

บทที่ 6

การคำนวณและการวิเคราะห์ผล

ในงานวิทยานิพนธ์นี้ใช้ค่าหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทูลีย์ ดาวพฤหัสบดี และดาวเสาร์ที่ได้ในวันที่ 18 ตุลาคม ค.ศ.2001 ที่เวลา 0.00 นาฬิกา ตามเวลาสากล เป็นข้อมูลเบื้องต้นในการคำนวณค่าหลักมูลทางโคจรที่เวลาต่างๆของดาวเคราะห์น้อยทูลีย์ต่อไป โดยวันดังกล่าวตรงกับวันจูเลียนที่ 2452200.5 (JD2452200.5) โดยอ้างอิงจตุรัสตวิษุวัต ปี ค.ศ. 2001 ซึ่งมีข้อมูลดังต่อไปนี้

หลักมูลทางโคจร	ดาวเคราะห์น้อย ทูลีย์	ดาวพฤหัสบดี	ดาวเสาร์
ระยะครึ่งแกนเอก a (เอยู)	4.283	5.2026	9.5549
ความรี e	0.011	0.0485	0.0555
ระยะแวงของจุดไต่ขึ้น Ω° (องศา)	73.7	100.469	113.661
ความเอียงทางโคจร i° (องศา)	2.3	1.303	2.489
ค่าคาบทางโคจร (วัน)	3234.915	4330.833	10079.04
ระยะมุมของจุดใกล้ดวงอาทิตย์ ω° (องศา)	77.5	273.866	67.730

โดยในการคำนวณหาตำแหน่งและความเร็วของดาวเคราะห์น้อยทูลีย์ใช้ขนาดช่วงเวลาในการวิเคราะห์วงโคจรเป็น 50 ปี โดยมีช่วงเวลาในการคำนวณแต่ละครั้งเป็น 20 วัน โดยกรณีที่จะทำการศึกษาในงานวิจัยครั้งนี้แบ่งเป็น 4 กรณีด้วยกัน คือ

กรณีที่ 1 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยทูลีย์ เมื่อไม่มีการรบกวนจากดาวเคราะห์ใดๆ

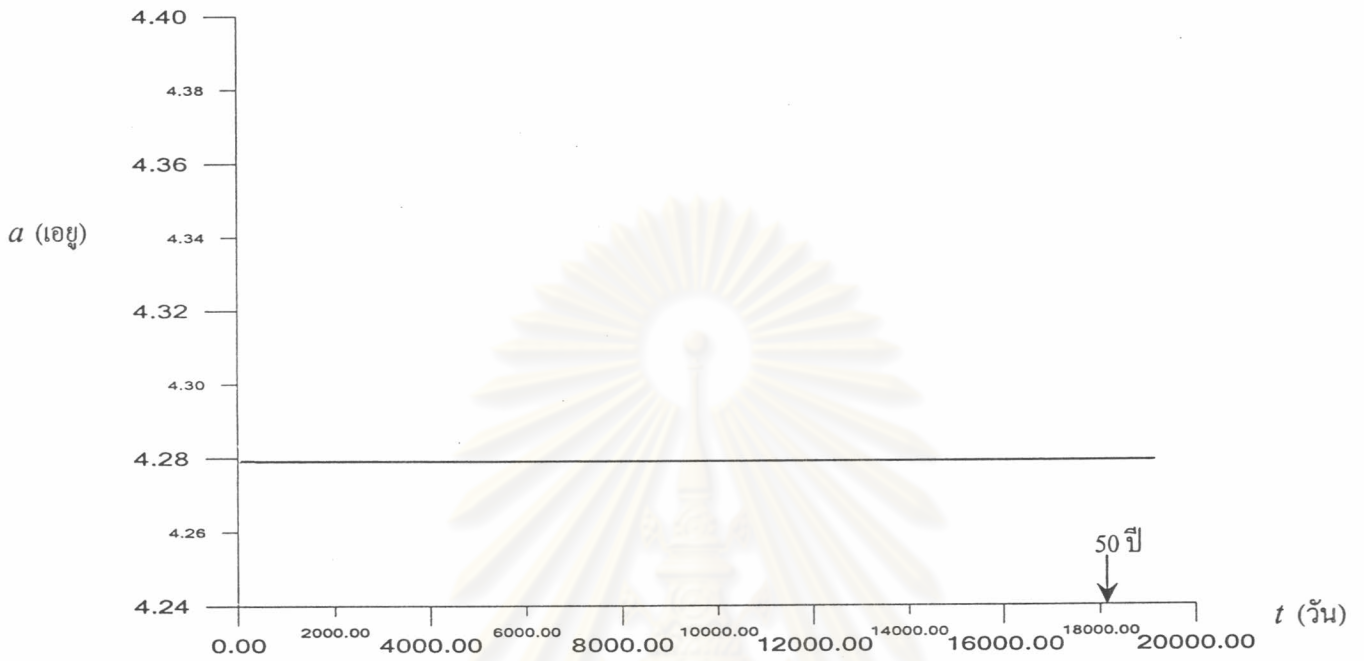
กรณีที่ 2 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยทูลีย์ เมื่อได้รับการรบกวนจากดาวพฤหัสบดี

กรณีที่ 3 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยทูลีย์ เมื่อได้รับการรบกวนจากดาวเสาร์

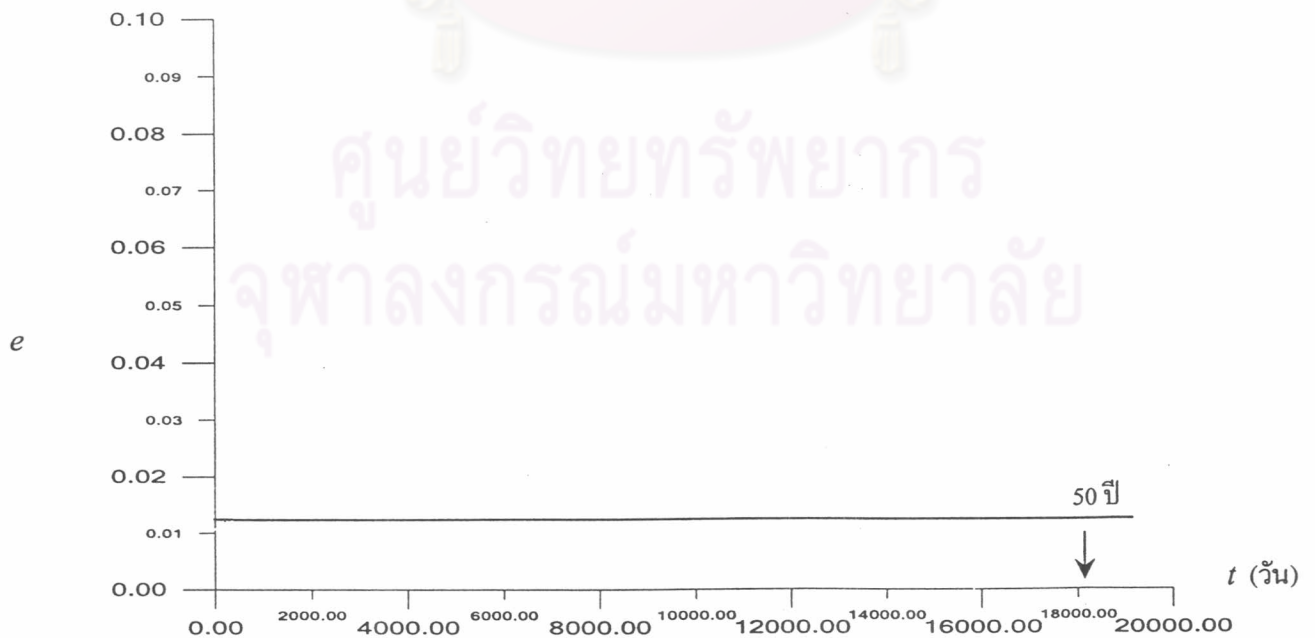
กรณีที่ 4 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยทูลีย์ เมื่อได้รับการรบกวนจากทั้งดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์

ต่อไปจะเป็นการแสดงกราฟของผลการคำนวณหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทูลีย์ที่เวลาต่างๆดังต่อไปนี้

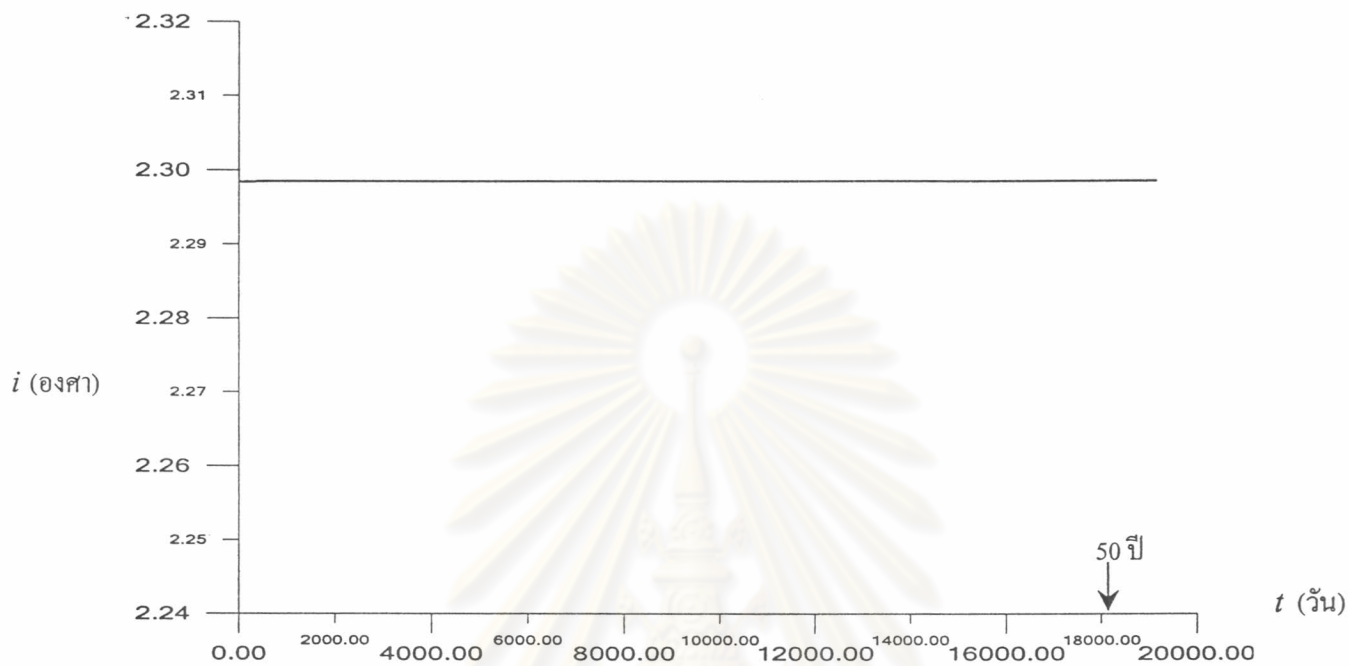
6.1 กรณีที่ 1 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยฮูเลย์ เมื่อไม่มีการรบกวนจากดาวเคราะห์ใดๆ ในช่วงระยะเวลา 50 ปี

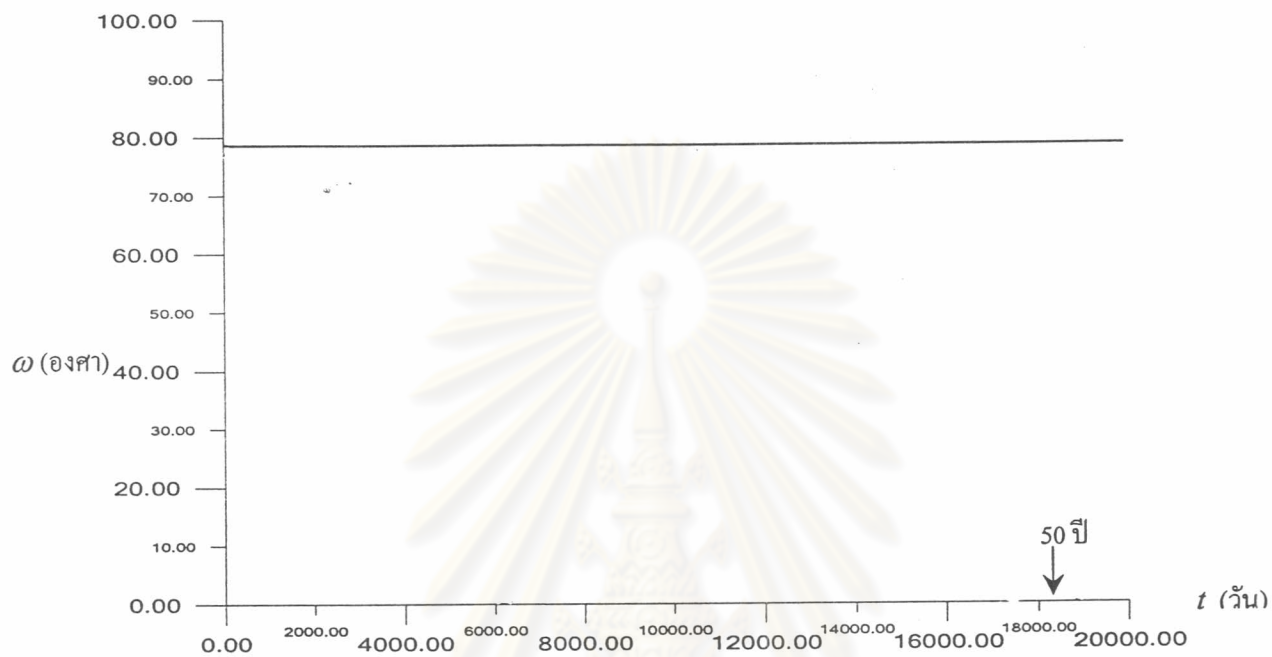


รูปที่ 6.1 แสดงค่า a ในกรณีที่ 1



รูปที่ 6.2 แสดงค่า e ในกรณีที่ 1

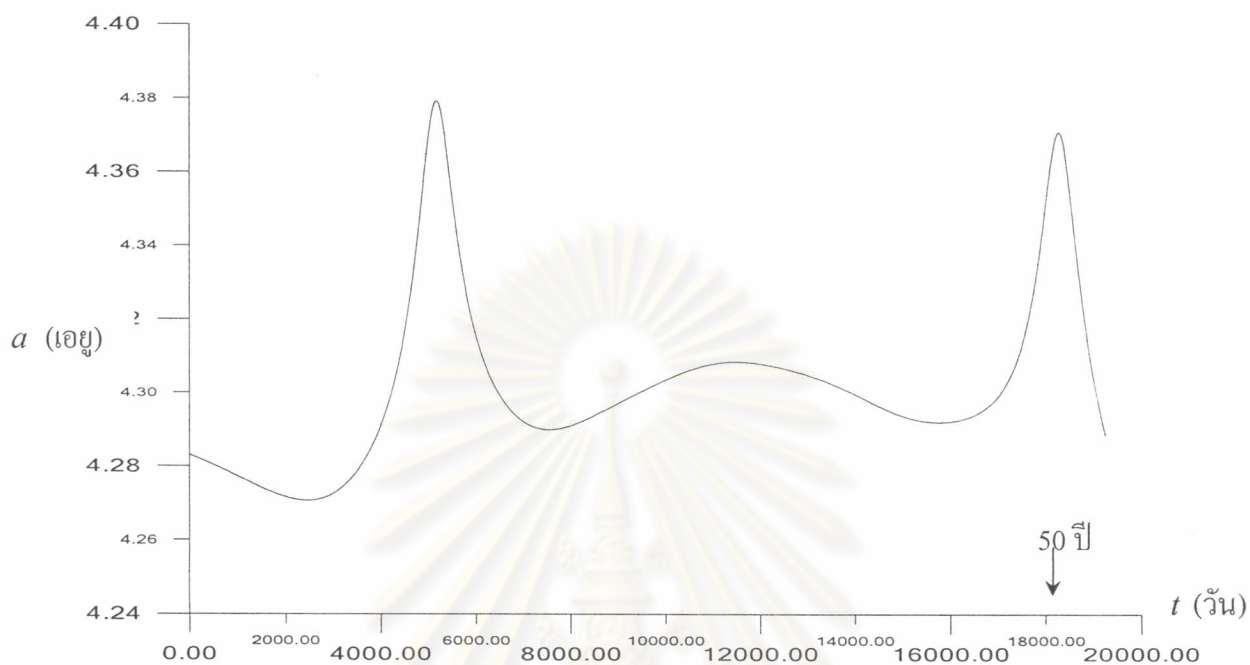
รูปที่ 6.3 แสดงค่า i ในกรณีที่ 1รูปที่ 6.4 แสดงค่า Ω ในกรณีที่ 1



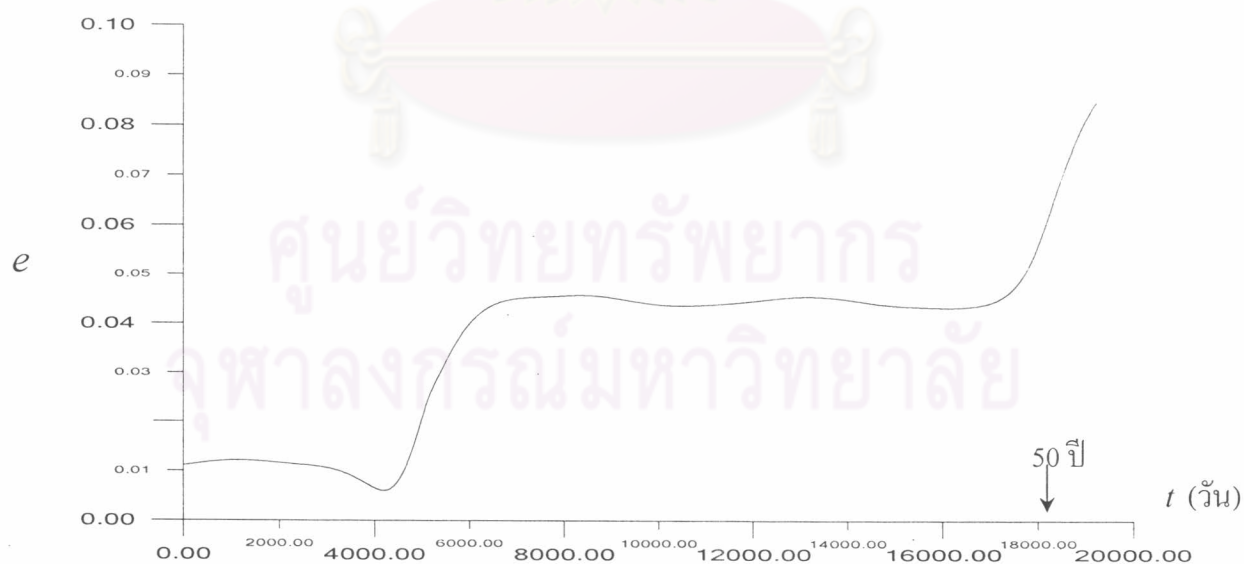
รูปที่ 6.5 แสดงค่า ω ในกรณีที่ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

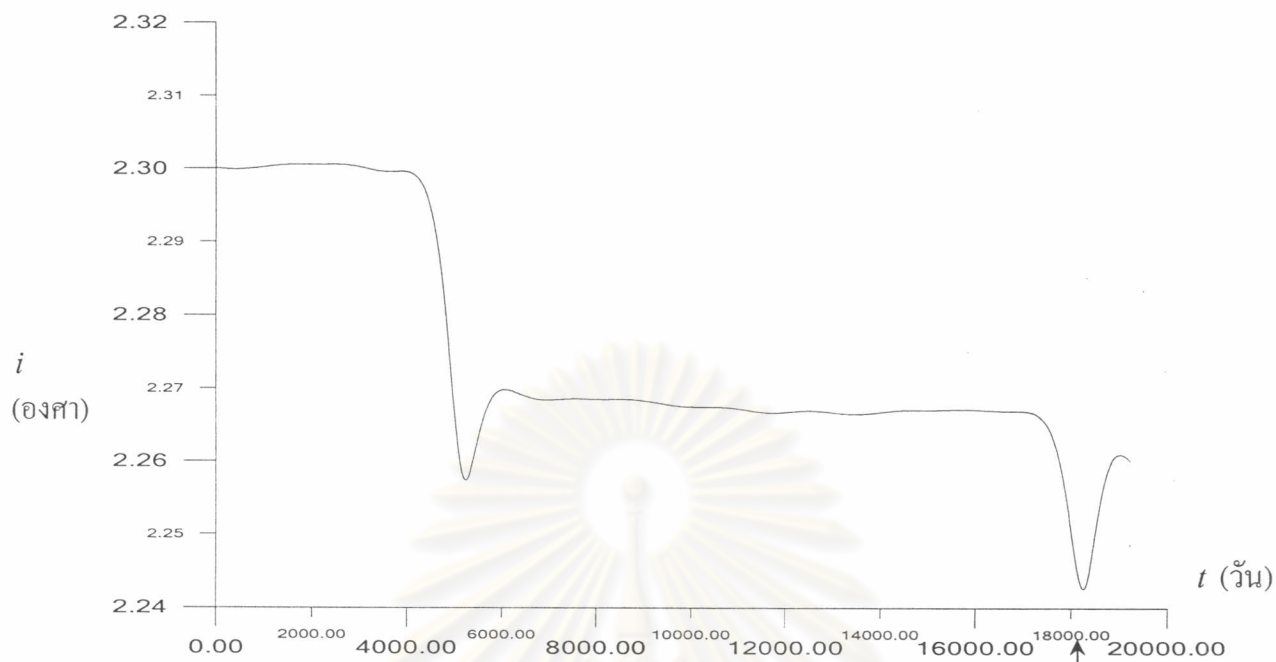
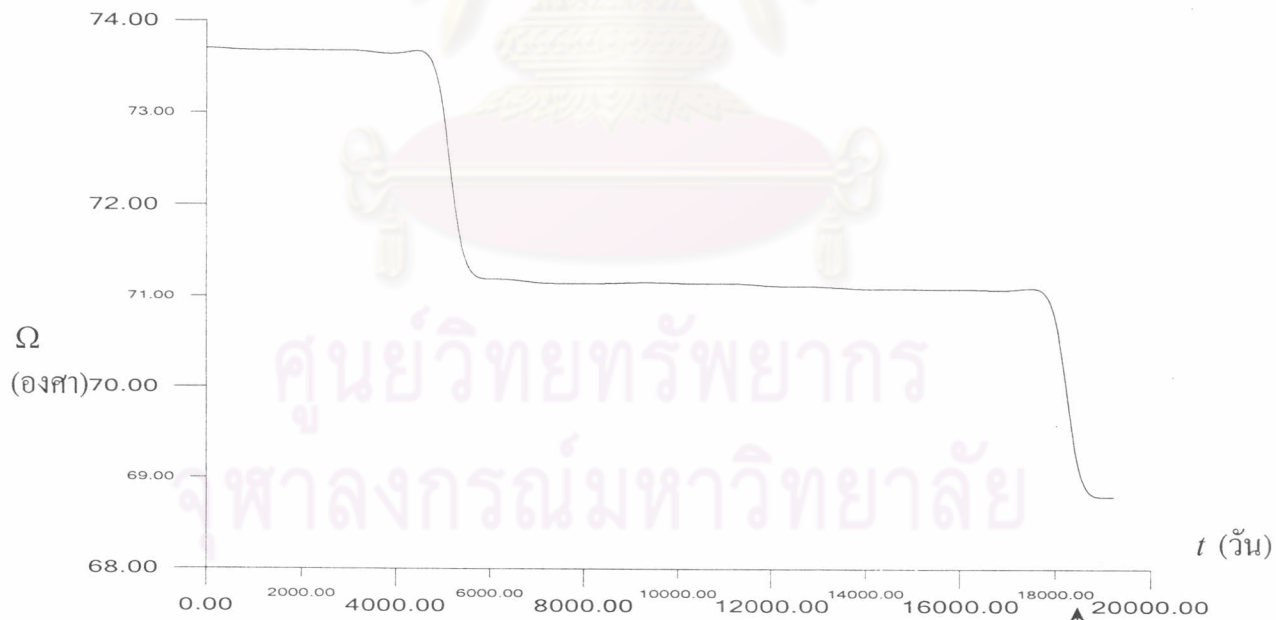
6.2 กรณีที่ 2 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยยูเลย์ เมื่อมีการรบกวนจากดาวพฤหัสบดีเท่านั้น ในช่วงระยะเวลา 50 ปี

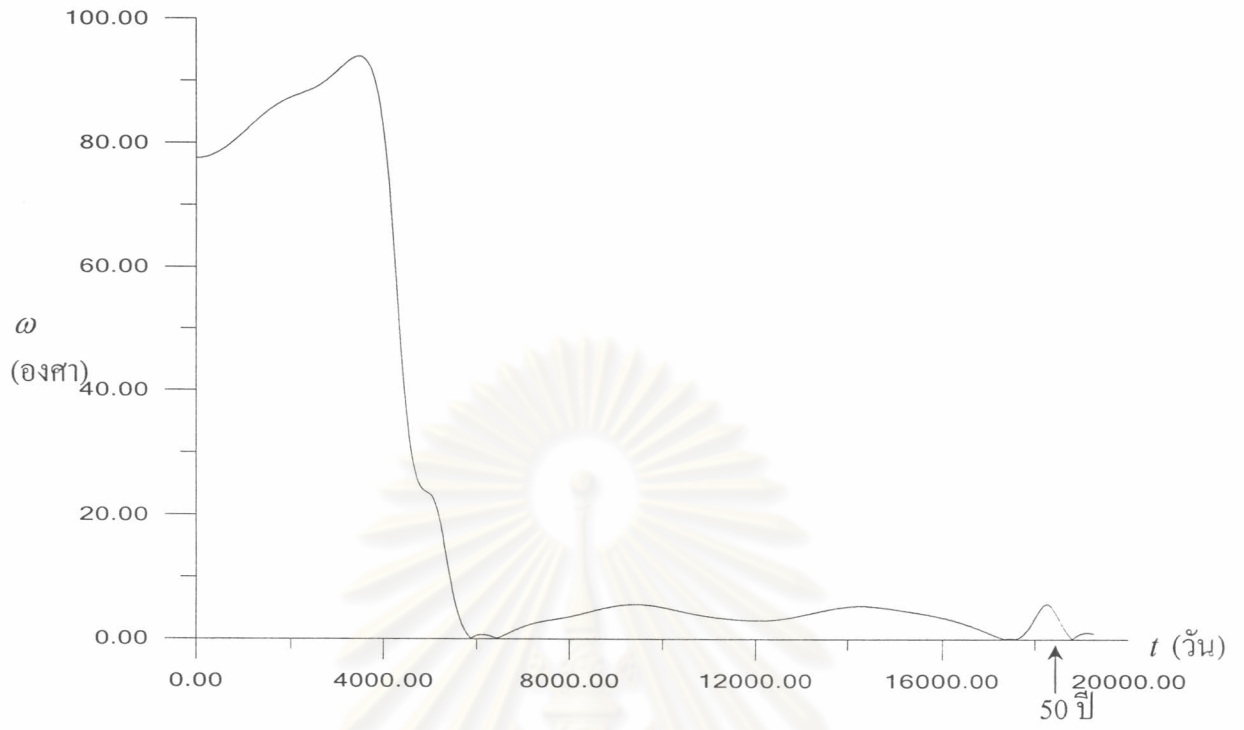


รูปที่ 6.6 แสดงค่า a ในกรณีที่ 2



รูปที่ 6.7 แสดงค่า e ในกรณีที่ 2

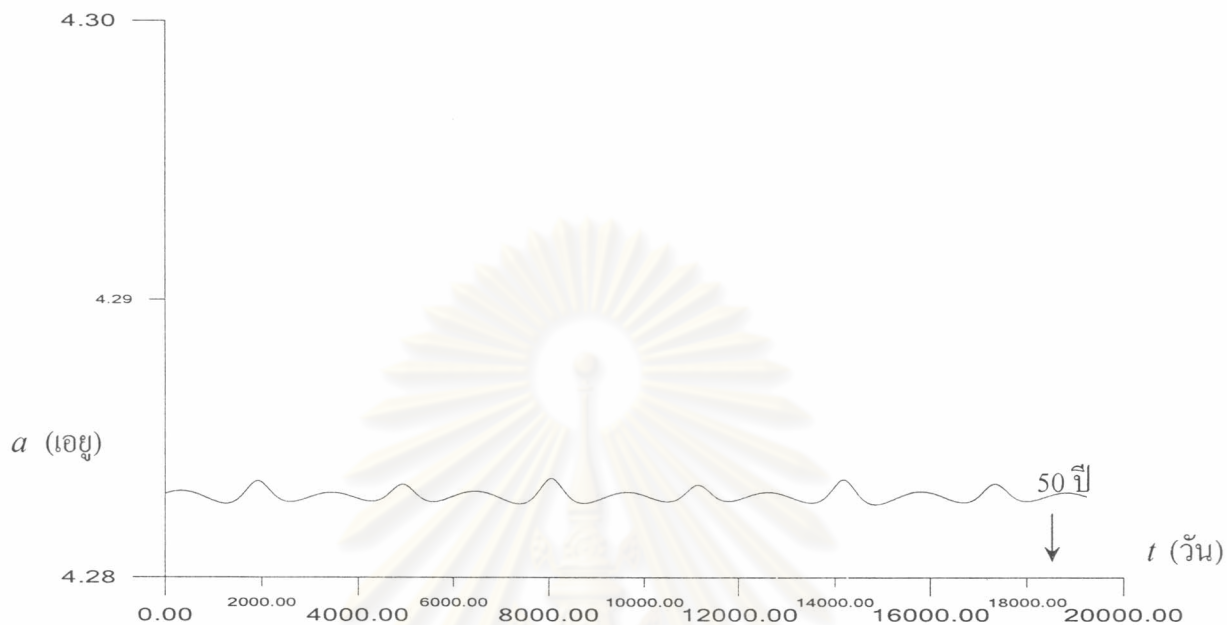
รูปที่ 6.8 แสดงค่า i ในกรณีที่ 2รูปที่ 6.9 แสดงค่า Ω ในกรณีที่ 2



รูปที่ 6.10 แสดงค่า ω ในกรณีที่ 2

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

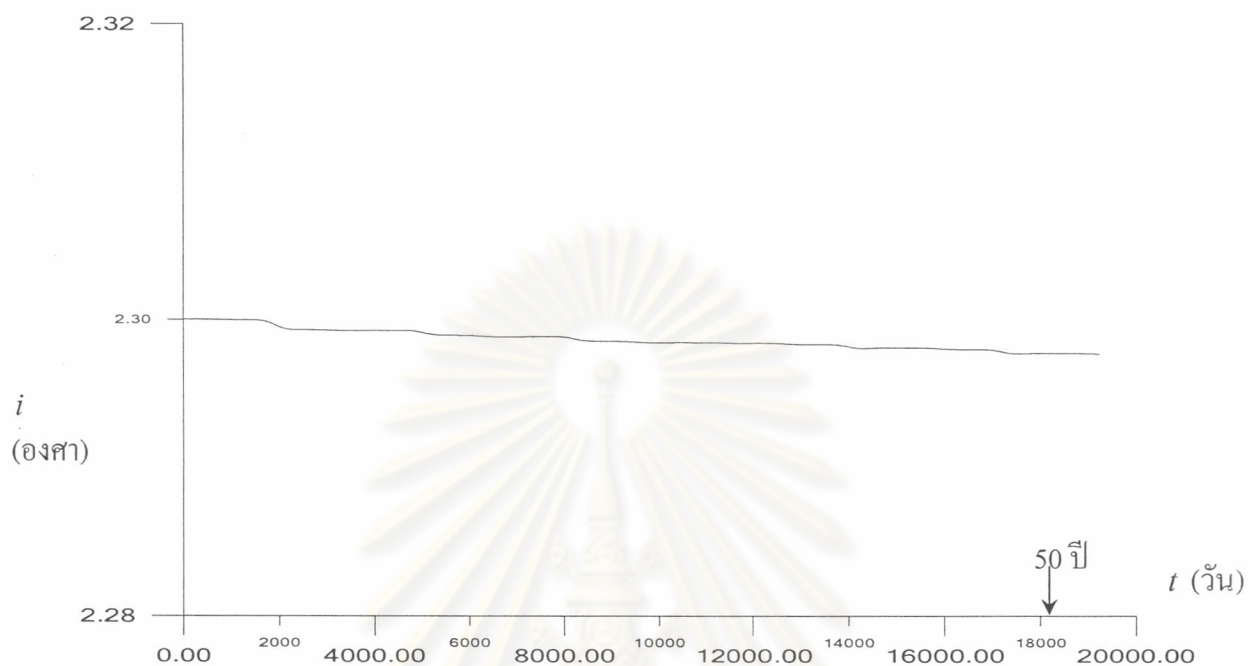
6.3 กรณีที่ 3 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยยูเลย์ เมื่อมีการรบกวนจากดาวเสาร์เท่านั้น ในช่วงระยะเวลา 50 ปี



รูปที่ 6.11 แสดงค่า a ในกรณีที่ 3



รูปที่ 6.12 แสดงค่า e ในกรณีที่ 3



รูปที่ 6.13 แสดงค่า i ในกรณีที่ 3



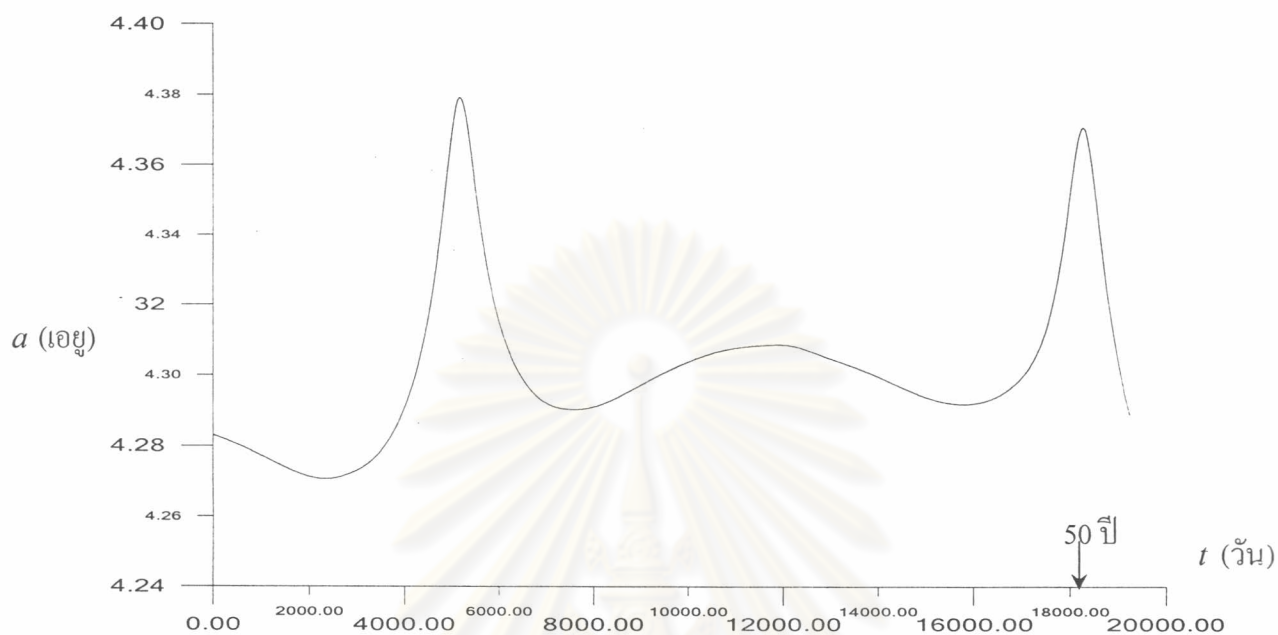
รูปที่ 6.14 แสดงค่า Ω ในกรณีที่ 3



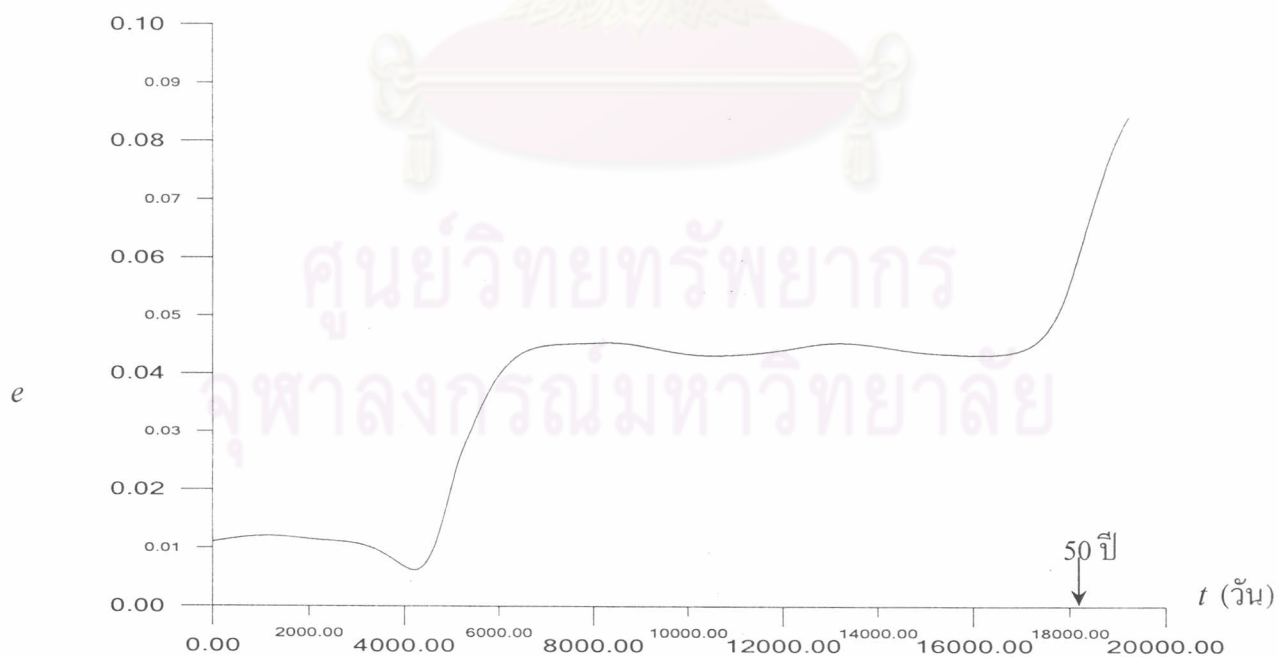
รูปที่ 6.15 แสดงค่า ω ในกรณีที่ 3

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

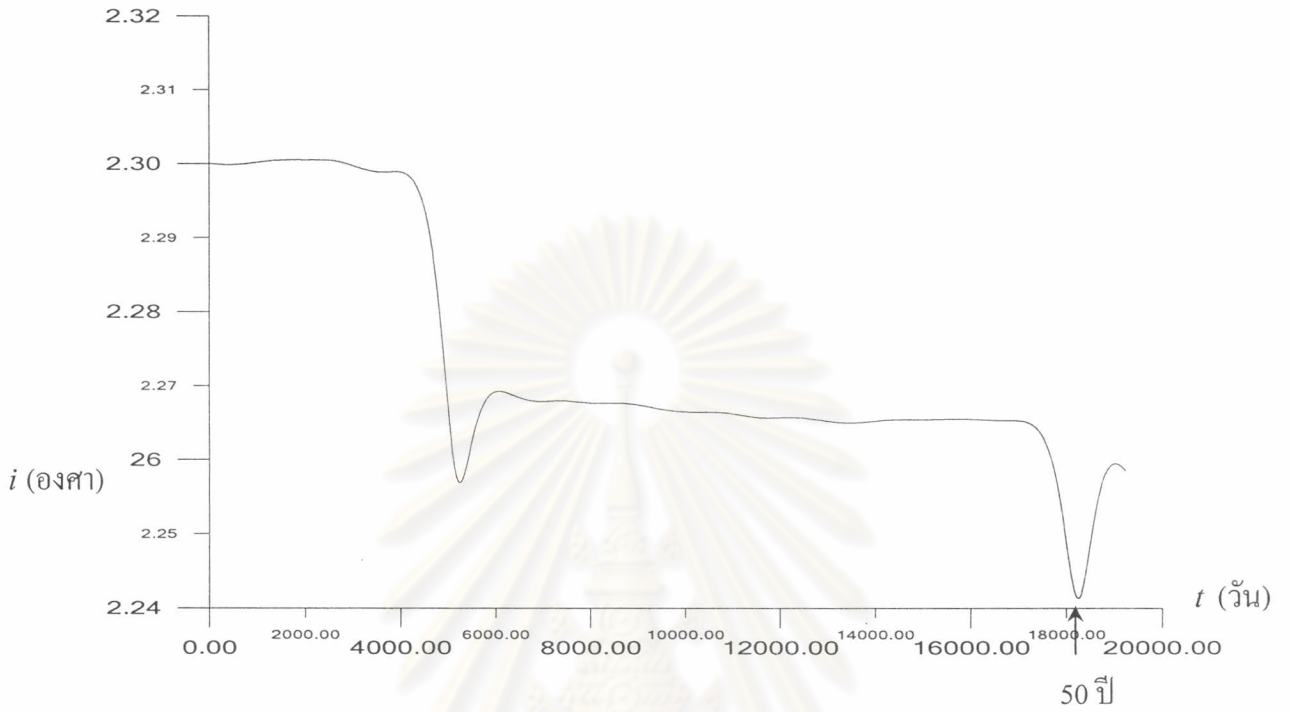
6.4 กรณีที่ 4 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยยูเลีย เมื่อได้รับการรบกวนจากทั้งดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์ ในช่วงระยะเวลา 50 ปี



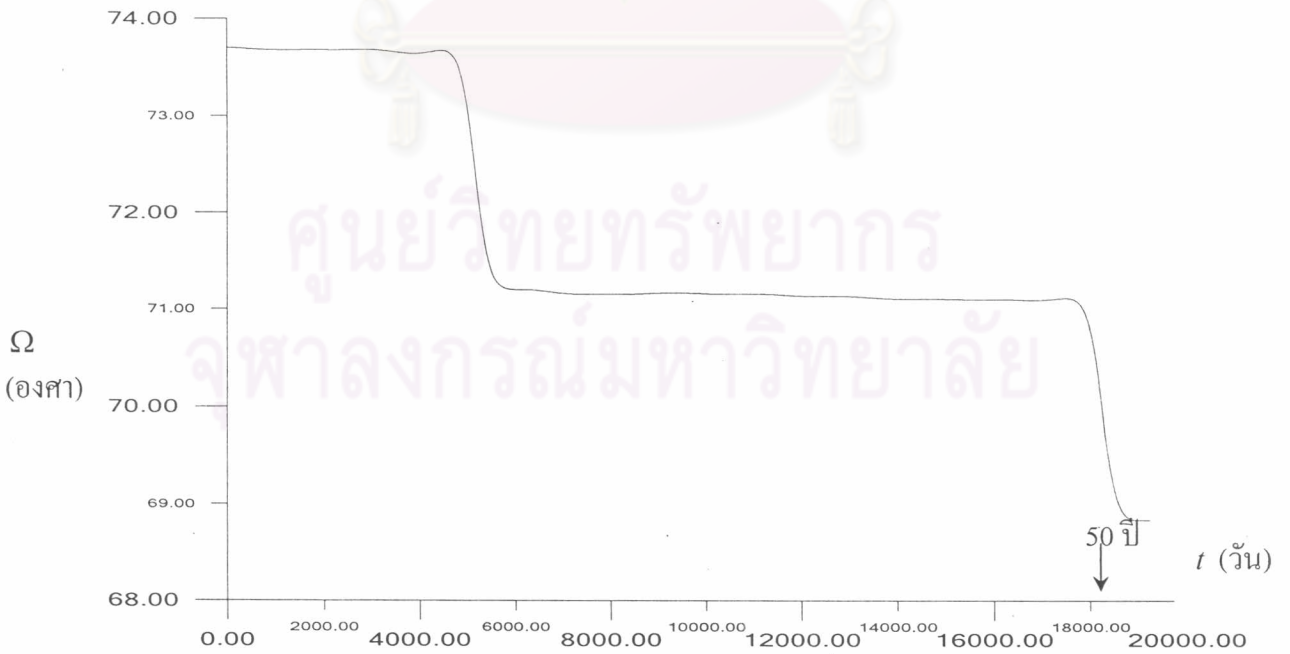
รูปที่ 6.16 แสดงค่า a ในกรณีที่ 4



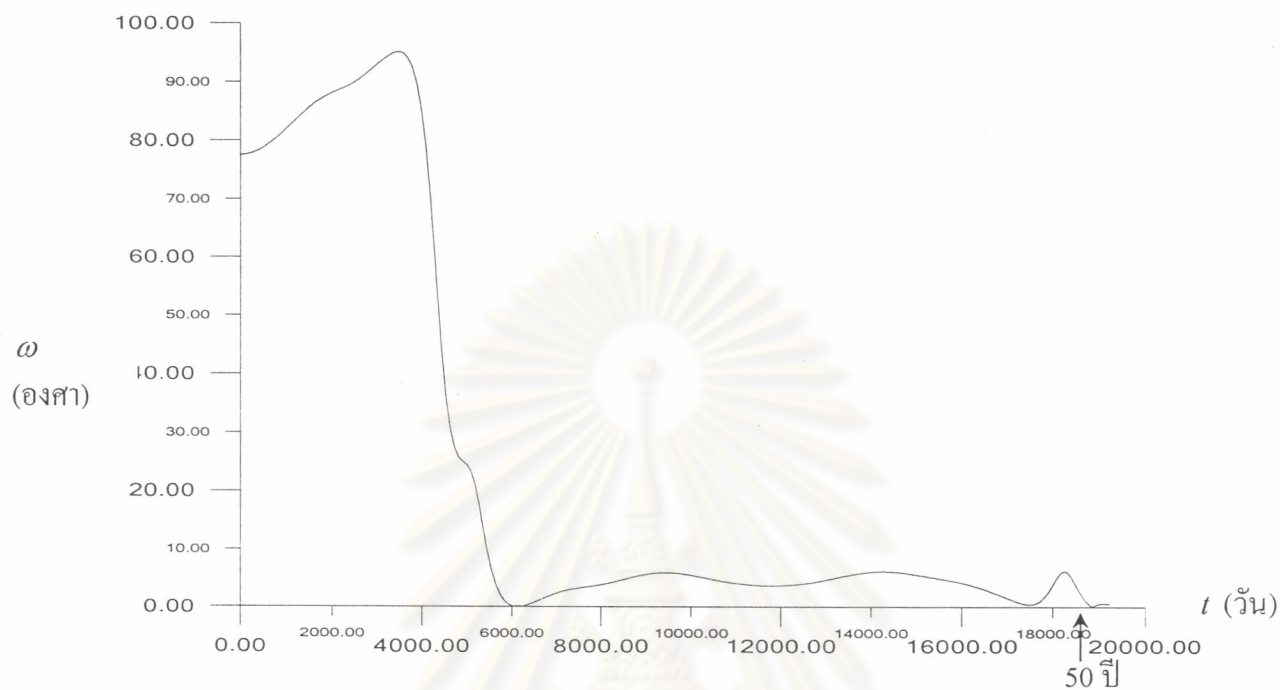
รูปที่ 6.17 แสดงค่า e ในกรณีที่ 4



รูปที่ 6.18 แสดงค่า i ในกรณีที่ 4



รูปที่ 6.19 แสดงค่า Ω ในกรณีที่ 4



รูปที่ 6.20 แสดงค่า ω ในกรณีที่ 4

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิจารณาจากรูปที่ 6.1-6.5 แสดงค่าหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ที่เวลาต่างๆ ในช่วงเวลา 50 ปี โดยมีขั้นเวลาการคำนวณเป็น 20 วัน พบว่า เมื่อระบบของวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ที่เคลื่อนที่รอบดวงอาทิตย์ โดยพิจารณาเฉพาะกรณีที่ระบบประกอบด้วยดาวเคราะห์น้อยทุเลย์และดวงอาทิตย์เท่านั้น ซึ่งก็หมายถึงว่าวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์จะไม่ได้รับการรบกวนจากดาวเคราะห์ดวงอื่นๆนั้น พบว่า หลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากหรือเกือบไม่มีการเปลี่ยนแปลง ทั้งนี้จะเป็นไปในกรณีของปัญหาการเคลื่อนที่ของวัตถุสองชิ้นนั่นเอง

จากรูปที่ 6.6-6.20 ซึ่งแสดงค่าหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ที่เวลาต่างๆ ในช่วงเวลา 50 ปี โดยมีขั้นเวลาการคำนวณเป็น 20 วัน ซึ่งแบ่งการพิจารณาเป็น 3 กรณีด้วยกัน คือ กรณีที่ได้รับแรงรบกวนจากดาวเสาร์ กรณีที่ได้รับแรงรบกวนจากดาวพฤหัสบดี และ กรณีที่ได้รับแรงรบกวนจากทั้งดาวเสาร์และดาวพฤหัสบดี

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ในกรณีที่มีการรบกวนจากดาวพฤหัสบดีและกรณีที่ได้รับการรบกวนจากดาวเสาร์ พบว่า การเปลี่ยนแปลงหลักมูลทางโคจรในกรณีที่ได้รับการรบกวนจากดาวเสาร์มีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับ การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในกรณีที่ได้รับการรบกวนจากดาวพฤหัสบดีหลายเท่า

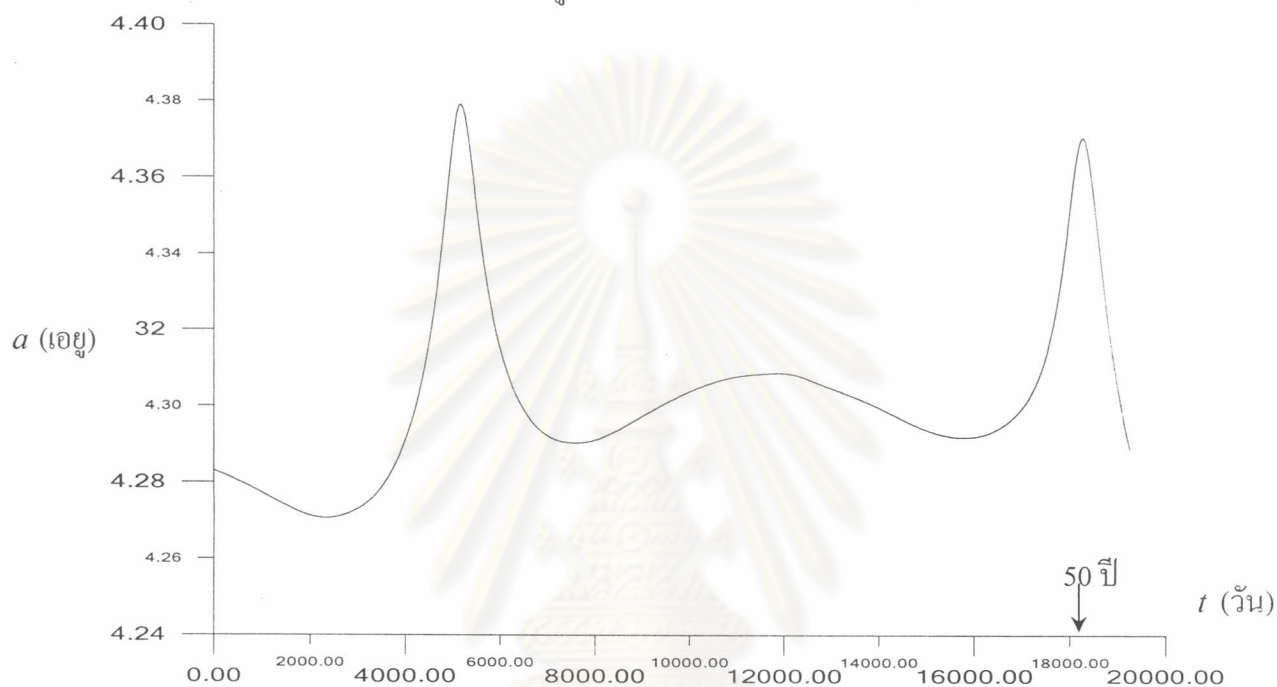
พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ที่ได้จากกรณีที่ได้รับการรบกวนจากดาวพฤหัสบดีและกรณีที่ได้รับการรบกวนจากทั้งดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์ พบว่าหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์มีการเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจนและมีลักษณะคล้ายคลึงกันมาก จากลักษณะของค่าหลักมูลทางโคจรของทั้งสองกรณีมีลักษณะคล้ายกันมากนั้น เนื่องมาจาก ดาวเคราะห์ที่จะมีอิทธิพลต่อวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์มากหรือน้อยเพียงใด นั้นมีปัจจัยที่สำคัญ 2 ปัจจัยด้วยกันคือ มวลและระยะห่างระหว่างดาวเคราะห์และดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ อธิบายได้จากแรงดึงดูดระหว่างวัตถุ นั่นคือจะได้ว่าวัตถุที่มีมวลมากและใกล้กว่านั้นจะสามารถส่งแรงดึงดูดได้มากกว่าวัตถุที่มีมวลน้อยและอยู่ในตำแหน่งที่ไกลกว่า ซึ่งจากที่กล่าวมานั้น สามารถนำมาพิจารณาผลที่ได้จากการพิจารณาในกรณีที่ 2, 3 และ 4 ได้ว่า เนื่องจากมวลของดาวพฤหัสบดีมีค่ามากกว่ามวลของดาวเสาร์ประมาณ 3.34 เท่า และดาวพฤหัสบดียังมีวงโคจรอยู่ใกล้กับวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์มากกว่าดาวเสาร์ประมาณ 5 เท่า จึงทำให้แรงรบกวนที่เกิดจากดาวพฤหัสบดีมีมากกว่าแรงรบกวนที่เกิดจากดาวเสาร์มาก ดังนั้นหลักมูลทางโคจรที่ได้จากกรณีที่ 2 และ 4 จึงมีลักษณะใกล้เคียงกันมาก

ต่อไปจะเป็นการพิจารณาค่าหลักมูลทางโคจรที่ได้จากกรณีที่ 3 โดยจะวิเคราะห์เฉพาะค่า a และ e ซึ่งเป็นหลักมูลทางโคจรที่สามารถบ่งบอกถึงลักษณะรูปร่างของวงโคจรและอิทธิพลที่เกิดจากการรบกวนได้อย่างชัดเจน และทำการเปรียบเทียบระหว่างวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์และดาวพฤหัสบดีเท่านั้น เพื่อแสดงตำแหน่งที่ดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ได้รับแรงรบกวนมากที่สุด

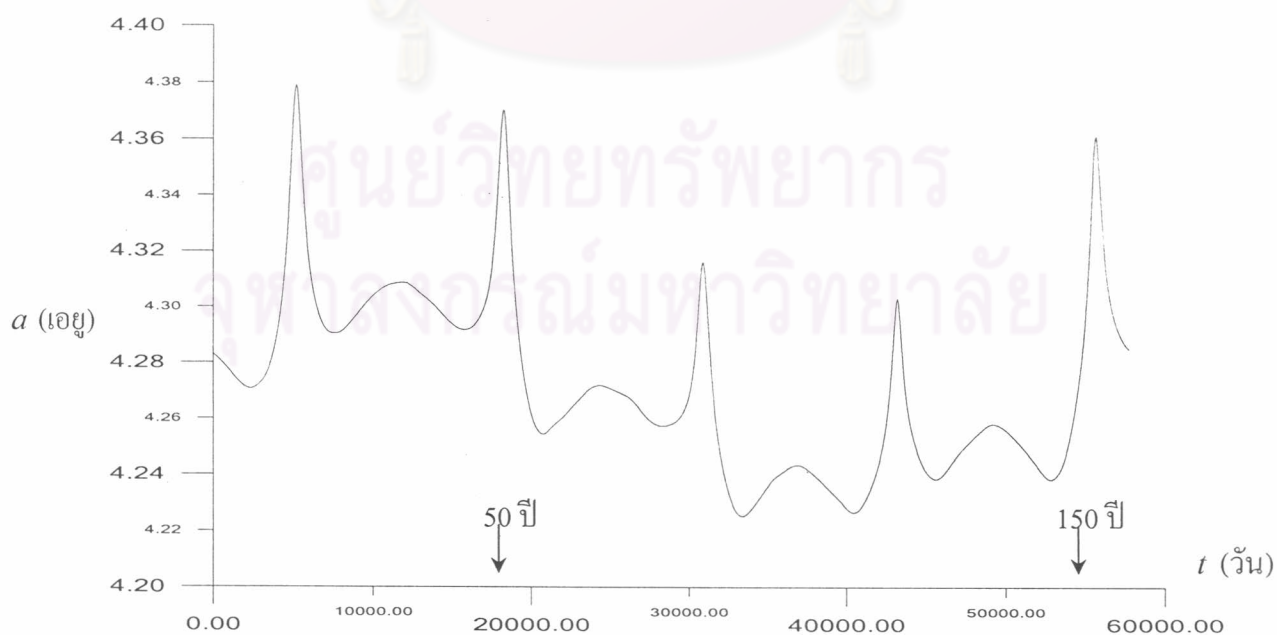
6.5 หลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลย์ เมื่อมีการรบกวนจากทั้งดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์ ครอบคลุมช่วงเวลา 50 ปี , 150 ปี และ 40 ปี

เมื่อพิจารณาแยกจำเพาะเจาะจงในแต่ละหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลย์เมื่อได้รับการรบกวนทั้งดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์ครอบคลุมช่วงเวลา 50 ปี , 150 ปี และ 40 ปี เพื่อทำการสังเกตการเปลี่ยนแปลงทั้งในระยะสั้นและระยะยาวต่อไป

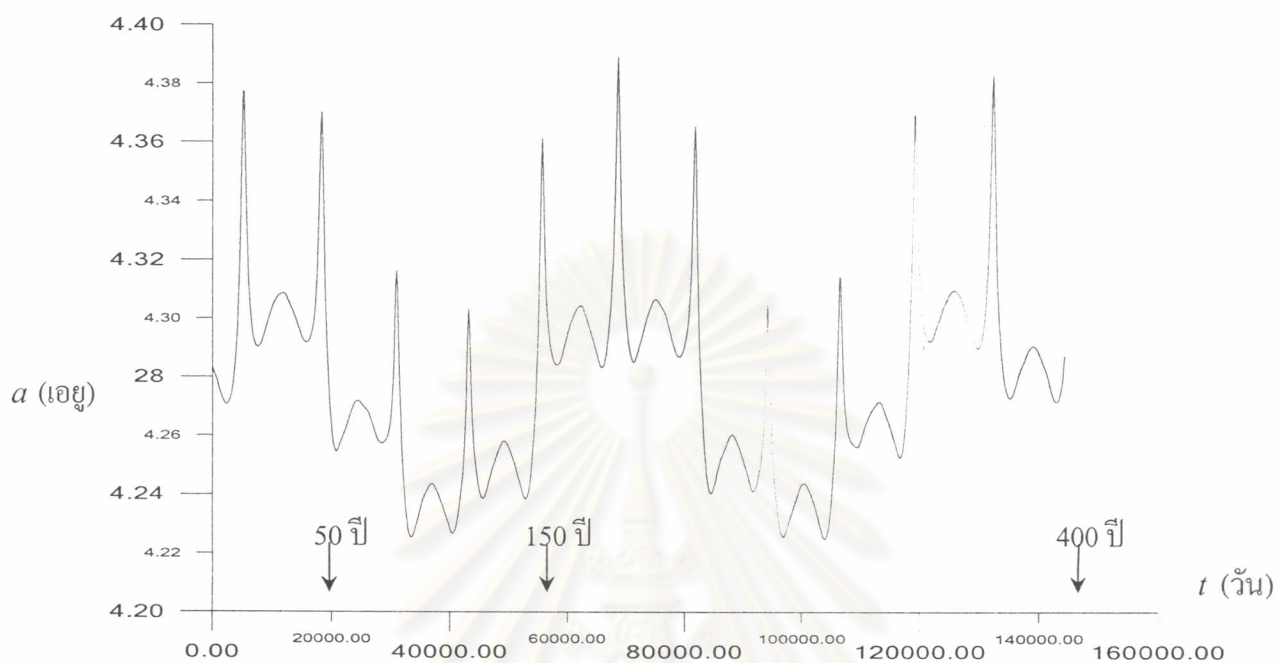
สำหรับหลักมูลทางโคจรระยะครึ่งแกนเอก a



รูปที่ 6.21 แสดงค่า a ที่ช่วงเวลา 50 ปี



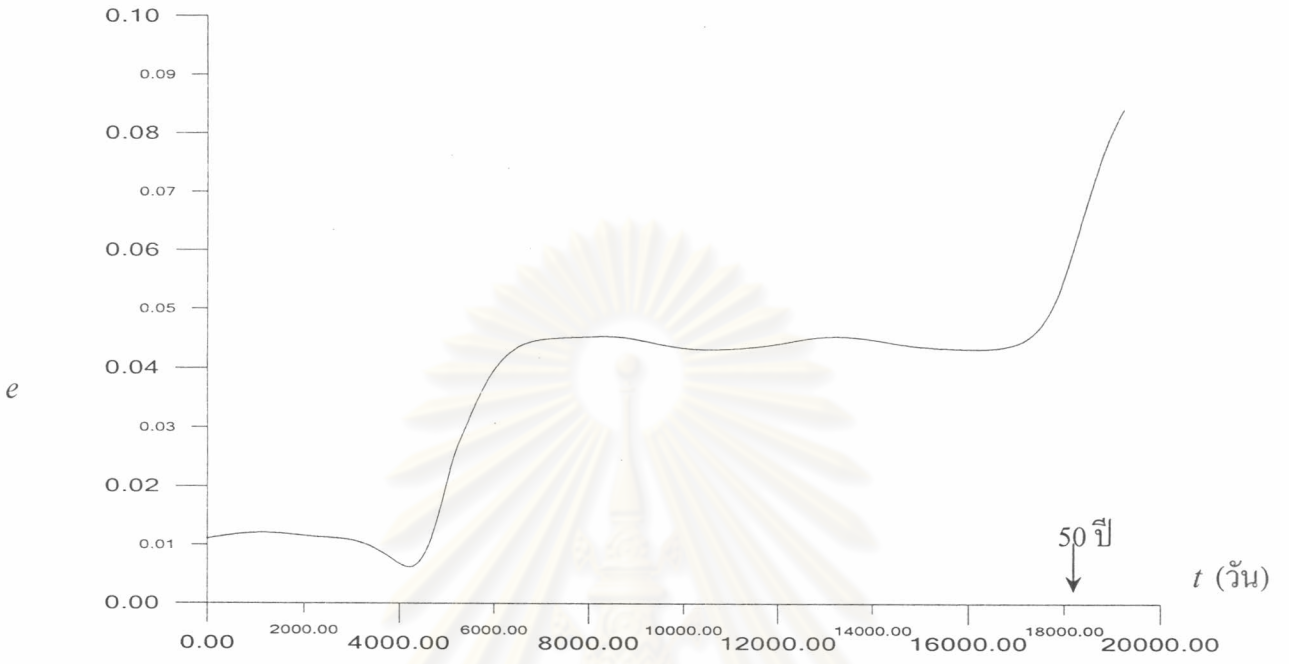
รูปที่ 6.22 แสดงค่า a ที่ช่วงเวลา 150 ปี



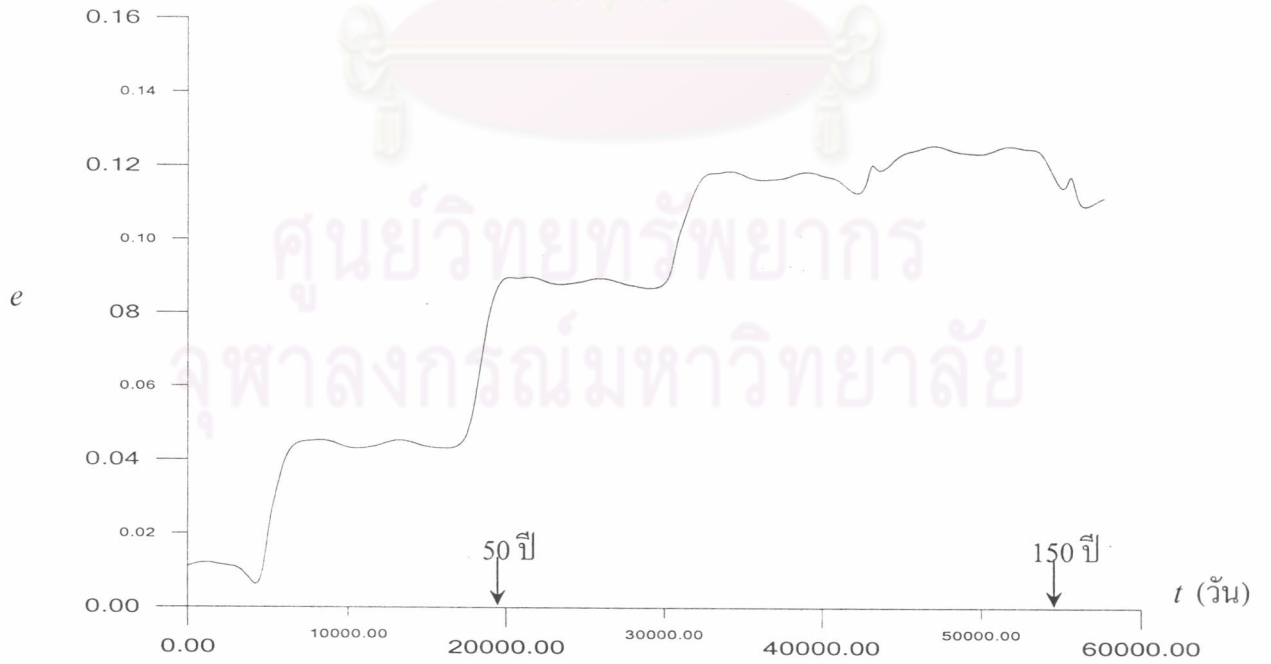
รูปที่ 6.23 แสดงค่า a ที่ช่วงเวลา 400 ปี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

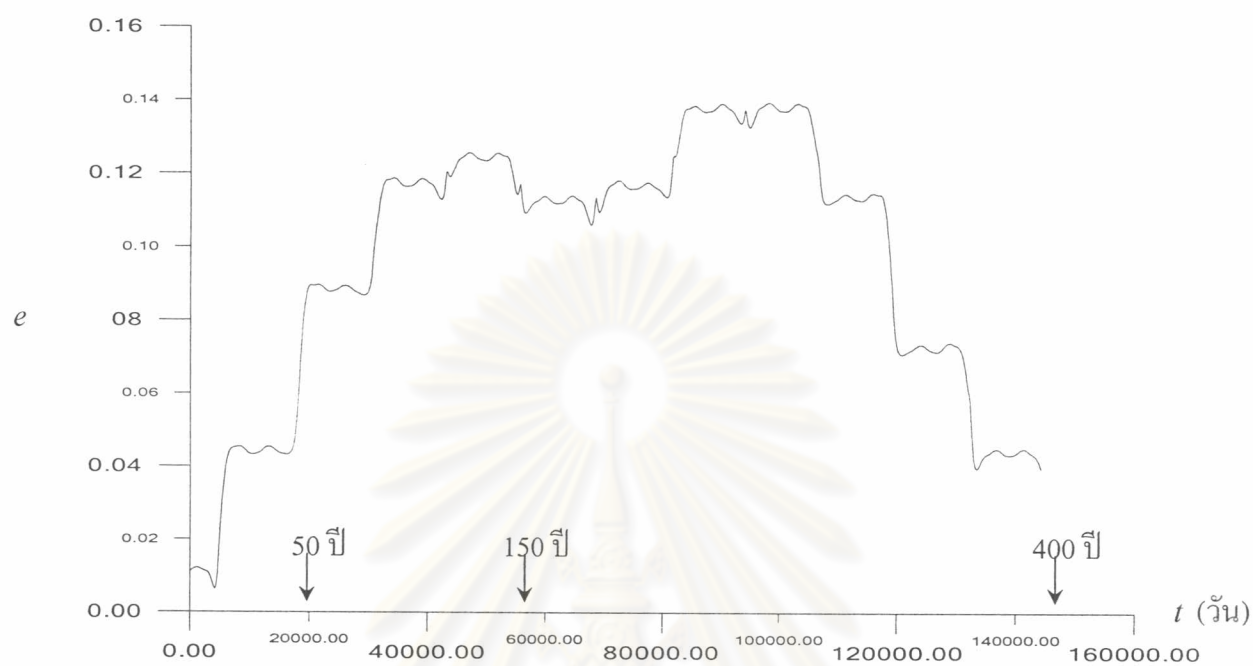
สำหรับหลักรวมทางโคจรความรี e



รูปที่ 6.24 แสดงค่า e ที่ช่วงเวลา 50 ปี



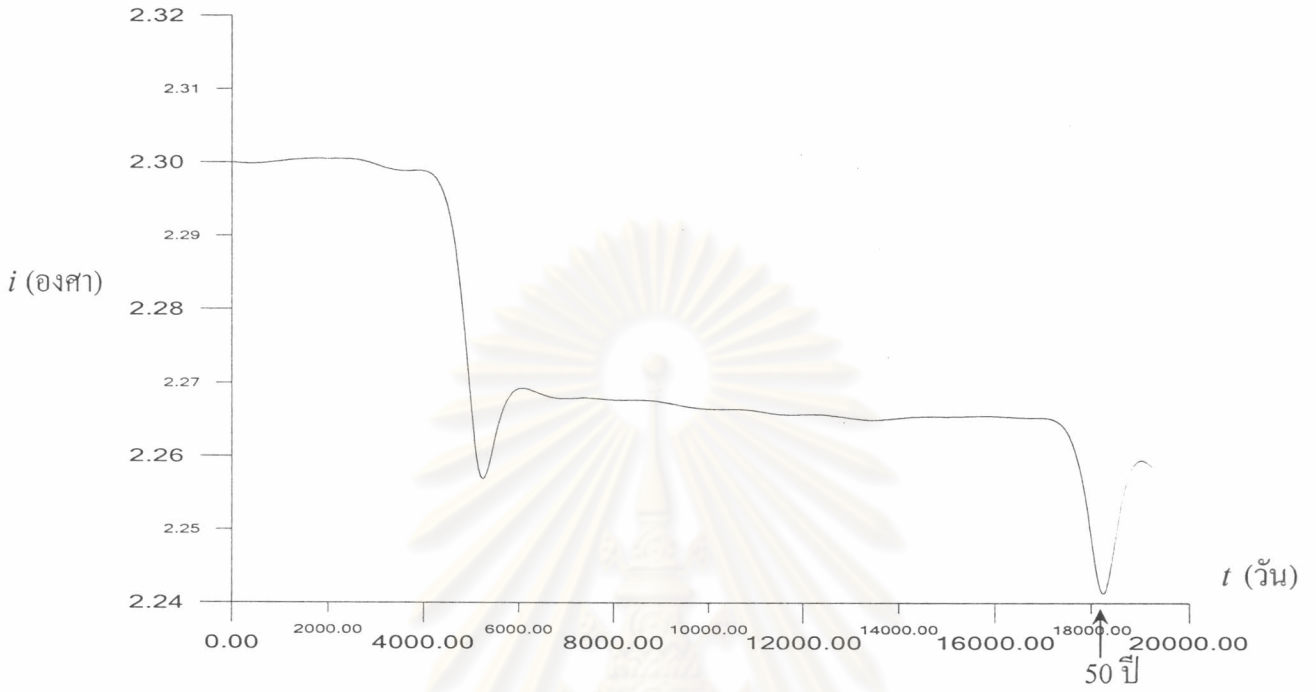
รูปที่ 6.25 แสดงค่า e ที่ช่วงเวลา 150 ปี



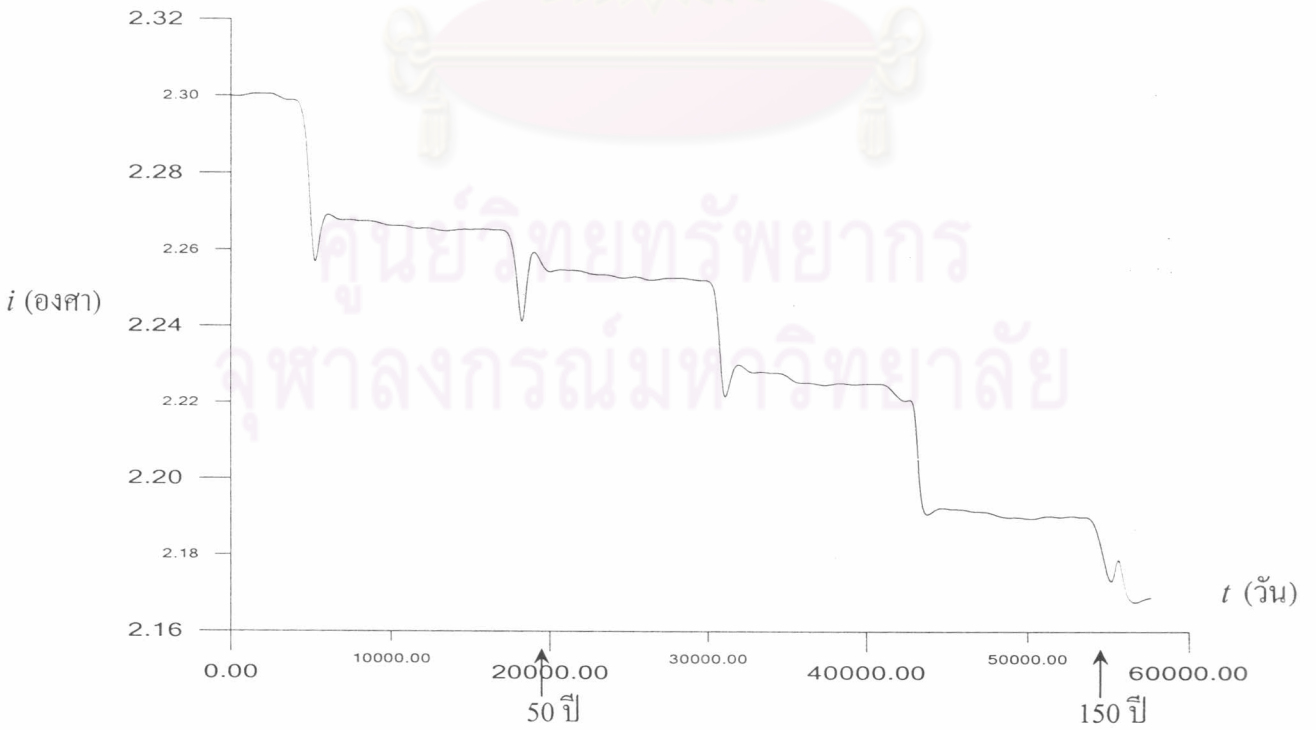
รูปที่ 6.26 แสดงค่า e ที่ช่วงเวลา 400 ปี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

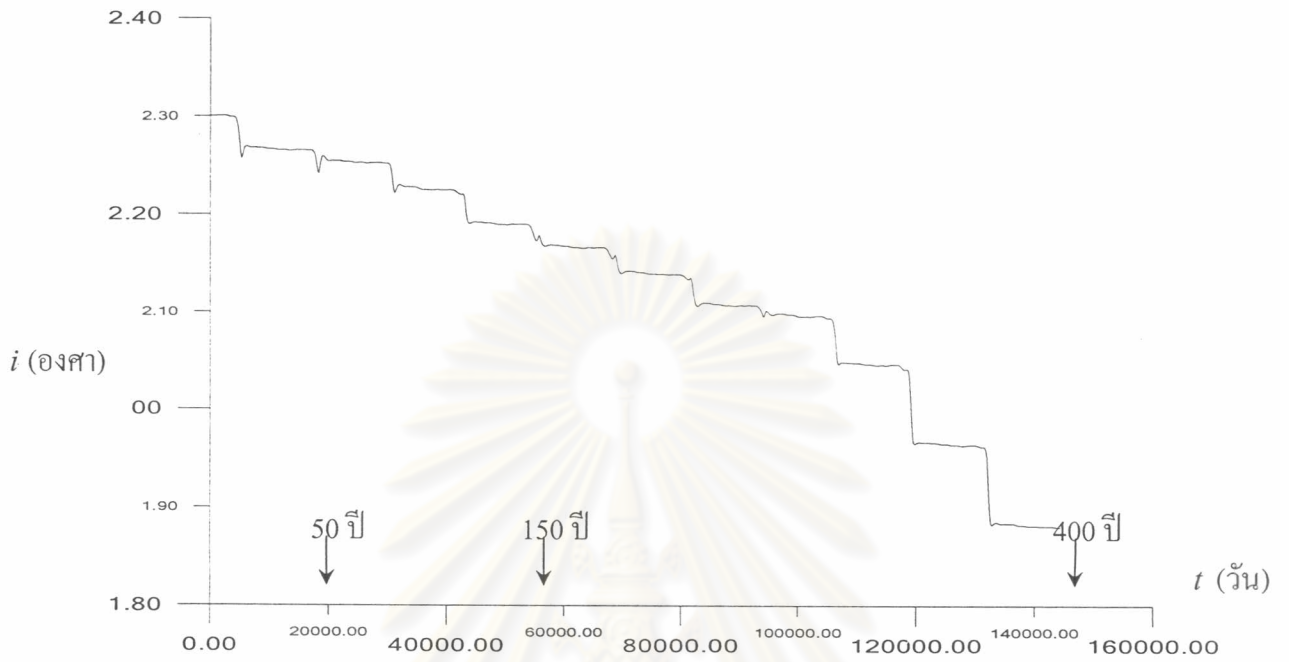
สำหรับหลักรวมทางโคจรความเอียงทางโคจร i



รูปที่ 6.27 แสดงค่า i ที่ช่วงเวลา 50 ปี



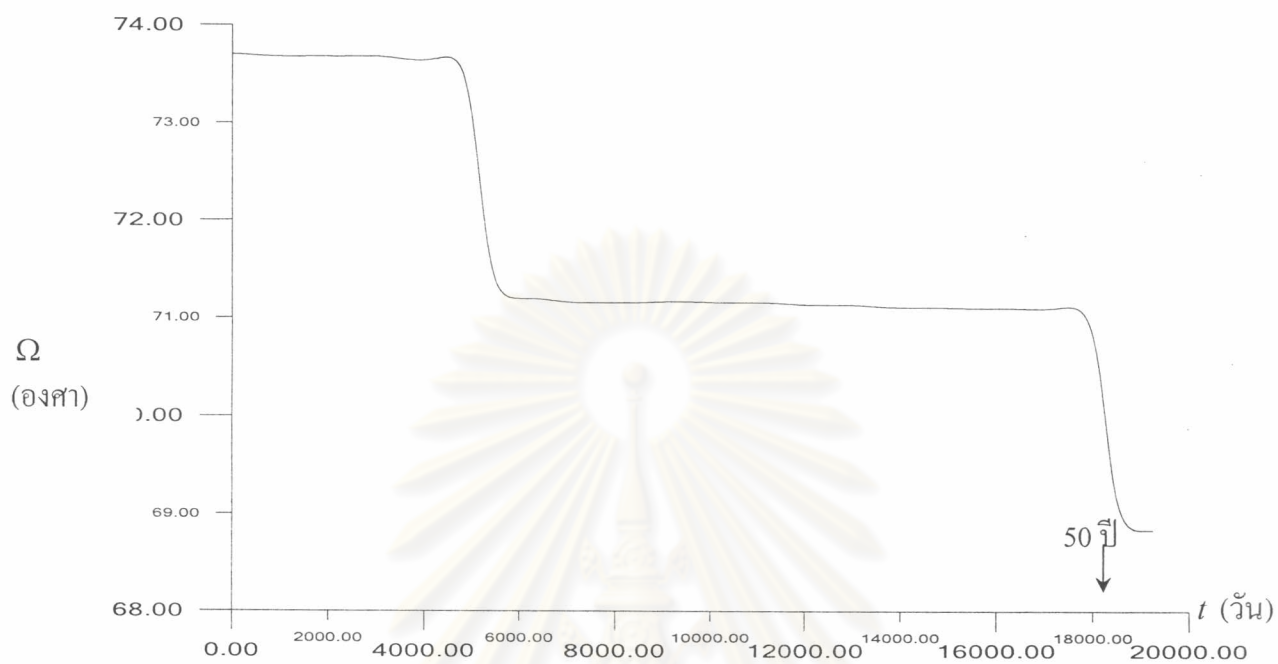
รูปที่ 6.28 แสดงค่า i ที่ช่วงเวลา 150 ปี



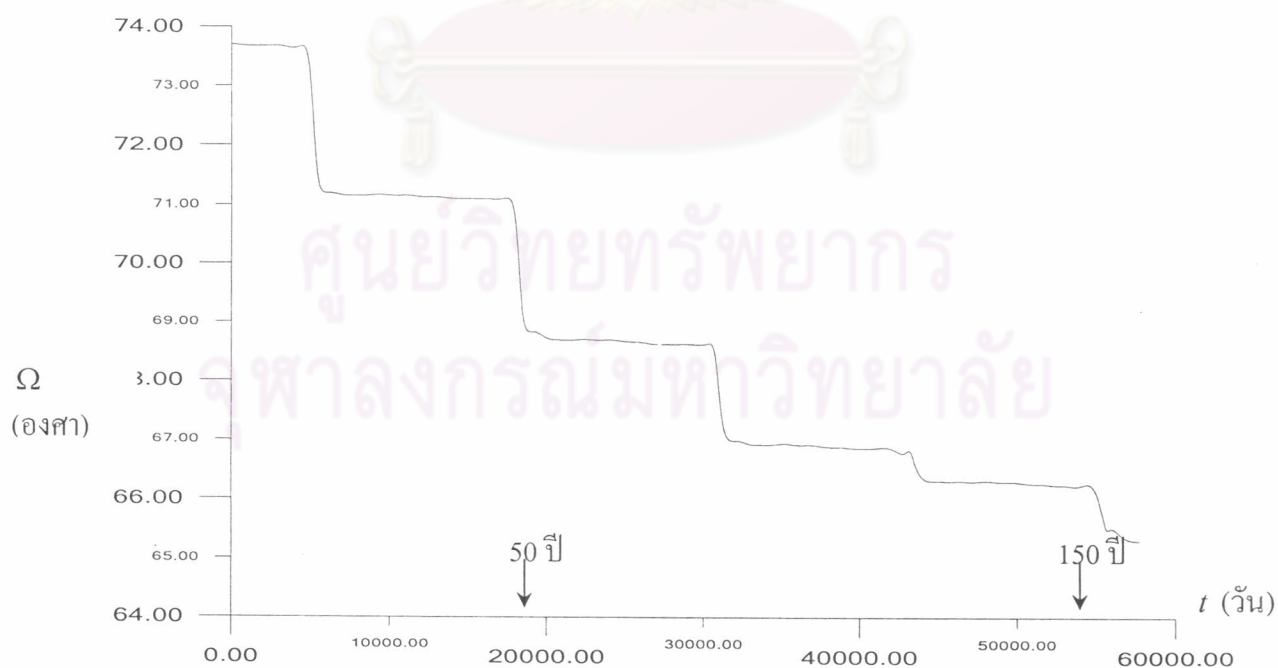
รูปที่ 6.29 แสดงค่า i ที่ช่วงเวลา 400 ปี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

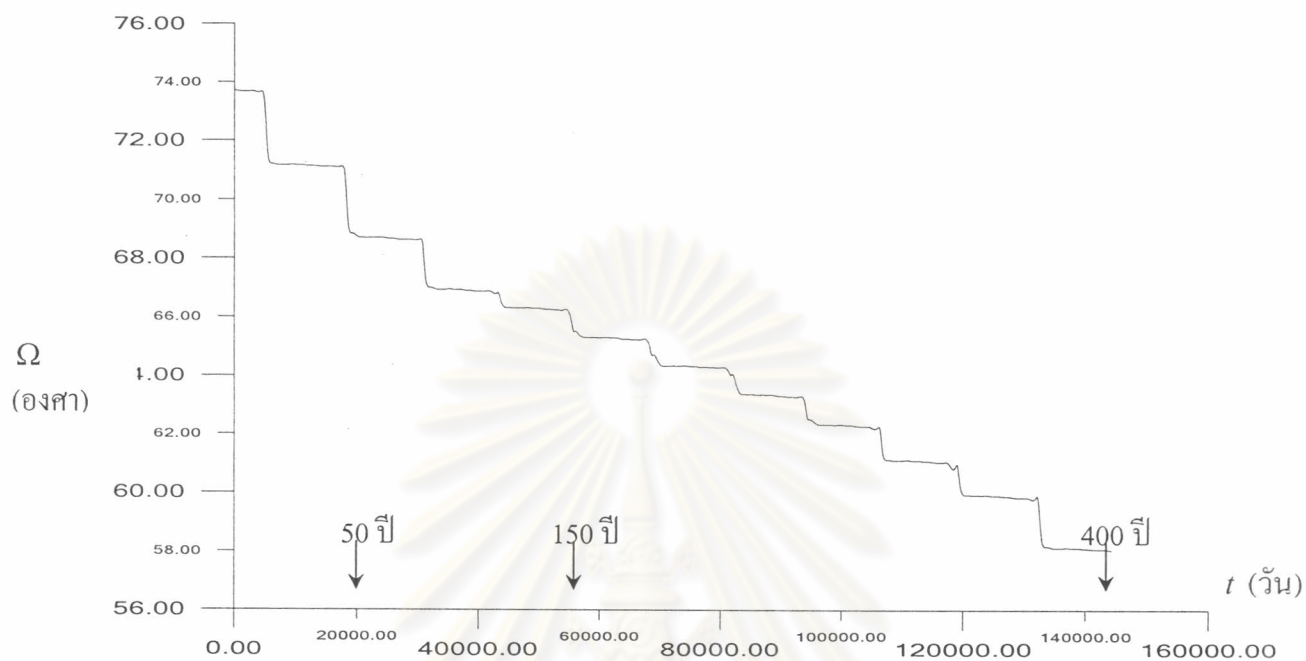
สำหรับหลักมูลทางโคจรระยะแวงของจุดไต้ขึ้น Ω



รูปที่ 6.30 แสดงค่า Ω ที่ช่วงเวลา 50 ปี



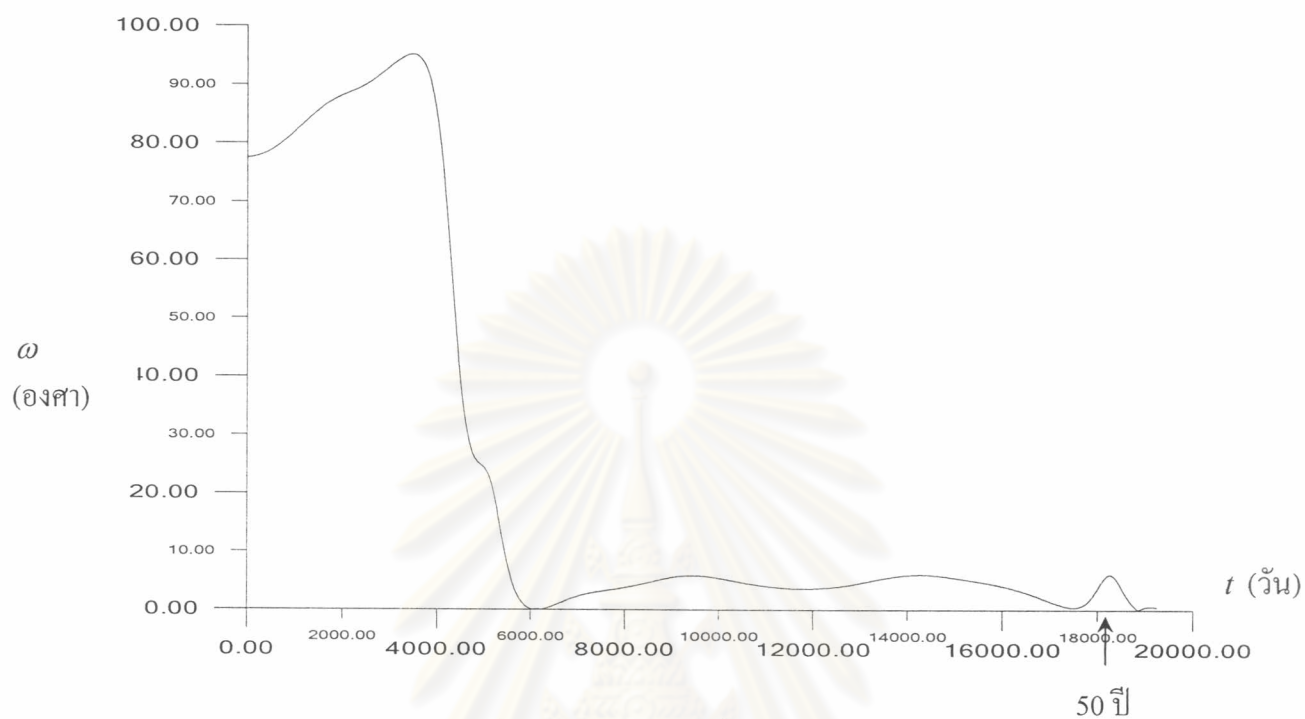
รูปที่ 6.31 แสดงค่า Ω ที่ช่วงเวลา 150 ปี



รูปที่ 6.32 แสดงค่า Ω ที่ช่วงเวลา 400 ปี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

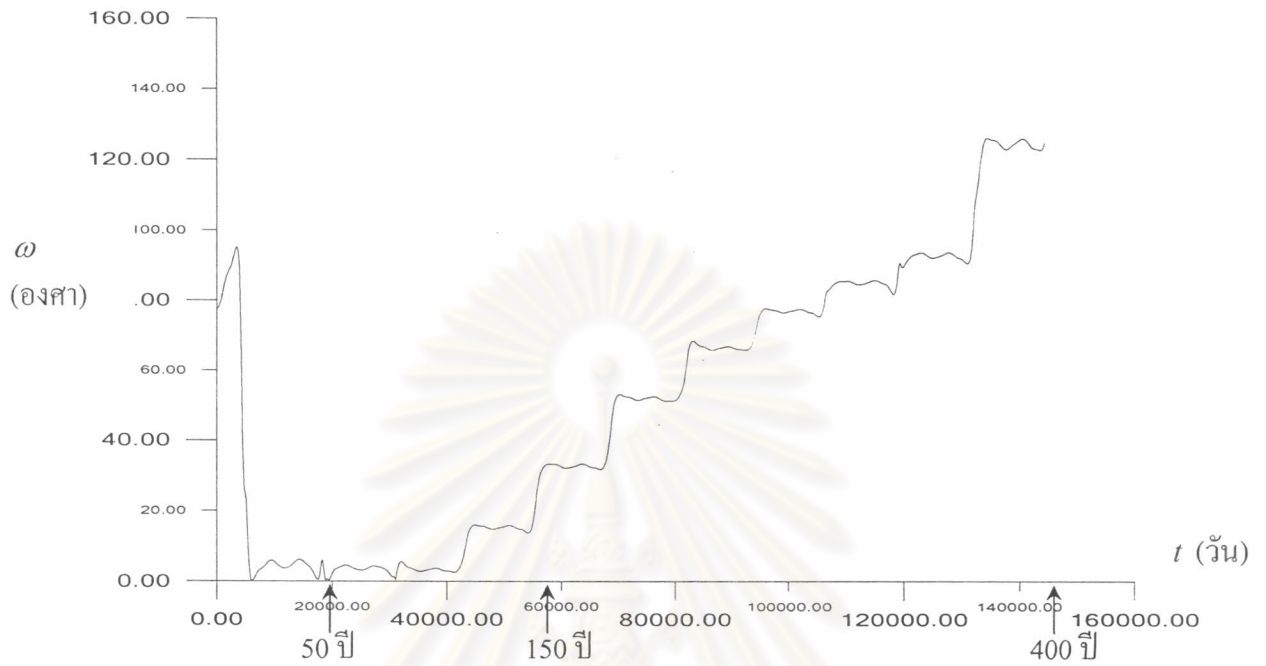
สำหรับระยะมุมของจุดโก่งคหวงอาทิตย์ ω



รูปที่ 6.33 แสดงค่า ω ที่ช่วงเวลา 50 ปี



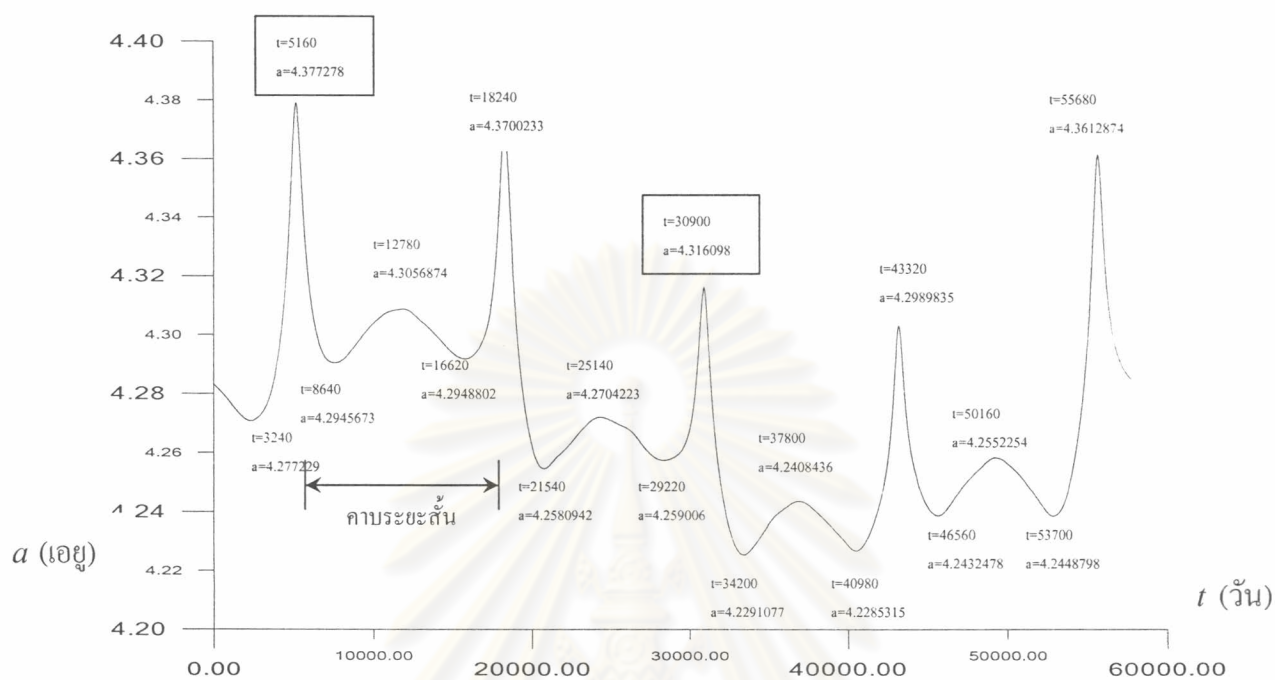
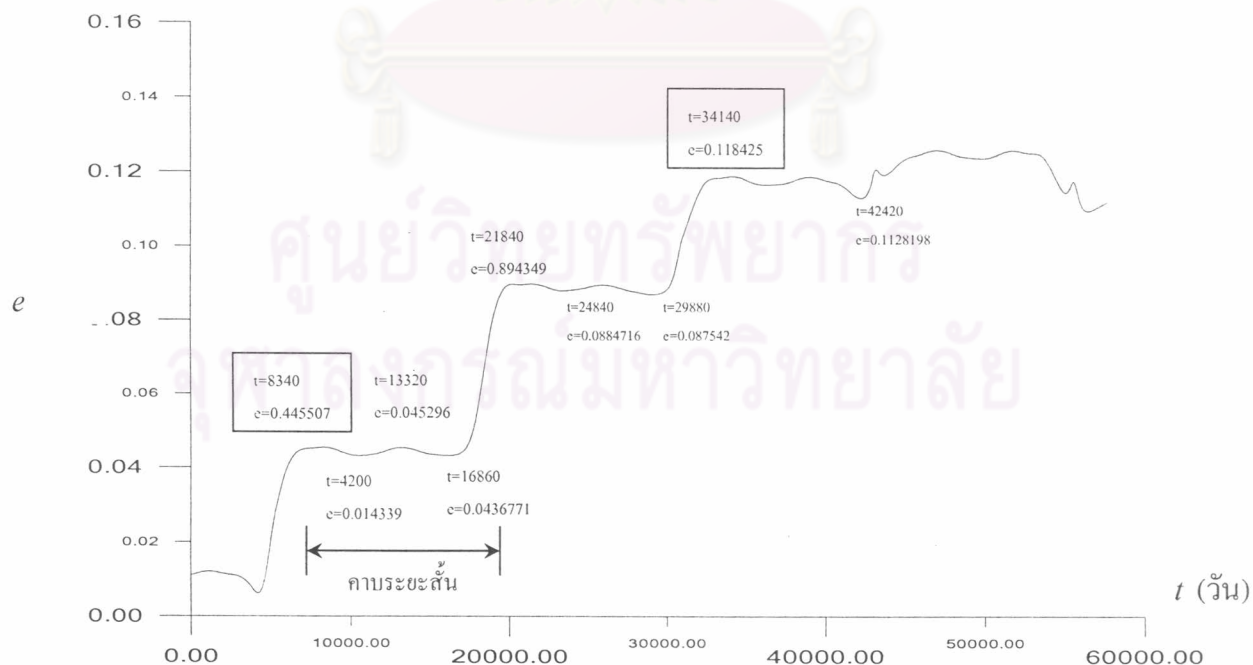
รูปที่ 6.34 แสดงค่า ω ที่ช่วงเวลา 150 ปี

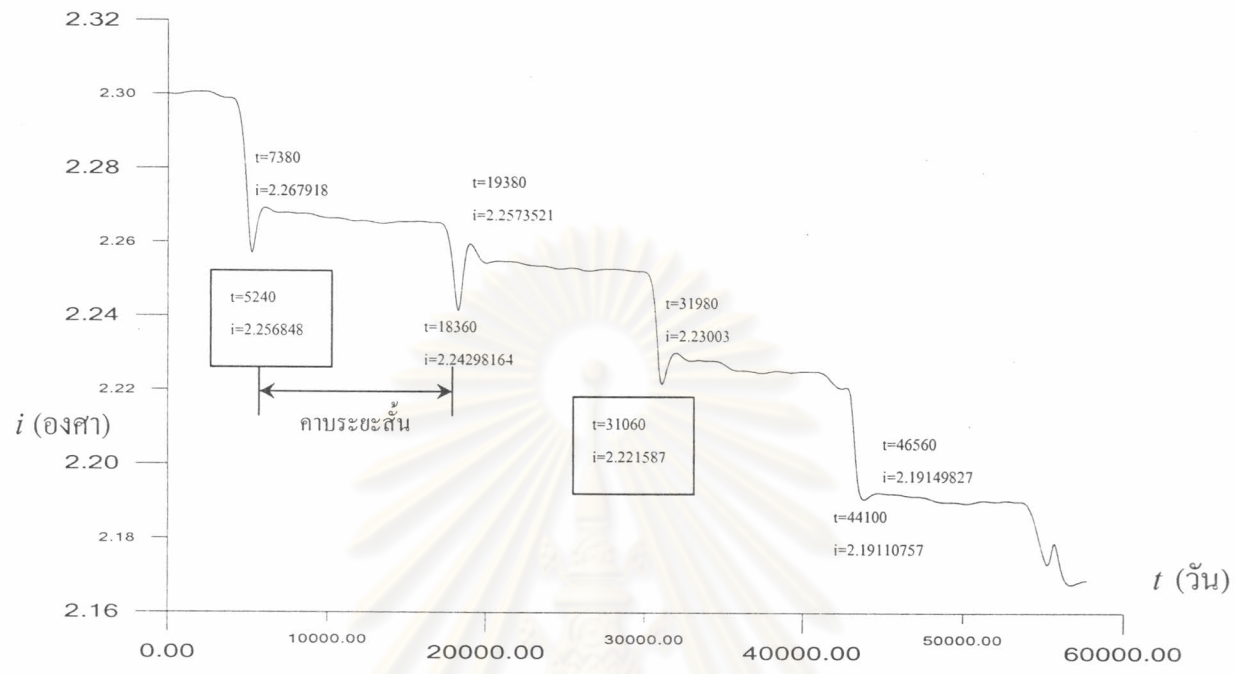


รูปที่ 6.35 แสดงค่า ω ที่ช่วงเวลา 400 ปี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6.6 การหาคาบการนัดพบ

รูปที่ 6.36 แสดงค่า a ต่ำสุดและสูงสุดที่เวลาต่างๆรูปที่ 6.37 แสดงค่า e ต่ำสุดและสูงสุดที่เวลาต่างๆ



รูปที่ 6.38 แสดงค่า i ต่ำสุดและสูงสุดที่เวลาต่างๆ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากรูปที่ 6.36 - 6.38 แสดงค่าการเปลี่ยนแปลงของหลักมูลทางโคจร a, e และ i ของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ที่เวลาต่างๆไว้ จากรูปพบว่าค่า a, e และ i มีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะที่เป็นคาบ โดยเมื่อพิจารณารูปที่ 6.36 พบว่าค่า a มีค่าสูงสุดที่เวลา $t = 5,160$ วัน และ $t = 18,240$ วัน และที่เวลา $t = 30,900$ วัน ตามลำดับ ดังนั้นจะสามารถคำนวณหาค่าคาบของ a ได้จาก

$$\frac{30,900 - 5,160}{2} = 12,870 \cong 35.3 \text{ ปี}$$

และเมื่อพิจารณารูปที่ 6.37 พิจารณาว่าค่า e มีค่าสูงสุดค่าแรกที่เวลา $t = 8,340$ และ $t = 21,840$ และที่เวลา $t = 34,140$ ตามลำดับ ดังนั้นจึงสามารถคำนวณหาค่าคาบของ e ได้จาก

$$\frac{34,140 - 8,340}{2} = 12,900 \cong 35.3 \text{ ปี}$$

จากรูป 6.38 พิจารณาว่าค่าต่ำสุดและสูงสุดของค่า i พบว่าตำแหน่งที่ค่า i ลดลงต่ำสุดในครั้งแรกคือที่เวลา $t = 5,240$ วัน และ $t = 18,360$ วัน และที่เวลา $t = 31,060$ วัน ถัดมาตามลำดับ ดังนั้นจึงสามารถคำนวณหาค่าคาบของ i ได้จาก

$$\frac{31,060 - 5,240}{2} = 12,890 \cong 35.3 \text{ ปี}$$

ส่วนการแปรผันของหลักมูลทางโคจรค่าอื่นก็เป็นไปในลักษณะเดียวกัน คือ มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงเป็นคาบโดยพบว่าคาบเฉลี่ยของหลักมูลทางโคจรเป็น 35.3 ปี นั่นหมายถึงว่าในทุกๆ 35.3 ปี วงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ได้รับแรงรบกวนจากดาวพฤหัสบดีมากที่สุดจึงทำให้ค่าหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์เปลี่ยนแปลงไปอย่างเห็นได้ชัด หรือ จะกล่าวได้ว่าทุกๆ 35.3 ปี วงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์และดาวพฤหัสบดีจะโคจรเข้ามาใกล้กันที่สุดนั่นเอง โดยเรียกคาบการเปลี่ยนแปลงหลักมูลทางโคจรนี้ว่า คาบการนัดพบ (Reudevouz period)

ต่อไปจะเป็นการพิจารณาคาบการนัดพบที่ได้จากการคำนวณจากสมการต่อไปนี้

$$R = \frac{2\pi}{n_J - n_T} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{a_J^3}} - \sqrt{\frac{4\pi^2}{a_T^3}}}; n^2 a^3 = \mu$$

เมื่อ a_T คือ ระยะครึ่งแกนเอกของวงโคจรดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ มีค่าเท่ากับ 4.283 AU

a_J คือ ระยะครึ่งแกนเอกของวงโคจรดาวพฤหัสบดี มีค่าเท่ากับ 5.2026 AU

ดังนั้นจะสามารถหาคาบการนัดพบได้ดังต่อไปนี้

$$R = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{5.2026^3}} - \sqrt{\frac{4\pi^2}{4.283^3}}} = 35.05 \text{ ปี}$$

พบว่าคาบการนัดพบที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการคำนวณ

6.7 การหาคาบระยะยาวของหลักลมุดครึ่งแกนเอก

เมื่อพิจารณาการแปรผันของระยะครึ่งแกนเอกของวงโคจร a ที่ระยะเวลาการคำนวณ 450 ปี นั้นปรากฏว่ามีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะเป็นคาบระยะสั้นและคาบระยะยาว โดยค่าคาบระยะสั้นนั้นคือ คาบการนัดพบ ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ส่วนคาบระยะยาวสามารถหาได้จากรูปที่ 4.28 โดย

$$\frac{132,300 - 5,250}{2} = 63,525 = 173.92 \text{ ปี}$$

จะได้ว่าคาบระยะยาวของระยะครึ่งแกนเอกของวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์มีค่าเท่ากับ 173.92 ปี แต่จะพบว่าคาบระยะยาวของหลักลมุดทางโคจรค่าต่างๆมีค่าไม่เท่ากัน โดยในการวิจัยครั้งนี้สามารถหาคาบระยะยาวได้เฉพาะของค่า a เท่านั้น

จากผลเฉลยของกรณีปัญหาที่มีการรบกวนเกิดขึ้นในระบบ พบว่าในทอมแรกจะปรากฏอยู่ในรูปต่อไปนี้

$$\frac{A(h_J, h_{T1})}{h_J n_J + h_T n_T} \sin[(h_J n_J + h_T n_T)t + B]$$

โดย

$$B = h_J \varepsilon_J + h_T \varepsilon_T + j_J \Omega_J + j_T \Omega_T + k_J \varpi_J + k_T \varpi_T$$

เมื่อ $\varepsilon_J, \Omega_J, \varpi_J$ คือ ค่าหลักลมุดทางโคจรของดาวพฤหัสบดี

$\varepsilon_T, \Omega_T, \varpi_T$ คือ ค่าหลักลมุดทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์

พิจารณาการหาคาบระยะยาวระหว่างทางโคจรของดาวพฤหัสบดีและดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ได้จากสมการต่อไปนี้

$$T = \frac{2\pi}{h_J n_J + h_T n_T}$$

เมื่อ T คือ คาบระยะยาว

h_J, h_T คือ จำนวนเต็ม

n_J, n_T คือ การเคลื่อนที่เฉลี่ย (mean motion) ของดาวพฤหัสบดีและดาวเคราะห์น้อย

ทุเลย์

โดย h_J, h_T ได้มาจากอัตราส่วนค่าคาบการโคจรระหว่างดาวพฤหัสบดีและดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ ในกรณีนี้มีค่าเป็น -4 และ 3 ตามลำดับ ส่วนการเคลื่อนที่เฉลี่ยของดาวพฤหัสบดีและดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ซึ่งได้มาจากการคำนวณจากข้อมูลที่ได้รับการสังเกตมีค่าประมาณ 0.0831 และ 0.113 องศาต่อวัน สามารถหาค่าคาบระยะยาวระหว่างดาวพฤหัสบดีและดาวเคราะห์น้อยทุเลย์ได้ซึ่งสามารถหาคาบระยะยาวของระยะครึ่งแกนเอกได้ประมาณ 200 ปี ซึ่งใกล้เคียงกับค่าคาบระยะยาวที่คำนวณได้จากระเบียบวิธีของเองเกมมากโดยคาบระยะยาวจากระเบียบวิธีของเองเกมมีค่าเท่ากับ 173.92 ปี

ต่อไปพิจารณาวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$3\lambda - 4\lambda' + \omega = A \sin(\alpha t + \beta)$$

เมื่อ λ คือ ระยะแวงเฉลี่ย (Mean Longitude) ของดาวเคราะห์น้อยยูเลีย

λ' คือ ระยะแวงเฉลี่ย (Mean Longitude) ของดาวพฤหัสบดี

ω คือ ระยะแวงของจุดใกล้ดวงอาทิตย์ (Longitude of Perihelious) ของดาวเคราะห์น้อยยูเลีย

$A \sin(\alpha t + \beta)$ คือ ขนาดของคาบที่เกิดขึ้น โดย A คือ แอมพลิจูดซึ่งมีค่ามากที่สุดเท่ากับ 45 องศา

โดยพบว่าการเปลี่ยนแปลงของระยะแวงของจุดใกล้ดวงอาทิตย์ ω มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ซึ่งก็จะกล่าวได้ว่า เทอมที่ถูกนำมาพิจารณาว่ามีการเคลื่อนที่นั้นมีเพียงเทอม $3n - 4n'$ เมื่อ n คือ การเคลื่อนที่เฉลี่ย หรือ การเปลี่ยนแปลงของมุมระยะแวงต่อวันนั่นเอง ซึ่งจากอัตราส่วนค่าคาบการโคจรของดาวพฤหัสบดีต่อค่าคาบของดาวเคราะห์น้อยยูเลีย จะได้ว่า

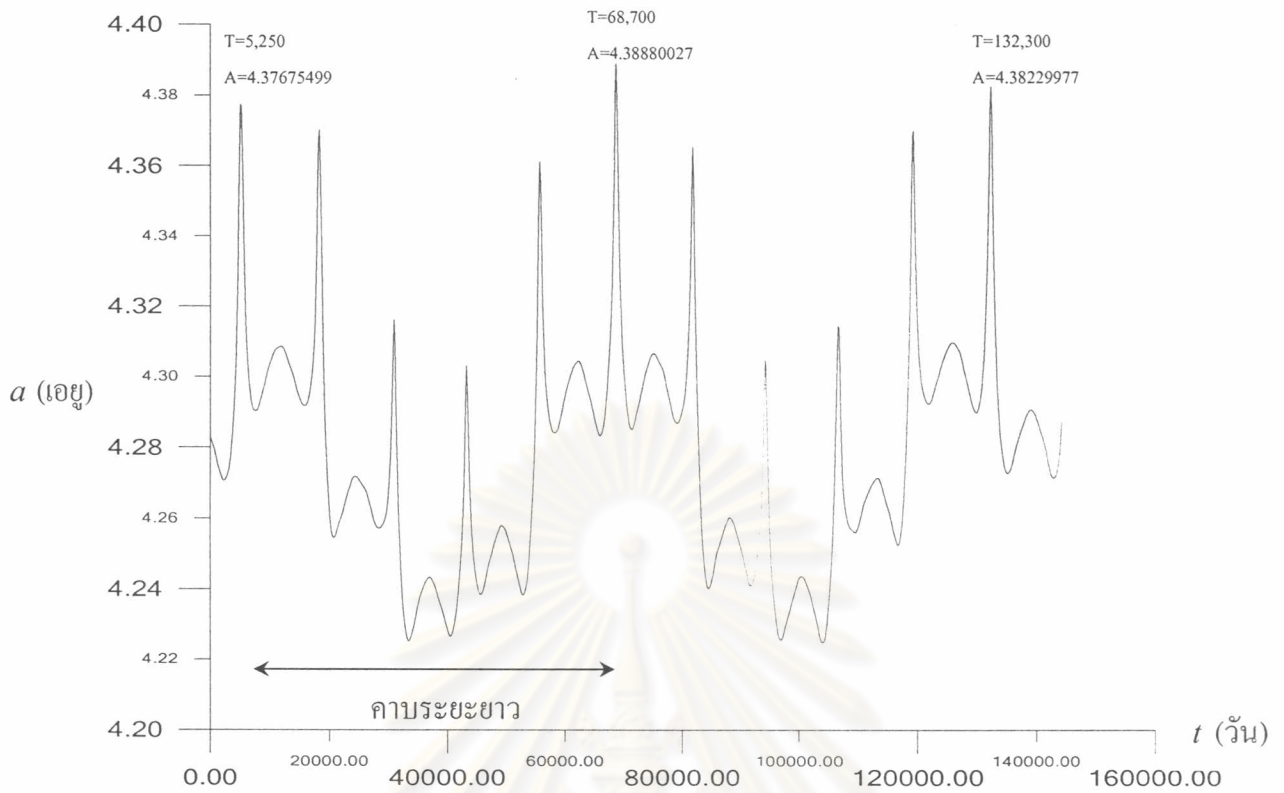
$$n \cong \frac{4}{3}n'$$

พิจารณาสมการ 6.1 เมื่อสมการทางด้านขวามีค่าเป็นศูนย์ จะได้ว่า

$$n = \frac{4}{3}n'$$

$$\lambda = \lambda', \lambda' = \omega$$

และพบว่าในกรณีนี้ดาวเคราะห์น้อยยูเลียจะโคจรเข้าใกล้ดาวพฤหัสบดีเฉพาะที่ตำแหน่งจุดใกล้ดวงอาทิตย์เท่านั้น ต่อไปเป็นการพิจารณาในกรณีที่เทอมขวามือของสมการ 6.1 มีค่าไม่เท่ากับศูนย์พบว่า ตำแหน่งที่ดาวเคราะห์น้อยยูเลียจะแซงดาวพฤหัสบดีหรือตำแหน่งที่เข้าใกล้ดาวพฤหัสบดีมากที่สุดนั้นเปลี่ยนไปจากตำแหน่งเดิมคือที่จุดใกล้ดวงอาทิตย์ไปเป็นช่วง 80 องศา จากจุดใกล้ดวงอาทิตย์ โดยพบว่าที่จุดใกล้ดวงอาทิตย์ดาวเคราะห์น้อยยูเลียจะเคลื่อนเข้าใกล้ดาวพฤหัสบดีถึง 0.78 เอยู ส่วนที่ตำแหน่งของจุดใกล้ดวงอาทิตย์นั้นพบว่า ดาวเคราะห์น้อยยูเลียจะเข้าใกล้ดาวพฤหัสบดีเพียง 1.98 เอยู



รูปที่ 6.39 แสดงการหาคาบระยะยาวของ a

6.8 ตำแหน่งของดาวเคราะห์น้อยจูเลียและดาวพฤหัสบดีในวงโคจรที่เวลาต่างๆ

ต่อไปจะเป็นการแสดงตำแหน่งของดาวเคราะห์น้อยจูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลาต่างๆในระนาบของวงโคจรที่ฉายลงบนระนาบ xy โดยกำหนดตัวแปรต่างๆดังต่อไปนี้

r_T = ระยะห่างระหว่างดวงอาทิตย์กับดาวเคราะห์น้อยจูเลีย (เอยู)

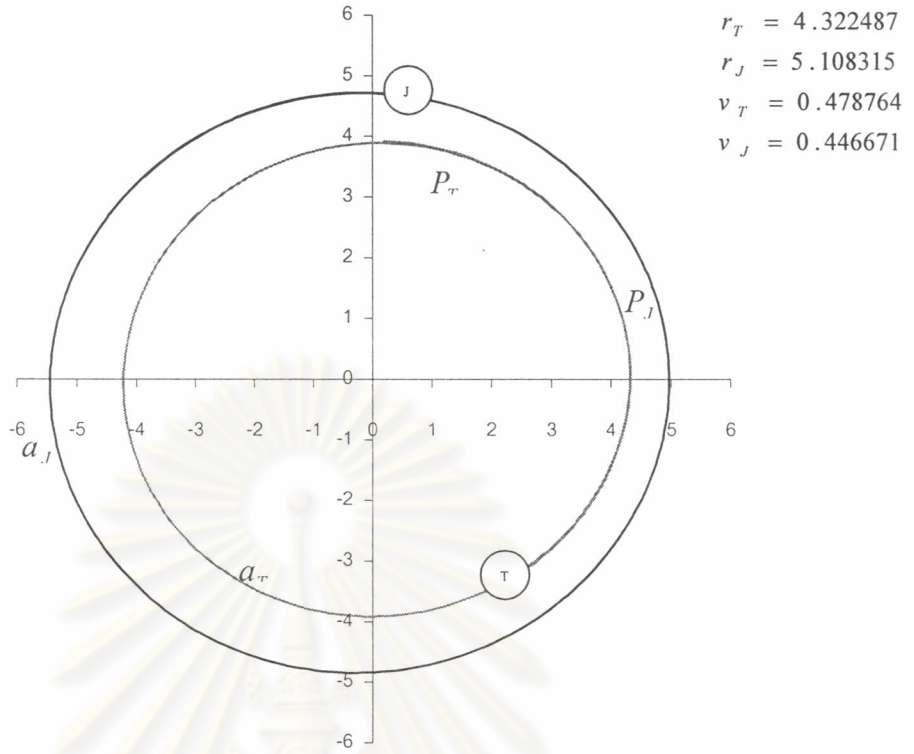
r_J = ระยะห่างระหว่างดวงอาทิตย์กับดาวพฤหัสบดี (เอยู)

v_T = อัตราเร็วของดาวเคราะห์น้อยจูเลีย (เอยู/วัน)

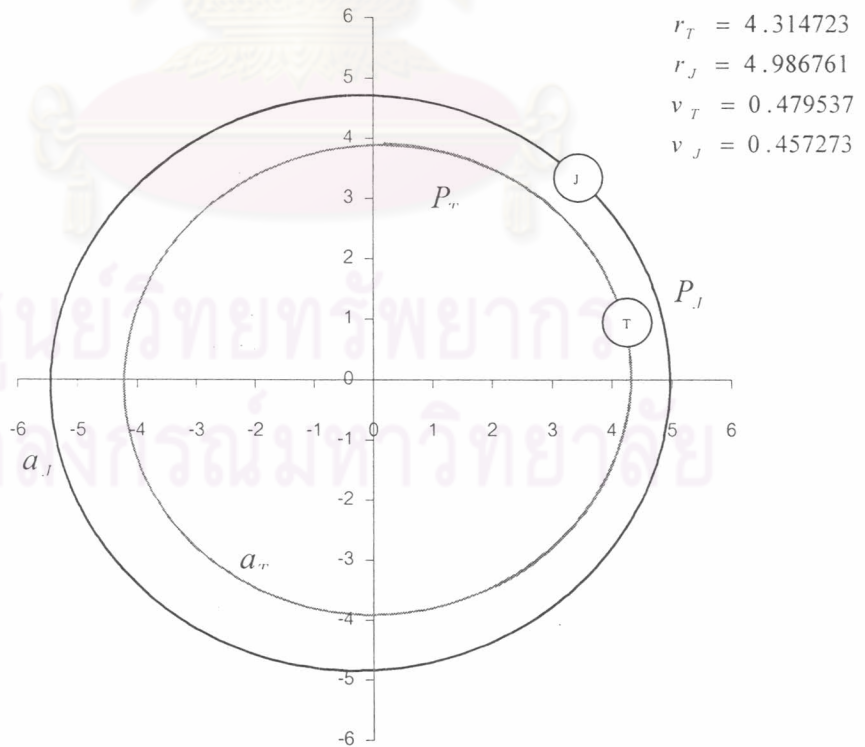
v_J = อัตราเร็วของดาวพฤหัสบดี (เอยู/วัน)

p_T, a_T = จุดใกล้และจุดไกลดวงอาทิตย์ของดาวเคราะห์น้อยจูเลียตามลำดับ

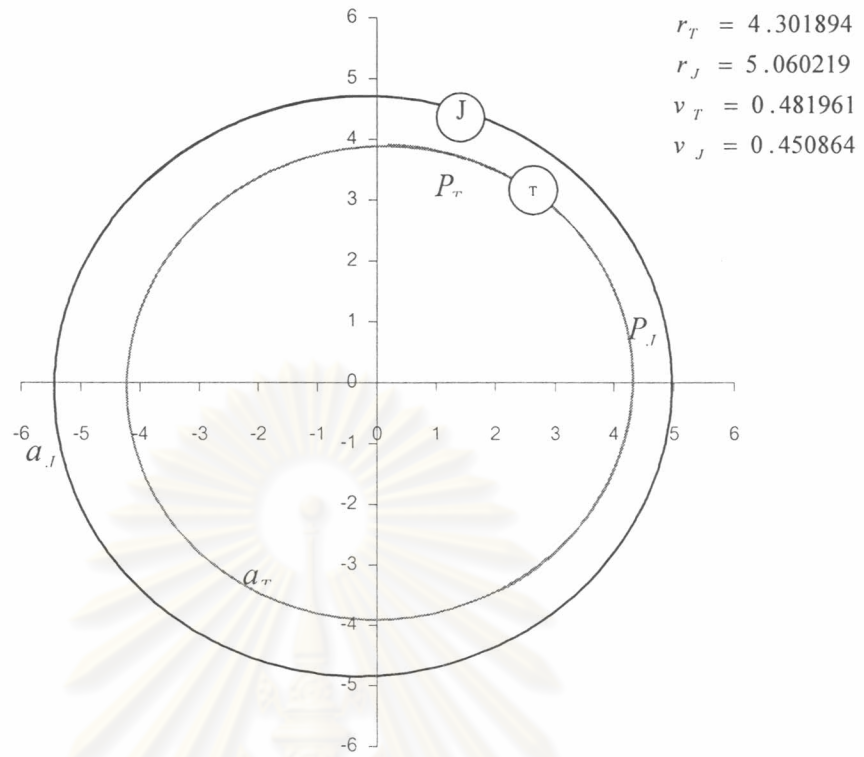
p_J, a_J = จุดใกล้และจุดไกลดวงอาทิตย์ของดาวพฤหัสบดีตามลำดับ



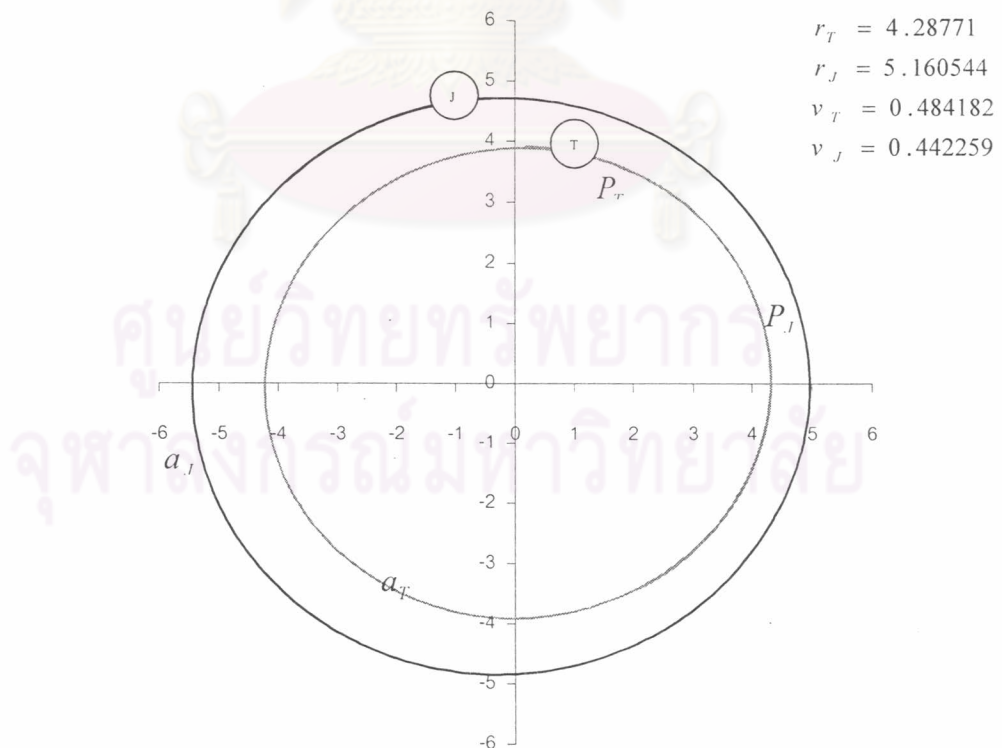
รูปที่ 6.40 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลาเริ่มต้น



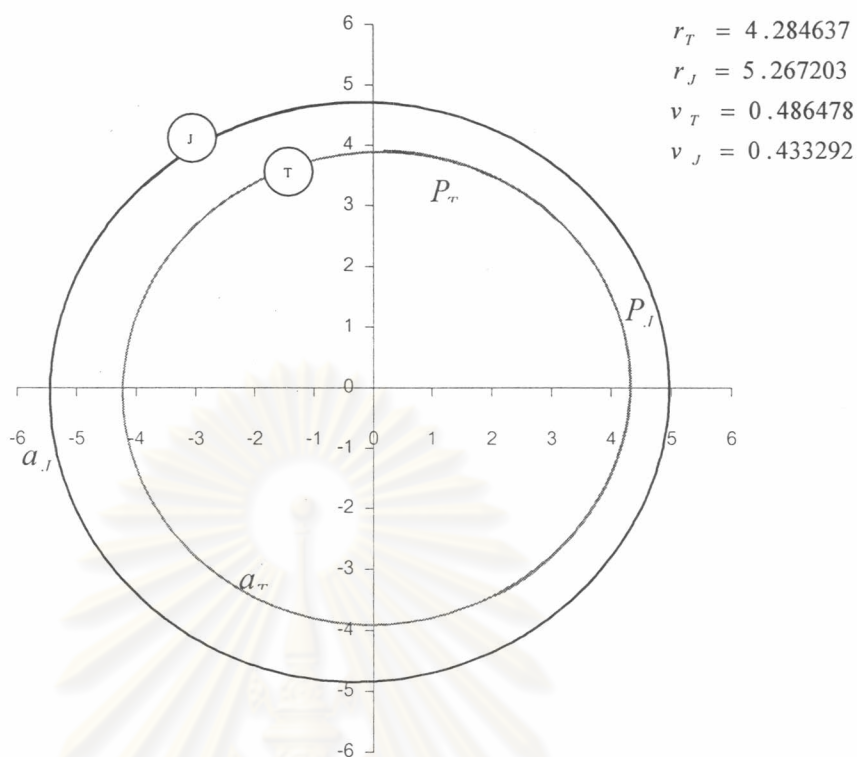
รูปที่ 6.41 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 3,900 วัน



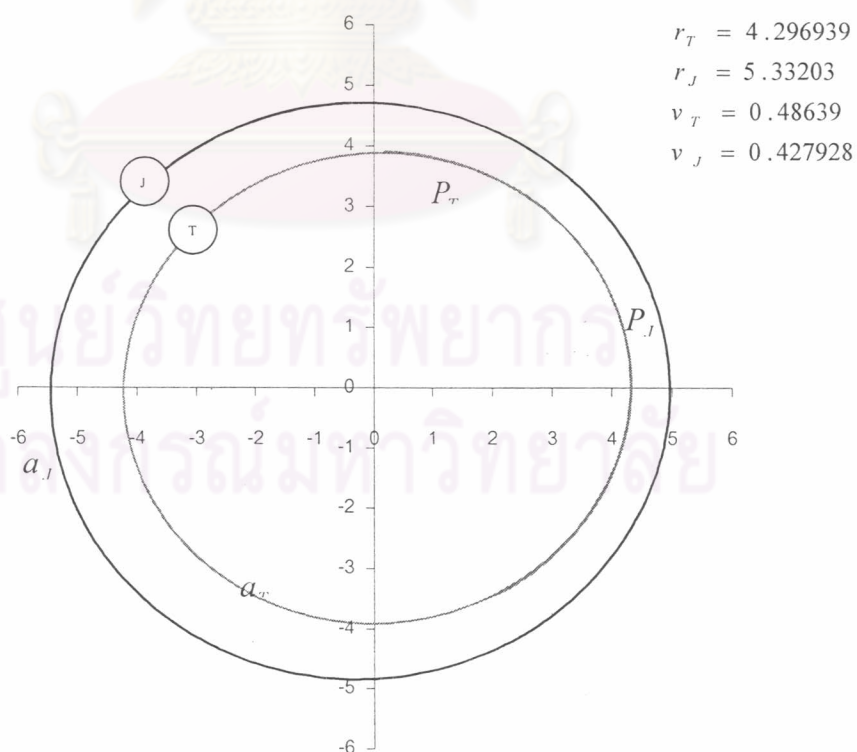
รูปที่ 6.42 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยจูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 4,200 วัน



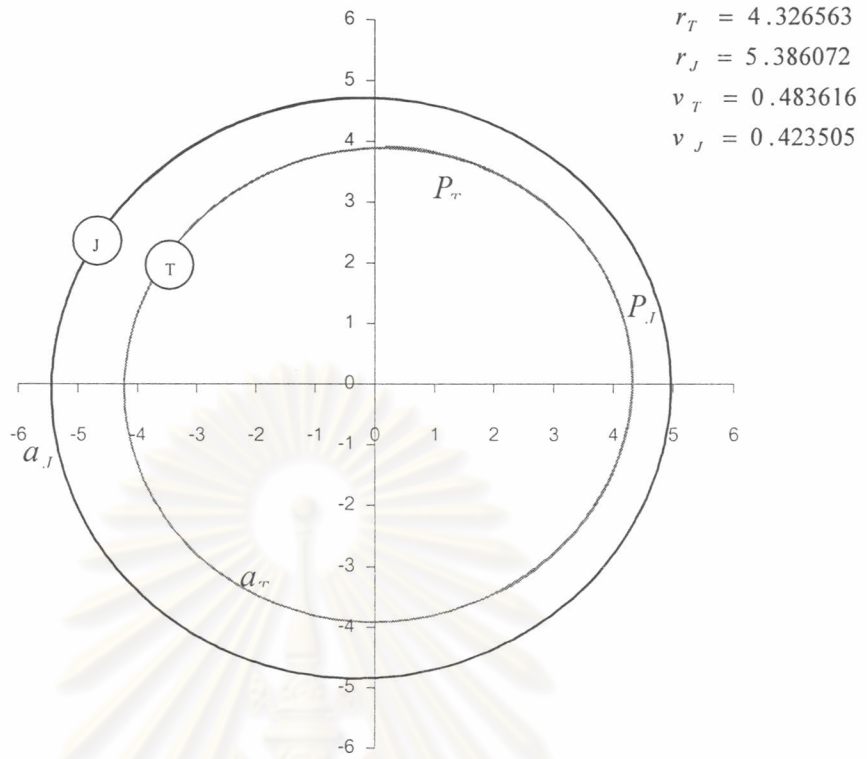
รูปที่ 6.43 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยจูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 4,500 วัน



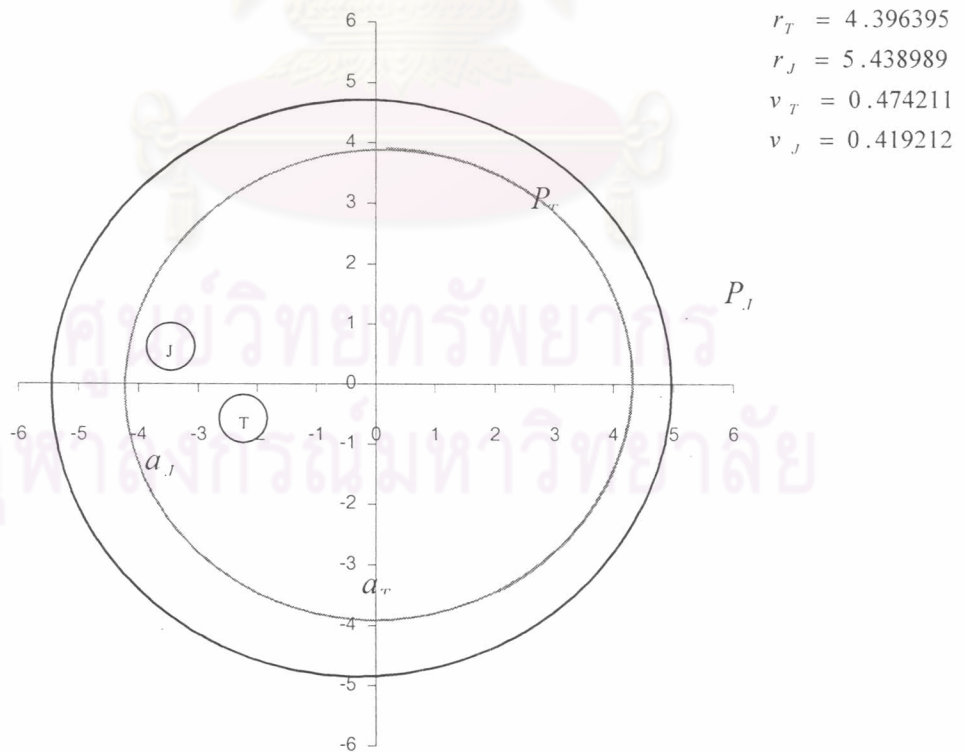
รูปที่ 6.44 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 4,800 วัน



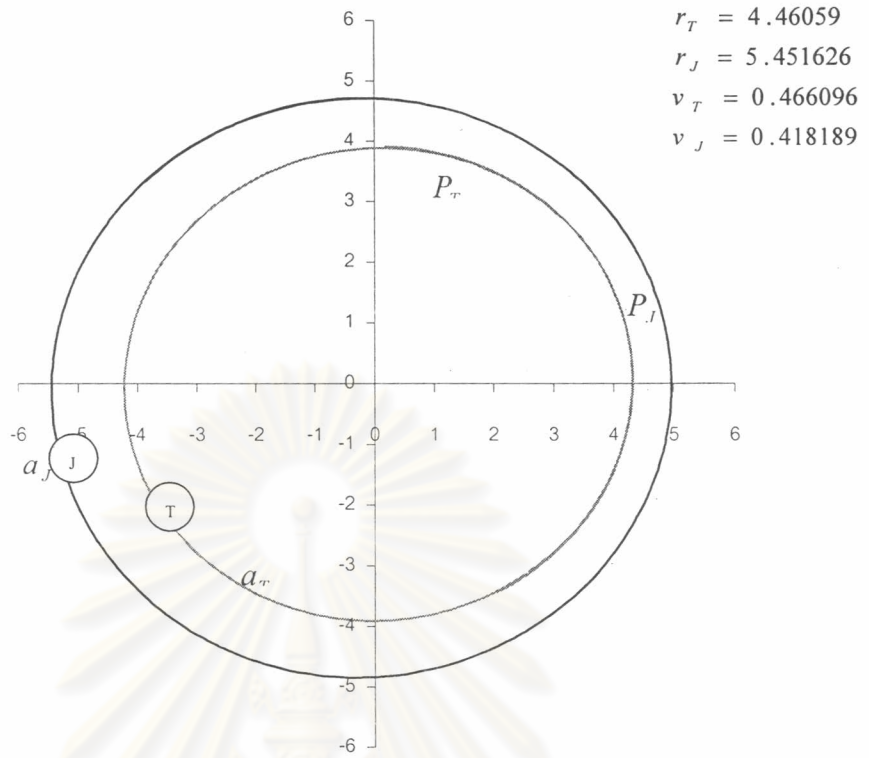
รูปที่ 6.45 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 5,000 วัน



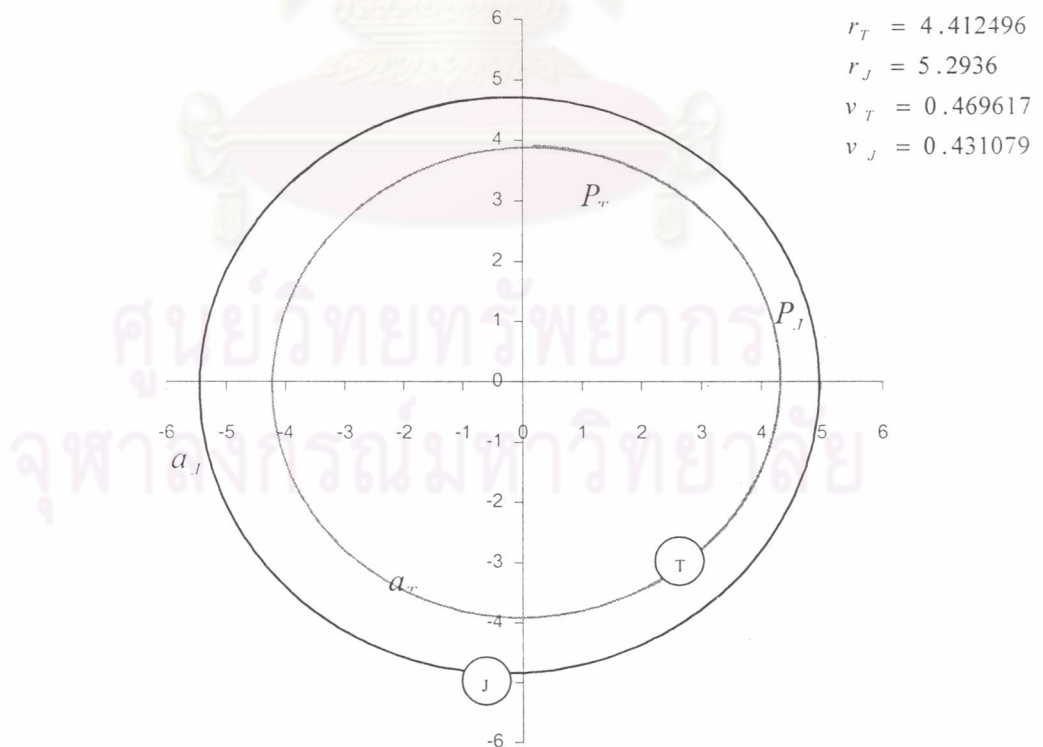
รูปที่ 6.46 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 5,200 วัน



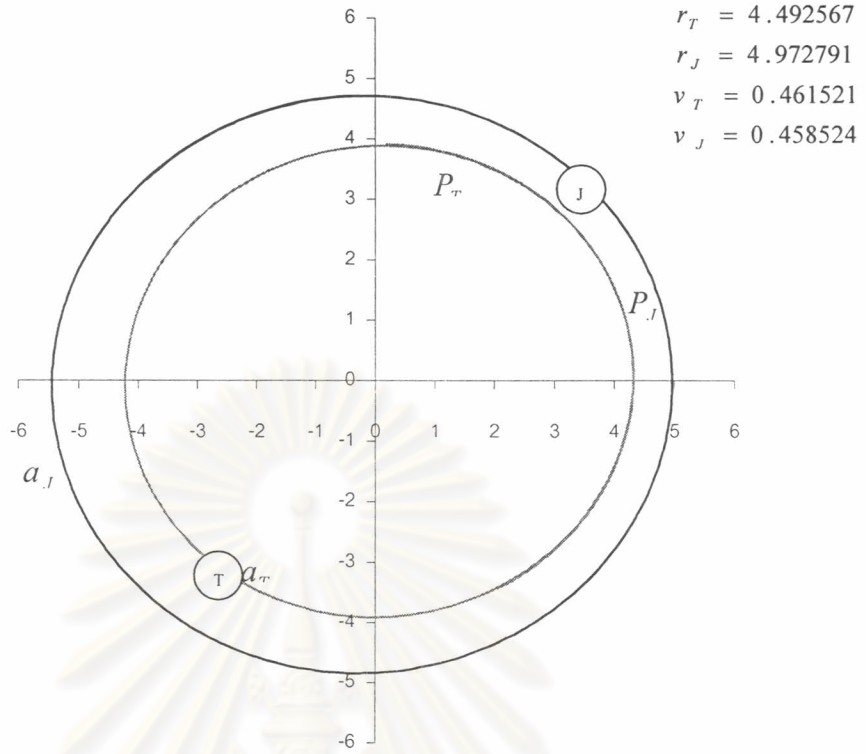
รูปที่ 6.47 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 5,500 วัน



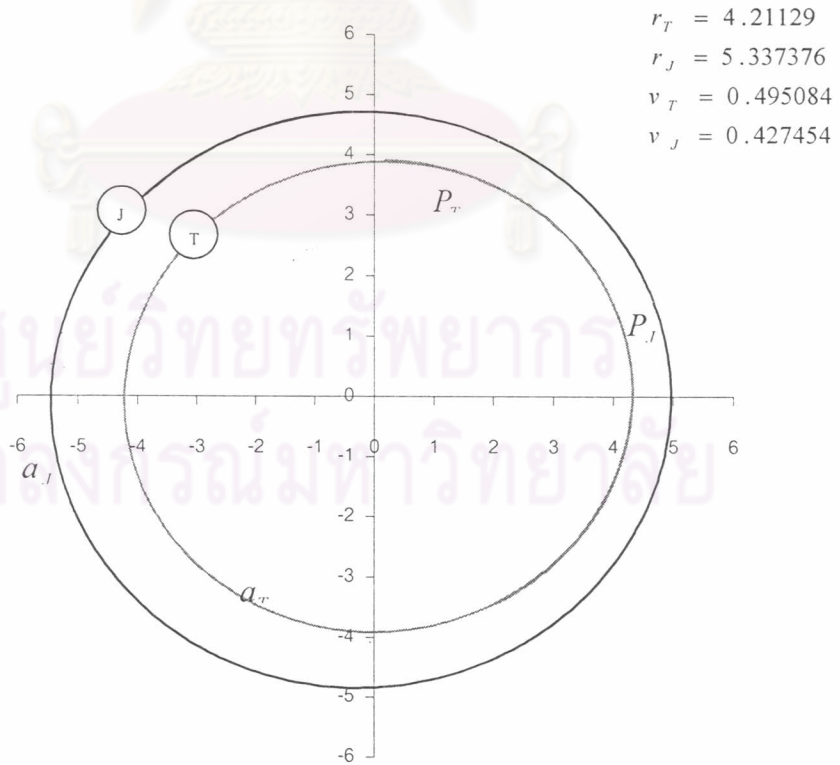
รูปที่ 6.48 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 5,800 วัน



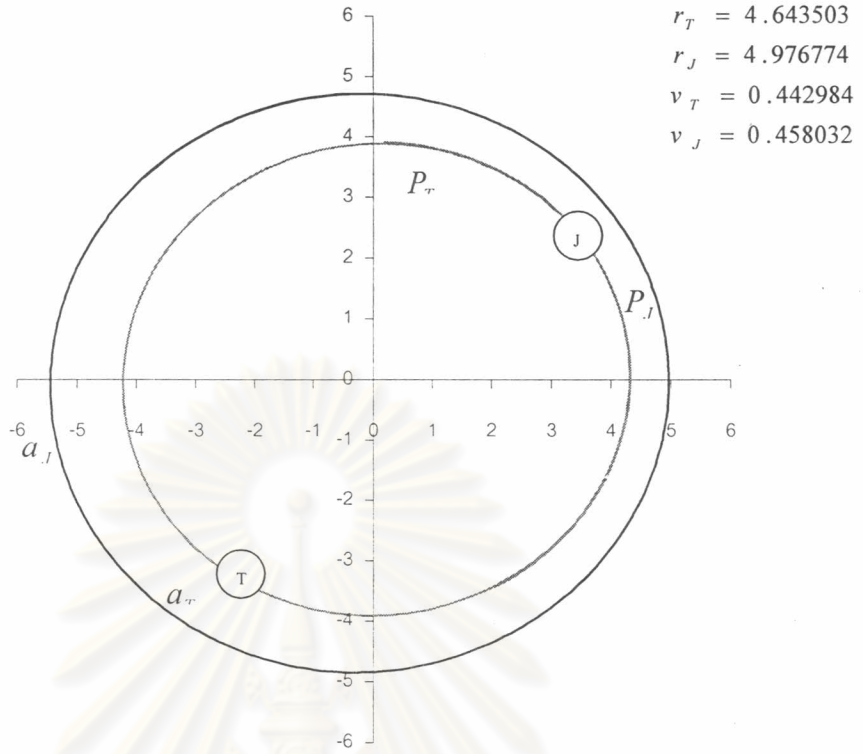
รูปที่ 6.49 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 6,600 วัน



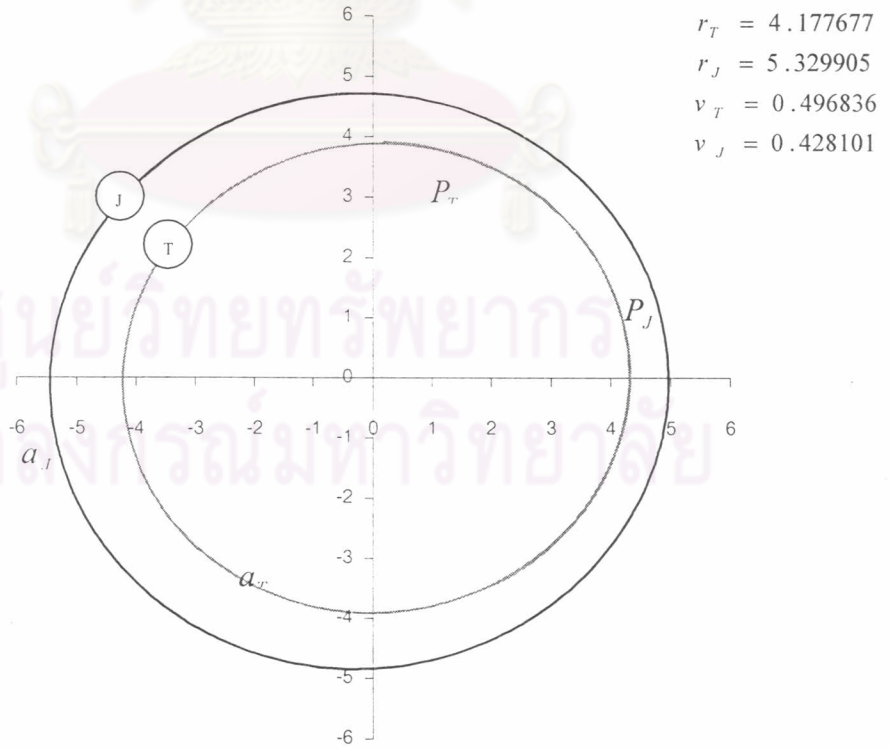
รูปที่ 6.50 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 12,500 วัน



รูปที่ 6.51 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 18,000 วัน



รูปที่ 6.52 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 25,500 วัน



รูปที่ 6.53 แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดีที่เวลา 31,000 วัน

พิจารณาการเคลื่อนที่ในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลียและดาวพฤหัสบดี พบว่า ดาวเคราะห์ทั้งสองจะโคจรเข้าใกล้กันที่สุดครั้งแรกที่ประมาณ $t = 5,000$ วัน ครั้งถัดมาที่ดาวเคราะห์ทั้งสองโคจรเข้าใกล้กันอีกครั้งคือที่ช่วงเวลาประมาณ $t = 18,000$ วัน กล่าวได้ว่าทุกๆ 13,000 วัน ดาวเคราะห์น้อยยูเลียจะโคจรเข้าใกล้กับดาวพฤหัสบดี ซึ่งตรงตำแหน่งนี้ทำให้แรงดึงดูดระหว่างดาวเคราะห์ทั้งสองมีค่ามากที่สุดหรือกล่าวได้ว่าเป็นตำแหน่งที่ดาวพฤหัสบดีส่งแรงรบกวนวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยได้มากที่สุด จึงเป็นสาเหตุทำให้หลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยมีการแปรผันไปมากที่สุดด้วย

พิจารณาอัตราเร็วของดาวเคราะห์น้อยยูเลีย พบว่า อัตราเร็วจากเวลาเริ่มต้นจะค่อยๆ เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งที่เวลา $t = 5,000$ วัน อัตราเร็วของดาวเคราะห์น้อยยูเลียจะค่อยๆ ลดลง หรือ กล่าวได้ว่าดาวเคราะห์น้อยยูเลียจะค่อยๆ เพิ่มขึ้นจนถึงตำแหน่งที่จะแข่งการโคจรของดาวพฤหัสบดี และหลังจากผ่านช่วงนี้ไปแล้วอัตราเร็วของดาวเคราะห์น้อยยูเลียก็จะค่อยๆ ลดลงและจะมีค่าต่ำสุดเมื่อเข้าใกล้ตำแหน่งของจุดใกล้ของดาวเคราะห์น้อยยูเลีย เมื่อนำการเปลี่ยนแปลงของอัตราเร็วของดาวเคราะห์น้อยยูเลียมาเปรียบเทียบกับ การแปรผันของหลักมูลทางโคจรซึ่งพบว่ามีความสัมพันธ์กัน ดังเช่นในกรณีของการเปลี่ยนแปลงของระยะครึ่งแกนเอก (a) ของวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลีย พิจารณาค่า a พบว่าค่า a จะเพิ่มขึ้นจากเวลาเริ่มต้นอย่างรวดเร็วจนกระทั่งประมาณ $t = 5,000$ วัน แล้วอัตราเร็วจะลดต่ำลงอีกครั้งซึ่งก็จะเป็นไปในทำนองเดียวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราเร็ว ทั้งนี้ก็เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของระยะครึ่งแกนเอกของวงโคจรขึ้นกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราเร็วซึ่งเป็นไปตามกฎของวิส-วิวาซึ่งถูกกล่าวขึ้นในส่วนของบทที่ 2 แล้ว

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย