

เซมิกรุปของการแปลง และ เซมิกรุปของ เมตริกซ์ที่มีเซมิกรูปร้อย่อยแท้ที่หนาแน่น



นางสาว พัชรี หิรัญมาศสุวรรณ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่ง ของ การศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2532

ISBN 974-576-187-7

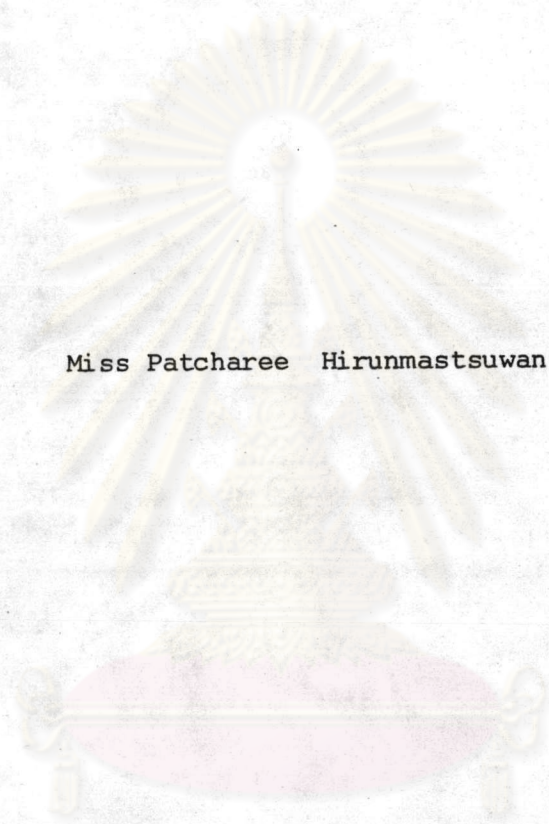
ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

015397

I10305154

TRANSFORMATION SEMIGROUPS AND MATRIX SEMIGROUPS

HAVING PROPER DENSE SUBSEMIGROUPS



Miss Patcharee Hirunmastsuwan

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1989

ISBN 974-576-187-7



Thesis Title Transformation semigroups and matrix semigroups
having proper dense subsemigroups

By Miss Patcharee Hironmastsuwan

Department Mathematics

Thesis Advisor Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in
Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's degree.

Thavorn Vajrabhaya
.....Dean of Graduate School
(Professor Thavorn Vajrabhaya Ph.D.)

Thesis Committee

Patanee Udomkavanich
..... Chairman
(Assistant Professor Patanee Udomkavanich Ph.D.)

Thavee Srisangthong
..... Member
(Associate Professor Thavee Srisangthong M.A.)

Yupaporn Kemprasit
..... Thesis Advisor
(Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.)



พิมพ์ต้นฉบับบทความวิจัยวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

พัลลภ ศิริบุญมาคำสุวรรณ : เซมิกรุปของการแปลงและเซมิกรุปของเมตริกซ์ซึ่งมีเซมิกรุปย่อย-
แท้ที่หนาแน่น (TRANSFORMATION SEMIGROUPS AND MATRIX SEMIGROUPS HAVING
PROPER DENSE SUBSEMIGROUPS) อ.ที่ปรึกษา : รศ.ดร.บุพผาภรณ์ เข็มประสิทธิ์, 58 หน้า

สำหรับเซต X ใด ๆ ให้ G_X, M_X, O_X, CP_X และ CT_X แทนกลุ่มสมมาตรบนเซต X เซมิกรุป
ของการแปลงหนึ่งต่อหนึ่งของเซต X ทั้งหมด เซมิกรุปของการแปลงแบบทั่วถึงของเซต X ทั้งหมด
เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนแบบคงตัวของเซต X ทั้งหมด และเซมิกรุปของการแปลงแบบคงตัวของเซต
 X ทั้งหมด ตามลำดับ

สำหรับฟิลด์ F และจำนวนเต็มบวก n ใด ๆ ให้ $M_n(F), G_n(F), U_n(F), L_n(F)$ และ
 $D_n(F)$ แทนเซมิกรุปของเมตริกซ์ขนาด $n \times n$ บนฟิลด์ F ทั้งหมด กรุปของเมตริกซ์ที่เป็นนอนซิงกูลาร์
ขนาด $n \times n$ บนฟิลด์ F ทั้งหมด เซมิกรุปของเมตริกซ์ที่เป็นสามเหลี่ยมบนขนาด $n \times n$ บนฟิลด์ F
ทั้งหมด เซมิกรุปของเมตริกซ์ที่เป็นสามเหลี่ยมล่างขนาด $n \times n$ บนฟิลด์ F ทั้งหมด และเซมิกรุปของ
เมตริกซ์ทแยงมุมขนาด $n \times n$ บนฟิลด์ F ทั้งหมด ตามลำดับ

ผลสำคัญของการวิจัยมีดังนี้

ทฤษฎีบท 1 ให้ X เป็นเซตใด ๆ

- (1) ถ้า $S = G_X, M_X$ หรือ O_X แล้ว S มีเซมิกรุปย่อยแท้ที่หนาแน่น เมื่อและต่อเมื่อ X เป็นเซตอนันต์
- (2) CP_X มีเซมิกรุปย่อยแท้ที่หนาแน่น เมื่อและต่อเมื่อ $|X| > 1$
- (3) CT_X ไม่มีเซมิกรุปย่อยแท้ที่หนาแน่น

ทฤษฎีบท 2 ให้ $F = (F, +, \cdot)$ เป็นฟิลด์ และ n เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ และให้ $S = M_n(F), G_n(F), U_n(F), L_n(F)$ หรือ $D_n(F)$

- (1) ถ้า (F, \cdot) มีเซมิกรุปย่อยแท้ที่หนาแน่น แล้ว S จะมีเซมิกรุปย่อยแท้ที่หนาแน่นด้วย
- (2) ถ้า S มีเซมิกรุปย่อยแท้ที่หนาแน่น แล้ว F เป็นฟิลด์อนันต์

ศูนย์วิทยพัชกร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา คณิตศาสตร์
สาขาวิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2531

ลายมือชื่อนิติต พัลลภ ศิริบุญมาคำสุวรรณ
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา บุพผาภรณ์ เข็มประสิทธิ์



พิมพ์ต้นฉบับบทความวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

PATCHAREE HIRUNMASTSUWAN : TRANSFORMATION SEMIGROUPS AND MATRIX SEMIGROUPS HAVING PROPER DENSE SUBSEMIGROUPS. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. YUPAPORN KEMPRASIT, PH.D., 58 PP.

For any set X , let G_X, M_X, O_X, CP_X and CT_X denote the symmetric group on X , the transformation semigroup of all 1-1 transformations of X , the transformation semigroup of all onto transformations of X , the transformation semigroup of all constant partial transformations of X and the transformation semigroup of all constant transformations of X , respectively.

For any field F and any positive integer n , let $M(F), G(F), U(F), L(F)$ and $D(F)$ denote the matrix semigroup of all $n \times n$ matrices over F , the matrix group of all $n \times n$ nonsingular matrices over F , the matrix semigroup of all $n \times n$ upper triangular matrices over F , the matrix semigroup of all $n \times n$ lower triangular matrices over F and the matrix semigroup of all $n \times n$ diagonal matrices over F , respectively.

The main results of this research are

Theorem 1. Let X be a set.

- (1) If $S = G_X, M_X$ or O_X , then S has a proper dense subsemigroup if and only if X is infinite.
- (2) CP_X has a proper dense subsemigroup if and only if $|X| > 1$.
- (3) CT_X has no proper dense subsemigroup.

Theorem 2. Let $F = (F, +, \cdot)$ be a field, n a positive integer and let $S = M_n(F), G_n(F), U_n(F), L_n(F)$ or $D_n(F)$.

- (1) If (F, \cdot) has a proper dense subsemigroup, then so does S .
- (2) If S has a proper dense subsemigroup, then F is infinite.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา คณิตศาสตร์
สาขาวิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2531

ลายมือชื่อนิสิต พรีดิ์ นริศมณกุลวรรณ
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร. พงษ์ภักดิ์



ACKNOWLEDGEMENT

I am greatly indebted to Asso. Prof. Dr. Yupaporn Kemprasit, my thesis supervisor, for her untired offering me some thoughtful and helpful advice in preparing and writing my thesis. Also, I would like to thank all of the lecturers for their previous valuable lectures while studying.

In particular, I would like to express my deep gratitude to father, mother, sisters, brothers and friends for their encouragement throughout my graduate study.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	v
ACKNOWLEDGEMENT	vi
INTRODUCTION	1
CHAPTER	
I PRELIMINARIES	3
II FREE SEMIGROUPS, FREE GROUPS, CYCLIC SEMIGROUPS AND CYCLIC GROUPS	10
III TRANSFORMATION SEMIGROUPS	19
IV MATRIX SEMIGROUPS	35
REFERENCES	57
VITA	58

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย