่ากับ

ก. 130 นักเรียนทราบมาแล้วว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติสลับที่สำหรับการบวก เพราะว่าถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า $a + b = b + a$

ในทำนองเดียวกันเมตริกซ์ก็มีคุณสมบัติสลับที่สำหรับการบวก เพราะว่าถ้าให้ A และ B เป็นเมตริกซ์ใด ๆ ที่มีมิติเดียวกัน จะได้ว่า

$A + B =$ __________

B ÷ A

ก. 131 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{และ } B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$B - A = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

ดังนั้น A – B ________________ B – A
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

ไม่เท่ากับ

ก. 132 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{และ } B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{และ } B - A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า เมตริกซ์ไม่มีคุณสมบัติ ________________
สำหรับการลบ

สลับที่

ก. 133 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A+B)+C = \begin{bmatrix} (1+3)+0 & (2+4)+1 \\ (3+5)+2 & (4+6)+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 10 & 13 \end{bmatrix}$$

$$A+(B+C) = \begin{bmatrix} 1+(3+0) & 2+(4+1) \\ 3+(5+2) & 4+(6+3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 10 & 13 \end{bmatrix}$$

สรุปได้ว่า $(A+B)+C$ = __________

$A + (B+C)$

ก. 134 ให้

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\ B = \begin{bmatrix} 9 & -7 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A + B) + C = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$A + (B + C) = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $(A + B)+C$ __________ $A + (B + C)$
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

เท่ากับ

ก. 135 จำนวนจริงมีคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวก เพราะว่า ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

$(a + b) + c = a + (b + c)$ เสมอ

ในเรื่องเมตริกซ์ก็มีคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวกของเมตริกซ์ เพราะว่าถ้าให้

A, B และ C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ ที่มีมิติเดียวกันจะได้ว่า

$(A + B) + C$ = __________

A + (B + C)	ก. 136 ให้ $\underline{O} = \begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$ และ $A = \begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ $\underline{O} + A = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ $A + \underline{O} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ ดังนั้นสรุปได้ว่า $\underline{O} + A$ = ____________
$\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ $A + \underline{O} = A$	ก. 137 จำนวนศูนย์บวกกับจำนวนจริงใด ๆ ผลลัพธ์จะมีค่าคงเดิม เราเรียกจำนวนศูนย์ว่า<u>เอกลักษณ์สำหรับการบวก</u>จำนวนจริง ในเรื่องการบวกเมตริกซ์ ถ้าให้ $\underline{O}$ เป็นเมตริกซ์ศูนย์ และ A เป็นเมตริกซ์ที่มีมิติเดียวกันกับ $\underline{O}$ จะได้ว่า $\underline{O} + A = A + \underline{O}$ = ________ เราเรียกเมตริกซ์ศูนย์นี้ว่า______________ของเมตริกซ์
A เอกลักษณ์สำหรับการบวก	ก. 138 ให้ $A = \begin{bmatrix}1 & -2\\-5 & 3\end{bmatrix}$ และ $-A = \begin{bmatrix}-1 & 2\\5 & -3\end{bmatrix}$ $A + (-A) = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ก. 139 ให้

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad -B = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & -5 \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$$

$$B + (-B) = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ก. 140 ถ้าจำนวนจริงสองจำนวนบวกกันได้ผลลัพธ์เป็น 0 เรา เรียกจำนวนจริงทั้งสองว่า เป็นอินเวอร์สสำหรับการบวกของกันและกัน

ในเรื่องเมตริกซ์ ถ้า A เป็นเมตริกซ์ของจำนวนจริงใด ๆ และ $A + (-A) = \underline{0}$ ($\underline{0}$ เป็นเมตริกซ์ศูนย์) เราเรียก A และ $-A$ ว่าเป็น__________ ของกันและกัน

อินเวอร์สสำหรับการบวก

ก. 141 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad -A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{และ} \quad A + (-A) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \underline{0}$$

แสดงว่า $-A$ เป็น______________ของ A

อินเวอร์สสำหรับการบวก

ก. 142 ให้

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 6 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad -B = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

และ

$$B + (-B) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

แสดงว่า $-B$ เป็น________________ของ B

อินเวอร์สสำหรับการบวก

ก. 143 ให้

$$C = \begin{bmatrix} 5 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -4 & 3 & 7 \\ -2\frac{1}{2} & 6 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{และ}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -4 & 3 & 7 \\ -2\frac{1}{2} & 6 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & \frac{1}{2} & 0 \\ 4 & -3 & -7 \\ 2\frac{1}{2} & -6 & -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการบวกของ C คือ $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -5 & \frac{1}{2} & 0 \\ 4 & -3 & -7 \\ 2\frac{1}{2} & -6 & -10 \end{bmatrix}$$

ก. 144 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & -6 \end{bmatrix}$$

อินเวอร์สสำหรับการบวกของ A คือ $\begin{bmatrix} & & \\ & & \end{bmatrix}$

เพราะว่า $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & & \\ & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -3 & 2 & -1 \\ -4 & -5 & 6 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} -3 & 2 & -1 \\ -4 & -5 & 6 \end{bmatrix}$$

ก. 145 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -3 & -8 \\ 11 & 6 & 1 \\ -4 & 7 & 12 \end{bmatrix}$$

อินเวอร์สสำหรับการบวกของ A คือ $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{bmatrix}$

เพราะว่า

$$\begin{bmatrix} 9 & -3 & -8 \\ 11 & 6 & 1 \\ -4 & 7 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 3 & 8 \\ -11 & -6 & -1 \\ 4 & -7 & -12 \end{bmatrix}$$

ก. 146

<u>สรุป</u>

การบวกเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์จะกระทำได้ต่อเมื่อเมตริกซ์ทั้งสองมีมิติเดียวกัน

ในบทนี้ได้กล่าวถึงการบวกเมตริกซ์ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

1. การสลับที่สำหรับการบวก
2. การจัดหมู่สำหรับการบวก
3. เอกลักษณ์สำหรับการบวก
4. อินเวอร์สสำหรับการบวก

บทที่ 6

การคูณเมตริกซ์

ก. 147 นักเรียนทราบมาแล้วว่า 2x หมายถึง x + x ในเรื่องการคูณจำนวนกับเมตริกซ์ก็มีความหมายคล้ายกัน เช่น ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A + A = \begin{bmatrix} 1+1 & 2+2 & 3+3 \\ 4+4 & 5+5 & 6+6 \end{bmatrix}$$

หรือเขียนดังนี้

$$2A = \begin{bmatrix} 2X1 & 2X2 & 2X3 \\ 2X4 & 2X5 & 2X6 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น 2A หาได้โดยคูณ 2 กับ_______ทุกตัวของ **A**

สมาชิก

ก. 148 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $2A = 2\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2X1 & 2X2 & 2X3 \\ 2X4 & 2X5 & 2X6 \end{bmatrix}$$

ทำให้เป็นผลสำเร็จจะได้

$$2A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$$

ก. 149 การนำจำนวนใด ๆ ไปคูณกับเมตริกซ์ ทำได้โดยนำจำนวนนั้นไปคูณกับสมาชิกทุกตัวของเมตริกซ์ เช่น

$$3 \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \times 1 & \_\_\_\_ \\ \_\_\_\_ & \_\_\_\_ \\ \_\_\_\_ & \_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3\times1 & 3\times4 \\ 3\times2 & 3\times5 \\ 3\times3 & 3\times6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 12 \\ 6 & 15 \\ 9 & 18 \end{bmatrix}$$

ก. 150 ให้

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(-1)B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

(หมายเหตุ $(-1)B$ นิยมเขียนเป็น $-B$)

$$\begin{bmatrix} -5 & -2 & 3 \\ -4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ก. 151 ให้

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$5C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix}$$

ก. 152 การคูณจำนวนกับเมตริกซ์ ผลคูณจะเป็นเมตริกซ์ที่มีมิติ

____

(เท่าเดิม/ไม่เท่าเดิม)

เท่าเดิม

ก.153 แดงซื้อไอสครีม ขนมปัง และหมากฝรั่งเป็นจำนวนและราคาตามที่ปรากฏในเมตริกซ์ข้างล่างนี้

$$
\begin{array}{cccc}
 & \text{ไอสครีม} & \text{ขนมปัง} & \text{หมากฝรั่ง} \\
A = & [\,2 & 1 & 1\,]
\end{array}
$$

$$
B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1.50 \end{bmatrix}
\begin{array}{l}
\text{(ราคาไอสครีม 1 แท่ง)} \\
\text{(ราคาขนมปัง 1 ชิ้น)} \\
\text{(ราคาหมากฝรั่ง 1 กล่อง)}
\end{array}
$$

แดงจะต้องจ่ายค่าขนมรวมเป็นเงิน

$(2X1) + (1X2) + (1X1.50) = 5.50$ บาท

เราอาจหาจำนวนเงินที่แดงจะต้องจ่ายเป็นค่าขนมจากการคูณเมตริกซ์แถวกับเมตริกซ์หลักข้างบนนี้ได้เช่นกัน

$$
\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1.50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2X1) + (\quad) + (\quad) \end{bmatrix}
$$

1X2, 1X1.50

ก. 154 ให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & 5 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$
A \times B = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} (3)(2) + (\frac{1}{2})(-4) + (5)(1) \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}
$$

9

ก. 155 จงหาผลคูณของ เมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad\quad\quad\quad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (1)(3)+(2)(4)+(-3)(0) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11 \end{bmatrix}$$

ก. 156 จงหาผลคูณของ เมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{5} \\ 2 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad\quad\quad\quad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (5)(\frac{1}{5})+(-1)(2)+(4)(\frac{1}{2}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

ก. 157 แบบแผนการคูณของ 1 X 3 เมตริกซ์กับ 3 X 1 เมตริกซ์เขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad\quad\quad\quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ad + be + cf \end{bmatrix}$$

ก. 158 ถ้า A เป็น 1X3 เมตริกซ์

B เป็น 3X1 เมตริกซ์

หาผลคูณ AB ได้โดยคูณสมาชิกในแถวของ A กับสมาชิกใน ________ ของ B เป็นคู่ ๆ แล้วนำผลคูณของ
(หลัก/แถว)
สมาชิกแต่ละคู่มา ________

หลัก, รวมกัน

ก. 159 การคูณเมตริกซ์ที่มีจำนวนแถวมากกว่า 1 แถวกับเมตริกซ์หลัก ใช้แบบแผนการคูณเช่นเดียวกับการคูณเมตริกซ์แถวกับเมตริกซ์หลัก เช่น

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(3) + (0)(4) + (1)(0) \\ (5)(3) + (0)(4) + (10)(0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 15 \end{bmatrix}$$

ก. 160 จงหาผลคูณของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 7 & -5 & \frac{1}{2} \\ 6 & 0 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \qquad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (7)(1)+(-5)(0)+(\frac{1}{2})(-2) \\ (6)(1)+(0)(0)+(8)(-2) \end{bmatrix}$$

6

-10

ก. 161 จงหาผลคูณของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \qquad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (1)(1)+(2)(\frac{1}{2}) \\ (3)(1)+(4)(\frac{1}{2}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

ก. 162 จงหาผลคูณของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \qquad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}(1)(-2) + (2)(0)\\(3)(-2) + (4)(0)\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-2\\-6\end{bmatrix}$$

ก. 163 ให้

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\\frac{1}{2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}$$

และ

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2\\-6\end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\\frac{1}{2} & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & -2\\5 & \_\_\end{bmatrix}$$

-6

ก. 164 ให้

$$\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\-2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}(3)(4)+(2)(-2)\\(1)(4)+(0)(-2)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8\\4\end{bmatrix}$$

และ

$$\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}(3)(5)+(2)(1)\\(1)(5)+(0)(1)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}17\\5\end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & 5\\-2 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8 & 17\\\_\_ & 5\end{bmatrix}$$

4

ก. 165

ให้ $A = \begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix}0 & 1\\2 & -1\end{bmatrix}$

$$AB = \begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\2 & -1\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}(1)(0) + (2)(2) & (1)(1) + (2)(-1)\\(3)(0) + (4)(2) & \_\_\_\_\_\_\_\_\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$(3)(1) + (4)(-1)$

$$\begin{bmatrix}4 & -1\\ 8 & -1\end{bmatrix}$$

ก. 166 จงหาผลคูณของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 7 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(0)(1)+(-1)(7) & \_\_\_\_\_\_\\ \_\_\_\_\_\_ & (1)(0)+(3)(-2)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$(0)(0) + (-1)(-2)$

$(1)(1) + (3)(7)$

$$\begin{bmatrix}-7 & 2\\ 22 & -6\end{bmatrix}$$

ก. 167 จงหาผลคูณของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix}6 & -1\\ 2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(6)(\frac{1}{2})+(-1)(-1) & \_\_\_\_\_\_\\ \_\_\_\_\_\_ & \_\_\_\_\_\_\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$(6)(2)+(-1)(4)$

$(2)(\frac{1}{2})+(3)(-1)$

$(2)(2)+(3)(4)$

$$\begin{bmatrix}4 & 8\\ -2 & 16\end{bmatrix}$$

ก. 168 ให้ A, B และ C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ

และ AB = C ดังนี้

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{11} & c_{12}\\ c_{21} & c_{22}\end{bmatrix}$$

คูณสมาชิกในแถวแรกของ A กับสมาชิกในหลักแรกของ B

ผลคูณจะเป็น c_{11}

ดังนั้น

c_{11} = ______________

$a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}$

ก. 169 ให้

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{11} & c_{12}\\ c_{21} & c_{22}\end{bmatrix}$$

c_{12} หาได้จากการคูณสมาชิกในแถวแรกของ A กับสมาชิกในหลักที่______ของ B

ดังนั้น c_{12} = ______________

$a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22}$

ก. 170 ให้

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

c_{21} หาได้จากการคูณสมาชิกในแถวที่____ของ A

กับสมาชิกในหลักที่_____ของ B

ดังนั้น c_{21} =

2, 1

$a_{21}\ b_{11} + a_{22}\ b_{21}$

ก. 171 ให้

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

c_{22} หาได้จากการคูณสมาชิกใน ________ ที่สองของ A

(แถว/หลัก)

กับสมาชิกใน ________ ที่สองของ B

(แถว/หลัก)

$\therefore$ c_{22} = ________________

แถว, หลัก

$a_{21}\ b_{12} + a_{22}\ b_{22}$

ก. 172 ให้

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

c_{11} = ________________

c_{12} = ________________

c_{21} = ________________

c_{22} = ________________

$a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}$

$a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}$

$a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}$

$a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}$

ก. 173 จงหาผลคูณของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 10 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (-12)+45 & 0+10 \\ (-40)+(-9) & 0+(-2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 33 & 10 \\ -49 & -2 \end{bmatrix}$$

ก. 174 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 10 & -1 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \end{bmatrix}$$

หาผลคูณ AB ได้หรือไม่ ____________

เพราะจำนวนหลักของA ____________
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

จำนวนแถวของ B

ไม่ได้

ไม่เท่ากัน

ก. 175 ถ้า A และ B เป็นเมตริกซ์ใด ๆ จะหาผลคูณ AB ได้ ต่อเมื่อจำนวนหลักของ A ต้องเท่ากับจำนวน ____________
(แถว/หลัก)

ของ B

แถว

ก. 176 วิธีง่าย ๆ ที่จะดูว่า เมตริกซ์ 2 เมตริกซ์คูณกันได้หรือไม่ โดยเขียนมิติของเมตริกซ์เรียงต่อกันตามแนวนอน เช่น ให้

A เป็น 1 X 3 เมตริกซ์

B เป็น 3 X 1 เมตริกซ์

A → [1 X 3] [3 X 1] ← B

A มี 3หลัก และ B มี 3 แถว

ดังนั้นหาผลคูณ AB ได้ เพราะจำนวนหลักของ

A ____________ จำนวนแถวของ B
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

เท่ากับ	ก. 177 ให้ A เป็น 3 X 5 เมตริกซ์ B เป็น 5 X 7 เมตริกซ์ หาผลคูณ AB ได้หรือไม่ ____________ เพราะจำนวนหลักของ A ____________ (เท่ากับ/ไม่เท่ากับ) จำนวนแถวของ B
ได้, เท่ากับ	ก. 178 ถ้า A เป็น 3 X 4 เมตริกซ์ เป็น 3 X 3 เมตริกซ์ $A \longrightarrow 3 \times 4 \qquad 3 \times 3 \longleftarrow B$ หาผลคูณ AB ________ (ได้/ไม่ได้) เพราะจำนวนหลักของ A ____________ (เท่ากับ/ไม่เท่ากับ) จำนวนแถวของ B
ไม่ได้ ไม่เท่ากับ	ก. 179 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ และ $AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \end{bmatrix}$ A มีมิติเป็น ____________ B มีมิติเป็น ____________ AB มีมิติเป็น ____________

1 X 3

3 X 1

1 X 1

ก. 180 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

และ $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ 15 \end{bmatrix}$$

A มีมิติเป็น__________

B มีมิติเป็น__________

AB มีมิติเป็น__________

---

2 X 3

3 X 1

2 X 1

ก. 181 ให้ $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$

และ $AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 22 & -6 \end{bmatrix}$

A มีมิติเป็น__________

B มีมิติเป็น__________

AB มีมิติเป็น__________

---

2 X 2

2 X 2

2 X 2

ก. 182 การคูณเมตริกซ์กับเมตริกซ์ ผลคูณจะเป็นเมตริกซ์ที่มี

จำนวนแถวเท่ากับจำนวน __________ ของเมตริกซ์
(แถว/หลัก)

แรก และมีจำนวนหลักเท่ากับจำนวน __________
(แถว/หลัก)

ของเมตริกซ์หลัง

แถว, หลัก	ก. 183 ให้ A เป็น m X p เมตริกซ์ B เป็น p X n เมตริกซ์ A → m X p p X n ← B AB มีมิติเป็น__________
m X n	ก. 184 ให้ A เป็น 3 X 5 เมตริกซ์ B เป็น 5 X 7 เมตริกซ์ A → 3 X 5 5 X 7 ← B AB มีมิติเป็น__________
3 X 7	ก. 185 การคูณเมตริกซ์กับเมตริกซ์ ตำแหน่งของเมตริกซ์ถือว่าสำคัญมาก ถ้าสลับที่กันระหว่างเมตริกซ์ ผลคูณของเมตริกซ์อาจแตกต่างกัน เช่น ให้ A เป็น 1 X 3 เมตริกซ์ B เป็น 3 X 1 เมตริกซ์ A → 1 X 3 3 X 1 ← B AB มีมิติเป็น__________ B → 3 X 1 1 X 3 ← A BA มีมิติเป็น__________ ดังนั้น AB __________ BA (เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

1 X 1

3 X 3

ไม่เท่ากับ

ก. 186 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1)(4) + (0)(7) & (1)(5) + (0)(0) \\ (2)(4) + (-1)(7) & (2)(5) + (-1)(0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

สรุปได้ว่า AB ________ BA
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 + 10 & 0 + (-5) \\ 7 + 0 & 0 + 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & -5 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

ไม่เท่ากับ

ก. 187 **จำนวนจริงมีคุณสมบัติสลับที่สำหรับการคูณ เพราะว่า** ถ้าให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

ab = ba

แต่ในเรื่องการคูณเมตริกซ์ถ้า A และ B เป็นเมตริกซ์ใด ๆ ถึงแม้ว่าจะหาผลคูณ AB และ BA ได้ แต่ AB ก็อาจไม่เท่ากับ BA เสมอไป

แสดงว่า เมตริกซ์ไม่มีคุณสมบัติ ______ สำหรับการคูณ

สลับที่

ก. 188 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1)(1) + (0)(2) & (1)(0) + (0)(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \qquad\qquad\qquad\qquad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \qquad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (1)(5) + (0)(-4) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$$

ก. 189 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$BC = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1)(5) + (0)(-4) \\ (2)(5) + (3)(-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \qquad \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$

ก. 190 ถ้า

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

และหาผลคูณได้ดังนี้

$$(AB)C = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}, \quad A\,(BC) = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า $(AB)\,C =$ ____________

A(BC)

ก. 191 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(AB)\,C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ก. 192 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$BC = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$BC = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ก. 193 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

และหาผลคูณได้ดังนี้

$$(AB)C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A\ (BC) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า (AB)C = ________

A(BC)

ก. 194 จำนวนจริงมีคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณ เพราะว่า ถ้าให้ **a,b** และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

(ab)c = a(bc)

ในเรื่องการคูณเมตริกซ์ ถ้าให้ A,B และ C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ ที่หาผลคูณของเมตริกซ์ทั้งสามได้ จะได้ว่า

(AB)C = A(BC) เสมอ แสดงว่า เมตริกซ์

มีคุณสมบัติ____________

การจัดหมู่สำหรับการคูณ

ก. 195 จำนวนจริงมีคุณสมบัติการกระจายกล่าวคือ ถ้า a,b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

a(b+c) = ab + ac เราจะพิจารณาว่า

เมตริกซ์มีคุณสมบัติการกระจายกล่าวคือ ถ้า A, B และ **C** เป็นเมตริกซ์ใด ๆ จะได้ว่า

A(B + C) = ______________

AB + AC

ก. 196 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B + C = \begin{bmatrix} 1+1 & 0+0 \\ 0+0 & 0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A(B+C) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AC = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า A(B + C) = ______________

$$A(B+C) = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

AB + AC

ก. 197 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A(B + C) = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

สรุปได้ว่า A(B + C) = ______________

$\begin{bmatrix} 14 & -5 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 14 & -5 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

AB + AC

ก. 198 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & -11 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(I เป็นยูนิทเมตริกซ์)

$$IA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & -11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & -11 \end{bmatrix}$$

$$AI = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

ดังนั้น IA = __________

$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & -11 \end{bmatrix}$

AI = A

ก. 199 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 13 & 6 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AI = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$IA = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

สรุปได้ว่า AI = __________

$\begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 13 & 6 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 13 & 6 \end{bmatrix}$

IA = A

ก. 200 1 คูณกับจำนวนจริงใด ๆ ผลลัพธ์จะมีค่าเท่าเดิมเสมอ เราเรียกจำนวน <u>1</u> นี้ว่า <u>เอกลักษณ์สำหรับการคูณ</u>ของจำนวนจริง ในเรื่องการคูณเมตริกซ์ ถ้าให้ A เป็นเมตริกซ์ใด ๆ และ I เป็นยูนิทเมตริกซ์ และ AI = IA = A เราเรียก I ว่า __________ ของเมตริกซ์

เอกลักษณ์สำหรับการคูณ	ก. 201 <u>สรุป</u> ในบทนี้ได้กล่าวถึงคุณสมบัติของการคูณเมตริกซ์ไว้ 3 ข้อดังนี้ 1. คุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณ 2. คุณสมบัติการกระจาย 3. เอกลักษณ์สำหรับการคูณ เมตริกซ์ 2 เมตริกซ์จะคูณกันได้ต่อเมื่อเมตริกซ์แรกมีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลักของเมตริกซ์หลัง การหาผลคูณของเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ทำได้โดยคูณสมาชิกในแถวของเมตริกซ์แรกกับสมาชิกในหลักของเมตริกซ์หลังเป็นคู่ ๆ แล้วนำมารวมกัน

บทที่ 7

อินเวอร์สสำหรับการคูณของ 2 x 2 เมตริกซ์

ก. 202 ถ้าจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันได้ผลลัพธ์เป็น 1 เราเรียกจำนวนจริงทั้งสองว่าเป็น <u>อินเวอร์สสำหรับการคูณของกันและกัน</u> เช่น

$\frac{1}{2}$ เป็นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ 2

เพราะว่า $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

ในเรื่องการคูณเมตริกซ์ ถ้าให้ A และ B เป็นเมตริกซ์จัตุรัสใด ๆ และ $AB = BA = I$

(I เป็นยูนิทเมตริกซ์)

เราเรียกว่า A และ B เป็น ____________ ของกันและกัน

อินเวอร์สสำหรับการคูณ

ก. 203 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

พิจารณา AB

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1)(5)+(2)(-2) & (1)(-2)+(2)(1) \\ (2)(5)+(5)(-2) & (2)(-2)+(5)(1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จะเห็นว่า AB เป็นยูนิทเมตริกซ์

ในกรณีนี้เราเรียกว่า B เป็น ____________

อินเวอร์สสำหรับการคูณ

ก. 204 ให้

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$CD = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น D ______________ อินเวอร์สสำหรับการคูณ
(เป็น/ไม่เป็น)
ของ C

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เป็น

ก. 205 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} =$$

ดังนั้น B ______________ อินเวอร์สสำหรับการคูณ
(เป็น/ไม่เป็น)
ของ A

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เป็น

ก. 206 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

พิจารณาผลคูณของสมาชิกของเมตริกซ์ A ตามลูกศร (โดยใช้หลักที่ว่า คูณลงเป็นบวก คูณขึ้นเป็นลบ)

$$\begin{matrix} 1 & & 2 \\ & \times & \\ 2 & & 5 \end{matrix} \quad = \quad 1 \times 5 - 2 \times 2 = \_\_\_\_\_$$

1

ก. 207 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้ $AB = I$

เปรียบเทียบสมาชิกของ B กับสมาชิกของ A

$\because$ $b_{11} = 5$ และ $a_{22} = 5$

ดังนั้น $b_{11} = a$ ________

22

ก. 208 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

เปรียบเทียบสมาชิกของ B กับสมาชิกของ A

$\because$ $b_{12} = -2$ และ $a_{12} = 2$

ดังนั้น $b_{12} = -a$ ________

12

ก. 209 ให้

$$A. = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

เปรียบเทียบสมาชิกของ B กับสมาชิกของ A จะได้ว่า

$b_{11} = a$ ______

$b_{12} = -a$ ______

$b_{21} = \underset{(+/-)}{\underline{\qquad}}\ a$ ______

$b_{22} = a$ ______

22 12 $-a_{21}$ 11	ก. 210 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ และผลคูณของสมาชิกของ A ตามลูกศรเป็น $\begin{matrix} 1 & & 2 \\ & \times & \\ 2 & & 5 \end{matrix} = 1 \times 5 - 2 \times 2 = 1$ ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ $\begin{bmatrix} \_\_\_\_ & \_\_\_\_ \\ \_\_\_\_ & \_\_\_\_ \end{bmatrix}$ เพราะว่า $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$	ก. 211 ให้ $C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ พิจารณาผลคูณของสมาชิกของ C ตามลูกศร $\begin{matrix} 4 & & 7 \\ & \times & \\ 1 & & 2 \end{matrix} = 4 \times 2 - 7 \times 1 = \_\_\_\_\_\_$
1	ก. 212 ให้ $C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $CD = I$ เปรียบเทียบสมาชิกของ D กับสมาชิกของ C $\because d_{11} = 2$ และ $c_{22} = 2$ ดังนั้น $d_{11} = c\_\_\_\_$

22

ก. 213 ให้

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

เปรียบเทียบสมาชิกของ D กับสมาชิกของ C จะได้ว่า

$d_{11} = c$ ______

$d_{12} = -c$______

$d_{21} = \underset{(+/-)}{\underline{\quad\quad}}\; c$ ______

$d_{22} = c$______

22

12

$-c_{21}$

11

ก. 214 ให้

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

พิจารณาผลคูณของสมาชิกของ C ตามลูกศร

$$\begin{matrix} 4 & & 7 \\ & \times & \\ 1 & & 2 \end{matrix} = 4 \times 2 - 7 \times 1 = 1$$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ C คือ $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

เพราะว่า

$$\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

ก. 215 ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ และ $ad - bc = 1$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

เพราะว่า $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

ก. 216 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$$

และ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

ดังนั้น x_1 = ________

x_2 = ________

x_3 = ________

x_4 = ________

1, −1, −1, 2

ก. 217 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 11 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$$

และ

$$\begin{bmatrix} 7 & 11 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น x_1 = ________

x_2 = ________

x_3 = ________

x_4 = ________

8, −11, −5, 7

ก. 218 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ $\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$

เพราะว่า $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

ก. 219 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

พิจารณา AB

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

ดังนั้น B ______ อินเวอร์สสำหรับการคูณ
(เป็น/ไม่เป็น)
ของ A

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

ไม่เป็น

ก. 220 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

พิจารณา A B

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

ดังนั้น B ______ อินเวอร์สสำหรับการคูณ
(เป็น/ไม่เป็น)

ของ A

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

ไม่เป็น

ก. 221 ให้

$$A = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} s & -q \\ -r & p \end{bmatrix}$$

แต่ B ไม่เป็นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A เมื่อ AB ไม่เป็นยูนิทเมตริกซ์ เพราะว่า

ps − qr ______ 1
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)

ไม่เท่ากับ

ก. 222 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

พิจารณาผลคูณของสมาชิกของ A ตามลูกศร

$$\begin{matrix} 3 & & 1 \\ 4 & & 2 \end{matrix} = 3 \times 2 - 4 \times 1 = \_\_\_\_$$

2

ก. 223 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

พิจารณา

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

จะทำ BA ให้เป็นยูนิทเมตริกซ์ โดยนำ______ ไปคูณสมการข้างบนดังนี้

$$\_\_\_ \times \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

ก. 224 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

พิจารณาผลคูณของสมาชิกของ A ตามลูกศร

$$\begin{matrix} 4 & & 1 \\ 5 & & 2 \end{matrix} = 4 \times 2 - 5 \times 1 = \_\_\_\_$$

3

ก. 225 ให้ $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$

พิจารณา BA

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

ทำ BA ให้เป็นยูนิทเมตริกซ์ โดยนำ______ไปคูณสมการข้างบนดังนี้

$$\_\_\_ \times \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$

$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$

ก. 226 ให้ $A = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$, และ $ps - qr = m,\ m \geq 1$

$B = \begin{bmatrix} s & -q \\ -r & p \end{bmatrix}$

พิจารณา BA

$$\begin{bmatrix} s & -q \\ -r & p \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\_\_\_ \times \begin{bmatrix} s & -q \\ -r & p \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

อินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

$\frac{1}{m}$

$$\begin{bmatrix} \frac{s}{m} & -\frac{q}{m} \\ -\frac{r}{m} & \frac{p}{m} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{s}{m} & -\frac{q}{m} \\ -\frac{r}{m} & \frac{p}{m} \end{bmatrix}$$

ก. 227 ให้ $A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$

พิจารณาผลคูณของสมาชิกของ A ตามลูกศร

$$\begin{matrix} 7 & \searrow\!\!\!\!\nearrow & 2 \\ 8 & & 3 \end{matrix} = 7 \times 3 - 8 \times 2 = 5$$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

เพราะว่า

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \\ -\frac{8}{5} & \frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \\ -\frac{8}{5} & \frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

ก. 228 ให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

และผลคูณของสมาชิกของ A ตามลูกศรเป็น

$$\begin{matrix} 3 & \searrow\!\!\!\!\nearrow & 2 \\ 4 & & 1 \end{matrix} = 3 \times 1 - 4 \times 2 = -5$$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

เพราะว่า

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

ก. 229 ให้ $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$

และผลคูณของสมาชิกของ A ตามลูกศรเป็น

$$5 \times 4 - 6 \times 2 = 8$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น x_1 = ______

x_2 = ______

x_3 = ______

x_4 = ______

$\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}, \frac{5}{8}$

ก. 230 ให้ $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$

และ $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4x_1 + 2x_3 & 4x_2 + 2x_4 \\ 5x_1 + 2x_3 & 5x_2 + 2x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยการเท่ากันของเมตริกซ์จะได้ว่า

$4x_1 + 2x_3 = 1$ ______ (1)

$5x_1 + 2x_3 = 0$ ______ (2)

$4x_2 + 2x_4 = 0$ ______ (3)

$5x_2 + 2x_4 = 1$ ______ (4)

(1) − (2) $-x_1 = 1$

$x_1 =$ ______

แทนค่า x_1 ใน (1) ∴ x_3 = ______

(4) − (3) x_2 = ______

แทนค่า x_2 ใน (3) ∴ x_4 = ______

อินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$-1, \frac{5}{2}, 1, -2$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ \frac{5}{2} & -2 \end{bmatrix}$$

ก. 231 ให้ $A = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$

และ $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -x_1+5x_3 & -x_2+5x_4 \\ x_1+2x_3 & x_2+2x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยการเท่ากันของเมตริกซ์ จะได้ว่า

$-x_1+5x_3 = 1$ ________(1)

$x_1+2x_3 = 0$ ________(2)

$-x_2+5x_4 = 0$ ________(3)

$x_2+2x_4 = 1$ ________(4)

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____

$x_3 =$ _____

$x_4 =$ _____

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$-\frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \frac{1}{7}, \frac{1}{7}$

$$\begin{bmatrix} -\frac{2}{7} & \frac{5}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

ก. 232 ให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$

และ $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

จงหา B โดยวิธีใดก็ได้

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

ก. 233 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$

ถ้า $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

จงหาค่า x_1, x_2, x_3 และ x_4 ที่ทำให้สมการนี้เป็นจริง

ไม่สามารถหาค่าของ x_1, x_2, x_3 และ x_4 ที่ทำให้สมการเป็นจริง

ก. 234 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

A ________ อินเวอร์สสำหรับการคูณ
(มี/ไม่มี)

เพราะว่าผลคูณของสมาชิกของ A ตามลูกศรเป็น ________

ไม่มี, 0

ก. 235 จำนวน 0 ไม่มีอินเวอร์สสำหรับการคูณ เพราะว่าเราไม่สามารถหาจำนวนจริงใด ๆ มาคูณกับ 0 แล้วทำให้ผลคูณมีค่าเป็น 1

ในเรื่องการคูณเมตริกซ์ก็เช่นกัน

ถ้าให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ และ $ad - bc = 0$

A ________ อินเวอร์สสำหรับการคูณ
(มี/ไม่มี)

ไม่มี

ก. 236 <u>สรุป</u>

วิธีหาอินเวอร์สสำหรับการคูณของ 2 X 2 เมตริกซ์

ให้

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

<u>ขั้นแรก</u> พิจารณาผลคูณของสมาชิกของ A ตามลูกศร

$$\begin{matrix} a & & b \\ c & & d \end{matrix} \quad = \quad ad - bc$$

ถ้า $ad - bc = m$ ซึ่ง $m \neq 0$

แสดงว่า a มีอินเวอร์สสำหรับการคูณ

แต่ถ้า $ad - bc = 0$

แสดงว่า A ไม่มีอินเวอร์สสำหรับการคูณ

<u>ขั้นที่สอง</u> ถ้า $ad - bc = m, m \neq 0$

ให้เปลี่ยนสมาชิกของ A เป็น

$$\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ต่อไปคูณ $\frac{1}{m}$ กับ $\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{m} & \frac{-b}{m} \\ -\frac{c}{m} & \frac{a}{m} \end{bmatrix}$$

<u>ข้อสังเกต</u>

เมื่อหาอินเวอร์สสำหรับการคูณของ 2 X 2 เมตริกซ์ ได้แล้ว ควรตรวจสอบด้วยว่า ผลคูณของ 2 X 2 เมตริกซ์กับอินเวอร์สของมันเป็นยูนิทเมตริกซ์หรือไม่

แบบสอบ

คำสั่ง: จงเขียนเครื่องหมาย ◯ ล้อมรอบตัวอักษรหน้าคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

บทที่ 1

1. ข้อต่อไปนี้ข้อใด<u>ไม่</u>ใช่เมตริกซ์

   ก. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

   ข. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

   ค. $\begin{Vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{Vmatrix}$

   ง. $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$

จงใช้เมตริกซ์ข้างล่างนี้เป็นโจทย์สำหรับข้อ 2 - 3

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2. สมาชิกที่อยู่ในหลักที่ 2 ของเมตริกซ์ข้างบนนี้มีอะไรบ้าง

   ก. 2, 8, 1

   ข. 8, 10, 12

   ค. 4, 10, 0

   ง. 1, 0, 2

3. เมตริกซ์ข้างบนนี้มีสมาชิกรวมกี่ตัว

   ก. 6 ตัว

   ข. 9 ตัว

   ค. 12 ตัว

   ง. 16 ตัว

4. ถ้าผ้าขนหนูราคาผืนละ 16 บาท สบู่ราคาก้อนละ 4 บาท ยาสีฟันราคาหลอดละ 15 บาท ผงซักฟอกราคากล่องละ 14 บาท จะเขียนเมตริกซ์แสดงราคาของผ้าขนหนู สบู่ ยาสีฟัน และผงซักฟอกเรียงตามลำดับได้อย่างไร

ก. $\begin{bmatrix} 4 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 15 & 4 & 14 & 16 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 14 & 4 & 15 & 16 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 16 & 4 & 15 & 14 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 9 \\ 7 & 13 & 12 \\ 1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$

สมาชิกที่อยู่ตรงแถวที่ 3 หลักที่ 2 ของเมตริกซ์นี้คือ จำนวนใด

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 5

บทที่ 2

จงใช้เมตริกซ์ข้างล่างนี้เป็นโจทย์สำหรับข้อ 6 - 7

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 9 & 0 \\ 8 & 13 & 12 & 1 \\ 1 & 0 & 10 & 2 \end{bmatrix}$$

6. เมตริกซ์ข้างบนนี้มีกี่แถว กี่หลัก

ก. 3 แถว 3 หลัก

ข. 3 แถว 4 หลัก

ค. 4 แถว 3 หลัก

ง. 4 แถว 4 หลัก

7. เมตริกซ์ข้างบนนี้มีมิติเป็นเท่าใด

ก. 3 X 3

ข. 3 X 4

ค. 4 X 3

ง. 4 X 4

8. 21 x 17 เมตริกซ์เป็นเมตริกซ์ที่มีกี่แถว กี่หลัก

ก. 17 แถว 17 หลัก

ข. 17 แถว 21 หลัก

ค. 21 แถว 17 หลัก

ง. 21 แถว 21 หลัก

9. m X n เมตริกซ์มีสมาชิกรวมกี่ตัว

ก. m - n ตัว

ข. m + n ตัว

ค. m X n ตัว

ง. $\frac{m}{n}$ ตัว

10. การเรียกชื่อเมตริกซ์นิยมใช้อักษรอะไร

ก. อักษรไทย

ข. อักษรภาษาอังกฤษชนิดตัวพิมพ์เล็ก

ค. อักษรอังกฤษชนิดตัวพิมพ์ใหญ่

ง. อักษรกรีก

11. a_{35} เป็นสมาชิกในตำแหน่งใดของเมตริกซ์ A

ก. อยู่ตรงแถวที่ 3 หลักที่ 3

ข. อยู่ตรงแถวที่ 3 หลักที่ 5

ค. อยู่ตรงแถวที่ 5 หลักที่ 3

ง. อยู่ตรงแถวที่ 5 หลักที่ 5

จงใช้เมตริกซ์ A เป็นโจทย์สำหรับข้อ 12 - 13

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 20 & 30 & 40 \\ 19 & 18 & 17 & 16 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 99 & 88 & 77 & 66 \end{bmatrix}$$

12. a_{14} คือจำนวนใด

ก. 6

ข. 16

ค. 40

ง. 99

13. a_{42} คือจำนวนใด

ก. 8

ข. 16

ค. 77

ง. 88

14. เมตริกซ์ในข้อใดมีมิติเป็น 3 X 4

ก. $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}$

15. ถ้า $\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1q} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2q} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ b_{p1} & b_{p2} & \cdots & b_{pq} \end{bmatrix}$

B มีมิติเป็นเท่าใด

ก. qp

ข. p^q

ค. q X p

ง. p X q

บทที่ 3

จงนำอักษรหน้าชื่อเมตริกซ์ในกลุ่ม B ที่ตรงกับเมตริกซ์ในกลุ่ม A มาเขียนไว้หน้าข้อในกลุ่ม A เมตริกซ์เดียวอาจเป็นได้หลายแบบ

กลุ่ม A

______16. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

______17. $\begin{bmatrix} 7 & 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}$

______18. $\begin{bmatrix} 11 \end{bmatrix}$

______19. $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

______20. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

กลุ่ม B

ก. เมตริกซ์แถว

ข. เมตริกซ์หลัก

ค. เมตริกซ์จัตุรัส

ง. เมตริกซ์สมมาตร

จ. ยูนิทเมตริกซ์

ฉ. เมตริกซ์ศูนย์

21. เมตริกซ์ในข้อ 17 มีมิติเป็นเท่าใด

ก. 1 X 3

ข. 1 X 4

ค. 3 X 1

ง. 4 X 1

22. เมตริกซ์ในข้อ 19 มีมิติเป็นเท่าใด

ก. 1 X 1

ข. 1 X 2

ค. 2 X 1

ง. 2 X 2

23. ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. เมตริกซ์จัตุรัสต้องมีคุณสมบัติสมมาตรด้วย

ข. เมตริกซ์สมมาตรจะต้องเป็นเมตริกซ์จัตุรัส

ค. เมตริกซ์สมมาตรและเมตริกซ์จัตุรัสเป็นเมตริกซ์เดียวกัน

ง. ในเมตริกซ์จัตุรัส สมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งตรงข้ามกันเป็นจำนวนเดียวกัน

24. ให้ $A = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 9 & -5 \end{bmatrix}$ A^t คือเมตริกซ์ในข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} 10 & 7 \\ -5 & 9 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 9 & -5 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} -5 & 9 \\ 10 & 7 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$

25. ทรานสโพสของเมตริกซ์สมมาตรคืออะไร

ก. เมตริกซ์สมมาตร

ข. เมตริกซ์ศูนย์

ค. ยูนิทเมตริกซ์

ง. เมตริกซ์จัตุรัส

26. ถ้า A เป็น $p \times q$ เมตริกซ์ A^t มีมิติเป็นเท่าใด

ก. $p \times q$

ข. $q \times p$

ค. pq

ง. qp

27. ถ้า I เป็นยูนิทเมตริกซ์ i_{44} คือจำนวนใด

ก. 0

ข. -1

ค. 1

ง. 4

บทที่ 4

จงใช้ A และ B เป็นโจทย์สำหรับข้อ 28 - 29

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 4 \\ 3-1 & 5 \end{bmatrix}$$ B เป็นเมตริกซ์ใด ๆ

28. ถ้า A = B B จะมีมิติเป็นเท่าใด

ก. 2 X 1

ข. 2 X 2

ค. 2 X 3

ง. 3 X 2

29. ถ้า A = B b_{11} คือจำนวนใด

ก. $\sqrt{2}$

ข. 2

ค. 4

ง. 5

30. ถ้า $\begin{bmatrix} 5 & a \\ 9 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+1 & 7 \\ 5+4 & -1 \end{bmatrix}$

a คือจำนวนใด

ก. 4

ข. 5

ค. 7

ง. 9

31. ถ้า $\begin{bmatrix} x - 1 & 2 \\ -3 & y + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ x และ y เท่ากับเท่าใด

ก. $x = 1,\ y = 0$

ข. $x = 0,\ y = 1$

ค. $x = 1,\ y = -1$

ง. $x = 1,\ y = 1$

32. ถ้า $\begin{bmatrix} x + y \\ x - y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ x และ y เท่ากับเท่าใด

ก. $x = 2,\ y = -3$

ข. $x = 3,\ y = -2$

ค. $x = 3,\ y = 2$

ง. $x = 3,\ y = 3$

บทที่ 5

33. ถ้า A เป็น 4 X 5 เมตริกซ์ และหา A + B ได้ B จะมีมิติเป็นเท่าใด

ก. 4 X 4

ข. 4 X 5

ค. 5 X 4

ง. 5 X 5

34. $\begin{bmatrix} 7 & 8 & -9 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ ทำเป็นผลสำเร็จได้อะไร

ก. $\begin{bmatrix} 7 & 9 & -7 \\ 7 & 1 & 11 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 7 & 8 & -9 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 7 & 9 & -11 \\ 1 & 9 & 1 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}$

35. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & \frac{1}{2} \\ -3 & 5 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$ ทำเป็นผลสำเร็จได้อะไร

ก. $\begin{bmatrix} 8 & 3\frac{1}{2} \\ 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 5 & 4\frac{1}{2} \\ 4 & -4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} -6 & 2\frac{1}{2} \\ 7 & -6 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

36. ถ้า A, B และ C เป็นเมตริกซ์ของจำนวนจริงใด ๆ เมตริกซ์ไม่มีคุณสมบัติในข้อใด

ก. $A + B = B + A$

ข. $A - B = B - A$

ค. $(A + B) + C = A + (B + C)$

ง. $A(B + C) = AB + AC$

37. ถ้า A, B และ C เป็นเมตริกซ์ของจำนวนจริงใด ๆ และ $(A + B) + C = A + (B + C)$ แสดงว่าเมตริกซ์มีคุณสมบัติในข้อใด

ก. คุณสมบัติสลับที่สำหรับการบวก

ข. คุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวก

ค. เอกลักษณ์สำหรับการบวก

ง. อินเวอร์สสำหรับการบวก

38. ถ้า A เป็นเมตริกซ์ของจำนวนจริงใด ๆ และ $A + \underline{O} = \underline{O} + A = A$ ดังนั้นเมตริกซ์มีคุณสมบัติในข้อใด

ก. คุณสมบัติสลับที่สำหรับการบวก

ข. คุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวก

ค. เอกลักษณ์สำหรับการบวก

ง. อินเวอร์สสำหรับการบวก

39. ถ้า

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 5 \\ -2 & 1 & -4 \\ -9 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

อินเวอร์สสำหรับการบวกของ A คืออะไร

ก. $\begin{bmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -4 \\ 9 & 6 & 0 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} -7 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 9 & 6 & 0 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 7 & 2 & 9 \\ -3 & 1 & 6 \\ 5 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} -7 & 3 & -5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 9 & -6 & 0 \end{bmatrix}$

บทที่ 6

40. $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$ ทำเป็นผลสำเร็จได้อะไร

ก. $\begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

41. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 9 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ ทำเป็นผลสำเร็จได้อะไร

ก. $\begin{bmatrix} 13 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 15 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 17 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 22 \end{bmatrix}$

42. $\begin{bmatrix} 9 & 7 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ ทำเป็นผลสำเร็จได้อะไร

ก. $\begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 10 \\ 11 \end{bmatrix}$

43. ถ้า AB = C คูณสมาชิกในแถวแรกของเมตริกซ์ A กับสมาชิกในหลักที่ 2 ของเมตริกซ์ B ผลคูณจะเป็นสมาชิกในตำแหน่งใดของเมตริกซ์ C

ก. c_{11}

ข. c_{12}

ค. c_{21}

ง. c_{22}

44. $\begin{bmatrix} 8 & 11 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ทำเป็นผลสำเร็จได้อะไร

ก. $\begin{bmatrix} -8 & 20 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 6 & 20 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 16 & 68 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 22 & -24 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$

45. ถ้า A และ B เป็นเมตริกซ์ใด ๆ จะหา AB ได้เมื่อ

ก. จำนวนแถวของ A เท่ากับจำนวนแถวของ B

ข. จำนวนแถวของ A เท่ากับจำนวนหลักของ B

ค. จำนวนหลักของ A เท่ากับจำนวนหลักของ B

ง. จำนวนหลักของ A เท่ากับจำนวนแถวของ B

จงใช้ข้อต่อไปนี้เป็นตัวเลือกของคำตอบสำหรับข้อ 46–48

ก. หาผลคูณ AB ได้ แต่สลับที่ไม่ได้

ข. หาผลคูณ BA ได้ แต่สลับที่ไม่ได้

ค. หาผลคูณ AB และสลับที่ได้

ง. หาผลคูณไม่ได้

46. A เป็น 4×5 เมตริกซ์ B เป็น 5×4 เมตริกซ์ ข้อใดในตัวเลือกเป็นจริง ________________

47. ถ้า A เป็น 4×3 เมตริกซ์ และ B เป็น 3×2 เมตริกซ์ ข้อใดในตัวเลือกเป็นจริง________________

48. ถ้า A เป็น 7×8 เมตริกซ์ และ B เป็น 7×10 เมตริกซ์ ข้อใดในตัวเลือกเป็นจริง________________

49. ถ้า A เป็น 3×2 เมตริกซ์ และ B เป็น 2×3 เมตริกซ์ BA มีมิติเป็นเท่าใด

ก. 2×2

ข. 2×3

ค. 3×2

ง. 3×3

50. ถ้า A, B และ C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ เมตริกซ์<u>ไม่มี</u>คุณสมบัติในข้อใด

ก. $AB = BA$

ข. $A(B + C) = AB + AC$

ค. $(AB)C = A(BC)$

ง. $(A + B)C = AC + BC$

51. ให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$ (AB)C คือข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 3 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$

52. ถ้า A, B และ C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ ข้อใดเป็นกฎการจัดหมู่สำหรับการคูณของเมตริกซ์

ก. $(A + B) + C = A + (B + C)$

ข. $(AB)C = (BA)C$

ค. $A(B + C) = AB + AC$

ง. $(AB)C = A(BC)$

53. ถ้า A, B และ C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ ข้อต่อไปนี้ข้อใดเป็นจริงเสมอ

ก. $(A + B) + C \neq A + (B + C)$

ข. $A(B + C) = AB + AC$

ค. $A(B + C) \neq AB + AC$

ง. $(AB)C = A(B + C)$

54. ให้ $A = \begin{bmatrix} 21 & 35 \\ 18 & 13 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ AI คือข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 35 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 21 & 35 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 21 & 35 \\ 18 & 13 \end{bmatrix}$

บทที่ 7

55. ถ้า A เป็น 2 X 2 เมตริกซ์ใด ๆ และ B เป็นอินเวอร์สสำหรับการคูณของA ข้อต่อไปนี้ข้อใดเป็นจริงเสมอ

ก. $AB \neq BA$

ข. $AB > BA$

ค. $AB < BA$

ง. $AB = BA$

56. ถ้า A เป็น 2 X 2 เมตริกซ์ใด ๆ B เป็นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A และ I เป็นยูนิทเมตริกซ์ ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. $AI = B$

ข. $BI = A$

ค. $AB = I$

ง. $\frac{A}{B} = I$

57. อินเวอร์สสำหรับการคูณของ $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ คืออะไร

ก. $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$

58. อินเวอร์สสำหรับการคูณของ $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ คืออะไร

ก. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix}$

ง. ไม่มี

59. อินเวอร์สสำหรับการคูณของ $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ คืออะไร

ก. $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -6 & 5 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{4}{9} \\ \frac{2}{3} & -\frac{5}{9} \end{bmatrix}$

ง. ไม่มี

60. อินเวอร์สสำหรับการคูณของ $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$ คืออะไร

ก. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -10 & 5 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ง. ไม่มี