

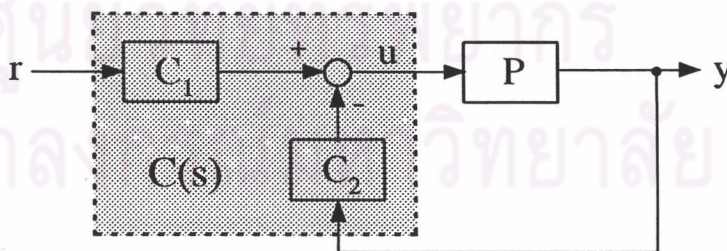
### บทที่ 3

#### โครงสร้างของระบบที่มีตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2

ระบบต่าง ๆ ในอุตสาหกรรมจะมีตัวควบคุมประกอบอยู่ด้วยเสมอ ดังนั้นในการพิจารณาหาลักษณะสมบัติของระบบกลนั้น จำเป็นจะต้องคำนึงถึงโครงสร้างของระบบโดยรวมด้วย เพราะโครงสร้างของระบบอาจทำให้เกิดเงื่อนไขหรือข้อจำกัดบางอย่างในการหาลักษณะสมบัติ ดังนั้นในบทนี้เราจะกล่าวถึง โครงสร้างของระบบเมื่อพิจารณาในกรณีที่มีตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2 โดยจะอธิบายถึงโครงสร้างภายในของตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2 ในรูปแบบทั่วไป ตัวควบคุมแบบ PI ซึ่งใช้กันมากในอุตสาหกรรมก็ถือว่าเป็นรูปแบบหนึ่งของตัวควบคุมแบบนี้ได้ และโครงสร้างนี้มีความสัมพันธ์กับการหาลักษณะสมบัติของระบบวงรอบปิดที่จะกล่าวถึงในบทที่ 4 ต่อไป

#### โครงสร้างภายในของตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2

ระบบแบบมีความอิสระอันดับ 2 (two-degree-of-freedom) เป็นระบบที่ประกอบด้วยตัวควบคุม 2 ตัว ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ซึ่ง  $C_1(s)$  ทำหน้าที่ในการปรับผลตอบแทน (response) และ  $C_2(s)$  ปรับความไว (sensitivity) ไปพร้อมๆกัน



รูปที่ 3.1 โครงสร้างภายในของตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2 แบบที่ 1

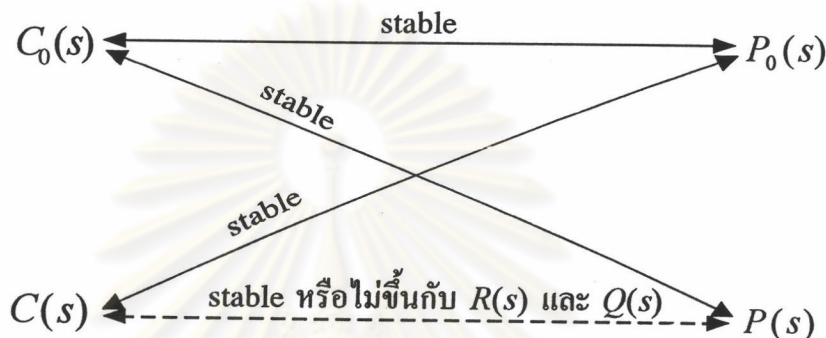
กำหนดให้ระบบจริง (real plant)  $P(s)$  และระบบที่ระบุ (nominal plant)  $P_0(s)$  มี coprime factorization เป็น

$$\text{Nominal plant} \quad P_0 = N_0 D_0^{-1} = \tilde{D}_0^{-1} \tilde{N}_0 \quad (3.1)$$

$$\text{Real plant} \quad P = N_p D_p^{-1} = \tilde{D}_p^{-1} \tilde{N}_p \quad (3.2)$$

โดยที่  $N_0, D_0, \tilde{N}_0, \tilde{D}_0, N_p, D_p, \tilde{N}_p, \tilde{D}_p, X_0, Y_0, \tilde{X}_0, \tilde{Y}_0 \in RH_\infty^1$  มีค่าตามความสัมพันธ์ของ Bezout identity ดังนี้

$$\tilde{N}_0 \tilde{X}_0 + \tilde{D}_0 \tilde{Y}_0 = I \quad \text{และ} \quad X_0 N_0 + Y_0 D_0 = I \quad (3.3)$$



รูปที่ 3.2 แผนภาพแสดงคุณสมบัติด้านเสถียรภาพของระบบควบคุม

เราจะพิจารณาระบบตามสมมุติฐานที่แสดงไว้ในรูปที่ 3.2 ดังต่อไปนี้คือ

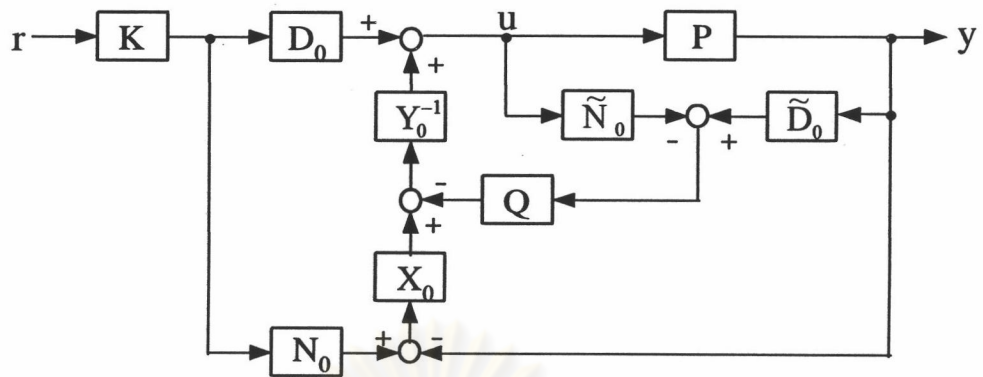
สมมุติฐานที่ 1 ระบบวงรอบปิดในรูปที่ 3.1 มีคุณสมบัติเสถียรภาพภายใน (internal stability) ระหว่าง  $P_0(s)$  และ  $C(s)$  โดย  $C_1(s)$  และ  $C_2(s)$  จะมีคุณสมบัติสอดคล้องตามความสัมพันธ์ดังนี้คือ (S. Hara and T. Sugie, 1988)

$$C_1 = (D_0 + C_2 N_0) K, \quad K \in RH_\infty \quad (3.4)$$

$$\text{และ} \quad C_2 = (Y_0 - Q \tilde{N}_0)^{-1} (X_0 + Q \tilde{D}_0), \quad Q \in RH_\infty \quad (3.5)$$

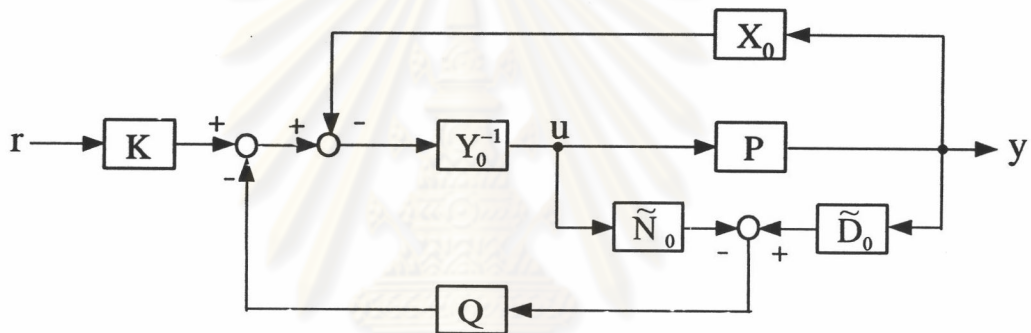
จากสมการที่ (3.4) และ (3.5) เราสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมได้ใหม่ดังรูปที่ 3.3 (K. Matsumoto, T. Suzuki, S. Sangwongwanich and S. Okuma, 1993)

<sup>1</sup> เซตของ proper stable rational function



รูปที่ 3.3 โครงสร้างภายในของตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2 แบบที่ 2

และเราสามารถขยับบล็อกไดอะแกรมให้ปราศจากความซ้ำซ้อนได้ใหม่ดังรูปที่ 3.4



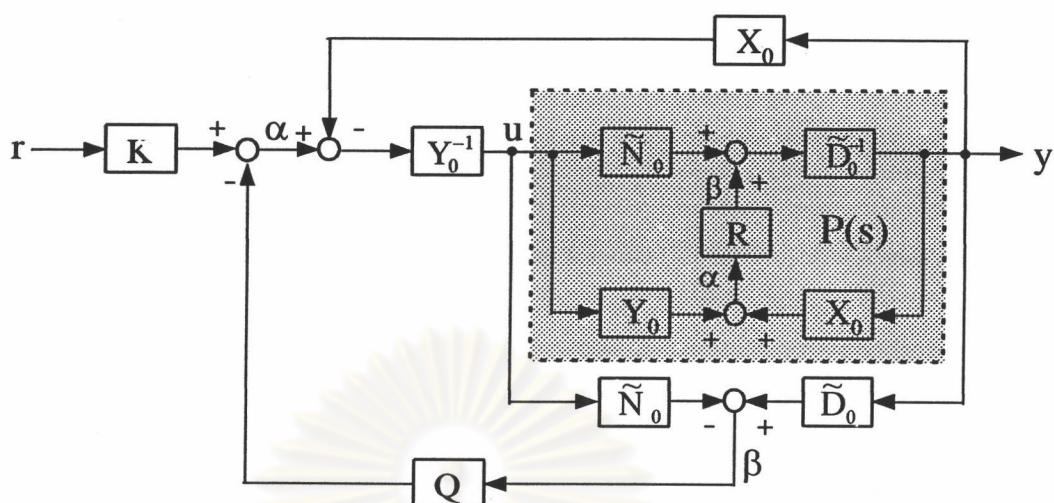
รูปที่ 3.4 โครงสร้างภายในของตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2 แบบที่ 3

**สมมุติฐานที่ 2** ระบบวงรอบปิดที่ประกอบด้วย  $P(s)$  และ  $C_0(s)$  มีเสถียรภาพภายใน โดยระบบจริง  $P(s)$  จะมีคุณสมบัติสัมพันธ์กับ  $C_0(s)$  ตาม duality ของ Youla's Parametrization ดังแสดงในสมการที่ (3.6)

$$\text{Real plant} \quad P(s) = (\tilde{D}_0 - RX_0)^{-1}(\tilde{N}_0 + RY_0) \quad , R \in RH_\infty \quad (3.6)$$

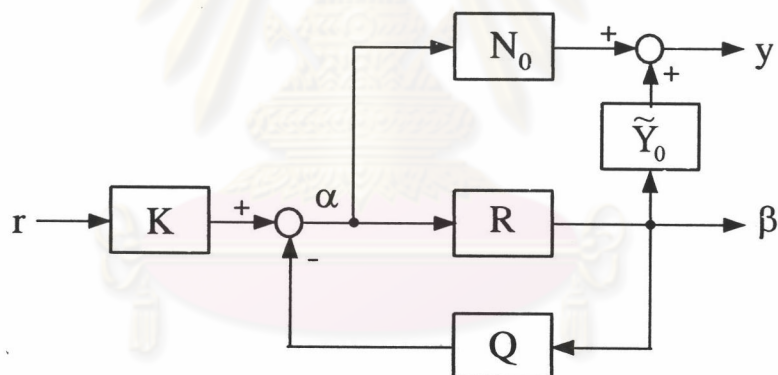
$$\text{และ} \quad C_0 = \tilde{X}_0 \tilde{Y}_0^{-1} = Y_0^{-1} X_0 \quad (3.7)$$

สมการที่ (3.6) แสดงให้เห็นว่าถ้าเราทราบค่าพารามิเตอร์  $R(s)$  และตัวควบคุม  $C_0(s)$  แล้ว เราสามารถคำนวณหาระบบจริง  $P(s)$  ได้ กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือระบบจริง  $P(s)$  สามารถแสดงแทนได้ด้วย  $R(s)$  ซึ่งเป็นคุณสมบัติสำคัญที่เราจะนำไปใช้ในการหาลักษณะสมบัติของระบบในวงรอบปิดดังที่จะกล่าวในบทที่ 4 ต่อไป จากรูปที่ 3.4 และสมการที่ (3.6) เราสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมได้ใหม่ดังรูปที่ 3.5



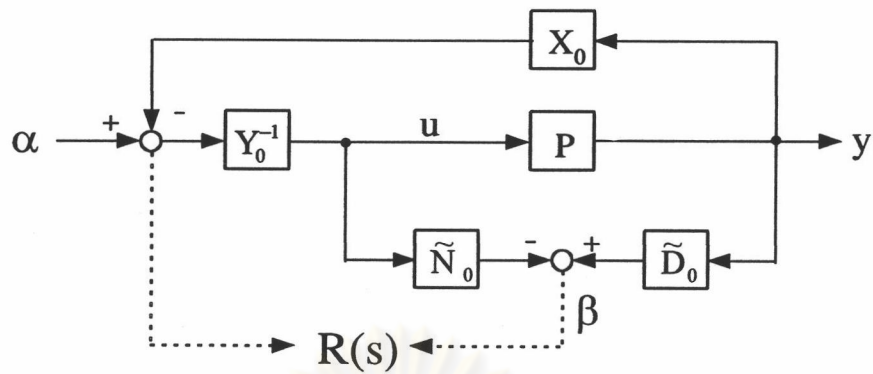
รูปที่ 3.5 โครงสร้างภายในของตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2 แบบที่ 4

และเราสามารถขุดบล็อกไดอะแกรมให้ปราศจากความซับซ้อนได้ใหม่ดังรูปที่ 3.6 เพื่อให้เห็นถึงความสัมพันธ์ใน  $R(s)$  อย่างชัดเจน

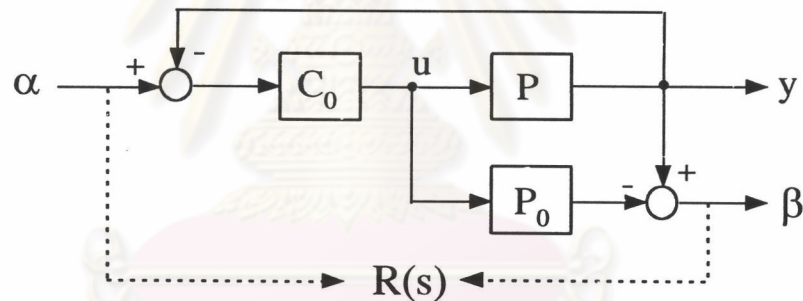


รูปที่ 3.6 บล็อกไดอะแกรมรวมของระบบกับตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2

จากบล็อกไดอะแกรมรูปที่ 3.6 จะพบว่าฟังก์ชันโอนย้ายจากสัญญาณ  $\alpha$  ไปยัง  $\beta$  คือ  $R(s)$  นั่นเอง นอกจากนั้นสัญญาณ  $\alpha$  และ  $\beta$  ต่างก็เป็นสัญญาณที่ปรากฏอยู่ในตัวควบคุมแบบมีความอิสระอันดับ 2 ในกรณีที่เราให้  $K=I$  และ  $Q=0$  เราสามารถจัดรูปเขียนบล็อกไดอะแกรมของ  $R(s)$  ได้ใหม่ ดังแสดงได้ในรูปที่ 3.7

รูปที่ 3.7 บล็อกไดอะแกรมแสดงค่า  $R(s)$ 

ยิ่งไปกว่านั้นในกรณีที่  $P_0(s)$  เป็นระบบที่เสถียร และตัวควบคุม  $C_0(s)$  ซึ่งมีค่า  $C_0^{-1}(s)$  เสถียรด้วย (เช่น ตัวควบคุมแบบ PI) เราสามารถกำหนดให้  $\tilde{N}_0 = P_0$ ,  $\tilde{D}_0 = I$ ,  $X_0 = I$  และ  $Y_0 = C_0^{-1}$  และสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมรูปที่ 3.7 ได้ใหม่ ดังแสดงในรูปที่ 3.8

รูปที่ 3.8 บล็อกไดอะแกรมแสดงค่า  $R(s)$  ในกรณีที่ตัวควบคุมแบบ PI

เมื่อพิจารณาจากบล็อกไดอะแกรมรูปที่ 3.8 จะได้ว่าค่าพารามิเตอร์  $R(s)$  มีความสัมพันธ์กับระบบจริง  $P(s)$  ดังนี้คือ

$$R(s) = \frac{\beta(s)}{\alpha(s)} = \frac{C_0(P - P_0)}{(1 + C_0P)} \quad (3.8)$$

ดังนั้นเราจะเห็นได้ว่าถึงแม้ระบบจะมีโครงสร้างแบบวงรอบปิด เราก็สามารถมองระบบเป็นเหมือนโครงสร้างแบบวงรอบเปิดได้เป็นค่า  $R(s)$  ซึ่งมีสัญญาณด้านเข้าและสัญญาณด้านออกเป็นสัญญาณ  $\alpha$  และ  $\beta$  ตามลำดับ และจากบล็อกไดอะแกรมรูปที่ 3.6 เราจะเห็นได้ว่าปัญหาในการออกแบบตัวควบคุม  $C_1(s)$  และ  $C_2(s)$  ให้ระบบมีเสถียรภาพ จะเป็นเพียงปัญหาการออกแบบ  $Q(s)$  ให้เหมาะสมและสามารถควบคุมวงรอบปิดระหว่าง  $R(s)$  และ  $Q(s)$  ให้เสถียรดัง

แสดงในแผนภาพเสถียรภาพของระบบควบคุมในรูปที่ 3.2 ดังนั้นถ้าเพียงแต่เราทราบค่าของ  $R(s)$  เราก็สามารถที่จะออกแบบตัวควบคุมได้โดยไม่ต้องทราบค่า  $P(s)$  ทำให้เราสามารถออกแบบการควบคุมของระบบได้สะดวกและง่ายขึ้น แต่อย่างไรก็ดีเรายังพบว่าข้อเสียของ  $R(s)$  คือระบบจะมีความซับซ้อนมากขึ้น ดังจะเห็นได้จากสมการ (3.11) ว่าอันดับของฟังก์ชันโอนย้าย  $R(s)$  จะสูงกว่าของ  $P(s)$

เมื่อเรากำหนดให้ระบบจริง  $P(s)$  คือระบบ 2 มวล,  $C_0(s)$  คือตัวควบคุมแบบ PI และ  $P_0(s)$  คือระบบอย่างคร่าวๆของระบบจริง โดยจะพิจารณาให้เพลาของระบบ 2 มวลมีคุณสมบัติที่ไม่ยืดหยุ่น ดังนั้นจะได้ว่า  $P_0(s)$  คือระบบ 1 มวลนั่นเอง ซึ่งมีค่าดังนี้คือ

$$P_0(s) = \frac{1}{(J_m + J_L)s + (D_m + D_L)} \quad (3.9)$$

$$C_0(s) = \frac{K_P(T_I s + 1)}{T_I s} \quad (3.10)$$

โดยที่  $K_P$  คือ อัตราขยายสัดส่วน และ  $T_I$  คือ ช่วงเวลาอินทิกรัลของตัวควบคุมแบบ PI ดังนั้นจากสมการที่ (2.3) และ (3.8) - (3.10) เราจะสามารถหาค่าพารามิเตอร์  $R(s)$  ได้ดังนี้คือ

$$R(s) = \frac{K_P [J_L^2 T_I s^4 + (2J_L D_L T_I + J_L^2) s^3 + (D_L^2 T_I + 2J_L D_L) s^2 + D_L^2 s]}{r_5 s^5 + r_4 s^4 + r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0} \quad (3.11)$$

โดยที่  $r_0 = K_{sh} K_P (D_m + D_L)$ ,

$$r_1 = K_{sh} K_P (J_m + J_L) + [(D_m + D_L + K_P) K_{sh} T_I + D_L K_P] (D_m + D_L) ,$$

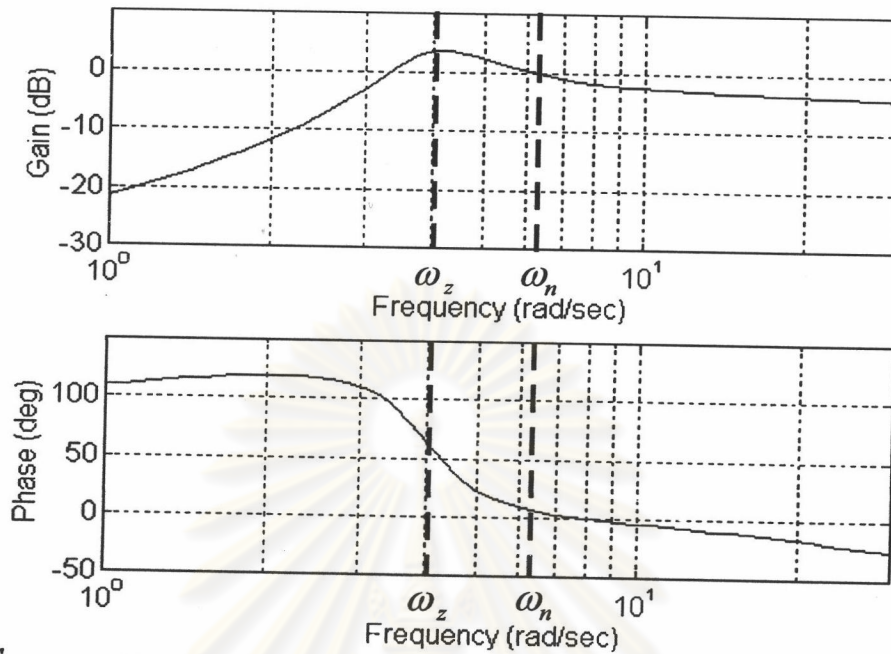
$$r_2 = 2(J_m + J_L)(D_m + D_L) K_{sh} + (K_{sh} T_I + D_L)(J_m + J_L) K_P \\ + [(D_m + K_P) D_L T_I + J_L K_P] (D_m + D_L) ,$$

$$r_3 = [((J_m + J_L) K_{sh} + (D_m + K_P) D_L) T_I + J_L K_P] (J_m + J_L) \\ + (J_m D_L + J_L D_m + J_L K_P) (D_m + D_L) T_I ,$$

$$r_4 = (J_m D_L + J_L D_m + J_L K_P) (J_m + J_L) T_I + J_m J_L T_I (D_m + D_L)$$

และ  $r_5 = J_m J_L T_I (J_m + J_L)$

โดยตัวอย่างของกราฟอัตราขยายและมุมเฟสของค่าพารามิเตอร์  $R(s)$  สำหรับระบบจริง  $P(s)$  (รูปที่ 2.3) แสดงดังในรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 กราฟอัตราขยายและมุมเฟสของค่าพารามิเตอร์  $R(s)$  เมื่อ  $J_m = 8 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$ ,  
 $D_m = 8 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2/\text{s}$ ,  $J_L = 1.2 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ ,  $D_L = 2 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2/\text{s}$   
 $K_{sh} = 0.02 \text{ Nm/rad}$ ,  $K_p = 0.05$  และ  $T_I = 1/8$

เราจะเห็นได้ว่าแถบความถี่สำคัญที่แสดงคุณสมบัติของระบบ เมื่อมองจากค่าพารามิเตอร์  $R(s)$  ยังคงอยู่ในช่วงความถี่เรโซแนนซ์ธรรมชาติเช่นเดียวกับรูปที่ 2.3

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย