ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2553
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CONCEPT DEVELOPMENT MODEL AND CONCEPT WORKSHEETS ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND INDUCTIVE REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS

Miss Unchaleerat Rawdleard

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum, Instruction and Educational Technology
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2010

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดย	นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ: ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CONCEPT DEVELOPMENT MODEL AND CONCEPT WORKSHEETS ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND INDUCTIVE REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง, 165 หน้า.

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ จังหวัดร้อยเอ็ด ปีการศึกษา 2553 จำนวน 2 กลุ่ม เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 32 คน และกลุ่มควบคุม 30 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบวัดมโนทัศน์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบค่าที (t – test) และวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance)

สรุปผลการวิจัย

1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2553 .....

5283473427 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS : CONCEPT DEVELOPMENT MODEL/CONCEPT WORKSHEETS/MATHEMATICAL INDUCTIVE REASONING ABILITY

UNCHALEERAT RAWDLEARD: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CONCEPT DEVELOPMENT MODEL AND CONCEPT WORKSHEETS ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND INDUCTIVE REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 165 pp.

The purposes of this research were

1) to compare mathematical concepts of ninth grade students between groups being taught by organizing mathematics learning activities using the concept development model and concept worksheets and being taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach, 2) to compare mathematical inductive reasoning abilities of ninth grade students before and after learning by using the concept development model and concept worksheets, 3) to compare mathematical inductive reasoning abilities of ninth grade students between groups being taught by organizing mathematics learning activities using the concept development model and concept worksheets and being taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach.

The subjects were ninth grade students in academic year 2010 of Phokeawprachasan School, Roi – ed Province. They were divided into two groups, one experimental group with 32 students and the other controlled group with 30 students. Students in experimental group were taught by organizing mathematics learning activities using the concept development model and concept worksheets and those in control group were taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach. The research instruments were the mathematical concepts and inductive reasoning ability tests. The data were analyzed by means of arithmetic mean, standard deviation, t – test and analysis of covariance.

The research results were revealed that:

1) Mathematical concepts of ninth grade students being taught by organizing mathematics learning activities using the concept development model and concept worksheets were higher than those of students being taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach at .05 level of significance.

2) Mathematical inductive reasoning abilities of ninth grade students after learning by using the concept development model and concept worksheets were higher than those before using the concept development model and concept worksheets at .05 level of significance.

3) Mathematical inductive reasoning abilities of ninth grade students being taught by organizing mathematics learning activities using the concept development model and concept worksheets were higher than those of students being taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach at .05 level of significance.

Department : Curriculum, Instruction and Educational Technology Student's Signature Unchaleerat Rawdlea

Field of Study : Mathematics Education Advisor's Signature Aumporn Makanong

Academic Year : 2010

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความเมตตาและกรุณาจากการดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่เสียสละเวลา ให้แนวคิดในการทำงาน การเป็นนักวิจัยที่ดี และให้คำปรึกษาในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สมยศ ชิดมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย เพื่อแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิที่ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยอย่างดียิ่ง ขอขอบคุณผู้บริหาร ครู และนักเรียนโรงเรียนจตุรพักตรพิมานรัชดาภิเษก โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ ที่ให้ความร่วมมือ และอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย การดำเนินการทดลอง และการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างดียิ่ง

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ พ่อชาญณรงค์ รอดเลิศ แม่สุเบญจมาศ วรนิตย์ และขอบคุณทุกท่านที่ให้การสนับสนุนและมีส่วนช่วยให้การทำวิทยานิพนธ์สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง..... ญ

สารบัญภาพ..... ฏ

บทที่

1 บทนำ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 6

สมมติฐานของการวิจัย..... 6

ขอบเขตของการวิจัย..... 9

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 9

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 13

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 14

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 14

ความสำคัญของมโนทัศน์..... 16

ประเภทของมโนทัศน์..... 18

แนวทางการพัฒนามโนทัศน์..... 20

การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 24

โมเดลการพัฒนามโนทัศน์..... 26

ความเป็นมาของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์..... 26

ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และขั้นตอนของ

โมเดลการพัฒนามโนทัศน์..... 28

ประโยชน์ของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์..... 29

บทที่		หน้า
	เอกสารสรุปมโนทัศน์	30
	แนวคิดในการจัดทำเอกสารสรุปมโนทัศน์	30
	องค์ประกอบของเอกสารสรุปมโนทัศน์	30
	ประโยชน์ของการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์	31
	ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์	32
	ความเป็นมาของการให้เหตุผล	32
	ความหมายของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์	33
	ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงอุปนัย	34
	แนวทางการวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์	34
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	35
	งานวิจัยในต่างประเทศ	35
	งานวิจัยในประเทศ	37
3	วิธีดำเนินการวิจัย	39
	การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	39
	การออกแบบการวิจัย	40
	การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	41
	การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	43
	การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	50
	การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล	63
	การวิเคราะห์ข้อมูล	64
	สถิติที่ใช้ในการวิจัย	64
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	66
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ	67
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ	70
5	สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	78
	สรุปผลการวิจัย	81
	อภิปรายผล	81
	ข้อเสนอแนะ	86

หน้า

รายการอ้างอิง..... 87
ภาคผนวก..... 93
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ..... 94
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย..... 96
ภาคผนวก ค ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน..... 105
ภาคผนวก ง ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง..... 108
ภาคผนวก จ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล..... 129
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 165

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แบบแผนการทดลอง.....	40
2	กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม....	46
3	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์.....	57
4	ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA).....	67
5	ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ และค่าที (t – test dependent).....	68
6	ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA).....	69
7	ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทดสอบความแปรปรวนและวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One – way ANOVA).....	106
8	ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่ของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	106

ตารางที่		หน้า
9	ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ของนักเรียน ห้องม.3/1 และห้อง ม.3/2 ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test).....	107
10	ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ของนักเรียนห้อง ม.3/1 และห้อง ม.3/2 ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test).....	107
11	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จำแนกตามเนื้อหา มโนทัศน์และจำนวนชั่วโมงสอน เรื่องวงกลม.....	109
12	การกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.....	130
13	การกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2.....	134
14	การกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.....	145
15	การกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2.....	149
16	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.....	161
17	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2.....	162
18	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.....	163
19	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2.....	164

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	นักเรียนกลุ่มทดลองสร้างกลุ่มตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์.....	71
2	นักเรียนกลุ่มทดลองจัดกลุ่มของข้อมูลที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์.....	71
3	นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนสัญลักษณ์หรือระบุองค์ประกอบของข้อมูลในเอกสารสรุปมโนทัศน์ไม่ครบถ้วนและการเขียนแสดงการให้เหตุผลประกอบการจัดกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ในเอกสารสรุปมโนทัศน์.....	72
4	นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนสัญลักษณ์หรือระบุองค์ประกอบของข้อมูลในเอกสารสรุปมโนทัศน์ได้ครบถ้วนและการเขียนแสดงการให้เหตุผลประกอบการจัดกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ในเอกสารสรุปมโนทัศน์.....	73
5	นักเรียนกลุ่มทดลองระบุรายละเอียดในเอกสารสรุปมโนทัศน์ในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไม่ครบถ้วนและไม่มีการเชื่อมโยงระหว่างรายละเอียดย่อย.....	74
6	นักเรียนกลุ่มทดลองระบุรายละเอียดในเอกสารสรุปมโนทัศน์ในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ได้ครบถ้วนและมีการเชื่อมโยงระหว่างรายละเอียดย่อย.....	74
7	นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนสรุปมโนทัศน์ในเอกสารสรุปมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองแต่มีลักษณะของมโนทัศน์ไม่ครบถ้วน.....	75
8	นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนสรุปมโนทัศน์ในเอกสารสรุปมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองและมีลักษณะของมโนทัศน์ครบถ้วน.....	75
9	การเขียนอธิบายเหตุผลในการแสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	76
10	การเขียนอธิบายเหตุผลในการแสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	77

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ประเทศไทยในปัจจุบันได้มีการพัฒนาทางด้านการศึกษาอย่างมาก เนื่องจากระดับการศึกษาและคุณภาพของการศึกษาของพลเมืองในประเทศถือเป็นสิ่งสำคัญที่จะนำไปสู่การพัฒนาทางด้านเศรษฐกิจ สังคม การเมืองและการปกครอง ซึ่งในกระบวนการทางการศึกษาเน้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตลอดชีวิต และใช้ชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข ดังจะเห็นได้จากการกำหนดจุดประสงค์หลักของแผนการศึกษาแห่งชาติ (พ.ศ.2545 – 2559) ที่มุ่งเน้นพัฒนาคนให้คนเป็นคนดี คนเก่ง และมีความสุขทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ คุณธรรม จริยธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 6) นั่นคือ การพัฒนาคนให้เป็นคนที่มีคุณภาพ มีความรู้ ทักษะ ความสามารถด้านต่าง ๆ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการดำรงชีวิตและการพัฒนาการคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545: 1) ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่ได้มุ่งเน้นการพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถในการคิด คือ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 4) นั่นคือคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญในการช่วยพัฒนาการคิดและการคิดเป็นสิ่งสำคัญในการสร้างองค์ความรู้ เพื่อการวางแผน การตัดสินใจ การสื่อสาร และการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ดังนั้นการศึกษาควรเน้นความสำคัญของพื้นฐานการคิด และจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนคิดเป็นขั้นตอน คิดเป็นระบบ

สามารถขยายความคิดและต่อยอดทางความคิดได้ (พิสิฐ ลี้อาธรรม, 2553: ออนไลน์) ซึ่งการคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การตัดสินใจ การแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ต้องผ่านการกลั่นกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อน (Ausuble, 1968: 505) หรืออาจกล่าวได้ว่ามโนทัศน์มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานของการคิด (สุรางค์ โค้วตระกูล, 2533: 206, Toumasis, 1995: 98) นั่นคือนักเรียนที่มีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดี มีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ได้มากมาย สอดคล้องกับนวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 57) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การที่นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นได้ถึงระดับสูงสุด นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะมีการจัดระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็จะสามารถจำแนก จัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์เดิม และมีการขยายความรู้เพื่อนำไปสู่การค้นพบความรู้ใหม่ ๆ ได้ (Cooney, Davis and Henderson, 1975: 89 – 90)

เนื่องจากมโนทัศน์เป็นพื้นฐานของการคิดและการคิดมีความสำคัญต่อการสร้างองค์ความรู้ มโนทัศน์จึงเป็นสิ่งจำเป็นต่อการเรียนของนักเรียนโดยเฉพาะในรายวิชาคณิตศาสตร์ แต่จากรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐานของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติพบว่า การทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) มัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2553 มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 24.18 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ 2553: ออนไลน์) ซึ่งอยู่ในระดับต่ำกว่าร้อยละ 50 จากการที่คะแนนผลการทดสอบของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำ อาจเนื่องมาจากธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรม มีโครงสร้างที่ประกอบด้วย อนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ต่าง ๆ ยากแก่การทำความเข้าใจ นักเรียนจึงเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก (สมจิต ชิวปรีชา, 2528: 11 – 12) และเนื้อหาคณิตศาสตร์ยังมีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง ถ้านักเรียนไม่ตั้งใจเรียนตั้งแต่เริ่มต้นจะส่งผลให้ไม่อยากเรียน ทำให้ขาดความรู้ในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ รวมถึงขาดทักษะด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และไม่สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ สาเหตุอีกประการหนึ่งที่อาจเป็นไปได้ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูไม่ได้เน้นให้นักเรียนเป็นศูนย์กลาง หรือไม่ได้ยึดหลักที่ว่านักเรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ยังใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบบอกความรู้ ซึ่งถ้าจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนจะสามารถพัฒนาด้านการคิดวิเคราะห์และการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริง นักเรียนจะสามารถสร้างและสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตัวเอง ซึ่งสอดคล้องกับเฮอร์เบิร์ตและวีม (Herbert and Weame อ้างถึงใน Campbell, 1997: 106) ที่ทำการศึกษาและพบว่ากระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ที่สนับสนุนและเสริมสร้างการคิดให้กับนักเรียนจะช่วยให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้เกิดการพัฒนามโนทัศน์ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ (Concept Development Model) ตามแนวคิดของกันท์เตอร์ อีสท์และชวาฟบ์ (Gunter, Estes and Schwab, 1990: 103 – 119) เป็นรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียน ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ ซึ่งเป็นขั้นการยกตัวอย่างรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง โดยรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องที่ระบุอาจได้มาจากความรู้เดิม ประสบการณ์เดิมหรือจากเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน ซึ่งเป็นขั้นการพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุว่ามีลักษณะสำคัญอย่างไร โดยใช้เหตุผลอธิบายว่าเหตุใดรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุเหล่านี้จึงอยู่กลุ่มเดียวกัน

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้ ซึ่งเป็นการกำหนดชื่อให้กับกลุ่มมโนทัศน์ที่จัดขึ้น

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการใช้คำถามนำเพื่อยืนยันรายการหรือสิ่งที่ระบุในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์เดิมนั้นหรือพิจารณาเพื่อจัดเรียงเป็นกลุ่มมโนทัศน์ใหม่ได้

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป ซึ่งเป็นการพิจารณากลุ่มมโนทัศน์ทั้งหมดและสรุปให้อยู่ในรูปทั่วไปโดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล

จะเห็นได้ว่าโมเดลการพัฒนามโนทัศน์เป็นโมเดลที่ส่งเสริมให้นักเรียนทำการจัดรูปแบบของข้อมูล ขยายความรู้และทำความเข้าใจ โดยใช้การสังเกต การเปรียบเทียบความแตกต่างของข้อมูล การจัดหมวดหมู่ การจัดลำดับความสำคัญของข้อมูล และขยายสู่การสรุปภาพรวมของข้อมูลหรือการทำให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ ทำให้นักเรียนสามารถแยกแยะแนวคิดต่าง ๆ และขยายจากตัวอย่างเฉพาะไปสู่มโนทัศน์ที่กว้างขึ้น (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 14) ซึ่งลักษณะดังกล่าวเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ที่สามารถสร้างและสรุปได้นั้น เป็นความเข้าใจของนักเรียนอันเป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้ที่สามารถสรุปมาเป็นหลักการ กฎ นิยามทางคณิตศาสตร์ (Schwarz and Hershkowitz, 1999: 363) นอกจากนี้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ยังช่วยพัฒนาการคิดระดับสูงของนักเรียน (Gunter, Estes and Mintz, 2007: 106) เนื่องจากทุกขั้นของโมเดลนักเรียนต้องสามารถอธิบายเหตุผลสนับสนุน

การสังเกต การเปรียบเทียบ การจัดหมวดหมู่ และการจัดให้อยู่ในรูปทั่วไป ซึ่งเป็นการให้เหตุผลโดยคิดจากข้อเท็จจริงย่อย สังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป เป็นวิธีการให้เหตุผลเชิงอุปนัย (อัมพร ม้าคนอง, 2553: 50) และสอดคล้องกับการคิดเชิงอุปนัยของทาบา (Joyce and Weil, 1972: 123 – 136) ที่เน้นให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความแตกต่าง จัดหมวดหมู่ และขยายสู่การจัดให้อยู่ในรูปทั่วไป และความสัมพันธ์ของการสร้างมโนทัศน์กับการให้เหตุผลสอดคล้องกับสมเจตน์ ไวยาการณ์ (2530 อ้างถึงใน กิตติศักดิ์ แก้งทอง, 2547: 3 – 4) ที่ได้ศึกษารูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการให้เหตุผลของนักเรียนด้วยกระบวนการสอน 4 ขั้นตอน คือ การวางแผน การสร้างแนวคิดรวบยอด การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้และการประเมินผล พบว่า รูปแบบการสอนดังกล่าวช่วยให้นักเรียนทุกระดับการเรียนมีความสามารถด้านการให้เหตุผลทุก ๆ ด้านสูงขึ้น เห็นได้ว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง จะทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลสูงขึ้นด้วย นอกจากนี้ นิตยา ธรรมมิกะกุล (2550) ได้ศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 และเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนระดับชั้นที่สูงกว่ามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนระดับชั้นที่ต่ำกว่า และพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มขึ้นจากระดับชั้นต่ำกว่าไปสู่ระดับสูงกว่าตามลำดับ นั่นคือ นักเรียนที่มีมโนทัศน์หรือเข้าใจมโนทัศน์มากกว่าจะมีความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่านักเรียนที่มีมโนทัศน์น้อยกว่า ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูควรให้นักเรียนอธิบายหรือชี้แจงเหตุผลเพื่อให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดของตนเอง จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล นอกจากนี้กระบวนการเขียนเป็นอีกวิธีหนึ่งที่สามารถทำให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดของตนเองออกมา และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมกระบวนการเขียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ช่วยเพิ่มความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณและจัดระบบการคิดของนักเรียนได้ (Toumasis, 1995: 100) ซึ่งการเขียนสรุปมโนทัศน์สามารถทำให้ครูประเมินได้ว่านักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์ที่สอนไปมากน้อยเพียงใด (Reilly, 2007: 6)

เอกสารสรุปมโนทัศน์ (Concept Worksheet) ตามแนวคิดของ โทมาซิส (Toumasis, 1995: 98 – 100) มีองค์ประกอบดังนี้คือ 1) นิยาม (Definition) 2) ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (Web of attributes) 3) ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (Examples) และ 4) ตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (Nonexamples) แต่มีความใกล้เคียงที่จะเป็นมโนทัศน์

ซึ่งโทมาซิสได้กล่าวถึงแนวคิดในการสร้างเอกสารสรุปโนทัศน์ไว้โดยสรุปได้ว่า การเรียนรู้นิยามของมโนทัศน์ถือว่าเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ การเขียนโครงข่ายที่เป็นลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากสิ่งที่เป็นนามธรรม รวมถึงการให้ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุนจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จากแนวคิดในการสร้างเอกสารสรุปมโนทัศน์เห็นได้ว่าเอกสารสรุปมโนทัศน์ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์อย่างถูกต้องและครบถ้วน เพราะการที่นักเรียนให้นิยามของมโนทัศน์ได้ถูกต้อง แสดงว่านักเรียนเข้าใจในองค์ประกอบอื่น ๆ ของมโนทัศน์ และนักเรียนที่มีมโนทัศน์แล้วจะสามารถระบุองค์ประกอบทั้งหมดของมโนทัศน์ได้ รวมถึงการที่นักเรียนสามารถเขียนเอกสารสรุปมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ แสดงว่า นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์นั้นอย่างแท้จริง (พัชรินทร์ เภาตะคุ, 2546: 4) นอกจากนี้การใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ยังส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนเพราะนักเรียนได้ใช้ความคิดในการแยกแยะและวิเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียน แล้วนำมาสรุปและอธิบายความรู้ด้วยหลักการและเหตุผล (พัชรี วรจรัสรังสี, 2553: 5) นอกจากนี้ปูกาลี (Pugalee, 2005 อ้างถึงใน Urquhart, 2009: 4) ได้กล่าวถึงกิจกรรมการเขียนของนักเรียนไว้ว่าเป็นการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาขั้นตอนของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ และองค์ประกอบของเอกสารสรุปมโนทัศน์ สามารถนำแต่ละองค์ประกอบของเอกสารสรุปมโนทัศน์เข้าไปมีส่วนร่วมในขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ได้ เนื่องจากมีวัตถุประสงค์หลักที่เหมือนกัน คือต้องการให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองและจากที่เอกสารสรุปมโนทัศน์มีการเขียนตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์นั้นเป็นการเอื้อต่อการจัดหมวดหมู่ตามโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ รวมถึงการเขียนลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ในเอกสารสรุปมโนทัศน์ จะทำให้นักเรียนสามารถสังเคราะห์หรือจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปทั่วไปตามโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ได้ถูกต้องและได้ข้อมูลที่ครบถ้วน นั่นคือการดำเนินการจัดกิจกรรมตามโมเดลการพัฒนามโนทัศน์มีการจดบันทึกที่เป็นระบบชัดเจนมากยิ่งขึ้น และจากที่กล่าวมาข้างต้น ทั้งโมเดลการพัฒนามโนทัศน์และการสอนโดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์นั้น ส่งเสริมการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลกับนักเรียน ซึ่งโมเดลการพัฒนามโนทัศน์เน้นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัย ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำโมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มาจัดกิจกรรมการเรียนการรู้เพื่อช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงเป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

สมมติฐานการวิจัย

การศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้พบงานวิจัยของมาคเคิล และไทแมน (Makle and Tieman, 1968: 450) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้มโนทัศน์ด้วยวิธีต่าง ๆ จำนวน 4 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 เรียนจากนิยามของมโนทัศน์เพียงอย่างเดียว กลุ่มที่ 2 เรียนจากนิยามพร้อมตัวอย่างทางบวกทั้งหมด กลุ่มที่ 3 เรียนจากนิยามพร้อมตัวอย่างทางลบ กลุ่มที่ 4 เรียนจากนิยามพร้อมตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ พบว่า กลุ่มที่ 4 ที่เรียนจากนิยามพร้อมตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ สามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้ถูกต้องและครบถ้วนมากที่สุด ซึ่งการนำเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบแล้วสรุปมโนทัศน์คล้ายกับบางขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ จึงมีแนวโน้มที่เป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์จะส่งผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นและยลนภา พลชัย (2548) รวมถึงปราณี พรภวิษย์กุล (2549) ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และโมเดลการสร้างมโนทัศน์ตามลำดับ กับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และโมเดลการสร้างมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เห็นได้ว่า ทั้งโมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และโมเดลการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งเป็นโมเดลสำหรับพัฒนามโนทัศน์นั้นส่งผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น จึงมีแนวโน้มที่เป็นไปได้ว่าการใช้โมเดลการพัฒนา

มโนทัศน์ซึ่งเป็นโมเดลที่เน้นให้นักเรียนพัฒนามโนทัศน์ จะส่งผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นเช่นเดียวกัน และจากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้พบงานวิจัยของเจอร์ด๊าคและซีน (Jurdak and Zein, 1998) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประกอบด้วย ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ความรู้ด้านทักษะกระบวนการ ความสามารถในการแก้ปัญหา และคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียน และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มทดลองให้มีการเขียนบันทึกสรุป ซึ่งทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนแบบปกติ พบว่า กลุ่มที่มีการเขียนบันทึกสรุปมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม ยกเว้นความสามารถในการแก้ปัญหา รวมไปถึงมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และพัชรินทร์ เภาตะคุ (2546) รวมถึง พัชรี วรจรัสรังสี (2553) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์กับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ จากการศึกษางานวิจัยข้างต้น การเขียนสรุปมโนทัศน์และการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และจากงานวิจัยของเลมค์และคณะ (Lemke and other, 1969: 121 – 226 อ้างถึงในสมร ยาสาร, 2537: 32) ได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการเรียนมโนทัศน์ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมีความสัมพันธ์กับการเรียนมโนทัศน์ในทางบวกสูง และจากการศึกษาของเสาวรัตน์ รามแก้ว (2552: ออนไลน์) เกี่ยวกับการแก้ปัญหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ที่อยู่ในระดับต่ำของนักเรียน ได้กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ต้องพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับพร้อมพรรณ อุดมสิน (2544: 62) ที่กล่าวถึงความรู้ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะส่งผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

จากงานวิจัยดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ได้พบงานวิจัยของวิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ที่พัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซ ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน 2) ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม 3) ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล 4) ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ 5) ขั้นสรุป และ 6) ขั้นนำความรู้ไปใช้ นำไปทดลองใช้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดเชิงอุปนัยหลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนเรียนและความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดเชิงอุปนัยหลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม ซึ่งจากการศึกษากระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 6 ขั้นตอนข้างต้นมีลักษณะคล้ายกับขั้นตอนการสอนของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ และผลจากการสอนทำให้ความสามารถทางการคิดเชิงอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มควบคุม ดังนั้นจึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าขั้นตอนการสอนของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ จะส่งผลทำให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ นอกจากนี้ ได้มีนักวิจัยหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการเขียนและการใช้สื่อการเรียนรู้ที่เป็นเอกสารสำหรับการเขียนสรุปมโนทัศน์กับการให้เหตุผลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไว้ เช่น พัชรี วรจรัสรังสี (2553: 5) กล่าวถึงเอกสารสรุปมโนทัศน์ไว้โดยสรุปได้ว่า เอกสารสรุปมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนใช้ความคิดในการแยกแยะและวิเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนนำมาสรุปและอธิบายความรู้อย่างถูกต้องด้วยหลักการและเหตุผล รวมถึงปูกาลี (Pugalee, 2005 อ้างถึงใน Urquhart, 2009: 4) กล่าวถึงกิจกรรมการเขียนไว้โดยสรุปได้ว่า กิจกรรมการเขียนส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล คือการให้เหตุผลจากสิ่งย่อย ๆ และสรุปเป็นหลักการทั่วไป ซึ่งเป็นการให้เหตุผลเชิงอุปนัย จึงมีแนวโน้มที่เป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์จะส่งผลทำให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากงานวิจัยดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 สำนักงานคณะกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 เรื่องวงกลม

3. ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรต้น ได้แก่

- การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตัวแปรตาม ได้แก่

- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **โมเดลการพัฒนามโนทัศน์** (Concept Development Model) หมายถึง รูปแบบการสอนตามแนวคิดของกันท์เตอร์ อีสท์และชวาฟบ์ (Gunter, Estes and Schwab,1990: 103 – 119) เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนามโนทัศน์ เนื่องจากเป็นการสอนที่เน้นให้นักเรียนทำการจัดรูปแบบของข้อมูล ขยายความรู้ และทำความเข้าใจ โดยใช้การสังเกต การเปรียบเทียบความแตกต่างของข้อมูล การจัดหมวดหมู่ การจัดลำดับความสำคัญของข้อมูล และขยายสู่การสรุปภาพรวมของข้อมูลหรือการทำให้อยู่ในรูปทั่วไป และสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งความรู้ความเข้าใจของนักเรียนโดยการใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์จะถูกสร้างขึ้นไม่ใช่การรับมา โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป

2. เอกสารสรุปมโนทัศน์ (Concept Worksheet) หมายถึง เอกสารที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามแนวคิดของโทมาซิส (Toumasis,1995: 98 – 100) ที่เน้นให้นักเรียนดำเนินการสรุปมโนทัศน์ด้วยความเข้าใจและด้วยภาษาของตนเอง และใช้การเขียนแผนภาพ การยกตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล เพื่อให้นักเรียนสามารถเข้าใจมโนทัศน์ที่เรียนได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ไม่ใช่เพียงการสรุปที่มีเฉพาะเนื้อหาที่เป็นนามธรรม ซึ่งเอกสารสรุปมโนทัศน์มีองค์ประกอบดังนี้ คือ

1. มโนทัศน์ (Concept) เป็นความคิดรวบยอด หรือสาระสำคัญที่ต้องการให้ผู้เรียนเรียน
2. นิยาม/อนิยาม/คำจำกัดความของมโนทัศน์ (Definition) เป็นการให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่ได้เรียน ซึ่งอาจปรากฏในแบบเรียน หนังสือประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อื่น ๆ หรือโดยใช้สำนวนภาษาของตนเอง
3. ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (Web of attributes) เป็นการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของลักษณะของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (Examples) เป็นตัวอย่างที่สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุน
5. ตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (Nonexamples) เป็นตัวอย่างของสิ่งที่คล้ายกับมโนทัศน์ แต่ขาดลักษณะที่สำคัญบางประการของมโนทัศน์ พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุน

3. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์** หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนามโนทัศน์ของนักเรียน ตามแนวคิดของกันท์เตอร์ อีสท์และชวาฟบ์ และใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ตามแนวคิดของโทมาซิส แทรกในบางขั้นตอนของการจัดกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนสามารถดำเนินการจัดกลุ่มของข้อมูลได้อย่างเป็นระบบ มองเห็นภาพรวมของข้อมูลที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น เพื่อความถูกต้องและครบถ้วนในการสรุปมโนทัศน์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) **เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์**

เป็นขั้นการยกตัวอย่างรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง ซึ่งรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องที่ระบุอาจได้มาจากความรู้เดิม ประสบการณ์เดิมหรือจากเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) **เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน**

เป็นขั้นการพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุว่ามีลักษณะสำคัญอย่างไร โดยใช้เหตุผลอธิบายว่าเหตุใดรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุเหล่านี้จึงอยู่กลุ่มเดียวกัน และพิจารณากลุ่มที่จัด กลุ่มใดเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มใดเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ เขียนข้อมูลลงในตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (ข้อ 4) และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (ข้อ 5) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ ตามลำดับ

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) **เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้**

เป็นการกำหนดชื่อให้กับกลุ่มมโนทัศน์ที่จัดขึ้น โดยสรุปลักษณะสำคัญของกลุ่มมโนทัศน์ที่ต้องการ จากการเขียนลักษณะตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ ในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ นำลักษณะดังกล่าวมาตั้งชื่อกลุ่มมโนทัศน์และเขียนลงในมโนทัศน์ (ข้อ 1) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) **เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์**

เป็นการใช้คำถามนำเพื่อยืนยันรายการหรือสิ่งที่ระบุในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์เดิมนั้น หรือพิจารณาเพื่อจัดเรียงเป็นกลุ่มมโนทัศน์ใหม่ ใช้การอธิบายเพิ่มเติม เพื่อให้สังเกตลักษณะสำคัญของกลุ่มที่เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการ และนำลักษณะดังกล่าวเขียนลงในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป

เป็นการพิจารณาลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์ ในขั้นที่ 2, 3 และ 4 สรุปให้อยู่ในรูปทั่วไป โดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล เขียนข้อมูลในรูปทั่วไปที่สรุปได้ลงใน นิยาม/อนิยาม/คำจำกัดความของมโนทัศน์ (ข้อ 2) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ และฝึกการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

4. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดมาจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ และสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์และสมบัติต่าง ๆ ในงานวิจัยนี้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ วัดจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. **ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่ เป็นการสรุปจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไปที่รวบรวมลักษณะสำคัญของส่วนย่อยเหล่านั้นเข้าด้วยกัน ในงานวิจัยนี้ ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ วัดจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง นำเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**
   - 1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
   - 1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์
   - 1.3 ประเภทของมโนทัศน์
   - 1.4 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์
   - 1.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
2. **โมเดลการพัฒนามโนทัศน์**
   - 2.1 ความเป็นมาของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์
   - 2.2 ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และขั้นตอนของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์
   - 2.3 ประโยชน์ของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์
3. **เอกสารสรุปมโนทัศน์**
   - 3.1 แนวคิดในการจัดทำเอกสารสรุปมโนทัศน์
   - 3.2 องค์ประกอบของเอกสารสรุปมโนทัศน์
   - 3.3 ประโยชน์ของการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์
4. **ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์**
   - 4.1 ความเป็นมาของการให้เหตุผล
   - 4.2 ความหมายของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์
   - 4.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงอุปนัย
   - 4.4 แนวทางการวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์
5. **งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**
   - 5.1 งานวิจัยในต่างประเทศ
   - 5.2 งานวิจัยในประเทศ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของมโนทัศน์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ มาจากรากศัพท์ภาษาลาตินว่า Conceptus หรือ Concipere (Conceive) (Gunter Estes and Schwab, 1990: 103) ซึ่งมีคำในภาษาไทยคำอื่น ๆ ที่ใช้ความหมายเดียวกัน เช่น มโนภาพ มโนมติ สังกัป หรือความคิดรวบยอด ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

กูด (Good, 1973: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไปหรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการหรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

กูดวิน และคลอสไมเออร์ (Goodwin and Klausmeier, 1975: 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถที่ทำให้เราเข้าใจถึงคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือกระบวนการ ทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ ออกจากกันได้ และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับสิ่งที่เป็นประเภทเดียวกันได้

แมคคาวน์ และรุพ (McCown and Roup, 1992: 338) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้ การสังเกตหรือการสะสมประสบการณ์ โดยมโนทัศน์อาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกันหรือเหมือนกันโดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ เข้าด้วยกันและสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจทั้งหมดที่มีต่อสิ่งของหรือสถานการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง จะอยู่ในรูปของนามธรรม เกิดจากผลสรุปการรับรู้ลักษณะของสิ่งนั้นๆ

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2545: 240 – 241) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะมองถึงสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นสิ่งเดียวกัน

ได้ นั่นคือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของ การกระทำ หรือความคิดออกเป็นประเภทต่าง ๆ เช่น เรียนมโนทัศน์สัตว์บก ก็คือการเรียนรู้ลักษณะที่แยกสัตว์บกออกจากสัตว์อื่น ๆ

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิดหรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

จากความหมายของมโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง อันเนื่องมาจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ โดยสรุปเป็นความเข้าใจ ทำให้สามารถจัดประเภทของสิ่งที่เหมือนกันเข้าด้วยกันและแยกประเภทสิ่งที่แตกต่างกันออกจากกันได้โดยอาศัยลักษณะร่วมของสิ่งนั้น ๆ

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

คูนีย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson, 1975: 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

เอกเกน และคอชาค (Eggen and Kauchak, 1995: 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่เท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

ชวาร์ส และเฮอร์โควิทซ์ (Schwarz and Hershkowitz, 1999: 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์

ชาล์สเวร์ท (Charlesworth, 2005: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กรอบความรู้ที่สร้างขึ้นจากการจัดประเภทการจำแนกประเภทของข้อมูลโดยนักเรียน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดในเชิงนามธรรม คือ เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2547: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดมาจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ และสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร ขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์และสมบัติต่าง ๆ

1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์

การมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดีมีความสำคัญต่อการสร้างองค์ความรู้และการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ ซึ่งสามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมที่มีอยู่และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ จะเห็นได้ว่ามโนทัศน์นั้นมีความสำคัญ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968: 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจล้วนแล้วแต่ต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

ดี เซคโค (De Cecco, 1968: 402 – 416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราจะตอบสนองสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม ทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การที่แยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกใด แล้วใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง ๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น การพบสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ชนิดเดียวกันเราก็จะสามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เราทราบว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่กว้างขวางก็เท่ากับการทำให้เรารู้จักการแก้ปัญหาที่มากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูป การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

คูนีย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson, 1975: 89 – 90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่องจำนวนตรรกยะ จะสามารถบอกได้ว่า จำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์ทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

สุรางค์ โค้วตระกูล (2533: 206) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 125) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า การที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์นั้น ทำให้ผู้เรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่ายและสามารถหยิบฉวยความรู้นั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ การสื่อสารทำให้เข้าใจร่วมกับผู้อื่นก็เป็นไปด้วยดี เพราะมีมโนทัศน์ในเรื่องต่าง ๆ สอดคล้องกัน

จากความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงสามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด ช่วยให้สามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ซึ่งไม่ต้องเรียนรู้ใหม่ทุกครั้งที่เผชิญกับปัญหา ช่วยในการตัดสินใจและการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน

1.3 ประเภทของมโนทัศน์

นักการศึกษาได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไปดังนี้

รัสเซลล์ (Russell, 1956: 124 – 125) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน
2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืนกลางวัน หรือฤดูต่าง ๆ
3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดแน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ
4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร
5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา
6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงาม และขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียนดนตรี
7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

ดี เซคโค (De Cecco, 1968: 391 – 393) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมของลักษณะเฉพาะตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือสิ่งที่เราพบเห็นโดยทั่วไป มีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่าง ๆ ที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน มักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนก หรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท (×) ก็ได้ ส่วนสัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) วงกลมตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้ เป็นต้น

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไปสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับรายได้ เป็นต้น

รัตนะ บัวสนธ์ (2532: 29) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์แบบรูปธรรม หมายถึง มโนทัศน์ที่หาตัวอย่างได้โดยตรง และตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นเป็นสิ่งที่จับต้อง สูดดม มองเห็น ได้ยิน ได้รู้รสชัดเจน เช่น ต้นไม้ ตัวอย่างได้แก่ ต้นไม้อะไรก็ได้ ผู้หญิง ตัวอย่างได้แก่ ใครก็ได้ที่เป็นผู้หญิง แมว ตัวอย่างจะเป็นแมวตัวใดก็ได้

2. มโนทัศน์แบบนามธรรม หมายถึง มโนทัศน์ที่ไม่สามารถหาตัวอย่างได้โดยตรง เช่น คำว่า ความดี ความเลว ความจริง ประชาธิปไตย ตัวอย่างของคำเหล่านี้อาจหาได้ไม่ยากในทางอ้อม ซึ่งอาจจะแปรเปลี่ยนไปตามการรับรู้ การตีความของแต่ละบุคคล ซึ่งแตกต่างจากมโนทัศน์แบบรูปธรรมที่แต่ละคนมีความรับรู้ได้ตรงกัน เช่น ถ้าผู้เขียนถามนาย ก. กับนาย ข. ว่าแมวคืออะไร คำตอบทั้งสองคนจะเหมือนกันว่า เป็นสัตว์สี่ขา มีหลายสี ชอบกินหนู ฯลฯ แต่ถ้านาย ก. กับนาย ข. ว่าความดีคืออะไร คำตอบจะไม่เหมือนกัน ซึ่งถ้านาย ก. อยู่เวียดนาม นาย ข. อยู่ประเทศไทยด้วยแล้ว คำตอบยิ่งแตกต่างกันมากขึ้น

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ประเภทที่แบ่งตามธรรมชาติ ได้แก่ ความเป็นนามธรรม จำนวนสมาชิกกลุ่ม และการสรุปความแคบ ความกว้าง

2. ประเภทที่แบ่งตามโครงสร้าง ได้แก่ ลักษณะเดิมที่ปรากฏ การแสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาด ที่ตั้ง และทิศทาง

3. ประเภทที่แบ่งตามหน้าที่ ได้แก่ การตอบสนองต่อสิ่งของ หรือเหตุการณ์ หรือพฤติกรรมที่เกิดจากเหตุการณ์นั้น

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549: 33) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากประเภทของมโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้จำแนกไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์สามารถจำแนกออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้ ซึ่งการจำแนกมีความแตกต่างกันไปตามแนวคิดของแต่ละบุคคล เช่น จำแนกตามลักษณะของมโนทัศน์ มโนทัศน์ที่สามารถจัดประเภทร่วมกันหรือแยกแยะประเภท หรือแหล่งกำเนิดของมโนทัศน์

1.4 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์

เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ยากแก่การเข้าใจ ดังนั้นครูจึงควรต้องเรียนรู้แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และนำไปใช้ประโยชน์ได้ทั้งในการเรียนขั้นสูงขึ้น รวมถึงการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ไว้ดังนี้

ดี เซคโค (De Cecco, 1968: 416 – 418) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียน โดยการดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว

2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่น ๆ (Dominance of Attribute) ของมโนทัศน์มาสอนหรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย

3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยเขียนบนกระดานหรือบอร์ดก็ได้

4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง (Positive and Negative) กับมโนทัศน์ที่จะสอน

5. แสดงตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็นแล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่ ตัวอย่างใดที่ไม่ใช่

6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ถามและให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน

7. แสดงทั้งตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน

8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนแล้ว

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามและตรวจงานนักเรียน เพื่อรายงานผลให้เขาทราบและให้การเสริมแรงอื่นๆ

คลอสไมเออร์ และริบเปิล (Klausmeier and Ripple, 1971: 422 – 423) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียนไว้ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ (Emphasize the attributes of the concept) ผู้สอนควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น

2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Establish the correct terminology for concepts, attribute and instances) ให้นักเรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง

3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน (Indicate the nature of the concepts to be learned)

4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง (Provide for proper sequencing of instances of concepts)

5. ส่งเสริมและแนะนำเด็กให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า (Encourage and guide student discovery) ซึ่งเป็นสิ่งยั่วยุให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ จากการเรียนมโนทัศน์นั้น (Provide for use of the concept) โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ

7. ให้นักเรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ (Encourage independent evaluation of the attained concept) หากยังไม่เข้าใจจะได้เริ่มต้นใหม่

กันท์เตอร์ อีสท์ และชวาฟบ์ (Gunter, Estes and Schwab, 1990: 103 – 119) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของโมเดลที่เป็นแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียน โดยโมเดลดังกล่าวประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ ซึ่งเป็นขั้นการยกตัวอย่างรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง โดยรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องที่ระบุอาจได้มาจากความรู้เดิม ประสบการณ์เดิมหรือจากเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน ซึ่งเป็นขั้นการพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุ ว่ามีลักษณะสำคัญอย่างไร โดยใช้เหตุผลอธิบายว่าเหตุใดรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุเหล่านี้จึงอยู่กลุ่มเดียวกัน

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้ ซึ่งเป็นการกำหนดชื่อให้กับกลุ่มมโนทัศน์ที่จัดขึ้น

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการใช้คำถามนำเพื่อยืนยันรายการ หรือสิ่งที่ระบุในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์เดิมนั้นหรือพิจารณาเพื่อจัดเรียงเป็นกลุ่มมโนทัศน์ใหม่ได้

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป ซึ่งเป็นการพิจารณากลุ่มมโนทัศน์ทั้งหมดและสรุปให้อยู่ในรูปทั่วไป โดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล

ลาสเล่ย์ แมทซีนสกี และโรเล่ย์ (Lasley, Matczynski and Rowley, 2002: 176 – 202) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของโมเดลที่เป็นแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียน โดยโมเดลดังกล่าวประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) ในขั้นแรกต้องการให้นักเรียนตรวจสอบข้อมูล ซึ่งข้อมูลอาจมาจากครูหรือนักเรียน และข้อมูลต้องเพียงพอที่นักเรียนจะสามารถจัดกลุ่มแยกประเภทตามมโนทัศน์ได้

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) เป็นการจัดกลุ่มของข้อมูลที่มีลักษณะร่วมกันเป็นกลุ่มมโนทัศน์เดียวกัน ครูเป็นผู้ตรวจสอบว่านักเรียนทุกคนเข้าใจถึงความสัมพันธ์ในกลุ่มของข้อมูล

ขั้นที่ 3 การตั้งชื่อกลุ่ม (Labeling) เป็นการตั้งชื่อมโนทัศน์ที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งนักเรียนต้องสามารถอธิบายเหตุผลถึงความสัมพันธ์ของกลุ่มได้

ขั้นที่ 4 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding Category) เป็นการสำรวจความหมายและความสัมพันธ์ของแต่ละกลุ่ม นักเรียนได้นำเสนอการจัดประเภท เพิ่มทักษะการคิดให้กับนักเรียน ครูต้องขยายความเข้าใจในมโนทัศน์ของนักเรียน โดยการระบุข้อมูลเพิ่มเติม และโดยการวิเคราะห์เหตุผลของนักเรียนในการเพิ่มข้อมูลในแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การสรุปปิด (Closure) ขั้นสุดท้าย เป็นการสรุปสิ่งที่เรียนรู้เพื่อดูพัฒนาการและความเข้าใจที่เกิดขึ้นของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ นักเรียนต้องจัดประเภทของข้อมูลให้อยู่ในรูปทั่วไปหรือลักษณะทั่วไป และอธิบายว่าแต่ละกลุ่มมีความสัมพันธ์กับกลุ่มอื่นอย่างไร

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียน โดยครูต้องให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่าง ๆ ดังนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา
2. รู้จักเปรียบเทียบความต่างและความคล้าย
3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญและเป็นประโยชน์
4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่
5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจและประโยชน์ที่จะนำไปใช้

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 22) ได้กล่าวถึงแนวทางเพื่อพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียน คือ การสอนแบบ Deductive และ Inductive

การสอนแบบ Deductive

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนและแจ้งให้นักเรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้
3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
4. ให้นักเรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
5. ให้นักเรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบ Inductive

1. ไม่บอกมโนทัศน์และอธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้แก่นักเรียน
2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันและตัวอย่างใดที่ไม่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน

3. ให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้นให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้

4. ให้นักเรียนสรุป อธิบายความหมายของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นว่าหมายความว่าอย่างไร

จากแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้สามารถสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ครูต้องจัดเตรียมกิจกรรมการเรียนการเรียนรู้ให้เหมาะกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะสอน และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีทั้งกรณีให้นักเรียนพิจารณาข้อมูล แล้วทำการแยกประเภท การจัดหมวดหมู่ จากนั้นสรุปให้เป็นลักษณะทั่วไปหรือการให้ตัวอย่างของมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบแล้วให้นักเรียนแยกแยะ จัดเข้ากลุ่มของมโนทัศน์ รวมถึงการอธิบายลักษณะของมโนทัศน์และให้นักเรียนเลือกตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ ซึ่งในทุกกรณีครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและอธิบายถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่สรุป

1.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

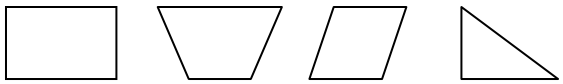
หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์แล้ว หากต้องการทราบว่านักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์มากน้อยเพียงใดนั้น จำเป็นต้องมีการวัดมโนทัศน์ ซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ไว้ดังต่อไปนี้

ฟลาเยอร์ เฟรดดิค และคลอสไมเออร์ (Frayer, Fredick and Klausmier, 1969: 218 – 244) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด แล้วจึงออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่ได้วิเคราะห์ไว้ เช่น การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของรูปสี่เหลี่ยม โดยทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยม

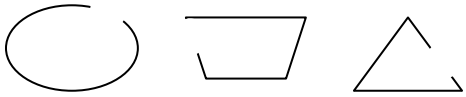
ตัวอย่างการวิเคราะห์มโนทัศน์

1. ชื่อมโนทัศน์ คือ รูปสี่เหลี่ยม
2. ลักษณะที่เป็นเกณฑ์ รูปปิดที่อยู่ในแนวระนาบมี 2 มิติ และมี 4 ด้าน หรือ 4 มุม
3. ลักษณะที่ไม่เป็นเกณฑ์ ขนาดของด้าน การขนานกันของด้าน ขนาดของรูป การพลิกรูป

4. ตัวอย่างมโนทัศน์



5. ตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์



6. นิยามของมโนทัศน์ รูปปิดในระนาบที่ประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน

7. มโนทัศน์ที่กว้างกว่า รูปหลายเหลี่ยม

8. มโนทัศน์ร่วม รูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม

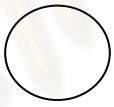
9. มโนทัศน์ย่อย รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

10. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยม คือ ผลบวกของความยาวของด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยม

ตัวอย่างข้อสอบวัดมโนทัศน์

ข้อใดต่อไปนี้เป็นรูปปิด

ก.

ข. 

ค.

ง.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ เป็นการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้น ข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจึงมีข้อคำถามที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้สามารถสรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือเป็นการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ และความสามารถของผู้เรียนที่จะนำความรู้ความเข้าใจนั้นไปใช้ ดังนั้นข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจึงมีข้อคำถามที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

2. โมเดลการพัฒนามโนทัศน์

2.1 ความเป็นมาของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์

โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ (Concept Development Model) ตามแนวคิดของกันท์เตอร์ อีสท์ และชวาฟบ์ (Gunter, Estes and Schwab, 1990: 103 – 119) ได้รับอิทธิพลมาจากแนวคิดของทาบา ซึ่งทาบามีแนวคิดเกี่ยวกับการคิดและกระบวนการคิดเชิงอุปนัย ดังนี้คือ

แนวคิดเกี่ยวกับการคิดของทาบา มีรายละเอียดดังนี้

1. การคิดสามารถสอนได้

2. การคิดเป็นการกระทำที่เชื่อมโยงระหว่างบุคคลกับข้อมูล หมายถึง การนำเสนอข้อมูลให้กับนักเรียนเพื่อที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการจัดระบบการคิดหรือการสร้างมโนทัศน์ โดยคำนึงถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ความแตกต่างของข้อมูล การตั้งสมมติฐานและการคาดการณ์ และความสามารถในการอธิบายสิ่งต่าง ๆ

3. กระบวนการคิดจะเกิดขึ้นอย่างเป็นลำดับขั้นตอน

กระบวนการคิดเชิงอุปนัยของทาบา (Joyce and Weil, 1972: 123 – 136) ประกอบด้วย 3 ลักษณะ ดังนี้

1) การสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation) ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุและจัดรายการ (Enumeration and Listing) เป็นการระบุและจัดรายการที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือหัวข้อ สังเกตความแตกต่างของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การแยกประเภทและการจัดกลุ่มของข้อมูล

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการตามลักษณะสำคัญที่มีร่วมกันไว้ด้วยกัน

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มและการจัดประเภท (Labeling and Categorizing) เป็นการให้ชื่อกลุ่มของข้อมูล พิจารณาจากลำดับและความสำคัญของข้อมูล

2) การแปลความหมายของข้อมูล (Interpretation of Data) ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุหัวข้อ (Identifying Points) เป็นการระบุหัวข้อหรือรายการและสังเกตความแตกต่างของข้อมูล

ขั้นที่ 2 การอธิบายหัวข้อที่ระบุ (Explaining Items of Identified Information) การพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างหัวข้อ พิจารณาเหตุและผลจากความสัมพันธ์ของข้อมูล

ขั้นที่ 3 การอนุมาน (Making Inferences) เป็นการขยายความรู้ต่อยอดจากสิ่งที่มีอยู่และการค้นหาความเกี่ยวข้อง

3) การนำหลักการไปใช้ (Application of Principle) เป็นการอธิบายปรากฏการณ์ใหม่หรือคาดการณ์ผลสรุปจากการพิจาณาลำดับความสำคัญของข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) การพิจารณาถึงธรรมชาติของปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำเอาความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้

ขั้นที่ 2 การอธิบายหรือการสนับสนุนสมมติฐาน (Explaining, Supporting Hypotheses) เป็นการพิจารณาเกี่ยวกับสาเหตุและเชื่อมโยงสู่สมมติฐาน

ขั้นที่ 3 การตรวจสอบสมมติฐาน (Verifying the Prediction) การใช้หลักทางตรรกศาสตร์หรือข้อเท็จจริงเพื่อพิจารณาตัดสินตามเงื่อนไข

จะเห็นได้ว่าโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ตามแนวคิดของกันท์เตอร์ อีสท์ และชวาฟบ์นั้น เป็นหนึ่งในสามลักษณะของการคิดเชิงอุปนัยของทาบา ซึ่งโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) และขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) นอกจากนี้ ลาสเล่ย์ แมทซีนสกี และโรเล่ย์ (Lasley, Matczynski and Rowley, 2002: 176 – 202) ได้กล่าวถึงโมเดลการสร้างมโนทัศน์ตามแนวคิดของทาบา สรุปได้ว่า ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) ขั้นที่ 3 การตั้งชื่อกลุ่ม (Labeling) ขั้นที่ 4 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding Category) และขั้นที่ 5 การสรุปปิด (Closure)

จากแนวคิดทางทฤษฎีเกี่ยวกับสร้างมโนทัศน์ของทาบา ทำให้นักการศึกษาหลายท่านที่ได้รับอิทธิพลจากแนวคิดดังกล่าวและนำเสนอโมเดลสำหรับสร้างมโนทัศน์ขึ้น เช่น ลาสเล่ย์และแมทซีนสกี (Lasley and Matczynski, 1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546: 14) ได้พัฒนาโมเดลการสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation Model) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Groping) ขั้นที่ 3 การขยายความประเภทของข้อมูล (Expanding the Category) และขั้นที่ 4 การสรุปปิด (Closure) และพัฒนาโมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ (Concept Attainment Model) ขึ้นอีก ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification) ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification) ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) ขั้นที่ 4 การสรุปมโนทัศน์ (Closure) และขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application)

จากความเป็นมาของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ตามแนวคิดของกันท์เตอร์ อีสท์ และชวาฟบ์ ได้รับอิทธิพลมาจากแนวคิดการสร้างมโนทัศน์ของทาบา ซึ่งเป็นหนึ่งลักษณะจากสามลักษณะของการคิดเชิงอุปนัย และต่อมาได้มีการพัฒนาโมเดลโดยนักการศึกษาที่ได้รับแนวคิดของทาบา ทำให้เกิดโมเดลสำหรับพัฒนามโนทัศน์ขึ้น คือ โมเดลการสร้างมโนทัศน์และโมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์

2.2 ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และขั้นตอนของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ ตามแนวคิดของกันท์เตอร์ อีสท์และชวาฟบ์ ได้กล่าวถึงลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ไว้ว่า ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์เป็นการสอนที่สร้างจากมโนทัศน์พื้นฐานหรือจากความเข้าใจเบื้องต้นของนักเรียน เน้นกระบวนการคิดเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล การจำแนกความแตกต่าง การจัดประเภท การวิเคราะห์และการสังเคราะห์ข้อมูล จนนักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้เอง ซึ่งขั้นตอนของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ ซึ่งเป็นขั้นการยกตัวอย่างรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง โดยรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องที่ระบุอาจได้มาจากความรู้เดิม ประสบการณ์เดิมหรือจากเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน ซึ่งเป็นขั้นการพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุ ว่ามีลักษณะสำคัญอย่างไร โดยใช้เหตุผลอธิบายว่าเหตุใดรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุเหล่านี้จึงอยู่กลุ่มเดียวกัน

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้ ซึ่งเป็นการกำหนดชื่อให้กับกลุ่มมโนทัศน์ที่จัดขึ้น

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการใช้คำถามนำเพื่อยืนยันรายการหรือสิ่งที่ระบุในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์เดิมนั้น หรือพิจารณาเพื่อจัดเรียงเป็นกลุ่มมโนทัศน์ใหม่ได้

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป ซึ่งเป็นการพิจารณากลุ่มมโนทัศน์ทั้งหมดและสรุปให้อยู่ในรูปทั่วไป โดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล

จากลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และขั้นตอนของโดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า โมเดลการพัฒนามโนทัศน์เป็นรูปแบบการสอนที่เน้นให้นักเรียนพัฒนาทักษะการคิด การจำแนกความแตกต่าง การจัดประเภท การวิเคราะห์และการสังเคราะห์ข้อมูลให้อยู่ในรูปทั่วไปหรือลักษณะทั่วไป นั่นคือการสอนที่ให้นักเรียนสามารถสร้างและสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง

2.3 ประโยชน์ของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์

การใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ สามารถสร้างและสรุปมโนทัศน์ได้เอง ซึ่งกันท์เตอร์ อีสท์ และซวาฟบ์ ได้กล่าวถึงประโยชน์ของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ ดังนี้

1. เป็นการขยายและกลั่นกรองความรู้ ซึ่งวัตถุประสงค์ของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์คือเพื่อต้องการขยายและการกลั่นกรองความรู้ของนักเรียน โดยการอาศัยประสบการณ์ของนักเรียน เมื่อเกิดการรับรู้สิ่งใหม่ ความรู้นั้นจะถูกเชื่อมโยงกับความรู้เดิมเพื่อเพิ่มความเข้าใจเป็นการรับรู้ที่ซับซ้อนขึ้นและนำไปสู่มุมมองที่กว้างมากขึ้น

2. เป็นการสร้างความรู้ใหม่จากความรู้เดิม นักเรียนที่ทำกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ ประมาณ 4 – 5 ครั้ง นักเรียนจะสามารถดำเนินการตามขั้นตอนได้ด้วยตัวเอง เป็นเครื่องมือที่ดีสำหรับสร้างความรู้ใหม่จากความรู้เดิม การดำเนินการตามขั้นตอนต่าง ๆ ของโมเดลจะช่วยในการสร้างความรู้ได้

3. การอ่าน การแยกแยะและการให้ความหมาย ซึ่งการพิจารณาสิ่งที่สำคัญของมโนทัศน์ต่าง ๆ ในเรื่องนั้น ๆ ก่อนเริ่มเรียนจะสามารถเพิ่มความเข้าใจได้

4. ช่วยในการแก้ปัญหาและการเรียนรู้เกี่ยวกับเทคนิคการแก้ปัญหาต่าง ๆ หรือการสร้างแนวคิดใหม่ในการแก้ปัญหา ทำให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน

5. ช่วยในการเขียนบทความหรือรายงาน คือ ช่วยหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อซึ่งนักเรียนจะไม่เกิดความสับสน และมีการจัดระบบการคิด

จากประโยชน์ของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า โมเดลการพัฒนามโนทัศน์มีประโยชน์ในการขยายความคิด การกลั่นกรองความคิด เป็นการสร้างความรู้ให้กับนักเรียน เพิ่มศักยภาพทางด้านการอ่าน การแยกความหมาย ช่วยในการแยกคำที่มีความหมายใกล้เคียงกัน ช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยการหาเทคนิควิธีการที่หลากหลายและตัดสินใจคัดเลือก นอกจากนี้ยังช่วยเพิ่มประสิทธิภาพทางด้านการเขียน สามารถเขียนบทความต่าง ๆ ได้สอดคล้อง มีความต่อเนื่องและกลมกลืนกัน

3. เอกสารสรุปโนทัศน์

3.1 แนวคิดในการจัดทำเอกสารสรุปมโนทัศน์

โทมาซิสได้สร้างแนวคิดเกี่ยวกับการเขียนบันทึก คือเป็นการเขียนประกอบการอธิบายด้วยรูปภาพ โดยให้นักเรียนเขียนนิยามและเขียนหรือกำหนดตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (Thompson and Rubenstein, 2000: 571) โดยมีแนวคิดว่าความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์โดยตรงกับความเข้าใจมโนทัศน์และหลักการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้มโนทัศน์ยังเป็นพื้นฐานของการคิดโดยเฉพาะการคิดในระดับสูง และรายละเอียดขององค์ประกอบของเอกสารสรุปมโนทัศน์นั้นสามารถช่วยให้นักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์ได้ ซึ่งแต่ละองค์ประกอบของเอกสารสรุปมโนทัศน์โทมาซิส (Toumasis, 1995: 98 – 100) ได้อธิบายเหตุผลไว้ดังนี้คือ องค์ประกอบแรกคือ นิยาม (Definition) ซึ่งการรู้นิยามของมโนทัศน์ถือว่าเป็นสิ่งสำคัญ ควรให้นักเรียนนิยามด้วยภาษาของตนเองเพื่อความเข้าใจ องค์ประกอบที่สองคือ ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (Web of attributes) แผนภูมิ แผนผังและรูปภาพจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากสิ่งที่เป็นนามธรรม องค์ประกอบที่สามคือ ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (Examples) และองค์ประกอบสี่คือตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (Nonexamples) ซึ่งการให้ตัวอย่างจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ได้ชัดเจนมากกว่าการสรุปเป็นนามธรรม รวมถึงการเขียนจะช่วยเพิ่มความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณและจัดระบบการคิดของนักเรียนได้ ครูสามารถนำแนวคิดหลักของการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ไปปรับใช้ให้เหมาะสมกับบริบทของการจัดชั้นเรียนและหลักสูตรต่อไป

เอกสารสรุปมโนทัศน์ตามแนวคิดของโทมาซิส สร้างขึ้นเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น โดยการให้เขียนนิยามด้วยความเข้าใจและภาษาของตนเอง การเขียนลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ และตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์เพื่อช่วยให้นักเรียนเห็นภาพรวมในลักษณะที่เป็นรูปธรรมซึ่งส่งผลให้เข้าใจได้มากขึ้น

3.2 องค์ประกอบของเอกสารสรุปโนทัศน์

เอกสารสรุปมโนทัศน์ตามแนวคิดของโทมาซิส (Toumasis, 1995: 98 – 100) มีองค์ประกอบดังนี้ คือ

1. นิยาม (Definition) เป็นการให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่ได้เรียน ควรใช้สำนวนภาษาของตนเอง จะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ได้

2. ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (Web of attributes) เป็นการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของลักษณะของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นลักษณะที่เป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น

วิธีการเขียนลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ หรือโครงข่ายลักษณะที่สัมพันธ์กัน โทมาซิสได้อธิบายถึงวิธีการเขียน ดังนี้

1) กำหนดแกนกลาง เป็นจุดรวมของโครงข่าย ซึ่งแกนกลางนี้สำหรับใส่ชื่อของมโนทัศน์

2) เขียนเส้นกิ่งออกจากแกนกลาง ซึ่งเส้นกิ่งจะแสดงลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ ให้นักเรียนเขียนลักษณะนั้นลงไป

3) เขียนเส้นเล็ก ๆ เชื่อมต่อลักษณะของมโนทัศน์เพื่อแสดงว่าลักษณะต่าง ๆ ของมโนทัศน์มีทิศทางแตกต่างกันอย่างไร

4) เชื่อมเส้นต่าง ๆ ในข้อ 3) เข้าด้วยกันเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะต่าง ๆ ของมโนทัศน์

3. ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (Examples) เป็นตัวอย่างที่สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุน

4. ตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (Nonexamples) เป็นตัวอย่างของสิ่งที่คล้ายกับมโนทัศน์แต่ขาดลักษณะที่สำคัญบางประการของมโนทัศน์ พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุน

3.3 ประโยชน์ของเอกสารสรุปโนทัศน์

โทมาซิส ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ ดังนี้

1. เอกสารสรุปมโนทัศน์ จะช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะและวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนด้วยภาษาของนักเรียนเอง

2. เอกสารสรุปมโนทัศน์ จะช่วยให้ครูแยกนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องได้จากเอกสารที่นักเรียนเขียนออกมา

3. ช่วยให้นักเรียนมีเอกสารที่ถูกต้องไว้สำหรับทบทวนก่อนสอบ

4. ช่วยเพิ่มทักษะการเขียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพิ่มความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณและช่วยจัดระบบความคิดของตนเองให้เป็นระเบียบมากยิ่งขึ้น

5. ช่วยให้เกิดปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนระหว่างครูและนักเรียน มีการสื่อสารด้วยความเข้าใจกันมากขึ้น มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดและมุมมองซึ่งกันและกัน

จากประโยชน์ของการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ประกอบการเรียนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์มโนทัศน์ สามารถให้นิยามของมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองได้ รวมถึงช่วยครูในการแยกนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกมาและให้ความช่วยเหลือได้ตรงจุด นอกจากนี้นักเรียนยังมีเอกสารที่ถูกต้องไว้สำหรับอ่านทบทวนก่อนสอบ

4. ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

4.1 ความเป็นมาของการให้เหตุผล

นักปรัชญาให้ความสำคัญกับการให้เหตุผลมาก เพราะถือว่าเป็นเครื่องมือสำคัญในการแสวงหาความรู้ของมนุษย์ อริสโตเติล (Aristotle) มีชีวิตอยู่ในช่วง 384 – 322 ก่อนคริสต์ศักราช (กีรติ บุญเจือ, 2547: 64) เป็นนักปรัชญาชาวกรีกและได้ชื่อว่าเป็นบิดาแห่งวิชาตรรกศาสตร์แบบนิรนัยหรือตรรกวิทยานิรนัย (Deduction) (กีรติ บุญเจือ, 2512: 205) อริสโตเติลได้เขียนหนังสือเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบนิรนัยไว้มากมาย ซึ่งปอร์พีรีอุส (Porphyrius) มีชีวิตอยู่ในช่วง ค.ศ. 232 – ค.ศ.304 ได้รวบรวมหนังสือของอริสโตเติลไว้ด้วยกันและใช้ชื่อว่า Oragon ซึ่งเป็นภาษากรีก แปลว่า เครื่องมือ (กีรติ บุญเจือ, 2547: 65) จนกระทั่งในคริสศตวรรษที่ 16 – 17 ฟรานซิส เบคอน (Francis Bacon) มีชีวิตอยู่ในช่วง ค.ศ. 1561 – ค.ศ.1626 ได้ให้ความสนใจกับการให้เหตุผลอีกแบบหนึ่ง คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย เขาเขียนหนังสือชื่อ Novom Organon ซึ่งแปลว่า เครื่องมือใหม่ เพราะเขาเห็นว่าวิธีการอุปนัยนี้ จะเป็นเครื่องมือของมนุษย์ในการแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ ความคิดของเบคอนได้รับอิทธิพลจากวิชาวิทยาศาสตร์ ซึ่งเขาเห็นว่าการอ้างเหตุผลแบบนิรนัยไม่ก่อให้เกิดความรู้ใหม่ จึงไม่มีประโยชน์ การอ้างเหตุผลแบบอุปนัยของเบคอน ได้ถูกทำให้สมบูรณ์ขึ้นโดยจอห์น สจวร์ต มิลล์ (John Stuart Mill) มีชีวิตอยู่ในช่วง ค.ศ. 1806 – ค.ศ.1873 และเกิดเป็นวิธีอุปนัยที่เรียกว่า วิธีการของมิลล์ (Mill's methods) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันอย่างแพร่หลาย (มานพ นักการเรียน, 2545: 43)

ในเวลาต่อมาเบอร์เทรน รัสเซลล์ (Bertrand Russell) มีชีวิตอยู่ในช่วง ค.ศ.1872 – ค.ศ.1970 และอัลเฟรด ไวน์เฮด (Alfred Whitehead) มีชีวิตอยู่ในช่วง ค.ศ.1861 – ค.ศ.1947 ได้ร่วมกันเขียนหนังสือชื่อ Principia Mathematica ซึ่งถือว่าเป็นแม่บทของตรรกวิทยาแนวใหม่ที่เรียกว่า ตรรกวิทยาสัญลักษณ์ (Symbolic Logic) เป็นการผสมผสานกฎเกณฑ์ของตรรกวิทยานิรนัยกับกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันและทำให้ตรรกวิทยาสัญลักษณ์มีความเป็นระบบและเป็นที่รู้จักมากขึ้น (ไม้ สงวนสกุล, 2541: 6)

4.2 ความหมายของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยและการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ซันด์ และโทรบริด (Sund and Trowbride, 1973: 12) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยไว้ว่า การให้เหตุผลเชิงอุปนัย หมายถึง การให้เหตุผลเชิงวิทยาศาสตร์ โดยสังเกตเหตุการณ์ย่อย ๆ เฉพาะ แล้วสรุปเป็นหลักการ

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer, 1990: 378) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการอธิบายสมบัติหรือโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และค้นหารูปทั่วไป เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

สมวงษ์ แปลงประสบโชค (2544: 2 – 11) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยไว้ว่า การให้เหตุผลเชิงอุปนัย หมายถึง การให้เหตุผลโดยอ้างจากตัวอย่างหรือประสบการณ์ย่อยหลาย ๆ ตัวอย่าง หลายแง่มุม และมาสรุปเป็นความรู้ทั่วไป

อัมพร ม้าคนอง (2553: 50) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยไว้ว่า การให้เหตุผลเชิงอุปนัย หมายถึง การให้เหตุผลโดยคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสูกฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่มเพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นของกลุ่มเดียวกัน

จากความหมายของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยและการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่ เป็นการสรุปจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไป ที่รวบรวมลักษณะสำคัญของส่วนย่อยเหล่านั้นเข้าด้วยกัน

4.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงอุปนัย

ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยจะสามารถทำให้เกิดการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ หรือสามารถสร้างและเกิดความรู้ใหม่ได้ ซึ่งความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงอุปนัย ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงไว้ดังนี้

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530: 19 – 24) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยไว้ว่า การให้เหตุผลเชิงอุปนัยเป็นวิธีที่ทำให้เกิดกฎเกณฑ์ ข้อสรุป หรือทฤษฎีบทต่าง ๆ

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534: 11 – 12) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยไว้ว่า การให้เหตุผลเชิงอุปนัยเป็นตรรกวิทยา ใช้ในการขยายความรู้ไปสู่สิ่งใหม่ที่ยังไม่เคยมีประสบการณ์ เพื่อเป็นการสะดวก ประหยัดเวลา และค่าใช้จ่าย หรือในบางกรณีเราต้องการหาความรู้เกี่ยวกับเรื่องในอดีตที่ไม่สามารถรู้ได้โดยตรง หรือในบางครั้งการมีประสบการณ์จริงในเรื่องที่อันตรายที่ควรหลีกเลี่ยง เช่น การทดลองทางการแพทย์

จากความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยเป็นการขยายความรู้ไปสู่สิ่งใหม่ ทำให้เกิดความรู้ใหม่ ข้อสรุป หรือทฤษฎีบทต่าง ๆ

4.4 แนวทางการวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

แนวทางการวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ คือ การใช้แบบวัดที่มีลักษณะกำหนดสถานการณ์ย่อย ๆ แล้วตอบคำถาม โดยหลักการที่ใช้ในการสร้างแบบวัดนี้ เป็นหลักการคิดให้เหตุผลเชิงอุปนัยของมิลล์ (Mill) เป็นวิธีการอุปนัยสำหรับตรวจสอบความสัมพันธ์ของกรณี ซึ่งได้กำหนดวิธีอุปนัยชื่อ “The Four Method of Experimental Inquiry” ประกอบด้วย 4 วิธี (Mill, 1970: 462) ดังนี้

1. วิธีหาความสอดคล้องกัน (Method of Agreement) เป็นวิธีการสรุปสาเหตุของผลที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ โดยหาความสอดคล้องของประสบการณ์หลายครั้ง ถ้ามีเหตุเดียวกันทุกครั้ง และมีผลอย่างเดียวกันทุกครั้ง ก็สรุปได้ว่าสาเหตุนั้นเป็นสาเหตุของผลนั้น เช่น ถ้าเราเคยถูกแม่ตีหลายครั้งและเจ็บทุกครั้ง เราก็สรุปได้ว่าการตีเป็นสาเหตุของความเจ็บ

2. วิธีหาความแตกต่าง (Method of Difference) เป็นวิธีการสรุปสาเหตุของผลที่เกิดขึ้นแตกต่างไปจากเดิม โดยการหาความแตกต่างของประสบการณ์หลาย ๆ

ครั้ง กล่าวคือ ถ้ามีสาเหตุเดียวกันทุกครั้ง และมีผลอย่างเดียวกันทุกครั้ง ต่อมามีสาเหตุอื่นแทรกเข้ามา แล้วทำให้เกิดผลแตกต่างออกไป เราก็สรุปได้ว่าสาเหตุที่แทรกเข้ามาเป็นสาเหตุของผลที่แตกต่างออกไป เช่น เคยถูกแม่ตีทุกครั้งและรู้สึกเจ็บทุกครั้ง ครั้งหลังสุดรู้ตัวก่อน จึงนุ่งกางเกงข้างในบุหนัง เมื่อถูกแม่ตีจึงรู้สึกคัน จึงสรุปได้ว่าการนุ่งกางเกงบุหนังข้างใน เป็นสาเหตุของอาการคัน วิธีหาความสอดคล้องและความแตกต่างร่วมกัน (Method of Agreement and Difference) ในการสำรวจ ส่วนมากเราจะต้องรู้ทั้งสาเหตุที่สอดคล้องและที่แตกต่างร่วมกัน

3. วิธีหาส่วนที่เหลือ (Method of Residues) เป็นวิธีการสรุปสาเหตุโดยในประสบการณ์ครั้งเดียวกัน ถ้ามีสาเหตุเกิดผลหลายอย่างร่วมกัน ถ้าเรารู้ว่าเหตุใดทำให้เกิดผลใด เราสามารถแยกเหตุนั้นออกไปได้ และสาเหตุที่เหลือจะเป็นสาเหตุของผลที่เหลือ

4. วิธีหาความแปรผัน (Method of Concomitant Variation) เป็นวิธีการสรุปสาเหตุเมื่อระดับความเข้มข้นของสาเหตุแตกต่างไปจากเดิม กล่าวคือ เหตุการณ์บางเหตุการณ์ แม้สาเหตุเดียวกัน ไม่ใช่ว่าจะให้ผลอย่างเดียวกันเสมอ เนื่องจากระดับความเข้มข้นของสาเหตุเปลี่ยนไปหรือแตกต่างไปจากเดิม ทำให้ผลที่จะเกิดขึ้นแตกต่างกันไป เช่น รับประทานยาแก้ปวด 1 เม็ดไม่มีผลอะไรเลย รับประทานแก้ปวด 2 เม็ด ทำให้หายปวดศีรษะ รับประทานยาแก้ปวด 10 เม็ด ทำให้เสียชีวิต เป็นต้น

จากการความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยหลักการสรุปรวบยอดและหลักการคิดให้เหตุผลเชิงอุปนัยของมิลล์ (Mill) สามารถสรุปได้ว่าหลักการให้เหตุผลดังกล่าว เป็นความสามารถในการใช้เหตุการณ์ หรือข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งประกอบด้วยเหตุผลย่อย ๆ แล้วสรุปผล ตามเหตุการณ์หรือข้อมูลนั้น โดยต้องพิจารณาให้รอบคอบและสรุปอย่างสมเหตุสมผล

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

มาคเคิล และไทแมน (Makle and Tieman, 1968: 450) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้มโนทัศน์ด้วยวิธีการต่าง ๆ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับวิทยาลัย จำนวน 4 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 เรียนจากนิยามของมโนทัศน์เพียงอย่างเดียว กลุ่มที่ 2 เรียนจากนิยามพร้อมตัวอย่างทางบวกทั้งหมด กลุ่มที่ 3 เรียนจากนิยามพร้อมตัวอย่างทางลบ กลุ่มที่ 4 เรียนจากนิยามพร้อมตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบทั้งหมด พบว่า กลุ่มที่ 4 เรียนรู้มโนทัศน์ได้ถูกต้องและครบถ้วนมากที่สุด กลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3 เรียนรู้มโนทัศน์ดีปานกลาง กลุ่มที่ 1 เรียนรู้มโนทัศน์น้อยที่สุด

เทเลอร์ (Tayler, 1969 อ้างถึงใน สุธีรัตน์ อริเดช, 2540: 38) ได้ศึกษาการให้ตัวอย่างทางบวกและทางลบ พบว่า การให้ตัวอย่างทางบวกและทางลบพร้อม ๆ กัน จะทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ได้ดีกว่าการให้ตัวอย่างเฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง ถึงแม้จะมีการเพิ่มจำนวนตัวอย่างก็ตาม

โฮห์น (Hoehn, 1973: 4870 – A) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนจากการเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบ 4 แบบ ได้แก่ เสนอตัวอย่างเฉพาะตัวอย่างทางบวก เสนอเฉพาะตัวอย่างทางลบ เสนอทั้งตัวอย่างทางบวกและทางลบ และไม่ได้เสนอตัวอย่างเลย บอกเฉพาะลักษณะของมโนทัศน์ โดยใช้กลุ่มทดลองจำนวน 4 กลุ่ม กลุ่มละ 25 คน ในแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงและต่ำอย่างละเท่า ๆ กัน และได้รับการสอนต่างกัน พบว่า นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงเรียนรู้มโนทัศน์ได้ดีกว่ากลุ่มที่มีระดับสติปัญญาต่ำ และการเสนอตัวอย่างทางบวกอย่างเดียว กับการนำเสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ จะทำให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ดีกว่าการนำเสนอเฉพาะตัวอย่างทางลบอย่างเดียวหรือไม่นำเสนอเลย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

มอนโรว์ และแพนเดอร์กลาส (Monroe and Pendergrass, 1997) ได้เปรียบเทียบรูปแบบการสอนคำศัพท์คณิตศาสตร์ ระหว่างการสอนโดยใช้โมเดลของเฟลเยอร์กับการสอนโดยให้นิยามเพียงอย่างเดียว กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลของเฟลเยอร์ สามารถเขียนจำนวนคำศัพท์คณิตศาสตร์และนิยามได้ถูกต้องและมากกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนโดยให้นิยามเพียงอย่างเดียว

เจอร์ด๊าค และซีน (Jurdak and Zein, 1998) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประกอบด้วย ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ความรู้ทางด้านทักษะกระบวนการ ความสามารถในการแก้ปัญหาและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียน และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอายุระหว่าง 11 – 13 ปี เมืองเบรุส ประเทศเลบานอล โดยกลุ่มทดลองให้มีการเขียนบันทึกสรุป และกลุ่มควบคุมไม่มีการเขียนบันทึกสรุป ทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนแบบปกติ รวม 12 สัปดาห์ พบว่า กลุ่มที่มีการเขียนบันทึกสรุป มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม ยกเว้นความสามารถในการแก้ปัญหา รวมไปถึงมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

5.2 งานวิจัยในประเทศ

พัชรินทร์ เภาตะคุ (2546) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 50 คน เป็นกลุ่มทดลอง 26 คน กลุ่มควบคุม 24 คน ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเอกสารสรุปมโนทัศน์ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนโดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ยลนภา พลชัย (2548) ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 71 คน เป็นกลุ่มทดลอง 35 คน กลุ่มควบคุม 36 คน ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปราณี พรภวิษย์กุล (2549) ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 88 คน เป็นกลุ่มทดลอง 44 คน กลุ่มควบคุม 44 คน ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้เรียนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ได้พัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซ แล้วนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวนนักเรียน 96 คน เป็นกลุ่มทดลอง 45 คน กลุ่มควบคุม 51 คน พบว่า

1. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน 2) ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม 3) ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล 4) ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ 5) ขั้นสรุป และ 6) ขั้นนำความรู้ไปใช้
2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดเชิงอุปนัยหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดเชิงอุปนัยของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พัชรี วรจรัสรังสี (2553) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 71 คน เป็นกลุ่มทดลอง 35 คน กลุ่มควบคุม 36 คน ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเอกสารสรุปมโนทัศน์ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้เรียนโดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้นพบว่า มีการจัดกิจกรรมการเรียนการรู้โดยใช้รูปแบบการสอนที่ต้องการพัฒนามโนทัศน์ รวมถึงการนำเอกสารสรุปมโนทัศน์และรูปแบบการสอนที่เน้นกิจกรรมการเขียน เพื่อมาพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลให้กับนักเรียน ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi – Experimental Research) ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ เพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำการวิจัย

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ เกี่ยวกับแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ รูปแบบการสอนโดยการใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) และหลักสูตรสถานศึกษา ช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ รวมถึงศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องวงกลม
3. ศึกษาเนื้อหาเรื่องวงกลม จากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หนังสือคู่มือครูและหนังสืออ่านประกอบอื่น ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต เกี่ยวกับวิธีวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการและวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi – Experimental Research) ที่ประกอบด้วย กลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 1 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	**การทดสอบก่อนการทดลอง**	**การทดลอง**	**การทดสอบหลังการทดลอง**
E	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์	X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์
C	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์	~X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรของการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 สำนักงานคณะกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 สำนักงานคณะกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ เป็นโรงเรียนขนาดเล็ก มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ คือ มีนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับสูง ปานกลาง และต่ำ อยู่ในห้องเดียวกัน และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนมีทั้งหมด 3 ห้องเรียน ผู้วิจัยจึงทำการเลือกนักเรียน จำนวน 2 ห้องเรียน โดยใช้เทคนิคเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน โดยเลือกห้องที่มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน จำนวน 2 ห้องเรียน ผู้วิจัยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 (เนื่องจากมีการเรียนเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่อง วงกลม คือ การแปลงทางเรขาคณิตและความเท่ากันทุกประการ) มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)
2. ห้อง ม.3/1 มีจำนวนนักเรียน 32 คน ค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 31.91 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.50 ห้อง ม.3/2 มีจำนวนนักเรียน 30 คน ค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 29.77 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.65 ห้อง ม.3/3 มีจำนวนนักเรียน 25 คน ค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 27.60 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 4.01 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค หน้า 106)
3. ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้ง 3 ห้องเรียน ไปวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (One – way ANOVA) พบว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของทั้ง 3 ห้องเรียน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และทำการเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค หน้า 106)
4. ผู้วิจัยจึงเลือกห้อง ม.3/1 และม.3/2 เนื่องจากมีความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตน้อยที่สุด และจำนวนนักเรียนทั้งสองห้องใกล้เคียงกันมากที่สุด

5. ผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับทั้งสองห้องเรียน ซึ่งค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ห้อง ม.3/1 เท่ากับ 16.28 และห้อง ม.3/2 เท่ากับ 13.97 จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) พบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ด้วยค่าที (t – test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค หน้า 107) และค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ห้อง ม.3/1 เท่ากับ 14.56 ห้อง ม.3/2 เท่ากับ 12.10 จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) พบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ด้วยค่าที (t – test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค หน้า 107)

6. ผู้วิจัยจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.3/1 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ และนักเรียนห้อง ม.3/2 เป็นกลุ่มควบคุม ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 12 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ จากวารสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ ตามแนวคิดของของกันท์เตอร์ อีสท์และชวาฟบ์ (Gunter, Estes and Schwab, 1990: 103 – 119) และใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ตามแนวคิดของโทมาซิส (Toumasis, 1995: 98 – 100) แทรกในบางขั้นของการจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนสามารถดำเนินการได้สะดวกและจัดกลุ่มของข้อมูลได้เป็นระบบที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น โดยมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ ซึ่งเป็นขั้นการยกตัวอย่างรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง โดยรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องที่ระบุอาจได้มาจากความรู้เดิม ประสบการณ์เดิมหรือจากเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน ซึ่งเป็นขั้นการพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุว่ามีลักษณะสำคัญอย่างไร โดยใช้เหตุผลอธิบายว่าเหตุใดรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุเหล่านี้จึงอยู่กลุ่มเดียวกัน และพิจารณากลุ่มที่จัด กลุ่มใดเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มใดเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ เขียนข้อมูลลงในตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (ข้อ 4) และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (ข้อ 5) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ ตามลำดับ

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้ ซึ่งเป็นการกำหนดชื่อให้กับกลุ่มมโนทัศน์ที่จัดขึ้น โดยสรุปลักษณะสำคัญของกลุ่มมโนทัศน์ที่ต้องการจากการเขียนลักษณะตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ นำลักษณะดังกล่าวมาตั้งชื่อกลุ่มมโนทัศน์และเขียนลงในมโนทัศน์ (ข้อ 1) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการใช้คำถามนำเพื่อยืนยันรายการหรือสิ่งที่ระบุในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์เดิมนั้นหรือพิจารณาเพื่อจัดเรียงเป็นกลุ่มมโนทัศน์ใหม่ ใช้การอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้

สังเกตลักษณะสำคัญของกลุ่มที่เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการและนำลักษณะดังกล่าวเขียนลงในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป ซึ่งเป็นการพิจารณาลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์ ในขั้นที่ 2, 3 และ 4 สรุปให้อยู่ในรูปทั่วไปโดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล เขียนข้อมูลในรูปทั่วไปที่สรุปได้ลงใน นิยาม/อนิยาม/คำจำกัดความของมโนทัศน์ (ข้อ 2) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ และฝึกการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) และหลักสูตรสถานศึกษา ช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์

3. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของเนื้อหาวิชา กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล แบ่งเนื้อหาและเวลาที่ดำเนินการสอนโดยปรับจากหนังสือคู่มือครู หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เพื่อความเหมาะสมกับหลักสูตรสถานศึกษา

4. วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมสำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองเรื่องวงกลม

5. เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องวงกลม จำนวน 11 แผน 12 ชั่วโมง โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียด หัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ มาตรฐาน ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระสำคัญ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอนดำเนินการตามโมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ (5 ขั้นตอน) และขั้นสรุป กิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มควบคุม แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

6. นำแผนการสอนจำนวน 11 แผน 12 ชั่วโมง ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

7. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง โดยกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งมีเนื้อหาที่ครอบคลุมมโนทัศน์ เรื่องวงกลม จำนวน 11 แผนเท่ากัน และแต่ละแผนสอนมโนทัศน์เรื่องเดียวกัน รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ง หน้า 109 – 128) ดังนี้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 วงกลม ส่วนประกอบของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมในส่วนโค้งของวงกลม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ขนาดของมุมในครึ่งวงกลม ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางไปยังคอร์ด

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสและรัศมีของวงกลม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสและคอร์ดของวงกลม

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์สำหรับกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
ขั้นนำ ครูแจ้งเรื่องที่จะเรียนให้นักเรียนทราบและทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน โดยใช้การสนทนาและการถาม – ตอบ หรือการนำเสนอด้วยสื่อต่าง ๆ ที่จำเป็นเพื่อเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน	
ขั้นสอน **ขั้นที่ 1 การระบุรายการ** (Listing) **เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์** - ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะทำการเรียนการสอนหรือเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ดังกล่าว - ครูให้นักเรียนทุกคนร่วมกันยกตัวอย่างรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง ซึ่งรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องที่ระบุได้มาจากความรู้เดิม ประสบการณ์เดิมหรือจากเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียน โดยครูต้องคอยกระตุ้นนักเรียนให้ร่วมกันยกตัวอย่าง - ครูกลั่นกรองว่ารายการที่ระบุเพียงพอในการที่จะสรุปมโนทัศน์นั้นหรือไม่ หากยังไม่เพียงพอ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติม โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดเพิ่มเติมจากสิ่งที่มีอยู่ แนะให้มองเห็นในส่วนที่ขาดอยู่ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถยกตัวอย่างเพิ่มเติมได้ - หากครูเห็นว่าข้อมูลเพียงพอแล้วให้หยุดเพื่อดำเนินการขั้นที่ 2	**ขั้นสอน** ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ดังนี้ - ครูนำเสนอบทเรียนโดยใช้การสนทนาและการถาม – ตอบ ประกอบการการอธิบายเพื่อให้นักเรียนได้มโนทัศน์ในเรื่องที่เรียน - ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับเนื้อหาที่สอน ใช้การสนทนาและการถาม – ตอบ ประกอบการการอธิบายเพื่อเพิ่มความเข้าใจให้กับนักเรียน

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน - ครูให้นักเรียนทุกคนร่วมกันพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของตัวอย่างรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุว่ามีลักษณะสำคัญร่วมกันอย่างไร - นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลว่าเหตุใดกลุ่มของรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุเหล่านี้จึงอยู่กลุ่มเดียวกัน โดยอธิบายลักษณะที่เฉพาะเจาะจงให้ชัดเจน หากนักเรียนให้เหตุผลที่ไม่ชัดเจน ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพยายามหาความหมายที่ชัดเจนเจาะจงมากที่สุด - ครูให้นักเรียนพิจารณากลุ่มที่จัดและใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะสำคัญของแต่ละกลุ่ม - นักเรียนตัดสินใจได้ว่ากลุ่มใดควรเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มใดเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ เขียนข้อมูลลงในตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (ข้อ 4) และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (ข้อ 5) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ ตามลำดับ (การตัดสินใจของนักเรียนในขั้นนี้อาจจะยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ครูไม่ควรทักท้วงเพราะนักเรียนสามารถพิจารณาข้อมูลได้อีกครั้งในขั้นที่ 4)	- ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหรือสอบถามหากไม่เข้าใจ ถ้านักเรียนเข้าใจในระดับหนึ่ง ครูให้นักเรียนร่วมกันยกตัวอย่างและร่วมกันอภิปรายเพื่อแก้ปัญหานั้น ๆ โดยครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ - ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือกำหนดสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหารายบุคคล หรืออาจแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ โดยครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำหากนักเรียนมีข้อสงสัย - ครูขออาสาสมัครจากนักเรียนในการอธิบายให้นักเรียนร่วมชั้นเรียนฟังเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น - ครูให้นักเรียนที่มีวิธีในการแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไปมานำเสนอหน้าชั้นเรียน - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่เรียนและให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาคำตอบ

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
- ในขั้นนี้นักเรียนทุกคนในห้องต้องเข้าใจความหมายหรือความสัมพันธ์ของข้อมูลที่จัดอยู่ในแต่ละกลุ่ม **ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์** (Labeling) **เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้** - ครูให้นักเรียนตั้งชื่อให้กับกลุ่มมโนทัศน์ที่จัดขึ้น โดยสรุปลักษณะสำคัญของกลุ่มมโนทัศน์ที่ต้องการ จากการเขียนลักษณะตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ ลงในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ นำลักษณะดังกล่าวมาตั้งชื่อกลุ่มมโนทัศน์ และเขียนลงในมโนทัศน์ (ข้อ 1) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ **ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่** (Regrouping) **เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์** - ครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนพิจารณาเพื่อยืนยันรายการหรือสิ่งที่ระบุในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์เดิมนั้น หรือทำการจัดเรียงเป็นกลุ่มมโนทัศน์ใหม่ ซึ่งนักเรียนต้องสามารถอธิบายเหตุผลในการจัดกลุ่มได้ - นักเรียนได้กลุ่มมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ตรงตามมโนทัศน์ที่เรียนแล้ว (หากนักเรียนยังไม่ได้กลุ่มมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ครูต้องใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาใหม่อีกครั้ง และใช้คำถามนำจนกว่านักเรียนจะได้กลุ่มมโนทัศน์ที่ถูกต้อง)	- ครูให้นักเรียนซักถามหากเกิดข้อสงสัย

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
และครูกลั่นกรองแล้วว่ากลุ่มมโนทัศน์นั้นมีลักษณะของมโนทัศน์ครบถ้วน จากนั้นครูใช้คำถามประกอบการอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะสำคัญของกลุ่มที่เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการและนำลักษณะดังกล่าวเขียนลงในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ **ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป** - ครูให้นักเรียนพิจารณาลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์ในขั้นที่ 2, 3 และ 4 สรุปให้อยู่ในรูปทั่วไปโดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล - ครูให้นักเรียนเขียนข้อมูลในรูปทั่วไปที่สรุปได้ลงใน นิยาม/อนิยาม/คำจำกัดความของมโนทัศน์ (ข้อ 2) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ - ครูให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ที่ได้ โดยครูให้นักเรียนอธิบายการได้มาซึ่งมโนทัศน์ดังกล่าวด้วย - ครูให้ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับการนำมโนทัศน์ไปใช้ประมาณ 2 – 3 ตัวอย่าง พร้อมทั้งใช้คำถามประกอบการอธิบาย - ครูกำหนดสถานการณ์ใหม่ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีการหาคำตอบและให้เหตุผลประกอบ	

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพื่อความเข้าใจในมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น	
ขั้นสรุป - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมและที่ได้จากบทเรียน - ครูมอบหมายงาน การบ้าน หรือแบบฝึกหัด เพื่อเป็นการเพิ่มความเข้าใจให้กับนักเรียน	

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบไปด้วย แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดแต่ละแบบ ดังต่อไปนี้

1. **แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มี 2 ชุด คือ

ชุดที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนและนำคะแนนที่ได้ไปเป็นตัวแปรร่วมในการปรับความแตกต่างของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน โดยผู้วิจัยเลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานเรื่องวงกลม คือ เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ

ชุดที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนหลังเรียน

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาวิธีวัดผลและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ เนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แล้ววิเคราะห์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม และเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานเรื่องวงกลม คือ เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ในแต่ละหัวข้อย่อยเพื่อกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ

มโนทัศน์ที่ 1 จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี
มโนทัศน์ที่ 2 มุมและขนาดของมุม
มโนทัศน์ที่ 3 การเลื่อนขนาน
มโนทัศน์ที่ 4 การสะท้อน
มโนทัศน์ที่ 5 การหมุน
มโนทัศน์ที่ 6 ความเท่ากันทุกประการ
มโนทัศน์ที่ 7 รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน
มโนทัศน์ที่ 8 รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม
มโนทัศน์ที่ 9 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
มโนทัศน์ที่ 10 รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน
มโนทัศน์ที่ 11 รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องวงกลม

มโนทัศน์ที่ 1 วงกลม ส่วนประกอบของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมในส่วนโค้งของวงกลม
มโนทัศน์ที่ 2 ขนาดของมุมในครึ่งวงกลม ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
มโนทัศน์ที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
มโนทัศน์ที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
มโนทัศน์ที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
มโนทัศน์ที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางไปยังคอร์ด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มโนทัศน์ที่ 7 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

มโนทัศน์ที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลม

มโนทัศน์ที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสและรัศมีของวงกลม

มโนทัศน์ที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลม

มโนทัศน์ที่ 11 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสและคอร์ดของวงกลม

3. สร้างตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Table of Specification) และกำหนดจำนวนข้อของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับเนื้อหาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 130 – 136)

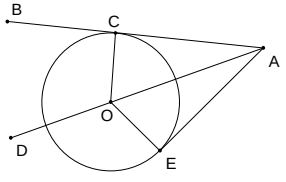
4. สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวนชุดละ 45 ข้อ ให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้กำหนดไว้ในตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ ให้ข้อละ 0 คะแนน

5. นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (ดูรายนามผู้ทรงคุณวุฒิ ในภาคผนวก ก หน้า 94) ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา (Content Validity) ความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม โดยใช้เกณฑ์จากความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิที่สอดคล้องกันอย่างน้อย 2 ใน 3 ท่าน ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นว่า แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ควรมีการแก้ไขด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

5.1 ปรับปรุงความถูกต้องของโจทย์ โดยแก้ไขรูปภาพในโจทย์ให้ถูกต้อง เช่น

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

ข้อ 34. จากรูปที่กำหนดให้ เส้นใดคือเส้นสัมผัสวงกลม



ก. $\overline{AB}$

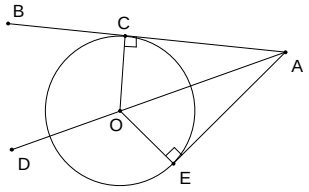
ข. $\overline{AE}$

ค. $\overline{AD}$

ง. ข้อ ก. และ ข.

แก้ไขใหม่เป็น

ข้อ 34. จากรูปที่กำหนดให้ เส้นใดคือเส้นสัมผัสวงกลม



ก. $\overline{AB}$

ข. $\overline{AE}$

ค. $\overline{AD}$

ง. ข้อ ก. และ ข.

ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในโจทย์ หรือแก้ไขภาษาที่ใช้ในตัวเลือกให้ถูกต้องชัดเจนและเหมาะสมยิ่งขึ้น เช่น

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

ข้อ 35. ข้อใด**ไม่**ถูกต้อง

ก. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสามารถเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้

ข. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ค. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าสามารถเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้

ง. รูปสามเหลี่ยมมุมป้านสามารถเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้

แก้ไขใหม่เป็น

ข้อ 35. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง

ก. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากบางรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ข. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าบางรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ค. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าบางรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ง. รูปสามเหลี่ยมมุมป้านบางรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

6. นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ (Try out) ครั้งที่ 1 กับกลุ่มที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร ดังนี้

ชุดที่ 1 นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชุดที่ 2 นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โรงเรียนจตุรพักตรพิมานรัชดาภิเษก อำเภอจตุรพักตรพิมาน จังหวัดร้อยเอ็ด สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 สำนักงานคณะกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

นำคะแนนมาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson Formula – 20: KR – 20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป

แล้วนำมาวิเคราะห์หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัด โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์มีรายละเอียดดังนี้

การทดลองใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 นำแบบวัดจำนวน 45 ข้อ ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจตุรพักตรพิมานรัชดาภิเษก อำเภอจตุรพักตรพิมาน จังหวัดร้อยเอ็ด สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 จำนวน 40 คน ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.81 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.08 – 0.95 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ -0.18 – 0.70

มีข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด 36 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบ 30 ข้อ จาก 36 ข้อ ที่ได้ตรงตามเกณฑ์และตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ และได้วิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดใหม่ พบว่า ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.80 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.25 – 0.74 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 161)

การทดลองใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 นำแบบวัดจำนวน 45 ข้อที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจตุรพักตรพิมานรัชดาภิเษก อำเภอจตุรพักตรพิมาน จังหวัดร้อยเอ็ด สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 จำนวน 40 คน ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.77 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.10 – 0.83 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ -0.18 – 0.73

มีข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด 34 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบ 30 ข้อ จาก 34 ข้อ ที่ได้ตรงตามเกณฑ์และตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ และได้วิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดใหม่ พบว่า ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.81 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.27 – 0.73 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 162)

7. นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม (ดูตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในภาคผนวก จ หน้า 137 – 144)

2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ มี 2 ชุด คือ

ชุดที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียน และนำคะแนนที่ได้ไปเป็นตัวแปรร่วมในการปรับความแตกต่างของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน โดยผู้วิจัยเลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม คือ เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ

ชุดที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนหลังเรียน

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ชุดที่ 1 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

ชุดที่ 2 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ

ตอนที่ 2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาวิธีวัดผลและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ เนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ แล้ววิเคราะห์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม และเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานเรื่องวงกลม คือ เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ในแต่ละหัวข้อย่อยเพื่อกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ

มโนทัศน์ที่ 1 จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี
มโนทัศน์ที่ 2 มุมและขนาดของมุม
มโนทัศน์ที่ 3 การเลื่อนขนาน
มโนทัศน์ที่ 4 การสะท้อน
มโนทัศน์ที่ 5 การหมุน
มโนทัศน์ที่ 6 ความเท่ากันทุกประการ
มโนทัศน์ที่ 7 รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน
มโนทัศน์ที่ 8 รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม
มโนทัศน์ที่ 9 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
มโนทัศน์ที่ 10 รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน
มโนทัศน์ที่ 11 รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องวงกลม

มโนทัศน์ที่ 1 วงกลม ส่วนประกอบของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมในส่วนโค้งของวงกลม
มโนทัศน์ที่ 2 ขนาดของมุมในครึ่งวงกลม ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
มโนทัศน์ที่ 3 มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
มโนทัศน์ที่ 4 มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
มโนทัศน์ที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
มโนทัศน์ที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางไปยังคอร์ด
มโนทัศน์ที่ 7 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
มโนทัศน์ที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลม
มโนทัศน์ที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสและรัศมีของวงกลม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มโนทัศน์ที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลม

มโนทัศน์ที่ 11 ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสและคอร์ดของวงกลม

3. สร้างตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ (Table of Specification) และกำหนดจำนวนข้อของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับเนื้อหาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 145 – 151)

4. สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ คือ

ชุดที่ 1 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

ชุดที่ 2 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 23 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

ตอนที่ 2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตารางที่ 3 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	**เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์**
3/ดีมาก	คำตอบถูกต้อง มีการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผลครบถ้วน
2/ดี	คำตอบถูกต้อง มีการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผลแต่ไม่ครบถ้วน
	คำตอบไม่ถูกต้อง มีการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผลครบถ้วน (หากเขียนไม่ชัดเจน ผู้วิจัยสัมภาษณ์เพิ่มเติม)

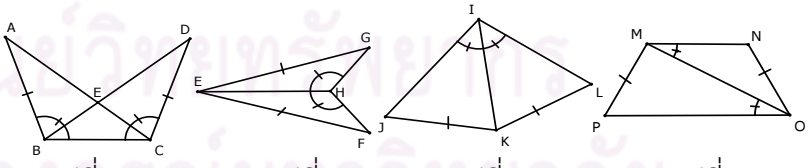
ตารางที่ 3 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

คะแนน/ความหมาย	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์
1/พอใช้	คำตอบถูกต้อง มีการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจไม่สมเหตุสมผลและไม่ครบถ้วน
	คำตอบไม่ถูกต้อง มีการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจสมเหตุสมผลแต่ไม่ครบถ้วน
0/ไม่พยายาม	คำตอบไม่ถูกต้อง มีการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจไม่สมเหตุสมผลและไม่ครบถ้วน

5. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (ดูรายนามผู้ทรงคุณวุฒิ ในภาคผนวก ก หน้า 94) ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา (Content Validity) ความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม โดยใช้เกณฑ์จากความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิที่สอดคล้องกันอย่างน้อย 2 ใน 3 ท่าน ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นว่า แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ควรมีการแก้ไขด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

5.1 ปรับปรุงความถูกต้องของโจทย์ โดยแก้ไขรูปภาพในโจทย์ให้ถูกต้อง เช่น

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ข้อ 25.



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3 รูปที่ 4

รูปที่ 1 – 3 คือ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน จากรูปที่ 4 ข้อใดถูกต้อง

ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ (ด้าน – มุม – ด้าน) เพราะมีด้านที่ยาวเท่ากัน 2 คู่ และมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่

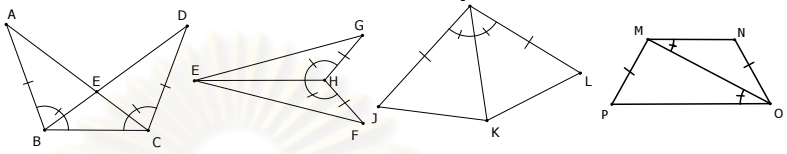
ข. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ (มุม – ด้าน – ด้าน) เพราะมีด้านที่ยาวเท่ากัน 2 คู่ และมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่

ค. ไม่สามารถสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เพราะมุมที่มีขนาดเท่ากันไม่ได้อยู่ระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน

ง. ไม่สามารถสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เพราะมีด้านและมุมที่มีขนาดเท่ากันเพียงอย่างละหนึ่งคู่

แก้ไขใหม่เป็น

ข้อ 25.



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3 รูปที่ 4

รูปที่ 1 – 3 คือ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน จากรูปที่ 4 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ (ด้าน – มุม – ด้าน) เพราะมีด้านที่ยาวเท่ากัน 2 คู่ และมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่

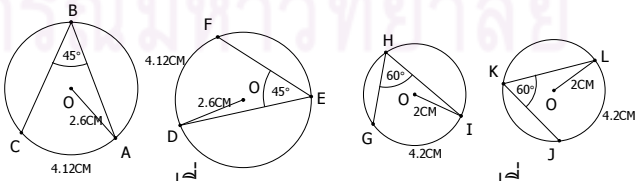
ข. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ (มุม – ด้าน – ด้าน) เพราะมีด้านที่ยาวเท่ากัน 2 คู่ และมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่

ค. ไม่สามารถสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เพราะมุมที่มีขนาดเท่ากันไม่ได้อยู่ระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน

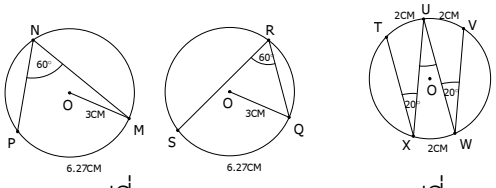
ง. ไม่สามารถสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เพราะมีด้านและมุมที่มีขนาดเท่ากันเพียงอย่างละหนึ่งคู่

5.2 ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในโจทย์ หรือแก้ไขภาษาที่ใช้ในตัวเลือกให้ถูกต้องชัดเจนและเหมาะสมยิ่งขึ้น เช่น

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 ข้อ 8.



รูปที่ 1 รูปที่ 2



รูปที่ 3 รูปที่ 4

จากรูปที่ 4 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องเกี่ยวกับ $X\hat{U}W$

ก. $X\hat{U}W = 20°$ เพราะวงกลมเดียวกันมุมในส่วนโค้งของวงกลมต้องเท่ากัน

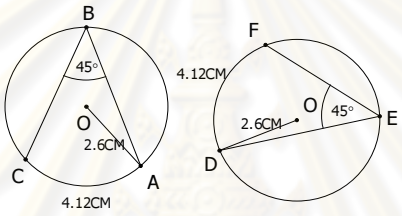
ข. $X\hat{U}W = 20°$ เพราะ ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากันแล้วความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมจะเท่ากัน

ค. $X\hat{U}W = 20°$ เพราะวงกลมเดียวกันหรือวงกลมที่เท่ากันทุกประการ ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากันแล้วความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมจะเท่ากัน

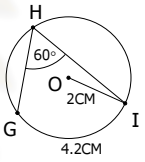
ง. ไม่สามารถสรุปได้ เนื่องจากไม่ทราบความยาวของรัศมี

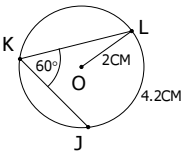
แก้ไขใหม่เป็น

ข้อ 8.

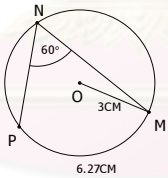


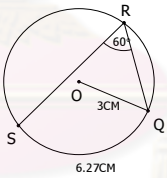
รูปที่ 1



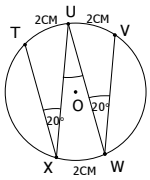


รูปที่ 2





รูปที่ 3



รูปที่ 4

พิจารณารูปที่ 1 – 3 แล้วนำหลักการดังกล่าวมาตรวจสอบในรูปที่ 4 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องเกี่ยวกับ $X\hat{U}W$

ก. $X\hat{U}W = 20°$ เพราะวงกลมเดียวกันมุมในส่วนโค้งของวงกลมต้องเท่ากัน

ข. $X\hat{U}W = 20°$ เพราะ ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ค. $X\hat{U}W = 20°$ เพราะวงกลมเดียวกันหรือวงกลมที่เท่ากันทุกประการ ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ง. ไม่สามารถสรุปได้ เนื่องจากไม่ทราบความยาวของรัศมี

6. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ (Try out) ครั้งที่ 1 กับกลุ่มที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร ดังนี้

ชุดที่ 1 นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชุดที่ 2 นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โรงเรียนจตุรพักตรพิมานรัชดาภิเษก อำเภอจตุรพักตรพิมาน จังหวัดร้อยเอ็ด สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 สำนักงานคณะกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

นำคะแนนมาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ชุดที่ 1 คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson Formula – 20: KR – 20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปทดลองใช้ (Try out) เพื่อหาค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกใหม่

การทดลองใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 นำแบบวัดจำนวน 45 ข้อที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจตุรพักตรพิมานรัชดาภิเษก อำเภอจตุรพักตรพิมาน จังหวัดร้อยเอ็ด สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 จำนวน 40 คน ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.76 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.13 – 1.00 ค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ -0.28 – 0.77

มีข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด 33 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบ 30 ข้อ จาก 33 ข้อ ที่ได้ตรงตามเกณฑ์และตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ และได้วิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดใหม่ พบว่า ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.77 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.27 – 0.73 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 163)

ชุดที่ 2 ตอนที่ 1 คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน ตอนที่ 2 ตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนน

ที่กำหนดไว้ในตารางที่ 3 นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัด โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของวิทย์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป

การทดลองใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 นำแบบวัด จำนวน 31 ข้อ (ตอนที่ 1 จำนวน 23 ข้อ และตอนที่ 2 จำนวน 8 ข้อ) ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจตุรพักตรพิมานรัชดาภิเษก อำเภอจตุรพักตรพิมาน จังหวัดร้อยเอ็ด สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 จำนวน 40 คน ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.79 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.00 – 0.70 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.00 – 0.90

มีข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด 25 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบ 20 ข้อ จาก 25 ข้อ (ตอนที่ 1 จำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 จำนวน 5 ข้อ) ที่ได้ตรงตามเกณฑ์และตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ และได้วิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดใหม่ พบว่า ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.74 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.25 – 0.70 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.80 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 164)

7. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม (ดูตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ในภาคผนวก จ หน้า 152 – 160)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการทดลองการสอนด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

ขั้นเตรียมการ

ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม
2. จัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
3. นำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ จังหวัดร้อยเอ็ด

ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม
2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการรู้ให้แก่นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ตามเนื้อหาสาระและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเดียวกัน ใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 เนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ เรื่องวงกลม
4. หลังสิ้นสุดการเรียนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทำการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 และแบบวัดความสามารถ

ในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องวงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม แล้วนำคะแนนจากแบบทดสอบมาวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัด มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS for Window) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 คำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เป็นตัวแปรร่วม (นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test dependent)

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เป็นตัวแปรร่วม (นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน)

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด

1.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 หาค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson – 20: KR – 20) หาค่าความยาก (p) และ

หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด คำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์แบบวัด (Test Analysis Program version 4.3.5) ซึ่งเป็นโปรแกรมพัฒนาโดยบรู๊ก (Books, 2006) ผู้วิจัยดาวน์โหลดจาก http://www.watpon.com [มกราคม, 2554]

1.2 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 หาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด คำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์แบบวัด B – Index and Non Zero – One Method Item Analysis ซึ่งเป็นโปรแกรมพัฒนาโดยสาคร แสงผึ้ง (2545) ผู้วิจัยดาวน์โหลดจาก http://www.nitesonline.net/sakorn/page11.htm [มกราคม, 2554]

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

หาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test) การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) คำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS for Window)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เสนอในตารางที่ 4

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ เสนอในตารางที่ 5

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เสนอในตารางที่ 6

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. สภาพโดยทั่วไปของโรงเรียน
2. สภาพทางสังคมและเศรษฐกิจของนักเรียน
3. การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตารางที่ 4 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2		คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 ที่ปรับแล้ว		F
		$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	
กลุ่มทดลอง	32	20.56	3.43	19.47	0.23	27.63*
กลุ่มควบคุม	30	16.50	3.09	17.67	0.24	

* $p < .05$

จากตารางที่ 4 เมื่อปรับคะแนนสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เป็นตัวแปรร่วม พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์

ตารางที่ 5 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ และค่าที (t – test dependent) (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	n	$\overline{x}$	s	t
ก่อนเรียน	32	14.56	2.44	12.60*
หลังเรียน	32	18.66	2.76	

* $p < .05$

จากตารางที่ 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตารางที่ 6 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติและการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)(คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลฯ ชุดที่ 2		คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลฯ ชุดที่ 2 ที่ปรับแล้ว		F
		$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	
กลุ่มทดลอง	32	18.66	2.76	17.53	0.31	5.82*
กลุ่มควบคุม	30	15.17	2.55	16.37	0.32	

* $p < .05$

จากตารางที่ 6 เมื่อปรับคะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เป็นตัวแปรร่วม พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. สภาพโดยทั่วไปของโรงเรียน

โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดเล็ก ระดับตำบล มีทั้งหมด 14 ห้องเรียน แบ่งเป็น ม.1 จำนวน 2 ห้องเรียน ม.2 จำนวน 3 ห้องเรียน ม.3 จำนวน 3 ห้องเรียน ม.4 จำนวน 2 ห้องเรียน ม.5 จำนวน 2 ห้องเรียน และ ม.6 จำนวน 2 ห้องเรียน มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ มีครูทั้งหมดจำนวน 24 คน โดยครูทุกคนสอนตรงตามวิชาเอกของตนเอง มีเพียงบางท่านที่ช่วยสอนในบางรายวิชาที่ไม่ตรงตามวิชาเอก โรงเรียนจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนเดินไปเรียนในห้องเรียนแต่ละวิชา สำหรับการมาโรงเรียนของนักเรียน ส่วนมากมาโรงเรียนโดยการโดยสารรถรับเหมาที่โรงเรียนจัดเป็นสวัสดิการให้กับนักเรียน เนื่องจากสถานที่ตั้งของโรงเรียนอยู่ระหว่าง 2 หมู่บ้าน

2. สภาพทางสังคมและเศรษฐกิจของนักเรียน

นักเรียนส่วนใหญ่เป็นนักเรียนที่พักอาศัยอยู่ในตำบลกกโพธิ์ซึ่งเป็นตำบลที่ตั้งของโรงเรียนและอยู่ในครอบครัวที่มีฐานะค่อนข้างยากจนถึงระดับปานกลาง เนื่องจากครอบครัวของนักเรียนประกอบอาชีพเกษตรกรรม เช่น ทำนา ทำไร่อ้อย มันสำปะหลัง มีเป็นส่วนน้อยที่มีฐานะทางเศรษฐกิจค่อนข้างดี นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้อาศัยอยู่กับพ่อแม่ เนื่องจากพ่อแม่ต้องไปทำงานต่างจังหวัด นักเรียนจึงต้องอาศัยอยู่กับญาติ เช่น ตายาย ลุงป้า เป็นต้น บางครอบครัวอยู่กันเฉพาะพี่น้อง ไม่มีญาติผู้ใหญ่ดูแล นักเรียนต้องเรียนหนังสือประกอบกับการทำงานเพื่อช่วยแบ่งเบาภาระให้กับผู้ปกครอง จึงทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจกับการประกอบอาชีพและสภาพความเป็นอยู่ของทางบ้านมากกว่าการเรียนหนังสือ ซึ่งจะเห็นได้จากช่วงปิดภาคเรียนนักเรียนจะเดินทางไปทำงานกับผู้ปกครองที่ต่างจังหวัด เพื่อทำงานหาเงินสำหรับเป็นทุนการศึกษาในภาคเรียนต่อไป แต่โดยภาพรวมแล้วผู้ปกครองส่วนใหญ่สนับสนุนให้นักเรียนได้เรียนหนังสืออย่างเต็มที่ มีเพียงส่วนน้อยที่ยังมีความเชื่อที่ว่าการเรียนนั้นเป็นการสิ้นเปลืองและอนุญาตให้นักเรียนเรียนจบตามเกณฑ์การศึกษาภาคบังคับเท่านั้น ทำให้เป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้นักเรียนขาดแรงจูงใจในการเรียน

3. การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเป็นผู้ทดลองสอนด้วยตัวเองกับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ซึ่งผลจากการดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นดังนี้

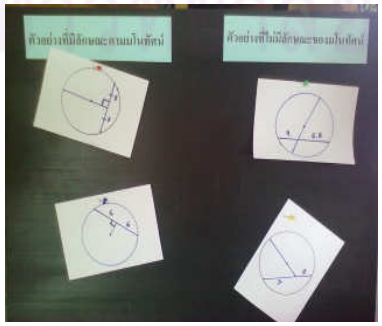
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์

ในชั่วโมงแรก ผู้วิจัยได้แนะนำให้นักเรียนได้ทราบเกี่ยวกับเอกสารสรุปมโนทัศน์ว่ามีองค์ประกอบเป็นอย่างไร และมีความสำคัญอย่างไร ในชั่วโมงที่สองจึงเริ่มทำการสอน โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ โดยพฤติกรรมของนักเรียนที่สังเกตได้จากการดำเนินการในแต่ละขั้นตอน มีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) **เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์** ผู้วิจัยให้นักเรียนสร้างกลุ่มตัวอย่าง รายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ด้วยตัวเองตามความเข้าใจ เป็นแรงจูงใจทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียน จากนั้นให้นักเรียนอธิบายเหตุผลในการสร้างตัวอย่างซึ่งในช่วงแรกนักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ผู้วิจัยต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น แต่ในช่วงหลังนักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลในการสร้างตัวอย่างได้โดยผู้วิจัยไม่ต้องใช้คำถามนำ ดังภาพ

ภาพที่ 1 นักเรียนกลุ่มทดลองสร้างกลุ่มตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) **เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน** ผู้วิจัยให้นักเรียนพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของข้อมูลที่ระบุและพิจารณาว่ากลุ่มใดควรเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มใดเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์พร้อมอธิบายเหตุผล ดังภาพ

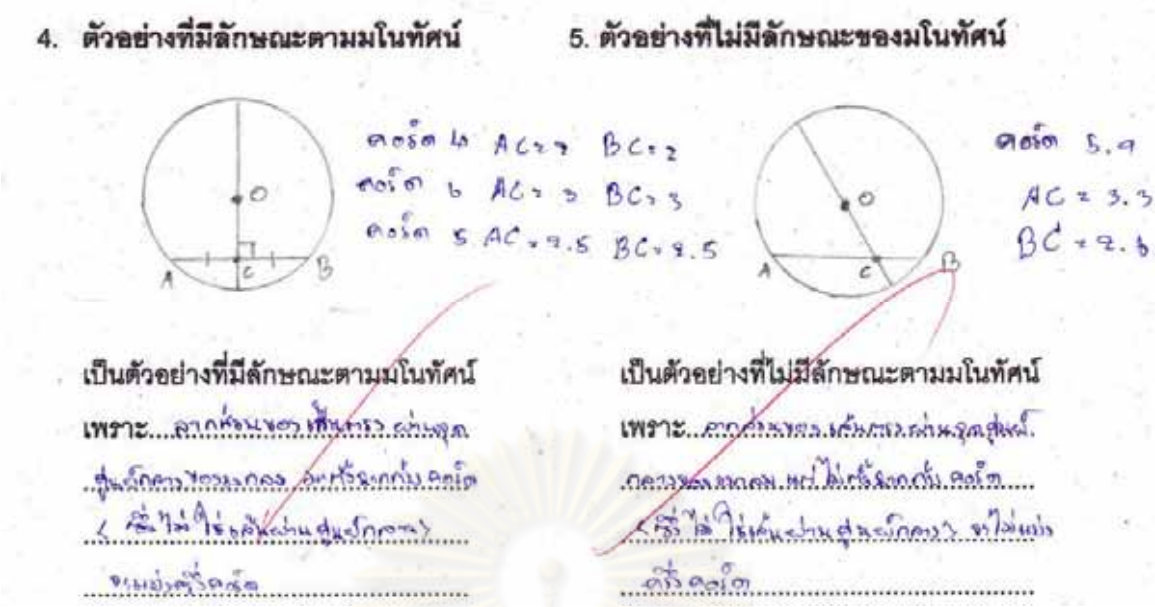


ภาพที่ 2 นักเรียนกลุ่มทดลองจัดกลุ่มของข้อมูลที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์

ในช่วงแรกนักเรียนไม่สามารถดำเนินการเป็นรายบุคคลได้ เนื่องจากอาจยังไม่คุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้คิดและสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเอง ผู้วิจัยต้องปรับโดยให้ดำเนินกิจกรรมเป็นกลุ่มหรือเป็นคู่ นักเรียนเขียนสัญลักษณ์และระบุองค์ประกอบของข้อมูลไม่ครบถ้วน เช่น นักเรียนไม่ระบุความยาวรัศมีของวงกลมทำให้ไม่สามารถทราบได้ว่ารูปวงกลมสองวงเท่ากันทุกประการหรือไม่ รวมถึงนักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็นและมีการตัดสินใจโดยไม่มีเหตุผลหรือมีการให้เหตุผลเพียงบางส่วนของข้อมูล ผู้วิจัยจึงใช้คำถามนำและให้นักเรียนร่วมกันแสดงเหตุผลเพื่อให้นักเรียนสังเกตรายละเอียดที่เป็นลักษณะของมโนทัศน์ได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น แต่เนื่องจากข้อมูลส่วนใหญ่ได้มาจากการใช้คำถามนำของผู้วิจัย ภาษาที่ใช้ในการให้เหตุผลประกอบของนักเรียนจึงเป็นภาษาที่เป็นทางการ ดังภาพ

ภาพที่ 3 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนสัญลักษณ์หรือระบุองค์ประกอบของข้อมูลในเอกสารสรุปมโนทัศน์ไม่ครบถ้วนและการเขียนแสดงการให้เหตุผลประกอบการจัดกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ในเอกสารสรุปมโนทัศน์

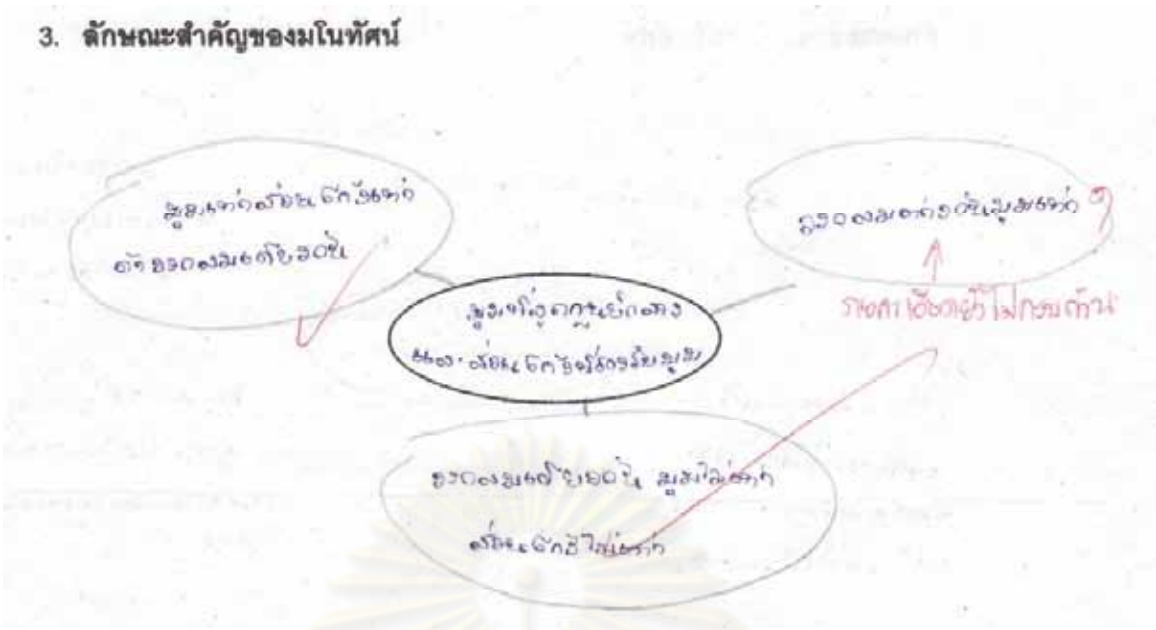
หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่แผนที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนสามารถดำเนินการเป็นรายบุคคลได้ สามารถเขียนสัญลักษณ์หรือระบุองค์ประกอบของข้อมูลได้ครบถ้วนหรือแสดงรายละเอียดได้ถูกต้องมากกว่าช่วงแรก นักเรียนคุ้นเคยกับการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจในการจัดหมวดหมู่ การแยกประเภท หรือการอธิบายเหตุผลประกอบการจัดกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ด้วยความเข้าใจและด้วยภาษาของตนเอง ซึ่งไม่ได้มาจากการใช้คำถามนำของผู้วิจัย ดังภาพ



ภาพที่ 4 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนสัญลักษณ์หรือระบุองค์ประกอบของข้อมูลในเอกสารสรุปมโนทัศน์ได้ครบถ้วนและการเขียนแสดงการให้เหตุผลประกอบการจัดกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ในเอกสารสรุปมโนทัศน์

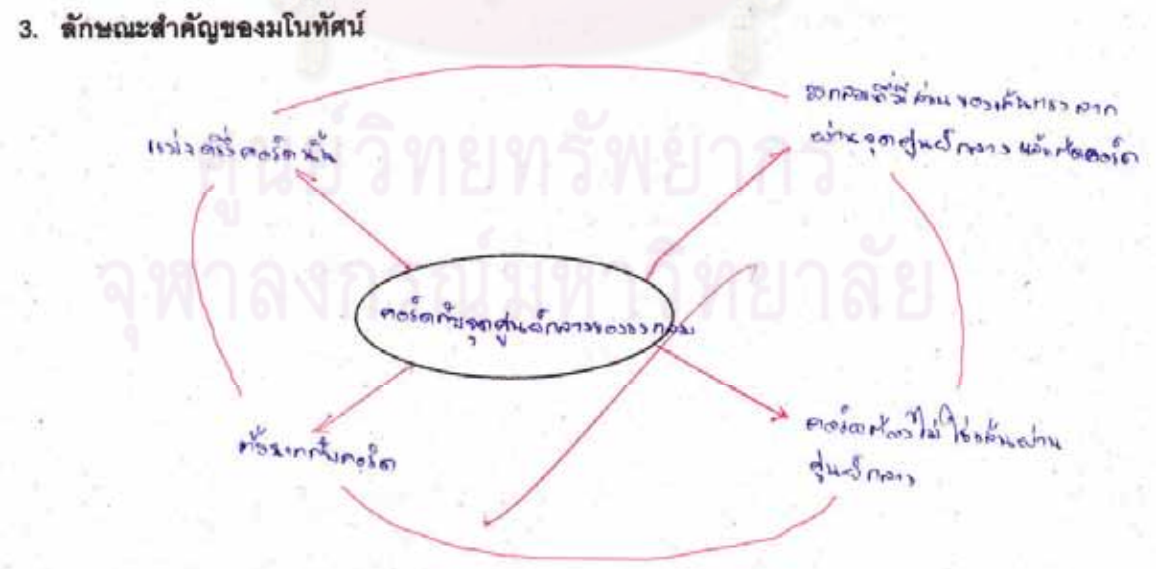
ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) **เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้** ผู้วิจัยให้นักเรียนกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์โดยสรุปลักษณะสำคัญของกลุ่มมโนทัศน์จากการเขียนลักษณะตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ ในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ นำลักษณะดังกล่าวมาตั้งชื่อกลุ่มมโนทัศน์ และให้เหตุผลประกอบการตั้งชื่อมโนทัศน์ดังกล่าว ซึ่งในช่วงแรกนักเรียนสามารถตั้งชื่อได้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่เรียนแต่ยังไม่กล้าแสดงความคิดเห็นหรือการให้เหตุผลประกอบการตั้งชื่อกลุ่มมโนทัศน์ แต่หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่แผนที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการตั้งชื่อกลุ่มมโนทัศน์ได้ดีกว่าช่วงแรก

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) **เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์** ผู้วิจัยใช้คำถามนำให้นักเรียนพิจารณากลุ่มมโนทัศน์อีกครั้ง ใช้การอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้สังเกตลักษณะสำคัญของกลุ่มที่เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการ และนำลักษณะดังกล่าวเขียนลงในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ ซึ่งในช่วงแรกนักเรียนระบุรายละเอียดลักษณะสำคัญของกลุ่มที่เป็นมโนทัศน์ไม่ครบถ้วนและไม่มีการเชื่อมโยงระหว่างรายละเอียดย่อย รวมถึงการอธิบายลักษณะของมโนทัศน์ที่ระบุได้ไม่ดีเท่าที่ควรและบางครั้งไม่มีการให้เหตุผลสนับสนุน ดังภาพ



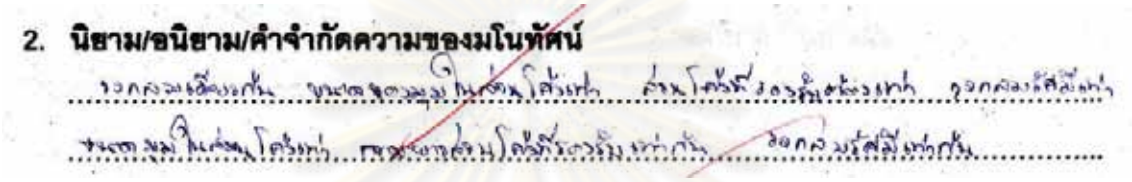
ภาพที่ 5 นักเรียนกลุ่มทดลองระบุรายละเอียดในเอกสารสรุปมโนทัศน์ในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไม่ครบถ้วนและไม่มีการเชื่อมโยงระหว่างรายละเอียดย่อย

ผู้วิจัยได้อธิบายการเขียนลักษณะสำคัญของมโนทัศน์เพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนทราบว่าสามารถเขียนตามความเข้าใจด้วยภาษาของตนเองได้ แต่ต้องมีลักษณะของมโนทัศน์ที่ครบถ้วน หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่แผนที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนสามารถเขียนระบุรายละเอียดลักษณะสำคัญของกลุ่มที่เป็นมโนทัศน์ได้ครบถ้วนและมีการเชื่อมโยงระหว่างรายละเอียดย่อย รวมถึงสามารถอธิบายลักษณะของมโนทัศน์ที่เขียนด้วยภาษาที่เกิดจากความเข้าใจของตนเองได้ดีกว่าช่วงแรก ดังภาพ



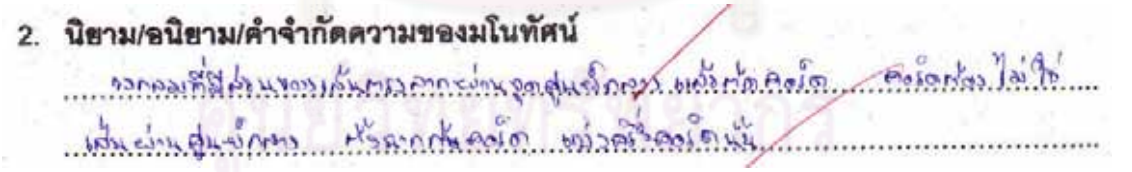
ภาพที่ 6 นักเรียนกลุ่มทดลองระบุรายละเอียดในเอกสารสรุปมโนทัศน์ในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ได้ครบถ้วนและมีการเชื่อมโยงระหว่างรายละเอียดย่อย

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) **เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป** ผู้วิจัยให้นักเรียนพิจารณาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์และสรุปให้อยู่ในรูปทั่วไป โดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล ซึ่งในช่วงแรกนักเรียนกังวลเรื่องการใช้ภาษาในการอธิบายเหตุผลทำให้ไม่สามารถเขียนสรุปมโนทัศน์ได้ เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนสามารถดำเนินการสรุปด้วยภาษาของตนเองได้แต่ต้องมีลักษณะของมโนทัศน์ที่ครบถ้วน ทำให้นักเรียนคลายความกังวลในการใช้ภาษาและสามารถอธิบายเหตุผลได้ในระดับหนึ่งแต่ไม่สามารถสรุปเป็นใจความสำคัญได้ ผู้วิจัยต้องใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนพิจารณาและเพิ่มเติมในส่วนที่ไม่สมบูรณ์ แต่การสรุปมโนทัศน์ยังระบุลักษณะของมโนทัศน์ไม่ครบถ้วน ดังภาพ



ภาพที่ 7 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนสรุปมโนทัศน์ในเอกสารสรุปมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองแต่มีลักษณะของมโนทัศน์ไม่ครบถ้วน

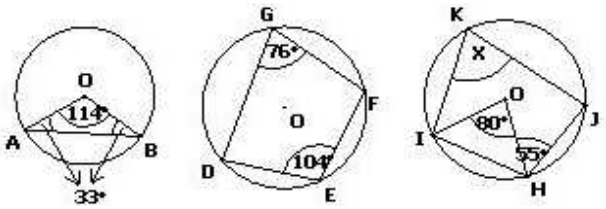
หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่แผนที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนสามารถเขียนสรุปมโนทัศน์โดยระบุลักษณะของมโนทัศน์ได้ครบถ้วนหรือแสดงรายละเอียดได้ถูกต้องมากกว่าช่วงแรก รวมถึงสามารถอธิบายเหตุผลประกอบการสรุปมโนทัศน์ด้วยความเข้าใจและด้วยภาษาของตนเองได้โดยไม่ได้เกิดจากการใช้คำถามนำของผู้วิจัย ดังภาพ



ภาพที่ 8 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนสรุปมโนทัศน์ในเอกสารสรุปมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองและมีลักษณะของมโนทัศน์ครบถ้วน

จากที่นักเรียนได้เขียนสรุปมโนทัศน์ด้วยความเข้าใจและด้วยภาษาของตนเองและอาจจะคุ้นเคยกับการเขียนอธิบายและการยกตัวอย่างมีลักษณะตามมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์พร้อมให้เหตุผลประกอบ จึงทำให้นักเรียนสามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบประกอบการให้เหตุผลด้วยภาษาของตนเองได้ชัดเจน ดังภาพ

2.



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

พิจารณารูปที่ 1 – 2 แล้วนำหลักการดังกล่าวมาใช้ในการหาค่า x ในรูปที่ 3 พร้อมให้เหตุผล

x = 75 เพราะ: Δ IOH เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน
คือ $\frac{180-80}{2} = 50$ ∴ 50+55 = 105 ดังนั้น x = 75 เพราะ □ที่แนบในวงกลม
ผลรวมของมุมตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากับ 180° ตอบ x = 75°

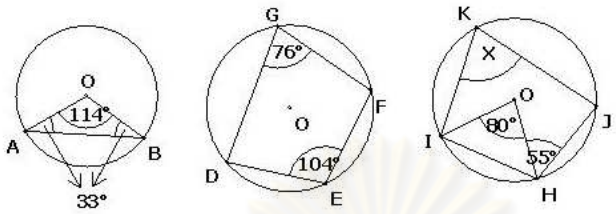
ภาพที่ 9 การเขียนอธิบายเหตุผลในการแสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 – 2 ในการดำเนินการจัดกิจกรรม ผู้วิจัยนำเสนอรูปภาพตัวอย่างและให้นักเรียนร่วมกันสังเกต โดยใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น ปรากฏว่านักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ไม่มีปฏิสัมพันธ์ร่วมเท่าที่ควร เมื่อให้ร่วมกันแสดงการหาคำตอบ นักเรียนสามารถดำเนินการได้แต่ไม่มีเหตุผลประกอบการดำเนินการดังกล่าว ผู้วิจัยต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันให้เหตุผลและอธิบาย ให้นักเรียนทราบถึงการแสดงความคิดเห็นหรือการให้เหตุผลประกอบว่ายังไม่ต้องคำนึงถึงภาษาที่เป็นทางการแต่เป็นภาษาง่าย ๆ ที่นักเรียนเข้าใจ ทำให้นักเรียนเริ่มแสดงความคิดเห็น สำหรับการทำกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนกลุ่มที่เรียนเก่งจะรวมกลุ่มกันเอง นักเรียนที่เรียนไม่เก่งจะไม่มีใครอยากให้รวมกลุ่มด้วย ผู้วิจัยจึงจัดให้นักเรียนทุกกลุ่มเป็นแบบคละความสามารถและขอตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอวิธีคิด ไม่มีนักเรียนคนใดเป็นตัวแทนออกมานำเสนอ นั่นคือนักเรียนไม่กล้าแสดงออกเท่าที่ควร ผู้วิจัยต้องใช้คำถามนำประกอบการอธิบายและให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีการหาคำตอบ แต่หลังจากที่ผู้วิจัยทำการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่แผนที่ 4 เป็นต้นไป นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นและมีปฏิสัมพันธ์ร่วมมากกว่าช่วงแรกแต่ผู้วิจัยยังต้องใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล เพราะการให้เหตุผลยังขาดรายละเอียดในส่วนที่สำคัญของมโนทัศน์ ซึ่งอาจเนื่องมาจากการดำเนินการจัดกิจกรรม นักเรียนไม่ได้ฝึกการให้เหตุผลเป็นขั้นตอนที่ชัดเจนตั้งแต่ต้นจนจบแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อาจมีเพียงการแสดงเหตุผลเฉพาะในเรื่องนั้น ๆ บางครั้งผู้วิจัยต้องใช้คำถามแบบชี้แนะเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะของ

มโนทัศน์ได้ชัดเจน และให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบอีกครั้งเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น และอาจเป็นผลเนื่องมาจากที่กล่าวข้างต้นเกี่ยวกับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ไม่ได้เน้นให้นักเรียนอธิบายเหตุผล ทำให้นักเรียนไม่เขียนอธิบายเหตุผลในการแสดงวิธีการหาคำตอบหรือมีการเขียนอธิบายเหตุผลได้บางส่วนเท่านั้น ดังภาพ

2.



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

พิจารณารูปที่ 1 – 2 แล้วนำหลักการดังกล่าวมาใช้ในการหาค่า x ในรูปที่ 3 พร้อมให้เหตุผล

$x = 125°$ เพราะ มุม K และ มุม H เป็นมุมตรงข้ามกัน
และรวมได้ $180°$

ภาพที่ 10 การเขียนอธิบายเหตุผลในการแสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ในการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประชากรของการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 สำนักงานคณะกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ จังหวัดร้อยเอ็ด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27 สำนักงานคณะกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ โดยผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งสามห้องเรียน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (One – way ANOVA) พบว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้ง 3 ห้องเรียน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงผู้วิจัยจึงเลือกห้อง ม.3/1 และม.3/2 ผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนเรียนโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับทั้งสองห้อง พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีมโนทัศน์และความสามารถ

ในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน จากนั้นจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.3/1 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ และนักเรียนห้องม.3/2 เป็นกลุ่มควบคุม ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ครอบคลุมเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องวงกลม จำนวน 12 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มี 2 ชุด คือ

ชุดที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตและความเท่ากันทุกประการ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.80 ค่าความยาก (p) มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.25 – 0.74

ชุดที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน เรื่องวงกลม เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกจำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.81 ค่าความยาก (p) มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.27 – 0.73

2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ มี 2 ชุด คือ

ชุดที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตและความเท่ากันทุกประการ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.77 ค่าความยาก (p) มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.27 – 0.73

ชุดที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน เรื่องวงกลม แบ่งเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมี

ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.74 ค่าความยาก (p) มีค่าตั้งแต่ 0.25 – 0.70 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.80

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 กับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม นำคะแนนมาวิเคราะห์เพื่อศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยนำคะแนนมาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test independent) จากนั้น ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องวงกลม กับนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์และกลุ่มควบคุมได้รับการการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการรู้ สัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง เมื่อดำเนินการสอนครบตามเนื้อหาที่กำหนดไว้แล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 กับนักเรียนทั้งสองกลุ่ม หลังจากนั้น นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยนำคะแนนมาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เป็นตัวแปรร่วม จากนั้นเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง โดยนำคะแนนของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และ 2 มาทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test dependent)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากผลการวิจัยและข้อสังเกตที่ได้รับจากการทดลองสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 1 อาจเป็นผลเนื่องมาจากโมเดลการพัฒนามโนทัศน์และการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์มีวัตถุประสงค์เหมือนกัน คือต้องการให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนได้ด้วยความเข้าใจและภาษาของตนเอง ซึ่งจะทำให้เข้าใจในมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น โดยสังเกตได้จากพฤติกรรมของนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนการรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) ในขั้นนี้นักเรียนสร้างกลุ่มตัวอย่างหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ด้วยตัวเองตามความเข้าใจ

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) ในขั้นนี้นักเรียนได้พิจารณาถึงลักษณะสำคัญของข้อมูลที่ระบุและพิจารณาว่ากลุ่มใดควรเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ โดยหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัด

กิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่แผนที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์และระบุองค์ประกอบได้ครบถ้วนหรือแสดงรายละเอียดได้ถูกต้องมากกว่าช่วงแรก

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) ในขั้นนี้นักเรียนกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์โดยสรุปลักษณะสำคัญของกลุ่มมโนทัศน์แล้วนำลักษณะดังกล่าวมาตั้งชื่อกลุ่มมโนทัศน์

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) ในขั้นนี้ให้นักเรียนพิจารณากลุ่มมโนทัศน์อีกครั้ง เพื่อสังเกตลักษณะสำคัญของกลุ่มที่เป็นมโนทัศน์ที่ต้องการว่าควรเพิ่มเติมรายละเอียดในส่วนใด โดยหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่แผนที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนสามารถระบุลักษณะสำคัญของกลุ่มมโนทัศน์ได้ครบถ้วนหรือแสดงรายละเอียดได้ถูกต้องมากกว่าช่วงแรก

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) ในขั้นนี้ให้นักเรียนพิจารณาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์และสรุปให้อยู่ในรูปทั่วไป โดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล โดยนักเรียนสามารถเขียนสรุปมโนทัศน์โดยระบุลักษณะของมโนทัศน์ได้ครบถ้วนหรือแสดงรายละเอียดได้ถูกต้องมากกว่าช่วงแรก

ผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวนักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์เองได้ โดยส่งเสริมให้นักเรียนใช้การสังเกต การเปรียบเทียบความแตกต่างของข้อมูล การจัดหมวดหมู่ การจัดลำดับความสำคัญของข้อมูล และขยายสู่การทำให้อยู่ในรูปทั่วไป ซึ่งเป็นลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน นักเรียนสามารถยกตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์พร้อมให้เหตุผลประกอบได้ รวมถึงนักเรียนสามารถดำเนินการสรุปมโนทัศน์ได้โดยใช้ข้อมูลอ้างอิงจากเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีการรวบรวมข้อมูลไว้อย่างเป็นระบบและชัดเจน ซึ่งการใช้การนำเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ สอดคล้องกับงานวิจัยของโฮห์น (Hoehn, 1973: 4870 – A) มาคเคิล และเทเลอร์ (Tayler, 1969 อ้างถึงใน สุธีรัตน์ อริเดช, 2540: 38) ซึ่งการจัดกิจกรรมดังกล่าวเป็นขั้นที่ 1, 2 และ 5 ของการจัดกิจกรรมการเรียนการรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ รวมถึงการใช้โมเดลสำหรับพัฒนามโนทัศน์ที่ส่งเสริมมโนทัศน์ของนักเรียนนั้นสอดคล้องกับงานวิจัยของยลนภา พลชัย (2548) และปราณี พรภวิษย์กุล (2549) ที่เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และโมเดลการสร้างมโนทัศน์ตามลำดับ พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และโมเดลการสร้างมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งโมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และโมเดลการสร้างมโนทัศน์เป็นโมเดลสำหรับพัฒนา

มโนทัศน์เช่นเดียวกันกับโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสรุปมโนทัศน์โดยใช้เอกสารที่มีลักษณะคล้ายกับเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่ส่งเสริมมโนทัศน์ของนักเรียนสอดคล้องกับงานวิจัยของมอนโรว์และแพนเดอร์กลาส (Monroe and Pendergrass, 1997) ที่เปรียบเทียบรูปแบบการสอนคำศัพท์คณิตศาสตร์ระหว่างการสอนโดยใช้โมเดลของเฟลเยอร์กับการสอนโดยให้นิยามเพียงอย่างเดียว พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการใช้โมเดลของเฟลเยอร์สามารถเขียนจำนวนคำศัพท์คณิตศาสตร์และนิยามได้มากกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนโดยให้นิยามเพียงอย่างเดียว ซึ่งโมเดลของเฟลเยอร์มีองค์ประกอบบางส่วนที่คล้ายกับเอกสารสรุปมโนทัศน์ คือ นิยาม การยกตัวอย่างที่สอดคล้องและไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ เห็นได้ว่าการสรุปมโนทัศน์โดยใช้เอกสารที่มีลักษณะคล้ายกับเอกสารสรุปมโนทัศน์ส่งผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ดีขึ้น รวมถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และการใช้สื่อการสอนที่มีลักษณะคล้ายกับโมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์นั้นส่งเสริมมโนทัศน์ให้กับนักเรียน สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป นักเรียนกลุ่มควบคุมอาจมีการสร้างมโนทัศน์ที่ไม่มีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน รวมถึงการจดบันทึกเพื่อช่วยจัดระบบการคิดในเอกสารที่ไม่มีรูปแบบที่ชัดเจน ทำให้ไม่มีข้อมูลสำหรับอ้างอิง ข้อมูลที่ได้จึงขาดรายละเอียดบางส่วนที่สำคัญ ส่งผลให้การสรุปมโนทัศน์ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องแต่มีลักษณะของมโนทัศน์ไม่ครบถ้วน ซึ่งบางครั้งผู้วิจัยต้องใช้คำถามนำประกอบการอธิบายนักเรียนจึงจะสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ครบถ้วน

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 2 อาจเป็นผลเนื่องมาจากโมเดลการพัฒนามโนทัศน์นั้นเป็นโมเดลที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการให้เหตุผลเชิงอุปนัย และจากแนวคิดการจัดทำเอกสารสรุปมโนทัศน์ของโทมาซิสที่ให้นักเรียนยกตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ ทำให้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการรู้ 5 ขั้นตอน คือ การระบุรายการ การจัดกลุ่ม การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ การจัดกลุ่มใหม่ การสังเคราะห์นั้นส่งเสริมให้นักเรียนใช้ทักษะการให้เหตุผลเชิงอุปนัย โดยใช้การสังเกต การเปรียบเทียบความแตกต่างของข้อมูล การจัดหมวดหมู่ การจัดลำดับความสำคัญของข้อมูล และขยายสู่การทำให้อยู่ในรูปทั่วไป โดยทุกขั้นตอนนักเรียนต้องสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจได้ โดยเฉพาะในขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน ในขั้นนี้นักเรียนพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของข้อมูลที่ระบุและพิจารณาว่ากลุ่มใดควรเป็น

กลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบการพิจารณาดังกล่าว ซึ่งหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่แผนที่ 6 เป็นต้นไป นักเรียนคุ้นเคยกับการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจในการจัดหมวดหมู่ การแยกประเภท รวมถึงการทำให้อยู่ในรูปทั่วไป สามารถอธิบายเหตุผลประกอบการจัดกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ด้วยความเข้าใจและด้วยภาษาของตนเอง สำหรับการใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์เข้ามาแทรกในขั้นตอนการจัดกิจกรรมของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ ทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นภาพรวมของข้อมูลที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น เนื่องจากการจดบันทึกในเอกสารสรุปมโนทัศน์เป็นการจดบันทึกที่มีรูปแบบขั้นตอนที่ชัดเจน ทำให้การให้เหตุผล การสรุปมีข้อมูลอ้างอิง ส่งผลให้สามารถสรุปมโนทัศน์ได้ถูกต้องและมีลักษณะของมโนทัศน์ครบถ้วน ซึ่งเดิมก่อนที่นักเรียนจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลเชิงอุปนัยอยู่ในระดับหนึ่ง และเมื่อได้มาดำเนินการตามการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวนักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิด การจัดระเบียบการคิด มีการให้เหตุผลเป็นลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน ส่งผลให้การเขียนในการแสดงการหาคำตอบมีการแสดงเหตุผลประกอบชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของนิตยา ธรรมมิกะกุล (2550) ได้ศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 และเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนระดับชั้นที่สูงกว่ามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนระดับชั้นที่ต่ำกว่า และพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มขึ้นจากระดับชั้นที่ต่ำกว่าไปสู่ระดับชั้นที่สูงกว่าทั้งนักเรียนชายและนักเรียนหญิง เห็นได้ว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองหรือนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นจะส่งผลทำให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลสูงขึ้นด้วย

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 3 น่าจะมีผลดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าโมเดลการพัฒนามโนทัศน์นั้น เป็นโมเดลที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลเชิงอุปนัยให้กับนักเรียนและวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการรู้ 5 ขั้นตอนของโมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์นั้นส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการให้เหตุผลเชิงอุปนัยโดยใช้การสังเกต การเปรียบเทียบความแตกต่างของข้อมูล การจัดหมวดหมู่ การจัดลำดับความสำคัญของข้อมูลและขยายสู่การทำให้อยู่ในรูปทั่วไป โดยเฉพาะในขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็น

การจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน นักเรียนต้องพิจารณาลักษณะสำคัญของข้อมูลที่ระบุและพิจารณาว่ากลุ่มใดควรเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มใดเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์พร้อมอธิบายเหตุผล และจากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซ ที่พัฒนาขึ้นโดยวิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน 2) ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม 3) ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล 4) ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ 5) ขั้นสรุป และ 6) ขั้นนำความรู้ไปใช้ พบว่ากระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดเชิงอุปนัยหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม ซึ่งขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวคล้ายกับขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์ ซึ่งอาจเป็นเหตุผลที่ทำให้นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ นอกจากนี้การนำเอกสารสรุปมโนทัศน์มาใช้ในขั้นตอนการจัดกิจกรรม ทำให้นักเรียนมีการจดบันทึกในรูปแบบที่ชัดเจน การสรุปมโนทัศน์มีข้อมูลอ้างอิง และมีเหตุผลประกอบ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ มีการฝึกกระบวนการคิด การจัดระเบียบการคิด และมีการให้เหตุผลเป็นลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน สอดคล้องกับคำกล่าวของพัชรี วรจรัสรังสี (2553: 5) ที่กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า เอกสารสรุปมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนใช้ความคิดในการแยกแยะและวิเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมา แล้วนำมาสรุปและอธิบายความรู้อย่างถูกต้องด้วยหลักการและเหตุผล ซึ่งอาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้การใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล ดังจะเห็นได้จากที่นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถเขียนอธิบายเหตุผลในการแสดงวิธีการหาคำตอบได้ชัดเจนแต่นักเรียนกลุ่มควบคุมไม่เขียนอธิบายเหตุผลในการแสดงวิธีการหาคำตอบหรือมีการเขียนอธิบายเหตุผลได้ในบางส่วนเท่านั้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็นข้อเสนอแนะจากการวิจัย และข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ในขั้นตอนต่าง ๆ ครูควรให้เวลากับนักเรียนในการคิด การแสดงเหตุผล ไม่ควรรีบบอกหรืออธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การขยายความรู้ และการสรุปที่สมเหตุสมผล ครูควรเป็นผู้คอยตรวจสอบความถูกต้องและให้คำแนะนำหากนักเรียนเกิดข้อสงสัย

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ ในขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน รายการที่นักเรียนระบุควรทำให้มีขนาดใหญ่เพื่อที่นักเรียนทั้งชั้นเรียนจะสามารถมองเห็นได้ชัดเจน หรือหากไม่สามารถดำเนินการทั้งชั้นเรียนได้ให้จัดกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย เพื่อให้แต่ละคนในกลุ่มย่อยสรุปภายในกลุ่มของตนเอง แล้วจึงทำการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกลุ่ม

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ไปใช้ในการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยของนักเรียนในเนื้อหาอื่นที่เน้นการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือเนื้อหาที่ไม่เน้นด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2. ควรมีการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ไปใช้ในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ร่วมกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ซึ่งผู้วิจัยเห็นประเด็นจากวิธีการที่ใช้นี้ว่าสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาได้

รายการอ้างอิง

กิตติศักดิ์ แก้งทอง. (2547). **การศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กีรติ บุญเจือ. (2512). **ตรรกวิทยาและตรรกวิทยาสัญลักษณ์เบื้องต้น**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กีรติ บุญเจือ. (2547). **ตรรกวิทยาและตรรกวิทยาสัญลักษณ์เบื้องต้น**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2546). **การคิดเชิงมโนทัศน์**. กรุงเทพมหานคร: ซัคเซสมีเดีย.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. (2545). **แผนการศึกษาแห่งชาติ (พ.ศ. 2545 – 2559): ฉบับสรุป**. กรุงเทพมหานคร: พริกหวานกราฟฟิค.

ชัชชัย คุ้มทวีพร. (2534). **ตรรกวิทยา**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, สถาบัน. (2553). **คะแนนการสอบ O-NET มัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2553** [ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://www.niets.or.th/upload-files/uploadfile/9/fb250e8e268abe73c5ceeaac7ffaad53.pdf [2554, มีนาคม 31]

นาตยา ปิลันธนานนท์. (2542). **การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning)**. กรุงเทพมหานคร: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.

นิตยา ธรรมมิกะกุล. (2550). **พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ต่างกันของโรงเรียนในกลุ่มศรีนครินทร์ กรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. (2537). ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการสอน. **สารพัฒนาหลักสูตร**. 14(ตุลาคม – ธันวาคม): 55 – 60.

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส. (2530). เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematics Reasoning). **วารสารคณิตศาสตร์**. 340 – 341(มกราคม – กุมภาพันธ์): 19 – 24.

ปราณี พรภวิษย์กุล. (2549). **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการ**

เรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2545). **จิตวิทยาการเรียนการสอน**. กรุงเทพมหานคร: เมธีทิพย์.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิสิฐ ลี้อาธรรม. (2553). **ระบบการศึกษาไทย**. [ออนไลน์]. แหล่งที่มา : http://thaireform.in.th/reform-path/join-the-reform/39-2009-11-25-04-20-51/819-2010-03-20-05-44-09.html [2553, กรกฎาคม 14].

พัชรินทร์ เภาตะคุ. (2546). **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการ คิดแบบนิรนัยและแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พัชรี วรจรัสรังสี.(2553). **การเปรียบเทียบผลผลสัมฤทธิ์และคงทนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์**. เงินทุนเพื่อวิจัยกองทุนคณะครุศาสตร์ ปี 2550. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

มานพ นักการเรียน. (2545). **มนุษย์กับการใช้เหตุผล จริยธรรม และสุนทรียศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ไม้ สงวนสกุล. (2541). **ตรรกวิทยาสัญลักษณ์เบื้องต้น**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

ยลนภา พลชัย. (2548). **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รัตนะ บัวสนธ์. (2532). ความคิดรวบยอด: แนวคิดและกลวิธีสอน. **พัฒนาหลักสูตร**. 86(พฤษภาคม): 28-31.

วิมลรัตน์ ศรีสุข. (2551). **การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตคาสตร์ และความสามารถ ทางการคิดเชิงอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น**. วิทยานิพนธ์

ปริญญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. (2537). **แนวคิดบางประการเกี่ยวกับความคิดรวบยอด**. สารพัฒนาหลักสูตร 113(เมษายน – มิถุนายน): 49-51.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. (2545). **สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2548). **คู่มือครู สาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. กรุงเทพมหานคร: นครปฐมการพิมพ์.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2552). **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). **คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: ศรีเมืองการพิมพ์.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สมจิต ชิวปรีชา. (2528). แนวการคิดในการสอนคณิตศาสตร์ปัจจุบัน, **วารสารการศึกษากรุงเทพมหานคร**. 10: 11-12.

สมร ยาสาร. (2537).**ผลของการสอนภาษาไทยโดยใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนภาษาไทย คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

สมวงษ์ แปลงประสบโชค. (2544). **การให้เหตุผล**. กรุงเทพมหานคร: Learn and Play Mathgroup.

สุธีรัตน์ อิทธิเดช. (2540). **ผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาประถมศึกษา ภาควิชาการศึกษาและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2533). **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. (2549). **วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). **เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่**. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

เสาวรัตน์ รามแก้ว. (2552). **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย [ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://db.onec.go.th/thaied/index.php?q=thaied_results&-table= thaied_results&-action=browse&-cursor=97&-skip=90&-limit=30&-mode=list&-recordid= thaied_results%3Fid%3D8767 [2553, ตุลาคม 20]

อัมพร ม้าคนอง. (2546). **คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). **เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์**. (อัดสำเนา).

อัมพร ม้าคนอง. (2553). **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ**. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Ausubel, D. P. (1968). **Education psychology: A cognitive view.** New York: Holt Rinehart and Winstan.

Campbell, P. F. (1997). Connecting instruction practice to student thinking. **Teaching Children Mathematics.** 4: 106 – 110.

Charlesworth, R. (2005). **Experience in math for young children.** 5 th ed. United States: Thomson Delmar Learning.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Cooney, T. J., Davis, E. J. and Henderson, K. B. (1975). **Dynamics of teaching secondary school mathematics.** Boston: Houngton Mifflin.

De Cecco, J. P. (1968). **The psychology of learning and instruction: Educational psychology.** Englewook: Pentice – Hall.

Eggen, P. D. and Kauchak, D. O. (1995). **Strategies for teaching content and thinking skill.** 3 rd ed. Boston: Allyn and Bacon.

Frayer, D. A., Fredick, W. C. and Klausmier. (1969). **A schema for testing the level of concept mastery.** Madison, Wisconsin Research and Development Center for Cognitive Learning. (April): 218 – 244.

Good, C. V. (1973). **Dictionary of education.** 3 rd ed. New York: McGraw – Hill Book.

Goodwin, W. L. and Klausmeier, H. J. (1975). **Facilitating student learning: An introduction to educational psychology.** New York: Harrer and Row.

Gunter, M. A., Estes, T. H. and Schwab, J. H. (1990). **Instruction: A model approach.** Boston: Allyn and Bacon.

Gunter, M. A., Estes, T. H. and Mintz, S. L. (2007). **Instruction: A model approach.** 5 th ed. Boston: Pearson Education.

Hoehn, L. P. (1973). **An experimental study of teaching a mathematical concept via positive and negative instances**. University of Tennessee. Dissertation Abstracts International. 34(8): 4870 – A.

Joyce, B. and Weil, M. (1972). **Model of teaching.** Boston: Allyn and Bacon.

Jurdak, M. and Zein, R. A. (2010). **The effect of journal writing on achievement in and attitudes toward mathematics** [Online]. Available from : http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1949-8594.1998.tb17433.x/full [2011, January]

Klausmeier, H. and Ripple, R. (1971). **Learning and human abilities.** 3 rd ed. New York: Harper & Row.

Lasley, T. J., Matczynski, T. J. and Rowley, J. B. (2002). **Instructional model strategies for teaching in a diverse society.** 2 nd ed. U.S.A.: The wadworth Group.

Makle, A. M. and Tiemann P. W. (1968). **Understanding concepts.** Chicago: The University of Chicago Press.

McCown, R. and Roup, P. (1992). **Educational psychology and classroom practice: A partnership.** Boston: Allyn and Bacon.

Mill, S. J. (1970). **A system of logic**. London: Spottiswoode, Ballantyne.

Monroe, E. E. and Pendergrass, M. R. (1997).**Effects of mathematical vocabulary instruction on fourth grade students** [Online]. Available from: http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED414182.pdf [2011, January]

O' Daffer, P.G.(1990). Inductive and deductive reasoning, **The Mathematics Teacher.** 84(5) : 378.

Reilly, E.M. (2007).**Writing to learn mathematics: A mixed method study**. Doctor of Education, Indiana University of Pennsylvania [Online]. Available from: http://dspace.lib.iup.edu:8080/dspace/bitstream/2069/61/1/Edel+Reilly.pdf [2011, January]

Russell, D. H. (1956). **Children's thinking.** Boston: Ginn and Company.

Schwarz, B. B. and Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: brake of levers in learning the function concept. The role of computer tools. **Journal for Research in Mathematics Education.** (30 April): 4.

Sund, R. B. and Trowbridge, L. W. (1973). **Teaching science by inquiry in secondary school**. 2 nd ed. Ohio: A bell& Howell.

Thompson, D. R. and Rubenstein R. N. (2000). Learning mathematics vocabulary: potential pitfalls and instructional strategies. **The Mathematics Teacher.** 93(7): 568–574.

Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. **The Mathematics Teacher.** 88(2): 98-100.

Urquhart, V. (2009). **Using writing in mathematics to deepen student learning.** Mcrel. [Online]. Available from : http://www.mcrel.org/pdf/mathematics/0121TG_writing_in_mathematics.pdf [2011, January]

ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์ภาควิชาการศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2. อาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตพันธ์ อาจารย์ภาควิชาการศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต

3. อาจารย์ไชยยงค์ วรนาม อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย จังหวัดร้อยเอ็ด

ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

1. ผศ. ดร.ชานนท์ จันทรา อาจารย์ภาควิชาการศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย อาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. อาจารย์ปาจิตร ศรีสะอาด อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย จังหวัดร้อยเอ็ด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54 – 2069

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

7 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54 – 2070

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

7 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตพันธ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54 – 2071

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

7 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ไชยยงค์ วรนาม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเดิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54 – 2072

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

7 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54 – 2073

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

7 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54 – 2074

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

7 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ปาจิตร ศรีสะอาด

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54 – 2081

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

7 เมษายน 2554

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนจตุรพักตรพิมานรัชดาภิเษก

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือคือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54 – 2082

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

7 เมษายน 2554

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนไพธิ์แก้วประชาสรรค์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล เชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่องวงกลม กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตารางที่ 7 ค่ามัชฌิมคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทดสอบความแปรปรวนและวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One – way ANOVA) (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F
ห้อง ม.3/1	32	31.91	3.50	
ห้อง ม.3/2	30	29.77	3.65	9.55*
ห้อง ม.3/3	25	27.60	4.01	

* $p < .05$

จากตารางที่ 7 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของทั้ง 3 ห้องเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้น ผู้วิจัยจึงทำการเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่ปรากฏผลในตารางที่ 8

ตารางที่ 8 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่ของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เปรียบเทียบรายคู่	ความแตกต่างของค่าเฉลี่ย	p
ม.3/1 และ ม.3/2	2.14	.025*
ม.3/1 และ ม.3/3	4.31	.000*
ม.3/2 และ ม.3/3	2.17	.033*

* $p < .05$

จากตารางที่ 8 แสดงให้เห็นว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทุกคู่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 9 ค่ามัชฌิมคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ของนักเรียน ห้องม.3/1 และห้อง ม.3/2 ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test) (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ห้อง ม.3/1	32	16.28	2.98	0.64	2.95*
ห้อง ม.3/2	30	13.97	3.21		

* $p < .05$

จากตารางที่ 9 แสดงให้เห็นว่า นักเรียน ห้อง ม.3/1 และห้อง ม.3/2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 10 ค่ามัชฌิมคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ของนักเรียน ห้อง ม.3/1 และห้อง ม.3/2 ค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test) (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ห้อง ม.3/1	32	14.56	2.44	0.62	4.37*
ห้อง ม.3/2	30	12.10	1.95		

* $p < .05$

จากตารางที่ 10 แสดงให้เห็นว่า นักเรียน ห้องม.3/1 และห้อง ม.3/2 มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ง
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เนื้อหา มโนทัศน์ และจำนวนชั่วโมงของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จำแนกตามเนื้อหา มโนทัศน์ และจำนวนชั่วโมงสอน เรื่องวงกลม

เนื้อหา	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	จำนวนชั่วโมง
วงกลม **(2 ชั่วโมง)**	1	- วงกลมประกอบด้วยจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่า ๆ กัน เรียกจุดคงที่นั้นว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และเรียกระยะห่างจากจุดคงที่ว่า รัศมี - คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน - เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด - เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดนั้นว่า จุดสัมผัส - มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง - มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม - มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม	2
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม **(3 ชั่วโมง)**	2	**มุมในครึ่งวงกลม** มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก **มุมที่จุดศูนย์กลาง** มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน **มุมในส่วนโค้งของวงกลม** ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะมีขนาดเท่ากัน	1

ตารางที่ 11 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จำแนกตามเนื้อหา มโนทัศน์ และจำนวนชั่วโมงสอน เรื่องวงกลม (ต่อ)

เนื้อหา	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	จำนวนชั่วโมง
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม (ต่อ)	3	**มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน	1
	4	**มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม(ต่อ)** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน	1
คอร์ด (4 ชั่วโมง)	5	**คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะยาวเท่ากัน	1
	6	**คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม** ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่จุดศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้ - ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด	1

ตารางที่ 11 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จำแนกตามเนื้อหา มโนทัศน์ และจำนวนชั่วโมงสอน เรื่องวงกลม (ต่อ)

เนื้อหา	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	จำนวนชั่วโมง
คอร์ด (ต่อ)		- ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น	
	7	**รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม** - ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้	1
	8	**คอร์ดที่ยาวเท่ากัน** - ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน - ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	1
เส้นสัมผัสวงกลม (3 ชั่วโมง)	9	**เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี** - เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส - เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น	1
	10	**เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี(ต่อ)** - ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	1
	11	**เส้นสัมผัสและคอร์ด** - มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น	1
รวม			12

แผนการจัดกิจรรมการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 วงกลม
เรื่อง วงกลมและมุม (ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับวงกลม) จำนวน 2 คาบ
ผู้สอน นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติ สามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง นักเรียนสามารถ

1. บอกนิยามของวงกลม และส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงกลมได้ถูกต้อง
2. บอกความหมายของเส้นตัดวงกลมและเส้นสัมผัสวงกลมได้ถูกต้อง
3. บอกความหมายและลักษณะของมุมในครึ่งวงกลม มุมในส่วนโค้งของวงกลม และมุมที่จุดศูนย์กลางวงกลมได้ถูกต้อง
4. บอกประเภทของมุมที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. ให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ จากสิ่งที่สังเกตได้จากการทำกิจกรรม
2. สื่อสารผ่านการพูดและการเขียนเพื่อนำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรม

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
2. มีความกล้าแสดงออกในการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน
3. ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ รับผิดชอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

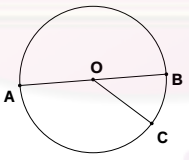
สาระสำคัญ

- วงกลมประกอบด้วยจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่า ๆ กัน เรียกจุดคงที่นั้นว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และเรียกระยะห่างจากจุดคงที่ว่า รัศมี
- คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน
- เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด
- เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดนั้นว่า จุดสัมผัส
- มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง
- มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม
- มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

เนื้อหา

วงกลม

- วงกลมประกอบด้วยจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่า ๆ กัน เรียกจุดคงที่นั้นว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และเรียกระยะห่างจากจุดคงที่ว่า รัศมี



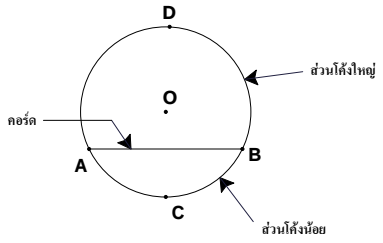
จากรูป จุด O เป็นจุดคงที่ เรียกจุด O ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม

เรียก $\overline{OC}$ ว่า รัศมีของวงกลม

จุด A และจุด B อยู่บนวงกลม และ $\overline{AB}$ ผ่านจุดศูนย์กลาง O

เรียก $\overline{AB}$ ว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

- คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O

เรียกส่วนโค้ง ADB ว่า ส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วย $\overset{\frown}{ADB}$

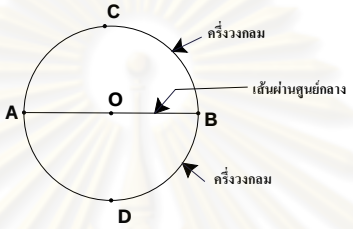
เรียกส่วนโค้ง ACB ว่า ส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วย $\overset{\frown}{ACB}$ หรือ $\overset{\frown}{AB}$

ความยาวของ $\overset{\frown}{ADB}$ เขียนแทนด้วย $m(\overset{\frown}{ADB})$

ความยาวของ $\overset{\frown}{ACB}$ เขียนแทนด้วย $m(\overset{\frown}{ACB})$ หรือ

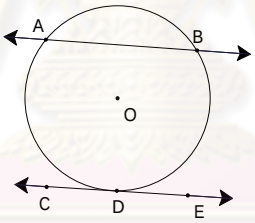
ความยาวของ $\overset{\frown}{AB}$ เขียนแทนด้วย $m(\overset{\frown}{AB})$

เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดซึ่งแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า ครึ่งวงกลม



จากรูป $\overset{\frown}{ACB}$ และ $\overset{\frown}{ADB}$ แต่ละส่วนโค้งเป็นครึ่งวงกลมของวงกลม

และ $m(\overset{\frown}{ACB}) = m(\overset{\frown}{ADB})$



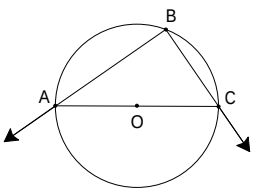
- เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด

  จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นตัดวงกลม O ที่จุด A และ B บนวงกลม
- เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดนั้นว่า จุดสัมผัส

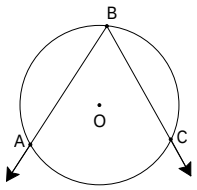
  จากรูป $\overleftrightarrow{CE}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด D

มุม (ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับวงกลม)

- มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง



- มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

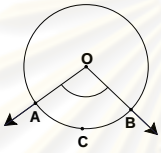


มุม $A\hat{B}C$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

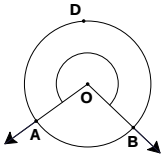
$\overset{\frown}{AC}$ เป็นส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้าม $A\hat{B}C$ เรียก $\overset{\frown}{AC}$ ว่าเป็นส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับ $A\hat{B}C$

- มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

รูป (1)



รูป (2)

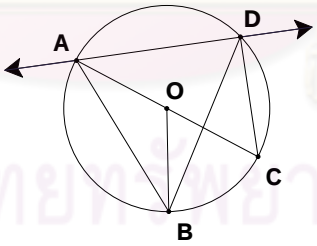


รูป (1) $A\hat{O}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overset{\frown}{ACB}$ เป็นส่วนโค้งที่รองรับมุม AOB

รูป (2) มุมกลับ AOB เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overset{\frown}{ADB}$ เป็นส่วนโค้งที่รองรับมุมกลับ AOB

ตัวอย่าง 1

1. จากรูปจงบอกชื่อมุมแต่ละมุม และส่วนโค้งแต่ละส่วนที่เกี่ยวข้องกับวงกลม O



1.1 $B\hat{O}C$ มุมที่จุดศูนย์กลาง

1.2 $B\hat{D}C$ มุมในส่วนโค้งของวงกลม

1.3 $B\hat{A}C$ มุมในส่วนโค้งของวงกลม

1.4 $A\hat{D}C$ มุมในครึ่งวงกลม

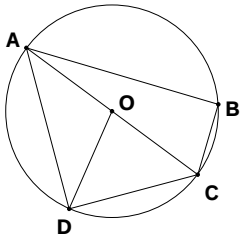
1.5 $\overset{\frown}{ABC}$ ส่วนโค้งที่รองรับมุมในครึ่งวงกลม

1.6 $\overset{\frown}{DC}$ ส่วนโค้งที่รองรับมุมในส่วนโค้งของวงกลม

1.7 $\overset{\frown}{AB}$ ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. จงเขียนชื่อมุมและส่วนโค้งต่อไปนี้ จากรูปที่กำหนดให้



2.1 มุมที่จุดศูนย์กลาง $A\hat{O}D, C\hat{O}D$

2.2 มุมในครึ่งวงกลม $A\hat{B}C, A\hat{D}C$

2.3 มุมในส่วนโค้งของวงกลม $B\hat{A}C, C\hat{A}D, B\hat{A}D, A\hat{C}D$

2.4 ส่วนโค้งที่รองรับมุมในส่วนโค้งของวงกลม $\overset{\frown}{BC}, \overset{\frown}{CD}, \overset{\frown}{BCD}, \overset{\frown}{AD}$

2.5 ส่วนโค้งที่รองรับมุมในครึ่งวงกลม $\overset{\frown}{ADC}, \overset{\frown}{ABC}$

2.6 ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง $\overset{\frown}{AD}, \overset{\frown}{CD}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมการเรียนรู้

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง
(จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)</th><th>กลุ่มควบคุม
(จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)</th></tr>
<tr><td colspan="2">ขั้นนำ
- ครูแจ้งเรื่องที่จะเรียนให้นักเรียนทราบ จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเรื่องวงกลมและส่วนต่าง ๆ เกี่ยวกับวงกลมที่เคยเรียนมา
- ครูแนะนำรายละเอียดเกี่ยวกับวงกลมเพิ่มเติมโดยใช้แบบฝึกหัด 1 ข้อ 1 ประกอบ (นิยามของวงกลม ส่วนโค้งน้อย ส่วนโค้งใหญ่ เส้นตัดวงกลม เส้นสัมผัสวงกลม เขียนสัญลักษณ์และการเรียกชื่อสัญลักษณ์)</td></tr>
<tr><td>ขั้นสอน
<u>1) มุมที่จุดศูนย์กลาง</u>
ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing)
เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์
1. ครูให้นักเรียนแต่ละคนวาดรูปมุมที่จุดศูนย์กลาง (ส่วนแรก ครูสอนเรื่องมุมที่จุดศูนย์กลาง) ตามความเข้าใจของนักเรียนในรูปวงกลมบนกระดาษที่แจกให้ (รูปวงกลมที่กำหนดจุดศูนย์กลางไว้) และนำกระดาษดังกล่าวมาติดบนกระดาน
2. ครูตรวจสอบข้อมูลที่นำมาติดบนกระดานว่าข้อมูลครบตามมโนทัศน์ของมุมที่จุดศูนย์กลางที่ต้องการคือต้องมี
- จุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและ
- แขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม
ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping)
เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน
3. ครูให้นักเรียนจัดกลุ่มของรูปที่มีลักษณะสำคัญร่วมกันโดยใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะสำคัญพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลว่านักเรียนใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่ม</td><td>ขั้นสอน
<u>1) มุมที่จุดศูนย์กลาง</u>
1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสังเกตลักษณะต่าง ๆ ของมุมที่จุดศูนย์กลางจากรูปภาพตัวอย่างที่เตรียมไว้
2. ครูใช้คำถามนำเกี่ยวกับลักษณะของมุมที่จุดศูนย์กลาง เพื่อให้นักเรียนร่วมกันแสดงคำตอบพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ
3. ครูใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของมโนทัศน์ที่ต้องการอีกครั้ง
4. ครูให้นักเรียนสรุปเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง ซึ่งนักเรียนจะสามารถสรุปได้ ดังนี้
- จุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและ
- แขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม</td></tr>
</table>

กิจกรรมการเรียนรู้ (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
4. ครูให้นักเรียนพิจารณาว่ากลุ่มใดควรเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ และกลุ่มใดเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ เขียนข้อมูลลงในตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (ข้อ 4) และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (ข้อ 5) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ ตามลำดับ นักเรียนอาจกำหนดได้ดังนี้ คือ ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ คือ - มุมที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและแขนของมุมตัดวงกลม ตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ คือ - มุมที่มีจุดยอดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมและแขนของมุมตัดวงกลม - มุมที่มีจุดยอดไม่ได้อยู่บนเส้นรอบวงและจุดศูนย์กลางของวงกลมและแขนของมุมตัดวงกลม **ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้** 5. ครูให้นักเรียนเขียนลักษณะสำคัญของกลุ่มมโนทัศน์ที่ต้องการลงในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ และสรุปลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ที่ได้มาตั้งชื่อกลุ่ม จากนั้นเขียนชื่อกลุ่มมโนทัศน์ลงในมโนทัศน์ (ข้อ 1) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์	(หากนักเรียนยังไม่สามารถสรุปลักษณะของมุมที่จุดศูนย์กลางได้ ครูต้องใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสังเกตเพิ่มเติม จนกว่าจะได้ลักษณะที่ครบถ้วนของมโนทัศน์) 5. ครูใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนอ่านชื่อมุมที่จุดศูนย์กลาง ส่วนโค้งที่รองรับมุมและขอตัวแทนนักเรียนออกมาเขียนสัญลักษณ์บนกระดาน โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง 6. ครูอธิบายพร้อมทั้งบอกความหมายและอธิบายการอ่านชื่อมุมและส่วนโค้งที่รองรับมุมให้นักเรียนฟังอีกครั้ง เพื่อความเข้าใจที่ถูกต้อง 7. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะของมุมที่จุดศูนย์กลาง การอ่านชื่อมุมและส่วนโค้งที่รองรับมุมอีกครั้ง 8. ครูให้ตัวอย่างการนำมโนทัศน์ไปใช้ คือ ตัวอย่าง 1 ข้อ 1และข้อ 2 ใช้คำถามนำเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อหาคำตอบพร้อมให้เหตุผลประกอบ

กิจกรรมการเรียนรู้ (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) **เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์** 6. ครูใช้คำถามนำให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาเพื่อยืนยันรายการหรือสิ่งที่ระบุในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์เดิมนั้น หรือทำการจัดเรียงเป็นกลุ่มมโนทัศน์ใหม่พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ 7. ครูกลั่นกรองว่ากลุ่มมโนทัศน์นั้นมีลักษณะของมโนทัศน์ครบถ้วน (ต้องได้กลุ่มมโนทัศน์ที่ต้องการแล้ว) จากนั้นใช้คำถามประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนทราบถึงลักษณะของมุมที่จุดศูนย์กลางมากยิ่งขึ้น (หากนักเรียนยังไม่ได้กลุ่มมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ครูต้องใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาใหม่อีกครั้ง และใช้คำถามนำจนกว่านักเรียนจะได้กลุ่มมโนทัศน์ที่ถูกต้อง) 8. ครูให้นักเรียนเขียนลักษณะสำคัญของกลุ่มมโนทัศน์ที่ต้องการลงในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ **ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์** (Synthesizing) **เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป** 9. ครูให้นักเรียนพิจารณาลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์ในขั้นที่ 2, 3 และ 4 สรุปให้อยู่ในรูปทั่วไป เขียนลงในนิยาม/อนิยาม/คำจำกัดความของมโนทัศน์ (ข้อ 2) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ 10. ครูใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับ	9. ครูให้ตัวแทนนักเรียนออกมายกตัวอย่างพร้อมทั้งบอกลักษณะของมุมที่มีลักษณะตรงกับมุมที่จุดศูนย์กลาง โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง 10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 ข้อ 1 และข้อ 2 (ทำเฉพาะข้อที่เกี่ยวข้องกับมุมที่จุดศูนย์กลาง) เพื่อความเข้าใจในมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมการเรียนรู้ (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
ลักษณะของมุมที่จุดศูนย์กลาง การอ่านชื่อมุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะของมุมที่จุดศูนย์กลาง การอ่านชื่อมุมและส่วนโค้งที่รองรับมุมอีกครั้ง 11. ครูให้ตัวอย่างการนำมโนทัศน์ไปใช้ คือ ตัวอย่าง 1 ข้อ 1และข้อ 2 ใช้คำถามนำเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม และให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อหาคำตอบพร้อมให้เหตุผลประกอบ 12. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 ข้อ 1 และข้อ 2 (ทำเฉพาะข้อที่เกี่ยวข้องกับมุมที่จุดศูนย์กลาง) เพื่อความเข้าใจในมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น **2) มุมในส่วนโค้งของวงกลม และ** **3) มุมในครึ่งวงกลม** **ขั้นที่ 1 การระบุรายการ** (Listing) **เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์** 13. ครูให้นักเรียนแต่ละคนวาดรูปมุมในส่วนโค้งของวงกลม (ส่วนที่สอง ครูสอนเรื่องมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม) ตามความเข้าใจของนักเรียนในรูปวงกลมบนกระดาษที่แจกให้ (รูปวงกลมกำหนดเส้นผ่านศูนย์กลางไว้) และนำกระดาษดังกล่าวมาติดบนกระดาน (นักเรียนแต่ละคนได้รับเอกสารสรุปมโนทัศน์ 2 แผ่น) 14. ครูตรวจสอบข้อมูลที่นำมาติดบนกระดานว่าข้อมูลครบตามมโนทัศน์ของมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลมที่ต้องการ คือ	**2) มุมในส่วนโค้งของวงกลม และ** **3) มุมในครึ่งวงกลม** 11. ครูให้นักเรียนร่วมกันสังเกตลักษณะต่าง ๆ ของมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลมจากรูปภาพตัวอย่างที่เตรียมไว้ 12. ครูใช้คำถามนำเกี่ยวกับลักษณะของมุมทั้งสอง เพื่อให้นักเรียนร่วมกันแสดงคำตอบ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ ซึ่งนักเรียนจะสังเกตเห็นความแตกต่างของลักษณะแขนของมุม สามารถแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ - แขนทั้งสองของมุมตัดวงกลมโดยไม่ผ่านจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง - แขนทั้งสองของมุมตัดวงกลมโดยผ่านจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง (หากนักเรียนยังไม่สามารถสรุปลักษณะแขนของมุมได้ ครูต้องใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสังเกตเพิ่มเติม จนกว่าจะได้ลักษณะแขนของมุมดังกล่าว)

กิจกรรมการเรียนรู้ (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
มุมในส่วนโค้งของวงกลม - จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมหรือบนเส้นรอบวง - แขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม มุมในครึ่งวงกลม - จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมหรือบนเส้นรอบวง - แขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง **ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม** (Grouping) **เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน** 15. ครูให้นักเรียนจัดกลุ่มของรูปที่มีลักษณะสำคัญร่วมกันโดยใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะสำคัญพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลว่านักเรียนใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่ม 16. ครูให้นักเรียนพิจารณาว่ากลุ่มใดควรเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ และกลุ่มใดเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ เขียนข้อมูลลงในตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (ข้อ 4) และตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ (ข้อ 5) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ทั้ง 2 แผ่น ตามลำดับ นักเรียนอาจกำหนดได้ดังนี้ คือ ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ คือ - มุมที่มีจุดยอดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมและแขนของมุมตัดวงกลม ตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ คือ - มุมที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและแขนของมุมตัดวงกลม	13. ครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนคาดการณ์คำตอบของมโนทัศน์ (ครูใช้คำถามนำเพื่อแนะแนวทางให้นักเรียนจนกระทั่งนักเรียนสามารถแยกลักษณะได้ถูกต้องตามมโนทัศน์) 14. ครูใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของมโนทัศน์ที่ได้เรียนอีกครั้ง 15. ครูให้นักเรียนสรุปเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม ซึ่งนักเรียนจะสามารถสรุปได้ ดังนี้ มุมในส่วนโค้งของวงกลม - จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมหรือบนเส้นรอบวงและ - แขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม มุมในครึ่งวงกลม - จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมหรือบนเส้นรอบวงและ - แขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง (หากนักเรียนยังไม่สามารถสรุปลักษณะของมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม

กิจกรรมการเรียนรู้ (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
- มุมที่มีจุดยอดไม่ได้อยู่บนเส้นรอบวงและจุดศูนย์กลางของวงกลมและแขนของมุมตัดวงกลม **ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์** (Labeling) **เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้** 17. ครูให้นักเรียนเขียนลักษณะสำคัญของกลุ่มมโนทัศน์ที่ต้องการลงในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ (ทั้ง 2 แผ่น) และสรุปลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ที่ได้มาตั้งชื่อกลุ่ม จากนั้นเขียนชื่อกลุ่มมโนทัศน์ลงในมโนทัศน์ (ข้อ 1) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ คือ - แผ่นที่ 1 มโนทัศน์ คือ มุมในส่วนโค้งของวงกลม - แผ่นที่ 2 มโนทัศน์ คือ มุมในครึ่งวงกลม **ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่** (Regrouping) **เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์** 18. ครูใช้คำถามนำให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะแขนของมุมของกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์เพื่อยืนยันรายการหรือสิ่งที่ระบุในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์เดิมนั้น หรือทำการจัดเรียงเป็นกลุ่มมโนทัศน์ใหม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ ซึ่งนักเรียนจะสามารถสังเกตและจัดกลุ่มใหม่ได้ดังนี้ - มุมที่มีจุดยอดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลมโดยไม่ผ่านจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง	ได้ ครูต้องใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสังเกตเพิ่มเติม จนกว่าจะได้ลักษณะที่ครบถ้วนของมโนทัศน์) 16. ครูใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนอ่านชื่อมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม ส่วนโค้งที่รองรับมุม และขอตัวแทนนักเรียนออกมาเขียนสัญลักษณ์บนกระดาน โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง 17. ครูอธิบายพร้อมทั้งบอกความหมายและอธิบายการอ่านชื่อมุมและส่วนโค้งที่รองรับมุมให้นักเรียนฟังอีกครั้ง เพื่อความเข้าใจที่ถูกต้อง 18. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะของมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม การอ่านชื่อมุมและส่วนโค้งที่รองรับมุมอีกครั้ง 19. ครูให้ตัวอย่างการนำมโนทัศน์ไปใช้ คือ ตัวอย่าง 1 ข้อ 1และ ข้อ 2 ใช้คำถามนำเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม ให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อหาคำตอบ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

กิจกรรมการเรียนรู้ (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
- มุมที่มีจุดยอดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลมโดยผ่านจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง 19. ครูใช้การถาม – ตอบ ประกอบคำอธิบาย เพื่อให้นักเรียนสรุปลักษณะสำคัญของแต่ละมโนทัศน์ที่สังเกตได้เพิ่มเติม และเขียนลงในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (ข้อ 3) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ (ทั้ง 2 แผ่น) **ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์** (Synthesizing) **เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป** 20. ครูให้นักเรียนพิจารณาลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์ในขั้นที่ 2, 3 และ 4 สรุปให้อยู่ในรูปทั่วไป เขียนลงในนิยาม/อนิยาม/คำจำกัดความของมโนทัศน์ (ข้อ 2) ของเอกสารสรุปมโนทัศน์ 21. ครูใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับลักษณะของมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม การอ่านชื่อมุม และส่วนโค้งที่รองรับมุม จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะของมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม การอ่านชื่อมุมและส่วนโค้งที่รองรับมุมอีกครั้ง 22. ครูให้ตัวอย่างการนำมโนทัศน์ไปใช้ คือ ตัวอย่าง 1 ข้อ 1และข้อ 2 ใช้คำถามนำเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม โดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อหาคำตอบ พร้อมให้เหตุผลประกอบ	20. ครูให้ตัวแทนนักเรียนออกมายกตัวอย่างพร้อมทั้งบอกลักษณะของมุมที่มีลักษณะตรงกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง 21. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 ข้อ 2 – 5 เพื่อความเข้าใจในมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น

กิจกรรมการเรียนรู้ (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
23. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 ข้อ 2 – 5 เพื่อความเข้าใจในมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น	
ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับวงกลม ส่วนประกอบของวงกลม ลักษณะของมุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม การอ่านชื่อมุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	

สื่อการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. เอกสารสรุปมโนทัศน์ 2. กระดาษบรรจุรูปวงกลม 3. แบบฝึกหัด 1	1. รูปภาพแสดงตัวอย่างมุมมุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลมและ มุมในครึ่งวงกลม 2. แบบฝึกหัด 1

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกตจากการให้เหตุผลในการตอบคำถามของนักเรียน
2. สังเกตจากความสนใจในการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. สังเกตจากการบันทึกในเอกสารสรุปมโนทัศน์และการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน

บันทึกหลังการสอน

……

……

……

……

……

……

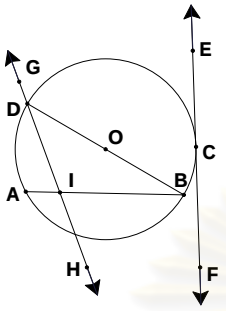
……

ชื่อ……ชั้น……..เลขที่……

แบบฝึกหัด 1

1. ให้นักเรียนเติมคำในช่องว่างให้ถูกต้อง

1.1



จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ จุด O

รัศมีของวงกลม คือ $\overline{OD}, \overline{OB}$

เส้นผ่านศูนย์กลาง คือ $\overline{DB}$

คอร์ดของวงกลม คือ $\overline{AB}, \overline{DB}$

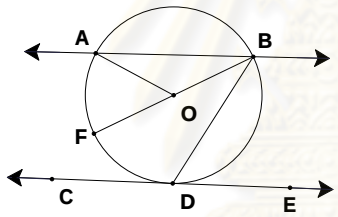
ส่วนโค้งน้อยของคอร์ด $\overline{AB}$ คือ $\overset{\frown}{AB}$

ส่วนโค้งใหญ่ของคอร์ด $\overline{AB}$ คือ $\overset{\frown}{ADB}$

เส้นสัมผัสวงกลม คือ $\overleftrightarrow{EF}$

เส้นตัดวงกลม คือ $\overleftrightarrow{GH}$

1.2



รัศมีของวงกลม คือ ……

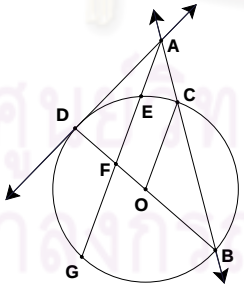
คอร์ดของวงกลม คือ ……..

ส่วนโค้งที่เป็นครึ่งวงกลม คือ .....

เส้นสัมผัสวงกลม คือ .....

เส้นตัดวงกลม คือ ……

1.3



จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ.....

รัศมีของวงกลม คือ.....

เส้นผ่านศูนย์กลาง คือ.....

คอร์ดของวงกลม คือ.....

ส่วนโค้งน้อย (แยกตามคอร์ด) คือ .....

.....

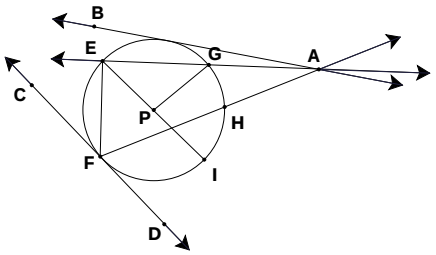
ส่วนโค้งใหญ่ (แยกตามคอร์ด) คือ.....

.....

เส้นสัมผัสวงกลม คือ..... เส้นตัดวงกลม คือ.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.4 จากรูป จงบอกชื่อส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับวงกลม



1) $\overset{\frown}{EFI}$ ..... 2) $\overline{EF}$ .....

3) $\overleftrightarrow{AB}$ ..... 4) $\overline{PG}$ .....

5) จุด P ..... 6) $\overline{EI}$ .....

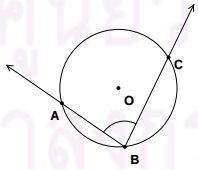
7) $\overleftrightarrow{EG}$ ..... 8) $\overleftrightarrow{EA}$ .....

2. ให้นักเรียนบอกความหมายของมุมที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- มุมในครึ่งวงกลม หมายถึง.....
  .....
- มุมในส่วนโค้งของวงกลม หมายถึง.....
  .....
- มุมที่จุดศูนย์กลาง หมายถึง.....
  .....

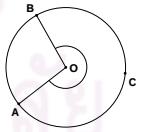
3. ให้นักเรียนบอกลักษณะของมุมที่กำหนดให้ต่อไปนี้

3.1



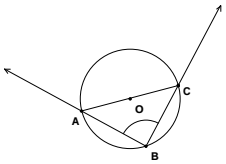
.....

3.5



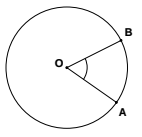
.....

3.2

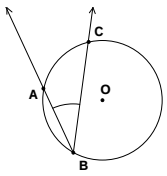


.....

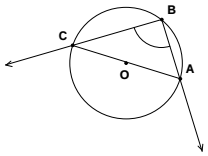
3.6



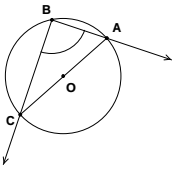
.....

3.3 

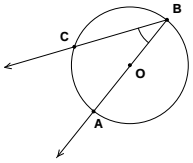
……..

3.7 

……..

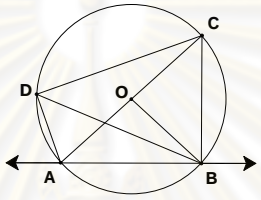
3.4 

……..

3.8 

……..

4. จากรูปจงบอกชื่อมุมแต่ละมุม และส่วนโค้งแต่ละส่วนที่เกี่ยวข้องกับวงกลม O



4.1 $B\hat{O}C$ ……4.2 $B\hat{D}C$ ……

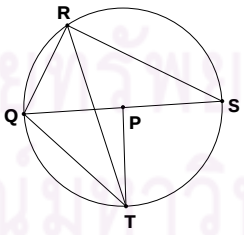
4.3 $B\hat{A}C$ ……4.4 $A\hat{O}B$ ……

4.5 $A\hat{D}C$ ……4.6 $A\hat{B}C$ ……

4.7 $B\hat{O}C$ ……4.8 $\overset{\frown}{ADC}$ ……

4.9 $\overset{\frown}{DC}$ ……..4.10 $\overset{\frown}{AB}$ ……

5. จากรูปจงบอกชื่อมุมแต่ละมุม และส่วนโค้งแต่ละส่วนที่เกี่ยวข้องกับวงกลม O



5.1 $Q\hat{R}S$ …… 5.2 $T\hat{P}S$ ……

5.3 $T\hat{Q}S$ …… 5.4 $Q\hat{R}T$ ……

5.5 $R\hat{S}Q$ …… 5.6 $T\hat{Q}R$ ……

5.7 $R\hat{Q}S$ …….. 5.8 $\overset{\frown}{QT}$ ……

5.9 $\overset{\frown}{QR}$ …… 5.10 $\overset{\frown}{QTS}$ ……

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เอกสารสรุปมโนทัศน์

ชื่อ……ชั้น……เลขที่……

1. **มโนทัศน์**……...
2. **นิยาม/อนิยาม/คำจำกัดความของมโนทัศน์**

   ……...

   ……...
3. **ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์**

4. **ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์**

เป็นตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์

เพราะ.....

.....

.....

.....

5. **ตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์**

เป็นตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

เพราะ.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 12 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
พื้นฐานทางเรขาคณิต	- จุด เป็นคำอนิยาม ใช้สำหรับบอกตำแหน่ง จุด A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ • A - เส้นตรง เป็นคำอนิยาม มีความยาวไม่จำกัด เส้นตรง AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{AB}$ - ส่วนของเส้นตรง คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองจุด ส่วนเส้นตรง AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overline{AB}$ - รังสี คือส่วนหนึ่งของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว รังสี AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overrightarrow{AB}$	4	2	1,2
	มุม - มุม คือรังสีสองเส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน เรียกรังสีทั้งสองเส้นนี้ว่า แขนของมุม เรียกจุดปลายของรังสีที่เป็นจุดเดียวกันว่า จุดยอดมุม - มุม คือ ส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่มีจุดปลายจุดหนึ่งร่วมกัน **มุมและขนาดของมุม** - มุมแหลม หมายถึง มุมที่มีขนาดของมุมอยู่ระหว่าง 0 องศา และ 90 องศา - มุมฉาก หมายถึง มุมที่มีขนาด 90 องศา - มุมป้าน หมายถึง มุมที่มีขนาดของมุมอยู่ระหว่าง 90 องศา และ 180 องศา - มุมตรง หมายถึง มุมที่มีขนาด 180 องศา - มุมกลับ หมายถึง มุมที่มีขนาดของมุมอยู่ระหว่าง 180 องศา และ 360 องศา	4	2	3,4
การแปลงทางเรขาคณิต	การแปลงทางเรขาคณิต หมายถึง การจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งอย่างทั่วถึง ระหว่างจุดที่สมนัยกันบนระนาบซึ่งเป็นจุดบนรูปต้นแบบกับจุดบนภาพที่ได้จากการแปลงนั้น	4	3	5,6,7

ตารางที่ 12 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสร้างเบื้องต้น	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	**การเลื่อนขนาน** การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนรูปต้นแบบไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด สมบัติของการเลื่อนขนาน - สามารถเลื่อนรูปต้นแบบไปทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ - ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน			
	การสะท้อน การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใด ๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพผ่านเส้นสะท้อน โดยที่ระยะห่างจากจุดใด ๆ บนรูปต้นแบบไปยังเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างจากภาพของจุดนั้น ๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อน สมบัติของการสะท้อน - สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ - ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนของส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่ - ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกันและไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน	4	3	8,9, 10

ตารางที่ 12 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อคำถามที่สร้างขึ้นในเบื้องต้น	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	**การหมุน** การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใด ๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพ โดยที่จุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนไปยังภาพของจุดนั้น ๆ ด้วยขนาดของมุมที่เท่ากัน สมบัติของการหมุน - สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ - ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่	5	3	11, 12, 13
ความเท่ากันทุกประการ	- รูปสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี - ความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรง $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ก็ต่อเมื่อ AB = CD - ความเท่ากันทุกประการของมุม มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมทั้งสองเท่ากัน - ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วมุมตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากัน	4	2	14, 15
	ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ แล้วด้านของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะยาวเท่ากันทั้งสามคู่ ด้านต่อด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะมีขนาดเท่ากันทั้งสามคู่ มุมต่อมุม **รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน** ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ	4	3	16, 17, 18

ตารางที่ 12 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อที่สร้างในแบบสอบ	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
ความเท่ากันทุกประการ (ต่อ)	**รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม** ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ	4	3	19, 20, 21
	รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน - มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน - เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งครึ่งมุมยอดและตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มาตั้งฉากกับฐาน จะแบ่งครึ่งฐานและแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	4	3	22, 23, 24
	รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้านแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ	4	3	25, 26, 27
	รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูป มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันและมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ รูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะเท่ากันทุกประการ	4	3	28, 29, 30
รวม		**45**	**30**	

ตารางที่ 13 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนชั่วโมง	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อที่ใช้จริง	ข้อที่
วงกลม **(2 ชั่วโมง)**	- วงกลมประกอบด้วยจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่า ๆ กัน เรียกจุดคงที่นั้นว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และเรียกระยะห่างจากจุดคงที่ว่า รัศมี - คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน - เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด - เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดนั้นว่า จุดสัมผัส - มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง - มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม - มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม	2	3	2	1,2
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม **(3 ชั่วโมง)**	**มุมในครึ่งวงกลม** มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก **มุมที่จุดศูนย์กลาง** มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน **มุมในส่วนโค้งของวงกลม** - ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน	1	6	5	3,4,5,6,7
	มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับ	1	4	2	8,9

ตารางที่ 13 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนชั่วโมง	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อที่ใช้จริง	ข้อที่
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม (ต่อ)	มุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน				
	มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม(ต่อ) - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน	1	4	2	10, 11
คอร์ด (4 ชั่วโมง)	**คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะยาวเท่ากัน	1	4	3	12, 13, 14
	คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่จุดศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้ - ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด - ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด	1	4	3	15, 16, 17

ตารางที่ 13 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนชั่วโมง	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อที่ใช้จริง	ข้อที่
คอร์ด (ต่อ)	เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น				
	รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม - ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้	1	4	3	18, 19, 20
	คอร์ดที่ยาวเท่ากัน - ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน - ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	1	4	3	21, 22, 23
เส้นสัมผัสวงกลม (3 ชั่วโมง)	**เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี** - เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส - เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น	1	4	3	24, 25, 26
	เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี(ต่อ) - ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	1	4	2	27, 28
	เส้นสัมผัสและคอร์ด - มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น	1	4	2	29, 30
รวม		12	45	30	

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

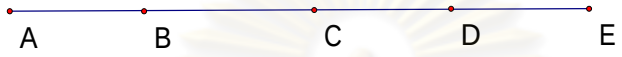
คำชี้แจง

1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 60 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ
5. แบบวัดแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องและทำเครื่องหมาย (✕) ลงในกระดาษคำตอบ
6. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบวัดชุดนี้
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

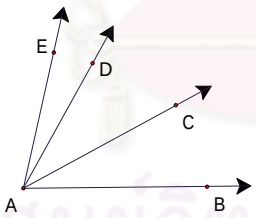
แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

1. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง
   ก. มีส่วนของเส้นตรงเพียงเส้นเดียวที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้
   ข. ไม่สามารถวัดความยาวของรังสีได้
   ค. มีรังสีจำนวนมากมายที่มีจุดปลายอยู่ที่จุด ๆ หนึ่งที่กำหนดให้
   ง. สามารถวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงได้
2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นสิ่งที่**ไม่ปรากฏ**อยู่ในรูปที่กำหนดให้



   ก. ส่วนของเส้นตรง
   ข. รังสี
   ค. มุม
   ง. จุด

3. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
   ก. แขนของมุมเป็นรังสีเท่านั้น
   ข. รังสีสองรังสีทำให้เกิดมุมหนึ่งมุม
   ค. ส่วนของเส้นตรงสองเส้นตัดกันจะทำให้เกิดมุมสี่มุม
   ง. เส้นตรงสองเส้นตัดกันทำให้เกิดมุมมากกว่าสี่มุม
4. จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนของมุมแหลมที่มีจุด A เป็นจุดยอดมุม

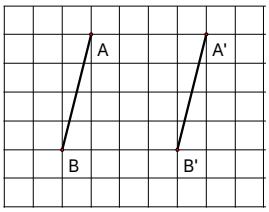


   ก. 4 มุม
   ข. 5 มุม
   ค. 6 มุม
   ง. 7 มุม

5. เหตุการณ์ที่พบเจอในชีวิตประจำวันข้อใดต่อไปนี้ เปรียบเสมือนการเลื่อนขนาน
   ก. ภาพขยายจากกล้องถ่ายรูป
   ข. รถไฟแล่นไปตามราง
   ค. เงาต้นไม้ในกระจก
   ง. การเคลื่อนของใบพัดพัดลม

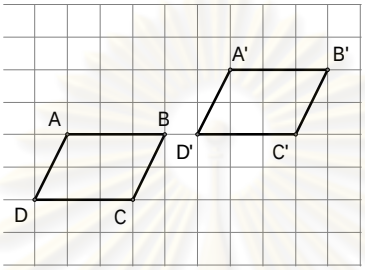
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง เกี่ยวกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน



ก. เลื่อน $\overline{AB}$ ไปทางซ้าย 4 หน่วย
ข. เลื่อน $\overline{AB}$ ไปทางขวา 5 หน่วย
ค. เลื่อน $\overline{AB}$ ไปด้านบน 5 หน่วย
ง. เลื่อน $\overline{AB}$ ลงด้านล่าง 5 หน่วย

7.



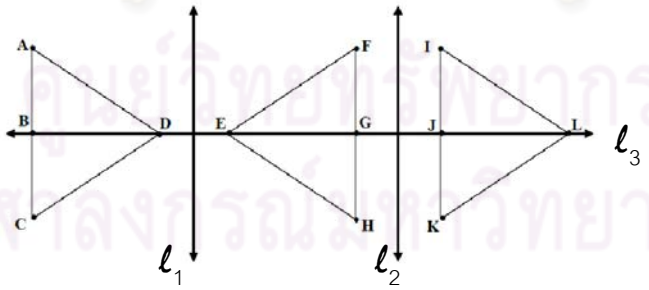
จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง เกี่ยวกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

ก. เกิดจากเลื่อนรูปต้นแบบไปด้านขวา 5 หน่วยและเลื่อนไปด้านบน 2 หน่วย
ข. เกิดจากเลื่อนรูปต้นแบบไปด้านขวา 2 หน่วยและเลื่อนไปด้านบน 5 หน่วย
ค. เกิดจากเลื่อนรูปต้นแบบไปทางซ้าย 5 หน่วยและเลื่อนไปด้านล่าง 2 หน่วย
ง. เกิดจากเลื่อนรูปต้นแบบไปทางซ้าย 2 หน่วยและเลื่อนไปด้านล่าง 5 หน่วย

8. เหตุการณ์ที่พบเจอในชีวิตประจำวันข้อใดต่อไปนี้ เปรียบเสมือนการสะท้อน

ก. ภาพขยายจากกล้องถ่ายรูป
ข. รถไฟแล่นไปตามราง
ค. เงาต้นไม้ในกระจก
ง. การเคลื่อนของใบพัดพัดลม

9.

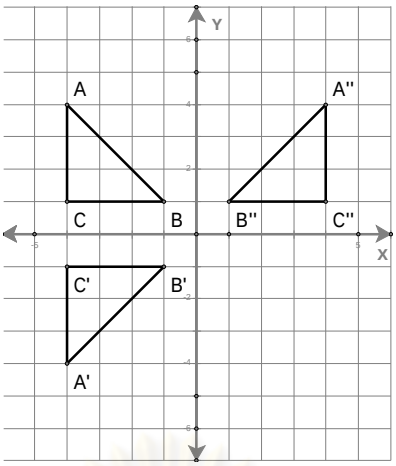


จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. จุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด A บนเส้น ℓ_1 คือ E
ข. ส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการสะท้อน $\overline{CD}$ บนเส้น คือ $\overline{EF}$
ค. $\overline{EH}$ อยู่ห่างจากเส้น ℓ_1 เท่ากันกับ $\overline{LK}$
ง. ΔACD คือภาพสะท้อนของ ΔFHE บนเส้น ℓ_1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

10.



จากรูปข้อใดถูกต้อง

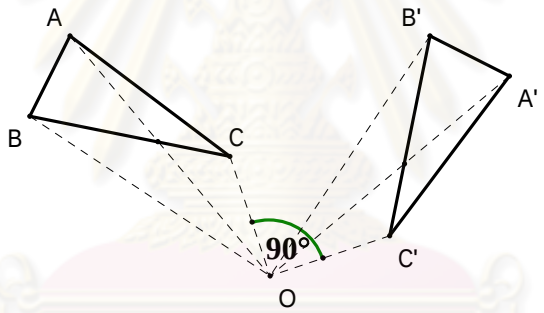
ก. $\Delta A'B'C'$ เกิดจากการสะท้อน $\Delta A''B''C''$ บนแกน X

ข. $\Delta A'B'C'$ เกิดจากการสะท้อน ΔABC บนแกน X

ค. $\Delta A''B''C''$ เกิดจากการสะท้อน ΔABC บนแกน Y

ง. ข้อ ข. และข้อ ค.

11.



จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC รอบจุดหมุน O ในทิศทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด $90°$

ข. $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC รอบจุดหมุน O ในทิศตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด $90°$

ค. $\overline{AB}//\overline{A'B'}, \overline{BC}//\overline{B'C'}$ และ $\overline{CA}//\overline{C'A'}$

ง. $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ใหญ่กว่า ΔABC

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
เรื่องวงกลม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง

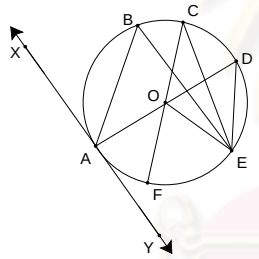
1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 60 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ
5. แบบวัดแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องและทำเครื่องหมาย (✕) ลงในกระดาษคำตอบ
6. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบวัดชุดนี้
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

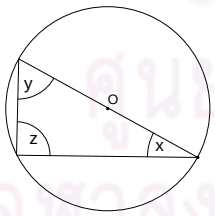
แบบวัดชุดนี้ กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

1. ข้อใดต่อไปนี้ คือคอร์ดของวงกลม
   ก. เส้นตรงที่ลากตัดวงกลม
   ข. ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายอยู่ในวงกลม
   ค. ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองบนเส้นรอบวงของวงกลมนั้น
   ง. ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายข้างหนึ่งอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น
2. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
   ก. วงกลมที่เท่ากันทุกประการ คือ วงกลมที่มีเส้นรอบวงยาวเท่ากัน
   ข. เส้นผ่านศูนย์กลางไม่ถือว่าเป็นคอร์ดของวงกลม
   ค. วงกลมเกิดจากจุดซึ่งจุดเหล่านั้นอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งระยะทางเท่ากัน
   ง. วงกลมที่มีพื้นที่เท่ากัน ไม่จำเป็นต้องเท่ากันทุกประการ
3. จากรูป มุมในข้อใดต่อไปนี้**แตกต่าง**จากข้ออื่น



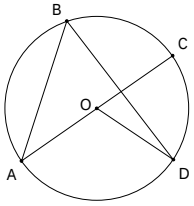
   ก. $A\hat{B}E$
   ข. $D\hat{O}E$
   ค. $A\hat{D}E$
   ง. $F\hat{C}E$

4. จากรูป ข้อใดถูกต้อง



   ก. $\hat{z} = \hat{x} + \hat{y}$
   ข. $\hat{x} - \hat{y} = 90$
   ค. $\hat{x} + \hat{y} > 90$
   ง. $\hat{x} + \hat{y} < 90$

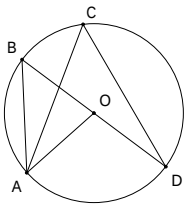
5. จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง



   ก. $A\hat{B}D = 2A\hat{O}D$
   ข. $2A\hat{B}D = A\hat{O}D$
   ค. $2A\hat{B}D = 2A\hat{O}D$
   ง. $C\hat{O}D = 2C\hat{A}B$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6.



จากรูป มุมในข้อใดคือมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ก. $A\hat{B}D$ และ $A\hat{C}D$

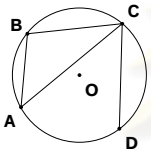
ข. $B\hat{A}C$ และ $B\hat{O}A$

ค. $A\hat{C}D$ และ $A\hat{O}D$

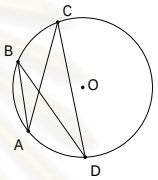
ง. ข้อ ข. และ ค.ถูก

7. ข้อใดต่อไปนี้ ถูกต้องเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

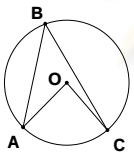
ก.



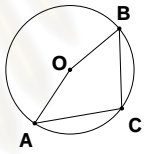
ค.



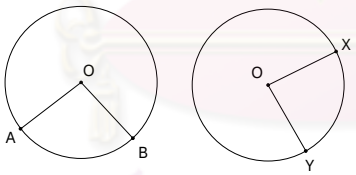
ข.



ง.



8.



จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้ที่ทำให้ $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{XY})$

ก. $A\hat{O}B = X\hat{O}Y$ และพื้นที่วงกลมรูปที่ 1 เท่ากับพื้นที่วงกลมรูปที่ 2

ข. $A\hat{O}B$ และ $X\hat{O}Y$ เป็นมุมแหลม

ค. รัศมีของวงกลมทั้งสองที่มีความยาวไม่เท่ากัน

ง. ข้อ ก. และ ค.

9. A : $m(\widehat{AB})$ เท่ากับ 5 เซนติเมตร และมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วย $\widehat{AB}$ มีขนาด 30 องศา ดังนั้นจะได้ว่า ถ้าวงกลมใด ๆ มีขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง 30 องศา ส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นจะมีขนาดเท่ากับ 5 เซนติเมตร เสมอ

B : $A\hat{B}C = 50°$ และ $m(\widehat{AC})$ เท่ากับ 3 เซนติเมตร ถ้า $m(\widehat{AD})$ เท่ากับ 5 เซนติเมตร นั่นคือ $A\hat{B}D$ มีขนาดมากกว่า 50 องศา

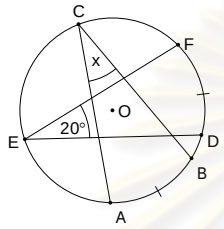
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. A และ B ถูก
ค. A ผิด และ B ถูก
ข. A ถูก และ B ผิด
ง. A และ B ผิด

10. ข้อใดต่อไปนี้ที่ทำให้มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

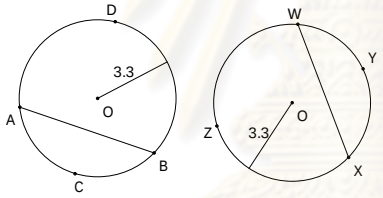
ก. วงกลมที่มีคอร์ดยาวเท่ากัน
ค. วงกลมที่มีรัศมียาวเท่ากัน
ข. วงกลมที่มีเส้นรอบวงยาวเท่ากัน
ง. ข้อ ข. และ ค.

11. จากรูปที่กำหนดให้ x ตรงกับข้อใด



ก. มากกว่า 20 องศา
ค. น้อยกว่า 20 องศา
ข. 20 องศา
ง. ไม่สามารถบอกได้

12.



A: ถ้า $AB = WX$ จะได้ว่า $m(\overset{\frown}{ACB}) = m(\overset{\frown}{WYX})$

B: ถ้า $AB = WX$ จะได้ว่า $m(\overset{\frown}{ADB}) = m(\overset{\frown}{WZX})$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. A และ B ถูก
ค. A ผิด และ B ถูก
ข. A ถูก และ B ผิด
ง. A และ B ผิด

13. ข้อใดต่อไปนี้ที่ทำให้คอร์ดยาวเท่ากัน

ก. วงกลมรัศมี 2.5 เซนติเมตร และ 3 เซนติเมตร ความยาวส่วนโค้งน้อยที่รองรับคอร์ดของวงกลมทั้งสอง คือ 3 เซนติเมตร

ข. วงกลมรัศมี 3 เซนติเมตร และ 4 เซนติเมตร ความยาวส่วนโค้งใหญ่ที่รองรับคอร์ดของวงกลมทั้งสอง คือ 15 เซนติเมตร

ค. วงกลมที่มีความยาวส่วนโค้งน้อยที่รองรับคอร์ดของวงกลมทั้งสอง คือ 3.84 เซนติเมตร และมีความยาวส่วนโค้งใหญ่ของวงกลมทั้งสอง คือ 15 เซนติเมตร

ง. ถูกทุกข้อ

ตารางที่ 14 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อที่ใช้จริง	ข้อที่
พื้นฐานทางเรขาคณิต	- จุด เป็นคำอนิยาม ใช้สำหรับบอกตำแหน่ง จุด A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ • A - เส้นตรง เป็นคำอนิยาม มีความยาวไม่จำกัด เส้นตรง AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{AB}$ - ส่วนของเส้นตรง คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองจุด ส่วนเส้นตรง AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overline{AB}$ - รังสี คือส่วนหนึ่งของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว รังสี AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overrightarrow{AB}$	4	2	1,2
	มุม - มุม คือรังสีสองเส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน เรียกรังสีทั้งสองเส้นนี้ว่า แขนของมุม เรียกจุดปลายของรังสีที่เป็นจุดเดียวกันว่า จุดยอดมุม - มุม คือ ส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่มีจุดปลายจุดหนึ่งร่วมกัน **มุมและขนาดของมุม** - มุมแหลม หมายถึง มุมที่มีขนาดของมุมอยู่ระหว่าง 0 องศา และ 90 องศา - มุมฉาก หมายถึง มุมที่มีขนาด 90 องศา - มุมป้าน หมายถึง มุมที่มีขนาดของมุมอยู่ระหว่าง 90 องศา และ 180 องศา - มุมตรง หมายถึง มุมที่มีขนาด 180 องศา - มุมกลับ หมายถึง มุมที่มีขนาดของมุมอยู่ระหว่าง 180 องศา และ 360 องศา	4	2	3,4
การแปลงทางเรขาคณิต	การแปลงทางเรขาคณิต หมายถึง การจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งอย่างทั่วถึงระหว่างจุดที่สมนัยกันบนระนาบซึ่งเป็นจุดบนรูปต้นแบบกับจุดบนภาพที่ได้จากการแปลงนั้น	4	3	5,6,7

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 14 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	**การเลื่อนขนาน** การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนรูปต้นแบบไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด สมบัติของการเลื่อนขนาน - สามารถเลื่อนรูปต้นแบบไปทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ - ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน			
	การสะท้อน การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใด ๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพผ่านเส้นสะท้อน โดยที่ระยะห่างจากจุดใด ๆ บนรูปต้นแบบไปยังเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อน สมบัติของการสะท้อน - สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ - ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนของส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่ - ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกันและไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน	4	3	8,9, 10

ตารางที่ 14 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	**การหมุน** การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใด ๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพ โดยที่จุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนไปยังภาพของจุดนั้น ๆ ด้วยขนาดของมุมที่เท่ากัน สมบัติของการหมุน - สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้สนิท โดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ - ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน ส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่	5	3	11, 12, 13
ความเท่ากันทุกประการ	- รูปสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี - ความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรง $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ก็ต่อเมื่อ AB = CD - ความเท่ากันทุกประการของมุม มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมทั้งสองเท่ากัน - ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วมุมตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากัน	4	2	14, 15
	ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ แล้วด้านของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะยาวเท่ากันทั้งสามคู่ ด้านต่อด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะมีขนาดเท่ากันทั้งสามคู่ มุมต่อมุม	4	3	16, 17, 18

ตารางที่ 14 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อที่ใช้จริง	ข้อที่
ความเท่ากันทุกประการ (ต่อ)	**รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน** ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ			
	รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ	4	3	19, 20, 21
	รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน - มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน - เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะแบ่งครึ่งมุมยอดและตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มาตั้งฉากกับฐาน จะแบ่งครึ่งฐานและแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	4	3	22, 23, 24
	รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้านแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ	4	3	25, 26, 27
	รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูป มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันและมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ รูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะเท่ากันทุกประการ	4	3	28, 29, 30
รวม		**45**	**30**	

ตารางที่ 15 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อ	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อที่ใช้จริง	ชุดที่
ตอนที่ 1 **วงกลม** **(2 ชั่วโมง)**	- วงกลมประกอบด้วยจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่า ๆ กัน เรียกจุดคงที่นั้นว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และเรียกระยะห่างจากจุดคงที่ว่า รัศมี - คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน - เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด - เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดนั้นว่า จุดสัมผัส - มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง - มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม - มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม	2	2	1	1
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม **(3 ชั่วโมง)**	**มุมในครึ่งวงกลม** มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก **มุมที่จุดศูนย์กลาง** มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน **มุมในส่วนโค้งของวงกลม** - ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน	1	3	2	2,3
	มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน	1	2	2	4,5

ตารางที่ 15 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อโจทย์	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อที่ใช้จริง	ข้อที่
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม (ต่อ)	ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน				
	มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม(ต่อ) - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน	1	2	1	6
คอร์ด (4 ชั่วโมง)	**คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะยาวเท่ากัน	1	2	1	7
	คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่จุดศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้ - ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด	1	2	2	8,9

ตารางที่ 15 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อโจทย์	จำนวนข้อที่สร้าง	จำนวนข้อที่ใช้จริง	ข้อที่
คอร์ด (ต่อ)	- ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น				
	รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม - ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้	1	2	1	10
	คอร์ดที่ยาวเท่ากัน - ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน - ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากันแล้วคอร์ดทั้งสองนั้นยาวเท่ากัน	1	2	2	11, 12
เส้นสัมผัสวงกลม (3 ชั่วโมง)	**เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี** - เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส - เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น	1	2	1	13
	เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี(ต่อ) - ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	1	2	1	14
	เส้นสัมผัสและคอร์ด - มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น	1	2	1	15
ตอนที่ 2 วงกลม	**มโนทัศน์เรื่องวงกลม**		8	5	1–5
รวม		**12**	**31**	**20**	

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

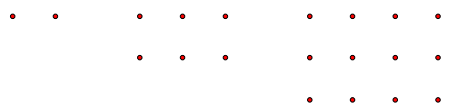
คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 60 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ
5. แบบวัดแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องและทำเครื่องหมาย (✕) ลงในกระดาษคำตอบ
6. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบวัดชุดนี้
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

1.



รูปที่ 1 2 3 ...

รูปที่ n ประกอบด้วยจุดทั้งหมดกี่จุด

ก. n จุด

ข. 2n จุด

ค. n(n+1) จุด

ง. n^2 จุด

2.

รูปที่ 1 2 3 4 ...

รูปที่ 10 ประกอบด้วยจุดทั้งหมดกี่จุด

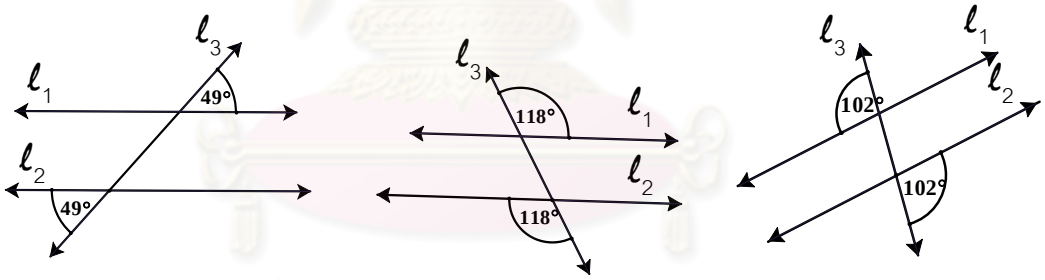
ก. 66 จุด

ข. 78 จุด

ค. 91 จุด

ง. 105 จุด

3. กำหนดให้ เส้นตรง ℓ_1 ขนานกับเส้นตรง ℓ_2 และมีเส้นตรง ℓ_3 เป็นเส้นตัด



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

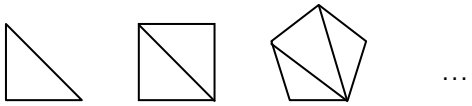
ก. มุมตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน

ข. มุมภายนอกมีขนาดเท่ากับมุมภายนอกที่อยู่คนละด้านของเส้นตัด

ค. มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

ง. ข้อ ก. และข้อ ค. ถูก

4.



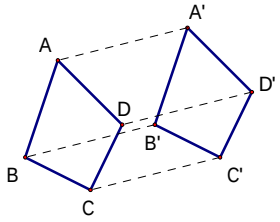
...

จำนวนเหลี่ยมของรูปเรขาคณิต	3	4	5	...
มุมภายในรวมกันได้ (องศา)	180	360	540	...

รูปสิบเหลี่ยมจะมีผลรวมของมุมภายในเป็นเท่าใด

ก. 1,024 องศา
ค. 1,540 องศา
ข. 1,440 องศา
ง. 1,860 องศา

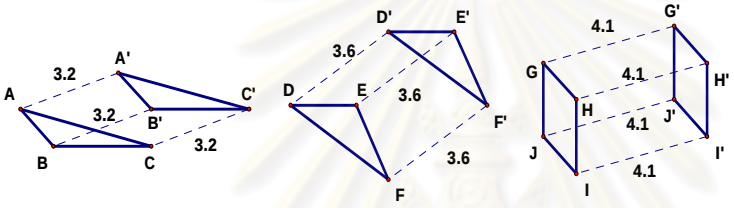
5.



จากรูปที่กำหนดให้ $AA' = BB' = CC'$ และ $\overline{AA'} // \overline{BB'} // \overline{CC'}$ ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง

ก. $AA' = DD'$
ค. $\overline{CC'} // \overline{DD'}$
ข. $\overline{AD} // \overline{B'C'}$
ง. $AB = A'B'$

6.



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

พิจารณารูปที่ 1 – 3 และนำหลักการดังกล่าวมาตรวจสอบว่าข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

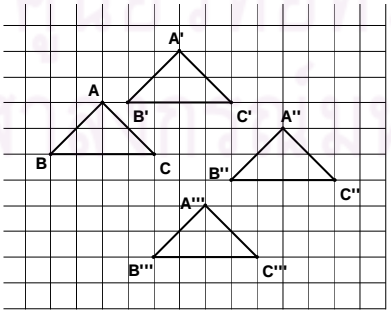
ก. จุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและภาพบางจุดที่มีระยะห่างเท่า ๆ กัน

ข. จุดทุกจุดของรูปต้นแบบเลื่อนไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศเดียวกันและระยะทางที่เท่ากัน

ค. ด้านที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและภาพมีขนาดไม่เท่ากันแต่ขนานกัน

ง. ด้านที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและภาพไม่จำเป็นต้องขนานกัน

7.



จากรูปที่กำหนดให้

$\Delta A'B'C'$ เกิดจากการเลื่อน ΔABC ไปทางขวา 3 หน่วย และเลื่อนขึ้นด้านบน 2 หน่วย

$\Delta A'''B'''C'''$ เกิดจากการเลื่อน $\Delta A''B''C''$ ไปทางซ้าย 3 หน่วยและเลื่อนลงด้านล่าง 3 หน่วย

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

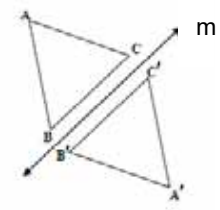
ก. สามารถเลื่อนรูปต้นแบบไปในแนวเส้นโค้งทิศทางใดก็ได้ในระนาบเดียวกัน

ข. ภาพที่เกิดจากการเลื่อนมีขนาดเล็กกว่ารูปต้นแบบเสมอ

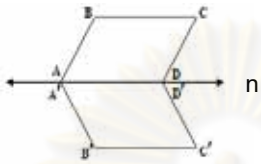
ค. ภาพที่เกิดจากการเลื่อนเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบเสมอ

ง. ภาพที่เกิดการเลื่อนไม่จำเป็นต้องเป็นระนาบเดียวกันกับรูปต้นแบบ

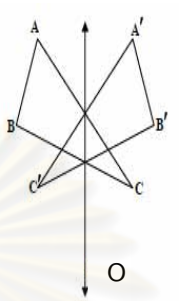
8.



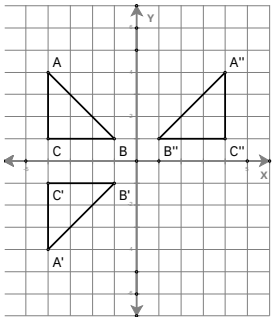
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

จากรูปที่ 1 – 3 มีเส้นตรง m , n และ o เป็นเส้นสะท้อน ตามลำดับ พิจารณารูปที่ 1 – 3 และนำหลักการดังกล่าวมาตรวจสอบรูปที่ 4 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

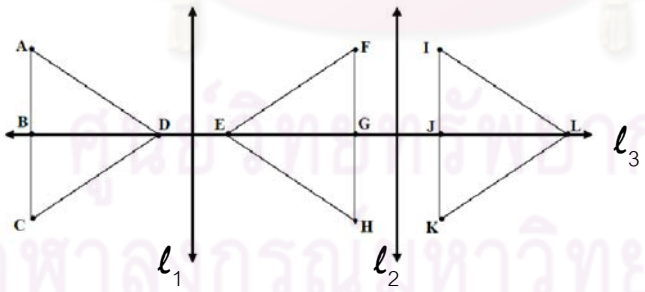
ก. $\Delta A'B'C'$ เกิดจากการสะท้อน ΔABC บนแกน Y

ข. $\Delta A'B'C'$ เกิดจากการสะท้อน ΔABC บนแกน X

ค. $\Delta A''B''C''$ เกิดจากการสะท้อน ΔABC บนแกน Y

ง. ข้อ ข. และข้อ ค.

9.



จากรูปที่กำหนดให้ เส้นตรง ℓ_1 , ℓ_2 และ ℓ_3 เป็นเส้นสะท้อน

ดังนั้น $\Delta ABD \cong \Delta CBD, \Delta EFG \cong \Delta LIJ$ และ $\Delta LIJ \cong \Delta LKJ$ ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง

ก. $\Delta ACD \cong \Delta FHE$

ข. $\Delta FHE \cong \Delta IKL$

ค. $\Delta ACD \cong \Delta IKL$

ง. $\Delta EGH \cong \Delta IKL$

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
เรื่องวงกลม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

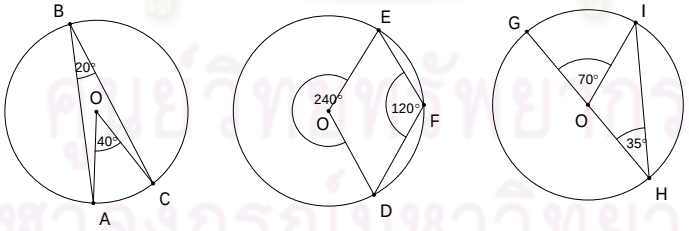
คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 20 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน คือ
   ตอนที่ 1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 15 คะแนน)
   ตอนที่ 2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ (ข้อละ 3 คะแนน คะแนนเต็ม 15 คะแนน)
   รวมคะแนนทั้งหมด 30 คะแนน
2. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 60 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ
5. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

แบบวัดชุดนี้ กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

1. วงกลมรัศมี 2 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 4 เซนติเมตร
   วงกลมรัศมี 3 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 6 เซนติเมตร
   วงกลมรัศมี 2.7 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 เซนติเมตร
   จากข้อความข้างต้น ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง
   ก. เส้นผ่านศูนย์กลางมีขนาดเป็น 2 เท่าของรัศมี
   ข. รัศมีมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลาง
   ค. รัศมีมีขนาดเป็น 2 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลาง
   ง. นำขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางหารด้วย 2 คือความยาวของรัศมี
2. มุมที่ฐานของมุมในครึ่งวงกลม A คือ 40 องศา และ 50 องศา
   มุมที่ฐานของมุมในครึ่งวงกลม B คือ 35 องศา และ 55 องศา
   มุมที่ฐานของมุมในครึ่งวงกลม C คือ 60 องศา และ 30 องศา
   จากข้อความข้างต้น ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง
   ก. วงกลมใด ๆ มุมที่ฐานของมุมในครึ่งวงกลมรวมกันได้ $90°$
   ข. วงกลมใด ๆ มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด $90°$
   ค. รูปสามเหลี่ยมในครึ่งวงกลมใด ๆ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเสมอ
   ง. รูปสามเหลี่ยมในครึ่งวงกลมใด ๆ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
3. 

   พิจารณารูปที่กำหนดให้ และนำหลักการดังกล่าวมาพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง ถ้ากำหนดให้ n แทนขนาดของมุมในส่วนโค้ง และ m แทนขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

   ก. $2n = m$ ค. $2n + m = 360$
   ข. $n = 2m$ ง. $2n - m = 180$

4. วงกลมสามวง มีรัศมีเท่ากัน มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาด $60°$ เท่ากัน และมีความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุม เท่ากับ π หน่วย เท่ากัน

จากข้อความดังกล่าวข้างต้น ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

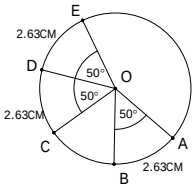
ก. วงกลมใด ๆ ที่มีขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเท่ากัน ความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นจะยาวเท่ากัน

ข. วงกลมใด ๆ ที่มีความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางเท่ากัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเท่ากัน

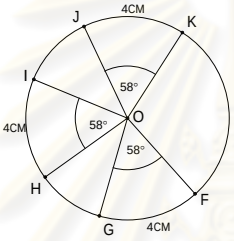
ค. วงกลมที่มีรัศมีเท่ากัน ถ้าขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเท่ากัน ความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นจะยาวเท่ากัน

ง. ข้อ ก. และ ข.

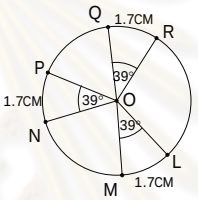
5.



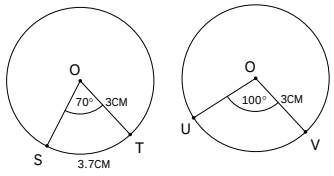
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

พิจารณารูปที่ 1 – 3 แล้วนำหลักการดังกล่าวมาตรวจสอบในรูปที่ 4 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องเกี่ยวกับ $\overset{\frown}{UV}$

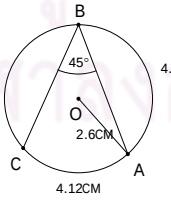
ก. $m(\overset{\frown}{UV})$ น้อยกว่า 3.7 เซนติเมตร เพราะมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดต่างกัน

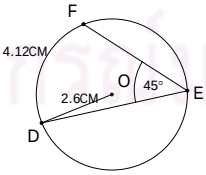
ข. $m(\overset{\frown}{UV})$ เท่ากับ 3.7 เซนติเมตร เพราะรัศมีของวงกลมยาวเท่ากัน

ค. $m(\overset{\frown}{UV})$ มากกว่า 3.7 เซนติเมตร เพราะรัศมีของวงกลมยาวเท่ากันแต่มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดมากกว่า

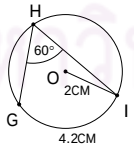
ง. ไม่สามารถสรุปสิ่งใดได้ เนื่องจากไม่ใช่วงกลมวงเดียวกัน

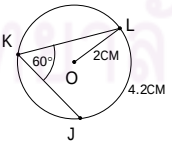
6.



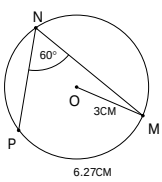


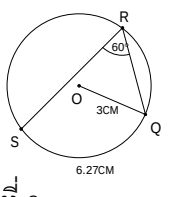
รูปที่ 1



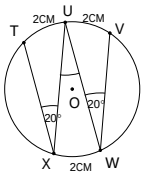


รูปที่ 2





รูปที่ 3



รูปที่ 4

พิจารณารูปที่ 1 – 3 แล้วนำหลักการดังกล่าวมาตรวจสอบในรูปที่ 4 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องเกี่ยวกับ $X\hat{U}W$

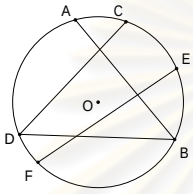
ก. $X\hat{U}W = 20°$ เพราะวงกลมเดียวกันมุมในส่วนโค้งของวงกลมต้องเท่ากัน

ข. $X\hat{U}W = 20°$ เพราะ ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ค. $X\hat{U}W = 20°$ เพราะวงกลมเดียวกันหรือวงกลมที่เท่ากันทุกประการ ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ง. ไม่สามารถสรุปสิ่งใดได้ เนื่องจากไม่ทราบความยาวของรัศมี

7.



จากรูปที่กำหนดให้ $AB = CD = BD = 6.5$ เซนติเมตร

$m(\overset{\frown}{ACB}) = m(\overset{\frown}{CAD}) = m(\overset{\frown}{BFD}) = 7.7$ เซนติเมตร $EF = 7$ เซนติเมตร

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องเกี่ยวกับ $m(\overset{\frown}{EBF})$

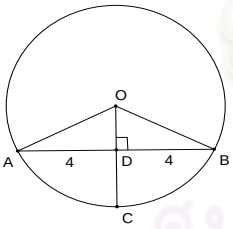
ก. $m(\overset{\frown}{EBF}) = 7.7$

ข. $m(\overset{\frown}{EBF}) < 7.7$

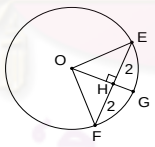
ค. $m(\overset{\frown}{EBF}) > 7.7$

ง. ไม่สามารถสรุปได้

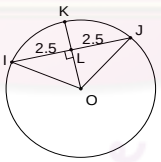
8.



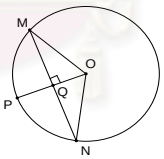
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

พิจารณารูปที่ 1 – 3 แล้วนำหลักการดังกล่าวมาตรวจสอบในรูปที่ 4 ถ้า $MN = x$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $MQ = NQ = x$

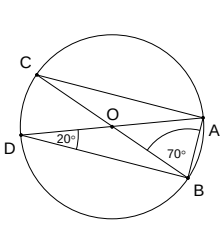
ข. $MQ = NQ = \frac{x}{2}$

ค. $MQ = MO = x$

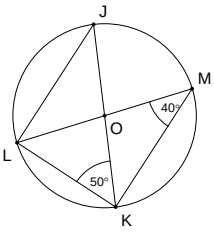
ง. $NQ = NO = \frac{x}{2}$

ตอนที่ 2 กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

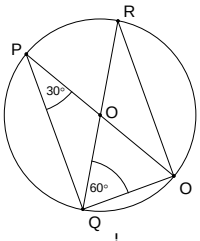
1.



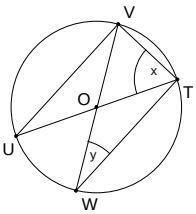
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

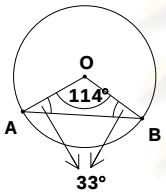
พิจารณารูปที่ 1 – 3 แล้วนำหลักการดังกล่าวมาสรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุม x และ y ในรูปที่ 4 ได้อย่างไร จงอธิบายพร้อมให้เหตุผล

……

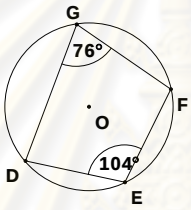
……

……

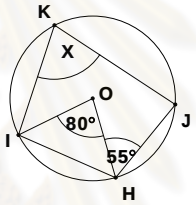
2.



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

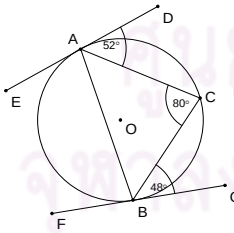
พิจารณารูปที่ 1 – 2 แล้วนำหลักการดังกล่าวมาใช้ในการหาค่า x ในรูปที่ 3 พร้อมให้เหตุผล

……

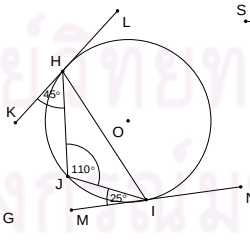
……

……

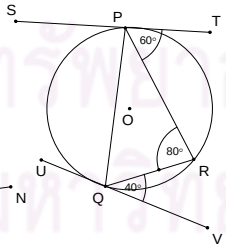
3.



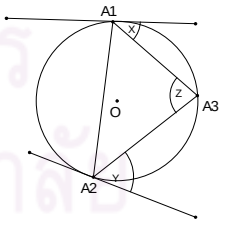
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

พิจารณารูปที่ 1 – 3 แล้วนำหลักการดังกล่าวมาสรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุม x, y และ z ในรูปที่ 4 ได้อย่างไร จงอธิบายพร้อมให้เหตุผล

……

……

……

ตารางที่ 16 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

ข้อที่	ค่าความยาก(p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.20	0.38	0.80
2	0.45	0.25	
3	0.23	0.47	
4	0.50	0.74	
5	0.68	0.36	
6	0.73	0.54	
7	0.80	0.54	
8	0.80	0.39	
9	0.65	0.37	
10	0.65	0.36	
11	0.63	0.27	
12	0.45	0.32	
13	0.80	0.29	
14	0.68	0.52	
15	0.35	0.56	
16	0.25	0.36	
17	0.40	0.59	
18	0.73	0.39	
19	0.45	0.32	
20	0.20	0.47	
21	0.25	0.38	
22	0.80	0.31	
23	0.28	0.39	
24	0.75	0.31	
25	0.60	0.43	
26	0.65	0.60	
27	0.35	0.32	
28	0.65	0.28	
29	0.70	0.52	
30	0.68	0.54	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 17 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

ข้อที่	ค่าความยาก(p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.50	0.73	0.81
2	0.65	0.55	
3	0.58	0.73	
4	0.53	0.64	
5	0.33	0.46	
6	0.38	0.64	
7	0.45	0.36	
8	0.45	0.55	
9	0.30	0.46	
10	0.58	0.73	
11	0.58	0.36	
12	0.35	0.55	
13	0.28	0.36	
14	0.45	0.46	
15	0.35	0.36	
16	0.20	0.46	
17	0.38	0.27	
18	0.30	0.36	
19	0.35	0.64	
20	0.23	0.27	
21	0.23	0.36	
22	0.35	0.46	
23	0.43	0.46	
24	0.30	0.46	
25	0.45	0.36	
26	0.30	0.36	
27	0.50	0.64	
28	0.50	0.36	
29	0.30	0.27	
30	0.38	0.27	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 18 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

ข้อที่	ค่าความยาก(p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.40	0.46	0.77
2	0.73	0.55	
3	0.73	0.27	
4	0.55	0.55	
5	0.75	0.27	
6	0.45	0.46	
7	0.63	0.55	
8	0.45	0.64	
9	0.63	0.36	
10	0.68	0.55	
11	0.60	0.36	
12	0.30	0.46	
13	0.65	0.27	
14	0.43	0.27	
15	0.80	0.46	
16	0.48	0.36	
17	0.80	0.36	
18	0.45	0.27	
19	0.30	0.55	
20	0.48	0.36	
21	0.80	0.27	
22	0.65	0.73	
23	0.43	0.27	
24	0.20	0.36	
25	0.58	0.46	
26	0.63	0.55	
27	0.40	0.36	
28	0.45	0.64	
29	0.28	0.46	
30	0.25	0.36	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 19 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

ข้อที่	ค่าความยาก(p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
ตอนที่ 1			
1	0.60	0.80	0.74
2	0.25	0.50	
3	0.50	0.80	
4	0.45	0.70	
5	0.60	0.80	
6	0.40	0.20	
7	0.35	0.70	
8	0.45	0.90	
9	0.40	0.80	
10	0.70	0.60	
11	0.45	0.70	
12	0.40	0.40	
13	0.35	0.50	
14	0.40	0.60	
15	0.45	0.30	
ตอนที่ 2			
1	0.63	0.60	
2	0.40	0.40	
3	0.60	0.60	
4	0.65	0.70	
5	0.40	0.60	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวอัญชลีรัตน์ รอดเลิศ เกิดเมื่อวันที่ 14 ธันวาคม 2523 ที่จังหวัดร้อยเอ็ด สำเร็จการศึกษาปริญญาการศึกษาบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับ 2) วิชาเอกคณิตศาสตร์ โครงการเร่งรัดการผลิตและพัฒนาบัณฑิตระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศ (รพค.) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เมื่อปีการศึกษา 2546 เข้าศึกษาต่อหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2552 รับราชการครูที่โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ อำเภอหนองพอก จังหวัดร้อยเอ็ด ตั้งแต่ พ.ศ. 2546 – ปัจจุบัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย