



บทที่ ๔

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ β ระหว่างวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีริคจ์ ีเกอร์สซัน ได้นำข้อมูลทั้งหมด ๔ ชุดมาใช้ในการศึกษาเปรียบเทียบครั้งนี้ ข้อมูลแต่ละชุดที่เลือกมาตัวแปรอิสระมีสหสัมพันธ์สูงอยู่ระหว่าง ๐.๗-๐.๘๔ เป็นส่วนมาก เมื่อนำข้อมูลทั้ง ๔ ชุดนี้มาคำนวณค่าประมาณพารามิเตอร์ β และค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ฯลฯ ด้วยวิธีการทั้ง ๒ ดังกล่าวจึงเปรียบเทียบว่าวิธีใดมีผลคือจะใช้การพิจารณาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเป็นเกณฑ์ รวมทั้งค่าประมาณของตัวแปรตามว่าแตกต่างจากค่าจริงหรือไม่ เพื่อจะตัดสินใจเลือกว่าควรเลือกใช้วิธีใดจึงจะเหมาะสมกับข้อมูลในทางปฏิบัติ ผลการวิเคราะห์สรุปได้ดังนี้

๔.๑ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่เกิดจากการคำนวณ โดยวิธีริคจ์ ีเกอร์สซัน และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะมีค่าเท่ากันเมื่อ $K = 0$ และจะมีค่าแตกต่างกันเมื่อเพิ่มค่า K ให้มากขึ้น ในระยะแรกมีผลทำให้ $E[L_1^2(K)] > E[L_1^2(0)]$ และ $E[L_1^2(K)]$ จะลดลงเมื่อ K มากขึ้นอีกในระยะต่อมาและลดลงจนกระทั่ง $E[L_1^2(K)] < E[L_1^2(0)]$ และจะมีค่าต่ำสุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด แล้วหลังจากนั้นเมื่อเรายังคงมีการเพิ่มค่า K อีกต่อไปจะพบว่าค่า $E[L_1^2(K)]$ มีค่าเพิ่มขึ้นแล้วลดลงเป็น cycle ไปเรื่อย ๆ ดังลักษณะกราฟ $E[L_1^2(K)]$ ในรูปที่ ๑๐

ส่วนค่าความเอนเอียงกำลังสองที่ได้จากการคำนวณโดยวิธีริคจ์ ีเกอร์สซัน จะมีค่าเพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งต่างกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าตัวประมาณ β ที่ได้มีลักษณะเอนเอียงโดยที่ความเอนเอียงมีลักษณะเป็น

monotonically increasing ฟังก์ชันของ K ส่วนความแปรปรวนของ $\hat{\beta}^*$ จะมีลักษณะ เป็น monotonically decreasing ฟังก์ชันของ K

๔.๒ สำหรับค่า K โดยทั่วไปที่เริ่มทำให้ $E[L_1^2(K)] < E[L_1^2(0)]$

นั้นส่วนมาก K อยู่ในช่วง $(0, 1]$

๔.๓ กรณีที่ตัวแปรอิสระมีสหสัมพันธ์สูง เมทริกซ์ $X'X$ เกิด ill-condition นั้น มีผลทำให้ค่าบนเส้นทะแยงมุมของเมทริกซ์ $(X'X)^{-1}$ มีค่ามาก ซึ่งจะทำให้ความแปรปรวนของ $\hat{\beta}$ ที่วิเคราะห์โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีค่ามากตามไปด้วย ดังนั้นเมื่อบวกค่า $K > 0$ ตรงเส้นทะแยงมุมของ $(X'X)^{-1}$ นั้น เพื่อทำให้ $[X'X + KI]^{-1}$ มีค่าบนเส้นทะแยงมุมของเมทริกซ์นี้ลดลง และยังผลให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่คำนวณโดยวิธีริคค์ รีเกรสชัน ลดลง

๔.๔ ในกรณีที่สัมประสิทธิ์ความคลาดของตัวแปรอิสระมีค่าสูง ($\hat{\beta}$) หากแทนค่า $\hat{\beta}$ ในตัวแบบจะได้ค่าประมาณของตัวแปรตามไม่เหมาะสมกับตัวแบบ (fitted model) ทั้งนี้เพราะจะมีผลทำให้ค่าประมาณมีค่ามากกว่าค่าจริงของตัวแปรตามอาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสูงขึ้น แต่ในการวิจัยครั้งนี้ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ทั้ง ๔ ชุดนี้ ให้ค่า $\hat{\beta}^* < \hat{\beta}$ เพียงเล็กน้อยซึ่งอาจมองเห็นไม่ชัดเจน ดังนั้นหากค่า $\hat{\beta}$ มีค่าสูงมากดังกล่าวแล้วควรใช้วิธีริคค์ รีเกรสชัน แทนวิธีกำลังสองน้อยที่สุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β

๔.๕ ค่าประมาณของตัวแปรตามโดยวิธีที่มีตัวแปรอิสระทุกตัวในตัวแบบ วิธี Step-Wise Multiple Regression และวิธีริคค์ รีเกรสชัน เมื่อนำมาทดสอบกับค่าสังเกตของตัวแปรตามแล้วพบว่าให้ค่าไม่แตกต่างกัน ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าวิธีทั้ง ๓ ดังกล่าวนี้ให้ผลในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β ไม่แตกต่างกัน ดังนั้นในการประมาณค่า β ควรใช้วิธีที่ง่าย และสะดวกที่สุดแล้วแต่ความเหมาะสมของแต่ละข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์

ฉะนั้นในการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ β ระหว่างวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีริคค์ รีเกรสชัน จะชี้ให้เห็นว่าวิธีริคค์ รีเกรสชัน จะให้ผลดีในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระมากและตัวแปรอิสระเหล่านี้มีสหสัมพันธ์สูง ดังนั้นจึงสรุปว่าเมื่อตัวแปร

อิสระมีลักษณะ ill-condition การประมาณค่าพารามิเตอร์ β ด้วยวิธีริคจ์ รีเกรสชัน
 นี้จะให้ค่าประมาณพารามิเตอร์ β ดีกว่าวิธีที่มีตัวแปรอิสระทุกตัวในตัวแบบ และวิธี Step-
 Wise Multiple Regression ทั้งนี้เพราะค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่ได้
 จากวิธีริคจ์ รีเกรสชัน จะให้ค่าน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ถึงแม้ตัวประมาณ $\hat{\beta}^*$
 เป็นตัวประมาณที่เอนเอียง แต่เมื่อพิจารณาจากค่าประมาณของตัวแปรตามแล้วพบว่าวิธี
 ทั้ง ๓ นี้ให้ค่าไม่แตกต่างจากค่าจริงของตัวแปรตามเลย ดังนั้นในการนำแต่ละวิธีไปใช้
 กับข้อมูลในทางปฏิบัติแล้วควรพิจารณาดูด้วยว่าวิธีไหนสะดวกและง่ายต่อการคำนวณ

* สำหรับผู้ที่สนใจจะศึกษาในเรื่องนี้ อาจทำการวิจัยต่อไปได้ โดยการแปลง
 เมทริกซ์ $X'X$ ให้อยู่ในรูป ออร์โทโกนอล และใช้วิธี Generalized Ridge Regression
 วิเคราะห์เปรียบเทียบกับวิธี Ordinary Ridge Regression ทั้งนี้เพื่อประหยัดเวลา
 ในการคำนวณค่า $E[L_1^2(K)]$ ที่ optimum และการศึกษาครั้งต่อไปควรศึกษาตัวแบบ
 ในรูป Non-Linear function ด้วย เพื่อให้ครอบคลุมกว้างยิ่งขึ้น

ศูนย์วิทยพัชยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย