ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิต
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2545
ISBN 974-17-1892-6
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING TEACHING AND LEARNING ACTIVITIES BASED ON VAN HIELE MODEL ON LEVELS OF GEOMETRIC THOUGHT OF MATHAYOM SUKSA TWO STUDENTS

Miss Kulaya Heamwatsadugit

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education

Department of Secondary Education
Faculty of Education
Chulalongkorn University

Academic Year 2002
ISBN 974-17-1892-6

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ไพฑูรย์ สินลารัตน์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กุลยา เหมวัสดุกิจ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (EFFECTS OF ORGANIZING TEACHING AND LEARNING ACTIVITIES BASED ON VAN HIELE MODEL ON LEVELS OF GEOMETRIC THOUGHT OF MATHAYOM SUKSA TWO STUDENTS)
อ.ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง, 111 หน้า, ISBN 974-17-1892-6

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 98 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ เรื่องเส้นขนานและความคล้าย เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต ที่มีค่าความเที่ยง 0.7642 ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาความถี่และร้อยละ

ผลการวิจัยพบว่า

1. หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า

1.1 นักเรียนกลุ่มสูงที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับและเพิ่มขึ้น 1 ระดับ ตามลำดับ

1.2 นักเรียนกลุ่มปานกลางและต่ำที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ

2. หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 3 และ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 และ 2 มีจำนวนลดลง โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า

2.1 นักเรียนกลุ่มสูงที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุดและอยู่ในระดับ 2 มีจำนวนลดลงมากที่สุด

2.2 นักเรียนกลุ่มปานกลางที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุดและอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด

2.3 นักเรียนกลุ่มต่ำที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุดและอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด

ภาควิชา	มัธยมศึกษา	ลายมือชื่อนิสิต……..
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา……...
ปีการศึกษา	2545	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม……

4483670627 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEY WORD : VAN HIELE MODEL / LEVELS OF GEOMETRIC THOUGHT

KULAYA HEAMWATSADUGIT : EFFECTS OF ORGANIZING TEACHING AND LEARNING ACTIVITIES BASED ON VAN HIELE MODEL ON LEVELS OF GEOMETRIC THOUGHT OF MATHAYOM SUKSA TWO STUDENTS.
THESIS ADVISOR : ASSIST. PROF. AUMPORN MAKANONG,PH.D. 111 pp. ISBN 974-17-1892-6

The purposes of the research were to study levels of geometric thought of mathayom suksa two students being taught by organizing teaching and learning activities based on van Hiele model. The subjects were 98 of mathayom suksa two students of Satrisamutprakan School in the second semester of academic year 2002. They were taught by organizing teaching and learning activities based on van Hiele model. The experimental materials constructed by the reseacher were lesson plans based on van Hiele model in parallel lines and similarity. The research instrument was the test of geometric thought levels with the reliability of 0.7642. The data were analyzed by frequency and percentage.

The results of the study revealed that :

1. After being taught by organizing teaching and learning activities based on van Hiele model, the number of students with stabilised levels of geometric thought was at the most. Next, were the numbers of students with one-level increase and two-level increase respectively. When classified by mathematics achievements, it was revealed that:

1.1 The number of students in high group with stabilised levels of geometric thought was at the most. Next, were the numbers of students with two-level increase and one-level increase respectively.

1.2 The number of students in medium and low groups with stabilised levels of geometric thought was at the most. Next, were the numbers of students with one-level increase and two-level increase respectively.

2. After being taught by organizing teaching and learning activities based on van Hiele model, the number of students who had geometric thoughts at first, third and fourth levels increased while at zero and second levels decreased. The number of students who had geometric thoughts at fourth level increased at the most while at zero level decreased at the most. When classified by mathematics achievements, it was revealed that:

2.1 The number of students in high group with fourth level of geometric thoughts increased at the most while that with second level of geometric thoughts decreased at the most.

2.2 The number of students in medium group with fourth level of geometric thoughts increased at the most while that with zero level of geometric thoughts decreased at the most.

2.3 The number of students in low group with first level of geometric thoughts increased at the most while that with zero level of geometric thoughts decreased at the most.

Department	Secondary Education	Student's signature…….
Field of study	Mathematics Education	Advisor's signature…….
Academic year	2002	Co-advisor's signature……...

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาอย่างสูงของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่ายิ่ง และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น พร้อมทั้งให้โอกาสในการเรียนรู้ทุกด้านแก่ผู้วิจัยด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่งตลอดเวลาที่ผ่านมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอขอบคุณเป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ทำให้งานวิจัยมีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบคุณรองศาสตราจารย์กรรณิกา กวักเพฑูรย์ อาจารย์ ดร.ณัฐพันธ์ กิติสิน และอาจารย์สุพจน์ ชัยมณี ผู้ทรงคุณวุฒิที่ได้กรุณาตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ขอขอบคุณอาจารย์และนักเรียนโรงเรียนสมุทรปราการที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย และขอขอบคุณอาจารย์และนักเรียนโรงเรียนสตรีสมุทรปราการที่ได้ให้ความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย โดยเฉพาะอาจารย์สิริพร ยังคง อาจารย์สงัด นาคสิงห์ และอาจารย์ชุติมา ชำนิ ที่อำนวยความสะดวกในช่วงการทดลองสอนเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ พี่ ๆ และน้อง ๆ นิสิตภาควิชามัธยมศึกษาทุกท่าน ที่ช่วยเหลือและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อดิลก คุณแม่กุหลาบ เหมวัสดุกิจ และขอขอบคุณ น้องสาวกุลสตรี เหมวัสดุกิจ ที่สนับสนุนและเป็นกำลังใจในการศึกษาเล่าเรียนของผู้วิจัยมาโดยตลอด

กุลยา เหมวัสดุกิจ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง..... ฌ

บทที่

1 บทนำ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 5

ขอบเขตของการวิจัย..... 5

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 5

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 8

ความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่..... 9

ความสำคัญของเรขาคณิต..... 9

พัฒนาการของความคิดทางเรขาคณิต..... 9

ความเป็นมาของรูปแบบแวนฮีลี่ (van Hiele model)..... 14

ระดับความคิดทางเรขาคณิต..... 15

การกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิต..... 16

ลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิต..... 18

ขั้นตอนการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางเรขาคณิต..... 19

การจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในแต่ละระดับ..... 20

ความสามารถของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในแต่ละระดับ..... 25

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 30

งานวิจัยในประเทศ..... 30

งานวิจัยในต่างประเทศ..... 31

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
3	วิธีดำเนินการวิจัย	39
	การศึกษาเอกสาร ตำรา และรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง	39
	การออกแบบการวิจัย	40
	การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	40
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	42
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	47
	การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล	50
	การวิเคราะห์ข้อมูล	51
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	53
5	สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	62
	สรุปผลการวิจัย	63
	อภิปรายผลการวิจัย	64
	ข้อเสนอแนะ	67
รายการอ้างอิง		68
ภาคผนวก		74
	ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	75
	ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย	77
	ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	
	แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต	83
	ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	
	ตัวอย่างแผนการสอนคาบที่ 10	100
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์		111

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แบบแผนการทดลอง.....	40
2	จำนวนนักเรียนจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ.....	41
3	ตัวอย่างการตัดสินระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนแต่ละคน.....	43
4	ค่า Alpha if Item Deleted ของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0.....	46
5	จำนวนและร้อยละของนักเรียนจำแนกตามการเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต.....	54
6	จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง จำแนกตามการเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต.....	55
7	จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง จำแนกตามการเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต.....	56
8	จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ จำแนกตามการเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต.....	57
9	จำนวน ร้อยละ และปริมาณการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแต่ละระดับ จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่.....	58
10	จำนวน ร้อยละ และปริมาณการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแต่ละระดับ จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่.....	59
11	จำนวน ร้อยละ และปริมาณการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแต่ละระดับ จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่.....	60
12	จำนวน ร้อยละ และปริมาณการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแต่ละระดับ จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่.....	61

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
13	ตัวอย่างผลการวิเคราะห์ค่าความเที่ยงโดยใช้โปรแกรม SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) ของนักเรียน 95 คน ซึ่งทำข้อสอบจำนวน 48 ข้อ.....	84
14	ตัวอย่างผลการวิเคราะห์ค่าความเที่ยงโดยใช้โปรแกรม SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) เมื่อตัดข้อสอบบางข้อออกไป ของนักเรียน 95 คน ซึ่งทำข้อสอบจำนวน 48 ข้อ.....	86
15	พฤติกรรมของผู้เรียนในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิต.....	88
16	ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลัง ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่.....	89
17	รายละเอียดของการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ เรื่องเส้นขนานและความคล้าย จำนวน 14 คาบ.....	101

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การจัดการศึกษาให้มีประสิทธิภาพ จำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องอาศัยความรู้ในสาขาวิชาต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยพัฒนากระบวนการคิดของคน ช่วยสร้างเสริมคุณลักษณะที่สำคัญ เป็นวิชาที่จำเป็นในการดำรงชีวิต และยังเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาการสาขาอื่นต่อไป (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542: 1) และวิชาคณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาศักยภาพของบุคคล ช่วยให้เป็นคนมีเหตุผล คิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีระบบ รู้จักวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย และมีความสามารถในการแก้ปัญหา (สิริพร ทิพย์คง, 2543: 15) นอกจากนี้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์เมื่อนำมาประยุกต์ร่วมกับศาสตร์สาขาอื่น ทำให้เกิดวิวัฒนาการทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมาก (สมศักดิ์ โสภณพินิจ, 2543: 41) และเนื่องจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยพื้นฐานในการพัฒนาปัญญา และการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ดังนั้นจึงมีความสำคัญต่อการพัฒนานักเรียนและพัฒนาชาติ (พยอม พราหมณ์แก้ว, 2542: 47) เมื่อพิจารณาแล้วจะเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญมาก

แม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญดังที่ได้กล่าวมาแล้ว แต่จะเห็นว่าการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในปัจจุบันไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร พิจารณาได้จาก ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของสำนักงานทดสอบทางการศึกษา (2543: 21) ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า นักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับประเทศ เรียงลำดับจากสูงไปต่ำได้ดังนี้

ภาษาไทย	ได้คะแนนเฉลี่ย	21.22	จากคะแนนเต็ม	40	(ร้อยละ 53.04)
การงานและอาชีพ	ได้คะแนนเฉลี่ย	20.51	จากคะแนนเต็ม	40	(ร้อยละ 51.26)
การเขียนภาษาไทย	ได้คะแนนเฉลี่ย	20.39	จากคะแนนเต็ม	40	(ร้อยละ 50.98)
สังคมศึกษา	ได้คะแนนเฉลี่ย	28.92	จากคะแนนเต็ม	60	(ร้อยละ 48.19)
วิทยาศาสตร์	ได้คะแนนเฉลี่ย	24.22	จากคะแนนเต็ม	60	(ร้อยละ 40.36)
ภาษาอังกฤษ	ได้คะแนนเฉลี่ย	19.45	จากคะแนนเต็ม	50	(ร้อยละ 38.90)
คณิตศาสตร์	ได้คะแนนเฉลี่ย	12.49	จากคะแนนเต็ม	40	(ร้อยละ 31.22)
การเขียนภาษาอังกฤษ	ได้คะแนนเฉลี่ย	10.50	จากคะแนนเต็ม	40	(ร้อยละ 26.25)

เมื่อพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยร้อยละของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาต่าง ๆ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เพียง 31.22 และเมื่อเทียบกับรายวิชาอื่น ๆ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำเป็นอันดับ 7 จาก 8 อันดับ พิจารณาคะแนนเฉลี่ยร้อยละเทียบกับเกณฑ์การประเมินขั้นผ่าน พบว่า วิชาคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยร้อยละต่ำกว่าเกณฑ์การประเมินขั้นผ่าน

จากการประเมินคุณภาพการศึกษาดังที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้ทราบว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันยังไม่ประสบความสำเร็จนัก จึงน่าศึกษาว่า ปัจจัยอะไรบ้างที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งปัจจัยหนึ่งอาจเป็นวิธีสอน เนื่องจากวิธีสอนมีความสำคัญมาก ถ้าผู้สอนมีความรู้ในเนื้อหาวิชาเป็นอย่างดี แต่ไม่รู้จักวิธีการสอน เทคนิคการสอน หรือกลวิธีการสอน แล้วผู้เรียนจะไม่เข้าใจหรือไม่สามารถเรียนรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ได้ (สุชาติ รัตนกุล, 2526: 519) นอกจากนี้การที่ครูจะประสบผลสำเร็จในการสอนนั้นขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู ตัวครู โดยครูต้องเลือกวิธีการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหา (อรพรรณ ตันบรรจง, 2533: 31) ซึ่งเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีหลากหลาย เช่น พีชคณิต เลขคณิต ความน่าจะเป็น สถิติ และเรขาคณิตก็เป็นส่วนหนึ่งในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์

สำหรับเนื้อหาเรขาคณิตนั้นมีผู้สนใจหาวิธีการสอนเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนอยู่หลายท่าน เช่น ปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ สองสามีภรรยาชาวเนเธอร์แลนด์ ซึ่งในขณะที่กำลังศึกษาระดับปริญญาเอกอยู่ในมหาวิทยาลัย Utrecht เป็นอาจารย์สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่งด้วย ปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ได้เฝ้าสังเกตพฤติกรรมการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนมาหลายปี พบว่านักเรียนเรียนเรขาคณิตด้วยความยากลำบาก ปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ จึงพยายามที่จะหาคำอธิบายว่าทำไมนักเรียนจึงประสบความยากลำบากในกระบวนการคิดที่สลับซับซ้อน ดังนั้นปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ ได้ทำวิจัยที่เน้นระดับความคิดทางเรขาคณิต และการสอนเพื่อช่วยนักเรียนในการพัฒนาความคิดจากระดับหนึ่งไปที่ระดับถัดไป โดยปิแอร์ แวนฮีลี่ คิดค้นโครงสร้างของระดับความคิด และออกแบบหลักการเพื่อช่วยนักเรียนเพิ่มความเข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิต ส่วน ไดน่า แวนฮีลี่ เป็นผู้พัฒนาบทเรียนและการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางของทฤษฎี จากการวิจัยปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ได้แบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนออกเป็น 5 ระดับ (van Hiele, 1984 cited in Fuys, Geddes, & Tischler, 1988: 5) คือ

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก ในระดับนี้นักเรียนสามารถระบุบอกชื่อ เปรียบเทียบ และวาดรูปเรขาคณิต เช่น รูปสามเหลี่ยม มุม เส้นตัด หรือ เส้นขนาน ตามรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ ในระดับนี้นักเรียนสามารถวิเคราะห์รูปเกี่ยวกับส่วนประกอบและความสัมพันธ์ท่ามกลางส่วนประกอบและค้นพบสมบัติ / กฎของกลุ่มของรูปร่างโดยอาศัยการสังเกต เช่น โดยการพับ การวัด การใช้ตารางสี่เหลี่ยมบนแผนที่ หรือแผนผัง

ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน ในระดับนี้นักเรียนสามารถนำสมบัติหรือกฎที่ถูกค้นพบมาก่อน โดยการแสดงหรือการติดตามการพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน มาสัมพันธ์ซึ่งกันและกันตามหลักเหตุผล

ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน ในระดับนี้นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบท และสร้างความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันท่ามกลางเครือข่ายของทฤษฎีบท

ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด ในระดับนี้นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน และวิเคราะห์ / เปรียบเทียบระบบเหล่านี้ได้

นอกจากนี้ ปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ (van Hiele - Geldof, 1984a and van Hiele, 1984b cited in Crowley, 1987: 5 – 6) ยังได้เสนอการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางเรขาคณิต ซึ่งมีลำดับขั้นตอนการสอนอยู่ 5 ขั้นตอน คือ

1) การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Information)
2) การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)
3) การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)
4) การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)
5) การสรุปรวม (Integration)

ในแต่ละขั้นตอนการสอนจะเน้นให้นักเรียนได้คิด โดยรายละเอียดในแต่ละขั้นมีดังนี้

ขั้นที่ 1 นักเรียนได้มีส่วนร่วม โดยครูเป็นผู้ถามคำถามและให้นักเรียนตอบ เพื่อทบทวนบทเรียนที่ผ่านมาว่านักเรียนมีความเข้าใจเพียงใด

ขั้นที่ 2 แม้ว่าครูจะให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมที่ครูจัดให้ แต่นักเรียนก็ต้องคิดวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูจะเป็นเพียงผู้ชี้แนะแนวทางในการแก้ปัญหา แต่ครูไม่ได้บอกวิธีแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนจะได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน โดยใช้ภาษาของนักเรียนเอง รับฟังความคิดเห็นจากเพื่อน ๆ และตรวจสอบว่าสิ่งที่นักเรียนคิดนั้นถูกต้องเพียงใด

ขั้นที่ 4 นักเรียนจะได้ทำงานที่มีวิธีทำที่หลากหลาย ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ความคิดมากขึ้น โดยใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นฐานในการคิด

ขั้นที่ 5 นักเรียนช่วยกันตอบ เพื่อประมวลความคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนในคาบ

ขั้นการสอนทั้ง 5 ขั้นนี้ จะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดแก้ปัญหา โดยการวิเคราะห์และสื่อความหมายด้วยคำพูดของตนเอง ซึ่งจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งได้

มีหลายประเทศได้นำแนวคิดของแวนฮีลี่มาศึกษาเพิ่มเติม สำหรับประเทศไทยมีงานวิจัยที่นำระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่มาศึกษา ได้แก่ งานวิจัยของไชยสังข์ (Chaiyasang, 1987: 2137-A) ที่ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนทางภาคตะวันออกของประเทศไทย พบว่า ส่วนใหญ่นักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ นักเรียนที่อยู่ในระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ และระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน ไม่สามารถทำการพิสูจน์ได้ ส่วนนักเรียนที่อยู่ในระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผนสามารถพิสูจน์ข้อง่าย ๆ ได้ ส่วนนักเรียนที่อยู่ในระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด จะสามารถพิสูจน์ได้อย่างสมบูรณ์ ส่วนงานวิจัยของเยาวเรศ สิงหนันท์ (2533: 67-69) ใช้แนวคิดของแวนฮีลี่ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิต เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เขตการศึกษา 6 ในโรงเรียนรัฐบาล จำนวน 273 คน และในโรงเรียนเอกชนจำนวน 251 คน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนรัฐบาลมีคะแนนความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเอกชน และงานวิจัยของพนิดา กองเกตุใหญ่ (2542: 70-75) ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัดกาญจนบุรี พบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2 และ 3 กระจายอยู่ในระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน และระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีระดับความคิดในระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2

แม้ในประเทศไทย มีงานวิจัยที่ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่พอสมควร แต่ยังไม่มีงานวิจัยใดนำลำดับขั้นตอนการสอนของแวนฮีลี่มาใช้สอน ตัวอย่างงานวิจัยที่พบซึ่งเป็นงานวิจัยเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิต ได้แก่ งานวิจัยของ โบบังโก (Bobango, 1987: 2566-A) ที่ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตโดยใช้แวนฮีลี่โมเดล และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ซึ่งเป็นผลจากการสอนโดยใช้แวนฮีลี่โมเดล ใช้เวลาทดลอง 20 วัน โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 72 คน มีการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตและระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแวนฮีลี่โมเดลก่อนและหลังการสอน โดยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ คอมพิวเตอร์และโปรแกรมทางเรขาคณิต

รวมทั้งบทเรียนที่ออกแบบโดยผู้วิจัย ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้แวนฮีลี่โมเดลทำให้ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้น โดยเป็นการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ ไปยังระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน มากกว่าการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับอื่น ๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรสำหรับการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ
2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาเรขาคณิตเรื่องเส้นขนานและความคล้าย ในวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ
3. ตัวแปรที่ศึกษา

   ตัวแปรจัดกระทำ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

   ตัวแปรตาม ได้แก่ ระดับความคิดทางเรขาคณิต

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งโดยใช้รูปแบบแวนฮีลี่ ซึ่งได้จากแนวคิดของปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ แบ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ ออกเป็น 5 ขั้น (van Hiele – Geldof, 1984a and van Hiele, 1984b cited in Crowley, 1987: 5 – 6) ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry / Information)

การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน หมายถึง การที่ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนการเรียนเนื้อหาใหม่ โดยอาจใช้การทบทวนบทเรียนที่ผ่านมาแล้วโดยการใช้คำถาม หรือ การถามให้นักเรียนยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับบทเรียนใหม่ที่จะสอน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)

การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง หมายถึง การที่นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดโดยการสำรวจหัวข้อที่ศึกษาผ่านสื่อที่ครูจัดให้ จนเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)

การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น หมายถึง การที่นักเรียนอภิปรายจากสิ่งที่ได้พบจากการสังเกต การสำรวจ และการคิด เพื่อให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งสำคัญ

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)

การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ หมายถึง การให้โอกาสนักเรียนได้มีอิสระในการคิดมากขึ้น โดยการให้งานที่ซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งงานนั้นอาจมีวิธีทำที่หลากหลาย และนักเรียนต้องใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นฐานในการคิด ซึ่งจะทำให้ได้ประสบการณ์ในการค้นพบวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration)

การสรุปรวม หมายถึง การที่นักเรียนสรุปสาระในเรื่องที่เรียน

2. ระดับความคิดทางเรขาคณิต หมายถึง ระดับความคิดในวิชาเรขาคณิต ซึ่งได้จากแนวคิดของของปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ ซึ่งแบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดออกเป็น 5 ระดับ (van Hiele - Geldof, 1984a and van Hiele, 1984b cited in Crowley, 1987: 2 – 3) ดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ในระดับนี้นักเรียนรู้เพียงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต มีการแสดงความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกมากกว่าองค์ประกอบหรือคุณลักษณะของรูป

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

ในระดับนี้นักเรียนเริ่มต้นการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตผ่านการสังเกตและการทดลอง นักเรียนเริ่มเห็นคุณลักษณะของรูป เห็นสมบัติของรูป แต่ไม่สามารถอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างรูปที่เห็นกับรูปที่ยังมองไม่เห็นได้ ถึงบรรยายได้แต่ก็ไม่เข้าใจ

ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ในสมบัติต่าง ๆ ของรูปได้ ทั้งสมบัติภายในของรูป และสมบัติท่ามกลางรูปต่าง ๆ สามารถสรุปอย่างไม่เป็นแบบแผนจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ แต่ไม่สามารถสรุปโดยใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทได้ ไม่สามารถให้เหตุผลใน

ลักษณะที่เป็นโครงสร้างได้

ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถสรุปเรขาคณิตภายใต้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจ สามารถพิสูจน์โดยมีความเป็นไปได้ในการพัฒนาการพิสูจน์ได้หลายรูปแบบ สามารถเข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ สามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทกลับได้

ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

ในระดับนี้นักเรียนต้องสามารถทำในระบบสัจพจน์ที่หลากหลาย ซึ่งไม่ใช่เรขาคณิตของยูคลิดได้ สามารถนำเรขาคณิตไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรม

3. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ ผู้วิจัยได้แบ่งนักเรียนตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

3.1 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เป็น 4

3.2 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เป็น 2 และ 3

3.3 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เป็น 0 และ 1

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสาร และงานวิจัย ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยเรื่องนี้ และได้นำเสนอผลของการศึกษา ค้นคว้า ตามลำดับดังต่อไปนี้

1. ความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่
   - 1.1 ความสำคัญของเรขาคณิต
   - 1.2 พัฒนาการของความคิดทางเรขาคณิต
   - 1.3 ความเป็นมาของรูปแบบแวนฮีลี่ (van Hiele model)
   - 1.4 ระดับความคิดทางเรขาคณิต
   - 1.5 การกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิต
   - 1.6 ลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิต
   - 1.7 ขั้นตอนการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางเรขาคณิต
   - 1.8 การจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในแต่ละระดับ
   - 1.9 ความสามารถของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในแต่ละระดับ

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   - 2.1 งานวิจัยในประเทศ
   - 2.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่

ความสำคัญของเรขาคณิต

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตไว้ดังนี้

เรวิลลี (Ravielli, 1957: 10) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตสรุปได้ว่า เรขาคณิตเป็นเครื่องมือที่จำเป็นอย่างมากสำหรับมนุษยชาติ เรขาคณิตเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ มีการนำเรขาคณิตไปใช้ประโยชน์มากมาย เช่น ในการก่อสร้าง ในด้านวิศวกรรม ในการสำรวจ ในด้านดาราศาสตร์ เป็นต้น

เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์ (2519: 2) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตสรุปได้ว่า เรขาคณิตมีความสำคัญมากในสมัยอดีต ความเจริญของอียิปต์และบาบิโลเนียล้วนแต่ต้องอาศัยเรขาคณิต ดังจะเห็นจากปิรามิดของอียิปต์ การใช้เรขาคณิตของชาวบาบิโลนในการเริ่มต้นการวัดพื้นที่

ปานทอง กุลนาถศิริ (2541: 3 - 5) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตสรุปได้ว่า เรขาคณิตเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในทุกระดับ เรขาคณิตเป็นศาสตร์ที่มีความหมาย มีคุณค่า มีประโยชน์ และมีความผูกพันกับชีวิตมนุษย์มานับเป็นเวลานาน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าเรขาคณิตมีความสำคัญอย่างมากต่อมนุษย์ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน เรขาคณิตสามารถนำมาประยุกต์ใช้ให้เป็นประโยชน์ได้อย่างมากมาย

พัฒนาการของความคิดทางเรขาคณิต

ความคิดทางเรขาคณิตตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงดังต่อไปนี้ (สมพร เรืองโชติวิทย์, 2523: 1 – 6)

1. เรขาคณิตสมัยแรกเริ่ม

เรขาคณิตสมัยแรกเริ่มนั้นได้มาจากการสังเกตและประสบการณ์ เช่น สังเกตรูปร่างและขนาดของสิ่งต่าง ๆ ความเข้าใจในรูปทรงเรขาคณิตนั้นมาจากการสังเกตลักษณะธรรมชาติ เช่น วงกลมมาจากพระอาทิตย์ พระจันทร์ เส้นโค้ง ได้จากลักษณะของดอกไม้ ใบไม้ ต้นไม้ เส้นขนาน เส้นตั้งฉากได้จากธรรมชาติ และการก่อสร้างที่พักอาศัย จากการสังเกต

ความสัมพันธ์และการเปรียบเทียบสิ่งต่าง ๆ ทำให้มนุษย์เกิดความคิดในเรื่องมาตรฐานการวัด เช่น การวัดความยาวและระยะทางอาศัยการเปรียบเทียบความยาวของส่วนต่าง ๆ ของร่างกาย เป็นนิ้ว เป็นฟุต เป็นต้น จากแผ่นจารึกที่ทำด้วยดินเหนียวเผาไฟของบาบิโลเนีย ทำให้ทราบว่าประมาณ 4000 B.C. ชาวบาบิโลนสามารถวัดพื้นที่ต่าง ๆ ได้ และมีวิธีหาพื้นที่รูปทรงเรขาคณิตอย่างง่าย ๆ เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมรวมทั้งวงกลมด้วย เขาสมมติว่าสวรรค์หมุนรอบแผ่นดินในเวลา 360 วันหรือ 1 ปี ด้วยเหตุนี้เขาจึงแบ่งวงกลมออกเป็น 360 ส่วน ซึ่งต่อมาได้กลายเป็นระบบองศาในการวัดมุมในสมัยปัจจุบัน

ต่อมาประมาณ 2900 B.C. เป็นสมัยของอียิปต์มีความเจริญทางเรขาคณิต จะเห็นได้จากการสร้างปิรามิด การรังวัดที่ดินตามลุ่มแม่น้ำไนล์ การหาพื้นที่ของรูปทรงต่าง ๆ อียิปต์มีความรู้ว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 3 4 และ 5 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เขาได้ใช้เชือกผูกเป็นปม ๆ ความยาวระหว่างปมเท่า ๆ กัน สร้างมุมฉากขึ้น จากหลักฐานต่าง ๆ ที่แสดงถึงความเจริญของบาบิโลเนียและอียิปต์พอจะสรุปได้ว่าเรขาคณิตสมัยนั้นเป็นเรขาคณิตเชิงวิทยาศาสตร์ (empirical or scientific geometry) ยังไม่มีการพิสูจน์ใด ๆ

2. เรขาคณิตและกรีกสมัยแรก

นักปราชญ์และนักคณิตศาสตร์ชาวกรีกได้มาศึกษาวิชาการต่าง ๆ ที่อียิปต์ประมาณ 600 B.C. ผู้ที่มีชื่อเสียงเด่นทางเรขาคณิต คือ ทาเลสแห่งมิเลตุส (Thales of Miletus, 640 – 550 B.C.) ได้แสดงความเป็นอัจฉริยะหลายอย่าง เช่นสามารถวัดความสูงของปิรามิดได้โดยใช้หลักรูปสามเหลี่ยมคล้ายซึ่งในสมัยนั้นยังไม่มี ทาเลสได้นำวิชาเรขาคณิตกลับไปยังกรีกและได้ประยุกต์การให้เหตุผลตามหลักตรรกวิทยามาใช้พิสูจน์เรขาคณิต ทำให้เรขาคณิตเปลี่ยนมาเป็นเรขาคณิตอย่างมีระบบ (systematic geometry)

นักเรขาคณิตที่สำคัญอีกท่านหนึ่งคือ ปีธากอรัส (Pythagoras, 572 – 500 B.C.) ซึ่งเป็นลูกศิษย์ของทาเลส ปีธากอรัสได้ตั้งโรงเรียนที่มีชื่อเสียงคือโรงเรียนปีธากอเรียน ที่เมืองโครโตนา ทางใต้ของอิตาลี สอนวิชาคณิตศาสตร์ ปรัชญา และวิทยาศาสตร์ธรรมชาติ ในสมัยของปีธากอรัสความรู้ใหม่ ๆ ในวิชาเรขาคณิตเกิดขึ้นหลายอย่าง เช่น คุณสมบัติของเส้นขนาน สัดส่วนของรูปเหลี่ยมคล้าย พื้นที่รูปต่าง ๆ และรูปทรงสามมิติ รวมทั้งทฤษฎีที่มีชื่อเสียงคือทฤษฎีปีธากอเรียน (Pythagorean Theorem) ด้วย

ฮิปโปเครเตสแห่งเมืองชิออส (Hippocrates of Chios, 470 B.C.) ได้เขียนตำราเรขาคณิตเล่มแรกขึ้น

พลาโต (Plato, 429 – 348 B.C.) ได้สนใจและคิดค้นหาหลักเกณฑ์การให้เหตุผลในเชิงตรรกวิทยาสำหรับพิสูจน์เรขาคณิต

อริสโตเติล (Aristotle, 384 – 322 B.C.) ศิษย์ของพลาโต ได้เขียนหนังสือ

เกี่ยวกับเรขาคณิตและฟิสิกส์

ยูโดซุส (Eudoxus, 370 B.C.) ศิษย์ของพลาโต ได้ให้นิยามสัดส่วนและนำทฤษฎีของสัดส่วนมาใช้กับเรขาคณิตในระนาบ

หลังจากสมัยของอริสโตเติลแล้ว ความเจริญทางเรขาคณิตได้ย้อนกลับไปสู่อียิปต์อีกครั้งหนึ่งที่มหาวิทยาลัยอเล็กซานเดรีย (Alexandria)

3. เรขาคณิตในสมัยของยูคลิดและอาคิมิดิส (Euclid and Archimedes)

ยูคลิดและอาคิมิดิส เป็นนักคณิตศาสตร์ผู้ยิ่งใหญ่ในสมัยทองของอเล็กซานเดรีย ยูคลิด (330 - 275 B.C.) ได้เขียนตำราทางวิชาการหลายสาขา แต่ที่มีชื่อเสียงมากที่สุดคือ หนังสือเอลิเมนส์ (Elements) เกี่ยวกับเรขาคณิตและพีชคณิต

อาคิมิดิส (287 - 212 B.C.) เป็นนักวิทยาศาสตร์และนักประดิษฐ์ ได้เขียนตำราต่าง ๆ ไว้มากทั้งวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มีผลงานเด่น ๆ ทางเรขาคณิตหลายชิ้น เช่น การวัดวงกลม เขาเป็นผู้ริเริ่มคำนวณค่า π ว่าอยู่ระหว่าง $\frac{223}{71}$ กับ $\frac{22}{7}$ ซึ่งวิธีการคำนวณค่า π ยังมีผู้ทำอยู่เสมอ ใน ค.ศ. 1961 มีผู้หาค่า π ได้ถึงทศนิยม 100,265 ตำแหน่ง นอกจากนี้ อาคิมิดิสยังได้คิดสูตรพื้นที่รูปสามเหลี่ยม $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ และได้คำนวณหาพื้นที่ปริมาตรของรูปทรงเรขาคณิตต่าง ๆ

4. เรขาคณิตในกรีก

นักคณิตศาสตร์ที่สำคัญหลังจากยูคลิดและอาคิมิดิส ได้แก่ อโปโลนิอุส แห่งเมืองเปอร์กา (Apollonius of Perga, 262 – 200 B.C.) ได้พัฒนาเรขาคณิตขั้นสูง ได้เขียนตำราเกี่ยวกับเส้นโค้งและภาคตัดกรวย เขาได้นำชื่อ เอลลิปส์ พาราโบลา และไฮเปอร์โบลามาใช้

เอราโตสเทเนส (Eratosthenes, 276 – 194 B.C.) เป็นเพื่อนของอาคิมิดิส เขาสามารถคำนวณหาเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลางของโลกได้ คือได้เส้นรอบวง 24,662 ไมล์ ซึ่งผิดไปเพียง 2 เปอร์เซนต์

ปโตเลมี แห่งอเล็กซานเดรีย (Ptolemy of Alexandria, 85 – 168 A.D.) ได้เขียนหนังสือที่มีชื่อเสียงคือ อัลมาเจสท์ (Almagest) เกี่ยวกับเรขาคณิต ตรีโกณมิติ และดาราศาสตร์

ปัปปุส (Pappus, - 300 A.D.) ได้พัฒนาเรขาคณิตขั้นสูง และภาคตัดกรวย คือพัฒนาผลงานของอโปโลนิอุส ในระยะเวลาห่างกัน 500 ปี เขาได้ค้นพบทฤษฎีที่ใกล้เคียงกับรากฐานของแคลคูลัส

โปรคลุส (Proclus, 414 – 485 A.D.) ได้เขียนประวัติของเรขาคณิต หลังจาก

สมัยของโปรคลุสก็ถึงวาระสุดท้ายของมหาวิทยาลัยอเล็กซานเดรีย ซึ่งถูกทำลายโดยพวกอาหรับ ใน ค.ศ. 641

5. เรขาคณิตท่ามกลางพวกอาหรับและฮินดู

นักวิทยาศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ ได้ออกจากอเล็กซานเดรียไปยังอาราเบียเพื่อเป็นครูและทำงานอยู่กับพวกอาหรับ ในระหว่างนั้นเป็นสมัยเสื่อมของจักรวรรดิโรมัน (ศตวรรษที่ 5 – 11) และเป็นยุคมืด (Dark Ages) ของยุโรป ศิลปวิทยาการต่าง ๆ หยุดชะงักเพราะขัดกับแนวความคิดทางศาสนาในสมัยนั้น

พวกอาหรับได้เรียนรู้เรขาคณิต ตรีโกณมิติ และดาราศาสตร์ จากพวกกรีก ส่วนความรู้ทางเลขคณิต และพีชคณิต (algebra) ชาวอาหรับได้รับจากชาวฮินดู ซึ่งตัวเลขฮินดูอาราบิกริเริ่มโดยชาวฮินดู หนังสือเอลิเมนต์ของยูคลิด และอัลมาเจสท์ของปโตเลมี ก็ได้แปลเป็นภาษาอาหรับ นักคณิตศาสตร์ชาวอินเดียชื่อ อารยภัต (Aryabhata, 476 A.D.) ได้เขียนตำราเกี่ยวกับเรขาคณิตที่นำไปประยุกต์กับวิชาดาราศาสตร์ ชาวอาหรับและฮินดูได้แปลและคัดลอกตำราทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์เพื่อใช้เรียนกันทั่วไป ซึ่งนับว่าเป็นการดีอย่างยิ่งที่อาหรับได้ช่วยเก็บรักษาวิชาความรู้ต่าง ๆ ไว้ตลอดยุคมืดของยุโรป

6. เรขาคณิตในสมัยกลาง (Middle Ages)

ในปลายศตวรรษที่ 11 ได้มีผู้นำวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของกรีกมาเผยแพร่ในยุโรป ในศตวรรษที่ 12 ได้มีการแปลหนังสือจากภาษาอาหรับเป็นภาษาละตินกว่า 90 ฉบับ รวมทั้งเอลิเมนต์ของยูคลิด และอัลมาเจสท์ของปโตเลมีด้วย และในยุโรปได้เริ่มใช้ระบบตัวเลขของฮินดูอาราบิก ศตวรรษที่ 13 มีมหาวิทยาลัยต่าง ๆ เกิดขึ้น เช่น มหาวิทยาลัยปารีส ออกซฟอร์ด แคมบริดจ์ ปาดัว และเนเปิล เป็นต้น มีการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในมหาวิทยาลัย

ศตวรรษที่ 15 เป็นสมัยเริ่มฟื้นฟูศิลปวิทยาการของยุโรป (European Renaisance) ความพินาศของจักรวรรดิไบแซนทีน (Byzantine Empire) และการเสียเมืองคอนสแตนติโนเปิลให้พวกเติร์ก ใน ค.ศ. 1453 ทำให้มีผู้ลี้ภัยมาอยู่อิตาลีมากมาย และได้นำเอาวัฒนธรรมและวิชาการของกรีกมาด้วยจึงได้มีการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งเลขคณิต พีชคณิต และเรขาคณิต ในโรงเรียนทั่วไป มีการแปลหนังสือตำราต่าง ๆ ของกรีกเป็นภาษาละติน

7. พัฒนาการแนวใหม่ของเรขาคณิต

นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสชื่อ เจราด์ เดสาร์ก (Geard Desargues, 1593 – 1662) เป็นวิศวกรและสถาปนิกได้พัฒนาแนวคิดของยูคลิดเกี่ยวกับระบบตรรกวิทยาของเรขาคณิต ทำให้ค้นพบเรขาคณิตแบบใหม่ที่เรียกว่า เรขาคณิตโปรเจกตีฟ (Projective Geometry) และมีนักคณิตศาสตร์รุ่นต่อมาได้ขยายความรู้ในวิชานี้ให้กว้างขวางขึ้น ได้แก่ แบลซ์ ปาสคาล

(Blaise Pascal, 1623 – 1662) และจองวิกเตอร์ปองเซเล (Jean-Victor Poncelet, 1788 – 1867) ต่อมากาสปาด์ มองเย (Gaspard Monge, 1746 – 1818) ได้พัฒนาวิชานี้ไปสู่เรขาคณิตอีกแบบหนึ่งเรียกว่า เรขาคณิตเดสคริปตีฟ (Descriptive Geometry)

เรอเน เดคาต์ (Rene Descartes, 1596 – 1650) ได้นำเอาวิธีการทางพีชคณิตมาใช้กับเรขาคณิตเรียกว่า เรขาคณิตวิเคราะห์ (Analytic Geometry) ต่อมามีนักคณิตศาสตร์นำเอาวิชาแคลคูลัสมาประยุกต์กับเรขาคณิตเรียกว่า เรขาคณิตดิฟเฟอเรนเชียล (Differential Geometry) และเลโอนาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler, 1707 – 1783) ได้ริเริ่มคิดค้นวิชาเรขาคณิตแบบใหม่ขึ้นอีกเรียกว่า โทโพโลยี (Topology)

8. เรขาคณิต นอน-ยูคลิดเดียน (Non-Euclidean Geometry)

เป็นเวลากว่า 2000 ปีที่นักคณิตศาสตร์ได้พยายามพิสูจน์สัจพจน์ที่ 5 ของยูคลิดว่าเป็นทฤษฎีที่พิสูจน์ได้โดยอาศัยสัจพจน์ข้ออื่น ๆ ของยูคลิด แต่ก็ไม่มีผู้ใดพิสูจน์ได้สำเร็จ ในที่สุดมีนักคณิตศาสตร์สามคน คือ เกาส์ (Gauss, 1777 – 1855) แห่งเยอรมัน โบลไย (Bolyai, 1802 –1860) แห่งฮังการีและโลบัคเซฟสกี (Lobachevsky, 1793 – 1856) แห่งรัสเซีย ได้คิดเรขาคณิตใหม่โดยใช้สัจพจน์ใหม่ที่เป็นข้อปฏิเสธหรือข้อความตรงกันข้าม (denial or contrary) ของสัจพจน์ที่ 5 ของยูคลิด ใช้แทนที่สัจพจน์ที่ 5 นั้น และเรียกชื่อเรขาคณิตใหม่นี้ว่า เรขาคณิตนอน-ยูคลิดเดียน หรือเรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก (Hyperbolic Geometry) ต่อมามีเรขาคณิตนอน-ยูคลิดเดียน อีกแบบหนึ่งเรียกว่า เรขาคณิตเอลลิปติก (Elliptic Geometry) ซึ่งได้พัฒนาขึ้นโดยรีมาน (Riemann, 1826 – 1866) และเฟลิกซ์ ไคลน์ (Felix Klein, 1849 – 1925) แห่งเยอรมัน

แนวคิดเกี่ยวกับเรขาคณิตตั้งแต่สมัยแรกเริ่มจนถึงปัจจุบันนี้ได้พัฒนาไปอย่างกว้างขวาง การศึกษาเรขาคณิตก่อนศตวรรษที่ 17 เป็นการศึกษาคุณสมบัติเมตริก (metric properties) ซึ่งเป็นการศึกษาเกี่ยวกับระยะทาง การวัดต่าง ๆ เช่น ความยาวของส่วนของเส้นตรง พื้นที่และขนาดของมุม ปริมาตรของรูปทรงทั้งหลาย เรขาคณิตของยูคลิดจัดเป็นพวกเรขาคณิตแบบเมตริก ตั้งแต่ศตวรรษที่ 17 เป็นต้นมา นักคณิตศาสตร์ได้เพิ่มความสนใจในการศึกษาคุณสมบัตินอนเมตริก (nonmetric properties) ของรูปทรงต่าง ๆ ทำให้เกิดเรขาคณิตแบบนอนเมตริกขึ้น ได้แก่ เรขาคณิตโปรเจกตีฟ เรขาคณิตแอฟไฟน์ (Affine geometry) และโทโพโลยี

จากที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่าความคิดทางเรขาคณิตมีการพัฒนาไปอย่างกว้างขวางตั้งแต่สมัยเริ่มแรกจนถึงปัจจุบัน ทำให้ในปัจจุบันนี้มีเรขาคณิตอยู่หลายสาขา

ความเป็นมาของรูปแบบแวนฮีลี่ (van Hiele model)

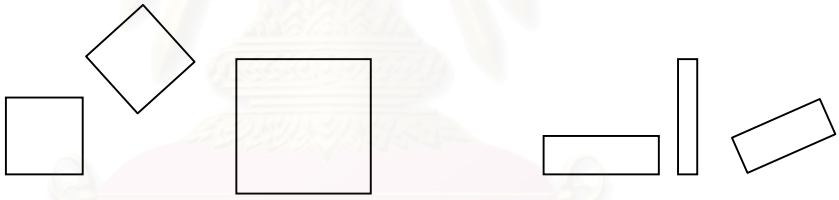
เอกสารและงานวิจัยที่กล่าวถึงความเป็นมาของรูปแบบแวนฮีลี่ (van Hiele model) ได้แก่ เอกสารและงานวิจัยของ ครอว์เลย์ และ เฟส์ เกดเดส และทิสช์เลอร์ และ สิริพร ทิพย์คง (Crowley, 1987: 1; Fuys, Geddes, & Tischler, 1988: 1, 4; สิริพร ทิพย์คง, 2532: 91) ซึ่งกล่าวถึงรูปแบบแวนฮีลี่ (van Hiele model) ไว้ว่าเกิดจากการสร้างของปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ สองสามีภรรยาชาวเนเธอร์แลนด์ ซึ่งเป็นอาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่ง พวกเขาพบว่านักเรียนเรียนเรขาคณิตด้วยความยากลำบากโดยเฉพาะการเขียนพิสูจน์ ดังนั้นพวกเขาจึงสร้างรูปแบบแวนฮีลี่ (van Hiele model) ซึ่งเป็นรูปแบบเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิต เพื่อใช้ประเมินความสามารถของนักเรียนโดยวัดจากระดับความคิดทางเรขาคณิต และเสนอขั้นตอนการสอน 5 ขั้นตอน เพื่อพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปที่ระดับถัดไป โดยปิแอร์ แวนฮีลี่คิดค้นโครงสร้างของระดับความคิดทางเรขาคณิตและออกแบบขั้นตอนการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเพิ่มความเข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิต ส่วนไดน่า แวนฮีลี่ เป็นผู้พัฒนาบทเรียนและการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางของโมเดล แล้วนำไปใช้กับนักเรียนจนได้ผลเป็นที่ยอมรับ ปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ จึงเสนอเป็นวิทยานิพนธ์ปริญญาเอกต่อมหาวิทยาลัยยูเทรชท์ (Utrecht) ที่พวกเขากำลังศึกษาอยู่ในปี ค.ศ. 1954 ในปีต่อมาไดน่า แวนฮีลี่ ได้เสียชีวิตลง ส่วนงานวิจัยของพวกเขาได้รับการเผยแพร่เป็นภาษาดัชในปี ค.ศ. 1957 ต่อมาประมาณปี ค.ศ. 1960 – 1969 ประเทศรัสเซียได้ปรับปรุงหลักสูตรเรขาคณิตให้สอดคล้องกับรูปแบบแวนฮีลี่ (van Hiele model) แต่ในประเทศอื่น ๆ งานวิจัยของปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ ได้รับความสนใจไม่มากนัก จนกระทั่ง ในปี ค.ศ. 1973 ฮานส์ ฟรูเด็นแธล (Hans Freudenthal) ซึ่งเป็นอาจารย์ของปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ ที่มหาวิทยาลัยยูเทรชท์ (Utrecht) ได้แปลผลงานของพวกเขาเป็นภาษาอังกฤษลงในหนังสือชื่อคณิตศาสตร์ดูประหนึ่งเรื่องที่ยากทางการศึกษา (Mathematics as an Educational Tasks) หลังจากนั้น ในปี ค.ศ. 1970 – 1979 งานวิจัยของพวกเขาได้รับความสนใจเพิ่มมากขึ้นโดยเฉพาะในอเมริกาเหนือ ในระหว่างปี ค.ศ. 1980 – 1989 ประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสนใจในการตีพิมพ์เกี่ยวกับรูปแบบแวนฮีลี่ (van Hiele model) โดยในปี 1989 สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM) นำรูปแบบแวนฮีลี่ (van Hiele model) ไปใช้โดยเน้นที่ความสำคัญของการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับและกิจกรรมการแก้ปัญหา

ระดับความคิดทางเรขาคณิต

ปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ ได้แบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดเป็น 5 ระดับ (van Hiele - Geldof, 1984a and van Hiele, 1984b cited in Crowley, 1987: 2 – 3; Regan et al., 2003: 1 - 3) มีรายละเอียดในแต่ละระดับดังนี้

ระดับ 0 : ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

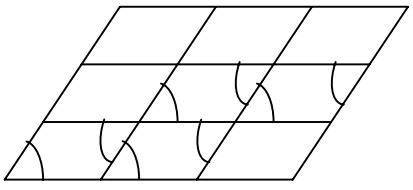
ในระดับนี้นักเรียนรู้เพียงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต มีการแสดงความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกมากกว่าองค์ประกอบหรือคุณลักษณะของรูป เช่น ถ้ากำหนดรูปเรขาคณิตให้ นักเรียนบอกรูปร่างภายนอกได้แต่บอกสมบัติต่าง ๆ ของรูปไม่ได้ ในระดับนี้สามารถเรียนรู้ศัพท์ทางเรขาคณิต จำแนกรูปร่าง วาดรูป และจำลองรูป ตัวอย่างเช่น ดังรูป นักเรียนในระดับนี้สามารถจำได้ว่า กลุ่ม a คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และกลุ่ม b คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยนักเรียนจำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้เพราะว่ามันดูเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และบอกได้ว่ารูปทั้งสองกลุ่มคล้ายกัน ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อให้ geoboard หรือกระดาษ นักเรียนสามารถคัดลอกรูปร่างได้ แต่ในขั้นนี้นักเรียนจะไม่จำว่ารูปสี่เหลี่ยมมีมุมเป็นมุมฉากหรือมีด้านตรงข้ามขนานกัน



(a) (b)

ระดับ 1 : ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

ในระดับนี้นักเรียนเริ่มต้นการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตผ่านการสังเกตและการทดลอง นักเรียนเริ่มเห็นคุณลักษณะของรูป เห็นสมบัติของรูป สามารถแบ่งรูปออกเป็นกลุ่ม ๆ ได้ เมื่อให้ช่องที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังรูป นักเรียนบอกได้ว่ามุมที่วาดนั้นเป็นมุมที่เท่ากัน เป็นมุมตรงข้ามของด้านคู่ขนาน ถ้าให้ตัวอย่างที่หลากหลาย นักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ แต่ไม่สามารถอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างรูปที่เห็นกับรูปที่ยังมองไม่เห็นได้ ถึงบรรยายได้แต่ก็ไม่เข้าใจ



ระดับ 2 : ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ในสมบัติต่าง ๆ ของรูปได้ทั้งสมบัติภายในของรูป เช่น ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านตรงข้ามขนานกัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน และสมบัติท่ามกลางรูปต่าง ๆ และสามารถแยกรูปต่าง ๆ ออกเป็นกลุ่ม ๆ ได้ตามสมบัติอย่างเข้าใจ บอกความหมายได้ สามารถสรุปอย่างไม่เป็นแบบแผนจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ แต่ไม่สามารถสรุปโดยใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทได้ ไม่สามารถให้เหตุผลในลักษณะที่เป็นโครงสร้างได้ ไม่สามารถพัฒนาการพิสูจน์ทฤษฎีบทได้

ระดับ 3 : ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถสรุปเรขาคณิตภายใต้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจ สามารถพิสูจน์โดยมีความเป็นไปได้ในการพัฒนาการพิสูจน์ได้หลายรูปแบบ สามารถเข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ สามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทกลับได้

ระดับ 4 : ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

ในระดับนี้นักเรียนต้องสามารถทำในระบบสัจพจน์ที่หลากหลาย ซึ่งไม่ใช่เรขาคณิตของยูคลิดได้ สามารถนำเรขาคณิตไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรม โดยปราศจากตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม สามารถพิสูจน์แบบขัดแย้ง และพิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตต่างกันก็จะมีความสามารถต่างกัน เช่น นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 สามารถจำรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิตได้ นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 สามารถบอกสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 สามารถบอกความสัมพันธ์ของสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 สามารถใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท และสามารถพิสูจน์ทางตรงได้ และนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 สามารถพิสูจน์แบบขัดแย้ง พิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้ สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรมได้

การกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิต

การกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิต แบ่งออกเป็น 3 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 เป็นแบบดั้งเดิมที่แวนฮีลี่กำหนด ใช้หมายเลข 0 – 4 ในการกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตทั้ง 5 ระดับ (Crowley, 1987: 2-3; Burger and Shaughnessy, 1989: 31) ดังนี้

ระดับ 0 หมายถึง ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization / Recognition)

ระดับ 1 หมายถึง ระดับการวิเคราะห์ (Analysis / Descriptive)

ระดับ 2 หมายถึง ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal deduction / Abstraction)

ระดับ 3 หมายถึง ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Deduction)

ระดับ 4 หมายถึง ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

แบบที่ 2 ใช้หมายเลข 1 - 5 ในการกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตทั้ง 5 ระดับ (Swafford, Jones & Thornton, 1997: 469) ดังนี้

ระดับ 1 หมายถึง ระดับการจำแนกออก (Recognition) ซึ่งระดับนี้เหมือนกับระดับ 0 ในแบบที่ 1

ระดับ 2 หมายถึง ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

ระดับ 3 หมายถึง ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal deduction)

ระดับ 4 หมายถึง ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal deduction)

ระดับ 5 หมายถึง ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

แบบที่ 3 ใช้หมายเลข 0 – 5 ในการกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตทั้ง 6 ระดับ (Clements and Battista, 1992b cited in Clements et al., 1999: 193) ดังนี้

ระดับ 0 หมายถึง ระดับก่อนการจำแนกออก (prerecognitive) ระดับนี้นักเรียนสังเกตเพียงลักษณะภายนอกของรูปร่างที่มองเห็น แต่ไม่สามารถบอกความแตกต่างระหว่างรูปได้ เช่น นักเรียนอาจจะบอกความแตกต่างระหว่างรูปสามเหลี่ยมกับรูปสี่เหลี่ยมได้ แต่พวกเขาอาจจะไม่สามารถบอกความแตกต่างระหว่างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้

ระดับ 1 หมายถึง ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ระดับ 2 หมายถึง ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

ระดับ 3 หมายถึง ระดับการคิดแบบนามธรรม (Abstraction) ซึ่งระดับนี้เหมือนกับระดับ 2 ในแบบที่ 1

ระดับ 4 หมายถึง ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Deduction)

ระดับ 5 หมายถึง ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิต แบ่งออกเป็น 3 แบบ คือ แบบที่ 1 ใช้หมายเลข 0 – 4 แบบที่ 2 ใช้หมายเลข 1 – 5 และแบบที่ 3 ใช้หมายเลข 0 – 5 ซึ่งแบบที่ 1 และแบบที่ 2 ใช้หมายเลขกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิต 5 ระดับ แต่แบบที่ 3 ใช้หมายเลขกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิต 6 ระดับ โดยมีระดับก่อนการจำแนกเพิ่มขึ้นมาอีก 1 ระดับ

ลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิต

ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่มีลักษณะสำคัญดังนี้ (van Hiele - Geldof, 1984a and van Hiele, 1984b cited in Crowley, 1987: 4; Mason, 2002: 3)

1. การมีลำดับขั้น (Sequential)

เหมือนกับทฤษฎีทางการพัฒนาส่วนใหญ่ คือ ต้องดำเนินการโดยเรียงลำดับระดับความคิดทางเรขาคณิตทีละระดับ การที่จะมีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับสูงได้จะต้องมีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับต่ำกว่ามาก่อน

2. ความก้าวหน้า (Advancement)

ความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งไปอีกระดับหนึ่งขึ้นอยู่กับเนื้อหาและวิธีการสอนที่ได้รับมากกว่าขึ้นอยู่กับอายุ ไม่มีวิธีการสอนใดที่จะทำให้นักเรียนกระโดดข้ามระดับได้

3. สิ่งที่ไม่ชัดแจ้งในระดับหนึ่งจะชัดแจ้งในระดับต่อไป(Intrinsic and Extrinsic)

ตัวอย่างเช่น นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 จะรู้เพียงรูปร่างของรูป แต่ไม่เข้าใจสมบัติของรูป จนกระทั่งมีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 จึงสามารถเข้าใจองค์ประกอบและสมบัติของรูป

4. การมีภาษาประจำในแต่ละระดับ (Linguistics)

ในแต่ละระดับมีภาษาประจำระดับ และมีระบบของความสัมพันธ์ในการเชื่อมโยงภาษา ความคิดรวบยอดและภาษาในระดับที่ต่ำกว่าจะเป็นพื้นฐานในระดับที่สูงกว่าต่อไป

5. ความไม่เหมาะสมกับระดับ (Mismatch)

ถ้านักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับหนึ่ง แต่ครูสอนในระดับที่แตกต่างกันนักเรียนอาจจะไม่เข้าใจเนื้อหาที่ครูสอน โดยปกตินักเรียนจะพยายามจำเนื้อหา แต่นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหานั้นโดยแท้จริง ซึ่งนักเรียนอาจจะลืมเนื้อหาเหล่านั้นได้ง่าย ๆ หรือไม่สามารถที่จะประยุกต์เนื้อหาเหล่านั้นได้โดยเฉพาะในสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าปิแอร์ แวนฮีลี่ และ ไดน่า แวนฮีลี่ ได้กำหนดลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิตออกเป็น 5 ข้อ คือ การมีลำดับขั้น ความก้าวหน้า สิ่งที่ไม่ชัดแจ้งในระดับหนึ่งจะชัดแจ้งในระดับต่อไป การมีภาษาประจำในแต่ละระดับ และความไม่เหมาะสมกับระดับ เพื่อให้สามารถนำระดับความคิดทางเรขาคณิตไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และเป็นแนวทางในการกำหนดเนื้อหาและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นตอนการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางเรขาคณิต

การพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งสามารถทำได้โดยการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม ซึ่งปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ ได้เสนอขั้นตอนการสอนเพื่อพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิต 5 ขั้นตอน (van Hiele - Geldof, 1984a and van Hiele, 1984b cited in Crowley, 1987: 5 – 6; Teppo, 1999: 1 - 2) ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry / Information)

ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนาและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมเกี่ยวกับจุดมุ่งหมายของการเรียน โดยการสังเกต และใช้คำถาม เช่น ครูถามนักเรียนว่า สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนคืออะไร สี่เหลี่ยมจัตุรัสคืออะไร สี่เหลี่ยมด้านขนานคืออะไร และสี่เหลี่ยมพวกนี้มีความคล้ายกันอย่างไร แตกต่างกันอย่างไร ทำไมถึงตอบอย่างนั้น จุดมุ่งหมายของกิจกรรมนี้มี 2 ด้าน คือ (1) ครูได้เรียนรู้สิ่งที่เป็นความรู้ดั้งเดิมของนักเรียนเกี่ยวกับหัวข้อนี้ และ (2) นักเรียนได้เรียนรู้สิ่งที่เป็นแนวทางการศึกษาเพิ่มเติม

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)

นักเรียนสำรวจหัวข้อของการศึกษาผ่านสื่อที่ครูจัดให้เป็นลำดับขั้น กิจกรรมนี้ควรจะแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างอย่างค่อยเป็นค่อยไป ดังนั้นสื่อจะเป็นงานสั้น ๆ ที่ออกแบบมาเพื่อดึงคำตอบเฉพาะ เช่น ครูอาจจะถามนักเรียนโดยใช้กระดานตะปู(geoboard) เพื่อสร้างสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และสร้างรูปที่มีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเล็กลง

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)

สร้างจากประสบการณ์เดิมของนักเรียน โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการสังเกต ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม บทบาทของครูลดลง นักเรียนจะได้อภิปรายซึ่งกันและกัน และกับครู

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)

นักเรียนต้องเผชิญกับงานที่ยุ่งยากมากขึ้น เช่น งานที่มีหลายขั้นตอน งานที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และงานปลายเปิด พวกเขาจะได้ประสบการณ์ในการค้นพบวิธีแก้ปัญหาด้วยตัวของพวกเขาเอง ทำให้นักเรียนมีความชัดเจนเกี่ยวกับสิ่งที่ศึกษามากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration)

นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาทั้งหมด โดยเป็นการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้ในการทำกิจกรรมตั้งแต่เริ่มต้น เช่น สรุปสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนทั้งหมด

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าขั้นตอนการสอนของปิแอร์ แวนฮีลี่ และ ไดน่า แวนฮีลี่ แบ่งออกเป็น 5 ขั้น โดยในแต่ละขั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน ซึ่งทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดทางเรขาคณิต

การจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในแต่ละระดับ

กิจกรรมสำหรับนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตต่างกันก็จะต่างกัน โดยการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตต่ำกว่าระดับ 4 จะทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตไปสู่ระดับที่สูงกว่าได้ จนในที่สุดสามารถพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตไปสู่ระดับ 4 ซึ่งเป็นระดับสูงที่สุดได้ ซึ่งการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 - 3 (Crowley, 1987: 7 - 13) มีดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก

ในระดับนี้ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในสิ่งต่อไปนี้

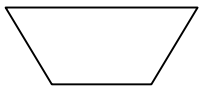
1. ระบายสี พับ และสร้างรูปเรขาคณิต
2. ระบุรูปร่างของรูปเรขาคณิต เช่น

2.1 ครูอาจจะให้นักเรียนวาดรูปง่าย ๆ

2.2 ครูอาจจะให้นักเรียนพลิกรูปกลับไปมา

2.3 ครูอาจจะให้นักเรียนบอกวัตถุที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิตนั้น ซึ่งอยู่ในห้องเรียน ที่บ้าน ในรูปถ่ายและอื่น ๆ

2.4 ครูอาจจะให้นักเรียนบอกชื่อรูปเรขาคณิตที่อยู่ในรูปเรขาคณิตชนิดอื่น เช่น มีเส้นขนานอยู่ในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู



3. สร้างรูป เช่น

3.1 ครูให้นักเรียนคัดลอกรูปบนกระดาษจุด (dot paper) กระดาษตาราง (grid paper) หรือกระดาษลอกลาย (tracing paper)

3.2 ครูให้นักเรียนใช้กระดานตะปู (geoboards)

3.3 ครูให้นักเรียนวาดรูป

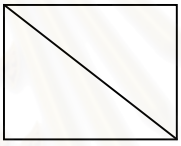
3.4 ครูให้นักเรียนใช้ไม้ หลอด ท่อ กระเบื้อง เป็นต้น

4. บรรยายรูปและใช้ภาษาที่เหมาะสมทั้งภาษาที่เป็นมาตรฐาน และภาษาที่ไม่เป็นมาตรฐาน เช่น ลูกบาศก์เหมือนกล่อง

5. แก้ปัญหาโดยการวัดและการนับ เช่น

5.1 ให้นักเรียนหาพื้นที่ของด้านบนของกล่อง โดยใช้การนับกระเบื้อง

5.2 ให้นักเรียนใช้รูปสามเหลี่ยม 2 รูปเพื่อสร้างรูปสี่เหลี่ยม



ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์

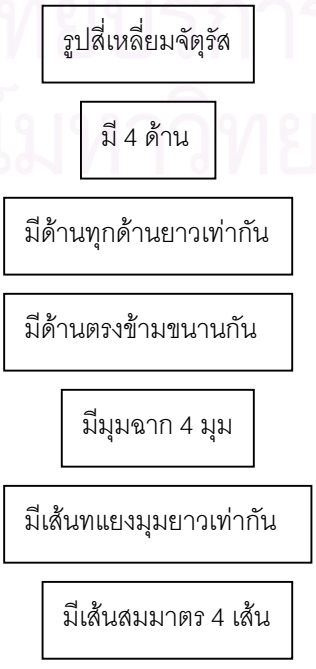
ในระดับนี้ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในสิ่งต่อไปนี้

1. วัด ระบายสี พับ ตัด ใช้โมเดลและกระเบื้องเพื่อจะระบุสมบัติของรูป เช่น การพับรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวตามแนวเส้นทแยงมุมเพื่อตรวจสอบการสมมาตร

2. บรรยายรูปโดยใช้สมบัติ เช่น

2.1 ถ้าไม่มีรูปคุณจะบรรยายให้คนที่ไม่เห็นรูปทราบได้อย่างไร

2.2 ใช้บัตรคำ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. เปรียบเทียบรูปตามสมบัติของรูปเหล่านั้น เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนคล้ายกันอย่างไร และถ้ามองที่มุมสี่เหลี่ยม 2 รูปนี้แตกต่างกันอย่างไร

4. คัดเลือกรูปโดยใช้คุณลักษณะเพียงอย่างเดียว เช่น ให้รูปสี่เหลี่ยมมาหลายชนิดและให้บอกสิ่งต่อไปนี้

4.1 จำนวนของรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน

4.2 จำนวนของรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมเป็นมุมฉาก

5. ระบุและวาดรูปโดยใช้การบอกปากเปล่าหรือการเขียนบรรยายสมบัติของรูป เช่น

5.1 ครูหรือนักเรียนบรรยายสมบัติของรูปและให้นักเรียนคนอื่นตอบว่ารูปที่เป็นไปได้ตามสมบัติที่บรรยายได้แก่รูปอะไรบ้าง

5.2 ให้นักเรียนเล่นเกมส์ "ฉันชื่ออะไร" โดยครูจะบอกสมบัติทีละสมบัติให้นักเรียนตอบหลังจากที่ครูบอกสมบัติจบทีละสมบัติ และครูจะบอกสมบัติไปจนกว่านักเรียนจะตอบถูกว่ารูปที่ให้นั้นชื่ออะไร

6. บอกชื่อรูปจากสิ่งที่มองเห็น โดยให้นักเรียนเห็นส่วนของรูปทีละน้อยและนักเรียนตอบว่าเป็นรูปอะไร

7. สังเกต เช่น การใช้กระเบื้องเพื่อวัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

8. บอกสมบัติซึ่งใช้แสดงลักษณะหรือเปรียบเทียบกลุ่มของรูปที่แตกต่างโดยครูให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างเส้นทแยงมุมกับรูปโดยใช้กระดาษยาว 2 ชิ้น เพื่อแสดงให้เห็นว่า เส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวเท่ากัน แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันและมุมที่เส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก และเมื่อเปลี่ยนขนาดของมุมและเส้นทแยงมุมจะได้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

9. ค้นหาสมบัติที่ไม่คุ้นเคย เช่น จากสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และตัดสินสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

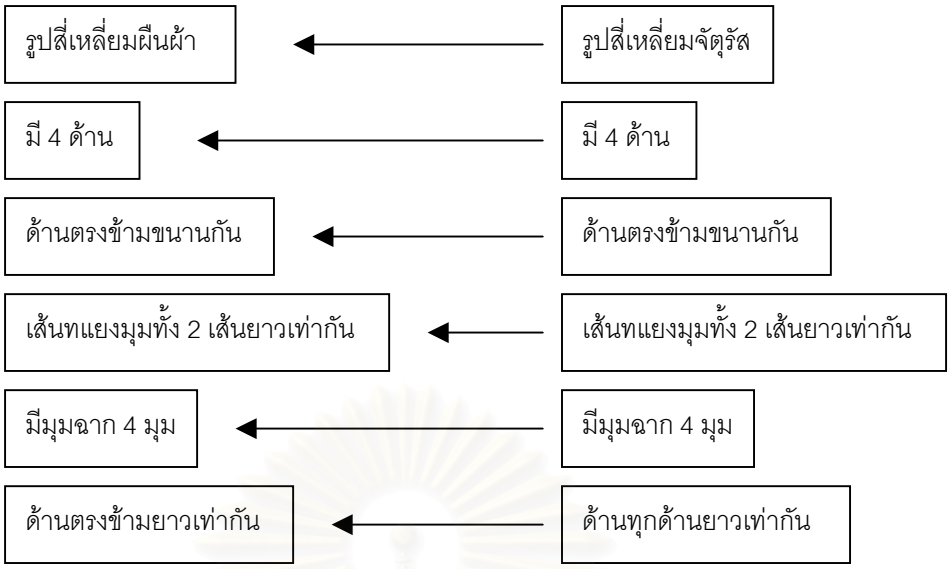
10. ใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์อย่างเหมาะสม

ระดับ 2 (ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน)

ในระดับนี้ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในสิ่งต่อไปนี้

1. ศึกษาความสัมพันธ์ สรุปและประยุกต์ เช่น

1.1 ใช้บัตรคำ



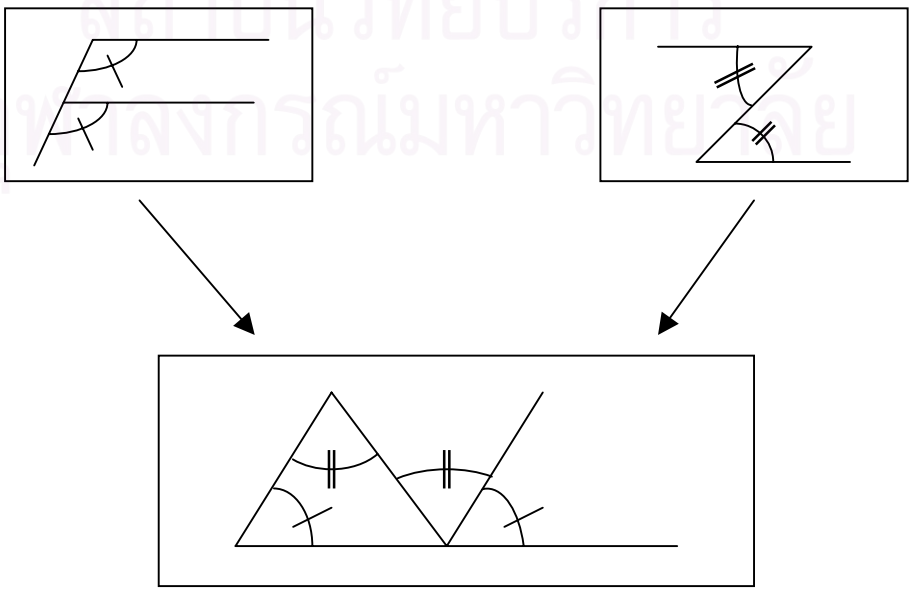
1.2 ใช้กระดานตะปู (geoboard) เพื่อเปลี่ยนรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู เปลี่ยนรูปสี่เหลี่ยมคางหมูให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เปลี่ยนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า...ในแต่ละการเปลี่ยนแปลงต้องการอะไร

2. ใช้กลุ่มของสมบัติน้อยที่สุดเพื่อบรรยายรูป เช่น ครูให้นักเรียนแข่งขันและตรวจสอบซึ่งกันและกัน ครูถามนักเรียนว่านักเรียนจะบรรยายรูปให้คนอื่นทราบได้อย่างไร ใช้ขั้นตอนเพียง 2 – 3 ขั้นได้หรือไม่ ใช้ขั้นตอนที่แตกต่างกันหรือไม่

3. พัฒนาและใช้นิยาม เช่น ครูถามนักเรียนว่าสี่เหลี่ยมจัตุรัสคืออะไร

4. ติดตามการสรุปอย่างไม่เป็นทางการ

5. แสดงการสรุปอย่างไม่เป็นทางการโดยใช้แผนภาพ (diagrams) ชิ้นส่วนที่ตัดออกมา (cut – out) แผนภูมิขั้นตอนการดำเนินงาน (flow charts) หรือใช้แผนที่บรรพบุรุษ (ancestry mapping) เช่น ใช้การ์ดและลูกศรเพื่อแสดงว่ามุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลรวมของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น



6. ติดตามการสรุปอย่างเป็นทางการ เช่น ครูให้นักเรียนหาขั้นตอนที่ขาดหายไป

7. หาวิธีการแก้ปัญหามากกว่า 1 วิธี เช่น ครูให้นักเรียนบอกนิยามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมา 2 วิธี

8. อภิปรายข้อความและบทกลับของข้อความนั้น เช่น ครูให้นักเรียนเขียนบทกลับของข้อความที่ว่า ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่งแล้ว มุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา

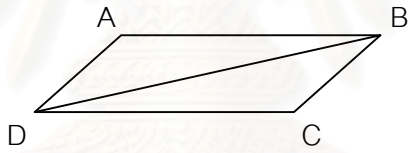
9. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมบัติของรูป

ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน

ในระดับนี้ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในสิ่งต่อไปนี้

1. บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ เช่น ครูให้โจทย์ปัญหามาและให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์

2. บอกข้อมูลที่ได้จากรูปและข้อมูลที่ให้มา เช่น ครูให้รูป $\square ABCD$ ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ให้นักเรียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนรู้จากรูปนี้ เขียนในรูป ถ้า...แล้ว... โดยใช้รูปที่ให้มาเป็นพื้นฐาน



3. แสดงความเข้าใจความหมายของอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท เช่น ครูให้ข้อความและถามว่าข้อความใดเป็นบทนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท เพราะเหตุใด

4. แสดงความเข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอ เช่น ครูให้นักเรียนเขียนนิยามของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังต่อไปนี้

a) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า...
b) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน...
c) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า...
d) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน...

5. พิสูจน์

6. เปรียบเทียบการพิสูจน์ที่แตกต่างกัน

7. ใช้เทคนิคการพิสูจน์ที่หลากหลาย เช่น การสังเคราะห์ การแปลงเวคเตอร์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

8. บอกขั้นตอนการพิสูจน์ เช่น ถ้าพิสูจน์เกี่ยวกับเส้นขนานให้พยายามใช้มุมแย้ง มุมภายนอกกับมุมภายใน หรือการหมุน 180 องศา

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในแต่ละระดับจะมีการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมแตกต่างกัน ซึ่งการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 – 3 จะทำให้นักเรียนมีความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้นจนทำให้นักเรียนมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 ซึ่งเป็นระดับสูงที่สุด

ความสามารถของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในแต่ละระดับ

นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตต่างกันจะมีความสามารถต่างกัน ซึ่งความสามารถของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 – 4 (Fuys, Geddess, & Tischler, 1988: 58 – 71; Mason, 2002: 1 – 2; Burger and Shaughnessy, 1986: 43 - 45) มีดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก

ในระดับนี้นักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้

1. ระบุตัวอย่างของรูปโดยพิจารณาจากลักษณะของรูป

1.1 ในรูปวาดอย่างง่าย ในแผนภาพ หรือใน cut – outs เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่าใน cut – outs หรือในรูปวาดมีรูปใดบ้างที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

1.2 ในตำแหน่งที่แตกต่างกัน เช่น นักเรียนสามารถชี้มุม สี่เหลี่ยมผืนผ้าและสามเหลี่ยมซึ่งมีตำแหน่งของรูปที่แตกต่างกันซึ่งอยู่ในรูปถ่ายหรือบนแผนภาพได้

1.3 ที่อยู่ในรูปอื่น ๆ ซึ่งซับซ้อนได้ เช่น นักเรียนสามารถชี้มุมฉากในรูปสี่เหลี่ยมคางหมูได้

2. สร้าง วาดรูป หรือคัดลอกรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถเอาไม้มาสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือเส้นขนานได้

3. บอกชื่อของรูปทั้งชื่อที่เป็นมาตรฐาน และ / หรือไม่เป็นมาตรฐานได้อย่างเหมาะสม เช่น นักเรียนชี้ไปที่มุมของรูปสามเหลี่ยมและเรียกว่า “มุม”

4. เปรียบเทียบและแยกรูปตามลักษณะของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสส่วนรูปอื่น ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

5. บรรยายรูปได้โดยพิจารณาจากลักษณะของรูป เช่น นักเรียนบรรยายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยบอกว่าเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส หรือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเหมือนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็กน้อย

6. แก้ปัญหาได้โดยดูลักษณะของรูปมากกว่าใช้คุณสมบัติ เช่น นักเรียนใช้การลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหา tangram ซึ่งเป็นการประกอบรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจากรูปสามเหลี่ยมขนาดเล็ก 2 รูป

7. บอกส่วนของรูปได้ แต่ไม่สามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้

7.1 ไม่สามารถวิเคราะห์รูปโดยพิจารณาจากส่วนประกอบของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปที่เห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ไม่สามารถบอกได้ว่ามีด้านเท่ากันทุกด้านและมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

7.2 ไม่สามารถใช้สมบัติของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถวัดด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพื่อตรวจสอบว่าด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปนั้นเท่ากันได้ แต่นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทุกรูปมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

7.3 ไม่สามารถใช้ตัวบ่งปริมาณ เช่น ทุก ๆ (all) บางส่วน (some) ไม่มี (none)

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์

ในระดับนี้นักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้

1. ระบุและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบของรูปได้ เช่น ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีมุมฉาก 4 มุม และด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน

2. ใช้คำศัพท์เกี่ยวกับส่วนประกอบของรูปได้อย่างเหมาะสม เช่น ด้านตรงข้าม เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

3. เปรียบเทียบรูป 2 รูปโดยพิจารณาจากส่วนประกอบของรูป เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากเหมือนกัน แต่มีความยาวด้านแตกต่างกัน

4. แยกรูปได้โดยอาศัยสมบัติของรูป เช่น นักเรียนสามารถแยกรูปที่มีมุมฉาก มีด้านตรงข้ามขนานกัน 1 คู่ 2 คู่

5. ตีความและใช้การบรรยายสมบัติของรูปเพื่อวาดรูปได้ เช่น นักเรียนอ่านสมบัติซึ่งบอกว่า "มี 4 ด้าน" และ "ทุกด้านยาวเท่ากัน" แล้ววาดรูปตามสมบัติที่กำหนดให้โดยรูปที่วาดไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

6. ค้นพบสมบัติของรูปและนำสมบัติมาใช้ได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งเท่ากันจำนวน 2 รูป ดังนั้นในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 1 รูปสามารถหาได้โดยการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและนำมาแบ่งครึ่ง

7. บรรยายรูปโดยใช้สมบัติของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถบรรยาย

สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เพื่อนฟังทางโทรศัพท์ได้

8. บอกสมบัติของรูปได้ สามารถประยุกต์สมบัติของรูปนั้นไปสู่รูปอื่นได้และเปรียบเทียบรูปตามสมบัติเหล่านั้นได้ เช่น นักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ว่ามีด้านตรงข้ามขนานกัน และนักเรียนยังสามารถบอกเพิ่มเติมได้อีกว่าสมบัติข้อนี้เหมือนกับสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

9. ค้นพบสมบัติของรูปที่ไม่คุ้นเคย เช่น หลังจากที่นักเรียนเห็นตัวอย่างที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว และตัวอย่างที่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวแล้วนักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวได้

10. แก้ปัญหาเรขาคณิตได้โดยใช้สมบัติของรูปที่รู้จัก เช่น นักเรียนสามารถหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้โดยการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

11. ใช้สมบัติได้ แต่ไม่สามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้

11.1 ไม่สามารถใช้นิยามอย่างเป็นทางการได้ เช่น นักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้มากมาย แต่ไม่สามารถบอกสมบัติที่จำเป็นและเพียงพอได้

11.2 ไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมได้ทุกชนิด แต่ไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ของรูปสี่เหลี่ยมพวกนั้นได้

11.3 ไม่สามารถทำการพิสูจน์ และไม่สามารถใช้ภาษาที่แสดงความสัมพันธ์ได้อย่างถูกต้อง เช่น ถ้า... แล้ว... ...เพราะ...

ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน

ในระดับนี้นักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้

1. ระบุกลุ่มของสมบัติที่แตกต่างกันของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มที่แตกต่างกันได้ คือ 1) มี 4 ด้านและด้านตรงข้ามขนานกัน 2) มี 4 ด้านและด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

2. ใช้สมบัติให้น้อยที่สุด เพื่อทำให้เข้าใจลักษณะของรูปนั้น เช่น ในการอธิบายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้กับเพื่อน นักเรียนเลือกใช้สมบัติให้น้อยที่สุดในการอธิบายให้เพื่อนเข้าใจ และมั่นใจว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. ใช้นิยามของรูปได้ เช่น นักเรียนใช้นิยามของรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว เพื่ออธิบายว่าทำไมบางรูปถึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว แต่บางรูปไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

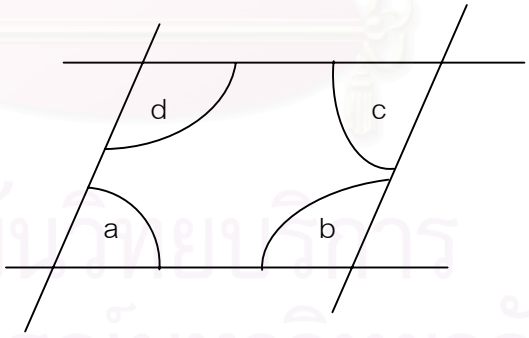
4. สรุปการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ได้ เช่น ถ้า $\hat{a} = \hat{b}$ และ $\hat{b} = \hat{c}$ แล้ว $\hat{a} = \hat{c}$ เพราะต่างก็มีขนาดเท่ากับ $\hat{b}$

5. เชื่อมโยงรูปเรขาคณิตได้ เช่น นักเรียนสามารถตอบคำถาม “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือไม่” โดยตอบว่า “เป็น เพราะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีทุกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและมีสมบัติพิเศษ คือ มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก"

6. ค้นพบสมบัติใหม่โดยการหักลบ เช่น นักเรียนต้องการหาผลรวมของมุมแหลม 2 มุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสามารถทำได้โดยเอา 90 องศา (มุมฉาก) หักออกจาก 180 องศา (ผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม) หรือนักเรียนต้องการหาผลรวมของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมสามารถทำได้โดยแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยม 2 รูป และผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปเท่ากับ 180 องศา ดังนั้น ผลรวมของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับ 360 องศา

7. ติดตามการพิสูจน์ได้ เช่น นักเรียนสามารถให้เหตุผลในแต่ละขั้นของการพิสูจน์เรื่องผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศาได้

8. ให้ข้อสรุปได้ เช่น เมื่อครูให้ตารางรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและให้นักเรียนอธิบายเหตุผลว่าทำไมมุมที่อยู่ตรงข้ามจึงเท่ากัน นักเรียนไม่สามารถอธิบายได้ด้วยตนเอง แต่เมื่อครูอธิบายว่าทำไม $\hat{a} = \hat{c}$ แล้วนักเรียนสามารถสรุปคำอธิบายและใช้คำพูดของตนเองเพื่ออธิบายว่าทำไม $\hat{b} = \hat{d}$



9. ให้คำอธิบายได้มากกว่า 1 วิธี เช่น นักเรียนสามารถให้คำอธิบายได้ว่าทำไมผลรวมของมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมจึงรวมกันได้ 540 องศา โดยวิธีที่ 1 แบ่งรูปห้าเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ 3 รูป ดังนั้นผลรวมของมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมเท่ากับ 3 x 180 องศา วิธีที่ 2 แบ่งรูปห้าเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยม 1 รูป และรูปสี่เหลี่ยม 1 รูป ดังนั้นผลรวมของมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมเท่ากับ 180 + 360 องศา

10. จำความแตกต่างระหว่างข้อความและบทกลับของข้อความนั้นได้อย่างไม่เป็นทางการ

11. ระบุและใช้วิธีการหรือเหตุผลในการแก้ปัญหา

ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน

ในระดับนี้นักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้

1. จำอนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทได้ เช่น นักเรียนสามารถให้ตัวอย่างเกี่ยวกับ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทของยูคลิดได้ และบรรยายความสัมพันธ์ของอนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทได้

2. จำลักษณะของการนิยามอย่างเป็นทางการได้ เช่น บอกเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอได้

3. พิสูจน์อย่างง่ายได้ และพิสูจน์ได้มากกว่า 1 วิธี

4. สร้างความสัมพันธ์ภายในเครือข่ายของทฤษฎี

5. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อความต่าง ๆ โดยใช้การอนุมานจากเหตุไปสู่ผลได้

6. บอกความสัมพันธ์ของสิ่งที่กำหนดให้กับรูปอื่นได้ว่าจริงหรือเท็จ

7. ใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทได้อย่างเข้าใจ

8. เข้าใจการพิสูจน์โดยสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้

9. เปรียบเทียบและบอกความแตกต่างของการพิสูจน์ เช่น นักเรียนสามารถพิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน โดยใช้การพิสูจน์ตามแบบเรขาคณิตของยูคลิด และเรขาคณิตแบบเวคเตอร์ และเปรียบเทียบวิธีการพิสูจน์ทั้ง 2 วิธี

10. สร้างหลักเกณฑ์ทั่วไปซึ่งรวมหลายทฤษฎีที่แตกต่างกัน

ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด

ในระดับนี้นักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้

1. พิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้

2. พิสูจน์แบบขัดแย้งได้

3. สร้างทฤษฎีในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกันได้

4. เปรียบเทียบระบบสัจพจน์ เช่น เรขาคณิตของยูคลิด และเรขาคณิตที่ไม่ใช่ของยูคลิด

5. ค้นหากรอบกว้าง ๆ ซึ่งทฤษฎีทางคณิตศาสตร์จะประยุกต์ไปได้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตต่างกัน จะมีความสามารถที่แตกต่างกัน โดยในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตนักเรียนจะมีความสามารถที่หลากหลาย และเมื่อนักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงขึ้นนักเรียนก็จะมีความสามารถเพิ่มขึ้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่มีดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

เยาวเรศ สิงหนันท์ (2533: 67 - 69) ได้เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตระหว่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนรัฐบาลและโรงเรียนเอกชน เขตการศึกษา 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากโรงเรียนรัฐบาลจำนวน 273 คนและโรงเรียนเอกชนจำนวน 251 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตที่ผู้วิจัยใช้แนวคิดของแวนฮีลี่ในการสร้าง ผลการวิจัยพบว่า คะแนนความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนรัฐบาลและโรงเรียนเอกชนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนรัฐบาลมีคะแนนความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเอกชน

พนิดา กองเกตุใหญ่ (2542: 70 - 75) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัดกาญจนบุรี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสังกัดกรมสามัญศึกษาจังหวัดกาญจนบุรีจำนวน 590 คน เป็นชาย 260 คน หญิง 330 คน โดยเลือกแบบเจาะจงจาก 4 โรงเรียน ซึ่งเป็นตัวแทนของ 4 สหวิทยาเขต เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และแบบสอบถามข้อมูลพื้นฐาน ผลการวิจัยพบว่า (1) ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2 และ 3 กระจายอยู่ในระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน และระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีความคิดในระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน สูงกว่านักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 (2) นักเรียนเกือบครึ่ง (ร้อยละ 40.7) ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่อยู่ในระดับ 3 (ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน)

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ พบว่า มีงานวิจัยที่ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต ความสามารถในการพิสูจน์ แต่ไม่มีงานวิจัยที่นำลำดับขั้นตอนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่มาใช้

งานวิจัยในต่างประเทศ

แอสแซฟ (Assaf, 1985: 2952 - A) ได้ศึกษาผลของการใช้ภาพการ์ตูนในการสอนวิชาเรขาคณิตที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิต ทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิต และความรู้ในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ห้องเรียน 48 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งเรียนวิชาเรขาคณิตโดยใช้ภาพการ์ตูน และกลุ่มควบคุมซึ่งเรียนวิชาเรขาคณิตจากหนังสือเรียนปกติ ใช้เวลาในการทดลอง 4 สัปดาห์ วัดก่อนและหลังการทดลองโดยวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ วัดทัศนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และวัดความรู้ในวิชาเรขาคณิต และสัมภาษณ์ก่อนและหลังการทดลองกับนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 7 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 8 คน ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ค่อนข้างสูง (2) นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถดึงสมบัติของรูปเรขาคณิตมาใช้ได้มากขึ้น วิธีการใช้ภาพการ์ตูนทำให้การสร้างรูปเรขาคณิตสะดวกขึ้น และทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างรูปชัดเจนมากกว่าการให้นิยามด้วยคำพูด (3) การใช้ภาพการ์ตูนมีผลทางบวกต่อความเชื่อมั่นและการกระตุ้นเพื่อประยุกต์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน (4) การทดลองทั้งสองวิธีมีผลต่อความรู้ทางเรขาคณิตของนักเรียนไม่แตกต่างกัน

เดนิช (Denis, 1987: 859 - A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างขั้นการพัฒนาสติปัญญาและระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่กับวัยรุ่นชาวเปอร์โตริโก ประชากรเป็นนักเรียนที่เคยเรียนเรขาคณิตของยูคลิดในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 156 คน ซึ่ง 36% ของประชากรอยู่ในขั้นการพัฒนาขั้นคิดอย่างมีแบบแผน (formal-operational stage) ส่วนประชากรที่เหลืออยู่ในขั้นการพัฒนาขั้นคิดด้านรูปธรรม (concrete- operational stage) สุ่มตัวอย่าง 20 คน จากประชากรที่อยู่ในแต่ละขั้นการพัฒนา และทดสอบหาระดับความคิดทางเรขาคณิตของกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตของกลุ่มตัวอย่างไม่มีความสอดคล้องกับขั้นการพัฒนาสติปัญญา กลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในขั้นการพัฒนาทั้ง 2 ขั้นของ

เพียร์เจต์มีระดับความคิดทางเรขาคณิตซึ่งสูงที่สุดของแต่ละกลุ่มแตกต่างกัน

โลวรี่ย์ (Lowry, 1987: 1971 - A) ได้ศึกษาความคิดทางเรขาคณิตเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปของเด็กอายุ 9 ปี กลุ่มตัวอย่างคือเด็กอายุ 9 ขวบจำนวน 18 คน เด็กแต่ละคนจะได้รับการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ซึ่งประกอบด้วยขั้นการสอน 5 ขั้น ใช้เวลาสอนประมาณ 3 ชั่วโมงโดยสอน 2 ครั้ง / 1 สัปดาห์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จะได้รับการสอนซึ่งไม่ได้เน้นเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูป ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จะได้รับการสอนโดยเน้นให้จำกฎ ผลการวิจัยพบว่า จากการสัมภาษณ์นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทุกคนมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 คน มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ในเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยม หลังได้รับการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่พบว่ามีการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตไปสู่ระดับที่สูงกว่า

ไชยสังข์ (Chaiyasang, 1987: 2137 - A) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตและความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนในประเทศไทย ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใน 12 โรงเรียนทางภาคตะวันออกของประเทศไทย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในแต่ละชั้นจากชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 1 และ 2 ไม่สามารถทำการพิสูจน์อย่างสมบูรณ์ได้ แต่นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 สามารถพิสูจน์อย่างง่ายได้บางส่วน ส่วนนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 สามารถพิสูจน์ได้อย่างสมบูรณ์ยกเว้นการพิสูจน์ที่ซับซ้อนส่วนใหญ่

โบบังโก (Bobango, 1987: 2566 - A) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ซึ่งเป็นผลจากการสอนโดยใช้รูปแบบของแวนฮีลี่ ใช้เวลาทดลอง 20 วัน โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 72 คน มีการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตและระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ก่อนและหลังการสอน โดยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ คอมพิวเตอร์และโปรแกรมทางเรขาคณิตรวมทั้งบทเรียนที่ออกแบบโดยผู้วิจัย ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้รูปแบบแวนฮีลี่ทำให้ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้น โดยเป็นการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับ 1 (ระดับการวิเคราะห์) ไปยัง

ระดับ 2 (ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน) มากกว่าการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับอื่น ๆ

ฮาน (Han, 1987: 3690 - A) ได้ศึกษาผลของตำราเรียนเรขาคณิตมาตรฐานและตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ ผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์ และทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย 2 โรงเรียน จำนวน 478 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานและกลุ่มที่เรียนตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลี่ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ซึ่งใช้วัดในเดือนกันยายน มกราคม และพฤษภาคม แบบทดสอบการพิสูจน์ใช้วัดในเดือนพฤษภาคม แบบวัดทัศนคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิตซึ่งประกอบการวัดด้านความสนใจ ประโยชน์ และความยากของวิชาเรขาคณิตซึ่งใช้วัดในเดือนมกราคมและเดือนพฤษภาคม นอกจากนี้ในเดือนพฤษภาคมจะวัดทัศนคติด้านการพิสูจน์อีกด้วย ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานและนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลี่ไม่มีความแตกต่างกัน ไม่มีความสัมพันธ์ภายในระหว่างระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่กับผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิต มีความแตกต่างระหว่าง 2 กลุ่มในด้านผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติด้านการพิสูจน์ โดยนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำรามาตรฐานมีผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติด้านการพิสูจน์ดีกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลี่ กลุ่มที่เรียนตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลี่พบว่าเรขาคณิตตอนสิ้นปียากกว่าตอนกลางปี ขณะที่นักเรียนกลุ่มที่เรียนตำรามาตรฐานพบว่าเรขาคณิตง่าย เมื่อรวมนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มพบว่าทัศนคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิตลดลงในครึ่งหลังของการเรียน

เฮ็นเดอร์สัน (Henderson, 1988: 2571 - A) ได้ศึกษาความคิดทางเรขาคณิตและความยืดหยุ่นในการสอนเรขาคณิตของครูฝึกสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรเป็นครูฝึกสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาจำนวน 5 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างตามรูปแบบแวนฮีลี่ และวีดีโอที่ถ่ายบางส่วนขณะที่ครู 5 คนกำลังสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่ามีครู 1 คนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 2 ถึง ระดับ 3 มีครู 1 คนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 3 ถึง ระดับ 4 มีครู 2 คนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 4 และมีครู 1 คนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 5 ในระหว่างการสอนครูฝึกสอนถามคำถามซึ่งทำให้นักเรียนคิดและตอบสนองได้ในระดับความคิดระดับ 3 และระดับ 4

เคมป์ (Kemp, 1990: 1148 - A) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของยูคลิดกับนักศึกษาหูหนวก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัย Gallaudet ซึ่งเป็นมหาวิทยาลัยที่สอนศิลปศาสตร์สำหรับคนหูหนวกโดยเฉพาะ ในภาคการศึกษาฤดูใบไม้ร่วง ปีการศึกษา 1988 กลุ่มทดลองประกอบด้วยนักศึกษาหูหนวกจำนวน 114 คน ซึ่งลงทะเบียนในวิชาเรขาคณิตของยูคลิด ส่วนกลุ่มควบคุมประกอบด้วยนักศึกษาหูหนวกจำนวน 59 คน ซึ่งไม่ลงทะเบียนเรียนวิชาเรขาคณิตของยูคลิด เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ซึ่งนักศึกษาทั้งสองกลุ่มต้องทำก่อนและหลังการทดลอง และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตซึ่งนักศึกษาที่อยู่ในกลุ่มทดลองต้องทำ ผลการวิจัยพบว่า ก่อนและหลังการทดลองนักศึกษาทั้งสองกลุ่มอย่างน้อยร้อยละ 70 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ระดับ 0 หลังการทดลองนักศึกษาทั้งสองกลุ่มประมาณร้อยละ 17 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ก่อนการทดลองระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มควบคุมสูงกว่าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่หลังการทดลองระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มควบคุมไม่สูงกว่าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ หลังการทดลองไม่มีนักศึกษาคนใดมีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 หรือระดับ 4

แม็คเคล็นดอน (Mcclendon, 1990: 1539 - A) ได้ศึกษาการใช้รูปแบบของแวนฮีลี่ในการประเมินความเข้าใจความคิดทางเรขาคณิตของครูประถมศึกษาและปรับปรุงทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่สอนชั้นอนุบาลถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่และแบบวัดทัศนคติซึ่งใช้วัดก่อนและหลังการทดลองทั้งในกลุ่มทดลองและกลุ่มเปรียบเทียบ ทดลองใช้ขั้นการสอน 5 ขั้นตามรูปแบบแวนฮีลี่เพื่อพัฒนากิจกรรมตามหัวข้อ ใช้เวลา 10 วัน ๆ ละ 6 ชั่วโมง กับกลุ่มทดลอง ผลการวิจัยพบว่า ครู 28 คนจากทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันก่อนการทดลอง แต่หลังการทดลองมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ทั้งในการวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตและการวัดทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิต กลุ่มทดลองมีระดับความคิดทางเรขาคณิตและทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิตก่อนและหลังการทดลองแตกต่างกัน ระดับความคิดทางเรขาคณิตและทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิตไม่มีความสัมพันธ์กัน กลุ่มทดลองมีความรู้ทางเรขาคณิตและทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิตเพิ่มขึ้น

คอร์เลย์ (Corley, 1990: 2301 - A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความคิดทางเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนวิชาเรขาคณิต เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต โดยดำเนินการวัด 3 ครั้ง ในเวลา 1 ปี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนวัดได้จากเกรดที่อาจารย์ให้เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษาที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า การสอนแบบเดิมทำให้ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนสูงขึ้นเมื่อสิ้นสุดการเรียนวิชาเรขาคณิต ระดับความคิดทางการเรียนเรขาคณิตมีความสัมพันธ์กับเกรดครั้งสุดท้าย

มิลเลอร์ (Miller, 1991: 923 - A) ได้ศึกษาผลวิธีการสอนแบบปฏิรูปและระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อการเรียนวิชาแคลคูลัส กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาแคลคูลัส ภาคการศึกษาต้น ในมหาวิทยาลัยเอกชนขนาดเล็กแห่งหนึ่ง กลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบเดิม ส่วนกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบปฏิรูป เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบก่อนสอน แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ แบบทดสอบหลังสอนซึ่งใช้วัด procedural performance และ conceptual performance ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ในกลุ่มทดลองต่ำกว่าในกลุ่มควบคุม แต่คะแนนจากแบบทดสอบหลังได้รับการสอนในกลุ่มทดลองสูงกว่าในกลุ่มควบคุม ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่กับ conceptual performance ในแบบทดสอบหลังการสอนมีความสัมพันธ์กัน แต่ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่กับ procedural performance ไม่มีความสัมพันธ์กัน นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับสูงที่สุดมีแนวโน้มที่จะมีคะแนนจากการทำแบบทดสอบหลังการสอนสูงกว่านักเรียนคนอื่น ๆ

มอแรน (Moran, 1993: 464 - A) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผ่านการเขียนบันทึก ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนรัฐบาลจำนวน 78 คน ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มตามระดับความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิต ใช้เวลาในการศึกษา 15 ครั้ง โดยแต่ละครั้งประกอบด้วยเวลาสำหรับนักเรียนแต่ละคนที่จะบันทึกการตอบคำถาม อธิบายความสัมพันธ์ และมีส่วนร่วมในการตอบ บันทึกถูกเก็บรักษาโดยนักเรียนที่เป็นเจ้าของ ถูกอ่าน และแปลความหมายโดยผู้วิจัย ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มตัวอย่างกลุ่ม A มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 คิดเป็นร้อยละ 68 และมีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 คิดเป็นร้อยละ 32 ส่วนกลุ่ม B มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 คิดเป็นร้อยละ 10 อยู่ในระดับ 1 คิดเป็นร้อยละ 70 และอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 20 ส่วน

กลุ่ม C มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 คิดเป็นร้อยละ 6 อยู่ในระดับ 1 คิดเป็นร้อยละ 73 และอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 21

ทอมป์สัน (Thompson, 1993: 2724 - A) ได้ศึกษาผลของวิธีการสอน 3 วิธีที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ ความคงทน และทัศนคติของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนวิชาเรขาคณิต ตัวอย่างประชากรคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนเรขาคณิตจำนวน 14 ห้องเรียน ใน 5 โรงเรียน โรงเรียนละ 2 - 3 ห้อง ในมอนทานา (Montana) ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 เรียนแบบร่วมมือกลุ่มเล็กโดยใช้ขั้นการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่และใช้กิจกรรมแบบ paper and pencil กลุ่มที่ 2 เรียนแบบร่วมมือกลุ่มเล็กโดยคอมพิวเตอร์และซอฟแวร์ประกอบกับขั้นการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ และกลุ่มที่ 3 เรียนตามขั้นตอนดั้งเดิมในหนังสือเรียน ใช้เวลาในการทดลอง 8 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ซึ่งใช้ทดสอบในสัปดาห์ที่ 4 ของการทดลองและใช้ทดสอบความคงทนอีกครั้งหลังจากทดสอบครั้งแรกไปแล้ว 4 สัปดาห์ และแบบวัดทัศนคติซึ่งใช้ทดสอบหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มที่มีระดับสติปัญญาต่ำ (low cognitive level) ในนักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 สูงกว่ากลุ่มที่ 3 เล็กน้อย ค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มที่มีสติปัญญาสูง (high cognitive level) ในนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มไม่แตกต่างกัน ค่าเฉลี่ยคะแนนความคงทนของนักเรียนกลุ่มที่ 1 สูงกว่าค่าเฉลี่ยคะแนนความคงทนของนักเรียนกลุ่มที่ 3 ทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิตของนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มไม่มีความแตกต่างกัน

เบย์เนส์ (Baynes, 1998: 2403 - A) ได้พัฒนาโปรแกรมเรขาคณิตซึ่งใช้แนวคิดของแวนฮีลี่และศึกษาผลของโปรแกรมที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายเขตชานเมืองในนิวเจอร์เซย์ โปรแกรมถูกสอนโดยครูคณิตศาสตร์ซึ่งได้รับการรับรอง โดยมีขั้นตอนการสอน 10 ขั้นตอน แต่ละขั้นตอนใช้เวลา 3 ชั่วโมง รวมใช้เวลามากกว่า 2 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ และแบบสัมภาษณ์ของเบอร์เกอร์-ชองเนสสี (Burger-Shaughnessy) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 3 จะได้เกรดเฉลี่ยตอนกลางปีสูงกว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 2

ไอดริส (Idris, 1998: 2894 - A) ได้ศึกษาผลของการเลือกกิจกรรมที่มีต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 6 ห้องเรียนในโรงเรียนรัฐบาลแห่งเดียวกัน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลองซึ่งประกอบด้วยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2 และ 3 ชั้นละ 1 ห้องเรียน โดยนักเรียนทุกคนได้รับการจัดกิจกรรมการสอนซึ่งให้โอกาสนักเรียนได้เห็นการสร้างรูปเรขาคณิต หาความสัมพันธ์ของคุณสมบัติต่าง ๆ และดึงรูปเรขาคณิตง่าย ๆ จากรูปแบบที่ซับซ้อน โดยใช้เวลา 3 สัปดาห์ ส่วนกลุ่มควบคุมประกอบด้วยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2 และ 3 ชั้นละ 1 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่และแบบทดสอบเรขาคณิต โดยวัดก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ระดับความคิดทางเรขาคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น

ลาริว (Larew, 1999: 1890 - A) ได้ศึกษาผลของการเรียนเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์วาดรูปอัตโนมัติเป็นเครื่องช่วยสอนที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนวิทยาลัยชุมชน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนวิทยาลัยชุมชนซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือ นักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คนที่เรียนเรขาคณิตแบบบรรยาย และนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 27 คนที่เรียนเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมวาดรูปอัตโนมัติ Geo Explorer 1 ใน 3 ของเวลาเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ของโครงการ CDASSG โดยวัดก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่า จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้นไม่สูงกว่าจำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุมที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น หลังการทดลองในกลุ่มควบคุมนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนน้อยกว่านักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 แต่ในกลุ่มทดลองนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนมากกว่านักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1

จูไล (July, 2001: 2060 - A) ได้ศึกษาผลของการใช้ Geometer's Sketchpad ที่มีต่อความคิดทางเรขาคณิตและความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 18 คนของโรงเรียนที่อยู่ในเมือง นักเรียนจะได้รับการสอนโดยใช้ Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นเวลา 10 สัปดาห์ มีการทดสอบก่อนและหลังการทดลองโดยการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่

ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ของนักเรียนหลังการทดลองเพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลองโดยเฉพาะนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่อยู่ในระดับต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากการศึกษางานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ พบว่า มีงานวิจัยบางงานวิจัยที่นำขั้นตอนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่มาใช้ บางงานวิจัยศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต และบางงานวิจัยนำขั้นตอนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่มาใช้สอนเพื่อศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาเอกสาร ตำรา และรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
6. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาเอกสาร ตำรา และรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ หนังสือแบบเรียน และคู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเนื้อหาเรื่องเส้นขนานและความคล้าย ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
2. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแผนการสอน เรื่องเส้นขนานและความคล้าย
3. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวกับระดับความคิดทางเรขาคณิต เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Study) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม โดยมีแบบแผนการทดลองดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดลอง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	X	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	ระดับความคิดทางเรขาคณิต

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างประชากรโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ และโรงเรียนนี้เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ที่มีนักเรียนทุกระดับความสามารถ จากการสำรวจพบว่าปีการศึกษา 2545 โรงเรียนนี้มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวนทั้งหมด 10 ห้องเรียน ผู้วิจัยทำการสุ่มจับฉลากห้องเรียนมา 2 ห้องเรียน ประกอบด้วยนักเรียน 98 คน ได้แก่ นักเรียนห้อง ม.2/1 จำนวน 49 คน และนักเรียนห้อง ม.2/4 จำนวน 49 คน

จากนั้นผู้วิจัยแบ่งนักเรียนตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 กลุ่ม พิจารณาแบ่งออกตามเกณฑ์การประเมินผลการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โดยใช้เกณฑ์จากคู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) กระทรวงศึกษาธิการ ดังนี้

ระดับผลการเรียน 4 หมายถึง ผลการเรียนดีมาก

ระดับผลการเรียน 3 หมายถึง ผลการเรียนดี

ระดับผลการเรียน 2 หมายถึง ผลการเรียนปานกลาง

ระดับผลการเรียน 1 หมายถึง ผลการเรียนผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด

ระดับผลการเรียน 0 หมายถึง ผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้เกณฑ์ดังกล่าว แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เป็น 4

นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เป็น 2 และ 3

นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เป็น 0 และ 1

โดยสรุปแล้วมีตัวอย่างประชากรทั้งสิ้น 98 คน ซึ่งแบ่งตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 จำนวนนักเรียนจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (คน)
สูง	39
ปานกลาง	26
ต่ำ	33
รวม	98

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ คือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต ผู้วิจัยดำเนินการสร้างและหาคุณภาพดังนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความคิดทางเรขาคณิต
2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตจากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
3. สร้างตารางการเปรียบเทียบพฤติกรรมของผู้เรียนในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิต (ภาคผนวก ค)
4. สร้างแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต จำนวน 1 ฉบับ เป็นแบบวัดชนิดปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 48 ข้อ โดยในแต่ละข้อมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว ซึ่งแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตแบ่งออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก	จำนวน 10 ข้อ
ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์	จำนวน 10 ข้อ
ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน	จำนวน 10 ข้อ
ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน	จำนวน 10 ข้อ
ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด	จำนวน 8 ข้อ

โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อดังนี้

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบถูก

ให้ 0 คะแนน ในกรณีที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ

ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ตัดสินการผ่านแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตของฮาน (Han, 1986 อ้างถึงใน พนิดา กองเกตุใหญ่, 2542: 45) ซึ่งกำหนดการผ่านแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตโดยใช้เกณฑ์ผ่าน 3 ส่วน ใน 5 ส่วน หรือ 60% คือจะต้องได้ 4 คะแนนขึ้นไป จากคะแนนเต็ม 6 คะแนน และใช้เกณฑ์ของเซงค์ (Senk, 1989: 313) ในการกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนแต่ละคน โดยกำหนดจากระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงสุดที่ผ่านเกณฑ์การตัดสินต่อเนื่องกัน ถ้าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนผ่านเกณฑ์การตัดสินไม่ต่อเนื่องกันคิดเฉพาะระดับที่ต่อเนื่องและเป็นไปตามเกณฑ์ ถ้าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนผ่านเกณฑ์การตัดสินเพียงระดับแรกระดับเดียวจะได้ว่านักเรียนคนนั้นมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 แต่ถ้าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์การตัดสินที่

ระดับ 0 จะได้ว่านักเรียนคนนั้นไม่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 – 4 และตัดนักเรียนออกจากตัวอย่างประชากร ดังตัวอย่างแสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ตัวอย่างการตัดสินระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนแต่ละคน

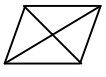
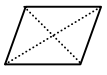
นักเรียนคนที่	ระดับความคิดทางเรขาคณิต				
	ระดับ 0	ระดับ 1	ระดับ 2	ระดับ 3	ระดับ 4
1	ผ่าน	ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
2	ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน
3	ผ่าน	ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน
4	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน
5	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน

จากตารางที่ 3 จะได้ว่า นักเรียนคนที่ 1 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2
นักเรียนคนที่ 2 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1
นักเรียนคนที่ 3 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2
นักเรียนคนที่ 4 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0
นักเรียนคนที่ 5 ไม่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 – 4 และถูกตัดออกจากตัวอย่างประชากร

จากการใช้เกณฑ์ดังกล่าวในการตัดสินระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนจำนวน 98 คน พบว่ามีนักเรียนจำนวน 12 คน ไม่ผ่านเกณฑ์การตัดสินระดับความคิดทางเรขาคณิต ดังนั้นจึงเหลือนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรเพียง 86 คน

5. นำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบ และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ผลการตรวจสอบของอาจารย์ที่ปรึกษาพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

5.1 ตัดข้อความที่แสดงว่าระดับความคิดทางเรขาคณิตครอบคลุมคำถามข้อใดบ้างออกไป

5.2 ปรับปรุงภาษาและรูปที่ใช้ในคำถามให้ชัดเจนยิ่งขึ้น เช่น “เมื่อแบ่งรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนออกตามแนวเส้นทแยงมุมจะได้รูปใด  ” แก้เป็น “เมื่อแบ่งรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนออกตามแนวเส้นทแยงมุมเส้นใดเส้นหนึ่งจะได้รูปใด  ”

5.3 ปรับปรุงสัญลักษณ์ที่ใช้ในคำถามให้เหมาะสมยิ่งขึ้น เช่น “ถ้าเส้นตรง k ตั้งฉากกับเส้นตรง k_1 แล้วเส้นตรง k จะตั้งฉากกับเส้นตรง k_2 ที่ขนานกับเส้นตรง k_1 ด้วย” แก้เป็น “ถ้าเส้นตรง ℓ ตั้งฉากกับเส้นตรง ℓ_1 แล้วเส้นตรง ℓ จะตั้งฉากกับเส้นตรง ℓ_2 ที่ขนานกับเส้นตรง ℓ_1 ด้วย”

5.4 ข้อสอบส่วนใหญ่มีทั้งคำถามและรูปควรจัดให้อยู่ในพื้นที่ที่กะทัดรัดและมีความชัดเจน เพื่อลดจำนวนหน้าของแบบทดสอบ จะทำให้นักเรียนมีกำลังใจในการทำแบบวัดมากขึ้น

6. ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำแบบวัดไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (ภาคผนวก ก) ตรวจความตรงของเนื้อหาและความตรงเชิงโครงสร้าง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัด ผลการตรวจสอบของผู้ทรงคุณวุฒิพบว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นมีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

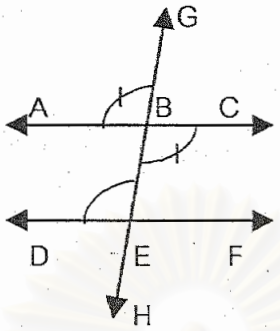
6.1 ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในคำชี้แจงให้เหมาะสมยิ่งขึ้น เช่น “โปรดอย่าขีดเขียนเครื่องหมายใด ๆ ลงในแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตฉบับนี้” แก้เป็น “ห้ามขีดเขียนเครื่องหมายใด ๆ ลงในแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตฉบับนี้”

6.2 ปรับปรุงรูปในคำถามให้ถูกต้องมากขึ้น เช่น อักษรภาษาอังกฤษใดต่อไปนี้ที่มีเส้นขนานเพียง 1 คู่

6.3 ปรับปรุงคำถามให้ชัดเจน เช่น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน



พิสูจน์ สมมติ $\overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{DF}$ มี $\overleftrightarrow{GH}$ เป็นเส้นตัด และ $A\hat{B}G \neq D\hat{E}B$

เนื่องจาก $A\hat{B}G = C\hat{B}E$ (.....*a*.....)

และ $A\hat{B}G \neq D\hat{E}B$ (กำหนดให้)

จะได้ $C\hat{B}E \neq D\hat{E}B$ (สมบัติของการแทนที่)

แต่ $C\hat{B}E = D\hat{E}B$ (.....*b*.....)

ดังนั้นสรุปได้ว่า c แก้เป็น ดังนั้นสรุปได้ว่า .....c.....

6.4 ปรับปรุงคำถามที่เป็นการพิสูจน์ โดยการสร้างกรอบล้อมรอบส่วนที่เป็นการพิสูจน์ เพื่อให้เห็นชัดเจนยิ่งขึ้น

6.5 ปรับปรุงภาษาให้รัดกุมมากขึ้น เช่น "รูป E เท่านั้น" แก้เป็น "รูป E"

6.6 ปรับปรุงสัญลักษณ์ให้เข้าใจง่ายยิ่งขึ้น เช่น "$E\hat{P}A$" แก้เป็น "$\hat{1}$"

6.7 ปรับปรุงภาษาในคำถามและการพิสูจน์ให้ถูกต้องยิ่งขึ้น

6.8 ปรับปรุงรูปแบบการพิมพ์ให้เป็นแบบเดียวกัน เช่น "จากรูป กำหนด $\overline{BC}$ และ $\overline{DF}$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด E $\overline{BE}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{E}D$ ถ้า AE = DE แล้ว AB = FC หรือไม่" แก้เป็น "จากรูป กำหนด $\overline{BC}$ และ $\overline{DF}$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด E $\overline{BE}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{E}D$ ถ้า $AE = DE$ แล้ว $AB = FC$ หรือไม่"

7. นำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรปราการ ที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร จำนวน 95 คน

8. นำคะแนนจากข้อ 7 มาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงของแบบวัด แยกตามระดับความคิดทางเรขาคณิต โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α- coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งใช้โปรแกรม SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) รุ่นที่ 10 โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป หากข้อสอบดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลการวิเคราะห์ได้ดังนี้

ค่าความเที่ยงแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต 0.7829

และผลการวิเคราะห์แยกตามระดับความคิดทางเรขาคณิตได้ดังนี้

ค่าความเที่ยงระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก 0.6012

ค่าความเที่ยงระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ 0.6362

ค่าความเที่ยงระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน 0.6499

ค่าความเที่ยงระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน 0.6034

ค่าความเที่ยงระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด 0.6272

9. ตัดข้อในแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับต่าง ๆ โดยพิจารณาจากค่า Alpha if Item Deleted ซึ่งเป็นค่าความเที่ยงของแบบวัดที่เหลืออยู่เมื่อตัดข้อนั้นออกไป โดยเกณฑ์การตัดข้อ คือ ตัดข้อที่ทำให้แบบวัดมีค่าความเที่ยงสูงสุด หรือ ตัดข้อที่ทำให้แบบวัดมีค่าความเที่ยงลดลงน้อยที่สุด ตัวอย่างเช่น แสดงในตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ค่า Alpha if Item Deleted ของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0

ข้อ	Alpha if Item Deleted
1	0.5837
2	0.6425
3	0.5881
4	0.5752
5	0.5479
6	0.5106
7	0.6126
8	0.5707
9	0.5386
10	0.5621

ค่าความเที่ยงระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก คือ 0.6012

จากตารางที่ 4 พบว่า ข้อที่ควรตัดออกเป็นข้อแรกคือ ข้อ 2 เนื่องจากเมื่อตัดข้อ 2 ทำให้ค่าความเที่ยงระดับ 0 สูงที่สุดเมื่อเทียบกับการตัดข้ออื่น ๆ ในแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0

ใช้วิธีการเดียวกันนี้ในการตัดข้อสอบของแบบวัดทุกระดับ จนกระทั่งได้แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต 5 ระดับ ระดับละ 6 ข้อ รวม 30 ข้อ

10. นำคะแนนจากข้อ 7 มาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงของแบบวัด แยกตามระดับความคิดทางเรขาคณิต โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งใช้โปรแกรม SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) รุ่นที่ 10 อีกครั้งหนึ่ง ผลการวิเคราะห์มีดังนี้

ค่าความเที่ยงแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต 0.7642

และผลการวิเคราะห์แยกตามระดับความคิดทางเรขาคณิตได้ดังนี้

ค่าความเที่ยงระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก 0.6659

ค่าความเที่ยงระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ 0.6279

ค่าความเที่ยงระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน 0.6607

ค่าความเที่ยงระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน 0.6239

ค่าความเที่ยงระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด 0.6031

11. นำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 30 ข้อ ไปใช้ในการทดสอบก่อนและหลังการเรียน เรื่องเส้นขนานและความคล้าย กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นตัวอย่างประชากร

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ประกอบด้วย แผนการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ เรื่องเส้นขนานและความคล้าย จำนวน 14 คาบ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่จากวารสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แนวคิดของ ปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ ซึ่งแบ่งขั้นตอนการสอนเพื่อพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตออกเป็น 5 ขั้น (van Hiele - Geldof, 1984a and van Hiele, 1984b cited in Crowley, 1987: 5 – 6) ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry / Information)

การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน หมายถึง การที่ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนการเรียนเนื้อหาใหม่ โดยอาจใช้การทบทวนบทเรียนที่ผ่านมาแล้วโดยการใช้คำถาม หรือ การถามให้นักเรียนยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับบทเรียนใหม่ที่จะสอน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)

การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง หมายถึง การที่นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด โดยการสำรวจหัวข้อที่ศึกษาผ่านสื่อที่ครูจัดให้ จนเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)

การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น หมายถึง การที่นักเรียนอภิปรายจากสิ่งที่ได้พบ จากการสังเกต การสำรวจ และการคิด เพื่อให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งสำคัญ

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)

การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ หมายถึง การให้โอกาสนักเรียนได้มีอิสระในการคิดมากขึ้น โดยการให้งานที่ซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งงานนั้นอาจมีวิธีทำที่หลากหลาย และนักเรียนต้องใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นฐานในการคิด ซึ่งจะทำให้ได้ประสบการณ์ในการค้นพบวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration)

การสรุปรวม หมายถึง การที่นักเรียนสรุปสาระในเรื่องที่เรียน

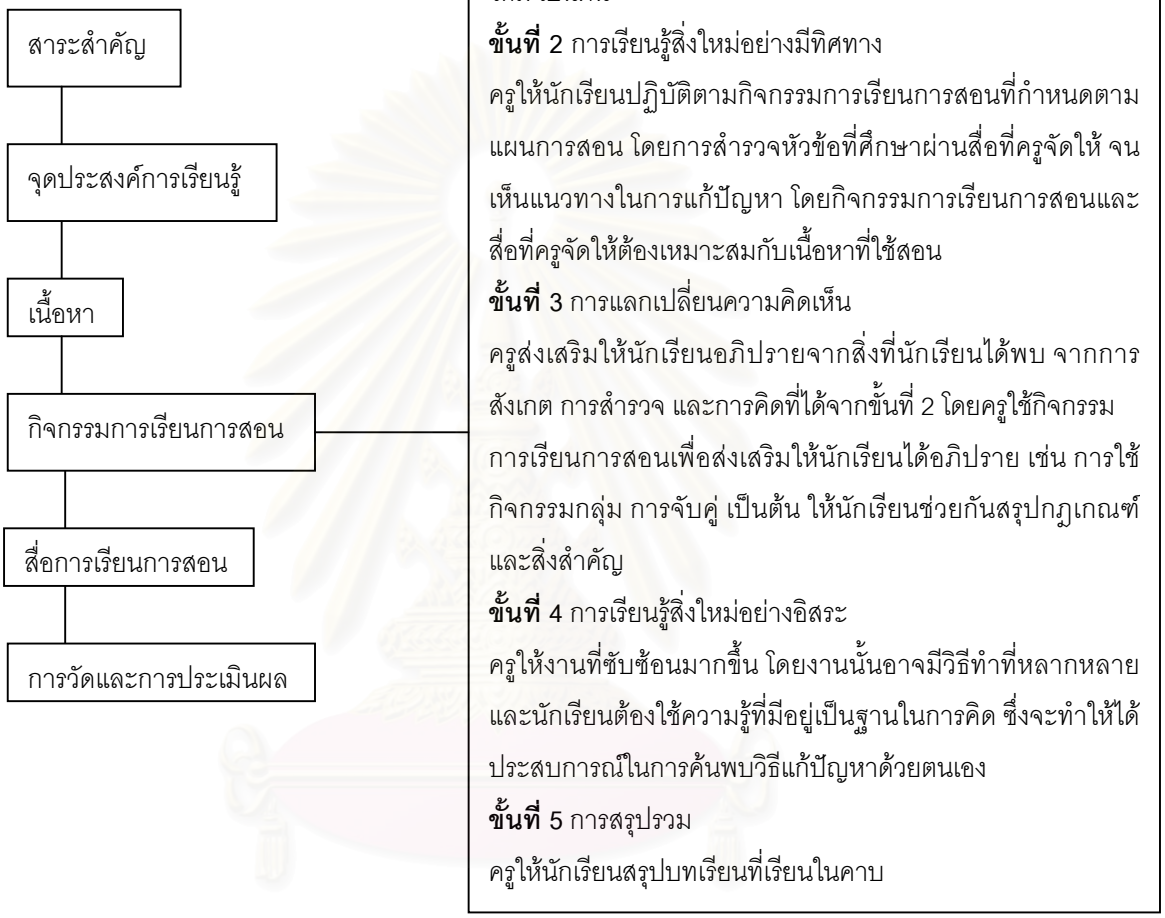
2. ศึกษาหลักสูตร เนื้อหา หลักการ จุดมุ่งหมายของหลักสูตร และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา กิจกรรมการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4. วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วยเรื่องเส้นขนานและความคล้าย

5. เขียนแผนการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ซึ่งแผนการสอนแต่ละแผนระบุรายละเอียดเกี่ยวกับหัวข้อเรื่อง สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล ดังแสดงในแผนภูมิที่ 1

แผนภูมิที่ 1 โครงสร้างและรายละเอียดของขั้นตอนการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. นำแผนการสอนรายคาบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข (ดูตัวอย่างแผนการสอนในภาคผนวก ง)

แผนการสอนที่ใช้ในการทดลอง จำนวน 14 แผน มีรายละเอียดดังนี้

แผนการสอนที่ 1	เส้นขนานและมุมภายใน
แผนการสอนที่ 2	เส้นขนานและมุมภายใน (ต่อ)
แผนการสอนที่ 3	เส้นขนานและมุมแย้ง
แผนการสอนที่ 4	เส้นขนานและมุมแย้ง (ต่อ)
แผนการสอนที่ 5	เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน
แผนการสอนที่ 6	เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (ต่อ)
แผนการสอนที่ 7	รูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน
แผนการสอนที่ 8	รูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน (ต่อ)
แผนการสอนที่ 9	รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
แผนการสอนที่ 10	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
แผนการสอนที่ 11	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (ต่อ)
แผนการสอนที่ 12	รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่คล้ายกัน
แผนการสอนที่ 13	การนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้
แผนการสอนที่ 14	การนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ (ต่อ)

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการทดลองสอนเอง ตามขั้นตอนดังนี้

1. **ขั้นเตรียม**

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการสอน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ ซึ่งผู้วิจัยสร้างตามแนวคิดของปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ และเนื้อหาสอดคล้องกับคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสาร สำหรับใช้ในการสอน

2. **ขั้นดำเนินการทดลอง**

2.1 ผู้วิจัยทำหนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ เพื่อขออนุญาตทำการทดลองสอน

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต ก่อนการสอนเรื่อง เส้นขนานและความคล้าย กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นตัวอย่างประชากร โดยมีข้อสอบจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที (ดูรายละเอียดระดับความคิดทางเรขาคณิตก่อนการทดลองในภาคผนวก ค)

2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสอนในกลุ่มทดลองจำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 14 คาบ คาบละ 50 นาที เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ตั้งแต่วันที่ 3 มกราคม จนถึงวันที่ 12 กุมภาพันธ์ 2545 เรื่องที่ใช้ในการทดลองสอนคือ เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งกลุ่มทดลองจะได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการสอน 5 ขั้นตอน ตามแผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ง) ปัญหาที่ผู้วิจัยพบในการทดลองสอนคือ เวลาไม่เพียงพอ ซึ่งผู้วิจัยได้แก้ไขโดยการจัดเตรียมสื่อการสอนบางอย่างล่วงหน้า และนำไปปิดบนกระดานแทน เช่น รูป ซึ่งมีจำนวนมาก และต้องใช้เวลาในการวาดค่อนข้างนาน อย่างไรก็ตามในการสอนแต่ละคาบผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนที่ได้วางแผนไว้ล่วงหน้า

2.4 ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต หลังการสอนเรื่อง เส้นขนานและความคล้าย กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นตัวอย่างประชากร โดยมีข้อสอบจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที (ดูรายละเอียดระดับความคิดทางเรขาคณิตหลังการทดลองในภาคผนวก ค)

การวิเคราะห์ข้อมูล

นำคะแนนที่ได้จากแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตของตัวอย่างประชากรมาวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตที่เปลี่ยนแปลงไปและคงที่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่เป็นรายบุคคล โดยคำนวณหาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่เปลี่ยนแปลงไปและคงที่

2. ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ โดยคำนวณหาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิต

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการคำนวณหาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียน ใช้โปรแกรม SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) รุ่นที่ 10

2. สถิติที่ใช้ในการคำนวณหาคุณภาพของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต

หาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งใช้โปรแกรม SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) รุ่นที่ 10

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งออกเป็น 2 ตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดทางเรขาคณิตที่เปลี่ยนแปลงไปและคงที่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่เป็นรายบุคคล ดังแสดงในตารางที่ 5 - 8

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ ดังแสดงในตารางที่ 9 - 12

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดทางเรขาคณิตที่เปลี่ยนแปลงไปและคงที่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่เป็นรายบุคคล

ตารางที่ 5 จำนวนและร้อยละของนักเรียนจำแนกตามการเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต

การเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต	ระดับความคิดทางเรขาคณิต		จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ
	ก่อนได้รับการสอน	หลังได้รับการสอน		
ระดับคงที่			**39**	**45.35**
	ระดับ 0	ระดับ 0	3	3.48
	ระดับ 1	ระดับ 1	2	2.33
	ระดับ 2	ระดับ 2	30	34.88
	ระดับ 3	ระดับ 3	2	2.33
	ระดับ 4	ระดับ 4	2	2.33
เพิ่มขึ้น 1 ระดับ			**24**	**27.91**
	ระดับ 0	ระดับ 1	10	11.62
	ระดับ 1	ระดับ 2	6	6.98
	ระดับ 2	ระดับ 3	6	6.98
	ระดับ 3	ระดับ 4	2	2.33
เพิ่มขึ้น 2 ระดับ			**23**	**26.74**
	ระดับ 0	ระดับ 2	7	8.14
	ระดับ 2	ระดับ 4	16	18.60
เพิ่มขึ้น 3 ระดับ			0	0.00
เพิ่มขึ้น 4 ระดับ			0	0.00
เพิ่มขึ้น 5 ระดับ			0	0.00
รวม			86	100.00

จากตารางที่ 5 พบว่า หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ ซึ่งมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่ คิดเป็นร้อยละ 45.35 โดยมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิต

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อยู่ในระดับ 2 ทั้งก่อนและหลังได้รับการสอนจำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 34.88 นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับ คิดเป็นร้อยละ 27.91 โดยมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 พัฒนาเป็นระดับ 1 จำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 11.62 และมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับ คิดเป็นร้อยละ 26.74 โดยมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 พัฒนาเป็นระดับ 4 จำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 18.60 แต่ไม่มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 3 4 และ 5 ระดับ

ตารางที่ 6 จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงจำแนกตามการเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต

การเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต	ระดับความคิดทางเรขาคณิต		จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ
	ก่อนได้รับการสอน	หลังได้รับการสอน		
ระดับคงที่			18	47.37
	ระดับ 2	ระดับ 2	15	39.48
	ระดับ 3	ระดับ 3	1	2.63
	ระดับ 4	ระดับ 4	2	5.26
เพิ่มขึ้น 1 ระดับ			7	18.42
	ระดับ 1	ระดับ 2	2	5.26
	ระดับ 2	ระดับ 3	4	10.53
	ระดับ 3	ระดับ 4	1	2.63
เพิ่มขึ้น 2 ระดับ			13	34.21
	ระดับ 0	ระดับ 2	1	2.63
	ระดับ 2	ระดับ 4	12	31.58
เพิ่มขึ้น 3 ระดับ			0	0.00
เพิ่มขึ้น 4 ระดับ			0	0.00
เพิ่มขึ้น 5 ระดับ			0	0.00
	รวม		38	100.00

จากตารางที่ 6 พบว่า หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับและเพิ่มขึ้น 1 ระดับ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตามลำดับ ซึ่งมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่ คิดเป็นร้อยละ 47.37 โดยมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ทั้งก่อนและหลังได้รับการสอนจำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 39.48 นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับ คิดเป็นร้อยละ 34.21 โดยมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 พัฒนาเป็นระดับ 4 จำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 31.58 และมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับ คิดเป็นร้อยละ 18.42 โดยมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 พัฒนาเป็นระดับ 3 จำนวนมากที่สุดคิดเป็นร้อยละ 10.53 แต่ไม่มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 3 4 และ 5 ระดับ

ตารางที่ 7 จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง จำแนกตามการเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต

การเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต	ระดับความคิดทางเรขาคณิต		จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ
	ก่อนได้รับการสอน	หลังได้รับการสอน		
ระดับคงที่			10	41.67
	ระดับ 0	ระดับ 0	1	4.17
	ระดับ 2	ระดับ 2	8	33.33
	ระดับ 3	ระดับ 3	1	4.17
เพิ่มขึ้น 1 ระดับ			8	33.33
	ระดับ 0	ระดับ 1	2	8.33
	ระดับ 1	ระดับ 2	3	12.50
	ระดับ 2	ระดับ 3	2	8.33
	ระดับ 3	ระดับ 4	1	4.17
เพิ่มขึ้น 2 ระดับ			6	25.00
	ระดับ 0	ระดับ 2	2	8.33
	ระดับ 2	ระดับ 4	4	16.67
เพิ่มขึ้น 3 ระดับ			0	0.00
เพิ่มขึ้น 4 ระดับ			0	0.00
เพิ่มขึ้น 5 ระดับ			0	0.00
รวม			24	100.00

จากตารางที่ 7 พบว่า หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบ

แวนฮีลี่ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางมีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ ซึ่งมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่ คิดเป็นร้อยละ 41.67 โดยมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ทั้งก่อนและหลังได้รับการสอนจำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 33.33 นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับ คิดเป็นร้อยละ 33.33 โดยมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 พัฒนาเป็นระดับ 2 จำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 12.50 และมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับ คิดเป็นร้อยละ 25.00 โดยมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 พัฒนาเป็นระดับ 4 จำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 16.67 แต่ไม่มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 3 4 และ 5 ระดับ

ตารางที่ 8 จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำจำแนกตามการเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต

การเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิต	ระดับความคิดทางเรขาคณิต		จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ
	ก่อนได้รับการสอน	หลังได้รับการสอน		
ระดับคงที่			**11**	**45.83**
	ระดับ 0	ระดับ 0	2	8.33
	ระดับ 1	ระดับ 1	2	8.33
	ระดับ 2	ระดับ 2	7	29.17
เพิ่มขึ้น 1 ระดับ			**9**	**37.50**
	ระดับ 0	ระดับ 1	8	33.33
	ระดับ 1	ระดับ 2	1	4.17
เพิ่มขึ้น 2 ระดับ			**4**	**16.67**
	ระดับ 0	ระดับ 2	4	16.67
เพิ่มขึ้น 3 ระดับ			0	0.00
เพิ่มขึ้น 4 ระดับ			0	0.00
เพิ่มขึ้น 5 ระดับ			0	0.00
รวม			24	100.00

จากตารางที่ 8 พบว่า หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบ

แวนฮีลี่ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับตามลำดับ ซึ่งมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่ คิดเป็นร้อยละ 45.83 โดยมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ทั้งก่อนและหลังได้รับการสอนจำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 29.17 นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับ คิดเป็นร้อยละ 37.50 โดยมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 พัฒนาเป็นระดับ 1 จำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 33.33 และมีนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับคือจากระดับ 0 พัฒนาเป็นระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 16.67 แต่ไม่มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 3 4 และ 5 ระดับ

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

ตารางที่ 9 จำนวน ร้อยละ และปริมาณการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแต่ละระดับ จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

การทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต	ระดับความคิดทางเรขาคณิต					รวม (ร้อยละ)
	ระดับ 0 (ร้อยละ)	ระดับ 1 (ร้อยละ)	ระดับ 2 (ร้อยละ)	ระดับ 3 (ร้อยละ)	ระดับ 4 (ร้อยละ)	
ก่อนได้รับการสอน	20 (23.26)	8 (9.30)	52 (60.46)	4 (4.65)	2 (2.33)	86 (100.00)
หลังได้รับการสอน	3 (3.49)	12 (13.95)	43 (50.00)	8 (9.30)	20 (23.26)	86 (100.00)
การเปลี่ยนแปลง	ลดลง 17 (19.77)	เพิ่มขึ้น 4 (4.65)	ลดลง 9 (10.46)	เพิ่มขึ้น 4 (4.65)	เพิ่มขึ้น 18 (20.93)	

จากตารางที่ 9 พบว่า ก่อนได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 60.46 รองลงมาคือระดับ 0 คิดเป็นร้อยละ 23.26 และมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 2.33 แต่หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตาม

รูปแบบแวนฮีลี่ มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 50.00 รองลงมาคือระดับ 4 คิดเป็นร้อยละ 23.26 และมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 3.49

หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 3 และ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 20.93 และนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 และ 3 มีจำนวนเพิ่มขึ้นเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 4.65 ส่วนนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 และ 2 มีจำนวนลดลงโดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 19.77

ตารางที่ 10 จำนวน ร้อยละ และปริมาณการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแต่ละระดับจำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

การทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต	ระดับความคิดทางเรขาคณิต					รวม (ร้อยละ)
	ระดับ 0 (ร้อยละ)	ระดับ 1 (ร้อยละ)	ระดับ 2 (ร้อยละ)	ระดับ 3 (ร้อยละ)	ระดับ 4 (ร้อยละ)	
ก่อนได้รับการสอน	1 (2.64)	2 (5.26)	31 (81.58)	2 (5.26)	2 (5.26)	38 (100.00)
หลังได้รับการสอน	0 (0.00)	0 (0.00)	18 (47.37)	5 (13.16)	15 (39.47)	38 (100.00)
การเปลี่ยนแปลง	ลดลง 1 (2.64)	ลดลง 2 (5.26)	ลดลง 13 (34.21)	เพิ่มขึ้น 3 (7.90)	เพิ่มขึ้น 13 (34.21)	

จากตารางที่ 10 พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง เมื่อดำเนินการทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตก่อนได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 81.58 และมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 2.64 แต่หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตระดับ 2 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 47.37 และมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิต

อยู่ในระดับ 0 และ ระดับ 1 น้อยที่สุด

หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 และ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 34.21 ส่วนนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 1 และ 2 มีจำนวนลดลงโดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 มีจำนวนลดลงมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 34.21

ตารางที่ 11 จำนวน ร้อยละ และปริมาณการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแต่ละระดับ จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

การทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต	ระดับความคิดทางเรขาคณิต					รวม (ร้อยละ)
	ระดับ 0 (ร้อยละ)	ระดับ 1 (ร้อยละ)	ระดับ 2 (ร้อยละ)	ระดับ 3 (ร้อยละ)	ระดับ 4 (ร้อยละ)	
ก่อนได้รับการสอน	5 (20.83)	3 (12.50)	14 (58.34)	2 (8.33)	0 (0.00)	24 (100.00)
หลังได้รับการสอน	1 (4.17)	2 (8.33)	13 (54.17)	3 (12.50)	5 (20.83)	24 (100.00)
การเปลี่ยนแปลง	ลดลง 4 (16.66)	ลดลง 1 (4.17)	ลดลง 1 (4.17)	เพิ่มขึ้น 1 (4.17)	เพิ่มขึ้น 5 (20.83)	

จากตารางที่ 11 พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง เมื่อดำเนินการทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตก่อนได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 58.34 และมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 น้อยที่สุด แต่หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตระดับ 2 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 54.17 และมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 0 น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 4.17

หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 และ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทาง

เรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 20.83 ส่วนนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 1 และ 2 มีจำนวนลดลงโดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 16.66

ตารางที่ 12 จำนวน ร้อยละ และปริมาณการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแต่ละระดับจำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

การทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต	ระดับความคิดทางเรขาคณิต					รวม (ร้อยละ)
	ระดับ 0 (ร้อยละ)	ระดับ 1 (ร้อยละ)	ระดับ 2 (ร้อยละ)	ระดับ 3 (ร้อยละ)	ระดับ 4 (ร้อยละ)	
ก่อนได้รับการสอน	14 (58.33)	3 (12.50)	7 (29.17)	0 (0.00)	0 (0.00)	24 (100.00)
หลังได้รับการสอน	2 (8.33)	10 (41.67)	12 (50.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	24 (100.00)
การเปลี่ยนแปลง	ลดลง 12 (50.00)	เพิ่มขึ้น 7 (29.17)	เพิ่มขึ้น 5 (20.83)	คงที่ (0.00)	คงที่ (0.00)	

จากตารางที่ 12 พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ เมื่อดำเนินการทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตก่อนได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 58.33 และมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 และ ระดับ 4 น้อยที่สุด แต่หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ มีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตระดับ 2 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 50.00 และมีนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 และ ระดับ 4 น้อยที่สุด

หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 และ 2 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 29.17 ส่วนนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลง คิดเป็นร้อยละ 50.00 แต่นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 และ 4 มีจำนวนคงที่

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

ประชากรในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างประชากรโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรปราการ ซึ่งโรงเรียนนี้เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ที่มีนักเรียนทุกระดับความสามารถ จากการสำรวจพบว่า ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนนี้มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวนทั้งหมด 10 ห้องเรียน ผู้วิจัยทำการสุ่มจับฉลากห้องเรียนมา 2 ห้องเรียน ประกอบด้วยนักเรียน 98 คน ได้แก่ นักเรียนห้อง ม.2/1 จำนวน 49 คน และนักเรียนห้อง ม.2/4 จำนวน 49 คน และนักเรียนทั้งสองห้องเรียนได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง จำนวน 14 แผน แล้วนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาและขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำแผนการสอนไปปรับปรุงให้ดียิ่งขึ้น

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นแบบวัดชนิดปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ แบ่งเป็น 5 ระดับ ๆ ละ 6 ข้อ ซึ่งผ่านการตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาและความตรงเชิงโครงสร้างแล้วนำไปทดลองใช้ พบว่าแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตมีค่าความเที่ยง 0.7642

ในการดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตก่อนการสอนเรื่องเส้นขนานและความคล้ายกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นตัวอย่างประชากร ซึ่งตัวอย่างประชากรจำนวน 2 ห้องเรียนได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ ห้องเรียนละ 14 คาบ คาบละ 50 นาที เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 เมื่อสอนครบตามเนื้อหาที่กำหนดแล้วผู้วิจัยทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตหลังการสอนเรื่องเส้นขนานและความคล้ายกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นตัวอย่างประชากร

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตของตัวอย่างประชากรมาคำนวณหาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียน

สรุปผลการวิจัย

1. หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า

1.1 นักเรียนกลุ่มสูงที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับและเพิ่มขึ้น 1 ระดับ ตามลำดับ

1.2 นักเรียนกลุ่มปานกลางและต่ำที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ

2. หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 ระดับ 3 และ ระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 และระดับ 2 มีจำนวนลดลง โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า

2.1 นักเรียนกลุ่มสูงที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุดและอยู่ในระดับ 2 มีจำนวนลดลงมากที่สุด

2.2 นักเรียนกลุ่มปานกลางที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุดและอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด

2.3 นักเรียนกลุ่มต่ำที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุดและอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ พบว่า

1. ก่อนได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและปานกลางมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 มากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มากที่สุด และโดยรวมนักเรียนมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 น้อยที่สุด โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 น้อยที่สุด และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 น้อยที่สุด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เน้นให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ มีทักษะในการคิดคำนวณ และสามารถแก้ปัญหาได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเนื้อหาสาระทางเรขาคณิตในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ที่เน้นเรื่องสมบัติของรูปเรขาคณิตและการนำสมบัติไปใช้ (สมพล เล็กสกุล และชุลีพร สุภธีระ, 2538: 2-16) ซึ่งสอดคล้องกับระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ในระดับ 0–2 ที่เน้นการจำรูปร่างและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนำสมบัติของรูปเรขาคณิตไปใช้ การหาความสัมพันธ์ของสมบัติของรูปเรขาคณิต (van Hiele, 1984 cited in Fuys, Geddes, & Tischler, 1988: 5) ดังนั้นจึงทำให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ส่วนใหญ่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 – 2

ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี่ในระดับ 3 และ 4 เน้นการใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท และการพิสูจน์ (van Hiele, 1984 cited in Fuys, Geddes, & Tischler, 1988: 5) แต่นักเรียนในประเทศไทยส่วนใหญ่คุ้นเคยกับการเรียนเรขาคณิตโดยการท่องจำ จำลำดับทฤษฎีบท จำการพิสูจน์ของแต่ละทฤษฎีบท มีนักเรียนเป็นจำนวนน้อยที่จะพิสูจน์แบบฝึกหัดที่ไม่เคยเห็นได้ (อำไพ ยมาภัย, 2527 : 120) จึงทำให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับต่ำ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวิรัตน์ ชาญศิริรัตนา (2524: 19 – 20) ที่ศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ

และสอดคล้องกับงานวิจัยของพนิดา กองเกตุใหญ่ (2542: 58-59) ที่ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี่ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัดกาญจนบุรี พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 มากที่สุดและมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 น้อยที่สุด

หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น โดยมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับ และเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่เป็นการพัฒนาความคิดอย่างเป็นระบบและตามลำดับขั้นตอน โดยรายละเอียดในแต่ละขั้นมีดังนี้ ในขั้นที่ 1 คือ ขั้นการใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน นักเรียนได้มีส่วนร่วมโดยครูเป็นผู้ถามและให้นักเรียนตอบเพื่อทบทวนความเข้าใจในบทเรียนที่ผ่านมาและเพื่อนำเข้าสู่บทเรียนใหม่ ทำให้นักเรียนมีการทบทวนความคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนผ่านมา ในขั้นที่ 2 คือ ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง ครูจะชี้ให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาหรือแนวทางในการพิสูจน์ แต่นักเรียนต้องคิดวิธีการแก้ปัญหาหรือให้เหตุผลในการพิสูจน์ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนรู้จักคิดแก้ปัญหาและคิดหาเหตุผลสำหรับใช้ในการพิสูจน์ได้ ในขั้นที่ 3 คือ ขั้นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น นักเรียนจะได้แลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ทำให้นักเรียนคิดได้ละเอียดลึกซึ้งและกว้างขวางมากยิ่งขึ้น ในขั้นที่ 4 คือ ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ นักเรียนจะได้งานที่มีวิธีทำได้หลากหลายและมีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ความคิดในมุมมองที่หลากหลายมากขึ้น ทำให้นักเรียนคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ในขั้นที่ 5 คือ ขั้นการสรุปรวม นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้ทำในคาบ เพื่อเป็นการประมวลความคิดทั้งหมดในการเรียนในแต่ละคาบ ทำให้นักเรียนได้คิดเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนผ่านมาและสามารถอธิบายได้โดยอาศัยความเข้าใจของนักเรียนเองทำให้เห็นภาพรวมของการทำงานของตนเอง จึงทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งได้ ดังนั้นหลังจากที่นักเรียนได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มสูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของโบบังโก (Bobango, 1987: 2566-A) ที่ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้รูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต พบว่า การสอนโดยการใช้รูปแบบแวนฮีลี่ทำให้ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของโลว์รี่ย์ (Lowry, 1987: 1971-A) ที่ได้ศึกษาความคิดทางเรขาคณิตเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปของเด็กอายุ 9 ปี พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 มีการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตไปสู่ระดับที่สูงกว่าหลังได้รับการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

2. หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 3 และ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 และ 2 มีจำนวนลดลง โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุดและอยู่ในระดับ 2 มีจำนวนลดลงมากที่สุด ส่วนนักเรียนเรียนซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุดและอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด ส่วนนักเรียนซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุดและอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีระดับความคิดทางเรขาคณิตก่อนได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ การเรียนรู้ และความกระตือรือร้นที่จะเรียนน้อยกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและปานกลาง จึงทำให้นักเรียนซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและปานกลางที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 และ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำไม่สามารถพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตไปถึงระดับ 3 และ 4 ได้ อย่างไรก็ตามแม้ว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำจะไม่สามารถพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตไปถึงระดับ 3 และ 4 แต่ก็มีการพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตเช่นกัน โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลง แต่นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 และ 2 มีจำนวนเพิ่มขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็นข้อเสนอแนะสำหรับครูผู้สอน และข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัย

ข้อเสนอแนะสำหรับครูผู้สอน

1. ครูควรนำการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ไปทดลองใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรขาคณิต เนื่องจากการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่พบในการวิจัยครั้งนี้ทำให้ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้น

2. ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรขาคณิต ครูผู้สอนควรวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนก่อนดำเนินการสอน เพื่อจะได้ทราบว่านักเรียนมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับใด และจะได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนส่วนใหญ่

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัย

1. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนในเนื้อหาใหม่ และในระดับชั้นอื่น

2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อตัวแปรอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

3. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรูปแบบอื่น ๆ ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. **การสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาหลักสูตรและการสอนคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2542.

ทดสอบทางการศึกษา, สำนัก กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. **รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษาตอนต้นปีการศึกษา 2543**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2543.

ปานทอง กุลนาถศิริ. การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษา ในศตวรรษที่ 21. **วารสาร สสวท**. 26 (กรกฎาคม-กันยายน 2541): 3 – 5.

พนิดา กองเกตุใหญ่. **ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัดกาญจนบุรี**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ สุโขทัยธรรมาธิราช, 2542.

พยอม พราหมณ์แก้ว. คลินิกคณิตศาสตร์. **วารสารคณิตศาสตร์** 43 (พฤษภาคม-กรกฎาคม 2542): 47-50.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

เยาวเรศ สิงหนันท์. **การเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตระหว่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนรัฐบาลและโรงเรียนเอกชน เขตการศึกษา 6**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533.

วิชาการ, กรม กระทรวงศึกษาธิการ. **หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2535.

วิรัตน์ ชาญศิริรัตนา. **การศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524.

ศิริชัย กาญจนวาสี. **ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม**. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

ศิริชัย กาญจนวาสี, สุวิมล ติรกานันท์ และศิริเดช สุชีวะ. **การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ SPSS สำหรับงานวิจัย : การวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมาย**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543.

ศิริชัย พงษ์วิชัย. **การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วยคอมพิวเตอร์**. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. **หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์การศาสนา, 2535.

สมพร เรืองโชติวิทย์. **รากฐานเรขาคณิต**. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน, 2523.

สมพล เล็กสกุล และชุลีพร สุภธีระ. **เรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**. กรุงเทพมหานคร: ม.ป.ท., 2538.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน). **วารสารคณิตศาสตร์** 44 (พฤษภาคม-กรกฎาคม 2543): 41-52.

สิริพร ทิพย์คง. แวนฮีลีโมเดล: ลำดับขั้นตอนการเรียนรู้เรขาคณิต. **วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์** 5 (กุมภาพันธ์ 2532): 92-100.

_____. ศิลปะการตั้งคำถามในวิชาคณิตศาสตร์. **วารสารคณิตศาสตร์ฉบับพิเศษ** (กันยายน 2543): 15-19.

สุชาติ รัตนกุล. **เอกสารการสอนชุดวิชา การสอนคณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. **วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิด**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์. **รากฐานของเรขาคณิต**. พิษณุโลก: แผนกเอกสารและการพิมพ์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พิษณุโลก, 2519.

อรพรรณ ตันบรรจง. **การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2533.

อำไพ ยมาภัย. การศึกษาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาในประเทศไทยในช่วง 20 ปี (พ.ศ. 2503 – 2523). **รายงานผลการวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์อักษรไทย, 2527.

ภาษาอังกฤษ

Assaf, S. A. The effects of using Logo turtle graphics in teaching geometry on eighth grade students' level of thought, attitudes toward geometry and knowledge of geometry. Doctoral dissertation, The University of Wisconsin – Madison, 1985. **Dissertation Abstracts Insternational** 46 (1986): 2952-A.

Baynes, J. F. The development of a van Hiele - based summer geometry program and its impact on student van Hiele level and achievement in high school geometry (academic achievement). Doctoral dissertation, Columbia University Teachers College, 1998. **Dissertation Abstracts International** 59 (1999): 2403-A.

Bobango, J. C. Van Hiele levels of geometric thought and student achievement in standard content and proof writing: the effect of phase-based instruction. Doctoral dissertation, The Pennsylvania State University, 1987. **Dissertation Abstracts International** 48 (1988): 2566-A.

Burger, W. F., and Shaughnessy, J. M. Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. **Journal for Research in Mathematics Education** 17 (January 1986): 31-48.

Chaiyasang, S. An investigation into level of geometric thinking and ability to construct proof of students in thailand. Doctoral dissertation, The University of Iowa, 1987. **Dissertation Abstracts International** 49 (1988): 2137-A.

Clements, D. H., et al. Young children's concepts of shape. **Journal for Research in Mathematics Education** 30 (March 1999): 192-212.

Corley, T. L. Students' levels of thinking as relatated to achievement in geometry. Doctoral dissertation, Arizona State University, 1990. **Dissertation Abstracts International** 51 (1991): 2301-A.

Crowley, M. L. The van Hiele model of the development of geometry thought. In M. M. Lindquist and A. Shulte (eds.), **Learning and teaching geometry, K-12**, pp. 1-16. Reston, Virginal: NCTM, 1987.

Denis, L. P. Relationships between stage of cognitive development and van Hiele level of geometric thought among Puerto Rican adolescents. Doctoral dissertation, Fordham University, 1987. **Dissertation Abstracts International** 48 (1987): 859-A.

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. **Journal for Research in Mathematics Education.** Monograph number 3. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1988.

Han, T. S. The effects on achievement and attitude of a standard geometry textbook and a textbook consistent with the van Hiele theory. Doctoral dissertation, The University of Iowa, 1986. **Dissertation Abstracts Insternational** 47 (1987): 3690-A.

Henderson, E. M. Preservice secondary mathematics teachers' geometric thinking and their flexibility in teaching geometry. Doctoral dissertation, University of Georgia, 1988. **Dissertation Abstracts Insternational** 49 (1989): 2571-A.

Idris, N. Spatial visualization, field dependence / Independence, van Hiele level, and achievement in geometry: The influence of selected activities for middle school students (field dependence). Doctoral dissertation, The Ohio State University, 1998. **Dissertation Abstracts Insternational** 59 (1999): 2894-A.

July, R. A. Thinking in three dimensions: Exploring students' geometry thinking and spatial ability with the Geometer's Sketchpad. Doctoral dissertation, Florida International University, 2001. **Dissertation Abstracts International** 62 (2001): 2060-A.

Kemp, V. The van Hiele levels of geometric thought and achievement in Euclidean geometry among deaf undergraduate students. Doctoral dissertation, George Mason University, 1990. **Dissertation Abstracts International** 51 (1991): 1148-A.

Larew, L. W. The effects of learning geometry using a computer – generated automatic draw tool on the levels of reasoning of college developmental students. Doctoral dissertation, West Virginia University, 1999. **Dissertation Abstracts International** 60 (1999): 1890-A.

Lowry, J. A. An investigation of nine – year – olds' geometric concepts of area and perimeter. Doctoral dissertation, University of Maryland College Park, 1987. **Dissertation Abstracts International** 48 (1988): 1971-A.

Mason, M. **The van Hiele levels of geometric understanding**[Online]. (n.d.). Available from: http://www.mcdougallittell.com/state/tx/corr/levels.pdf.[2002, November 14]

Mcclendon, M. E. Application of the van Hiele model in evaluating elementary teachers' understanding of geometric concepts and improving their attitudes towards teaching geometry. Doctoral dissertation, University of South Florida, 1990. **Dissertation Abstracts International** 51 (1991): 1539-A.

Miller, M. L. A study of the effects of reform teaching methodology and van Hiele level on conceptual learning in calculus. Doctoral dissertation, Oklahoma State University, 1999. **Dissertation Abstracts International** 61 (2000): 923-A.

Mistretta, R. M. Enhancing geometric reasoning. **Adolescence** 35 (Summer 2000): 365-379.

Moran, G. W. Identifying the van Hiele levels of geometric thinking in seventh – grade students through the use of journal writing. Doctoral dissertation, University of Massachusette, 1993. **Dissertation Abstracts International** 54 (1994): 464-A.

Ravielli, A. **An adventure in geometry**. New York: The Viking Press, 1957.

Regan, K. et al. **Van Hiele**[Online]. 2002. Available from: http://www.gettysburg.edu/~regakro1/Mathteamvanhiele.html.[2003, April 3]

Senk, S. L. Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. **Journal for Research in Mathematics Education** 20 (May 1989): 309-321.

Swafford, J. O., Jones, G. A., & Thornton, C. A. Increased knowledge in geometry and instructional practice. **Journal for Research in Mathematics Education** 28 (July 1997): 467-483.

Teppo, A. **The Van Hiele Model of Geometric Thought**[Online]. 1999. Available from: http://euler.slu.edu/teachmaterial/Van_Hiele_Model_of_Geometr.html.[2002, November 14]

Thomson, E. O. Three methods of instruction in high school geometry and the effects they have on achievement, retention, and attitude (Geometry instruction, cooperative learning, CAI). Doctoral dissertation, Montana State University, 1992. **Dissertation Abstracts International** 53 (1993): 2724-A.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตมีดังนี้

1. รองศาสตราจารย์กรรณิกา กวักเพชูรย์	รองศาสตราจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. อาจารย์ ดร. ณัฐพันธ์ กิติสิน	อาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. อาจารย์สุพจน์ ชัยมณี	อาจารย์ 2 ระดับ 7 โรงเรียนบางพลีราษฎร์บำรุง สังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดสมุทรปราการ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.0-2218-2680

ที่ ทม.0302(2700.0603)/**0179** วันที่ 9 มกราคม 2546

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์กรรณิกา กวักเพฑูรย์

ด้วย นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ นิสิตขั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2“ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยที่นิสิตสร้างขึ้น (ตามเอกสารที่แนบ)

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.0-2218-2680

ที่ ทม.0302(2700.0603)/**0180** วันที่ 9 มกราคม 2546

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ณัฐพันธ์ กิติสิน

ด้วย นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ นิสิตขั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2“ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยที่นิสิตสร้างขึ้น (ตามเอกสารที่แนบ)

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/**0181**

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

9 มกราคม 2546

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์สุพจน์ ชัยมณี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2“ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2770.0603)/**0177**

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

9 มกราคม 2546

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีสมุทรปราการ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2“ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ ได้ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/**0178**

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

9 มกราคม 2546

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรปราการ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2“ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 13 ตัวอย่างผลการวิเคราะห์ค่าความเที่ยงโดยใช้โปรแกรม SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) ของนักเรียน 95 คน ซึ่งทำข้อสอบจำนวน 48 ข้อ

ข้อ	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Alpha if Item Deleted
1	23.8211	39.2974	.2633	.7794
2	23.9684	39.8181	.0458	.7852
3	23.8632	39.1832	.2351	.7796
4	23.9789	38.5102	.2932	.7774
5	24.0947	38.1292	.3172	.7762
6	23.8842	38.2311	.4407	.7740
7	23.9474	39.1781	.1775	.7810
8	24.2632	38.2385	.2804	.7776
9	24.0105	38.1595	.3434	.7755
10	23.9579	38.1046	.3875	.7744
11	24.1368	38.1406	.3059	.7766
12	24.1158	37.7205	.3824	.7737
13	23.9368	38.1449	.3973	.7744
14	24.1158	37.7843	.3714	.7742
15	23.7684	39.7543	.2518	.7809
16	24.1368	37.9279	.3420	.7752
17	24.2526	37.9568	.3268	.7758
18	23.7789	39.8974	.1373	.7820
19	24.5579	38.8663	.2467	.7789
20	24.1474	38.1057	.3100	.7764
21	24.2316	38.4777	.2412	.7791
22	24.1579	38.3471	.2680	.7780
23	24.3053	39.2356	.1197	.7837
24	24.4000	38.4553	.2609	.7783

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ข้อ	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Alpha if Item Deleted
25	24.4737	37.8264	.4001	.7735
26	24.1053	37.4356	.4350	.7718
27	24.1263	38.0052	.3310	.7757
28	24.2211	38.4081	.2529	.7786
29	24.1789	38.4038	.2563	.7785
30	24.1789	37.4889	.4094	.7726
31	24.6105	39.6233	.1128	.7827
32	24.5368	39.7619	.0587	.7847
33	24.6105	39.2616	.1969	.7805
34	24.4000	40.0936	-.0147	.7883
35	24.1158	39.8694	.0210	.7871
36	24.3368	39.0555	.1510	.7825
37	24.5895	39.3722	.1580	.7815
38	24.6211	39.3868	.1754	.7810
39	24.3368	39.2683	.1162	.7838
40	24.4421	38.9940	.1773	.7813
41	24.3789	39.0038	.1642	.7819
42	24.3053	38.5760	.2270	.7796
43	24.3579	39.4663	.0855	.7848
44	24.4211	39.2038	.1368	.7828
45	24.4105	38.7339	.2154	.7800
46	24.5158	40.1035	-.0093	.7871
47	24.5474	38.6759	.2791	.7779
48	24.4737	38.4434	.2859	.7775

จำนวนนักเรียน = 95 คน จำนวนข้อสอบ = 48 ข้อ

ค่าความเที่ยง = .7829

ตารางที่ 14 ตัวอย่างผลการวิเคราะห์ค่าความเที่ยงโดยใช้โปรแกรม SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) เมื่อตัดข้อสอบบางข้อออกไป ของนักเรียน 95 คน ซึ่งทำข้อสอบจำนวน 48 ข้อ

ข้อ	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Alpha if Item Deleted
4	13.8421	22.7727	.2919	.7571
5	13.9579	22.4663	.3170	.7555
6	13.7474	22.3610	.5060	.7491
8	14.1263	22.4732	.2956	.7567
9	13.8737	22.3669	.3752	.7528
10	13.8211	22.4676	.3856	.7527
12	13.9789	22.1059	.3932	.7513
13	13.8000	22.5234	.3892	.7529
14	13.9789	22.0421	.4077	.7504
16	14.0000	22.6170	.2738	.7579
17	14.1158	21.9971	.3996	.7507
20	14.0105	22.4361	.3119	.7558
24	14.2632	22.7279	.2579	.7588
25	14.3368	22.1832	.4144	.7507
26	13.9684	21.7118	.4876	.7460
27	13.9895	22.3297	.3398	.7542
29	14.0421	22.7003	.2499	.7593
30	14.0421	21.7642	.4567	.7474

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ข้อ	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Alpha if Item Deleted
32	14.4000	23.9447	.0053	.7702
33	14.4737	23.6562	.1066	.7648
34	14.2632	24.0683	-.0348	.7742
37	14.4526	23.8249	.0488	.7674
39	14.2000	23.5447	.0718	.7691
40	14.3053	23.4271	.1099	.7664
41	14.2421	22.9727	.1992	.7620
42	14.1684	22.6947	.2501	.7593
44	14.2842	23.3545	.1223	.7659
45	14.2737	22.9669	.2067	.7615
47	14.4105	22.9041	.2775	.7579
48	14.3368	22.6513	.3004	.7565

จำนวนนักเรียน = 95 คน จำนวนข้อสอบ = 30 ข้อ

ค่าความเที่ยง = .7642

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 15 พฤติกรรมของผู้เรียนในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิต

ระดับความคิดทางเรขาคณิต	พฤติกรรมในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิต	ข้อที่
ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก	1. สามารถจำรูปร่างของรูปที่มองเห็นในตำแหน่งที่แตกต่างกันได้	1, 2, 3, 4, 5
	2. สามารถจำรูปที่มองเห็นในรูปร่างที่ซับซ้อนได้	6
ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์	1. บอกสมบัติของรูปที่กำหนดให้ได้	7, 8, 9, 10, 11
	2. ใช้สมบัติของรูปที่ให้มาได้	12
ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน	1. สามารถเชื่อมโยงสมบัติของรูปเรขาคณิตได้	13, 14, 15, 16, 17
	2. สามารถแยกรูปตามสมบัติทางเรขาคณิตได้	18
ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน	1. สามารถบอกความสัมพันธ์ของสิ่งที่กำหนดให้กับรูปอื่นได้ว่าจริงหรือเท็จ	19
	2. สามารถใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทได้อย่างเข้าใจ	20
	3. เข้าใจการพิสูจน์ โดยสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	21
	4. สามารถพิสูจน์อย่างง่ายได้	22
	5. สามารถพิสูจน์ได้มากกว่า 1 วิธี	23, 24
ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด	1. เข้าใจการพิสูจน์แบบแย้งสลับที่	25
	2. เข้าใจการพิสูจน์แบบขัดแย้ง	26, 27, 28, 29, 30

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 16 ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่

คนที่	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	
	ก่อนได้รับการสอน	หลังได้รับการสอน
1	2	2
2	3	3
3	3	3
4	1	2
5	0	1
6	2	2
7	2	2
8	0	1
9	2	2
10	0	1
11	2	2
12	0	2
13	2	2
14	0	1
15	0	1
16	0	1
17	2	2
18	0	1
19	2	2
20	2	2
21	2	2
22	1	1
23	1	2
24	1	1
25	0	2

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 16 (ต่อ)

คนที่	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	
	ก่อนได้รับการสอน	หลังได้รับการสอน
26	0	0
27	0	0
28	1	2
29	0	2
30	2	2
31	2	2
32	1	2
33	0	1
34	2	2
35	0	2
36	2	2
37	0	1
38	0	1
39	0	0
40	2	2
41	2	4
42	2	2
43	2	4
44	2	4
45	2	2
46	2	4
47	2	4
48	2	2
49	2	4
50	2	2
51	2	4

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 16 (ต่อ)

คนที่	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	
	ก่อนได้รับการสอน	หลังได้รับการสอน
52	3	4
53	2	2
54	2	4
55	2	2
56	2	4
57	2	2
58	0	2
59	2	4
60	2	2
61	2	2
62	2	4
63	2	3
64	2	2
65	1	2
66	4	4
67	2	3
68	2	3
69	0	2
70	2	2
71	2	2
72	2	3
73	2	4
74	3	4
75	2	3
76	0	2
77	4	4

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 16 (ต่อ)

คนที่	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	
	ก่อนได้รับการสอน	หลังได้รับการสอน
78	2	4
79	1	2
80	2	3
81	2	4
82	2	4
83	2	4
84	2	2
85	2	2
86	2	2

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนอ่านคำถามอย่างรอบคอบทุกข้อ และกาเครื่องหมายกากบาท (5) ลงในช่องที่ตรงกับตัวอักษร ก, ข, ค, ง, หรือ จ ที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ในกระดาษคำตอบที่แจกให้ เช่น นักเรียนเห็นว่าคำตอบในข้อ ก. เป็นคำตอบที่ถูกต้อง ให้กาเครื่องหมายกากบาท (5) ลงในช่องที่ตรงกับตัวอักษร ก. ในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่าง

กระดาษคำตอบ

ข้อที่	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
1.	5				

2. เมื่อนักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย - ในช่องที่ตรงกับตัวอักษรตัวเดิม แล้วกาเครื่องหมาย 5ลงในช่องที่ตรงกับตัวอักษรใหม่ที่ต้องการ เช่น ต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ก. มาเป็นข้อ ข. ให้ทำดังนี้

กระดาษคำตอบ

ข้อที่	ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
1.	M	5			

3. แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตฉบับนี้มีข้อสอบจำนวน 30 ข้อ ให้เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที

4. ให้นักเรียนทุกคนทำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตฉบับนี้ด้วยตนเอง และใช้ความคิดของตนเองอย่างเต็มความสามารถ

5. ห้ามขีดเขียนเครื่องหมายใด ๆ ลงในแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตฉบับนี้

6. ขอให้นักเรียนเริ่มทำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตพร้อมกัน เมื่อผู้คุมสอบบอกหมดเวลา นักเรียนต้องหยุดทำทันที แล้วส่งกระดาษคำตอบและกระดาษคำถาม

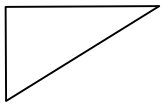
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขอขอบคุณในความร่วมมือของนักเรียนทุกคน

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก

2. รูปใดต่อไปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

รูป A


รูป B

รูป C

ก. รูป A
ข. รูป B
ค. รูป C
ง. รูป A และ รูป B
จ. รูป B และ รูป C

6. ตัวอักษรใดต่อไปนี้ที่มีเส้นขนานเพียง 1 คู่

รูป E

รูป F

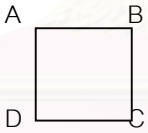
รูป J

รูป L

ก. รูป E
ข. รูป F
ค. รูป J
ง. รูป L
จ. รูป E และ รูป F

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์

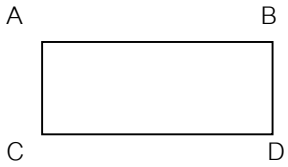
7. ข้อใดกล่าวถึงสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ได้ถูกต้อง



ก. $\overline{AB}$ ตั้งฉากกับ $\overline{CD}$
ข. $\overline{AB}$ ขนานกับ $\overline{AD}$
ค. $\overline{AC}$ ยาวเท่ากับ $\overline{CD}$
ง. $\overline{BC}$ ยาวเท่ากับ $\overline{CD}$
จ. $\hat{B}$ เล็กกว่า $\hat{D}$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

8. ข้อใด**<u>ไม่ใช่</u>**สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD



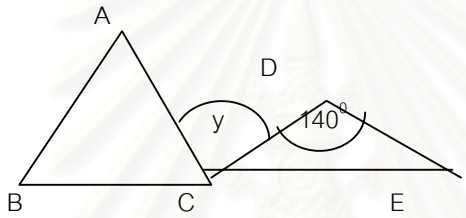
ก. มีเส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน ข. มุมทุกมุมมีขนาดเท่ากัน

ค. มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน ง. มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

จ. มีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน

14. กำหนดให้ ΔABC เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า และ ΔCDE เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จงหาค่าของ y

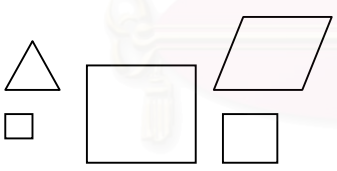


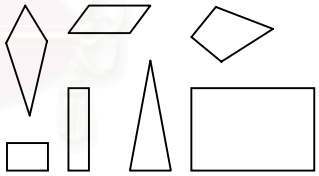
ก. 60 องศา ข. 80 องศา

ค. 100 องศา ง. 120 องศา

จ. 140 องศา

18. สมบัติในข้อใดที่ใช้แบ่งรูปเหล่านี้ออกเป็น 2 กลุ่ม





ก. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน ข. ด้านตรงข้ามขนานกัน

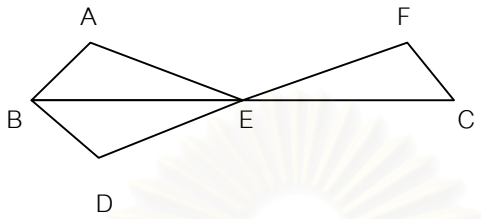
ค. ด้านทุกด้านยาวเท่ากัน ง. เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน

จ. มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน

21. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ “จากรูป กำหนดให้ $\overline{BC}$ และ $\overline{DF}$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด E , $\overline{BE}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{E}D$ ถ้า $AE = DE$ แล้ว $AB = FC$ ” ข้อใดต่อไปนี้เป็นสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์



ก. “$\overline{BC}$ และ $\overline{DF}$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด E , $\overline{BE}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{E}D$ ” เป็นสิ่งที่กำหนดให้

“ ถ้า $AE = DE$ แล้ว $AB = FC$ ” เป็นสิ่งที่ต้องพิสูจน์

ข. “$\overline{BC}$ และ $\overline{DF}$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด E , $\overline{BE}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{E}D$ ถ้า $AE = DE$ ” เป็นสิ่งกำหนดที่ให้

“ $AB = FC$ ” เป็นสิ่งที่ต้องพิสูจน์

ค. “$\overline{BC}$ และ $\overline{DF}$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด E ” เป็นสิ่งที่กำหนดให้

“$\overline{BE}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{E}D$ ถ้า $AE = DE$ แล้ว $AB = FC$ ” เป็นสิ่งที่ต้องพิสูจน์

ง. “$\overline{BC}$ และ $\overline{DF}$ ” เป็นสิ่งที่กำหนดให้

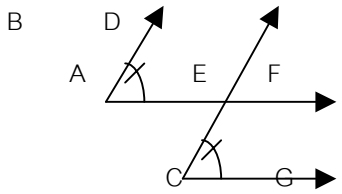
“$\overline{BC}$ และ $\overline{DF}$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด E , $\overline{BE}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{E}D$ ถ้า $AE = DE$ แล้ว $AB = FC$ ” เป็นสิ่งที่ต้องพิสูจน์

จ. “ $\overline{BC}$ ” เป็นสิ่งที่กำหนดให้

“ $\overline{DF}$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด E , $\overline{BE}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{E}D$ ถ้า $AE = DE$ แล้ว $AB = FC$ ” เป็นสิ่งที่ต้องพิสูจน์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

22. กำหนดให้ $\overrightarrow{AF} \parallel \overrightarrow{CG}$ และ $B\hat{A}F = D\hat{C}G$ จะแสดงว่า $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$



1. $E\hat{C}G = D\hat{E}F$ มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน
2. $B\hat{A}F = E\hat{C}G$ กำหนดให้
3. $B\hat{A}F = D\hat{E}F$ ต่างก็มีขนาดเท่ากับขนาดของ $E\hat{C}G$
4. $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

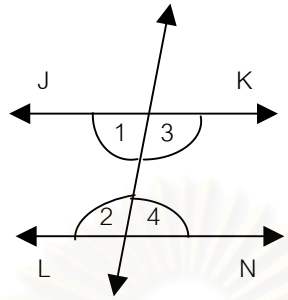
เหตุผลในข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. ข้อ 1
ข. ข้อ 3
ค. ข้อ 4
ง. ข้อ 3, 4
จ. ข้อ 1, 4

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด

25. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะเท่ากัน



<u>พิสูจน์</u> สมมติ $\hat{2} \neq \hat{3}$

เนื่องจาก $\hat{1} + \hat{3} = 180^0$ (.....*a*.....)

จะได้ $\hat{3} = 180^0 - \hat{1}$ (สมบัติของการบวก)

ดังนั้น .....*b*..... (แทนค่า $\hat{3}$ ใน $\hat{2} \neq \hat{3}$)

นั่นคือ $\hat{1} + \hat{2} \neq 180^0$ (.....*c*.....)

จะได้ว่า .....*d*..... (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน ไม่เท่ากับ 180 องศา)

ดังนั้นสรุปได้ว่า $\hat{2} = \hat{3}$

<u>หมายเหตุ</u> ในการพิสูจน์ว่า $\hat{1} = \hat{4}$ ใช้การพิสูจน์ทำนองเดียวกับการพิสูจน์ว่า $\hat{2} = \hat{3}$

ให้ 1 แทนข้อความ $\hat{2} \neq 180^0 - \hat{1}$

2 แทนข้อความ สมบัติของการบวก

3 แทนข้อความ ขนาดของมุมตรง

4 แทนข้อความ $\overleftrightarrow{JK} \ // \ \overleftrightarrow{LN}$

ข้อใดต่อไปนี้เรียงลำดับข้อความในช่องว่าง a, b, c และ d ได้อย่างถูกต้อง

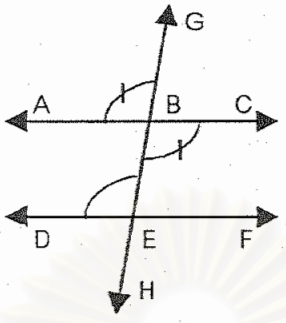
ก. 2, 1, 3, 4 ข. 3, 1, 2, 4

ค. 2, 4, 3, 1 ง. 3, 4, 2, 1

จ. 4, 1, 2, 3

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

26. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน



พิสูจน์ สมมติ $\overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{DF}$ มี $\overleftrightarrow{GH}$ เป็นเส้นตัด และ $A\hat{B}G \neq D\hat{E}B$

เนื่องจาก $A\hat{B}G = C\hat{B}E$ (.....*a*.....)

และ $A\hat{B}G \neq D\hat{E}B$ (กำหนดให้)

จะได้ $C\hat{B}E \neq D\hat{E}B$ (สมบัติของการแทนที่)

แต่ $C\hat{B}E = D\hat{E}B$ (.....*b*.....)

ดังนั้นสรุปได้ว่า .....*c*.....

ให้ 1 แทนข้อความ เกิดการขัดแย้ง ทำให้สิ่งที่สมมติว่า $A\hat{B}G \neq D\hat{E}B$ เป็นเท็จ ดังนั้น $A\hat{B}G = D\hat{E}B$ เป็นจริง

2 แทนข้อความ เส้นตรงสองเส้นตัดกัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน

3 แทนข้อความ มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน

ข้อใดต่อไปนี้เรียงลำดับข้อความในช่องว่าง a, b และ c ได้อย่างถูกต้อง

ก. 1, 2, 3 ข. 3, 2, 1

ค. 2, 3, 1 ง. 1, 3, 2

จ. 3, 1, 2

ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 17 รายละเอียดของการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี่ เรื่องเส้นขนานและความคล้าย จำนวน 14 คาบ

แผนการสอนที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
1	เรื่องเส้นขนานและมุมภายใน	1
2	เรื่องเส้นขนานและมุมภายใน (ต่อ)	1
3	เรื่องเส้นขนานและมุมแย้ง	1
4	เรื่องเส้นขนานและมุมแย้ง (ต่อ)	1
5	เรื่องเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	1
6	เรื่องเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (ต่อ)	1
7	เรื่องรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน	1
8	เรื่องรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน (ต่อ)	1
9	เรื่องรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	1
10	เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	1
11	เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (ต่อ)	1
12	เรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่คล้ายกัน	1
13	เรื่องการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้	1
14	เรื่องการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ (ต่อ)	1

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(ตัวอย่างแผนการสอน)

แผนการสอนที่ 10

วิชาคณิตศาสตร์ **รหัสวิชา ค** 204 **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 2

เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน **จำนวน** 1 **คาบ**

---

1. **สาระสำคัญ**

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน หรือ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

2. **จุดประสงค์การเรียนรู้**

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถบอกได้ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน และสามารถนำสมบัติดังกล่าวไปใช้ได้

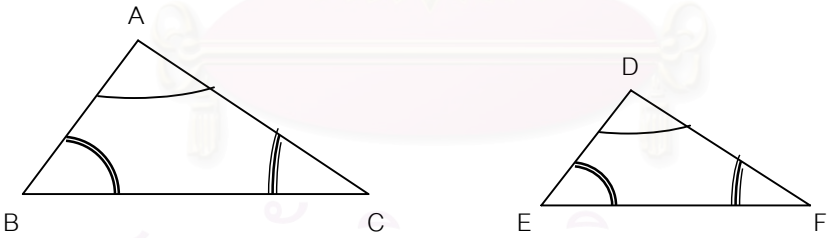
3. **เนื้อหา**

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน

หรือ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

<u>ตัวอย่างที่</u> 1 **กำหนดรูป** ΔABC **และรูป** ΔDEF

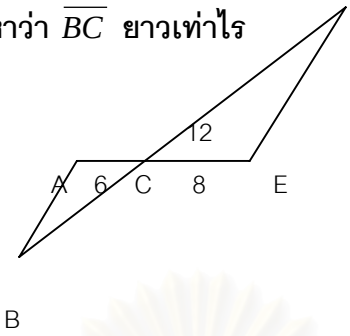


$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ เพราะมีขนาดของมุมเท่ากัน 3 คู่ คือ $\hat{A} = \hat{D}$ $\hat{B} = \hat{E}$ และ $\hat{C} = \hat{F}$

จะได้ $\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ **ดังรูป ถ้า** CE = 8 **หน่วย** AC = 6 **หน่วย และ** CD = 12 **หน่วย จงหาว่า** $\overline{BC}$ **ยาวเท่าไร**



<u>วิธีทำ</u>

เนื่องจาก $\Delta ABC \sim \Delta EDC$ เพราะมีขนาดของมุมเท่ากัน 3 คู่ คือ

1. $A\hat{B}C = E\hat{D}C$ เพราะเป็นมุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
2. $B\hat{A}C = D\hat{E}C$ เพราะเป็นมุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
3. $A\hat{C}B = E\hat{C}D$ เพราะเป็นมุมตรงข้าม

ดังนั้น $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD}$ โดยที่ CE = 8 AC = 6 และ CD = 12

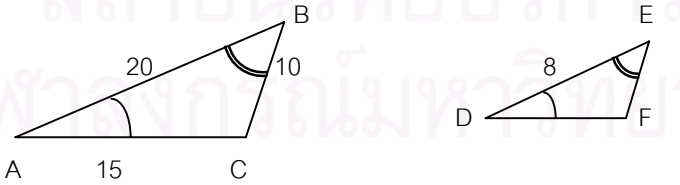
จาก $$\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD}$$

จะได้ $$\frac{6}{8} = \frac{BC}{12}$$

$$BC = \frac{6 \times 12}{8} = 9$$

ดังนั้น $\overline{BC}$ ยาว 9 หน่วย

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> กำหนดให้ $B\hat{A}C = E\hat{D}F$ $A\hat{B}C = D\hat{E}F$ **และ** AC =15 **หน่วย** AB =20 **หน่วย** BC = 10 **หน่วย และ** DE = 8 **หน่วย จงหาว่า** $\overline{EF}$ **และ** $\overline{DF}$ **ยาวเท่าไร**



<u>วิธีทำ</u>

เนื่องจาก $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ เพราะมีขนาดของมุมเท่ากัน 3 คู่ คือ

1. $B\hat{A}C = E\hat{D}F$ เพราะโจทย์กำหนดให้
2. $A\hat{B}C = D\hat{E}F$ เพราะโจทย์กำหนดให้
3. $A\hat{C}B = D\hat{F}E$ เพราะผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180^0

ดังนั้น $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC}$ โดยที่ $AC = 15$ $AB = 20$ $BC = 10$ $DE = 8$

จาก $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC}$

จะได้ $\frac{8}{20} = \frac{EF}{10}$

$EF = \frac{8 \times 10}{20} = 4$

จาก $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$

จะได้ $\frac{8}{20} = \frac{DF}{15}$

$DF = \frac{8 \times 15}{20} = 6$

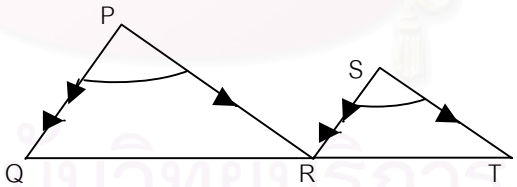
ดังนั้น $\overline{EF}$ ยาว 4 หน่วย และ $\overline{DF}$ ยาว 6 หน่วย

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> รูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จงเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามอัตราส่วนที่เท่ากัน

1)

<u>ตอบ</u> $\frac{JK}{MN} = \frac{KL}{NO} = \frac{JL}{MO}$

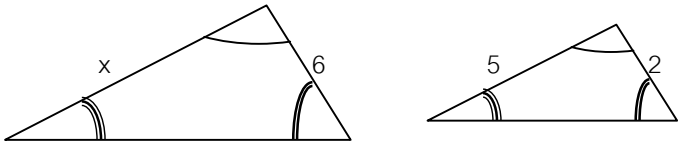
2)



<u>ตอบ</u> $\frac{PQ}{SR} = \frac{PR}{ST} = \frac{QR}{RT}$

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> จงหาค่าของตัวแปรจากรูปสามเหลี่ยมคล้ายที่กำหนดให้ต่อไปนี้

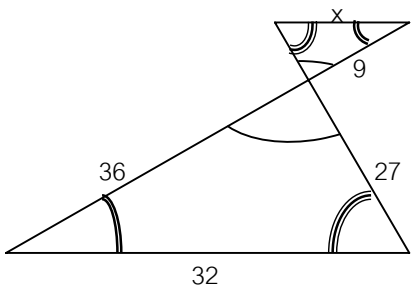
1)



<u>ตอบ</u> $\frac{x}{5} = \frac{6}{2}$

$x = 15$

2)

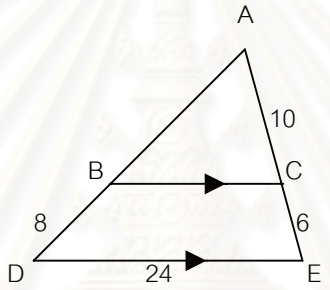


<u>ตอบ</u> $\frac{x}{32} = \frac{9}{36}$

$x = 8$

<u>ตัวอย่างที่ 6</u> กำหนดให้ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ และ AC = 10 หน่วย CE = 6 หน่วย BD = 8 หน่วย

และ DE = 24 หน่วย จงหาว่า $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ ยาวเท่าไร



<u>วิธีทำ</u>

เนื่องจาก $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ เพราะมีขนาดของมุมเท่ากัน 3 คู่ คือ

1. $B\hat{A}C = D\hat{A}E$ เพราะเป็นมุมร่วม
2. $A\hat{B}C = A\hat{D}E$ เพราะเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน
3. $A\hat{C}B = A\hat{E}D$ เพราะเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน

ดังนั้น $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$ โดยที่ AC = 10 CE = 6 BD = 8 และ DE = 24

จาก $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

จะได้ $\frac{AB}{AB+8} = \frac{10}{10+6}$

$16AB = 10AB + 80$

$6AB = 80$

$AB = \frac{80}{6} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$

จาก $\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$

จะได้ $\frac{BC}{24} = \frac{10}{10+6}$

$BC = \frac{10 \times 24}{16} = 15$

ดังนั้น $\overline{AB}$ ยาว $13\frac{1}{3}$ หน่วย และ $\overline{BC}$ ยาว 15 หน่วย

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

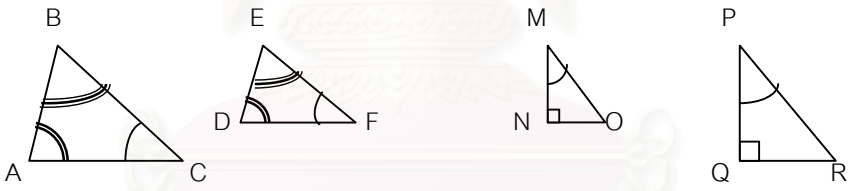
ขั้นนำ

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน

ครูทบทวนเรื่องรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยให้นักเรียนพิจารณาแผ่นภาพทบทวนรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน และใช้การถาม-ตอบจากสิ่งที่นักเรียนเห็นในแผ่นภาพ เช่น ครูถามนักเรียนว่า “ในรูปสามเหลี่ยมคล้ายคู่ที่ 1 ด้านใดบ้างที่สมนัยกัน” ($\overline{AB}$ สมนัยกับ $\overline{DE}$ $\overline{BC}$ สมนัยกับ $\overline{EF}$ $\overline{AC}$ สมนัยกับ $\overline{DF}$)

“ในรูปสามเหลี่ยมคล้ายคู่ที่ 2 ด้านใดบ้างที่สมนัยกัน” ($\overline{MN}$ สมนัยกับ $\overline{PQ}$ $\overline{NO}$ สมนัยกับ $\overline{QR}$ $\overline{MO}$ สมนัยกับ $\overline{PR}$)

แผ่นภาพทบทวนรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน



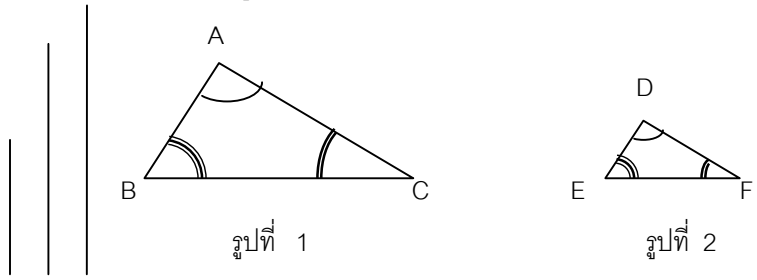
รูปสามเหลี่ยมคู่ที่ 1 รูปสามเหลี่ยมคู่ที่ 2

ขั้นสอน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง

1. ครูให้นักเรียนดูแผ่นภาพรูปสามเหลี่ยมคล้ายและอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกัน ซึ่งประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยม 2 รูปที่คล้ายกัน และกระดาษที่ตัดเพื่อวัดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมที่สมนัยกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 แบบ คือ กระดาษเส้นสั้น กระดาษเส้นปานกลาง และกระดาษเส้นยาว

แผ่นภาพรูปสามเหลี่ยมคล้ายและอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกัน



รูปที่ 1 รูปที่ 2

2. ครูถามนักเรียนว่า “รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ และนักเรียนทราบได้อย่างไร” (เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เพราะ $\hat{A} = \hat{D}$ $\hat{B} = \hat{E}$ $\hat{C} = \hat{F}$)

3. ครูถามนักเรียนว่า “ด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคือด้านคู่ใดบ้าง” ($\overline{AB}$ สมนัยกับ $\overline{DE}$ $\overline{BC}$ สมนัยกับ $\overline{EF}$ $\overline{AC}$ สมนัยกับ $\overline{DF}$)

4. ครูนำกระดาษเส้นสั้นวางบน $\overline{AB}$ ซึ่งความยาวของกระดาษเส้นสั้นเท่ากับ AB พอดี และครูพับครึ่งกระดาษเส้นสั้นแล้วนำไปวางบน $\overline{DE}$ ซึ่งความยาวของกระดาษเส้นสั้นที่พับครึ่งเท่ากับ DE พอดี

5. ครูถามนักเรียนว่า “AB ยาวเป็นกี่เท่าของ DE” (2 เท่า)

6. ครูถามนักเรียนว่า “นักเรียนคิดว่าอัตราส่วนระหว่าง AB กับ DE เป็นเท่าไร” $\left(\frac{AB}{DE} = \frac{2}{1}\right)$

7. ครูนำกระดาษเส้นปานกลางวางบน $\overline{AC}$ ซึ่งความยาวของกระดาษเส้นปานกลางเท่ากับ AC พอดี และครูพับครึ่งกระดาษเส้นปานกลางแล้วนำไปวางบน $\overline{DF}$ ซึ่งความยาวของกระดาษเส้นปานกลางที่พับครึ่งเท่ากับ DF พอดี

8. ครูถามนักเรียนว่า “AC ยาวเป็นกี่เท่าของ DF” (2 เท่า)

9. ครูถามนักเรียนว่า “นักเรียนคิดว่าอัตราส่วนระหว่าง AC กับ DF เป็นเท่าไร” $\left(\frac{AC}{DF} = \frac{2}{1}\right)$

10. ครูนำกระดาษเส้นยาววางบน $\overline{BC}$ ซึ่งความยาวของกระดาษเส้นยาวเท่ากับ BC พอดี และครูพับครึ่งกระดาษเส้นยาวแล้วนำไปวางบน $\overline{EF}$ ซึ่งความยาวของกระดาษเส้นยาวที่พับครึ่งเท่ากับ EF พอดี

11. ครูถามนักเรียนว่า “BC ยาวเป็นกี่เท่าของ EF” (2 เท่า)

12. ครูถามนักเรียนว่า “นักเรียนคิดว่าอัตราส่วนระหว่าง BC กับ EF เป็นเท่าไร” $\left(\frac{BC}{EF} = \frac{2}{1}\right)$

13. ครูถามนักเรียนว่า “อัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกันทั้ง 3 คู่ของรูปสามเหลี่ยมคล้ายเป็นอย่างไร” (เท่ากัน) เพื่อให้นักเรียนเห็นว่า “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน”

14. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 1 เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

15. ครูให้ตัวอย่างที่ 2 และ 3 โดยให้นักเรียนช่วยกันให้เหตุผลว่าสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันเพราะอะไร และครูใช้การถาม-ตอบเพื่อหาด้านที่โจทย์ต้องการ เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้การนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้

16. ครูให้นักเรียนทุกคนทำตัวอย่างที่ 4 และ 5 โดยตัวอย่างที่ 4 ใช้ทบทวนสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ส่วนตัวอย่างที่ 5 ใช้ทบทวนการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

1. ครูให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่ม โดยให้นักเรียนที่นั่งใกล้กัน 4 คน รวมกลุ่มกัน

2. ครูให้นักเรียนทุกกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่มเกี่ยวกับคำตอบที่ได้จากตัวอย่างที่ 4 และ 5 โดยตัวอย่างที่ 4 เกี่ยวกับการหาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามอัตราส่วนที่เท่ากัน และตัวอย่างที่ 5 เกี่ยวกับการหาค่าของตัวแปรจากรูปสามเหลี่ยมคล้ายที่กำหนดให้ แล้วสรุปเป็นคำตอบของกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนในกลุ่มเดียวกันช่วยกันสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันและการนำสมบัติดังกล่าวไปใช้

3. ครูถามคำตอบที่นักเรียนแต่ละกลุ่มได้จากการทำตัวอย่างที่ 4 และ 5

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ

ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำตัวอย่างที่ 6 ซึ่งเป็นตัวอย่างที่ซับซ้อนมากขึ้น โดยใช้ความรู้ที่มีของนักเรียนเป็นพื้นฐาน เพื่อทบทวนเรื่องการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้

ขั้นสรุป

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม

ครูถามให้นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่นักเรียนได้เรียน ได้ทำ และปัญหาที่พบในคาบนี้เกี่ยวกับเรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันและการนำสมบัติดังกล่าวไปใช้ โดยสิ่งที่ครูคาดว่านักเรียนจะสรุปได้ เช่น

1. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน หรือ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

2. เมื่อโจทย์กำหนดรูปและความยาวด้านบางด้านมาให้ และต้องการหาความยาวของด้านบางด้าน

2.1 ตรวจสอบก่อนว่ารูปที่โจทย์กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายหรือไม่

2.2 ถ้ารูปที่กำหนดให้ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยมคล้ายให้ตอบว่าไม่สามารถหาความยาวด้านได้เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยมคล้าย

2.3 ถ้ารูปที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายให้ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

2.4 เลือกอัตราส่วนที่เท่ากันมา 1 คู่ และแทนค่าความยาวด้านที่โจทย์กำหนดให้ลงไป

2.5 แก้สมการหาความยาวของด้านที่โจทย์ต้องการหา

5. **สื่อการเรียนการสอน**

1. แผ่นภาพทบทวนรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
2. แผ่นภาพรูปสามเหลี่ยมคล้ายและอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกัน
3. แบบฝึกหัดจากหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 204 หน้า 190 และ 191 ข้อ 3 4 และ 5
4. แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

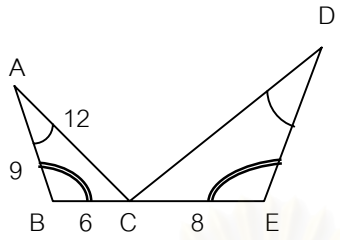
6. **การวัดผลประเมินผล**

1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. ตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1) กำหนดให้ $B\hat{A}C = E\hat{D}C$ $A\hat{B}C = D\hat{E}C$ และ $AB = 9$ หน่วย $BC = 6$ หน่วย $AC = 12$ หน่วย $CE = 8$ หน่วย จงหาว่า $\overline{CD}$ และ $\overline{DE}$ ยาวเท่าไร



.....

.....

.....

.....

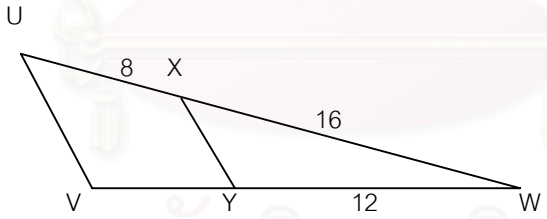
.....

.....

.....

.....

2) กำหนดให้ $\overline{UV} \parallel \overline{XY}$ และ $WX = 16$ หน่วย $UX = 8$ หน่วย และ $WY = 12$ หน่วย จงหาว่า $\overline{VW}$ ยาวเท่าไร



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวกุลยา เหมวัสดุกิจ เกิดวันที่ 31 กรกฎาคม พ.ศ. 2521 ที่กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2543 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2544

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย