

การศึกษาฟังก์ชันรูปร่างสำหรับการคำนวณสนามไฟฟ้าด้วย
วิธีเบานด์คาร์เอลิเมนต์



นายวุฒิ อธิพิลโสภา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-3456-5

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

STUDY OF SHAPE FUNCTIONS FOR ELECTRIC FIELD CALCULATION BY
THE BOUNDARY ELEMENT METHOD



Mr. Wut Ittiponsopar

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering


Chulalongkorn University

Academic Year 2003

ISBN 974-17-3456-5

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาฟังก์ชันรูปร่างสำหรับการคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีแบนด์คาร์เอลิเมนต์
โดย	นายวุฒิ อิทธิพลโสภณ
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร.บุญชัย เตชะอำนาจ

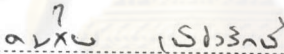
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต



คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

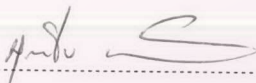
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



ประธานกรรมการ

(อาจารย์ ดร.คมสัน เพ็ชรรัักษ์)



อาจารย์ที่ปรึกษา

(อาจารย์ ดร.บุญชัย เตชะอำนาจ)



กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว)



กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรณเจตพงศ์ชัย)

วุฒิ อธิพัลโสภา : การศึกษาฟังก์ชันรูปร่างสำหรับการคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีเบานต์คาร์ลีเอลิเมนต์. (STUDY OF SHAPE FUNCTIONS FOR ELECTRIC FIELD CALCULATION BY THE BOUNDARY ELEMENT METHOD) อ. ที่ปรึกษา : อ. ดร.บุญชัย เตชะอานาจ, จำนวนหน้า 98 หน้า. ISBN 974-17-3456-5.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการประยุกต์ใช้เอลิเมนต์พื้นผิวโค้งในการคำนวณค่าศักย์และสนามไฟฟ้าด้วยวิธีเบานต์คาร์ลีเอลิเมนต์. จุดประสงค์ในการใช้เอลิเมนต์พื้นผิวโค้งเหล่านี้เพื่อปรับปรุงผลการคำนวณให้มีความถูกต้องมากขึ้น. เอลิเมนต์พื้นผิวโค้งที่แสดงในวิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วย เอลิเมนต์พื้นผิวโค้งแบบเก้าและสิบสองระดับชั้นความเสรี, เอลิเมนต์กำลังสามสองตัวแปรแบบแอร์มีต และเอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทซีเอ โดยการศึกษาเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมพื้นผิวโค้งแบบสิบสองระดับชั้นความเสรีและเอลิเมนต์สามเหลี่ยมกำลังสามสองตัวแปรแบบแอร์มีตได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้เป็นครั้งแรก.

ผลการศึกษาพบว่า การประมาณเวกเตอร์ตั้งฉากและเวกเตอร์บิดมีผลอย่างมากต่อการจำลองพื้นผิว. การประยุกต์ใช้เอลิเมนต์พื้นผิวโค้งประกอบกับการใช้ฟังก์ชันกำลังสองในการประมาณค่าศักย์และสนามไฟฟ้าบนเอลิเมนต์ทำให้ผลการคำนวณด้วยวิธีเบานต์คาร์ลีเอลิเมนต์มีความแม่นยำมากขึ้น. สำหรับเอลิเมนต์พื้นผิวโค้งทั้งหมดที่ศึกษาในที่นี้ เอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทซีเอมีความแม่นยำสูงสุด. อย่างไรก็ตาม การใช้เอลิเมนต์พื้นผิวโค้งแบบเก้าและสิบสองระดับชั้นความเสรีก็สามารถเพิ่มความแม่นยำของผลการคำนวณค่าศักย์และสนามไฟฟ้าได้มากกว่าของเอลิเมนต์เชิงเส้น 7.68 และ 1.28 เท่า ตามลำดับ.

นอกจากการประยุกต์ใช้เอลิเมนต์พื้นผิวโค้งแล้ว วิทยานิพนธ์นี้ยังนำเสนอการประยุกต์ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปในการสร้างแบบจำลอง ซึ่งทำให้ประหยัดเวลาและลดความผิดพลาดในการจำลองพื้นผิวเป็นอย่างมาก.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....วิศวกรรมไฟฟ้า.....ลายมือชื่อนิสิต.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมไฟฟ้า.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ปีการศึกษา.....2546.....

4370510621 : ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: BOUNDARY ELEMENT METHOD / SHAPE FUNCTION / CURVED SURFACE

WUT ITTIPONSOPAR : STUDY OF SHAPE FUNCTIONS FOR ELECTRIC FIELD
CALCULATION BY THE BOUNDARY ELEMENT METHOD. THESIS ADVISOR:
BOONCHAI TECHAUMNAT, Dr.Eng., 98 pp. ISBN 974-17-3456-5.

This thesis presents the application of the curved surface elements for electric field calculation by the boundary element method (BEM). The purpose of the utilization of curved surface elements is to improve calculation results. Curved surface elements utilized in this thesis are the 9-DOF and 12-DOF curved surface elements, the bicubic spline element (in an Hermite form) and the Bezier element. The application of the 12-DOF element and the bicubic spline triangular elements are first investigated here.

From the study, it has been found that the approximation of the tangent and twist vector has a huge effect on the surface simulation. The application of curved surface elements and the 2nd order interpolating function for potential and electric field estimation can greatly improve calculation results by the BEM. Among the curved surface elements studied here, the Bezier element has given the most accurate results. However, the 9-DOF and 12-DOF curved surface elements can improve the accuracy of potential and electric field results more than that of the linear element 7.68 and 1.28 times, respectively.

In addition to the application of curved surface elements, we have also presented the utilization of a commercial program for modelling curved surfaces, which can significantly reduce the time required and the possible errors in the modelling process.

Department... Electrical Engineering... Student's signature...
Field of study... Electrical Engineering... Advisor's signature...
Academic year... 2003...

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี เนื่องจากได้รับความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก อาจารย์ ดร.บุญชัย เตชะอำนาง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้กรุณาให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ด้วยดีตลอดมา รวมทั้งได้กรุณาตรวจสอบและแก้ไขเนื้อหาวิทยานิพนธ์จนสำเร็จเรียบร้อย.

ขอขอบคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ซึ่งประกอบด้วย อาจารย์ ดร.คมสัน เพ็ชรรักษ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรณเจดพงษ์ชัย ที่ได้กรุณาตรวจสอบ แก้ไขและให้คำแนะนำในการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี.

ท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดาและมารดา ที่ให้การสนับสนุน และเป็นกำลังใจที่ดีเสมอมา.

วุฒิ อธิพัลโสภา

พฤษภาคม 2546



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่	
1. บทนำ.....	1
1.1 ที่มาของปัญหา.....	1
1.2 ผลการศึกษาวิจัยในอดีต.....	2
1.3 วัตถุประสงค์.....	3
1.4 ขอบเขตในการทำวิทยานิพนธ์.....	3
1.5 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์.....	3
2. การคำนวณค่าศักย์และสนามไฟฟ้าด้วยวิธีเบานด์คาร์ีเอลิเมนต์.....	5
2.1 สมการเบานด์คาร์ีเอลิเมนต์.....	5
2.2 การจำลองรูปร่างของขอบเขต.....	6
2.3 การประมาณค่าศักย์และสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากบนเอลิเมนต์.....	7
2.4 การสร้างระบบสมการเบานด์คาร์ีเอลิเมนต์ในระบบสามมิติ.....	7
2.5 เทคนิคการอินทิเกรตเชิงเลข.....	9
2.5.1 เทคนิคการอินทิเกรตไม่เอกฐาน.....	9
2.5.2 เทคนิคการอินทิเกรตเอกฐาน.....	11
3. ฟังก์ชันรูปร่าง.....	13
3.1 ฟังก์ชันเชิงเส้น.....	13
3.2 ฟังก์ชันกำลังสองแบบเซเรนดิพิตี.....	14
3.3 ฟังก์ชันพื้นผิวโค้งแบบเก้าและสิบสองระดับชั้นความเสรี.....	15
3.4 ฟังก์ชันเสมือนพหุนามกำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต.....	18
3.5 ฟังก์ชันเบทชีเอกำลังสาม.....	20

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4. การคำนวณหาองค์ประกอบบนพื้นผิว.....	25
4.1 เวกเตอร์ตั้งฉาก.....	25
4.2 เวกเตอร์สัมผัส.....	26
4.3 เวกเตอร์บิด.....	27
4.3.1 วิธีประมาณเวกเตอร์บิดแบบอาคินี.....	28
4.3.2 วิธีประมาณเวกเตอร์บิดแบบเบสเชลิต.....	28
4.3.3 วิธีประมาณเวกเตอร์บิดแบบหมุนรอบแกน.....	29
5. ผลการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบต่างๆ กับปัญหาตัวอย่าง.....	31
5.1 ปัญหาตัวอย่างสำหรับการคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้า.....	31
5.2 ฟังก์ชันเชิงเส้นและกำลังสองแบบเชเรนดิพิตี.....	35
5.2.1 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลอง.....	35
5.2.2 ความผิดพลาดของผลการคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้า.....	41
5.3 ฟังก์ชันพื้นผิวโค้งแบบเก้าและสิบสองระดับชั้นความเสรี.....	46
5.3.1 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลอง.....	46
5.3.2 ความผิดพลาดของผลการคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้า.....	53
5.4 ฟังก์ชันเสมือนพหุนามกำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต.....	58
5.4.1 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลอง.....	58
5.4.2 ความผิดพลาดของผลการคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้า.....	63
5.5 ฟังก์ชันเบทชีเอกำลังสาม.....	67
5.5.1 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลอง.....	67
5.5.2 ความผิดพลาดของผลการคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้า.....	71
6. ตัวอย่างการประยุกต์ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการคำนวณสนามไฟฟ้าในตัวอย่าง ปัญหาทางวิศวกรรมไฟฟ้าแรงสูง.....	76
6.1 ขั้นตอนการประยุกต์ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป.....	76
6.2 สเปซเซอร์ในตัวนำทรงกระบอกซ้อนกันร่วม.....	78
7. สรุปและข้อเสนอแนะ.....	84
รายการอ้างอิง.....	88

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก	90
ก. การคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวนในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ ด้วยวิธีเบานด์คาร์อิเล็กิเมนต์	91
ข. ผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหาทรงกลมหรือทรงรีฉนวนในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ	94
ค. โครงสร้างเพิ่มข้อมูลรูปแบบ VRML	96
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	98



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
5.1 การจำลองพื้นผิวด้วยเอลิเมนต์เชิงเส้นและกำลังสอง	35
5.2 การลดลงของความผิดพลาดเมื่อแบ่งเอลิเมนต์ในลักษณะที่ทำให้ความยาวด้านเท่ากัน	39
5.3 การคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้าด้วยเอลิเมนต์เชิงเส้นและกำลังสอง	41
5.4 การจำลองพื้นผิวด้วยเอลิเมนต์พื้นผิวโค้งแบบ 9 และ 12 ระดับชั้นความเสรี	46
5.5 การคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้าด้วยเอลิเมนต์พื้นผิวโค้งแบบ 9 และ 12 ระดับชั้นความเสรี	53
5.6 การจำลองพื้นผิวด้วยเอลิเมนต์กำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	58
5.7 การคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้าด้วยเอลิเมนต์กำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	63
5.8 การจำลองพื้นผิวด้วยเอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทชีเอ	68
5.9 การคำนวณศักย์และสนามไฟฟ้าด้วยเอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทชีเอ	72
6.1 ความแตกต่างของศักย์และสนามไฟฟ้าบนสเปซเซอร์	79

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญญภาพ

ภาพประกอบที่	หน้า
2.1 บริเวณเอกพันธ์	6
2.2 การจับคู่ระหว่างพิกัดเฉพาะที่กับพิกัดคาร์ทีเซียน	6
2.3 การแบ่งขอบเขตทั้งหมดออกเป็นเอลิเมนต์	7
3.1 เอลิเมนต์เชิงเส้น	14
3.2 เอลิเมนต์กำลังสองแบบเซเรนดิพิตี	15
3.3 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมพื้นผิวโค้งแบบแก้ระดับชั้นความเร็ว	16
3.4 เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมพื้นผิวโค้งแบบลิปสองระดับชั้นความเร็ว	17
3.5 เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมกำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	19
3.6 การสร้างเอลิเมนต์สามเหลี่ยมกำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	19
3.7 การกำหนดความต่อเนื่องระหว่างเอลิเมนต์กำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	20
3.8 เอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทซีเอ	21
3.9 การจับคู่ของเวกเตอร์พิกัด P_{ijk} หรือ P_{ij} กับ P_u	22
3.10 การกำหนดความต่อเนื่องระหว่างเอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทซีเอ	23
4.1 เวกเตอร์ตั้งฉากที่ปมที่ i	26
4.2 เวกเตอร์สัมผัสที่คำนวณได้จากเวกเตอร์ตั้งฉาก	27
4.3 โครงข่ายของเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยม	28
4.4 พื้นผิวที่ได้จากการหมุนเส้นโค้ง $P(\xi)$ รอบแกน Z	30
5.1 ทรงกลมฉนวนในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ	31
5.2 การแบ่งเอลิเมนต์แบบต่างๆบนแบบจำลอง	32
5.3 การแบ่งเอลิเมนต์ที่ระนาบ $\phi = 0^\circ$	33
5.4 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงกลมเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์เชิงเส้นและกำลังสอง	36
5.5 การกระจายความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงกลมเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์เชิงเส้นและกำลังสอง	37
5.6 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงรีเมื่อประยุกต์ใช้เอลิเมนต์เส้นและกำลังสอง	38
5.7 การกระจายความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงรีที่มีการแบ่งเอลิเมนต์ ให้ความยาวด้านเท่ากันเมื่อประยุกต์ใช้เอลิเมนต์เชิงเส้นและกำลังสอง	40

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบที่	หน้า
5.8 ความผิดพลาดของสัคย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ อิเล็กเมนต์เชิงเส้นและกำลังสอง	42
5.9 การกระจายความผิดพลาดของสัคย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ อิเล็กเมนต์เชิงเส้น	42
5.10 การกระจายความผิดพลาดของสัคย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ อิเล็กเมนต์กำลังสอง	43
5.11 ความผิดพลาดของสัคย์และสนามไฟฟ้าบนทรงรีฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ อิเล็กเมนต์เชิงเส้นและกำลังสอง	44
5.12 การกระจายความผิดพลาดของสัคย์และสนามไฟฟ้าบนทรงรีฉนวน กรณี S1T-I1 และ S2T-I2	45
5.13 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงกลมเมื่อประยุกต์ใช้ อิเล็กเมนต์พื้นผิวโค้งแบบ 9 และ 12 ระดับชั้นความเร็ว	47
5.14 เวกเตอร์ตั้งฉากที่คำนวณจากวิธีรวมเวกเตอร์และวิธีถ่วงน้ำหนักมุม บนแบบจำลองทรงกลม	48
5.15 การกระจายความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงกลมเมื่อประยุกต์ใช้ อิเล็กเมนต์พื้นผิวโค้งแบบ 9 และ 12 ระดับชั้นความเร็ว	49
5.16 เวกเตอร์ตั้งฉากบนอิเล็กเมนต์รอบปม i ของแบบจำลอง	49
5.17 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงรีเมื่อประยุกต์ใช้ อิเล็กเมนต์พื้นผิวโค้งแบบ 9 และ 12 ระดับชั้นความเร็ว	50
5.18 เวกเตอร์ตั้งฉากที่คำนวณจากวิธีรวมเวกเตอร์และวิธีถ่วงน้ำหนักมุม บนแบบจำลองทรงรี	50
5.19 การกระจายความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงรีเมื่อประยุกต์ใช้ อิเล็กเมนต์พื้นผิวโค้งแบบ 9 และ 12 ระดับชั้นความเร็ว	51
5.20 ความยาวเวกเตอร์สัมผัสบนอิเล็กเมนต์	52
5.21 ความผิดพลาดของสัคย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ อิเล็กเมนต์พื้นผิวโค้งแบบ 9 และ 12 ระดับชั้นความเร็ว	54
5.22 การกระจายความผิดพลาดของสัคย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวน กรณี S9T(w)-I2 และ S12M(s)-I2	55

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบที่	หน้า
5.23 ความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงรีฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์พื้นผิวโค้งแบบ 9 และ 12 ระดับชั้นความเร็ว	57
5.24 การกระจายความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงรีฉนวน กรณี S9T(w)-I2 และ S12M(w)-I2	57
5.25 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงกลมเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์กำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	59
5.26 การกระจายความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงกลมเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์กำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	60
5.27 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงรีเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์กำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	62
5.28 การกระจายความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงรีกรณี SHM(w,Ro)	62
5.29 ความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์กำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	64
5.30 การกระจายความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวน กรณี SHM(s,Ro)-I2	64
5.31 ความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงรีฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์กำลังสามสองตัวแปรรูปแบบแอร์มีต	65
5.32 การกระจายความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงรีฉนวน กรณี SHM(s,Ro)-I2	66
5.33 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงกลมเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทซีเอ	68
5.34 ข้อมูลที่นำมาคำนวณเวกเตอร์บิดแบบอาดิโน	69
5.35 การกระจายความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงกลมกรณี SBM(a,Ro)	69
5.36 ความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงรีเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทซีเอ	71
5.37 การกระจายความผิดพลาดของพื้นผิวแบบจำลองทรงรีกรณี SBM(a,Be)	71
5.38 ความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทซีเอ	73

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบที่	หน้า
5.39 การกระจายความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงกลมฉนวน กรณี SBM(a,Ro)-I2	73
5.40 ความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงรีฉนวนเมื่อประยุกต์ใช้ เอลิเมนต์กำลังสามแบบเบทซิเอ	74
5.41 การกระจายความผิดพลาดของศักย์และสนามไฟฟ้าบนทรงรีฉนวน กรณี SBM(a,Be)-I2	74
6.1 ขั้นตอนการประยุกต์ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป	77
6.2 สเปซเซอร์รูปแท่งทรงกระบอกในตัวนำทรงกระบอกซ้อนกันแน่นร่วม	78
6.3 การกระจายศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากบนสเปซเซอร์	80
6.4 ค่าศักย์ไฟฟ้าบนสเปซเซอร์ตามแนว L_{s1} และ L_{s2}	81
6.5 ค่าสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากบนสเปซเซอร์ตามแนว L_{s1} และ L_{s2}	82
6.6 ค่าสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสบนสเปซเซอร์ตามแนว L_{s1} และ L_{s2}	82
6.7 ค่าสนามไฟฟ้ารวมบนสเปซเซอร์ตามแนว L_{s1} และ L_{s2}	83
ก.1 แบบจำลองทรงกลมฉนวนในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ	91
ก.2 บริเวณที่ใช้คำนวณศักย์และสนามไฟฟ้า	92
ข.1 แบบจำลองในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ	94
ค.1 ลักษณะโครงสร้างเพิ่มข้อมูลรูปแบบ VRML	97