บทที่ 2

วรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาเรื่อง " ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่สี่ในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร " ได้แบ่งลักษณะของการศึกษาออกเป็น 3 ส่วน ดังมีรายละเอียดดังนี้

1. ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
   1.1 ทฤษฎีพื้นฐานทางสติปัญญา
   1.2 รูปแบบของการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
2. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
   2.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
   2.2 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
   2.3 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
   2.4 ขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   3.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
   3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

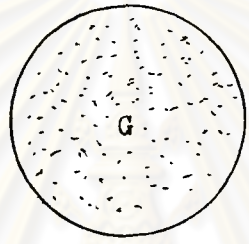
ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นความสามารถพื้นฐานทางสติปัญญาของมนุษย์ตามทฤษฎีของเธอร์สโตน ซึ่งเป็นความสามารถในการสร้างมโนภาพ ทำให้เกิดมโนภาพทำให้เกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ เมื่อแยกสิ่งของออกจากกันและมองเห็นเค้าโครงเมื่อนำสิ่งของเหล่านั้นมาประกอบเข้าด้วยกัน ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้คนเรามีความเข้าใจถึงมิติต่าง ๆ ได้แก่ ขนาด รูปร่าง ความสูงต่ำ ใกล้ ไกล พื้นที่ ปริมาตร ซึ่งมีคุณค่ามากต่อวิชาเรขาคณิต เลขคณิต วาดเขียน แผนที่และการฝีมือ ผู้ที่มีความสามารถด้านนี้สูงเหมาะที่จะมีอาชีพเป็นสถาปนิก วิศวกร นักวางผังเมือง นักออกแบบ เขียนแบบ นักขับรถและงานตกแต่ง นอกจากความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แล้ว นักจิตวิทยายังได้สนใจทำการศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบทางสติปัญญาในด้านอื่น ๆ ทั้งนี้จะเห็นได้จากการพัฒนาแบบทดสอบวัดสติปัญญาที่ได้สร้างกันขึ้นมาอย่างมากมาย บิเน่ต์ (Binet) เป็นนักจิตวิทยาที่สามารถสร้างแบบทดสอบวัดสติปัญญาได้เป็นคนแรก การสร้างแบบทดสอบวัดสติปัญญานั้นจะมีความแตกต่างกันไปตามยุคสมัย ทั้งนี้มีผลมาจากทฤษฎีพื้นฐานทางสติปัญญาของมนุษย์คือถ้านักจิตวิทยามีความเชื่อในทฤษฎีใดก็จะสร้างแบบทดสอบให้สอดคล้องกับทฤษฎีนั้น

ทฤษฎีพื้นฐานทางสติปัญญา

ทฤษฎีพื้นฐานทางสติปัญญาของมนุษย์ที่สำคัญ มีพอสรุปได้ดังนี้

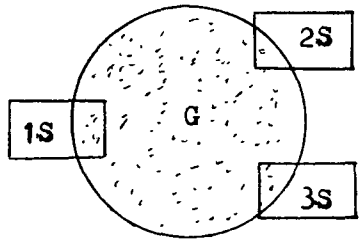
1. ทฤษฎีองค์ประกอบเดียว
2. ทฤษฎีสององค์ประกอบ
3. ทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเธอร์สโตน
4. ทฤษฎีลำดับขั้นของสติปัญญา
5. ทฤษฎีสติปัญญาของคัทเทลล์
6. ทฤษฎีโครงสร้างสามมิติของกิลฟอร์ด
7. ทฤษฎีสองระดับของความสามารถทางสมอง

1. ทฤษฎีองค์ประกอบเดี่ยว (Uni - Factor Theory) ทฤษฎีนี้มีผู้เรียกว่า Global Theory ผู้คิดทฤษฎีนี้คือ บิเน่ต์และซิมอน (Binet and Simon) ทฤษฎีนี้เสนอโครงสร้างของสติปัญญาออกเป็นลักษณะอันหนึ่งอันเดียวไม่แบ่งแยกเป็นส่วนย่อย คล้ายกับเป็นความสามารถทั่วไป (General Ability) ในปี ค.ศ. 1905 บิเน่ต์และซิมอนได้สร้างแบบทดสอบวัดสติปัญญาตามแนวคิดของเขาเป็นครั้งแรก ข้อสอบฉบับนี้วัดออกมาเป็นคะแนนเดียวแล้วแปลความหมายว่าใครมีระดับสติปัญญาเท่าใด (ล้วน สายยศ 2522: 37)



ภาพ 2.1 องค์ประกอบทางสติปัญญาตามทฤษฎีองค์ประกอบเดี่ยว

2. <u>ทฤษฎีสององค์ประกอบ</u> (Bi - Factor Theory) ทฤษฎีนี้นำโดยนักจิตวิทยาชาวอังกฤษชื่อ ชาร์ลส์ สเปียร์แมน (Charles Spearman) ในปี ค.ศ. 1927 เป็นทฤษฎีที่เกิดจากการวิเคราะห์โดยขบวนการทางสถิติ ซึ่งพบว่ากิจกรรมทางสมองทั้งหลาย เมื่อวิเคราะห์ดูแล้วมีองค์ประกอบร่วมกันอันหนึ่ง เรียกชื่อองค์ประกอบนี้ว่า องค์ประกอบทั่วไป (General Factor) เรียกย่อว่า G - Factor และให้ชื่อองค์ประกอบอื่นย่อย ๆ ว่า องค์ประกอบเฉพาะ (Specific Factor) เรียกย่อว่า S - Factor แต่ละองค์ประกอบเฉพาะนี้จะมีกิจกรรมเฉพาะตัวที่ทำให้มนุษย์แตกต่างกันซึ่งเป็นความสามารถพิเศษที่มีอยู่ในแต่ละบุคคล (ทองห่อ วิภาวิน 2523: 20)



ภาพ 2.2 โครงสร้างขององค์ประกอบทางสติปัญญาตามทฤษฎีสององค์ประกอบ

3. <u>ทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเธอร์สโตน</u> (Multiple - Factor Theory) ทฤษฎีนี้เป็นที่ยอมรับอย่างกว้างขวางของนักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ผู้นำในการสร้างทฤษฎี คือ เธอร์สโตน (Thurstone) เสนอทฤษฎีเมื่อ ค.ศ. 1933 เธอร์สโตนได้วิเคราะห์องค์ประกอบทางสติปัญญา ได้องค์ประกอบที่สำคัญ 7 องค์ประกอบ คือ

3.1 องค์ประกอบด้านภาษา (Verbal Factor หรือ V - Factor) องค์ประกอบนี้จะส่งผลให้รู้ถึงความสามารถด้านความเข้าใจในภาษาและการสื่อสารทั่ว ๆ ไป ผู้ที่มีองค์ประกอบด้านนี้สูง จะมีความสามารถในการอ่านเอาเรื่อง อ่านแบบเข้าใจความหมาย รู้ความสัมพันธ์ของคำ รู้ความหมายของคำศัพท์ได้ดี

3.2 องค์ประกอบด้านความคล่องแคล่วในการใช้คำ (Word Fluency Factor หรือ W - Factor) เป็นความสามารถที่จะใช้คำได้มากในเวลาจำกัด เช่น ให้หาคำที่ขึ้นต้นด้วย " ก " มาให้มากที่สุดในเวลาจำกัด ดังนี้เป็นต้น ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้มีความสามารถในการเจรจา และการประพันธ์ทั้งร้อยแก้วและร้อยกรอง

3.3 องค์ประกอบด้านจำนวน (Number Factor หรือ N - Factor) องค์ประกอบนี้จะส่งผลให้มีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ได้ดี มีความสามารถมองเห็นความสัมพันธ์และความหมายของจำนวนและมีความแม่นยำ คล่องแคล่วในการบวก ลบ คูณ หาร ในวิชาเลขคณิตได้อย่างดีด้วย

3.4 องค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Space Factor หรือ S - Factor) ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้คนเข้าใจถึงขนาดและมิติต่าง ๆ ได้แก่ ความสั้น ยาว ไกล ใกล้ และพื้นที่หรือทรวดทรงที่มีขนาดและปริมาตรแตกต่างกัน สามารถสร้างจินตนาการให้เห็นส่วนย่อยและส่วนผสมของวัตถุต่าง ๆ เมื่อนำมาซ้อนทับกัน สามารถรู้ความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิตเมื่อเปลี่ยนแปลงที่อยู่

3.5 องค์ประกอบด้านความจำ (Memory Factor หรือ M - Factor) เป็นความสามารถด้านความทรงจำเรื่องราว และมีสติระลึกรู้จนสามารถถ่ายทอดได้

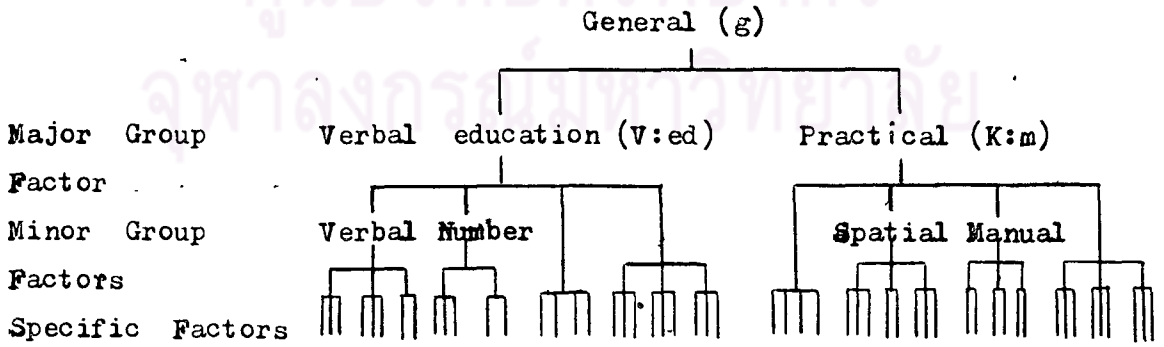
3.6 องค์ประกอบด้านการรับรู้ (Perceptual Factor หรือ P - Factor) องค์ประกอบด้านนี้ได้แก่ ความสามารถด้านเห็นรายละเอียด ความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างระหว่างสิ่งของต่าง ๆ อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

3.7 องค์ประกอบด้านเหตุผล (Reasoning Factor หรือ R - Factor) องค์ประกอบนี้แสดงถึงความสามารถด้านวิจารณญาณ หาเหตุผลค้นคว้าหาความสำคัญ ความสัมพันธ์และหลักการ (ล้วน สายยศ 2522: 40 - 41)

4. ทฤษฎีลำดับขั้นของสติปัญญา (Hierachical Theory) ทฤษฎีนี้กลุ่มนักจิตวิทยาชาวอังกฤษ ซึ่งได้แก่ เวอร์นอน (Vernon) ทอมสัน (Thomson) และเบิร์ต (Burt) ได้ทำการวิจัยค้นคว้าต่อจากทฤษฎีสององค์ประกอบของสเปียร์แมน ในปี ค.ศ. 1960 ได้แบ่งความสามารถหรือสติปัญญาทั่ว ๆ ไปออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ คือ

4.1 ความสามารถทางการศึกษาและทางภาษา (Verbal - education หรือ v :ed) เป็นองค์ประกอบด้านความสามารถในการใช้ภาษาและด้านการเรียน แบ่งเป็นความสามารถในระดับย่อยลงไปอีก (Minor Group Factors) ได้แก่ ความสามารถด้านภาษาและคณิตศาสตร์ แล้วแบ่งแยกย่อยเป็นความสามารถเฉพาะ (Specific Factors) ลงไปอีก

4.2 ความสามารถในทางปฏิบัติทั่ว ๆ ไป (Practical หรือ K : m) เป็นองค์ประกอบของความสามารถทางด้านการปฏิบัติและวิชาชีพ ได้แก่ การทำงานฝีมือ ความสามารถด้านเครื่องมือ การมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่เรียกว่า มิติสัมพันธ์ ความสามารถที่กล่าวมาเป็นความสามารถในกลุ่มย่อย (Minor Group Factors) ซึ่งแต่ละอย่างยังแบ่งออกเป็นความสามารถเฉพาะ (Specific Factors) ลงไปได้อีก (ปรุม นิคมานนท์ 2521: 188 - 189)



ภาพ 2.3 องค์ประกอบด้านสติปัญญาตามแนวทฤษฎีลำดับขั้นของสติปัญญา

5. <u>ทฤษฎีสติปัญญาของคัทเทลล์</u> ในปี ค.ศ. 1963 คัทเทลล์ (Cattelt) ได้เสนอทฤษฎีทางสติปัญญาว่า สติปัญญาประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ

5.1 Fluid Intelligence เป็นสติปัญญาที่เป็นอิสระจากการเรียนรู้และประสบการณ์ สติปัญญาชนิดนี้มีอยู่ในมนุษย์ทุกคน บุคคลที่มีสติปัญญาด้านนี้อยู่มากจะสามารถปฏิบัติภารกิจที่แตกต่างกันได้เป็นอย่างดี เป็นสติปัญญาที่เกี่ยวกับนามธรรมและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับภาษา เป็นอิสระจากวัฒนธรรม

5.2 Crystallized Intelligence เป็นสติปัญญาที่เกิดจากการเรียนรู้และประสบการณ์ สติปัญญาชนิดนี้เกี่ยวข้องกับวัฒนธรรมและสิ่งแวดล้อม เป็นความสามารถที่คล้าย ๆ กับการตกตะกอนหรือตกผลึก ซึ่งเป็นผลมาจากประสบการณ์หรือการเรียนรู้ สติปัญญาชนิดนี้เป็นความสามารถของบุคคลที่สามารถกระทำภารกิจที่เฉพาะเจาะจงบางอย่างที่เกี่ยวข้องกับวัฒนธรรมหรือการเรียนรู้ (วัญญา วิศาลาภรณ์ 2522: 6)

6. ทฤษฎีโครงสร้างสามมิติของกิลฟอร์ด (Three Faces of Intelligence Model) ทฤษฎีนี้สร้างขึ้นมาโดยกิลฟอร์ด (Guilford) เมื่อปี ค.ศ. 1967 มีชื่อเรียกหลายอย่าง เช่น Structure of Intelligence Model หรือ Three Dimension Model of the Structure of Intelligence กิลฟอร์ดได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของคุณลักษณะโดยจัดระบบของคุณลักษณะให้อยู่ในรูปใหม่ เป็นรูปลูกบาศก์รวมกัน 120 ก้อน คุณลักษณะของสติปัญญาแบ่งออกเป็น 3 มิติ (ล้วน สายยศ 2522: 43) คือ

มิติที่ 1. เนื้อหา (Content) หมายถึง สิ่งเร้าหรือข้อมูลต่าง ๆ ที่ปรากฏด้วยระบบประสาทสัมผัสทั้งหลาย แล้วบุคคลแยกแยะเพื่อจะรับรู้ ประกอบด้วยข้อมูล 4 จำพวก คือ

1.1 ภาพ (Figural) หมายถึง สิ่งเร้าหรือข้อมูลของสมองที่เป็นรูปธรรม ซึ่งบุคคลสามารถที่จะรับรู้และระลึกได้ เช่น ภาพต่าง ๆ เสียงต่าง ๆ เป็นต้น

1.2 สัญลักษณ์ (Symbolic) หมายถึง สิ่งเร้าหรือข้อมูลที่เป็นเครื่องหมายต่าง ๆ เช่น ตัวอักษร ตัวเลข ตัวโน้ตทางดนตรี รวมทั้งสัญญาณต่าง ๆ ด้วย

1.3 ภาษา (Semantic) หมายถึง สิ่งเร้าหรือข้อมูลที่เป็นถ้อยคำหรือภาษาเขียนที่มีความหมายทราบกันโดยทั่วไป สามารถเข้าใจสื่อสารติดต่อกันของกลุ่มชน

010852

รวมทั้งภาษาใบ้ด้วย

1.4 กิริยาท่าทางและพฤติกรรม (Behavioral) หมายถึง ข้อมูลที่เป็นกิริยาอาการของมนุษย์ ซึ่งการแสดงออกนั้นสามารถสังเกตเห็นด้วยตา เกิดจากการรับรู้มีความรู้สึกได้

มิติที่ 2. วิธีการคิด (Operation) เป็นขบวนการคิดซึ่งจะเกิดขึ้นตามลำดับจากง่ายไปหายาก ดังนี้

2.1 การรู้และเข้าใจ (Cognition) หมายถึง ความสามารถทางสมองที่มนุษย์เห็นสิ่งเร้าแล้วเกิดการรับรู้ในสิ่งนั้น ๆ และบอกได้ว่าสิ่งนั้นคืออะไร เช่น เห็นเลขก็บอกได้ทันทีว่าคือเลขอะไร เห็นภาพก็บอกได้เป็นภาพอะไร

2.2 การจำ (Memory) หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลที่สามารถจะสะสมความรู้เก็บไว้ เมื่อเวลาผ่านไปก็สามารถระลึกออกมาได้ในรูปเดิม เช่น กำหนดว่านาย ก. หมายเลขประจำตัว 2101 เมื่อถามก็สามารถตอบได้

2.3 การคิดแบบอเนกนัย (Divergent Thinking) หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลที่จะให้การตอบสนองต่อสิ่งเร้าได้หลายแง่หลายมุม แตกต่างกัน เช่น กำหนดว่า จงบอกประโยชน์ของก้อนอิฐมาให้มากที่สุด ถ้าใครสามารถหาคำตอบได้มากและสมเหตุสมผลแล้ว ก็แสดงว่าคน ๆ นั้นมีความสามารถในการคิดแบบอเนกนัย

2.4 การคิดแบบเอกนัย (Convergent Thinking) หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลที่จะสรุปข้อมูลที่ดีที่สุด จากข้อมูลที่กำหนดให้ได้เพียงคำตอบเดียว เช่น สามารถบอกได้ว่าเลขตัวถัดไปของ 1, 3, 5 คือเลข 7

2.5 การคิดแบบประเมินค่า (Evaluation) หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลที่สามารถหาเกณฑ์ที่เหมาะสมจากข้อมูลที่กำหนดให้ และสรุปได้ว่าข้อมูลอื่นใดบ้างที่มีลักษณะสอดคล้องกับกฎเกณฑ์นั้น เช่น สามารถบอกได้ว่า อักษร กกก ขกก ขข มีลักษณะการเรียงอักษรเหมือนกับ ศ ศ ศ ษ ษ ศ ศ ษ หรือไม่

มิติที่ 3. ผลของการคิด (Products) เมื่อสมองรับรู้สิ่งเร้าภายนอกและมีขบวนการคิดแบบต่าง ๆ จะได้ผลิตผลของการคิดออกมาได้ในรูปลักษณะต่าง ๆ กัน คือ

3.1 หน่วย (Units) หมายถึง สิ่งหนึ่งสิ่งใดที่มีคุณสมบัติเฉพาะตัวและแตกต่างไปจากสิ่งอื่น ๆ เช่น นก หนู ปู ปลา เป็นต้น

3.2 จำพวก (Classes) หมายถึง ชุดหรือกลุ่มของหน่วยต่าง ๆ ที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน เช่น เต่ากับงู เป็นสัตว์เลื้อยคลานเหมือนกัน

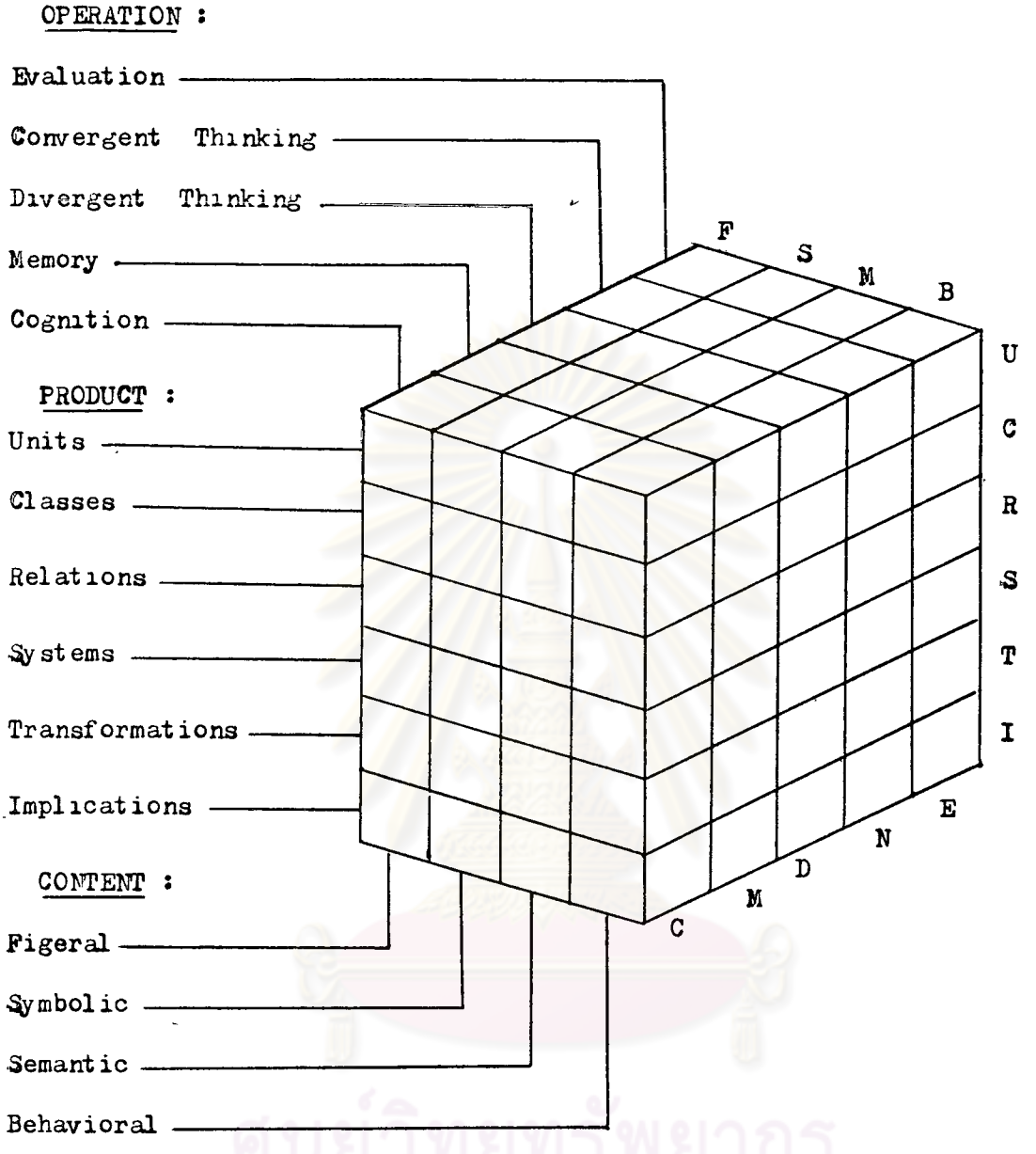
3.3 ความสัมพันธ์ (Relation) หมายถึง ผลของการโยงความคิดสองประเภทแรกเข้าด้วยกัน โดยอาศัยลักษณะบางประการเป็นเกณฑ์ อาจเป็นการเชื่อมโยงระหว่างหน่วยกับหน่วย จำพวกกับจำพวก เช่น พระกับวัด คนกับบ้าน นกกับรัง ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งมีชีวิตกับที่อยู่อาศัย

3.4 ระบบ (Systems) หมายถึง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของผลที่ได้หลายคู่เข้าด้วยกันอย่างมีระบบ ระเบียบแบบแผนอย่างใดอย่างหนึ่งที่แน่นอน และเข้าใจแบบแผนของสิ่งเร้าว่าอะไรมาก่อน หรือมาทีหลัง เช่น 2, 4, 6, 8 เป็นเลขคู่

3.5 การแปลงรูป (Transformation) หมายถึง การเปลี่ยนแปลงปรับปรุงให้คำนิยามใหม่ การขยายความหรือการจัดองค์ประกอบของข้อมูลที่กำหนดให้เสียใหม่ ให้มีรูปร่างแตกต่างไปจากเดิม เช่น กลม เป็น กมล แปลงรูป /// เป็น △ เป็นต้น

3.6 การประยุกต์ (Implication) หมายถึง การนำความรู้ไปใช้หรือเข้าใจความหมายของสิ่งเร้าต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เช่น คาดว่าเป็นเครื่องหมายของกระทรวงยุติธรรม (ทองห่อ วิภาวิน 2523: 27 - 29)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาพ 2.4 โครงสร้างทางสติปัญญาตามทฤษฎีของกิลฟอร์ด

7. ทฤษฎีสองระดับของความสามารถทางสมอง ทฤษฎีนี้ เจนเสน (Jensen) ได้เสนอแนะในปี ค.ศ. 1968 โดยเชื่อว่าสติปัญญาเป็นกระบวนการสองระดับ (วัญญา วิศาลาภรณ์ 2522: 8 - 9) ดังนี้

7.1 สติปัญญาชนิดรวมพวก (Associative Intelligence) เป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้โดยการท่องจำและความจำต่าง ๆ เป็นความสามารถที่จะบันทึกและนำข้อมูลไปใช้ กาเย่ (Gagne) ได้แยกกระบวนการรวมพวกไว้เป็น 4 อย่าง ดังนี้

1. การเรียนรู้สัญญาณ (Signal Learning)
2. การเรียนรู้เกี่ยวกับสิ่งเร้าและการตอบสนอง (Stimulus response Learning)
3. การกระทำติดต่อกัน (Chaining)
4. การรวมพวกของภาษา (Verbal Association)

7.2 สติปัญญาทางนามธรรม (Abstract Intelligence) สติปัญญาในระดับนี้เกี่ยวกับทักษะทางความคิด การรับรู้ การหาเหตุผลและการแก้ปัญหา กาเย่ ได้แยกสติปัญญาระดับนี้ออกเป็น 4 อย่าง ดังนี้

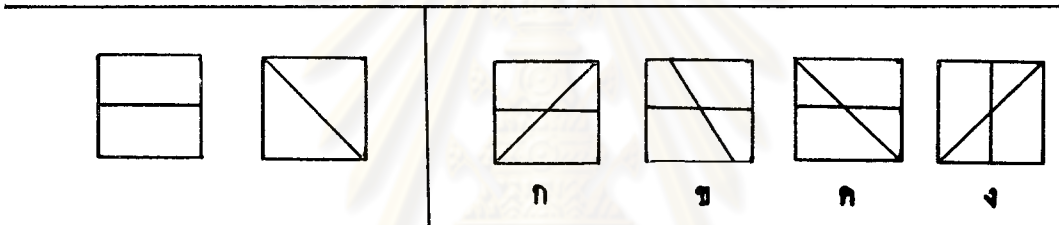
1. การจำแนกสิ่งของหลายอย่างที่ซับซ้อน (Discrimination)
2. การเรียนรู้เกี่ยวกับมโนภาพ (Concept Learning)
3. การเรียนรู้เกี่ยวกับหลักการ (Principle Learning)
4. การแก้ปัญหา (Problem Solving)

ทฤษฎีทางสติปัญญาทั้ง 7 ทฤษฎีตามที่กล่าวมานั้น จะเห็นได้ว่ามีความแตกต่างกันไปตามยุคสมัยและจะขึ้นอยู่กับความเชื่อของผู้เป็นเจ้าของทฤษฎี แต่ทฤษฎีที่ได้รับความนิยมกันอย่างกว้างขวางก็คือ ทฤษฎีของเธอร์สโตนทั้งนี้จะเห็นได้จากการสร้างแบบทดสอบวัดระดับสติปัญญาและแบบทดสอบวัดความถนัดที่อาศัยทฤษฎีของเธอร์สโตนมาเป็นหลักในการสร้าง (ทองห่อ วิภาวิน 2523: 36)

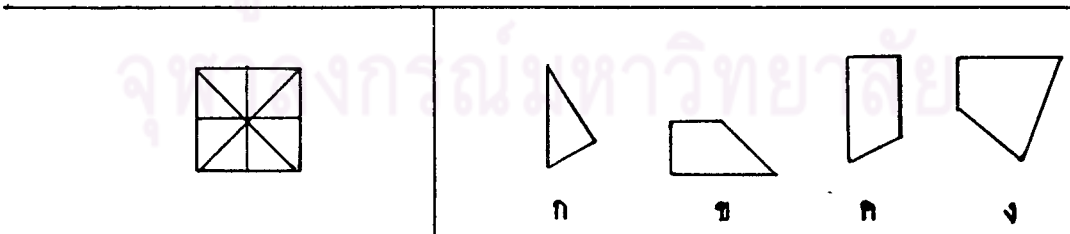
<u>รูปแบบของการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์</u>

ในการเขียนข้อสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์นี้ ทองห่อ วิภาวิน (2523: 31 - 42) สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2525: 145 - 186) สมบูรณ์ ชิตพงศ์ และสำเริง บุญเรืองรัตน์ (2513: 17 - 28) ได้เสนอรูปแบบของแบบทดสอบมิติสัมพันธ์ไว้ดังต่อไปนี้

1. แบบซ้อนภาพ ลักษณะของแบบทดสอบโจทย์จะกำหนดภาพมาให้ 2 ภาพ ทางซ้ายมือ แล้วให้ผู้ตอบพิจารณาว่าถ้าเลื่อนภาพทั้งสองนั้นมาให้ซ้อนกันตรง ๆ ตามตำแหน่งเดิมแล้ว จะได้ภาพเป็นเช่นใด ดังตัวอย่าง

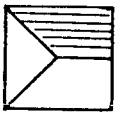


2. แบบซ่อนภาพ ลักษณะของแบบทดสอบเป็นการวัดความสามารถในการค้นหาภาพที่กำหนดให้ว่าภาพนั้นไปซ่อนอยู่ในภาพใด ทิศทางของภาพที่ซ่อนมี 2 ลักษณะ คือ ทิศทางเหมือนเดิมทุกประการหรืออาจจะเปลี่ยนแปลงก็ได้ ฉะนั้นแบบทดสอบนี้จึงเป็นการวัดความสามารถในการวิเคราะห์ภาพ ดังตัวอย่าง

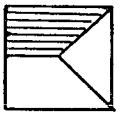


3. แบบหมุนภาพ ลักษณะของแบบทดสอบจะกำหนดภาพมาให้ 1 ภาพ แล้วสร้างเงื่อนไขว่า ถ้าหมุนภาพไปในทิศทางตามหรือทวนเข็มนาฬิกาแล้ว จะได้ภาพเป็นเช่นใด ดังตัวอย่าง

ก



ข



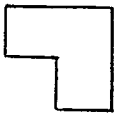
ค

ง

4. แบบประกอบภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ลักษณะของแบบทดสอบโจทย์จะกำหนดภาพมาให้ 1 ภาพ แล้วให้ผู้ตอบสร้างจินตนาการว่า จะต้องนำภาพใดที่กำหนดให้มาต่อจึงจะทำให้เกิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยสมบูรณ์ ดังตัวอย่าง

ก

ข



ค

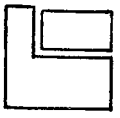
ง

5. แบบแยกภาพ ลักษณะของแบบทดสอบจะเป็นการวิเคราะห์ภาพ คือ โจทย์จะกำหนดภาพมาให้ 1 ภาพ พร้อมกับเส้นประแล้วให้ผู้ตอบพิจารณาว่า ถ้าแยกภาพออกตามรอยเส้นประแล้ว จะได้ภาพเป็นเช่นใด ดังตัวอย่าง

ก

ข

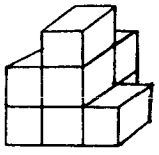
ค



ง

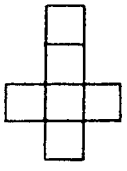
6. แบบนับรูปลูกบาศก์ ลักษณะของแบบทดสอบจะเป็นภาพสามมิติ ซึ่งเป็นการนำเอาภาพลูกบาศก์มาให้ผู้ตอบนับจำนวนลูกบาศก์ว่ามีกี่แห่ง ทั้งนี้ผู้ตอบจะต้องนับแห่งของลูกบาศก์ที่ถูกบังอยู่ด้วย ดังตัวอย่าง

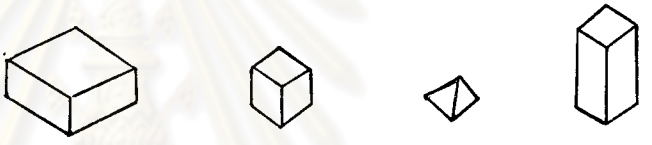
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ก. 6 ข. 7 ค. 8 ง. 9

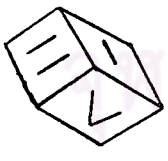
7. แบบพับรูปหรือพับกล่อง ลักษณะของแบบทดสอบโจทย์จะกำหนดภาพแบบระนาบหรือแบบมิติเดียวมาให้ดู 1 ภาพ แล้วให้ผู้ตอบใช้จินตนาการว่าถ้าพับภาพดังกล่าวเป็นแบบพับกล่องแล้วจะได้ภาพเป็นเช่นใด ดังตัวอย่าง

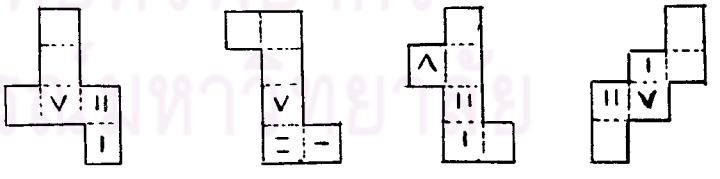




ก ข ค ง

8. แบบคลี่รูปหรือคลี่กล่อง ลักษณะของแบบทดสอบโจทย์จะกำหนดภาพแบบสามมิติมาให้ 1 ภาพ แล้วให้ผู้ตอบใช้จินตนาการว่า ถ้าคลี่รูปหรือกล่องนั้นออกเป็นภาพมิติเดียวแล้วจะได้ภาพเป็นเช่นใด ดังตัวอย่าง





ก ข ค ง

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีผู้ให้ความหมายเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้พอสรุปได้ดังนี้

แอนเดอร์สัน และพินกรี (Anderson and Pingry 1973: 228) ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไข (Solution) หรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ดีต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

อาดัมซ์ (Adams 1977: 176) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณและต้องมีการตัดสินใจ ลงมือกระทำเพื่อหาคำตอบ โดยที่ปัญหานั้นจะเป็นปัญหาที่ใช้ภาษา เรื่องราวหรือคำพูดก็ได้

มนูญ อรุณไพโรจน์ (2517: 17) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สภาพปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบไปด้วยจำนวนและตัวเลขตลอดจนคำห้อมล้อมที่ก่อให้เกิดปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดและตัดสินใจว่า จะใช้วิธีการอะไรทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหานั้น

จากความหมายที่กล่าวมานั้นพอจะสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องหาวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือก ตัดสินใจและลงมือแก้ปัญหาเอง

ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ตรงกับความสนใจของนักเรียนจะทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะแก้ปัญหานั้น ดังนั้นครูผู้สอนจึงควรที่จะได้ทราบถึงชนิดและลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ เพื่อที่จะได้นำมาสร้างเป็นโจทย์ปัญหาสำหรับใช้สอนนักเรียน

กรูลิคและเรย์ (Krulik and Reys 1980: 24) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้

4. ปัญหาที่ให้หาส่วนที่ขาดหายไป

5. ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์

รัสเซลล์ (Russell 1961: 255) และเลอบลองค์ (Le Blanc 1977: 16 - 20) ได้แบ่งลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. โจทย์ที่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ต้องการคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ได้แก่โจทย์ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือแบบเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป การหาคำตอบของโจทย์ลักษณะนี้ใช้วิธีการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยตรง เช่น " นายวิชัยต้องการจัดน้อยหน่าจำนวน 486 ผล ใส่กระทงโดยใส่กระทงละ 6 ผลเท่า ๆ กัน อยากทราบว่า จะต้องใช้กระทงกี่ใบ "

2. โจทย์ที่ไม่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงกระบวนการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะต้องใช้แผนภาพ แผนภูมิหรือรูปภาพประกอบ โจทย์ปัญหาลักษณะนี้จะมีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น " มีผู้ชาย 8 คนในงานเลี้ยง ถ้าผู้ชายคนหนึ่งจะต้องจับมือกันกับคนอื่น ๆ ให้ครบทุกคนแล้ว อยากทราบว่า จะมีการจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง "

จากชนิดของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา เมื่อครูผู้สอนจะนำไปสอนจะต้องสร้างโจทย์ปัญหาให้น่าสนใจ เพื่อนักเรียนจะได้มีความกระตือรือร้นที่จะแก้ปัญหานั้นและได้มีผู้ที่กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจไว้ดังนี้

ไคลด์ (Clyde 1967: 108) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจว่าควรมีลักษณะดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวันและสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดกับผู้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน หรือลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นต้น

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหาควรใช้ภาษา หรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆ ไป

กรูลิคและเรย์ (Krulik and Reys 1977: 208) ได้กล่าวถึงการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้น่าสนใจว่าควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา
2. กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา
3. ความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

นิพนธ์ จิตต์ภักดี (2517: 7 - 10) ได้เสนอแนะวิธีการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้น่าสนใจไว้ดังต่อไปนี้

1. สร้างโจทย์ปัญหาให้ตรงกับความสนใจของเด็ก โดยใช้ความรู้ทางจิตวิทยาและสังเกตความสนใจของเด็กด้วยวิธีการต่าง ๆ ดังนี้

1.1 ให้วาดภาพ

1.2 ให้เลือกของเล่น

1.3 สัมภาษณ์

1.4 ให้เด็กเล่าเรื่องที่สนใจ

2. สร้างโจทย์ปัญหาให้เหมาะสมกับสภาพของท้องถิ่น

3. สร้างโจทย์ปัญหาให้สัมพันธ์กับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริง ๆ

4. สร้างโจทย์ปัญหาให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง การบวกกับการลบ การคูณกับการหาร

5. สร้างโจทย์ปัญหาในหลาย ๆ ลักษณะ เพื่อจะช่วยให้เด็กรู้จักพิจารณาแยกแยะปัญหา และสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้เอง เช่น

5.1 โจทย์ที่ขาดตัวเลข

5.2 โจทย์ที่มีข้อความไม่สมบูรณ์

5.3 โจทย์ที่มีข้อความบางตอนไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ

5.4 โจทย์ที่ขาดคำถาม มีแต่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

จากข้อความที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจนั้นควรจะเป็นโจทย์ปัญหาซึ่งแตกต่างไปจากปัญหาที่พบเห็นบ่อย ๆ ในบทเรียน และควรจะมีลักษณะดังนี้

1. เป็นปัญหาที่สัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหาและชีวิตประจำวัน
2. เป็นปัญหาที่ใช้ภาษาในลักษณะที่เข้าใจง่าย
3. เป็นปัญหาที่เหมาะสมกับระดับความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา
4. เป็นปัญหาที่มีความยากง่ายเหมาะสมกับผู้แก้ปัญหา
5. เป็นปัญหาที่ให้โอกาสผู้แก้ปัญหาใช้ทักษะเบื้องต้นทั้งสี่ คือ บวก ลบ คูณ หาร

นอกจากลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังกล่าวมาแล้ว เทคนิคอันหนึ่งที่จะช่วยทำให้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์น่าสนใจ คือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นเอง (Fehr 1972: 424)

<u>องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์</u>

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นับได้ว่าเป็นปัญหาที่ยากสำหรับนักเรียน ซึ่งครูผู้สอนสามารถพบได้ทั่ว ๆ ไปว่า นักเรียนสามารถที่จะเรียนเลขคณิตประเภททักษะได้ดีกว่าการแก้โจทย์ปัญหา สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะนักเรียนส่วนมากเรียนโจทย์ปัญหาด้วยการท่องจำ โดยนักเรียนจะจำคำหลักเพื่อใช้บอกวิธีทำ เช่น นักเรียนจะจำคำว่า " รวมกัน " ในโจทย์ปัญหาว่าต้องใช้วิธีบวกในการแก้ปัญหานั้น และถ้าครูสร้างโจทย์ปัญหาที่มีคำหลักคำเดียวและวิธีซึ่งใช้หาคำตอบตรงกับวิธีที่นักเรียนจำ นักเรียนจะสามารถบอกได้ถูกต้องว่า โจทย์ปัญหาข้อนั้นจะใช้วิธีใดเพื่อหาคำตอบ แต่ถ้าตามเหตุผลแวดล้อมในโจทย์ปัญหาข้อนั้นต้องใช้วิธีอื่นสำหรับหาคำตอบ นักเรียนจะตอบผิดและถ้าในโจทย์ปัญหามีคำซึ่งนักเรียนจำเป็นหลักสำหรับวิธีทำอยู่หลายคำ นักเรียนจะเกิดความสับสนมากยิ่งขึ้น

เฮนนี (Henney 1971: 223 - 224) ได้ศึกษาถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า องค์ประกอบที่สำคัญประกอบด้วย

1. ความสามารถในการเข้าใจคำชุด
2. ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา
3. การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณ

ซาลิวสกี (Zalewski 1978: 2804) ไคลด์ (Clyde 1967: 112) ได้ทำการศึกษาและพบว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนประกอบด้วย

1. ความเข้าใจในการอ่านคำศัพท์ การตีความกราฟและตาราง
2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
4. การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ
5. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
6. ความสามารถในการคำนวณ

นอกจากองค์ประกอบดังที่กล่าวมาแล้ว เทร้าต์แมนและลิชเตนเบอร์ก (Troutman and Lichtenberg 1974: 591 - 594) บรุคเนอร์และกรอสส์นิคเกิล (Bruckner and Grossnickle 1974: 452 - 453) และนิพนธ์ จิตต์ภักดี (2517: 7 - 10) ยังได้เสนอแนะความสามารถเฉพาะที่ส่งผลในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการแปลภาษาคณิตศาสตร์เป็นประโยคคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการหาลักษณะที่เหมือนกันและต่างกันในโจทย์ปัญหา
3. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา
4. ความสามารถในการวางหลักเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป
5. ความสามารถในการกะประมาณคำตอบ

จากผลการศึกษาตามที่กล่าวมาข้างต้นอาจสรุปได้ว่า องค์ประกอบหรือสิ่งที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความสามารถทางสติปัญญา เช่น ความสามารถในการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ต่าง ๆ และสิ่งที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อีกก็คือ ความสามารถในการอ่าน คือ อ่านแล้วสามารถ แปลความ ตีความ และขยายความได้ ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังมีทักษะในการคำนวณเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย

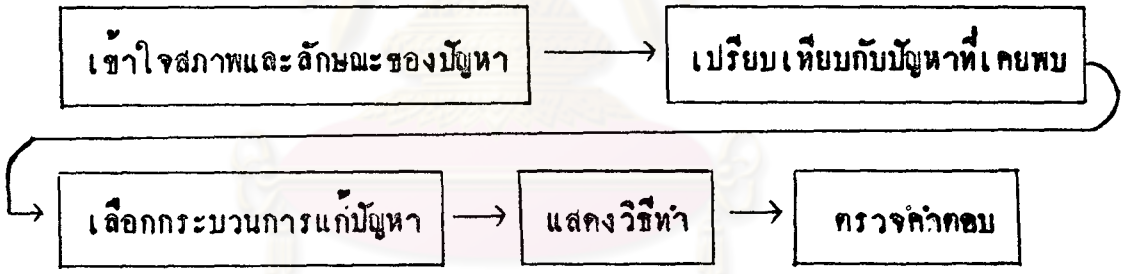
ขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สำหรับขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้มีผู้รวบรวมและเสนอแนะไว้ดังต่อไปนี้

น้อมศรี เดช (2524: 88 - 100) ได้เสนอแนะขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจลักษณะของปัญหา
2. ศึกษาลักษณะของปัญหาว่ามีความแตกต่างหรือเหมือนกับปัญหาที่เคยพบมา
3. เลือกกระบวนการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
4. แสดงวิธีทำ
5. พิจารณาและตรวจคำตอบที่ได้จากการคำนวณ

ขั้นตอนในการสอนทั้ง 5 ขั้นนี้ สามารถสรุปเป็นแผนภูมิได้ดังนี้



โพลยา (Polya 1957: 5 - 40) ได้จัดลำดับขั้นในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1. เป็นการทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจคือสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าประเด็นของปัญหาอยู่ตรงไหน สามารถบอกได้ว่า โจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้ชื่อกับข้อมูลต่าง ๆ นักเรียนควรจะเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างทั้งใจซ้ำแล้วซ้ำอีกและหลาย ๆ แง่มุม จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาอย่างชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหามีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่า มีความรู้อะไรบ้างที่เขามีซึ่งสัมพันธ์กับปัญหานั้นบ้าง เทคนิคอย่างหนึ่งที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหา ได้แก่ การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาปัจจุบันเพราะจะช่วยให้สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรจะแบ่งเป็นขั้น ๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในขั้นใหญ่แต่ละขั้นก็จะแบ่งออกเป็นขั้นเล็ก ๆ อีกมากมาย นอกจากนี้ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อที่จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นลงมือทำตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นตรวจสอบ เพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์โดยการพิจารณาและสำรวจดูผล ตลอดจนขบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขาและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

ไคลด์ (Clyde 1967: 109 - 112) ได้แบ่งขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา เขากล่าวว่า สิ่งที่เกี่ยวข้องกับการเข้าใจปัญหาของนักเรียน คือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่าง ๆ ที่ใช้ในปัญหานั้น ถ้านักเรียนไม่เข้าใจในคำศัพท์ต่าง ๆ นั้น ถ้านักเรียนก็ไม่อาจจะเข้าใจความหมายของปัญหาได้

ขั้นที่ 2 การหาสิ่งที่ต้องการใช้ในการหาคำตอบของปัญหา นักเรียนต้องสามารถแยกแยะได้ว่า ข้อมูลที่ให้มาบางอย่างอาจไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ หรือบางอย่างจำเป็นต้องใช้แต่ขาดไป จึงจำเป็นต้องหาเพิ่มเติมเอง

ขั้นที่ 3 ดูความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่จะให้คำตอบและความสัมพันธ์กับคำตอบ มองเห็นว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่จะประสบความสำเร็จในขั้นนี้จะต้องมีความสามารถ 3 ประการต่อไปนี้

3.1 มองเห็นเงื่อนไขอย่างชัดเจน เช่น จากโจทย์ " จงหาระยะทางที่เด็กผู้ชายวิ่งได้ใน 10 วินาที เมื่อเขาวิ่งด้วยอัตราเร็ว 25 ฟุต / วินาที " เมื่อนักเรียนจะผ่านกระบวนการให้เหตุผลเพื่อที่จะหาว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร นักเรียนจะต้องเข้าใจความหมายของโจทย์ที่ว่า " วิ่งด้วยอัตราเร็ว 25 ฟุต / วินาที " เสียก่อน จึงจะเห็นว่า ใน 10 วินาทีจะวิ่งได้เป็น 10 เท่าของ 25 ฟุต ถ้านักเรียนมองไม่เห็นเงื่อนไขนี้ วิธีหนึ่งที่จะช่วยได้คือการวาดภาพประกอบ

3.2 การวางแผนแก้ปัญหาและให้เหตุผล เช่น สมมุตินักเรียนมีปัญหา " ชายคนหนึ่งซื้อมันฝรั่งมา 20 หัว ราคาหัวละ 1.50 บาท แล้วเน่าเสีย 4 หัว ที่เหลือขายไปหัวละ 2 บาท ชายคนนี้ได้กำไรเท่าไร " วิธีการแก้ปัญหามีดังนี้ สิ่งแรกที่นักเรียนควรจะถามตัวเอง คือ " ฉันกำลังต้องการหาอะไร (กำไร) " ต่อไปควรจะคิดว่า " ฉันจะหากำไรได้อย่างไร (เอาราคาขายลบด้วยราคาทุน) " แต่ราคาขายและราคาทุนไม่ได้เขียนบอกมา ดังนั้นเขาจะต้องคิดต่อไปว่า " ฉันจะหาราคาทุนและราคาขายได้อย่างไร (โดยดูจำนวนของด้วยราคาแต่ละหัว) " ซึ่งข้อมูลที่มีอยู่แล้วในปัญหาเขาก็จะได้คำตอบตามขบวนการที่ถามมา

3.3 ตัดสินว่าคำตอบเป็นคำตอบที่มีเหตุผลสมเหตุสมผลเพียงใด เพราะบางครั้งอาจจะตอบผิดได้ ถ้าคำนวณผิดแล้วไม่ได้ตรวจสอบดูอีกที หรือไม่ได้ดูว่าคำตอบนั้นน่าจะเป็นไปได้หรือไม่

ขั้นที่ 4 การคำนวณ ขั้นนี้ไม่ใช่เพียงแต่นักเรียนจะ บวก ลบ คูณ หาร เป็นเท่านั้น แต่จะต้องมีทักษะเป็นอย่างไร

มาร์ค (Mark 1965: 401 - 402) ได้กล่าวว่า ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องสอนให้นักเรียนกระทำสิ่งต่อไปนี้

1. ค้นหาว่าให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง และให้หาอะไร
2. ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ให้มาเพื่อที่จะไปสู่สิ่งที่ต้องการให้หา

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. วิเคราะห์ข้อมูลและความสัมพันธ์เพื่อหาผลลัพธ์

4. ตรวจสอบเพื่อความมั่นใจว่าถูกต้อง

เลอ บลองค์ (Le Blanc 1977: 17 - 25) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า จะต้องประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหา ครูควรจะถามให้นักเรียนหาว่า อะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และในที่สุดนักเรียนจะต้องทราบได้ว่าปัญหาถามอะไร

ขั้นที่ 2 ในขั้นนี้ครูควรจะนำอภิปรายกลวิธีซึ่งจะใช้ในการแก้ปัญหา และครูควรจะเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่งเอง

ขั้นที่ 3 ลงมือแก้ปัญหา ขั้นนี้กลวิธีที่คิดเอาไว้ในขั้นที่ 2 ถูกนำออกมาใช้ ในบางครั้งแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 อาจจะไม่นำไปสู่คำตอบเลย ถ้าเป็นเช่นนี้นักเรียนจะต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่ 4 ทบทวนปัญหาและคำตอบ กล่าวได้ว่าในการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้น ขั้นนี้เป็นขั้นที่มีความสำคัญมากที่สุด ขั้นนี้แบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่าง ๆ ย้อนกลับ และลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ของปัญหา เพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

นิพนธ์ จิตต์ภักดี (2517: 7 - 10) ได้เสนอแนะขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้ครูฝึกนักเรียนให้รู้จักคิดตามลำดับขั้นและครูผู้สอนต้องใช้คำถามนำ ดังต่อไปนี้

ลำดับขั้นในการทำโจทย์ปัญหา	คำถามนำ
1. อ่านโจทย์ปัญหาให้เข้าใจเป็นตอน ๆ และพยายามใช้อุปกรณ์ประกอบเรื่องราวของโจทย์	1. นักเรียนเล่าเรื่องราวของโจทย์เป็นคำพูดของนักเรียนได้อย่างไร
2. หาว่า โจทย์ถามอะไร	2. โจทย์ข้อนี้ให้หาอะไร โจทย์ไม่กำหนดอะไรให้
3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง เลือกข้อความที่ไม่เกี่ยวข้อง	3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง เราต้องรู้ทุกข้อความที่โจทย์กำหนดมาให้หรือไม่ นักเรียนเขียนภาพได้หรือไม่
4. เลือกกระบวนการที่ใช้กับโจทย์ข้อนี้	4. นักเรียนจะใช้กระบวนการอะไรบ้าง
5. แปลโจทย์ปัญหาเป็นประโยคคณิตศาสตร์	5. เขียนประโยคคณิตศาสตร์ข้อนี้ว่าอย่างไร
6. ประมาณคำตอบ	6. คำตอบควรได้ประมาณเท่าไร
7. คำนวณเปรียบเทียบกับที่ประมาณเอาไว้	7. ให้นักเรียนลงมือคิดเลขข้อนี้และดูว่าคำตอบที่ได้ใกล้เคียงกับที่ประมาณไว้หรือไม่
8. ตรวจคำตอบ	8. คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เราจะตรวจสอบได้อย่างไร มีวิธีการหาคำตอบวิธีอื่นอีกไหม
9. ใส่คำตอบ	9. คำตอบที่ได้ เกี่ยวข้องกับข้อความของโจทย์ตอนไหน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากขั้นตอนที่กล่าวมาเกี่ยวกับการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามความคิดเห็นของผู้วิจัยมีความเห็นว่า การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ควรจะประกอบไปด้วยขั้นตอนใหญ่ ๆ 3 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นตีความและทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งประกอบด้วยวิธีการดังนี้

1.1 การทำความเข้าใจความหมายของคำและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในปัญหา

1.2 การมองปัญหาในหลาย ๆ แง่มุม เพื่อดูความเป็นไปได้ของปัญหา

1.3 การวาดรูปประกอบปัญหาถ้าเป็นไปได้

1.4 การหาส่วนที่สำคัญ ๆ ของปัญหา เช่น สิ่งที่ถามหา ข้อมูลที่ให้มา และเงื่อนไขต่าง ๆ

1.5 การค้นหาความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ ของปัญหา

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วยส่วนย่อย ๆ เช่น

2.1 การทบทวนความรู้ที่มีซึ่งจะต้องใช้ในการแก้ปัญหา

2.2 การคิดถึงวิธีการให้เหตุผล เพื่อจะสรุปสิ่งที่ต้องการ

2.3 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา ว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ อะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องหาอะไรก่อนอะไรหลัง

2.4 พิจารณาปัญหาที่ใกล้เคียงกัน เพื่อจะดูว่ามีอะไรร่วมหรือคล้ายคลึงกันบ้าง จะได้แก้ปัญหาในลักษณะที่คล้าย ๆ กัน

2.5 การพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มานั้นเพียงพอหรือไม่

2.6 การเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสม

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นที่หาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหา ประกอบด้วยส่วนย่อย ๆ เช่น

3.1 การลงมือคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2

3.2 การคาดคะแนคำตอบที่ใกล้เคียง

3.3 การตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ รวมถึงการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วย

3.4 การตรวจสอบว่าคำตอบสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ให้มาหรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่าง ๆ ในการหาคำตอบ

3.5 การปรับปรุงคำตอบให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

เนื่องจากการแก้โจทย์ปัญหาเป็นจุดมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ที่สูงสุดในระดับประถมศึกษา นอกจากวิธีสอนต่าง ๆ ตามที่กล่าวมา ยังมีเทคนิคในอันที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนได้อีกดังต่อไปนี้

1. การใช้โจทย์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ครูสามารถที่จะสร้างโจทย์ปัญหาให้นักเรียนสนใจได้ โดยการสร้างโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันหรือประสบการณ์ของนักเรียน

2. การใช้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ ระดับ เนื่องจากนักเรียนย่อมมีระดับความสนใจต่าง ๆ กัน ดังนั้นปัญหาที่ให้กับนักเรียนจึงควรยากพอที่จะท้าทายความสามารถแต่ต้องไม่ยากเกินไปจนทำให้นักเรียนเกิดความคับข้องใจ ครูต้องพยายามจัดปัญหาให้เหมาะกับประสบการณ์ ระดับความสามารถในการอ่าน ระดับความสนใจของนักเรียน ทั้งนี้เพราะการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนมีความพยายามที่จะแก้ปัญหาที่ยากขึ้น ซึ่งครูสามารถทำได้โดยจัดโอกาสให้นักเรียนพบกับปัญหาในระดับต่าง ๆ กัน

3. การใช้โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบหรือมีมากเกินความจำเป็นและใช้โจทย์ปัญหาที่ไม่มีจำนวนเลย

4. การวิเคราะห์ปัญหา ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ว่า โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้นกำหนดสิ่งใดให้บ้างและโจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ตัวอย่างเช่น " ตุ๊กซื้อส้มเป็นเงิน 28 บาท ให้ธนบัตรใบละ 100 บาท เขาจะได้รับเงินทอนเท่าไร " จากโจทย์ข้อนี้นักเรียนจะต้องทราบว่า สิ่งที่กำหนดให้คือตุ๊กมีเงิน 100 บาท ซื้อของไป 28 บาท สิ่งที่โจทย์ถามคือตุ๊กจะได้รับเงินทอนเท่าไร หรือตุ๊กจะเหลือเงินเท่าไร ความสัมพันธ์ของจำนวนสองจำนวนคือ 100 กับ 28 จะต้องเอาจำนวนหนึ่งคือเงินที่ซื้อของไป 28 บาท หักออกจากจำนวนเงินทั้งหมด 100 บาท

5. การเขียนประโยคคณิตศาสตร์ ประโยคคณิตศาสตร์คือ ประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ซึ่งประกอบด้วยตัวเลขและเครื่องหมายแทนจำนวนและข้อความ เมื่อนักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาแล้วก็สามารถที่จะเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ ดังตัวอย่างที่ว่า " ถูกซื้อส้มเป็นเงิน 28 บาท ให้ธนบัตรใบละ 100 บาท เขาจะได้รับเงินทอนเท่าไร " เมื่อนักเรียนทราบความสัมพันธ์ของจำนวนสองจำนวนที่โจทย์กำหนดคือ จะต้องนำเงินจำนวน 28 บาท ไปหักออกจากเงินจำนวน 100 บาท โจทย์ข้อนี้สามารถเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ว่า 100 - 28 = $\square$ เมื่อนักเรียนสามารถเขียนประโยคคณิตศาสตร์จากโจทย์ปัญหาที่ง่ายแล้ว ขั้นต่อไปครูจึงสอนโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน นักเรียนต้องใช้วิธีทำมากกว่า 1 วิธี หรือที่เรียกว่าโจทย์ระคน เช่น " น้อยซื้อสบู่ 3 ก้อนราคาก้อนละ 5 บาท ยาสีฟันหนึ่งหลอดราคา 32 บาท และซื้อแก้วน้ำ 4 ใบ ราคาใบละ 7 บาท น้อยซื้อของทั้งหมดสิ้นเงินเท่าไร " นักเรียนจะต้องเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของกับราคาสิ่งของ โจทย์ต้องการทราบว่าน้อยซื้อของ 3 ชนิดสิ้นเงินเท่าไร ดังนั้นนักเรียนจะต้องนำราคาของที่ซื้อทั้งหมดรวมกัน ประโยคคณิตศาสตร์คือ $(3 \times 5) + 32 + (4 \times 7) = \square$ กิจกรรมที่ครูสามารถใช้สอนการเขียนประโยคคณิตศาสตร์จากโจทย์ปัญหาอาจทำได้ดังนี้

5.1 เขียนโจทย์ปัญหาบนกระดานดำหรือพิมพ์โจทย์ปัญหาแจกให้นักเรียนแล้วให้นักเรียนเขียนแต่ละปัญหาเป็นประโยคคณิตศาสตร์

5.2 อ่านโจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟัง แล้วให้นักเรียนเขียนประโยคคณิตศาสตร์ของโจทย์แต่ละข้อ

5.3 เขียนประโยคคณิตศาสตร์บนกระดานดำ แล้วให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหาตามประโยคคณิตศาสตร์เหล่านั้น โดยการบอกหรือเขียนโจทย์ปัญหาที่นักเรียนคิดได้ ประโยคคณิตศาสตร์อันเดียวกันอาจแต่งเป็นโจทย์ปัญหาโดยใช้เรื่องราวต่าง ๆ กันได้

6. การใช้สื่อการเรียน สื่อการเรียนเป็นสิ่งที่จำเป็นในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพราะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมในโจทย์ปัญหา สื่อการเรียนอาจจะเป็นของจริง รูปภาพหรือแผนภูมิก็ได้ แต่สื่อการเรียนอันหนึ่งที่มีประโยชน์มากในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ การบวก การลบ การคูณและการหาร ทั้งที่เป็นเลขจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม คือ เส้นจำนวน ตัวอย่างการใช้

เส้นจำนวนในการหาคำตอบ เช่น " แดงมีมะม่วงอยู่ 8 ผล รับประทานไป 3 ผล เหลือมะม่วงกี่ผล " นักเรียนจะต้องวิเคราะห์โจทย์ปัญหาให้ได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรให้บ้างและต้องการทราบอะไร ขั้นต่อไปนักเรียนจะสามารถเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ว่า 8 - 3 = □ ต่อจากนั้นนักเรียนจะหาคำตอบได้จากการใช้เส้นจำนวน ดังปรากฏในภาพข้างล่างนี้

8 - 3 = 5

ภาพ 2.5 การหาคำตอบโดยใช้เส้นจำนวน

จากเส้นจำนวนนักเรียนจะได้คำตอบว่า 8 - 3 = 5 เพราะปลายลูกศรที่ใช้เส้นไข่ปลาสิ้นสุดที่เลข 5 ดังนั้น 5 จึงหมายถึงจำนวนมะม่วงที่เหลือ ในการใช้สื่อการเรียนอาจจัดกิจกรรมโดยสมมุติสถานการณ์ที่นักเรียนจะได้มีโอกาสแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เหมือนสถานการณ์จริง เป็นต้นว่า เรื่องการซื้อขายหรือการไปจ่ายตลาด ครูและนักเรียนอาจจัดกิจกรรมร่วมกัน ให้นักเรียนเป็นคนซื้อและคนขายสินค้าต่าง ๆ กิจกรรมการซื้อขายเป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้มีโอกาสใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งเรื่อง การบวก ลบ คูณ หาร หลังจากที่ครูสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้สื่อการเรียนต่าง ๆ ประกอบการสอน เมื่อเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องแล้ว ขั้นต่อไปครูควรสนับสนุนให้นักเรียนหัดแก้ปัญหาโดยการคิดในใจ โดยไม่ต้องอาศัยการวาดรูปหรือใช้ของจริงช่วยเพราะนักเรียนบางคนสามารถนึกรูปเส้นจำนวนหรือภาพในใจได้ การฝึกให้นักเรียนได้แก้ปัญหาโดยการคิดในใจเป็นสิ่งที่จำเป็นเนื่องจากคนเราต้องใช้อยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

7. ความสามารถในการอ่าน สาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้คือ นักเรียนขาดทักษะในการอ่าน เนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข ดังนั้นนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของคำศัพท์ต่าง ๆ และสามารถตีความว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดให้และต้องการทราบ

อะไร ดังนั้นครูควรนำเอาคำศัพท์ต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องพบในการเรียนคณิตศาสตร์ไปสอนในชั่วโมงภาษาไทย เพื่อให้นักเรียนได้เห็นความสัมพันธ์ของทักษะทั้งสองนี้

ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ครูต้องสอนการอ่านโจทย์ปัญหา โดยให้นักเรียนรู้จักสังเกตคำศัพท์สำคัญที่จะบอกให้ทราบว่าจะแก้โจทย์ปัญหาแต่ละข้ออย่างไร เช่น คำว่า รวม ใช้ไป เหลือเท่าไร ฯลฯ การแนะนำให้นักเรียนสังเกตข้อความเหล่านี้จะต้องทำหลังจากที่นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในแต่ละเรื่องแล้ว ไม่ใช่สอนให้นักเรียนจำ เพราะคำบางคำถ้าปรากฏอยู่ในที่ต่างกันวิธีการแก้ปัญหาอาจจะต่างกัน ดังตัวอย่างโจทย์ปัญหาสองปัญหาต่อไปนี้ " มาโนชมีเงิน 50 บาท คุณพ่อให้เงินเพิ่มอีก 12 บาท มาโนชมีเงินเท่าไร " และ " ปราณีมีเงินอยู่ 20 บาท ต้องการซื้อถุงเท้าราคาคู่ละ 30 บาท ปราณีจะต้องหาเงินมาเพิ่มอีกเท่าไร" โจทย์ปัญหาสองข้อนี้มีคำว่า <u>เพิ่มขึ้นอีก</u> ปรากฏอยู่ในโจทย์ แต่วิธีการแก้ปัญหาใช้คนละวิธี ปัญหาแรกเป็นเรื่องการบวกแต่ปัญหาที่สองเป็นเรื่องการลบ ถ้าครูสอนให้นักเรียนจำคำว่า เพิ่มขึ้นอยู่ในโจทย์จะต้องทำวิธีบวก นักเรียนจะทำโจทย์ปัญหาทั้งสองข้อนี้ด้วยวิธีการบวก การแก้ปัญหาที่สองจะไม่ถูกต้อง

8. การประมาณคำตอบ ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักการประมาณคำตอบในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะการประมาณคำตอบช่วยทำให้นักเรียนทราบว่าวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาและคำนวณถูกหรือผิดได้โดยเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากการประมาณกับคำตอบจริงซึ่งควรใกล้เคียงกัน การประมาณคำตอบเป็นทักษะที่ครูควรฝึกให้แก่นักเรียน การประมาณคำตอบเป็นการคิดในใจด้วยตัวเลขคร่าว ๆ ที่ใกล้เคียงกับตัวเลขในโจทย์ นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการเลือกตัวเลขที่ง่ายสำหรับการคิดในใจและตัวเลขนั้นจะต้องใกล้เคียงกันกับตัวเลขในโจทย์ ตัวอย่างเช่น " มานะซื้อปากกาด้ามหนึ่งราคา 23 บาท สมุดราคา 56 บาท เขาซื้อของไปสิ้นเงินเท่าไร " เมื่อนักเรียนทราบว่าจะต้องทำวิธีบวกและประโยคคณิตศาสตร์คือ $23 + 56 = \square$ นักเรียนควรคิดโดยเลือกตัวเลขคร่าว ๆ ตัวเลขที่นักเรียนควรเลือกใช้ในการประมาณคำตอบที่ง่ายในการคิดส่วนมากเป็นเลขที่ลงท้ายด้วย 0 หรือ 5 และเป็นเลขที่ใกล้เคียงกับค่าที่โจทย์กำหนดให้ ดังนั้นตัวเลขที่ใกล้เคียงกับ 23 คือ 20 กับ 25 และตัวเลขที่ใกล้เคียงกับ 56 คือ 60 กับ 55 นักเรียนบางคนอาจเลือก 20 บวกกับ 60 โดยคิดในใจได้เท่ากับ 80 บางคนอาจเลือก 25 บวกกับ 55 ได้เท่ากับ 80 วิธีการประมาณคำตอบของคนแรกจะง่ายกว่าคน

หลังเพราะเป็นการบวกจำนวนที่ลงท้ายด้วย 0 และไม่มีตัวทด

9. การใช้วิธีการแก้ปัญหาหลายวิธี การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ข้อเดียวกัน นักเรียนแต่ละคนอาจใช้วิธีการไม่เหมือนกันแต่คำตอบที่ได้จะต้องเท่ากัน ดังตัวอย่าง " นิกรมีเงิน 80 บาท ซื้อของใช้ไป 50 บาท ซื้อขนมไป 17 บาท เขายังมีเงินเหลืออยู่เท่าไร " นักเรียนคนหนึ่งอาจคิดแก้ปัญหาโดยเอา 50 ลบจาก 50 เหลือ 30 แล้วเอา 17 ไปลบออกจาก 30 เหลือ 13 นักเรียนอีกคนหนึ่งอาจคิดแก้ปัญหาโดยเอา 50 รวมกับ 17 ได้ 67 แล้วเอาไปหักออกจาก 80 ได้ 13 วิธีคิดของนักเรียนคนแรกเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์ได้ 80 - 50 - 17 = □ วิธีคิดของนักเรียนคนที่สองเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์ได้ 80 - (50 + 17) = □ ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธีแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี เพราะจะช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่กว้างขวาง ไม่ถูกจำกัดว่าจะต้องใช้วิธีเดียวตามที่ครูสอน นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้คิดค้นหาวิธีแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบจะได้รับการฝึกให้คิด มิใช่ฝึกให้ทำตามตัวอย่างหรือเลียนแบบตัวอย่าง นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แล้วมีความรู้ความเข้าใจและสามารถนำความรู้ไปใช้ได้ จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้หลายวิธี แต่นักเรียนที่เรียนโดยการจำ ขาดความเข้าใจจะมีปัญหาในการเรียนเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาเพราะนักเรียนไม่สามารถจำวิธีทำสำหรับโจทย์ปัญหาทุกปัญหาได้ และโจทย์ปัญหาที่ครูนำมาสอนก็เป็นเพียงส่วนหนึ่งหรือตัวอย่างของโจทย์ปัญหาทั้งหลายที่นักเรียนจะพบในชีวิตประจำวัน โจทย์ปัญหาที่นักเรียนต้องคิดแก้ปัญหาเองอาจจะมีลักษณะเหมือนกับสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนหรือแตกต่างออกไป ถ้านักเรียนที่เรียนโดยการจำก็จะไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีข้อความแตกต่างจากที่นักเรียนเคยพบในห้องเรียน การสอนให้นักเรียนได้รู้จักวิธีแก้ปัญหาหลายวิธีมีประโยชน์ในการตรวจคำตอบเพราะโจทย์ปัญหาข้อเดียวกันจะต้องได้คำตอบเท่ากัน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

แบบทดสอบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นส่วนหนึ่งของแบบทดสอบวัดสติปัญญาที่ไม่ต้องอาศัยความรู้ความสามารถทางด้านภาษาเข้ามาเกี่ยวข้อง แบบทดสอบที่ใช้กันอยู่จะมีลักษณะแตกต่างกันออกไป เป็นต้นว่าแบบทดสอบ Armed Forces Qualification Test (A F Q T) เป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์โดยการใช้แบบทดสอบประกอบภาพและการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ในสองและสามมิติ แบบทดสอบ Army Beta ใช้แบบทดสอบมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ แบบทดสอบ Primary Mental Ability (PMA) ของเธอร์สโตน ใช้แบบทดสอบมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ 2 มิติบนพื้นราบ แบบทดสอบ 3 มิติแบบเล็งทิศทาง แบบตัดกระดาษและนับรูปลูกบาศก์ กล่าวโดยสรุปแล้วจะเห็นได้ว่า แบบทดสอบมิติสัมพันธ์มีมากมายหลายชนิด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของงานของผู้ที่จะทำการวิจัยในอันที่จะต้องเลือกใช้ให้เหมาะสม

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไม่ว่าจะทำในประเทศไทยหรือต่างประเทศก็จะมีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน คือ จะทำการศึกษาในลักษณะของการหาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่แบ่งแยกเป็นแบบทดสอบชนิดต่าง ๆ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังเช่นการศึกษาของ สามารถ วีระสัมฤทธิ์ (2512: 65) ที่ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองด้านรูปภาพกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 444 คน แบบทดสอบมิติสัมพันธ์ที่ใช้มี 2 ฉบับคือ แบบซ่อนภาพและประกอบภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรวมอยู่ในฉบับเดียวกัน อีกฉบับหนึ่งเป็นแบบนับรูปลูกบาศก์ พบว่าแบบทดสอบมิติสัมพันธ์ดังกล่าวมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เท่ากับ .2442 และ .2831 ตามลำดับ ต่อมาจรินทร์ ประสงค์สม (2517: 37) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถภาพสมองด้านรูปภาพกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ โดยตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 เช่นเดียวกัน จำนวน 259 คน แบบทดสอบมิติสัมพันธ์ที่ใช้มี 2 ฉบับ คือ แบบซ้อนภาพและแบบซ่อนรูป พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เท่ากับ .6334 และ .6375 ตามลำดับ นอกจากนี้สเตราด์และ

ผู้ร่วมงาน (Stround and others 1957: 19) ได้ทำการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบทดสอบ Wechsler Intelligence Scale for Children (WISC) เพื่อศึกษาสัมประสิทธิ์ในการทำนายความสามารถในการอ่าน การสะกดคำ และความสามารถในวิชาเรขาคณิต โดยใช้แบบทดสอบวัดทักษะของไอโอวา (Iowa Test of Skill Battery) ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 3 - 6 จำนวน 775 คน แบบทดสอบมิติสัมพันธ์ที่ใช้มี 3 ฉบับคือ แบบจัดภาพ แบบนับรูปลูกบาศก์และแบบต่อภาพ พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กับแบบทดสอบวิชาเรขาคณิตเป็น .30, .36 และ .34 ตามลำดับ

ศิริกร ภู่ไพบูลย์ (2516: 36) ได้ทำการศึกษาการใช้ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และเหตุผลเชิงนามธรรมทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเรขาคณิต ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 600 คน ใช้แบบทดสอบมิติสัมพันธ์ซึ่งดัดแปลงมาจากแบบทดสอบมิติสัมพันธ์ของแบบทดสอบ Differential Aptitude Test (DAT) พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กับแบบทดสอบวิชาเรขาคณิตเท่ากับ .54 ล้วน สายยศ (2511: 77) ได้ศึกษาตัวพยากรณ์บางชนิดที่ส่งผลต่อความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนประกาศนียบัตรชั้นสูง ตัวอย่างประชากรเป็นนักศึกษาวิทยาลัยครู 13 แห่ง จำนวน 373 คน โดยใช้แบบทดสอบมิติสัมพันธ์แบบซ่อนภาพ พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์กับแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ .19 ต่อมาจักรเพชร เพชรสุข (2516: 12) ได้ศึกษาความสามารถบางประการที่ส่งผลต่อการเรียนวิชาชีพชั้นสูงของนักศึกษาเทคนิคภาคตะวันออกเฉียงเหนือ จำนวน 352 คน โดยใช้แบบทดสอบแบบประกอบภาพ 3 มิติ พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กับแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ .2230 นอกจากนี้ เบนเนต (Bennett 1956: 87) ได้ศึกษาความเที่ยงของแบบทดสอบ Differential Aptitude Test (DAT) ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลายในสหรัฐอเมริกา จำนวน 1,952 คน จากโรงเรียนมากกว่า 100 โรงใน 26 รัฐ พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบมิติสัมพันธ์ซึ่งเป็นแบบหมุนภาพกับคะแนนจากแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ในตัวอย่างประชากรที่เป็นนักเรียนชายเท่ากับ .26 ในกลุ่มนักเรียนหญิงเท่ากับ .37

ฮิล (Hill 1957: 617) ได้ทำการศึกษาเพื่อวิเคราะห์องค์ประกอบของความสามารถและความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย ตัวอย่างประชากรเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 และ 2 จำนวน 148 คน ใช้แบบทดสอบมิติสัมพันธ์ของ Guilford - Zimmerman Aptitude Survey ทั้ง 2 แบบ คือ แบบ A ซึ่งเป็นแบบหมุนภาพและแบบ B ซึ่งเป็นแบบเล็งทิศทาง พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กับวิชาแคลคูลัสเท่ากับ .33 และ .34 ตามลำดับ ส่วนวูด (Wood 1968: 1224) ได้ทำการศึกษาการพยากรณ์ความสำเร็จในการเรียนของนิสิต คณะวิศวกรรมศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ของมหาวิทยาลัยเปอร์ดัว จำนวน 616 คน โดยใช้แบบทดสอบมิติสัมพันธ์ของ Differential Aptitude Test (DAT) พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กับแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ของ College Entrance Examination Broad Scholastic Aptitude Test เท่ากับ .26

เอลเลน (Alaine 1978: 1978 A) ได้ทำการศึกษาเชิงทดลองเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า

1. ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไม่ใช่ความสามารถที่มีมาแต่กำเนิดสามารถเปลี่ยนแปลงแก้ไขหรือทำให้มีมาได้โดยการเรียนการการสอน

3. นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงมักจะประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

จากการศึกษาผลงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นส่วนหนึ่งของความสามารถพื้นฐานทางสมองซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีทางสติปัญญาของเธอร์สโตน อนึ่งการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์นี้ได้มีการสร้างแบบทดสอบไว้หลายชนิด และมีผลงานวิจัยหลายเรื่องที่สนับสนุนว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ทั้งนี้เพราะใช้แบบทดสอบต่างกัน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นส่วนใหญ่จะเป็นงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในลักษณะของการหาความสัมพันธ์และการเปรียบเทียบการสอน งานวิจัยที่สำคัญมีพอสรุปได้ดังนี้

ฮอลล์ (Hall 1977: 6324 - 6325) ได้ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองกลุ่มละ 30 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่งกลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองได้เรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทำการทดสอบการวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า

1. นักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ

2. นักเรียนที่ได้รับการสอนการวิเคราะห์มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

คลาร์กสัน (Clarkson 1979: 4101) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะในการแปลความหมายในวิชาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และศึกษาดูว่านักเรียนจะใช้การแปลความหมายในการแก้โจทย์ปัญหาหรือไม่ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับชั้นปีที่ 1 ที่เรียนพีชคณิตจำนวน 5 ห้องเรียน นำมาทดสอบความสามารถในการแปลความหมาย 3 แบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ แล้วนำคะแนนไปหาความสัมพันธ์กับคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ปรากฏว่าการแปลความหมายทั้ง 3 แบบมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกัน จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังพบว่าทักษะในการแปลความหมายเป็นองค์ประกอบหนึ่งของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

พุท (Putt 1979: 5382) ได้ทำการศึกษาถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อมีขบวนการแก้ปัญหาต่างกัน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับชั้นปีที่ 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนกลวิธีแก้ปัญหา อีกห้องหนึ่งให้นักเรียนได้รับประสบการณ์โดยตรงจากการพยายามให้แก้ปัญหาต่าง ๆ เอง ใช้เวลาทำการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม พบว่า นักเรียนทั้ง 2 กลุ่มมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

บุหงา วัฒนะ (2515: 33 - 34) ได้ทำการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่กับนักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 สังกัดกรมสามัญศึกษาส่วนกลางซึ่งเรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่เป็นกลุ่มทดลอง ได้แก่ โรงเรียนพญาไท โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์และโรงเรียนวัดเวตวันธรรมาเวส รวมทั้งสิ้น 131 คน และใช้นักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ เป็นกลุ่มควบคุมซึ่งได้แก่ นักเรียนโรงเรียนวัดมหาบุศย์ โรงเรียนวัดชนะสงคราม จำนวน 138 คน เครื่องมือที่ใช้ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

1. โดยทั่ว ๆ ไปนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่กับนักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2. เมื่อใช้ครูชุดเดียวกัน ประสบการณ์การสอนใกล้เคียงกันทำการสอนปรากฏว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่และเมื่อพิจารณาแยกตามชนิดของปัญหา พบว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่มีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ ส่วนความสามารถในการคำนวณและวิธีการแก้ปัญหานักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถไม่แตกต่างกัน

<u>ความเข้าใจในการอ่านกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์</u>

ความเข้าใจในการอ่านเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะ การที่นักเรียนจะหาวิธีการแก้โจทย์ปัญหาได้นั้นนักเรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาแล้ว

สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดจากนั้นจึงจะหาวิธีการมาแก้ปัญหานั้น เทรซี (Treacy 1966: 364) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ของทักษะการอ่านที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 244 คน แบบทดสอบที่ใช้ประกอบด้วยแบบทดสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการอ่าน ผลการวิจัยพบว่า การอ่านมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของบุญรวย ชูรักษา (2524: 43) ที่ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2523 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 335 คน เป็นชาย 163 คน หญิง 172 คน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบทดสอบวัดความเข้าใจในการอ่านและแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจในการอ่านกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .613 นอกจากนี้ เบโล (Balow 1964: 18 - 22) ได้ทำการศึกษาถึงความสำคัญของความสามารถในการอ่านและความสามารถในการคิดคำนวณที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนและการควบคุมระดับสติปัญญากับนักเรียนจำนวน 468 คน ผลการวิจัยก็พบในทำนองเดียวกันคือ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะเพิ่มขึ้นถ้าความสามารถในการอ่านและความสามารถในการคิดคำนวณเพิ่มขึ้น

มูราสกี (Muraski 1979: 4104) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 13 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์ 3 บทเรียน แต่ละบทเรียนจะแบ่งออกเป็น 5 เรื่อง ใช้เวลา 5 สัปดาห์ ต่อจากนั้นวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ผลการปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จอห์นสัน (Johnson quoted in Kramer 1966: 367) ได้ศึกษาเรื่อง ผลของการสอนคำศัพท์ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดย

ทำการศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 28 ห้องเรียน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 316 คน กลุ่มควบคุม 282 คน โปรแกรมการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่มประกอบด้วยเรื่อง ทศนิยม ร้อยละ การวัดและกราฟ ใช้เวลาในการทดลอง 14 สัปดาห์ ซึ่งแบ่งเป็น 3 ระยะ แต่ละระยะมีการทดสอบคำศัพท์และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาศัยพื้นฐานมาจากสิ่งที่สอนในระหว่างระยะเวลานั้น ๆ การเรียนคำศัพท์ของกลุ่มควบคุมอาศัยจากแบบเรียนและการอภิปรายในชั้น ส่วนกลุ่มทดลองเรียนคำศัพท์โดยมีอุปกรณ์ทำแบบฝึกหัดซึ่งมีคำศัพท์ที่สัมพันธ์กับเรื่องที่เรียงเข้าไว้เป็นหมวดหมู่ มีการอภิปรายร่วมกันเพื่อให้ได้ความหมายของคำศัพท์แต่ละคำเพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน สรุปข้อค้นพบที่สำคัญ ๆ ได้ดังนี้

1. การใช้อุปกรณ์ช่วยสอนคำศัพท์ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจคำศัพท์ต่าง ๆ ได้ดีขึ้นและช่วยนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้คำศัพท์เหล่านั้นได้ดีขึ้น

2. การที่จะให้การเรียนที่เกิดจากอุปกรณ์คงอยู่ได้นานจำเป็นต้องใช้อยู่เสมอและใช้อย่างมีระบบอย่างเป็นส่วนหนึ่งของวิธีการเรียนในห้องเรียน

<u>ความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์พื้นฐานกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์</u>

ความสามารถในการเข้าใจหลักคณิตศาสตร์พื้นฐาน (การบวก ลบ คูณ หาร) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพราะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนจะต้องอาศัยทักษะในการบวก ลบ คูณและหารมาคำนวณในการหาคำตอบ ทั้งนี้ยืนยันได้จากผลการศึกษาของเพส (Pace 1958: 74 - 78) ที่ได้ทำการศึกษาผลของความเข้าใจหลักเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ คือ การบวก ลบ คูณและหาร ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งสรุปผลการศึกษาได้ว่าความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์พื้นฐานทั้งสี่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการศึกษานี้สอดคล้องกับการศึกษาของสุมาลี รัตนพันธุ์ ที่ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2523 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดชุมพร จำนวน 300 คน

เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานและแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .6495

นอกจากผลงานวิจัยตามที่กล่าวมาแล้ว ยังได้มีผู้ที่ทำการศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อีกคือ

วิชัย พาณิชย์สวย (2523: 35) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในปีการศึกษา 2522 จำนวน 240 คน เป็นชาย 117 คน หญิง 123 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบความคิดเอกนัยทางสัญลักษณ์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .496

ระวีวรรณ พ่วงวิจิตร (2525: 58) ได้ทำการศึกษา ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 101 คน เป็นชาย 56 คน หญิง 45 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วยแบบทดสอบความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนและแบบทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .569