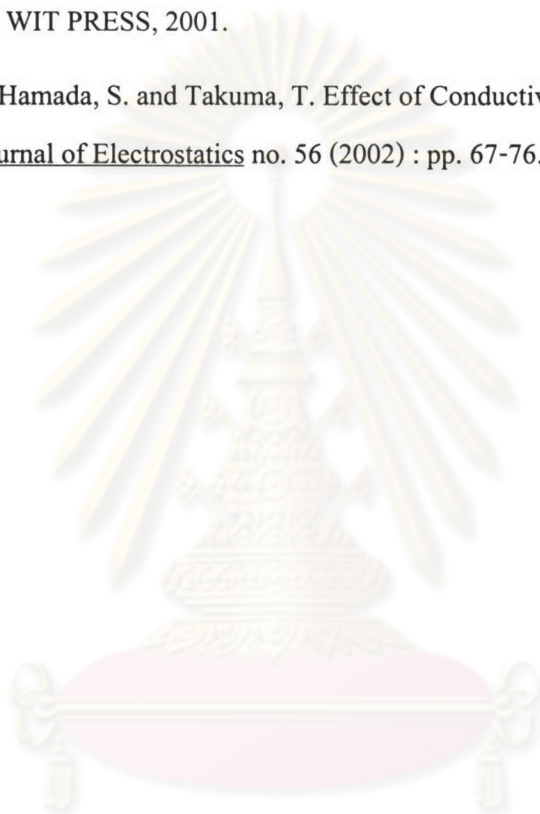


## รายการอ้างอิง

1. Zeid, I. CAD/CAM Theory and Practice. McGraw-Hill, 1991.
2. Tsuboi, H.; Takayama, T. and Yano, K. Setting up Curved-Surface Triangular Element of Boundary Element Method for Electrostatic Field Problems. IEEE Trans. on Magnetics vol. 35, no. 3 (May 1999) : pp. 1123-1126.
3. Vetter, C. and Singer, H. High-Voltage Field Computation Using Bi-Cubic Surface Splines. High Voltage Engineering Symposium (August 1999).
4. Hamada, S. and Takuma, T. Surface Charge Method Using a Triangular Bezier Patch with a Variable Interior Control Point. 13<sup>th</sup> Conference on the Computation of Electromagnetic Fields vol. 1 PA3-7, 2001.
5. Brebbia, C. A.; Telles, J. C. F. and Wrobel, L.C. Boundary Element Techniques : Theory and Applications in Engineering. Germany : Springer-Verlag, 1984.
6. Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. The Finite Element Method. 4<sup>th</sup> ed. vol. 1 Singapore : McGraw-Hill, 1989.
7. Paris, F. and Canas, J. Boundary Element Method : Fundamental and Applications. England : Oxford, 1997.
8. Brebbia, C. A. The Boundary Element Method for Engineerings. England : John Wiley & Sons, 1978.
9. Hayami, K. and Brebbia, C. A. A New Coordinate Transformation Method for Singular and Nearly Singular Integrals over General Curved Boundary Elements. Boundary Element IX Symposium. (n.p.), 1987.
10. Foley, J. D.; Dam, A. V.; Feiner, S. K. and Hughes, J. F. Computer Graphics : Principles and Practice. 2<sup>nd</sup> ed. U.S.A. : Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
11. Farin, G. Curves and Surfaces for Computer-Aided Geometric Design : A Practical Guide. 4<sup>th</sup> ed. U.S.A. : ACADEMIC PRESS, 1997.
12. Salomon, D. Computer Graphics and Geometric Modeling. New York : Springer-Verlage, 1999.

13. Moon, P. and Spencer, D. E. Field Theory for Engineers. U.S.A. : D. Van Nostrand Company, 1961.
14. GiD (version 7.1) [Computer Software]. International Center for Numerical Methods in Engineering. (CIMNE), 2002. Available from : <http://gid.cimne.upc.es> [2002].
15. Techaumnat, B.; Hamada, S.; Takuma, T. and Kawamoto, T. Optimization of an Insulating Support in Three Dimensional Gas Insulated Systems. Boundary Element XII, pp. 265-274. U.S.A. : WIT PRESS, 2001.
16. Techaumnat, B.; Hamada, S. and Takuma, T. Effect of Conductivity in Triple-Junction Problems. Journal of Electrostatics no. 56 (2002) : pp. 67-76.



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก ก.

## การคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวนในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ ด้วยวิธีเบานด์ารีเอลิเมนต์

สำหรับปัญหาทรงกลมฉนวนที่อยู่ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ แบบจำลองถูกแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์ทั้งหมด  $n$  เอลิเมนต์ซึ่งประกอบได้ด้วยปมทั้งหมด  $k$  ปม ดังรูปที่ ก.1. เมื่อพิจารณาขอบเขตของปัญหา พบว่ามี 2 บริเวณที่ต้องนำมาคำนวณคือ บริเวณภายในทรงกลมซึ่งเป็นบริเวณปิดและบริเวณภายนอกทรงกลมซึ่งเป็นบริเวณเปิด. วิธีการสร้างระบบสมการของทั้ง 2 บริเวณมีดังนี้.

### 1. บริเวณภายในทรงกลม

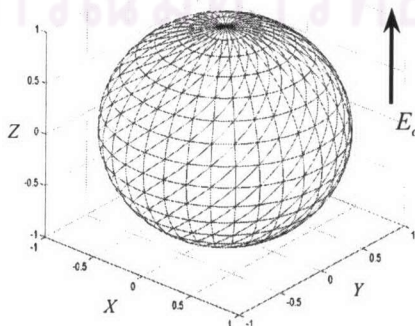
ในบริเวณปิดซึ่งเวกเตอร์ตั้งฉากบนพื้นผิวมีทิศทางพุ่งออกจากทรงกลม ดังรูปที่ ก.2 ก. ค่าศักย์และสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวที่ปมใดๆ สามารถเขียนในรูปของสมการที่ (2.7). เมื่อพิจารณาค่าศักย์และสนามไฟฟ้าที่ทุกปมแล้วสามารถสร้างระบบสมการได้เป็น

$$\begin{bmatrix} H_{1,1} & H_{1,2} & \cdots & H_{1,k} \\ H_{2,1} & H_{2,2} & \cdots & H_{2,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{k,1} & H_{k,2} & \cdots & H_{k,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & \cdots & G_{1,k} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & \cdots & G_{2,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{k,1} & G_{k,2} & \cdots & G_{k,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (E_n)_1 \\ (E_n)_2 \\ \vdots \\ (E_n)_k \end{bmatrix} \quad (\text{ก.1})$$

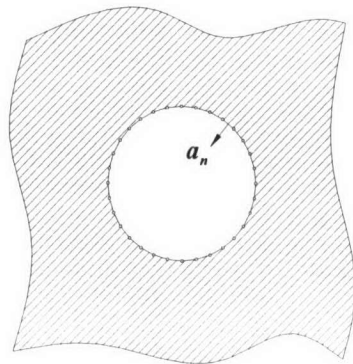
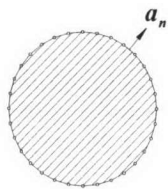
โดยที่  $i$  และ  $j$  คือลำดับที่ของปมบนเอลิเมนต์,

$H_{i,j}$  และ  $G_{i,j}$  คือสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการอินทิเกรตบนเอลิเมนต์ย่อยทั้งหมดที่มีข้อมูลที่  $j$  อยู่ ( $\phi_j$  หรือ  $(E_n)_j$ ) และ

$\phi_j$  และ  $(E_n)_j$  คือศักย์และสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากที่ปมที่  $j$  ซึ่งคำนวณได้จากบริเวณภายใน.



รูปที่ ก.1 แบบจำลองทรงกลมฉนวนในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ



ก. บริเวณภายใน

ข. บริเวณภายนอก

รูปที่ ก.2 บริเวณที่ใช้คำนวณศักย์และสนามไฟฟ้า

2. บริเวณภายนอกทรงกลม

ในบริเวณเปิดซึ่งเวกเตอร์ตั้งฉากบนพื้นผิวมีทิศทางพุ่งเข้าทรงกลม ดังรูปที่ ก.2 ข. ค่าศักย์ที่ปมใด ๆ สามารถเขียนในรูปของ

$$c_i \phi_i + \phi_i^{(E_0)} + \int_{\Gamma} \phi q_i d\Gamma = \int_{\Gamma} E_n w_i d\Gamma \tag{ก.2}$$

โดยที่  $\Gamma$  คือพื้นผิวของแบบจำลองทรงกลม และ

$\phi_i^{(E_0)}$  คือศักย์ไฟฟ้าที่ปมที่  $i$  ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากสนามไฟฟ้าภายนอก.  $\phi_i^{(E_0)}$  คำนวณได้จาก

$$\phi_i^{(E_0)} = -E_0 \cdot (i - R) + \phi_R \tag{ก.3}$$

โดยที่  $E_0$  คือเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้าภายนอก,

$i$  คือเวกเตอร์พิกัดที่ปมที่  $i$  และ

$R$  คือเวกเตอร์พิกัดของตำแหน่งอ้างอิงซึ่งมีศักย์ไฟฟ้า  $\phi_R$ . (ในที่นี้  $\phi_R = 0$ .)

พิจารณาค่าศักย์ที่ทุกปมด้วยสมการที่ (ก.2) แล้วสร้างระบบสมการเป็น

$$\begin{bmatrix} H'_{1,1} & H'_{1,2} & \cdots & H'_{1,k} \\ H'_{2,1} & H'_{2,2} & \cdots & H'_{2,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H'_{k,1} & H'_{k,2} & \cdots & H'_{k,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \\ \vdots \\ \phi'_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_1^{(E_0)} \\ \phi_2^{(E_0)} \\ \vdots \\ \phi_k^{(E_0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G'_{1,1} & G'_{1,2} & \cdots & G'_{1,k} \\ G'_{2,1} & G'_{2,2} & \cdots & G'_{2,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G'_{k,1} & G'_{k,2} & \cdots & G'_{k,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (E_n)'_1 \\ (E_n)'_2 \\ \vdots \\ (E_n)'_k \end{bmatrix} \tag{ก.4}$$

โดยที่  $H'_{i,j}$  และ  $G'_{i,j}$  คือสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการอินทิเกรตบนเอลิเมนต์ย่อยทั้งหมดที่มีข้อมูลที่  $j$  อยู่ ( $\phi'_j$  หรือ  $(E_n)'_j$ ) และ  $\phi'_j$  และ  $(E_n)'_j$  คือศักย์และสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากที่ปมที่  $j$  ซึ่งคำนวณได้จากบริเวณภายนอก.

ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\phi_j$  และ  $(E_n)_j$  ในสมการที่ (ก.1) กับ  $\phi'_j$  และ  $(E_n)'_j$  ในสมการที่ (ก.4) เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขต

$$\phi_j = \phi'_j \quad (\text{ก.5})$$

$$\varepsilon(E_n)_j = \varepsilon'(E_n)'_j \quad (\text{ก.6})$$

โดยที่  $\varepsilon$  และ  $\varepsilon'$  คือค่าคงตัวไดอิเล็กตริกของบริเวณภายในและนอกทรงกลมฉนวน ตามลำดับ.

จากสมการที่ (ก.1), (ก.4), (ก.5) และ (ก.6) เราสามารถเขียนระบบสมการทั้งหมดได้ใหม่เป็น

$$\begin{bmatrix} H_{1,1} & H_{1,2} & \cdots & H_{1,k} & -G_{1,1} & -G_{1,2} & \cdots & -G_{1,k} \\ H_{2,1} & H_{2,2} & \cdots & H_{2,k} & -G_{2,1} & -G_{2,2} & \cdots & -G_{2,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{k,1} & H_{k,2} & \cdots & H_{k,k} & -G_{k,1} & -G_{k,2} & \cdots & -G_{k,k} \\ \hline H'_{1,1} & H'_{1,2} & \cdots & H'_{1,k} & -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}G'_{1,1} & -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}G'_{1,2} & \cdots & -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}G'_{1,k} \\ H'_{2,1} & H'_{2,2} & \cdots & H'_{2,k} & -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}G'_{2,1} & -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}G'_{2,2} & \cdots & -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}G'_{2,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H'_{k,1} & H'_{k,2} & \cdots & H'_{k,k} & -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}G'_{k,1} & -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}G'_{k,2} & \cdots & -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}G'_{k,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_k \\ (E_n)_1 \\ (E_n)_2 \\ \vdots \\ (E_n)_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\phi_1^{(E_0)} \\ -\phi_2^{(E_0)} \\ \vdots \\ -\phi_k^{(E_0)} \end{bmatrix} \quad (\text{ก.7})$$

ทำการหาค่าศักย์และสนามไฟฟ้าในสมการที่ (ก.7) โดยวิธีการกำจัดแบบเกาส์.

## ภาคผนวก ข.

ผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหาทรงกลมหรือทรงรีฉนวน  
ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

พิจารณาทรงกลมหรือทรงรีฉนวนที่อยู่ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ ดังตัวอย่างรูปที่ ข.1 ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้.

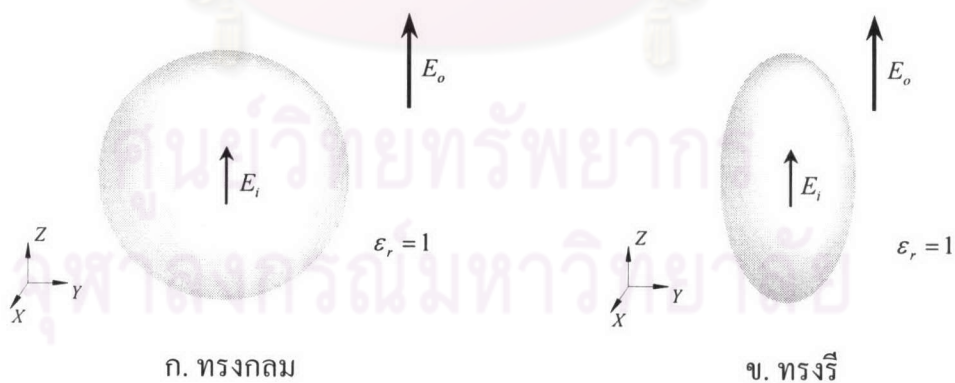
- 1) สมการพื้นผิวของแบบจำลองทรงกลมและทรงรีฉนวนในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนคือ

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (\text{ข.1})$$

สำหรับทรงกลมฉนวน กำหนดให้  $a = b = c = r$  โดย  $r$  คือรัศมีของทรงกลม.

สำหรับทรงรีฉนวน กำหนดให้  $c$  เป็นความยาวของแกนเอกและ  $a = b$  เป็นความยาวแกนโท.

- 2) ทรงกลมฉนวนและทรงรีฉนวนมีค่าคงตัวไดอิเล็กตริก  $\epsilon_d$ .
- 3) บริเวณภายนอกเป็นอากาศที่มีค่าคงตัวไดอิเล็กตริกเท่ากับ 1.
- 4) สนามไฟฟ้าภายนอกมีขนาด  $E_0$  ในทิศทาง +Z.



รูปที่ ข.1 แบบจำลองในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

ผลเฉลยแน่นอนตรงของปัญหาทั้ง 2 มีดังนี้  
 ปัญหาทรงกลมฉนวนในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

$$E_i = \left( \frac{3}{\epsilon_d + 2} \right) E_0 \quad (\text{ข.2})$$

ปัญหาทรงรีฉนวนในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

$$E_i = \left( \frac{1}{1 + (\epsilon_d - 1)n} \right) E_0 \quad (\text{ข.3})$$

โดย  $E_i$  คือสนามไฟฟ้าภายในทรงกลมหรือทรงรีฉนวนและมีทิศทางเดียวกับ  $E_0$  และ

$$n = \frac{1 - m^2}{2m^3} \left( \ln \left( \frac{1 + m}{1 - m} \right) - 2m \right) \quad (\text{ข.4})$$

$$m = \sqrt{1 - \left( \frac{a}{c} \right)^2} \quad (\text{ข.5})$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## ภาคผนวก ก.

### โครงสร้างเพิ่มข้อมูลรูปแบบ VRML

โครงสร้างของเพิ่มข้อมูลรูปแบบ VRML (Virtual Reality Modeling Language) รุ่น 1.0 แบ่งการเก็บข้อมูลออกเป็นกลุ่มๆ โดยแต่ละกลุ่มถูกแยกด้วยหัวข้อ(Heading)ซึ่งบอกถึงลักษณะของข้อมูลที่อยู่ในกลุ่มนั้น. รูปที่ ก.1 แสดงลักษณะโครงสร้างของเพิ่มข้อมูลรูปแบบ VRML โดยแสดงเฉพาะข้อมูลที่จำเป็นในการสร้างเอลิเมนต์ เพื่อใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีแบนด์คาร์รีเอลิเมนต์. ความหมายของหัวข้อและข้อมูลที่บรรจุอยู่ในเพิ่มข้อมูลรูปแบบ VRML มีดังนี้.

- 1) Separator คือชื่อหัวข้อใหญ่ที่บรรจุข้อมูลทั้งหมดและใช้แบ่งแยกข้อมูลของแต่ละเอลิเมนต์.
- 2) ShapeHints ใช้บอกลักษณะของการเก็บข้อมูลของเอลิเมนต์ เช่น มีทิศทางการจัดเก็บลำดับปมตามทิศทวนเข็มนาฬิกา.
- 3) Coordinate3 คือกลุ่มข้อมูลย่อยที่ใช้บอกพิกัดของปมในระบบสามมิติ โดยแต่ละปมจะประกอบได้ด้วย  $X_k$ ,  $Y_k$  และ  $Z_k$  โดยเริ่มนับตั้งแต่ปมที่ 0 ถึงปมที่ k.
- 4) IndexedFaceSet คือกลุ่มข้อมูลย่อยที่ใช้ในการสร้างเอลิเมนต์ประกอบไปด้วย
  - 4.1) coordIndex ใช้บอกลำดับปมในข้อ 3) ที่ประกอบเป็นเอลิเมนต์และตามด้วย “-1” ซึ่งหมายถึงสิ้นสุดลำดับปมบนเอลิเมนต์. ตัวเลขดัชนีล่างตัวแรกคือ หมายเลขของเอลิเมนต์ ส่วนตัวที่สองคือ ลำดับปม. ในรูปตัวอย่างที่แสดง แบบจำลองมีทั้งหมด m เอลิเมนต์ ซึ่งแต่ละเอลิเมนต์ประกอบไปด้วยปม 4 ปมหรือหมายถึงเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมเชิงเส้น.
  - 4.2) materialIndex ใช้บอกสีของเอลิเมนต์ที่อยู่ในกลุ่ม IndexedFaceSet นั้น ซึ่งมีได้นำไปใช้ในการคำนวณ.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
#VRML V1.0 ascii
```

```
Separator {
```

```
  ShapeHints {
```

```
    vertexOrdering COUNTERCLOCKWISE
```

```
  }
```

ข้อมูลเกี่ยวกับสีและพื้นหลัง เช่น diffuseColor, ambientColor, specularColor, emissiveColor, shininess, transparency

```
Separator {
```

```
  Coordinate3 {
```

```
    point [
```

```
      X0 Y0 Z0,
```

```
      X1 Y1 Z1,
```

```
      X2 Y2 Z2,
```

```
      ⋮
```

```
      Xk Yk Zk]
```

```
  }
```

```
  IndexedFaceSet {
```

```
    coordIndex [
```

```
      n1,1, n1,2, n1,3, n1,4, -1,
```

```
      n2,1, n2,2, n2,3, n2,4, -1,
```

```
      ⋮
```

```
      nm,1, nm,2, nm,3, nm,4, -1]
```

```
    materialIndex [ 1, 1, 1, 1, 1, 1 ]
```

```
  }
```

```
}
```

ข้อมูลเกี่ยวกับไฟ(Light)

รูปที่ ก.1 ลักษณะ โครงสร้างเพิ่มข้อมูลรูปแบบ VRML

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายวุฒิ อธิธิพลโสภา เกิดเมื่อวันที่ 18 พฤศจิกายน พ.ศ. 2 519 ที่จังหวัดกรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาระดับวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จากคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในปีการศึกษา 2540 เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ตั้งแต่ปีการศึกษา 2543 จนถึงปัจจุบัน.



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย