

เส้นทางที่ใช้เวลาน้อยที่สุดสำหรับการกลิ้งของทรงกระบอก

นายเศวต จันทหิรัญ



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาฟิสิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2536

ISBN 974-582-314-7

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

018867

1421164521

The Path of Minimum Time for the Rolling of a Cylinder

Mr.Savait Chantahiran

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science

Department of Physics

Graduate School

Chulalongkorn University

1993

ISBN 974-582-314-7

หัวข้อวิทยานิพนธ์

เส้นทางที่ใช้เวลาน้อยที่สุดสำหรับการกึ่งของทรงกระบอก

โดย

นายเศวต จันทิรัญ

ภาควิชา

ฟิสิกส์

อาจารย์ที่ปรึกษา

รองศาสตราจารย์ ดร. วิจิตร เล็งหะพันธ์



บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ศาสตราจารย์ ดร.ถาวร วิชัยกร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(ศาสตราจารย์ ดร.วิรุณี สายคณิต)

.....อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร. วิจิตร เล็งหะพันธ์)

.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิศิษฐ์ รัตนวราภักษ์)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.อภิสิทธิ์ อึ้งกิจจานุกิจ)

: MAJOR
KEY WORD:



เศวต จันทิรัญ : เส้นทางที่ใช้เวลาน้อยที่สุดสำหรับการกลิ้งของทรงกระบอก (THE PATH OF MINIMUM TIME FOR THE ROLLING OF A CYLINDER) อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร. วิจิตร สิ่งทะพันธ์, 42 หน้า. ISBN974-582-314-7

การคำนวณหาเส้นทางที่ใช้เวลาน้อยที่สุดสำหรับการกลิ้งของทรงกระบอก ด้วยวิธีการแคลคูลัสของการแปรผัน และเป็นการกลิ้งแบบไม่มีการไถลเมื่อให้ทรงกระบอกกลิ้งด้วยความเร็วต้น u จากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสุดท้าย พบว่าเส้นทางที่ใช้เวลากลิ้งน้อยที่สุดจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสุดท้ายจะเป็นรูปกราฟตระกูลไซโคลอย และได้แสดงผลการประยุกต์ใช้ในกรณีของทรงกลมและวงแหวน



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....ฟิสิกส์
สาขาวิชา.....ฟิสิกส์
ปีการศึกษา.....2535

ลายมือชื่อนิสิต.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

C225393 : MAJOR PHYSICS
KEY WORD: ROLLING OF A CYLINDER / MINIMUM TIME

SAVAIT CHANTAHIRAN : THE PATH OF MINIMUM TIME FOR THE ROLLING OF A
CYLINDER. THESIS ADVISOR : ASSO. PROF. WIJIT SENGHAPHAN. Ph. D.
ISBN974-582-314-7

The path of minimum time for the rolling of a cylinder is caculated by calculus of variations. In the case of a cylinder rolling without sliding with the initial velocity u . It is found that the paths for minimum time of rolling in all cases will be in a family of cycloid curves. The applica-tion of this result to the cases of spherical and ring is given.



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....ฟิสิกส์

สาขาวิชา.....ฟิสิกส์

ปีการศึกษา.....2535

ลายมือชื่อนิสิต..... *สวาท ชันตหิราน*

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... *วิทิต เสงฆพาน*

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

กิตติกรรมประกาศ



งานวิจัยชิ้นนี้ ถ้าเป็นประโยชน์เป็นคุณลอบ้าง ขอมอบความดีนี้ แด่เบื้องผู้จากไป
ขอให้ไปดี ไปในที่ที่ชอบ ไปเป็นสุขเป็นสุขเถิด

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ พี่ๆ ที่เลี้ยงดู สั่งสอนและอบรมให้เป็นคนดีตั้งแต่ต้นมา
ขอขอบพระคุณ เป็นอย่างสูง แด่ อาจารย์วิจิตร เสงี่ยมพันธ์ ที่ได้ให้คำแนะนำตลอดมาขอขอบ
พระคุณท่านอาจารย์ ดร. วิรุณี สายคณิต ท่านอาจารย์ ดร. พิเชษฐ์ รัตนวราภักดิ์ และ ท่าน
อาจารย์ ดร. อภิสิต อังกิจจานุกิจ ไว้เป็นอย่างสูงที่ท่าน ได้ให้คำแนะนำเพิ่มเติม

ขอขอบคุณ คุณสุภาพ คุณ สภาพร ทวีชัยอยู่ ที่ได้ช่วยเหลือเอาใจใส่ในการพิมพ์และ
ตรวจทาน และขอขอบคุณ คุณธานินทร์ นุตโร และ คุณสุรศักดิ์ เชียงกา ที่ได้ช่วยเหลือทุกอย่าง
ไว้ ณ. ที่นี้

เสวต จันทิรัญ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ



หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญภาพ..... ญ

บทที่ 1 บทนำและความเป็นมา

 1.1 บทนำ..... 1

 1.2 ขอบเขตของการวิจัย..... 2

 1.3 ทฤษฎี และความสัมพันธ์ของปัญหาที่เกี่ยวข้อง..... 3

 1.4 แคลคูลัส ของการแปรผัน..... 4

 1.5 การหาค่าต่ำสุด..... 6

บทที่ 2 การหาสมการของส่วนโค้งโดยวิธี แคลคูลัส ของการแปรผัน

 2.1 การหาสมการของส่วนโค้งที่วัดมุมมีความเร็วต้น u ไปยังจุดที่อยู่ต่ำกว่า..... 7

 2.2 การหาสมการของส่วนโค้งที่มีความเร็วต้นเป็น u หอนพุนท์ เทียบกับ x .. 9

 2.3 การแก้สมการหาค่า x และ y ที่ได้จากหัวข้อ 2.1, 2.2..... 11

บทที่ 3 การหาสมการมาตรฐาน และ กราฟของเส้นทาง

 3.1 การหาสมการมาตรฐาน..... 17

 3.2 การเขียนกราฟของเส้นทาง..... 18

 3.3 การหาสมการของเส้นทางจากจุดสองจุด 21

บทที่ 4 การพิสูจน์ว่าสมการที่หาออกมาได้เป็นค่าต่ำสุด

 4.1 วิธีหาค่าต่ำสุดจากการหาอนุพันธ์ไปถึงอันดับที่สอง..... 24

 4.2 การใช้สมการแฮมิลตัน..... 26

บทที่ 5 สรุปและอภิปราย

5.1 สรุปวิธีวิจัย.....	30
5.2 สรุปความสัมพันธ์ของแต่ละรูปแบบ.....	34
5.3 สรุปความสัมพันธ์ของทุกรูปแบบ.....	35
เอกสารอ้างอิง.....	39
ประวัติผู้เขียน.....	42



ศูนย์วิทยพัชกร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ



	หน้า
ภาพที่ 1 เส้นทางจากสมการของไซคลอยที่หาได้.....	16.
ภาพที่ 2 กราฟของวัตถุเมื่อเคลื่อนที่ด้วยมุมใดๆ.....	20'
ภาพที่ 3 แสดงการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบไซคลอยที่จุดเริ่มต้นใดๆ.....	20'
ภาพที่ 4 แสดงตำแหน่งของวัตถุระหว่างจุด A และ B.....	31



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย