ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2553
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CONCEPTUAL CHANGE MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND CONNECTION ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Miss Athitaya Samranin

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum, Instruction and Educational Technology
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2010

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อาทิตยา สำราญอินทร์ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CONCEPTUAL CHANGE MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND CONNECTION ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ. ดร.อัมพร ม้าคนอง, 186 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ระหว่างก่อนทดลองกับหลังทดลอง 3) เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมาบอำมฤตวิทยา จ.ชุมพร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 67 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 37 คน และกลุ่มควบคุม 30 คน นักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ และ นักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ชุด ที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.81 และ 0.82 และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ชุด ที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.61 และ 0.92 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองตามความรู้เดิมที่มีและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที (t – test) และเทคนิควิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)

ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ลายมือชื่อนิสิต อาทิตยา สำราญอินทร์

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2553

5283476327 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS : CONCEPTUAL CHANGE MODEL / MATHEMATICAL CONCEPT / MATHEMATICAL CONNECTION ABILITY

ATHITAYA SAMRANIN : EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CONCEPTUAL CHANGE MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND CONNECTION ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR : ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG,Ph.D. 186 pp.

The purposes of the research were 1) to compare mathematical concepts of eighth grade students between groups being taught by conceptual change model and by conventional method. 2) to compare mathematical connection abilities of eighth grade students before and after being taught by conceptual change model and 3) to compare mathematical connection abilities of eighth grade students between groups being taught by conceptual change model and by conventional method. The subject were 67 of eighth grade students of Mapammaritwittaya School in the second semester of academic year 2010. There were 37 students in experimental group and the other 30 in controlled group. The experimental group was taught by conceptual change model and the control group was taught by conventional method. The instruments for data collection were two mathematical concept tests with the reliabilities of 0.81 and 0.82 and two mathematical connection tests with the reliabilities of 0.61 and 0.92. The experimental materials constructed by the researcher were lesson plans focusing on conceptual change model and conventional lesson plans. The data were analyzed by arithmetic mean, standard deviation, t – test and ANCOVA.

The results of the study revealed that:

1) Mathematical concepts of students being taught by conceptual change model were not different from those of students being taught by conventional method at significance level of 0.05.

2) Mathematical connection abilities of students after being taught by conceptual change model were higher than those before being taught at significance level of 0.05.

3) Mathematical connection abilities of students being taught by conceptual change model were not different from those of students being taught by conventional method at significance level of 0.05.

Department : Curriculum, Instruction and Educational Technology Student's Signature Athitaya Samranin

Field of Study : Mathematics Education Advisor's Signature Aumporn Makanong

Academic Year : 2010

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจากรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่า และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น พร้อมทั้งให้โอกาสในการเรียนรู้ทุกด้านแก่ผู้วิจัยตลอดระยะเวลาที่ผ่านมา ผู้วิจัยกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้เป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ทำให้งานวิจัยมีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจนถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณคณะครูและนักเรียนโรงเรียนวินิตศึกษาในพระราชูปถัมภ์และโรงเรียนศรียาภัยที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ ขอขอบพระคณะครูและนักเรียนโรงเรียนมาบอำมฤตวิทยา จ. ชุมพรที่ให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ท้ายนี้ขอขอบพระคุณ คุณแม่ที่ให้การสนับสนุนการศึกษาในระดับปริญญา-มหาบัณฑิตคอยเป็นกำลังใจที่สำคัญยิ่งตลอดมา และขอขอบคุณน้าเล็ก พี่เบญ พี่พร พี่แอน พี่แสง พี่ปุ๊ก พี่อู๋ แป๊บ น้องจ้อง โอ เสา แม้ก และกัลยาณมิตรทุกท่านที่ไม่ได้เอ่ยนามที่คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง..... ญ

สารบัญภาพ..... ฏ

บทที่

1 บทนำ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 7

สมมติฐานของการวิจัย..... 8

ขอบเขตของการวิจัย..... 10

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 10

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 14

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 15

ความหมายของมโนทัศน์..... 15

ความสำคัญของมโนทัศน์..... 16

ประเภทของมโนทัศน์..... 17

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 19

แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 20

การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 25

โมเดลการปรับมโนทัศน์..... 29

ความหมายของการปรับมโนทัศน์..... 29

ความเป็นมาของโมเดลการปรับมโนทัศน์..... 30

ขั้นตอนของโมเดลการปรับมโนทัศน์..... 31

ประโยชน์ของโมเดลการปรับมโนทัศน์..... 35

บทที่ หน้า

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 36
ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 36
ความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 37
ลักษณะของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 38
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 40
การวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 45
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 47
3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 51
การศึกษาค้นคว้าเอกสาร และการวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 51
การออกแบบการวิจัย..... 52
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 52
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 54
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล..... 75
การวิเคราะห์ข้อมูล..... 77
สถิติที่ใช้ในการวิจัย..... 78
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 79
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ..... 96
สรุปผลการวิจัย..... 98
อภิปรายผลการวิจัย..... 98
ข้อเสนอแนะ..... 104
รายการอ้างอิง..... 105
ภาคผนวก..... 113
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ..... 114
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัย หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย..... 116
ภาคผนวก ค ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง..... 129

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ หน้า

ภาคผนวก ง ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง..... 131
ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล..... 133
ภาคผนวก ฉ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง..... 158
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 186

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงแบบแผนการทดลอง	52
2	แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน	57
3	การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	61
4	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเอฟ ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ	80
5	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าที ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ระหว่างก่อนทดลองกับหลังทดลอง	81
6	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเอฟ ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ	82
7	แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	130
8	แสดงผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	132
9	แสดงผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	132

ตารางที่		หน้า
10	แสดงโครงสร้างของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) เรื่อง เส้นขนาน รูปสามเหลี่ยม และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	134
11	แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงที่ตอบถูก (R_h) และจำนวนนักเรียนในกลุ่มต่ำที่ตอบถูก (R_l) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) เรื่อง เส้นขนาน รูปสามเหลี่ยม และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม จำนวน 30 ข้อ (ครั้งที่ 2)	140
12	แสดงโครงสร้างของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) เรื่อง เส้นขนาน และ เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	141
13	แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงที่ตอบถูก (R_h) และจำนวนนักเรียนในกลุ่มต่ำที่ตอบถูก (R_l) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) เรื่อง เส้นขนาน และ เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม จำนวน 30 ข้อ (ครั้งที่ 2)	148
14	แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) จำนวน 5 ข้อ	153
15	แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) จำนวน 5 ข้อ	157

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดในขั้นที่ 1 เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องเส้นขนาน และมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	84
2	แสดงสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดในขั้นที่ 1 เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องเส้นขนาน และมุมแย้ง ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	85
3	แสดงการเขียนตอบสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับบทนิยามของเส้นขนาน.....	85
4	แสดงวิธีที่นักเรียนบางคนใช้ทดสอบคำตอบของสถานการณ์ปัญหา.....	87
5	แสดงการสร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเองของนักเรียน.....	88
6	แสดงการเชื่อมโยงมโนทัศน์เรื่องรูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบมุม-มุม-ด้าน สู่ชีวิตจริง.....	89
7	แสดงการเขียนลำดับการหาคำตอบในการนำมโนทัศน์ไปใช้ของนักเรียน.....	90
8	แสดงคำถามที่นอกเหนือขอบเขตมโนทัศน์เส้นขนานและมุมภายใน ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด.....	91
9	แสดงคำถามที่นอกเหนือขอบเขตมโนทัศน์มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม.....	92
10	แสดงสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด.....	93
11	แสดงการเขียนสรุปผลการสำรวจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ ของนักเรียน.....	94
12	แสดงการเขียนสรุปผลการสำรวจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ ของนักเรียน.....	95

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการดำรงชีวิตและการพัฒนาการคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และทำให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นอย่างมีความสุข (ศึกษาธิการ, 2545: 1) เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลำดับขั้นตอนในการคิดคำนวณ และเป็นวิชาที่มีความต่อเนื่องของเนื้อหา การศึกษาเนื้อหาในบางเรื่อง นักเรียนจะไม่สามารถเรียนรู้ได้เลยถ้าไม่เรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งเป็นพื้นฐานมาก่อน (ดวงเดือน อ่อนน่วม, 2533: 33) นอกจากนี้โครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ มีการแสดงความคิดที่เป็นเหตุเป็นผลต่อกันและสื่อความหมายโดยสัญลักษณ์ซึ่งเป็นนามธรรมยากต่อการเรียนรู้และยากต่อการทำความเข้าใจได้รวดเร็ว (วัลลภา ธารีรัตน์, 2528: 7) ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์จึงต้องสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล มีหลักเกณฑ์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งการเรียนที่จะทำให้เกิดทักษะดังกล่าวนี้นักเรียนจะต้องเข้าใจในมโนทัศน์ของเรื่องที่เรียนเป็นสำคัญ (พีระพล ศิริวงศ์, 2525: 2)

มีนักการศึกษาเชื่อว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ใช่ผลผลิตที่นักเรียนควรจะได้รับจากครู แต่เป็นกระบวนการที่นักเรียนควรมีประสบการณ์ในชั้นเรียนและเชื่อว่าการเรียนรู้ไม่ได้ก่อเกิดขึ้นจากการถ่ายทอดหรือซึมซับเอาจากครูแต่เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในตัวของนักเรียน นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ขึ้นด้วยตนเองจากการสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงสิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่เดิมหรือสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่มีมาก่อน นักเรียนจึงเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีและมีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อเขาได้สร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเขาขึ้นมาโดยผ่านการกระทำในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการของตนเอง (จรรยา ภูอุดม, 2544: 3 – 4) แต่สภาพการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยทั่วไปยังไม่เอื้อต่อการพัฒนาให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง เนื่องจากวิธีสอนของครูยังคงเน้นการถ่ายทอดเนื้อหาวิชามากกว่าการเรียนรู้จากสภาพที่เป็นจริงและไม่เน้นกระบวนการให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ การแสดงความคิดเห็นและการแสวงหาความรู้ (คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2540) ผู้วิจัยจึงมีความสนใจและเห็นความจำเป็นของการพัฒนามโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์โดยการส่งเสริมให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์

ด้วยตนเองในการเรียนรู้ มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพราะความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับความเข้าใจในมโนทัศน์ของสิ่งที่นักเรียนได้เรียน (ปุณยนุช กูลเพชร์, 2552: 1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดสำคัญหรือความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์ ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ รวมถึงคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ (Good, 1959: 118) เช่น นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันหมายความว่านักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้ (Cooney and others, 1975: 85) ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและเกิดความเข้าใจในการคิด ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายให้ได้แนวการคิดที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ต้องสอนให้นักเรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เห็นความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาโดยคำนึงทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน ใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรมหรือทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมากๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้นโดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของนักเรียน ฝึกให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทั้งรายบุคคลและเป็นกลุ่ม อีกทั้งสอนให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยงสื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ รวมถึงเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 8 – 9)

จากแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory) เป็นแนวคิดหนึ่งที่สอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว โดยทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ หรือการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์ความรู้ เน้นการเรียนรู้ที่นักเรียนต้องสร้างสรรค์ความรู้ด้วยตนเองในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิดของนักเรียน ฝึกให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้มากกว่าการรับความรู้ โดยอาศัยประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิมหรือความรู้ที่มี รวมทั้งความสนใจและแรงจูงใจภายในของนักเรียน โดยมีความเชื่อว่านักเรียนสามารถที่จะพัฒนาความรู้ได้ด้วยตนเองเมื่อนักเรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญา (Cognitive Conflict) จากการที่นักเรียนเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหาซึ่งไม่สามารถแก้หรืออธิบายได้ด้วยความรู้ที่มีอยู่ การมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นจะเป็นแรงจูงใจให้เกิดการไตร่ตรอง (Reflection) ซึ่งนำไปสู่โครงสร้างใหม่ทางปัญญา (Cognitive Restructuring) หรือความรู้ใหม่ที่สามารถคลี่คลายสถานการณ์ที่เป็นปัญหาหรือขจัดความขัดแย้งทางปัญญาได้ (Driver and Bell, 1986) ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ครูต้องยอมรับความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหาเพื่อก่อให้เกิดการเรียนรู้และช่วยให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหา ครูต้องให้โอกาสนักเรียนแสดงความคิดเห็น ความรู้สึกนึกคิดที่มีต่อบทเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนได้มีโอกาสสนทนาเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นทั้งกับเพื่อนร่วมชั้นและครู นักเรียนจะถูกกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้โดยครูใช้คำถามที่สมเหตุสมผล ใช้คำถามปลายเปิด และส่งเสริมให้นักเรียนใช้คำถามกับเพื่อนร่วมชั้น นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ครูต้องให้ความสนใจประสบการณ์เดิมของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนนำมาใช้ให้เป็นประโยชน์ในการสร้างความรู้ และจะต้องให้เวลานักเรียนในการหาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ (Brooks and Brooks, 1993) จากการศึกษางานวิจัยของเอสรา (Esra, 2007: 1189 – 1195) ยืนยันว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ส่งผลต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเอสราได้ออกแบบสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Learning Environment) เพื่อช่วยในการเรียนรู้มโนทัศน์เรื่อง ลิมิต ของนักเรียนในวิชาแคลคูลัส ผลการวิจัยพบว่า สิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ส่งผลต่อการเรียนรู้และการสร้างมโนทัศน์เรื่องลิมิต โดยนักเรียนที่ได้เรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ประสบความสำเร็จในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างลิมิตและสถานการณ์ในชีวิตจริงมากกว่านักเรียนที่เรียนรู้ตามปกติ และพบว่านักเรียนที่ได้เรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มีอุปสรรคในการทำความเข้าใจลิมิตน้อยกว่านักเรียนที่เรียนรู้ตามปกติ ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ควรนำมาใช้เมื่อต้องการออกแบบสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้พัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไว้มากมาย แนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ (Conceptual Change Approach) เป็นแนวคิดหนึ่งที่ได้รับการพัฒนาตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยความรู้ที่มีอยู่ของนักเรียนจะต้องถูกแสดงออกมาก่อน และกิจกรรมการเรียนรู้จะถูกกำหนดบนพื้นฐานของความรู้เหล่านั้น (Stofflett, 1994) โพสเนอร์และคณะ (Posner and others, 1982: 211 – 227) ได้พัฒนาแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ขึ้นโดยพิจารณากระบวนการปรับมโนทัศน์เป็นสองระยะ ระยะแรกเกี่ยวกับการปรับความรู้ที่มีอยู่ของนักเรียน และอีกระยะหนึ่งเกี่ยวกับการปรับความรู้ใหม่ที่ได้เผชิญ ในระยะแรกนักเรียนถูกคาดหวังให้เข้าใจว่าความรู้ที่มีอยู่ไม่เพียงพอในการแก้ปัญหา นักเรียนจะประสบกับความขัดแย้งระหว่างความรู้ที่มีอยู่และความรู้ใหม่ ผลของความขัดแย้งภายในนี้จะกระตุ้นให้นักเรียนพร้อมสำหรับการปรับมโนทัศน์ ในระยะที่สองนักเรียนจะพบความรู้ใหม่ที่สามารถเข้าใจได้ มีเหตุผลและมีประสิทธิภาพ

แนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ ได้รับความนิยมในหลายประเทศ ผู้นำแนวคิดดังกล่าวไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ระบุว่านักเรียนมีส่วนร่วมและกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้น ได้รับความเข้าใจมโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง ได้ปรับปรุงการใช้ทักษะและกระบวนการ และพัฒนาความสามารถในกระบวนการสืบเสาะ แม้ว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ ดั้งเดิมถูกออกแบบเพื่อพัฒนาความเข้าใจในวิชาวิทยาศาสตร์กายภาพ แต่ปัจจุบันถูกนำมาใช้อย่างเป็นผลสำเร็จในทุกขอบเขตของวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ ตลอดจนวิชาอื่นๆ (Stepans and Schmidt, 2009: 57) ยืนยันได้จากงานวิจัยของโคพารานและคณะ (Koparan and others, 2010: 3926 – 3931) ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับผลของสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่พัฒนาตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 เรื่อง เศษส่วน พบว่า สื่อการเรียนรู้ที่พัฒนาตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีผลต่อการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดดังกล่าวส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักถึงความรู้ที่มีอยู่และค้นหาความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้อธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้อง เปรียบเทียบความคิดกับบุคคลอื่นและได้สะท้อนความคิดของตนเอง โดยองค์ประกอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์นั้นเป็นการทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของเศษส่วน จึงมีความเป็นไปได้ว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ที่มีผลต่อการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนน่าจะมีผลต่อการเพิ่มมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เช่นกัน

นอกจากนี้ผลจากการศึกษางานวิจัยของนักการศึกษาทางวิทยาศาสตร์แสดงให้เห็นว่ามีความเป็นไปได้ที่แนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์จะส่งผลต่อการพัฒนามโนทัศน์ โดยจากการศึกษางานวิจัยของคอสทูและคณะ (Coştu and others, 2007: 524 – 536) ซึ่งออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ เรื่อง การต้ม ของนักศึกษาปีที่ 1 ภาควิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ประถมศึกษา โดยดำเนินการทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่อง การต้ม ของนักศึกษาแล้วนำมาออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดดังกล่าว ผลการวิจัยพบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีผลต่อความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักศึกษา โดยคะแนนทดสอบหลังเรียนของนักศึกษาเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และจากการศึกษางานวิจัยของยูซุนทียากิและจีบัน (Uzuntiryaki and Geban, 2005: 311 – 339) ซึ่งทำการสำรวจผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ประกอบการสอนเขียนผังมโนทัศน์ที่มีต่อความเข้าใจเชิงมโนทัศน์เรื่อง สารละลาย และเจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ประกอบการสอนเขียนผังมโนทัศน์มีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ดีกว่าและมี

เจคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งนักการศึกษาระบุว่า ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของสิ่งที่กำลังศึกษา (อัมพร ม้าคนอง, 2547ก: 110) แสดงว่าถ้านักเรียนหรือนักศึกษามีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในสิ่งที่กำลังศึกษาเพิ่มขึ้น ก็จะมีมโนทัศน์ในสิ่งดังกล่าวเพิ่มขึ้นด้วยเช่นกัน ดังนั้นมีความเป็นไปได้ว่ากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์น่าจะมีผลต่อการเพิ่มมโนทัศน์

จากผลของงานวิจัยข้างต้นทำให้เชื่อได้ว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์น่าจะส่งเสริมการพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียน ผู้วิจัยจึงสนใจนำแนวคิดดังกล่าวมาปรับใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยในงานวิจัยนี้จะใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ (Conceptual Change Model) ตามรูปแบบของสตีแพนส์ ซึ่งพัฒนามาจากแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ของโพสเนอร์และคณะ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของสตีแพนส์นักเรียนจะมีโอกาสได้สร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเอง จากการปรับแนวคิดหรือมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่ไปสู่แนวคิดหรือมโนทัศน์ใหม่ โดยมีคำถามหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ใหม่ที่จะเรียน ทำให้นักเรียนพบว่าแนวคิดหรือมโนทัศน์เดิมที่ตนเองมีไม่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาดังกล่าวได้ นักเรียนจะมีโอกาสตระหนักรู้ถึงแนวคิดของตนเองที่มีอยู่จากการคาดการณ์คำตอบของสถานการณ์ปัญหาและทดสอบข้อคาดการณ์ด้วยตนเอง แล้วนำข้อมูลหรือความรู้ใหม่ที่ได้จากการทดสอบมาอภิปรายเพื่อสร้างเป็นความหมายของมโนทัศน์ใหม่ และสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ที่ได้ไปสู่ปัญหาอื่นๆ และสถานการณ์ในชีวิตจริง ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์นักเรียนจะมีโอกาสได้ทำงานร่วมกับผู้อื่นตลอดกิจกรรม โดยมีครูเป็นผู้สร้างบรรยากาศของชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนสร้างความหมายของมโนทัศน์ตามแนวทางข้างต้น ซึ่งมี 6 ขั้นตอน คือ (Stepans and Schmidt, 2009: 58 – 59)

1. ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome) ขั้นนี้นักเรียนจะตระหนักรู้ถึงแนวคิดของตนเอง โดยการตอบคำถาม หรือการพยายามแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะเรียนด้วยการสร้างข้อคาดการณ์
2. ขั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs) ขั้นนี้นักเรียนแบ่งปันและอภิปรายแนวคิด ข้อคาดการณ์และการให้เหตุผลของตนเองแก่เพื่อนร่วมชั้น
3. ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs) ขั้นนี้นักเรียนทดสอบแนวคิดของตนเองด้วยการปรึกษาผู้เชี่ยวชาญหรือ ดำเนินการสำรวจด้วยตนเอง
4. ขั้นปรับมโนทัศน์ (Accommodate the Concept) ขั้นนี้นักเรียนปรับแนวคิดของตนเองใหม่ ด้วยการอภิปราย การสรุป และการรวบรวมข้อมูลใหม่

5. ขั้นขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept) ขั้นนี้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ และสร้างการเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ กับสถานการณ์และแนวคิดอื่นๆ

6. ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์ (Go Beyond) ขั้นนี้ครูและนักเรียนตั้งคำถามหรือปัญหาใหม่แล้วดำเนินการตอบคำถามหรือปัญหาดังกล่าว ซึ่งอยู่นอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ที่ได้เรียน

ผลของการใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ยืนยันได้จากคำกล่าวของครู เช่น ตลอดโมเดลการปรับมโนทัศน์ นักเรียนได้เริ่มคิดสร้างการเชื่อมโยง และถามคำถาม เมื่อสังเกตการเรียนรู้ของนักเรียนในระยะยาวพบว่าโมเดลการปรับมโนทัศน์ช่วยนักเรียนสร้างการเชื่อมโยงกับมโนทัศน์อื่นๆ (Stepans and Schmidt, 2009: 64) จากคำกล่าวของครูผู้นำโมเดลการปรับมโนทัศน์ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่าโมเดลการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของสตีแพนส์ มีแนวโน้มที่จะส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียน โดยเมื่อพิจารณาในแต่ละขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ มีความเป็นไปได้ว่าในขั้นที่ 4 และ 5 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยในขั้นที่ 4 ขั้นปรับมโนทัศน์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อนำนักเรียนไปสู่การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้ที่มีอยู่ของนักเรียน เพื่อให้เกิดความเข้าใจ แนวคิด หรือทฤษฎีใหม่กับนักเรียน และในขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์มีความชัดเจนยิ่งขึ้นและนำนักเรียนไปสู่การสร้างการเชื่อมโยงมโนทัศน์สู่สถานการณ์ในชีวิตจริง สอดคล้องกับคำกล่าวของนักการศึกษาที่ว่า การเชื่อมโยงเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม และประสบการณ์ที่มีมาผสมผสานหรือมาสัมพันธ์กันทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ โดยแบ่งเป็นการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง (อเนก พุทธิเดช, 2548: 43) จากคำกล่าวข้างต้นทำให้เชื่อได้ว่าโมเดลการปรับมโนทัศน์ส่งผลต่อการเกิดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียน และเนื่องจากการเชื่อมโยงเป็นทักษะกระบวนการที่มีกำหนดไว้ในสาระที่ 6 ของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งนักเรียนควรจะได้เรียนรู้ ฝึกทักษะ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ (ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 98) จากงานวิจัยของ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรชจร (2551) ที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกเชื่อมโยงเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงโดยสนับสนุนให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์เป็นกลุ่มย่อย และเปิดโอกาสให้นักเรียนพูด เขียน และแลกเปลี่ยนแนวคิด ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ พบว่าด้านทักษะการเชื่อมโยงนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังทดลองมากกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 เป็นสิ่งที่ช่วยยืนยันได้ว่ารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์น่าจะส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนได้

ดังนั้นในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจึงสนใจนำรูปแบบการสอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มาปรับใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน เนื่องจากเส้นขนานเป็นเนื้อหาที่มีมโนทัศน์มากพอสมควรเหมาะกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ และแม้ว่าเส้นขนานจะเป็นเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในชั้นประถมศึกษาแต่จากการสังเคราะห์งานวิจัยของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรชจร (2546) เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ พ.ศ. 2521 – 2546 พบว่าการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมา เส้นขนาน เป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนในช่วงชั้นที่ 3 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน นอกจากนี้นักเรขาคณิตได้ให้ความสำคัญกับเรื่องเส้นขนานเป็นอย่างยิ่ง เพราะในชีวิตประจำวันของมนุษย์ได้นำความรู้เรื่องเส้นขนานมาใช้อย่างหลากหลาย ดังนั้นมนุษย์จึงควรมีมโนทัศน์เรื่องเส้นขนานอย่างถูกต้อง เพื่อนำความรู้ที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในการดำรงชีวิตและเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาเรขาคณิตระดับสูงต่อไป (Back and Cromie, 1972: 1 – 20)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ระหว่างก่อนทดลองกับหลังทดลอง
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ ที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

โคพารานและคณะ (Koparan and others, 2010: 3926 – 3931) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่พัฒนาตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 เรื่อง เศษส่วน พบว่าสื่อการเรียนรู้ที่พัฒนาตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีผลต่อการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดดังกล่าวส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักถึงความรู้ที่มีอยู่และค้นหาความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้อธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้อง เปรียบเทียบความคิดกับบุคคลอื่นและได้สะท้อนความคิดของตนเอง โดยผลสัมฤทธิ์ที่เพิ่มขึ้นของนักเรียนได้มาจากการทดสอบการอธิบายความหมายของเศษส่วน ประเภทของเศษส่วนและเศษส่วนที่เท่ากัน การเรียงลำดับจำนวนที่อยู่ในรูปเศษส่วนและแสดงจำนวนเหล่านี้บนเส้นจำนวน การดำเนินการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนที่อยู่ในรูปเศษส่วน และอธิบายสมบัติของการดำเนินการเหล่านี้ เมื่อพิจารณาถึงองค์ประกอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ดังกล่าว พบว่าเป็นการทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของเศษส่วน จึงมีความเป็นไปได้ว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ที่มีผลต่อการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนน่าจะมีผลต่อการเพิ่มมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เช่นกัน

นอกจากนี้ผลจากการศึกษางานวิจัยของนักการศึกษาทางวิทยาศาสตร์แสดงให้เห็นว่ามีความเป็นไปได้ที่แนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์จะส่งผลต่อการพัฒนามโนทัศน์ โดยจากการศึกษางานวิจัยของคอสทูและคณะ (Coştu and others, 2007: 524 – 536) ซึ่งออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ เรื่อง การต้ม ของนักศึกษาปีที่ 1 ภาควิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ประถมศึกษา โดยดำเนินการทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่อง การต้ม ของนักศึกษาแล้วนำมาออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดดังกล่าว ผลการวิจัยพบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีผลต่อความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักศึกษา โดยคะแนนทดสอบหลังเรียนของนักศึกษาเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และจากการศึกษางานวิจัยของยูซุนทียากิและจีบัน (Uzuntiryaki and Geban, 2005: 311 – 339) ซึ่งทำการสำรวจผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ประกอบการสอนเขียนผังมโนทัศน์ที่มีต่อความเข้าใจเชิงมโนทัศน์เรื่อง สารละลาย และเจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เพื่อการปรับมโนทัศน์ประกอบการสอนเขียนผังมโนทัศน์มีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ดีกว่าและมีเจตติต่อวิชาวิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งนักการศึกษาระบุว่า ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของสิ่งที่กำลังศึกษา (อัมพร ม้าคนอง, 2547ก: 110) แสดงว่าถ้านักเรียนหรือนักศึกษามีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในสิ่งที่กำลังศึกษาเพิ่มขึ้น ก็จะมีมโนทัศน์ในสิ่งดังกล่าวเพิ่มขึ้นด้วยเช่นกัน ดังนั้นทำให้เชื่อได้ว่ากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์น่าจะมีผลต่อการเพิ่มมโนทัศน์

จากผลของงานวิจัยข้างต้นมีความเป็นไปได้ว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ น่าจะส่งเสริมการพัฒนามโนทัศน์ และเนื่องจากโมเดลการปรับมโนทัศน์พัฒนามาจากแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการศึกษาบทความที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่ส่งผลต่อความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ มีดังนี้

สตีแพนส์และชมิดท์ (Stepans and Schmidt, 2009: 64) กล่าวว่า ผลของการใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียน ครูพบการกระตุ้นกระบวนการสร้าง การมีส่วนร่วมของนักเรียนในการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้นและผลกระทบต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งแสดงให้เห็นด้วยคำกล่าวของครูที่ว่า

- ตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ นักเรียนได้เริ่มคิดสร้างการเชื่อมโยงมโนทัศน์และได้ถามคำถาม
- การใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นเรื่องอัศจรรย์ซึ่งพบว่านักเรียนสร้างการเชื่อมโยงได้อย่างเหลือเชื่อ
- จากการสังเกตนักเรียนในระยะยาวพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ช่วยนักเรียนในการสร้างการเชื่อมโยงกับมโนทัศน์อื่นๆ

เฮลสัน (Hewson, 1981) กล่าวว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ นักเรียนจะได้เรียนรู้สิ่งที่พวกเขาไม่รู้จักโดยสร้างการเชื่อมโยงกับสิ่งที่พวกเขารู้แล้ว

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของสตีแพนส์ พบว่า นักเรียนจะมีโอกาสเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้ที่มีอยู่ของนักเรียนเพื่อให้เกิดความเข้าใจ แนวคิด หรือทฤษฎีใหม่กับนักเรียน และครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์มีความชัดเจนและนำนักเรียนไปสู่

การสร้างการเชื่อมโยงมโนทัศน์สู่สถานการณ์ในชีวิตจริง และเนื้อหาวิชาอื่นๆ

จากบทความดังกล่าวผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง เส้นขนาน ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

3. ตัวแปรที่ศึกษา

3.1 ตัวแปรต้น คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม

3.2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้สร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเอง จากการปรับแนวคิดหรือมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่ไปสู่แนวคิดหรือมโนทัศน์ใหม่ โดยมีคำถามหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ใหม่ที่จะเรียน ทำให้นักเรียนพบว่าแนวคิดหรือมโนทัศน์เดิมที่ตนเองมีไม่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาดังกล่าวได้ นักเรียนจะมีโอกาสตระหนักรู้ถึงแนวคิดของตนเองที่มีอยู่จากการคาดการณ์คำตอบของคำถามหรือสถานการณ์ปัญหา และทดสอบข้อคาดการณ์ด้วยตนเอง แล้วนำข้อมูลหรือความรู้ใหม่ที่ได้จากการทดสอบมาอภิปรายเพื่อสร้างเป็นความหมายของ

มโนทัศน์ใหม่ และสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ที่ได้ไปสู่ปัญหาอื่นๆ และสถานการณ์ในชีวิตจริง ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์นักเรียนจะมีโอกาสได้ทำงานร่วมกับผู้อื่นตลอดกิจกรรม โดยมีครูเป็นผู้สร้างบรรยากาศของชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนสร้างความหมายของมโนทัศน์ตามแนวทางข้างต้น

ในงานวิจัยนี้จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบที่พัฒนาโดยสตีแพนส์ และได้มีการนำเสนอโมเดลนี้โดยสตีแพนส์และชมิดท์ (Stepans and Schmidt, 2009) ซึ่งมี 6 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ เริ่มต้นด้วยคำถามหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะเรียนซึ่งอาจจะกำหนดโดยครูหรือนักเรียน ในขั้นนี้นักเรียนจะตอบคำถามหรือสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวโดยการสร้างข้อคาดการณ์เป็นรายบุคคล ซึ่งการสร้างข้อคาดการณ์นักเรียนจะเขียนตอบจากความรู้และประสบการณ์ส่วนตัวที่จะนำมาประยุกต์ใช้กับคำถามหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ในขั้นนี้มีความสำคัญเพื่อกระตุ้นความรู้เดิมของนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับสิ่งที่พวกเขารู้และเข้าใจ และทำให้ตระหนักรู้มุมมองและความเชื่อของตนเองเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะเรียน

1.2 ขั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs) เมื่อนักเรียนมีโอกาสคิดเป็นรายบุคคลแล้ว ในขั้นนี้นักเรียนจะแบ่งปันมุมมองและเหตุผลของตนเองกับสมาชิกคนอื่นๆ ในชั้นเรียน เริ่มจากกลุ่มเล็กไปยังกลุ่มที่ใหญ่ขึ้น การแสดงออกเป็นคำพูดในขั้นนี้ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับแนวคิดของตนเองในขณะที่นักเรียนพยายามอธิบายเหตุผลของตนเองกับผู้อื่น และยังช่วยให้นักเรียนตระหนักรู้มุมมองของคนอื่น นอกจากนี้การแบ่งปันแนวคิดในกลุ่มเล็กก่อนจะช่วยให้นักเรียนรู้สึกปลอดภัยในการเปิดเผยแนวคิดที่มีอยู่ของตนเอง เมื่อแบ่งปันแนวคิดกับทั้งชั้นเรียนสามารถกระทำโดยตัวแทนสมาชิกของแต่ละกลุ่ม ที่ขั้นนี้นักเรียนจะพบว่ามีแนวคิดมากมายเกี่ยวกับคำถามหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกกำหนดขึ้น ซึ่งจะเป็นการสร้างความอยากรู้อยากเห็นในการสำรวจแนวคิดของนักเรียนต่อไป

1.3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs) ในขั้นนี้นักเรียนดำเนินการทดสอบแนวคิดของพวกเขา และวิเคราะห์แนวคิดและความเชื่อที่ขัดแย้งกัน โดยนักเรียนอาจจะดำเนินการทดลอง สร้างการสังเกต สะสมข้อมูล รวบรวมข้อมูล หรือปรึกษาผู้เชี่ยวชาญ ในบางกรณีนักเรียนอาจจะออกแบบการทดสอบด้วยตนเอง ในบางกรณีอาจจะออกแบบโดยครู หรือในบางกรณีอาจจะเป็นการร่วมมือกันระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งไม่ว่าจะใช้วิธีการใดก็ตามกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีจุดประสงค์ให้นักเรียนแต่ละคนใช้ประสบการณ์และการอภิปรายกับเพื่อนร่วมชั้นเพื่อสร้างความหมายของมโนทัศน์

1.4 ขั้นปรับมโนทัศน์ (Accommodate the Concept) ในขั้นนี้นักเรียนสร้างความหมายของมโนทัศน์โดยอาศัยการสังเกต ประสบการณ์และการอภิปรายจากขั้นที่ 3 นักเรียนแต่ละคนจะดำเนินกระบวนการสร้างความหมายของมโนทัศน์และพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ ในขั้นนี้นักเรียนจะถูกถามเพื่อขยายการอธิบายที่สะท้อนความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ เช่น การถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูล ประเมินผลลัพธ์ และสังเคราะห์การเรียนรู้ของตนเอง

1.5 ขั้นขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept) ในขั้นนี้จะไม่เหมือนการจัดการเรียนรู้แบบเดิม โดยนักเรียนมีโอกาสประยุกต์ใช้มโนทัศน์ที่ได้จากการเรียนรู้ ด้วยการขยายมโนทัศน์สู่สถานการณ์อื่นๆ และมีโอกาสระบุตัวอย่างอื่นๆ ของการใช้มโนทัศน์ ซึ่งขั้นนี้จะบรรลุผลเมื่อนักเรียนสร้างการเชื่อมโยงไปยังประสบการณ์และสถานการณ์ในชีวิตจริงของตนเอง ตลอดจนสร้างการเชื่อมโยงไปยังความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์การเรียนรู้ที่เคยมีมาก่อน

1.6 ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์(Go Beyond) ในขั้นนี้ให้เวลาสำหรับนักเรียนเพื่อกระทำนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ โดยการถามคำถามใหม่และกำหนดปัญหาใหม่ ปัญหาและคำถามใหม่นี้อาจจะแสดงความไม่แน่ใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียน และอาจจะเป็นปัญหาและคำถามที่ช่วยให้นักเรียนสานต่อความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของตนเอง เช่น คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับการนำมโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้ให้มากยิ่งขึ้นกว่าขั้นขยายมโนทัศน์ ในขั้นนี้อาจจะกระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับงานในชั้นเรียนว่าสัมพันธ์กับทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์อย่างไร เช่น การให้นักเรียนสร้างการทดลองเพื่อทดสอบทฤษฎี การตั้งคำถามให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับการทดสอบทฤษฎีหรือความเข้าใจใหม่ๆ

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ในการสอนเนื้อหาที่มีหลายมโนทัศน์ย่อยๆ ผู้วิจัยจะดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 4 เพื่อให้นักเรียนได้มโนทัศน์ย่อยๆ ก่อนนำมโนทัศน์ที่ได้เหล่านั้นไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่นๆ และเชื่อมโยงสู่ชีวิตจริงหรือวิชาอื่นตามกิจกรรมในขั้นที่ 5 และดำเนินการกระตุ้นให้นักเรียนตอบคำถามที่นอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ตามกิจกรรมในขั้นที่ 6 ต่อไป ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวยังคงยึดแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของสตีแพนส์

2. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดสำคัญของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์จากการเรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ และสมบัติต่างๆ ในงานวิจัยนี้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์วัดจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. **ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นที่นักเรียนพบ แบ่งออกเป็นการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน องค์ประกอบที่แสดงถึงความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในงานวิจัยนี้มี 3 ด้าน ซึ่งกำหนดตามแนวคิดในการวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Mathematics: NCTM, 2000) ดังนี้

3.1 **การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนพบ** เป็นองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถมองปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่พบในภาพรวมแล้ววิเคราะห์ว่ามีความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดโดยสามารถระบุรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็น ทฤษฎี กฎ นิยาม สูตร แบบรูป หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ และสามารถนำไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ นอกเหนือจากที่ปัญหากำหนดไว้ได้

3.2 **การอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาที่นักเรียนพบ** เป็นองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถสร้างแนวคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาที่พบ จากการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นพื้นฐานแนวคิดของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ได้

3.3 **การระบุตัวอย่างหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือวิชาอื่น ๆ ที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนพบ** เป็นองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมองเห็นว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์มีอยู่ในชีวิตประจำวัน และสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ากับชีวิตประจำวันได้

ในงานวิจัยนี้ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์วัดจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคู่มือครูของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 1.1 ความหมายของมโนทัศน์
    - 1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์
    - 1.3 ประเภทของมโนทัศน์
    - 1.4 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 1.5 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 1.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
2. โมเดลการปรับมโนทัศน์
    - 2.1 ความหมายของการปรับมโนทัศน์
    - 2.2 ความเป็นมาของโมเดลการปรับมโนทัศน์
    - 2.3 ขั้นตอนของโมเดลการปรับมโนทัศน์
    - 2.4 ประโยชน์ของโมเดลการปรับมโนทัศน์
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
    - 3.1 ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
    - 3.2 ความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
    - 3.3 ลักษณะของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
    - 3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
    - 3.5 การวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    - 4.1 งานวิจัยต่างประเทศ
    - 4.2 งานวิจัยในประเทศ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของมโนทัศน์

มโนทัศน์มาจากคำในภาษาอังกฤษว่า Concept ซึ่งนักการศึกษาได้ให้ชื่อภาษาไทยไว้แตกต่างกัน เช่น สังกัป มโนมติ มโนภาพ ความคิดรวบยอด มโนทัศน์ เป็นต้น สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า มโนทัศน์ โดยนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

กิลฟอร์ด (Guildford, 1952: 1 – 3) กล่าวโดยสรุปว่า มโนทัศน์เป็นสัญลักษณ์อย่างหนึ่งที่ได้มาจากประสบการณ์ของการพบเห็นสิ่งต่างๆ โดยรู้จักแยกแยะสิ่งเหล่านั้นออกเป็นจำพวก และในจำพวกหนึ่งๆ จะมีลักษณะร่วมกันอยู่ เช่น เมื่อเราเห็นแมวหลายๆ ตัว เราจะรู้ลักษณะร่วมของแมว นั่นหมายความว่าเรามีมโนทัศน์เกี่ยวกับแมวเกิดขึ้น

แมคโดนัลด์ (MacDonald, 1959: 184) กล่าวถึงมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์คือความเข้าใจและความคิดขั้นสุดท้ายของคนคนหนึ่งที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นนามธรรมและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้นในระยะหนึ่ง หรือตลอดไปก็ได้

กูดวินและคลอสไมเออร์ (Goodwin and Klausmier, 1975: 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า เป็นความสามารถที่จะบอกให้เราเข้าใจถึงคุณลักษณะของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่างๆ นั้นออกจากสิ่งอื่นได้ และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้

นักการศึกษาของไทยได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ไว้ในทำนองเดียวกัน ดังนี้

ปราณี รามสูตร (2528: 136) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึงความคิดความเข้าใจซึ่งเป็นข้อสรุปของบุคคลที่มีต่อกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกัน โดยเนื่องมาจากบุคคลนั้นๆ ได้รับรู้หรือเข้าใจลักษณะสิ่งเร้าทีละสิ่ง หรือมโนทัศน์หมายถึงความคิดที่เป็นข้อสรุปของบุคคลที่มีต่อประเภทของสิ่งของ การกระทำหรือความคิดต่างๆ

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537: 55) กล่าวว่ามโนทัศน์คือ ความเข้าใจทั้งหมดที่มีต่อสิ่งของหรือสถานการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งเป็นผลมาจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งของหรือสถานการณ์ใดๆ แล้วสรุปผลการรับรู้ลักษณะของสิ่งนั้นๆ ออกมา แสดงว่าบุคคลที่มีประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ ต่างกัน ย่อมมีมโนทัศน์ในสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 2) กล่าวถึงมโนทัศน์ว่า เป็นภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน ภาพตัวแทน หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิดหรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่วๆ ไปคล้ายกัน

จากการศึกษาความหมายของมโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ ทำให้สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจที่มีต่อสิ่งหนึ่งไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งเป็นผลมาจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ

ความสำคัญของมโนทัศน์

มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพราะความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับความเข้าใจในมโนทัศน์ของสิ่งที่นักเรียนได้เรียน ดังที่นักการศึกษากล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

คูนีย์ และคณะ (Cooney and others, 1975: 89 – 90) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่อง จำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่า จำนวนจำนวนหนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่นๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

ชูชีพ อ่อนโคกสูง (2522: 105) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า

1. ลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อม ถ้าเราไปมัวจำหรือเข้าใจเฉพาะรายละเอียดจะก่อให้เกิดความยุ่งยากเป็นอย่างมากในการที่จะเข้าใจสิ่งแวดล้อมทั่วๆ ไป

2. ช่วยให้แยกวัตถุหรือสถานการณ์ออกจากกัน สามารถบอกได้ว่าวัตถุหรือสิ่งเร้าใดเป็นพวกเดียวกันหรือไม่

3. ประหยัดเวลาในการเรียนรู้ เมื่อมีมโนทัศน์เกี่ยวกับอะไรก็แล้วแต่ก็ไม่ต้องเสียเวลาไปเรียนมโนทัศน์นั้นซ้ำอีก หรือไม่ต้องเรียนตลอดเวลา

4. ทำให้การเรียนการสอนดำเนินไปได้ การเรียนสูงขึ้นไปจำเป็นต้องใช้มโนทัศน์เป็นรากฐานในการเรียนการสอน

อาคม จันทสุนทร (2522: 47 – 50) กล่าวว่าการทำให้คนเกิดมโนทัศน์นั้น มีความสำคัญ ดังนี้

1. ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีระบบ ไม่สับสน เรียนรู้ง่ายไม่ยุ่งยาก

2. ทำให้เกิดความประหยัดที่ไม่ต้องเรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งมากเกินความจำเป็น

3. ทำให้สามารถนำความรู้ไปใช้ได้กว้างขวาง เสริมความรู้ต่อไปได้มากขึ้นและรวดเร็ว

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ (2532: 14) กล่าวในทำนองเดียวกับนักการศึกษาข้างต้น ว่ามโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากนักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดแล้ว เขาก็สามารถนำเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่นๆ ได้อีกเรื่อยไป การสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่างๆ ในรูปของมโนทัศน์จะช่วยลดภาระของสมองให้จดจำน้อยลง แทนที่จะจดจำลักษณะปลีกย่อยของทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบๆ ตัว เพียงแต่จำในลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ซึ่งจะทำให้เขาสามารถขยายขอบข่าย ความรู้ของตัวเองให้กว้างขวางออกไป

นอกจากนี้ สุริยา รัตนพลที (2545: 12) และพรพิมล ยังฉิม (2546: 13) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สอดคล้องกันโดยสรุปว่า มโนทัศน์มีประโยชน์ต่อนักเรียนเพราะจะช่วยให้นักเรียนมีการคิดที่เป็นระเบียบไม่เกิดการซับซ้อนของความคิด รู้จักจัดหมวดหมู่ของความรู้หรือประสบการณ์ที่ได้รับ ช่วยให้นำออกมาใช้สะดวกและรวดเร็วในการแก้ปัญหา และการเรียนรู้ในระดับสูงขึ้นไป

จากการศึกษาความสำคัญของมโนทัศน์ข้างต้น พบว่ามโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหา การตัดสินใจและการคิดวิเคราะห์เพื่อให้เกิดความรู้ใหม่

ประเภทของมโนทัศน์

มโนทัศน์ถูกจำแนกออกเป็นประเภทต่างๆ ตามลักษณะที่แตกต่างกันออกไปโดยนักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่าน ดังนี้

บรูเนอร์ และคณะ (Bruner and others, 1957: 41 – 43) จำแนกมโนทัศน์ตามลักษณะการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ ออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. มโนทัศน์ร่วมลักษณะ (Conjective Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ (Attributes) ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว และสิ่งเร้าที่เราพบเห็นโดยทั่วไปที่มีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวันมักเป็นมโนทัศน์ร่วมลักษณะ

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunctive Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า กา อาจเป็น นก หรือ กาต้มน้ำ หรือ การเขียนเครื่องหมายกากบาท สัญลักษณ์ "0" อาจเป็นมโนทัศน์ จำนวนศูนย์ วงกลม ตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่ง

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relational Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะ หรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่าง หรือมากกว่า เช่น การนำไม้ขีดไฟไปสัมพันธ์กับบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับระดับของรายได้

กิ๊ปสัน (Gibson, 1980: 276) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete Concept) เป็นความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้ เช่น บ้าน หนังสือ สุนัข หรือ คุณภาพของวัตถุ เช่น สี ขนาด รูปร่าง เป็นต้น

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract Concept) เป็นความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง อีกนัยหนึ่งก็คือ คำนิยามของมโนทัศน์

ฮูลส์ (Hulse, 1980 อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534: 104) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัด (Well-defined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจำกัดความเฉพาะ โดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้ว่าจะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Ill-defined Concept) เป็นรายการของสิ่งของ วัตถุหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เราถือได้ว่าเทียบเท่ากันได้ เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการจำแนก เช่น คะน้า แตงกวา บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

สุจินต์ วิศวธีรานนท์ (2523: 94) กล่าวถึงมโนทัศน์ไว้ 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์แสดงการเป็นจำพวก เป็นมโนทัศน์ที่บอกถึงคำจำกัดความคิด อธิบายหรือชี้แจงคุณสมบัติของสิ่งของ ปรากฏการณ์ กระบวนการหรือเหตุการณ์ เช่น มโนทัศน์เกี่ยวกับแมลง จะระบุความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับแมลงว่ามีลักษณะอย่างไร เช่น แมลงเป็นสัตว์ที่มี 6 ขา มีปีก ลำตัวเป็นข้อปล้อง จัดเป็นมโนทัศน์แสดงการเป็นจำพวก

2. มโนทัศน์แสดงความสัมพันธ์ เป็นมโนทัศน์ที่บอกถึงความสัมพันธ์ของเหตุการณ์หรือ สิ่งของเช่น มโนทัศน์ที่แสดงว่า สูงกว่า ต่ำกว่า ระหว่าง เป็นต้น

3. มโนทัศน์แสดงความรู้สึก ค่านิยมและอารมณ์ เป็นมโนทัศน์ที่บอกถึงความรู้สึกค่านิยมและอารมณ์ เช่น มโนทัศน์เกี่ยวกับความอยากรู้อยากเห็น ความตื่นเต้น ความสนใจ ใฝ่รู้ ความดี ความงาม เป็นต้น

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549: 33) ได้จำแนกมโนทัศน์ไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากการศึกษาประเภทของมโนทัศน์ซึ่งนักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้จำแนกแตกต่างกันออกไป พบว่าการจำแนกมโนทัศน์ออกเป็นประเภทต่างๆ นั้นขึ้นอยู่กับแนวคิดของแต่ละบุคคล โดยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกเป็นประเภทได้เช่นเดียวกับมโนทัศน์อื่นๆ เช่น แบ่งตามลักษณะของมโนทัศน์ แหล่งกำเนิดของมโนทัศน์ เป็นต้น

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ ดังนั้นการศึกษาถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็น นักการศึกษาได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

กูด (Good, 1959: 118) กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ รวมถึงคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

คูนีย์ และคณะ (Cooney and others, 1975: 85) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้นๆ ได้เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

เบลล์ (Bell, 1981: 108) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความคิดนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของหรือเหตุการณ์ใดๆ ที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นั่นคือคนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่างๆ เป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่เป็นสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

เมรี ลิมอักษร (2520: 4) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบรวมคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น เราให้ความหมายของรูปสามเหลี่ยมว่าหมายถึง รูปเหลี่ยมที่ประกอบด้วยด้านสามด้าน และเขียนสัญลักษณ์ " Δ " แทนรูปสามเหลี่ยม

ยงยศ พุทธให้ (2543: 12) กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

พรพิมล ยังฉิม (2546: 10) กล่าวโดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสรุปที่ได้รับจากประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการจำแนก หรือจัดกลุ่มสิ่งของต่างๆ และการนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2547ก: 5) กล่าวในทำนองเดียวกับนักการศึกษาข้างต้นว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากคำกล่าวของนักการศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์จากการเรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์และสมบัติต่างๆ

แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก ถ้าเรียนรู้มโนทัศน์ใดแล้วย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่นๆ ได้เรื่อยๆ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 10) ดังนั้นครูจึงควรให้ความสำคัญและศึกษาเกี่ยวกับแนวทางการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ และส่งเสริมให้นักเรียนสามารถนำเอามโนทัศน์นั้นๆ ไปใช้ประโยชน์ได้อย่างสูงสุด

นักการศึกษาได้เสนอแนะแนวทางในการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลากหลายแนวทาง ทั้งที่สอดคล้องกันและแตกต่างกันตามแนวคิดของแต่ละท่าน ดังนี้

ทราเวอร์ส (Travers, 1967: 142) กล่าวถึงการสอนมโนทัศน์ว่า นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์อย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู ครูต้องใช้วิธีสอนให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ซึ่งแนวทางในการจัดสภาพการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์มีดังนี้

1. สิ่งที่จะอำนวยความสะดวกให้แก่นักเรียนในการเรียนมโนทัศน์ คือ นักเรียนเห็นความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ
2. ปัญหาที่มีลักษณะซ้ำๆ กันมักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่มีลักษณะไม่ซ้ำกัน
3. นักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น ถ้ามีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน

4. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า นักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ได้ง่ายกว่า ถ้าลดจำนวนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

5. ทักษะการเรียนรู้มโนทัศน์จะเพิ่มขึ้นตามอายุ

6. มโนทัศน์ที่ง่ายความวิตกกังวลอาจจะช่วยในการเรียนรู้ได้ แต่ถ้าเป็นมโนทัศน์ที่ซับซ้อนความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพของนักเรียน

7. การเรียนมโนทัศน์จะง่ายขึ้นถ้าครูแนะจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตได้ให้นักเรียนทราบ

8. บางครั้งควรจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลายๆ ตัวอย่างพร้อมๆ กันแต่ไม่ควรจะให้เกิน 4 ตัวอย่าง

9. การเรียนรู้มโนทัศน์จะง่ายขึ้นและสามารถที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ถ้านักเรียนสามารถสื่อสารมโนทัศน์ให้แก่ตัวเองได้

10. การทราบผลการเรียนทันที จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ดียิ่งขึ้น

11. การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ๆ ในขั้นสูงจะง่ายขึ้นถ้านักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์ โดยได้เรียนรู้จากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ

12. ควรสอนมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กันด้วย

13. ควรใช้วิธีการหลากหลายในการสอนมโนทัศน์ ควรให้นักเรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมดให้กับโครงสร้างของมโนทัศน์เดิม

เดอ เซคโก (De Cecco, 1968: 402 – 416) ได้เสนอแนะวิธีสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ไว้ 9 ขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่า หลังจากที่ได้เรียนมโนทัศน์นั้นไปแล้ว นักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอน ถ้ามโนทัศน์ที่จะสอนมีลักษณะเฉพาะหลายลักษณะ ครูควรลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง เน้นลักษณะเด่นและสำคัญ โดยการจัดเป็นหมู่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น

3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่าย และเข้าใจความหมายได้อย่างถูกต้อง

4. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างทางลบและตัวอย่างทางบวกต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสามารถสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้น และจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นออกไปได้

5. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบทีละอย่างในเวลาใกล้เคียงกันหรือพร้อมกัน

6. เสนอตัวอย่างทางบวกใหม่ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนพิจารณาเพื่อต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปจากความคิดทั่วไปและตอบสนองสิ่งเร้าใหม่ได้

7. เสนอตัวอย่างใหม่ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลายๆ ตัวอย่างมา ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างทางบวกหรือที่เกี่ยวข้องเท่านั้น

8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น

9. ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และเสริมแรงให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์นั้นๆ

คลอสไมเออร์ และริบเปิล (Klausmeier and Ripple, 1971: 422 – 432) ได้แนะนำการสอนมโนทัศน์ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ ครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะของสิ่งเร้านั้น เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น

2. การใช้คำที่เหมาะสม การสอนมโนทัศน์ต้องให้นักเรียนใช้คำที่ใช้แทนมโนทัศน์นั้น ครูควรให้นักเรียนสามารถใช้คำที่เหมาะสมกับมโนทัศน์นั้น หรือมโนทัศน์อื่นด้วย

3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน การสอนมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนทราบพื้นฐาน นิยาม โครงสร้างของมโนทัศน์นั้นเสียก่อนตั้งแต่ต้น

4. การพิจารณาการจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง ครูควรเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบให้มากพอที่นักเรียนจะเห็นลักษณะเฉพาะเพื่อให้นักเรียนสามารถแยกแยะความแตกต่างและสรุปมโนทัศน์ได้

5. ส่งเสริมให้นักเรียนต้องการค้นคว้า ครูควรให้นักเรียนมีทั้งความรู้และแนวทางในการแก้ปัญหาพอๆ กับการที่นักเรียนมีโอกาสในการตัดสินใจ และรับผิดชอบสิ่งที่ตนกระทำ

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ ครูควรมีส่วนช่วยเหลือให้นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

7. ให้นักเรียนรู้จักวัดผลตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ ถ้าไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520: 30 – 31) กล่าวถึงหลักเบื้องต้นในการสอนให้เกิดมโนทัศน์ ดังนี้

1. มโนทัศน์เป็นสิ่งที่ไม่สามารถให้กันได้ จะต้องเกิดจากประสบการณ์และความคิดของตนเอง การสอนที่มีประสิทธิภาพประกอบด้วยการจัดประสบการณ์ให้แก่นักเรียนทุกคน

2. มโนทัศน์จะต้องเกิดขึ้นเหมือนกับเป็นกระบวนการของการเจริญเติบโต คือจะมีความหมายมากขึ้นและลึกซึ้งยิ่งขึ้นเรื่อยๆ จากประสบการณ์หลายๆ ชนิด

3. มโนทัศน์จะมีความหมายและมีประโยชน์มากขึ้นเมื่อมันมีความสัมพันธ์โดยเป็นส่วนหนึ่งของทั้งหมด

4. มโนทัศน์จะพัฒนาจากประสบการณ์หลายๆ อย่างมากกว่าการสอนซ้ำๆ ซากๆ ดังนั้นการแก้ปัญหา การค้นพบ และงานประจำหลายๆ แบบ จะทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นกว่าการทำซ้ำๆ ในการเรียนคณิตศาสตร์

5. ระดับบทเรียนที่จะทำให้เกิดมโนทัศน์ควรขึ้นอยู่กับความพร้อม ความจูงใจ และความสามารถของนักเรียน ดังนั้น การจัดบทเรียนแต่ละวันควรจะคำนึงถึงความแตกต่างของแต่ละบุคคล และความจูงใจ จะเห็นว่าเด็กจะเรียนเศษส่วนทางพีชคณิตไม่ได้ดีถ้าไม่มีภูมิหลังเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ ความหมายเกี่ยวกับส่วนร่วม การหารด้วยศูนย์ใช้ไม่ได้ ตลอดจนเอกลักษณ์เกี่ยวกับการคูณ เป็นต้น

6. มโนทัศน์ควรจะสร้างขึ้นจากสิ่งแวดล้อมของเขาเองมากกว่าจากครูคนเดียว ดังนั้น บทเรียนคณิตศาสตร์ปกติไม่ควรเป็นการบรรยายเท่านั้น แต่ควรจัดเป็นกลุ่มกิจกรรมในการแก้ปัญหามากกว่า

7. กิริยาท่าทาง การทำด้วยมือ คำพูด ตลอดจนการเขียน นักเรียนจะต้องพยายามดูว่าอะไรจะเกิดขึ้นตลอดเวลาที่มีการกระทำดังกล่าว ต้องตั้งคำถามด้วยตนเองเพื่อหาคำตอบ และต้องชอบตอบคำถามปัญหา ชอบทำผิดๆ เพื่อค้นหาสิ่งที่ต้องการ

วิไลวรรณ ตรีศรีชะนะมา (2537: 49) กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดการฝึกทักษะต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา
2. รู้จักเปรียบเทียบความต่าง และความคล้าย
3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ
4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่

อัมพร ม้าคนอง (2546: 25 – 26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นการวางแผนการสอน ครูควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้
   - ชื่อมโนทัศน์
   - ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์
   - กฎของความเป็นมโนทัศน์
   - ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง
   - คำถามและทิศทางที่จะเน้น
   - สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ
   - ระดับที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้
2. ขั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้
   - การนำเข้าสู่มโนทัศน์
   - การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร
   - การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ
   - การกระตุ้นให้นักเรียนถาม
   - และการประเมินระดับการเรียนรู้ของนักเรียน
3. ขั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญๆ ดังนี้
   - ลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกฎมโนทัศน์
   - การสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่นและการใช้มโนทัศน์
   - ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกที่เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

จากแนวคิดเกี่ยวกับการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ข้างต้น แสดงให้เห็นว่าการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นอาจทำให้ได้หลายวิธี ซึ่งจะมีประสิทธิผลเพียงใดขึ้นอยู่หลายปัจจัย เช่น วิธีการสอน การจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียน การจัดหาสื่อการเรียนการสอน การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม นอกจากนี้ครูต้องสอนให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่างๆ เช่น การสังเกต การเปรียบเทียบความต่าง และที่สำคัญควรมีการประเมินผลหลังจากนักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว

การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนเกิดมโนทัศน์แล้ว การวัดประเมินผลจึงเป็นสิ่งสำคัญในการตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ซึ่งการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีนักการศึกษากล่าวถึงไว้ดังนี้

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) กล่าวถึง การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่การวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ วิธีการในทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้น ข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา เช่น

1. ไก่ 50 ตัว ราคา 600 บาท จะหาราคาไก่ 1 ตัว จะคิดโดยวิธีใดที่เร็วที่สุด
   - ก. วิธีบวก
   - ข. วิธีลบ
   - ค. วิธีคูณ
   - ง. วิธีหาร
2. ขายของอย่างหนึ่งได้กำไรร้อยละ 5 หมายความอย่างไร
   - ก. ทุน 95 ขายไป 100
   - ข. ทุน 100 ขายไป 105
   - ค. ทุน100 ขายไป 95
   - ง. ทุน 105 ขายไป 100

ชวาล แพรัตกุล (2526) ได้เสนอคำถามที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ว่า เป็นคำถามในการวัดความรู้ความจำซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังต่อไปนี้

1. ถามถึงหลักวิชาและการขยายหลักวิชาของเรื่องราวต่างๆ
2. ถามถึงทฤษฎีและโครงสร้างของหลักวิชานั้นๆ

คำถามทั้ง 2 ชนิดนี้เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์เพราะเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดหลักวิชาของเรื่องราวต่างๆ ขึ้นมา โดยมโนทัศน์นี้ไม่ได้หมายถึงการสรุปแต่ใจความสำคัญของเรื่อง แต่หมายถึง สมรรถภาพ 2 ชนิด ได้แก่ ชนิดที่ 1 เป็นความสามารถที่จะเก็บแต่คติหรือหัวใจของเรื่องซึ่งเรียกว่าหลักการหรือหลักวิชา และชนิดที่ 2 เป็นความสามารถที่จะขยายคตินั้นออกไปสู่สถานการณ์อื่นๆ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ลักษณะที่ 1 : การหาคติหรือหลักการของเรื่อง

คติ หลักการ หรือมโนทัศน์ มีที่มาและลักษณะดังต่อไปนี้

1.1 เป็นเรื่องราว เหตุการณ์ หรือวัตถุสิ่งของที่เคยมีปรากฏมาแล้วอย่างน้อย 2 ครั้ง จึงจะสามารถมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นได้ โดยถ้าสิ่งใดมีเพียงชิ้นเดียวก็ถือว่าสิ่งนั้นไม่มีมโนทัศน์ เช่น ในอวกาศมีเพียงดวงอาทิตย์ของจักรวาลเพียงดวงเดียวและไม่มีจักรวาลอื่นใดอีกเลย ลักษณะเช่นนี้ก็จะมีสภาพเพียงหนึ่งเดียว โดยเป็นเรื่องราวที่เป็นความจริงจึงไม่สามารถเขียนคำถามเกี่ยวกับมโนทัศน์ได้เพราะไม่ทราบว่าจะสรุปว่าอย่างไร

1.2 สิ่งของ เรื่องราว และเหตุการณ์ที่ปรากฏขึ้นนั้น แต่ละครั้งจะต้องเกิดขึ้นกันคนละที่ แต่จะมีลักษณะบางอย่างคล้ายกัน เช่น มีดาวเคราะห์ 9 ดวงรอบๆ ดวงอาทิตย์ โดยที่แต่ละดวงต่างอยู่กับที่และมีลักษณะไม่เหมือนกัน แต่ทุกดวงมีลักษณะหรือสมบัติบางอย่างที่คล้ายกัน เช่น ทุกดวงต่างไม่มีแสงในตัวเอง มีสัณฐานกลม และหมุนรอบดวงอาทิตย์ เป็นต้น ลักษณะที่เป็นตัวร่วมของดาวเคราะห์เหล่านี้ก็คือมโนทัศน์ของเรื่องดาวเคราะห์

มโนทัศน์เป็นความจริงที่ครอบคลุมของทุกสิ่งในประเภทเดียวกัน ไม่ใช่ความจริงที่ปรากฏเฉพาะราย และมักจะเป็นเรื่องนามธรรมมากกว่ารูปธรรม เช่น เมื่อพูดถึงเรื่องคนว่าเป็นสัตว์ชั้นสูงที่ประกอบด้วย 2 ตา 2 แขน 2 ขา ลักษณะเช่นนี้ไม่เรียกว่าเป็นมโนทัศน์ ทั้งๆ ที่คำกล่าวนั้นก็เป็นคุณสมบัติที่เป็นตัวร่วมของมนุษย์ทุกคน แต่เป็นข้อความที่เกี่ยวกับลักษณะที่เป็นรูปธรรมที่ประจักษ์ชัดกันอยู่แล้ว จึงเป็นเพียงความจริงหรือข้อเท็จจริงของคนเท่านั้น แต่ถ้าพูดเกี่ยวกับความจริงด้านนามธรรมของคนทั่วๆ ไป โดยไม่เฉพาะเจาะจงว่าจะเป็นความจริงของใคร ลักษณะเช่นนี้จึงจะเป็นมโนทัศน์ของคน เช่น มนุษย์เป็นสัตว์สังคมประเภทหนึ่ง ทุกคนต้องตายไม่ช้าก็เร็ว เป็นต้น ดังนั้น คำถามที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริงในเรื่องที่สอน เช่น การถามถึงชื่อบุคคล ความสำคัญ และวิธีการของสิ่งใดสิ่งหนึ่งโดยเฉพาะ จึงไม่ใช่คำถามที่ใช้วัดมโนทัศน์

จากที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้เห็นว่าคำพังเพย สุภาษิต คติ สูตร ทฤษฎี และหลักการต่างๆ เหล่านี้เป็นลักษณะของมโนทัศน์ทั้งสิ้น ตัวอย่างเช่น

"ขึ้นชื่อว่าดอกไม้ยอม....หอม หรือสวย มีแมลงตอม" เหตุที่เราสามารถพูดได้จนเป็นความเคยชินโดยไม่ต้องนึก เพราะ

1. เราเคยเห็นดอกไม้มามากกว่า 2 ครั้งแล้ว
2. ดอกไม้ส่วนมากที่พบมีตัวร่วมคือมีกลิ่นหอม
3. เป็นข้อความที่ไม่เฉพาะเจาะจงกับดอกไม้ชนิดใดโดยเฉพาะ แต่เป็นการกล่าวถึงสภาพความจริงโดยทั่วไปของเรื่องนั้น ซึ่งครอบคลุมถึงดอกไม้ทุกชนิด มีข้อสังเกตว่าตัวร่วมของแต่ละสิ่งเหล่านี้มีได้หลายประการ เช่น ตัวร่วมของดอกไม้อาจจะมีกลิ่นหอม สวย หรือแมลงตอมก็ได้ ไม่จำกัดว่าจะต้องมีมโนทัศน์เฉพาะแต่มีกลิ่นหอมเพียงอย่างเดียวเท่านั้นที่ถือว่าเป็นมโนทัศน์ของดอกไม้

จึงสรุปได้ว่า คำถามที่วัดมโนทัศน์ลักษณะที่ 1 : เป็นการหาคติ หรือหลักการของเรื่องมุ่งถามถึงลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งของในประเภทเดียวกันเสมอ ตัวอย่างคำถามเช่น

ดอกมะลิ กุหลาบ กระดังงา มีลักษณะใดที่คล้ายกัน

ก. รูป ค. กลิ่น

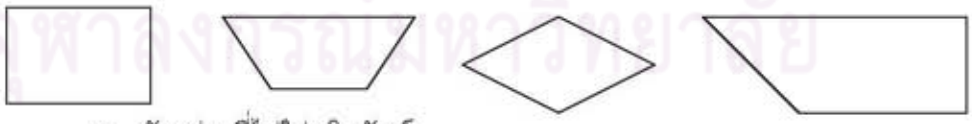
ข. สี ง. รส

2. มโนทัศน์ลักษณะที่ 2 : การขยายคติหรือหลักการของเรื่องนั้น คำถามที่วัดมโนทัศน์ในลักษณะที่ 2 นี้เป็นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ เช่น คำลงท้ายของนิทานอีสป ซึ่งการที่จะนำมโนทัศน์ไปใช้สถานการณ์อื่นๆ ได้นั้น ต้องสร้างมโนทัศน์หรือคัดเลือกใจความสำคัญของเรื่องนั้นให้ดีเสียก่อน

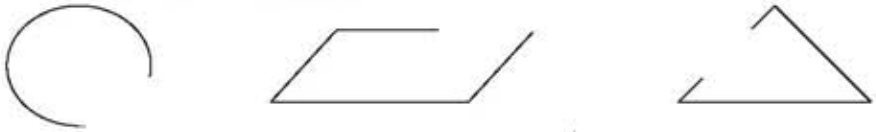
สำหรับในต่างประเทศมีงานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการวัดมโนทัศน์โดย เฟรเยอร์ และคณะ (Frayer and others, 1969) ซึ่งได้พัฒนารูปแบบการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ขึ้นที่ศูนย์พัฒนาและวิจัยวิสคอนซิน เพื่อการเรียนรู้พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย สรุปได้ว่าในการออกข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด แล้วจึงทำการออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่ได้วิเคราะห์ไว้ เช่น การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของรูปสี่เหลี่ยม โดยทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยม จากนั้นจึงออกข้อสอบ ดังนี้

การวิเคราะห์มโนทัศน์

1. ชื่อมโนทัศน์ : รูปสี่เหลี่ยม
2. ลักษณะที่เป็นเกณฑ์ : รูปปิดอยู่ในแนวระนาบมี 2 มิติและมี 4 ด้านหรือ 4 มุม
3. ลักษณะที่ไม่เป็นเกณฑ์ : ขนาดของด้าน การขนานกันของด้าน ขนาดของรูป การพลิกรูป
4. ตัวอย่างมโนทัศน์ :



5. ตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ :



6. นิยามของมโนทัศน์ : รูปปิดในแนวระนาบที่ประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน
7. มโนทัศน์ที่กว้างกว่า : รูปหลายเหลี่ยม
8. มโนทัศน์ร่วม : รูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

9. มโนทัศน์ย่อย : รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

10. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ : เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมคือผลบวกของความยาวของด้านทั้ง 4 ของรูปสี่เหลี่ยม

ตัวอย่างข้อสอบวัดมโนทัศน์

1. ต่อไปนี้ข้อใดเป็นรูปปิด

ก.

ข.

ค.

ง.

จ.

2. รูปนี้คือ

ก. รูปสามด้าน

ข. รูปทรงตัน

ค. รูปปิด

ง. รูปเปิด

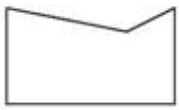
จ. รูปด้านขนาน

3. ข้อใดไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยม

ก.

ข.

ค.

ง. 

จ.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากแนวคิดข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการสอบถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา ซึ่งผู้ออกข้อสอบจะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์เรื่องนั้นๆ ออกมาก่อน เพื่อการออกข้อสอบจะได้ครอบคลุมลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์ที่ต้องการวัด

โมเดลการปรับมโนทัศน์

ความหมายของการปรับมโนทัศน์

การจัดการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์นั้นเป็นแนวคิดหนึ่งที่ส่งเสริมการพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียน ซึ่งคำสำคัญที่ควรพิจารณาคือ การปรับมโนทัศน์ (Conceptual Change) นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการปรับมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

โพสเนอร์และคณะ (Posner and others, 1982) กล่าวโดยสรุปว่า การปรับมโนทัศน์เป็นกระบวนการที่มโนทัศน์ภายในจิตใจของบุคคลเปลี่ยนแปลงจากกลุ่มของมโนทัศน์หนึ่งไปยังอีกกลุ่มหนึ่ง เมื่อนักเรียนไม่พอใจมโนทัศน์เดิม และมโนทัศน์ใหม่เข้าใจได้ง่าย น่าเชื่อถือและมีประโยชน์มากกว่า ในมุมมองของนักเรียน

ไคและคณะ (Chi and others, 1994) กล่าวว่า การปรับมโนทัศน์ถูกใช้แสดงถึงรูปแบบของการเรียนรู้หนึ่ง เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ข้อมูลใหม่และเกิดความขัดแย้งกับความรู้เดิม โดยจะถูกกำหนดให้จัดระบบของความรู้ที่มีอยู่ใหม่ เช่น การได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์เรื่อง แรง ซึ่งจะเกิดความขัดแย้งกับมโนทัศน์ของแรงในชีวิตประจำวันที่เป็นสมบัติของวัตถุทางกายภาพ

ไคและรอสโค (Chi and Roscoe, 2002) เชื่อว่าการปรับมโนทัศน์เป็นการแก้ไขการเข้าใจผิด เริ่มด้วยมโนทัศน์ที่ยังไม่ได้แก้ไข นักเรียนจะต้องแยกแยะมโนทัศน์ที่ผิดพลาดของตนเอง และแก้ไขมโนทัศน์เหล่านั้น ซึ่งในมุมมองดังกล่าวการเข้าใจผิดหมายถึงการจัดหมวดหมู่ที่ผิดพลาดของมโนทัศน์ ดังนั้นการปรับมโนทัศน์จึงเป็นการกำหนดมโนทัศน์ใหม่ไปยังประเภทที่ถูกต้อง

การปรับมโนทัศน์เป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางในหมู่นักการศึกษาวิทยาศาสตร์ แม้ว่าจะยังคงมีมุมมองเกี่ยวกับการเกิดกระบวนการปรับมโนทัศน์ที่แตกต่างกัน แต่ดูเหมือนว่าจะไม่มีข้อโต้แย้งเกี่ยวกับการเกิดกระบวนการปรับมโนทัศน์ เนื่องจากการปรับมโนทัศน์เป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ในวิทยาศาสตร์ ในขณะที่นักทฤษฎียังคงถกเถียงถึงกระบวนการของการปรับมโนทัศน์ ครูสามารถปรับปรุงการปรับมโนทัศน์โดยการสร้างเงื่อนไขหรือภาวะที่ส่งเสริมการปรับมโนทัศน์ดังกล่าวได้ (Suping, 2003: online)

จากคำกล่าวเกี่ยวกับการปรับมโนทัศน์ข้างต้น สรุปได้ว่า การปรับมโนทัศน์เป็นแนวคิดหนึ่งของรูปแบบการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนพบปัญหาที่คิดว่ามโนทัศน์เดิมที่มีอยู่ไม่สามารถแก้ไขปัญหาดังกล่าวได้ จึงต้องเปลี่ยนแปลงหรือปรับมโนทัศน์เดิมไปสู่มโนทัศน์ใหม่ที่นักเรียนคิดว่ามีประโยชน์ในการแก้ปัญหาที่พบมากกว่า

ความเป็นมาของโมเดลการปรับมโนทัศน์

โมเดลการปรับมโนทัศน์ (Conceptual Change Model) ที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ โมเดลการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของสตีแพนส์ ซึ่งพัฒนาขึ้นจากแนวคิดของ โพสเนอร์และคณะ (Posner and others, 1982: 211 – 227) ผู้ซึ่งเห็นว่าการปรับมโนทัศน์เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ และมีเงื่อนไข 4 ประการที่จำเป็นสำหรับการปรับมโนทัศน์ คือ

1. นักเรียนจะต้องเกิดความไม่พอใจในมโนทัศน์ที่มีอยู่ โดยจะต้องเผชิญหน้ากับปัญหาหรือสถานการณ์แปลกๆ ซึ่งหาข้อสรุปไม่ได้ และคลายความเชื่อถือต่อมโนทัศน์ที่มีอยู่ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น
2. มโนทัศน์ใหม่จะต้องเป็นมโนทัศน์ที่เข้าใจได้ง่าย โดยนักเรียนจะต้องสามารถมองเห็นได้ว่ามโนทัศน์ใหม่ก่อให้เกิดประสบการณ์เพียงพอสำหรับการแสวงหาความรู้ต่างๆ อย่างไร
3. มโนทัศน์ใหม่จะต้องดูน่าเชื่อถือ อย่างน้อยมโนทัศน์ใหม่จะต้องสามารถนำไปแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ดังกล่าวจะต้องสอดคล้องกับความรู้ในสาขาอื่นๆ อีกด้วย
4. มโนทัศน์ใหม่จะต้องมีประโยชน์สำหรับการใช้ในบริบทอื่น มโนทัศน์ดังกล่าวจะต้องมีศักยภาพที่จะขยายขอบเขตของการแสวงหาความรู้อื่น

โพสเนอร์และคณะได้พัฒนาแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ (Conceptual Change Approach) ขึ้น โดยพิจารณากระบวนการปรับมโนทัศน์เป็นสองระยะ ระยะแรกเกี่ยวกับการปรับความรู้ที่มีอยู่ของนักเรียน และอีกระยะหนึ่งเกี่ยวกับการปรับความรู้ใหม่ที่ได้เผชิญ ในระยะแรกนักเรียนถูกคาดหวังให้เข้าใจว่าความรู้ที่มีอยู่ไม่เพียงพอในการแก้ปัญหา นักเรียนจะประสบกับความขัดแย้งระหว่างความรู้ที่มีอยู่และความรู้ใหม่ ผลของความขัดแย้งภายในนี้จะกระตุ้นให้นักเรียนพร้อมสำหรับการปรับมโนทัศน์ ในระยะที่สองนักเรียนควรจะพบความรู้ใหม่ที่สามารถเข้าใจได้ มีเหตุผลและมีประสิทธิภาพ

นักคณิตศาสตร์พบว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีผลมากในวิชาคณิตศาสตร์ แต่มีนักการศึกษาทางวิทยาศาสตร์เห็นไม่ตรงกับความคิดดังกล่าว เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์จะขึ้นอยู่กับการพิสูจน์จากหลักทั่วไปสู่เรื่องเฉพาะและไม่มีการทดลอง แต่ในความ

เป็นจริงนักเรียนกำลังเผชิญกับสถานการณ์ที่คล้ายๆ กันเมื่อพวกเขาเรียนรู้คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ เช่น จากกรณีที่นักเรียนพัฒนาฟิสิกส์บนพื้นฐานของประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน พวกเขายังได้พัฒนาคณิตศาสตร์ไปด้วย ซึ่งเป็นเหตุผลหนึ่งที่สนับสนุนว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ (Vosniadou and Verschaffel, 2004)

จากแนวคิดของโพสเนอร์และคณะ สตีแพนส์นำมาพัฒนาเป็นโมเดลการปรับมโนทัศน์และได้มีการนำเสนอโมเดลนี้โดยสตีแพนส์ และชมิดท์ (Stepans and Schmidt, 2009) ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome)
2. ขั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs)
3. ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs)
4. ขั้นจัดมโนทัศน์ (Accommodate the Concept)
5. ขั้นขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept)
6. ขั้นนอกเหนือบทเรียน(Go Beyond)

ขั้นตอนของโมเดลการปรับมโนทัศน์

สตีแพนส์กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ ว่านักเรียนจะได้ทำงานร่วมกันตลอดกิจกรรม และยังมีโอกาสสร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเอง ประกอบด้วย 6 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome)

1. ครูกำหนดคำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์หรือเรื่องที่จะเรียน ซึ่งเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด ตระหนักถึงความคิดและความเชื่อเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น

2. นักเรียนแสดงความคิดและความเชื่อออกมาด้วยการเขียนข้อคาดการณ์พร้อมทั้งแสดงเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์ดังกล่าวจากประสบการณ์ของตนเองเป็นรายบุคคล

3. นักเรียนสามารถแสดงความคิดและความเชื่อของตนเองได้หลายแบบ เช่น การเขียน การวาดภาพหรือแผนผัง การอธิบายด้วยคำพูด

ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเอง โดยแบ่งปันและอภิปรายข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์จากขั้นที่ 1 แก่เพื่อนร่วมชั้น โดยเริ่มที่กลุ่มเล็กไปยังกลุ่มใหญ่ ดังนี้

1. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อยเพื่อแสดงและอภิปรายข้อคาดการณ์พร้อมเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์กับสมาชิกภายในกลุ่ม ครูสามารถแนะนำให้นักเรียนสร้างแผนผังของข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์ของกลุ่ม

2. ครูให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์ที่ได้จากการอภิปรายภายในกลุ่มย่อย โดยครูจะไม่แสดงความคิดเห็นหรือให้ผลตอบกลับทั้งในทางบวกและลบ

3. ในขั้นนี้จะได้ข้อคาดการณ์จำนวนมากครูและนักเรียนต้องช่วยกันจำแนกข้อคาดการณ์ดังกล่าวเพื่อนำไปทดสอบในขั้นที่ 3

ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนทดสอบข้อคาดการณ์ที่ได้จากขั้นที่ 2 ดังนี้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันออกแบบการทดสอบข้อคาดการณ์ เช่น การสำรวจ การทดลอง การสังเกต การรวบรวมข้อมูล การปรึกษาครู การใช้อินเตอร์เน็ต การใช้หนังสือหรือแหล่งข้อมูลสิ่งพิมพ์อื่นๆ การฟังบรรยาย เป็นต้น

2. นักเรียนดำเนินการทดสอบข้อคาดการณ์ตามวิธีการที่ออกแบบ และอภิปรายผลของการทดสอบภายในกลุ่มย่อยหรือทั้งชั้นก็ได้

3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการทดสอบข้อคาดการณ์ ผลจากการทดสอบและอภิปรายจะนำไปใช้ในการสร้างความหมายของมโนทัศน์ในขั้นที่ 4

ขั้นที่ 4 ขั้นจัดมโนทัศน์ (Accommodate the Concept)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนแก้ไขหรือปรับข้อคาดการณ์ของตนเองเพื่อสร้างเป็นความหมายของมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียน (ซึ่งเป็นการตอบคำถามหรือสถานการณ์ในขั้นที่ 1) แล้วแบ่งปันผลลัพธ์ที่ได้กับเพื่อนร่วมชั้นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล ดังนี้

1. ครูให้นักเรียนสร้างความหมายของมโนทัศน์หรือสิ่งที่เรียนจากการสังเกตและการอภิปรายผลของการทดสอบข้อคาดการณ์เป็นหลัก อาจจะดำเนินการเป็นกลุ่มย่อยหรือทั้งชั้นก็ได้

2. ครูสุ่มให้นักเรียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์และเหตุผลในการสรุปความหมายดังกล่าว โดยครูบันทึกการอธิบายของนักเรียนแต่ละคนบนกระดาน

3. ครูอาจจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ให้มากยิ่งขึ้น เช่น การถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์มโนทัศน์ที่ได้

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่ 4 มีความชัดเจนขึ้น ดังนี้

1. ครูกำหนดคำถามหรือสถานการณ์ใหม่ ให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้กับสถานการณ์ดังกล่าว

2. ครูให้นักเรียนเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ได้ไปสู่เนื้อหาวิชาอื่นๆ และสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

3. นอกจากนี้ครูสามารถให้นักเรียนแบ่งปันประสบการณ์ในการได้ความหมายของมโนทัศน์ ระบุหรืออธิบายข้อบกพร่องของวิธีการดังกล่าวแก่ชั้นเรียน

ขั้นที่ 6 ขั้นนอกเหนือบทเรียน (Go Beyond)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เวลานักเรียนในการกระทำนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียน ดังนี้

1. ครูอาจตั้งคำถามหรือสถานการณ์ใหม่นอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ที่ได้ให้นักเรียนติดตามดำเนินการตอบคำถาม ซึ่งคำถามใหม่นี้อาจจะแสดงความไม่แน่ใจหรือความสับสนในมโนทัศน์ใหม่ที่ได้เรียน หรือ

2. ครูตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับเหตุผลของมโนทัศน์ที่ได้เรียน เช่น ครูให้นักเรียนเขียนพิสูจน์ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ หรือ

3. ครูตั้งคำถามที่ช่วยให้นักเรียนสานต่อความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของตนเอง เช่น คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับการนำมโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้ให้มากยิ่งขึ้นกว่าขั้นขยายมโนทัศน์ หรือ

4. ครูตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับงานในชั้นเรียนว่าสัมพันธ์กับทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์อย่างไร เช่น การให้นักเรียนสร้างการทดลองเพื่อทดสอบทฤษฎี การตั้งคำถามให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับการทดสอบทฤษฎีหรือความเข้าใจใหม่ๆ

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ เรน (Reins,2006 : online) กล่าวโดยสรุปไว้ว่าครูมีบทบาท ดังนี้

1. เป็นผู้จัดการชั้นเรียน หรือสร้างบรรยากาศของชั้นเรียน โดย

   1.1 กำหนดบริบทอย่างคร่าวๆ สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้

   1.2 ตั้งปัญหาที่มีความสำคัญและมีความหมาย

1.3 สำรวจความคิดเห็นที่แตกต่างของนักเรียน โดยปราศจากการกดดัน

1.4 แนะนำงานให้นักเรียนนำแนวคิดใหม่ที่ได้ไปประยุกต์ใช้

1.5 หาวิธีการเพื่อช่วยให้นักเรียนรู้สึกไม่พอใจกับความคิดของตนเอง ซึ่งการไม่พอใจความคิดของนักเรียนดังกล่าว สามารถถูกทำให้เกิดขึ้นผ่านการดำเนินการต่อไปนี้

- การแสดงตัวอย่างที่ไม่เหมาะสม
- ใช้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง
- ใช้กรณีที่แตกต่างหรือตรงข้ามกัน
- การพิสูจน์แบบนิรนัย
- การแสดง รูป ตาราง กราฟ แผนผัง
- การแสดงลักษณะที่ไม่สมบูรณ์ของแนวคิด
- การแสดงการนำไปใช้ที่ไม่ถูกต้อง

2. เป็นผู้มีส่วนร่วมที่กระตือรือร้น โดย

2.1 มั่นใจว่าความคิดเห็นของตนเองไม่ได้มีผลต่อกิจกรรมในชั้นเรียนมากที่สุด

2.2 ใช้การเรียนรู้แบบค้นพบในกิจกรรม แต่ยังไม่ต้องใช้ความคิดเห็นของตนเอง

2.3 ตรวจสอบความคิดที่นำเสนอโดยนักเรียน

2.4 ตรวจสอบว่าความคิดของนักเรียนผิดอย่างไร

2.5 แสดงมุมมองของตนเองเป็นคำพูด

จากบทบาทของครูข้างต้น ลักษณะเฉพาะของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ ควรเป็นดังนี้

1. เคารพในความรู้ความเข้าใจของนักเรียน
2. เคารพในความคิดของนักเรียน
3. พยายามเข้าใจมุมมองของนักเรียน
4. สนับสนุนสื่อการเรียนรู้ที่หลากหลาย

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ นอกจากบทบาทของครูแล้วควรพิจารณาถึงบทบาทของนักเรียนเช่นกัน ซึ่งพบว่าบทบาทของนักเรียนมีดังนี้

1. เข้าใจมโนทัศน์ที่ได้เรียน ซึ่งเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้
2. สร้างการเรียนรู้ด้วยตนเอง
3. เชื่อมั่นในความคิดของตนเอง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. พิสูจน์ว่าข้อสรุปที่ได้จากกิจกรรมถูกต้อง
5. ยอมรับความคิดเห็นที่แตกต่าง
6. ฟังและทำความเข้าใจความคิดเห็นที่แตกต่าง
7. พยายามเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น
8. สามารถไตร่ตรองความคิดเห็นที่แตกต่าง และเปลี่ยนแปลงความคิดของตนเองเมื่อความคิดเห็นอื่นดีกว่า

ประโยชน์ของโมเดลการปรับมโนทัศน์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ได้รับความนิยมในหลายประเทศ ผู้นำแนวคิดดังกล่าวไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ระบุว่านักเรียนมีส่วนร่วมและกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้น ได้รับความเข้าใจมโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง ได้ปรับปรุงการใช้ทักษะและกระบวนการ และพัฒนาความสามารถในกระบวนการสืบเสาะ แม้ว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ ดั้งเดิมถูกออกแบบเพื่อพัฒนาความเข้าใจในวิชาวิทยาศาสตร์กายภาพแต่ปัจจุบันถูกนำมาใช้อย่างเป็นผลสำเร็จในทุกขอบเขตของวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ ตลอดจนวิชาอื่นๆ (Stepans and Schmidt, 2009: 57)

โวสเนียโดว และแวมวาเกาส์ซี (Vosniadou and Vamvakoussi, 2006: 2) ได้สำรวจการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากมุมมองของการปรับมโนทัศน์ พบว่าการปรับมโนทัศน์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีผล และสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการดำเนินการต่อไปนี้

1. ระบุมโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียน
2. ทำนายข้อผิดพลาดเกี่ยวกับหลักการของนักเรียน
3. สร้างให้นักเรียนเป็นศูนย์กลางการอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สตีแพนส์ และชมิดท์ (Stepans and Schmidt, 2009: 64 – 65) กล่าวถึงผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ ที่มีต่อนักเรียน จากคำกล่าวของครู ดังนี้

1. นักเรียนได้เริ่มคิด และสร้างการเชื่อมโยง
2. ช่วยนักเรียนสร้างการเชื่อมโยงกับมโนทัศน์อื่นๆ

จากการศึกษาข้างต้นพบว่าโมเดลการปรับมโนทัศน์เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้หนึ่งที่น่าสนใจสำหรับนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในเนื้อหาที่นักเรียนสามารถสร้างความรู้ผ่านการสำรวจและทดลองได้ด้วยตนเอง

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงเป็นทักษะกระบวนการที่มีกำหนดไว้ในสาระที่ 6 ของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย (ศึกษาธิการ, 2544: 13) ซึ่งนักเรียนควรจะได้เรียนรู้ ฝึกทักษะ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้

ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991) ให้ความหมายของการเชื่อมโยงว่า เป็นการผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน

อัมพร ม้าคนอง (2547ข: 44) กล่าวโดยสรุปว่าการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองค้นพบ

โพธิ์ทิพย์ วัชระสวัสดิ์ (2547: 8) กล่าวถึงการเชื่อมโยงว่าเป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของ คน หรือแนวคิด ซึ่งการเชื่อมโยงแนวคิดเป็นกระบวนการทางปัญญาในการนำสิ่งต่างๆ เช่น ความรู้ ประสบการณ์ หรือเหตุการณ์ ตั้งแต่ 2 อย่างขึ้นไปมาเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

อเนก พุทธิเดช (2548: 43) กล่าวในทำนองเดียวกับนักการศึกษาข้างต้นว่า การเชื่อมโยงเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม และประสบการณ์ที่มีมา ผสมผสานหรือมาสัมพันธ์กัน ทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ โดยแบ่งเป็นการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ระบุว่าการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผล ระหว่างความรู้และทักษะกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์ กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

จากการกล่าวถึงการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักเรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้หรือปัญหาอื่น ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะใช้คำว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงเป็นองค์ประกอบที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เนื่องจากสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงไม่ได้จำกัดว่าเกี่ยวข้องกับสาขาวิชาใดวิชาหนึ่ง เราจำเป็นต้องใช้ความรู้และทักษะจากหลายๆ วิชามาร่วมกันแก้ปัญหา (NCTM, 1991) นอกจากนี้การเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยมองเป็นภาพรวม ไม่ได้แยกวิชาคณิตศาสตร์ออกเป็นเนื้อหาย่อยจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย และการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้วจะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้ (Dossey and others, 2002: 81 – 83) ซึ่งสอดคล้องกับสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 64 – 66) ที่กล่าวว่า การเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ลึกซึ้งและยาวนาน สามารถสร้างความเข้าใจในเนื้อหาเดิมได้ดีขึ้น และช่วยให้นักเรียนได้รับความรู้ในลักษณะที่เห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหา อีกทั้งเบิร์คฮาร์ท (Burkhardt, 2001: online) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ทำให้นำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้มากขึ้น
2. ทำให้ไม่มีช่องว่างในการเรียนรู้
3. ทำให้หลักสูตรเกิดความสมดุล
4. สนับสนุนความเสมอภาค

นอกจากนี้ชเทนโกล เฮ้าส์และบอส (Shteingold, 2001: online; House, 1995; Boss, 2003: 105 – 114) กล่าวว่าการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนสร้างภาพของเนื้อหาคณิตศาสตร์แบบที่แยกจากกันมาเป็นเนื้อหาที่มีลักษณะซับซ้อนและเชื่อมโยงกัน นั่นคือถ้านักเรียนมองคณิตศาสตร์ว่ามีความสำคัญและมีความสัมพันธ์กันแล้วจะทำให้นักเรียนสนุกสนานและมีความสุขในการเรียนรู้ สอดคล้องกับเมอริโนและโอเวน (Merlino, 2000: online and Owens, 2001: online) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงในเนื้อหาคณิตศาสตร์ว่าทำให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่น่าสนใจและดูมีชีวิตชีวามากขึ้น และสอดคล้องกับเวนทูรา (Ventura, 2001: online) ที่กล่าวว่าการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนตระหนักว่าคณิตศาสตร์มีอยู่ในชีวิตจริงและมีอยู่รอบตัวเรา

สรุปได้ว่าการเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ลึกซึ้งและยาวนาน เห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาทำให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจ และนำไปใช้ในชีวิตจริงได้

ลักษณะของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991) ได้แบ่งการเชื่อมโยงออกเป็นดังนี้

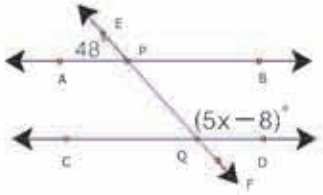
1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กัน ให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีความหมาย

มีนักการศึกษากล่าวถึงการเชื่อมโยงภายในวิชาไว้หลายท่าน ดังนี้

ไรเดอเซล และคณะ (Riedesel and others, 1998: 33) แสดงความเห็นว่า นักเรียนที่ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ จะประสบความยากลำบากในการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

นอกจากนี้ เอ็ดเวิร์ดส์ (Edwards, 1998: 21) กล่าวโดยสรุปว่าการสร้างเครือข่ายเชื่อมโยงความรู้ในคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นเพราะความรู้หรือมโนทัศน์คณิตศาสตร์มีลำดับที่จะเรียนรู้ เนื้อหาที่เรียนก่อนมักจะเชื่อมโยงสู่เนื้อหาขั้นสูงต่อไป ความเข้าใจในเนื้อหาใหม่ของนักเรียนแสดงโดยการสร้างเครือข่ายของการเชื่อมโยงกับเนื้อหาเดิม นักเรียนที่สามารถสร้างเครือข่ายการเชื่อมโยงได้มากย่อมแสดงว่า นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาใหม่มากเช่นกัน การเชื่อมโยงนี้มีความเกี่ยวข้องกันในระหว่างการสอน จะเกิดขึ้นกับนักเรียนตลอดไป ครูไม่จำเป็นต้องพูดว่า "บทเรียนนี้จะสอนนักเรียนว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในโลกแห่งความจริง" การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนจัดการกับเนื้อหาที่เป็นรูปธรรมและแปลความหมายของการกระทำของพวกเขาในแบบรูปภาพ แผนผัง ตารางข้อมูล กราฟ และสัญลักษณ์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 99 – 114) ได้เสนอตัวอย่างการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ภายในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงสาระเรขาคณิตกับพีชคณิต



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ $A\hat{P}E = 48^\circ$ และ $D\hat{Q}P = (5x-8)^\circ$ จงหาค่า x

จากปัญหานี้จะต้องใช้ความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและความสัมพันธ์ของขนาดของมุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงสองเส้นตัดกันประกอบความรู้ทางพีชคณิตเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาหาคำตอบ

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขา ขึ้นไป ภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา ศิลปะ ซึ่งเป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจ และทักษะในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงสภาพชีวิตจริง

เคนเนดี้ และทิปปส์ (Kennedy and Tipps, 1994: 197 – 198) ได้เสนอตัวอย่างหัวข้อที่ครูสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ โดยบางหัวข้อเป็นกิจกรรมรายบุคคล หรือเป็นกิจกรรมกลุ่มย่อย และอาจใช้เวลามากน้อยแตกต่างกันไป ตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

- การจดและบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม และความดันอากาศ
- การโคจรของดาวเคราะห์
- การกำหนดมาตราส่วนและการสร้างระบบโซลาร์เซลล์

ตัวอย่างที่ 2 คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา

- นาฬิกาน้ำและนาฬิกาทราย
- การสร้างพีระมิดในประเทศอียิปต์
- การศึกษาอินเดียตะวันตกเฉียงใต้เรื่อง พรม ชาม และตะกร้า โดยคนพื้นเมืองในสหรัฐอเมริกาใช้การสมมาตรและการแปลงทางเรขาคณิต ออกแบบสร้างสิ่งเหล่านี้ขึ้นมา
- เปรียบเทียบภูมิประเทศ ตำแหน่งที่ราบสูง ที่ราบต่ำ ภูมิประเทศที่สูงที่สุด และที่ลึกที่สุด

ตัวอย่างที่ 3 คณิตศาสตร์และศิลปะ

- การวัดขอบกระดาษรอบจิตรกรรมฝาผนัง
- การตัดกระดาษติดภาพของจิตรกรที่ทำการแบ่งสเกลในการวาดฉากหลังเวทีละคร
- การวาดภาพทิวทัศน์
- การอ่านและทำตามคำแนะนำจากการพับกระดาษเป็นรูปต่างๆ ของชาวญี่ปุ่น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างที่ 4 คณิตศาสตร์และสุขภาพ

- การวัดความสูงของนักเรียนบันทึกลงตารางและกราฟ
- การหาปริมาณแคลอรีที่รับเข้า
- การอ่านฉลากจากรายการโภชนา

ตัวอย่างที่ 5 คณิตศาสตร์ และการศึกษาทางกายภาพ

- นับจำนวนของไม้เลื้อยที่ขึ้นตามเชือก
- ตัดสินว่าโอลิมปิกครั้งใดที่ยิ่งใหญ่
- แบบแผนพื้นที่ในการเล่น
- การจับเวลาแข่งขัน

นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) แนะนำว่าครูสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ให้นักเรียนได้พบเห็นในชั้นเรียนดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง การใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้

การศึกษาวิเคราะห์ผลการทดลองทางชีววิทยาและทางการแพทย์ เช่น เกรเกอร์ โยฮันน์ เมลเดล นักพันธุศาสตร์ชาวออสเตรีย ศึกษาการผสมพันธุ์ต้นถั่ว โดยนำทฤษฎีความน่าจะเป็นมาใช้ในการวิเคราะห์ศึกษาพันธุกรรมของเมล็ดถั่ว

จากการจำแนกลักษณะของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ได้รวมเอาการนำความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับสถานการณ์จริงด้วย ดังนั้น ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนมีความรู้และพื้นฐานเพียงพอที่จะนำไปศึกษาต่อนั้น การเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันมีความจำเป็น นอกจากนี้ยังต้องมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และการแก้ปัญหา รวมถึงการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2545: 200 – 205) กล่าวว่าองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ มีดังนี้

1. มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่เราต้องการเป็นอย่างดี

3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะกระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย

4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง

5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

คอกซ์ฟอร์ด (Coxford, 1995: 5 – 12) ได้นำเสนอการสร้างการเชื่อมโยงโดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Processes) ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 วิธี คือ

วิธีที่ 1 การแทน (Represention) เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมากโดยเฉพาะในระดับประถมศึกษา การใช้ตัวแทนเป็นวิธีการที่ครูใช้แสดงการเชื่อมโยงความรู้ เช่น การสอนเรื่องจำนวนนับ ครูอาจสอนโดยวิธีให้นักเรียนนับสิ่งของ อุปกรณ์ต่างๆ เช่น หนังสือ ปากกา หรือจำนวนนักเรียนในห้องเรียน หลังจากนั้นครูเชื่อมโยงจำนวนสิ่งของไปสู่การใช้การแทนทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ตัวเลข 1 , 2 , 3,..... สำหรับการเรียนระดับมัธยมศึกษา เมื่อนักเรียนใช้การแทนทางคณิตศาสตร์ได้ย่อมแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการเชื่อมโยงและพัฒนาการในการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น การศึกษาเรื่องสมการเชิงเส้น หรือการแปลงเชิงเส้น นักเรียนที่มีความสามารถด้านการเชื่อมโยงจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวแปร x , y ในรูปของตาราง หรือเขียนกราฟ หรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ เป็นตัวแทนที่นำเสนอความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร x , y ได้

วิธีที่ 2 การประยุกต์ (Application)

วิธีที่ 3 การแก้ปัญหา (Problem Solving)

วิธีที่ 4 การให้เหตุผล (Resoning)

เป็นอีก 3 วิธีของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ต้องกล่าวถึงพร้อมกัน เพราะทั้ง 3 วิธีมักจะต้องใช้ร่วมกัน สื่อให้เห็นการเชื่อมโยงทั้งความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้เป็นอย่างดี การแก้ปัญหาและการมีเหตุผลเป็นทักษะกระบวนการที่ใช้ในคณิตศาสตร์มานานแล้ว แต่การประยุกต์เพิ่งจะมีมาเมื่อไม่นานมานี้ การประยุกต์เป็นการเชื่อมโยงระหว่างนักเรียนกับคณิตศาสตร์ การทำโครงงานและสร้างแบบจำลองของสถานการณ์จำต้องอาศัยพื้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น ในการศึกษาจดบันทึกเกี่ยวศิลปินยอดนิยม ประเภทและยี่ห้อของรถยนต์ที่กำลังเป็นที่นิยมหรือเป็นแฟชั่น ล้วนอาศัยคณิตศาสตร์ในการสร้างตัวแปรแสดงความสัมพันธ์ เพื่อสรุปข้อมูลเหล่านี้ นอกจากนี้การ

ประยุกต์ยังสามารถใช้ในการพัฒนาการเรียนของนักเรียนได้ด้วย ทั้งการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการประยุกต์สามารถทำให้นักเรียนได้เข้าถึงกระบวนการ การเชื่อมโยงเป็นอย่างดี

การแก้ปัญหานักเรียนจะต้องใช้การประยุกต์ การให้เหตุผล เชื่อมโยงกับหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบ โดยที่นักเรียนอาจจะเชื่อมโยงการแก้ปัญหาโดยการวาดกราฟ หรือ การตั้งสมการรูปแบบต่าง ๆ เพื่อหาคำตอบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความสามารถของนักเรียนแต่ละคน นอกจากนี้การสร้างการเชื่อมโยง จะต้องประกอบด้วย ตัวเชื่อม (Connector) ซึ่งหมายถึงความรู้ต่าง ๆ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เช่น ฟังก์ชัน เมตริกซ์ กราฟ ตัวแปร การแปลงยุทธวิธี ฯลฯ ตัวเชื่อมจะทำหน้าที่ช่วยก่อเกิดกระบวนการเชื่อมโยงจนกระทั่งค้นพบคำตอบ เป็นตัวเชื่อมคณิตศาสตร์ที่มักพบเห็นการใช้อย่างมากมาย ได้แก่ กราฟ ตัวแปร และอัตราส่วน ทั้งจากการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เช่น การใช้กราฟแสดงลักษณะของข้อมูลในการเรียนวิชาสถิติ การใช้ตัวแปรแทนค่าคำตอบที่ยังไม่ทราบค่าของการแก้สมการ หรือการใช้อัตราส่วนในการเปรียบเทียบปริมาณตั้งแต่สองปริมาณขึ้นไปหรือเชื่อมโยงกับการเรียนเรื่องเศษส่วน สัดส่วน เป็นต้น หรือแสดงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เช่น การใช้กราฟในการแสดงตารางเวลาหรือคะแนนของการแข่งขันกีฬา แสดง การเพิ่ม - ลดของรายได้ประชาชาติ ฯลฯ ขณะที่ตัวแปรสามารถนำไปใช้ในการทำงานของคอมพิวเตอร์ เครื่องคิดเลข และ อัตราส่วนถูกนำไปใช้ในแบบแปลนของสิ่งก่อสร้าง เช่น แบบแปลนบ้าน หรือใช้ในการบอกส่วนผสมสิ่งของ นอกจากนี้ยังมีเนื้อหาคณิตศาสตร์อีกมากที่สามารถเป็นตัวเชื่อมได้ เช่น กฎการนับ อนุพันธ์ อินทิเกรต ภาคตัดกรวย ฯลฯ

เอ็ดเวิร์ดส์ (Edwards, 1998: 9 – 17) กล่าวถึงวิธีการสร้างการเชื่อมโยงภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์ อันจะส่งผลให้เกิดการเรียนที่มีความหมาย มีความเข้าใจในเรื่องหรือหัวข้อคณิตศาสตร์ได้นั้น จะต้องประกอบด้วย

1. สื่อที่ได้รับ เป็นการนำอุปกรณ์ต่าง ๆ มาใช้ในการเรียนการสอนสามารถสื่อให้เกิดการเรียนรู้ ความเข้าใจ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี โดยเฉพาะในการสอนระดับประถมศึกษา ครูสามารถใช้สื่อได้หลายรูปแบบ เช่น ผลไม้ ของเล่นของนักเรียน มาพัฒนาความรู้และเชื่อมโยงเรื่องการนับ การจำแนกรูปเรขาคณิต ฯลฯ ส่วนการสอนระดับที่สูงขึ้น สามารถใช้สื่อเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ได้เช่นกัน การใช้เหรียญ ลูกเต๋า ไพ่ หรือ รอตเตอรี่ เชื่อมโยงความรู้เรื่องกฎการนับ เศษส่วน และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็นต้น

2. ภาษา เป็นการแสดงออกของนักเรียนในกระบวนการเชื่อมโยงที่เกิดขึ้น ซึ่งสามารถแสดงในการพูด การเขียน หรือ การอภิปราย เช่น ในระดับประถมศึกษา นักเรียนจะเรียนรู้จำนวนนับโดยการพูดนับสิ่งของเป็น หนึ่ง สอง สาม ..... หลังจากนั้นจึงเชื่อมโยงไปสู่การเขียนจำนวนในรูป 1 , 2 , 3..... เป็นต้น ครูและนักเรียนสามารถใช้ภาษาในการซักถามอธิบาย อภิปราย

ให้เห็นการเชื่อมโยงทั้งระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้

3. รูปภาพ การใช้รูปภาพเป็นตัวแทน สื่อให้เห็นพัฒนาการและการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นหรือชีวิตประจำวันได้ การใช้รูปภาพจัดเป็นกิจกรรมที่สำคัญอย่างหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ไปเป็นสิ่งที่เป็นนามธรรม หรือจากสิ่งที่เป็นนามธรรมเป็นรูปธรรม เช่น การนำเสนอ ข้อมูลทางสถิติ โดยใช้รูปคน 1 คน แทนจำนวนคน 100 คน การใช้รูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม วงกลม แทนส่วนต่าง ๆ ในแปลนบ้าน เป็นต้น

4. สัญลักษณ์ การเขียนสัญลักษณ์เป็นกระบวนการสุดท้ายของการพัฒนากระบวนการคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ ความเข้าใจ ของเนื้อหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกัน การเขียนสัญลักษณ์เป็นเสมือนการเขียนรหัสที่จะแสดงรูปทั่วไป เช่น การใช้ตัวเลขเป็นสัญลักษณ์ แทนจำนวนสิ่งของหรือการนับ หรือสัญลักษณ์ $a + b = b + a$ แทนการเขียนสมบัติการสลับที่ของการบวกจำนวนจริง เมื่อ a, b แทนจำนวนจริงใด ๆ

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 360) ระบุว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ครูอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้นักเรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง (2547ข: 101 – 102) กล่าวว่าการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงอาจเริ่มต้นง่ายๆ จากการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ด้วยกัน ดังตัวอย่างของกิจกรรมเพื่อฝึกการเชื่อมโยงต่อไปนี้

"ในหมู่บ้านของท่านมีการประชุมเพื่อแสดงความคิดเห็นว่าควรจะเสนอทางราชการให้จัดจุดตรวจในหมู่บ้านหรือไม่ ในการประชุมมีบางกลุ่มที่เชื่อว่า การมีจุดตรวจของตำรวจอยู่ใกล้หมู่บ้านจะช่วยลดปัญหาอาชญากรรม ในขณะที่บางกลุ่มเชื่อว่าความใกล้/ไกลจากจุดตรวจไม่ใช่ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อการเกิดอาชญากรรม ที่ประชุมจึงได้ขอข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมในปีที่ผ่านมาจากสถานีตำรวจท้องที่ โดยได้ข้อมูลดังตารางต่อไปนี้"

ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรม

จำนวนกิโลเมตรที่จุดเกิดเหตุห่างจากจุดตรวจ	จำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตร
1 – 5	13
6 – 10	14
มากกว่า 10	16

1. จากข้อมูลดังกล่าว ท่านคิดว่าที่ประชุมควรสรุปความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจ กับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตรอย่างไร เพราะเหตุใด

2. มีบางคนในที่ประชุมใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่น่าเชื่อถือมากขึ้น ท่านจะช่วยคนเหล่านั้นได้อย่างไร

การทำกิจกรรมในลักษณะนี้ ช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับปัญหาในชีวิตประจำวัน และเชื่อมโยงระหว่างความรู้คณิตศาสตร์ต่างๆ ที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพื่อจะตัดสินใจแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม การเชื่อมโยงในปัญหานี้ นักเรียนจะต้องคิดว่าจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์อะไรที่ตนมีอยู่ ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ของข้อมูล เนื่องจากข้อมูลในตัวอย่างนี้แตกต่างจากข้อมูลประเภทเดียวกันที่เคยพบในหนังสือเรียน หรือที่ครูสมมติขึ้น นักเรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์เพื่อจะได้อธิบายข้อมูลอย่างเป็นเหตุเป็นผลและได้ข้อสรุปที่น่าเชื่อถือ โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและงานออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เรื่องรูปเรขาคณิต

นอกจากนี้ยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและระยะเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออกเงินไว้ใช้ในช่วงบั้นปลายของชีวิต

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ครูอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอเพื่อให้นักเรียนได้เห็นการนำความรู้เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน และเพื่อให้นักเรียนได้มีการปฏิบัติจริงและมีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงนี้ครูอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อครูและนักเรียนให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน (ศึกษาธิการ, 2544: 204)

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่าการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีทั้งการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนมีโอกาสในการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งครูอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการจัดการเรียนรู้อยู่เสมอ

การวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

การวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีแนวทางการวัดตามมาตรฐานของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) กล่าวว่า การวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นการวัดเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้หรือไม่

1. สามารถมองปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในภาพรวมก่อนแล้วจึงวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่โจทย์กำหนดให้ว่าตรงกับสาระเนื้อหาหรือสาระคณิตศาสตร์ในเรื่องใด มีความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกันในเรื่องใดและสามารถนำไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ นอกเหนือจากที่โจทย์กำหนดให้ได้หรือไม่
2. สำรวจปัญหาและอธิบายผลที่ได้จากการเชื่อมโยงเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การให้เหตุผลได้
3. สร้างแนวคิดใหม่หรือแนวทางแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ จากการเชื่อมโยงความรู้ที่เป็นพื้นฐานแนวคิดของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ได้
4. ประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือปัญหาในชีวิตประจำวัน

5. ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่ามีอยู่ในชีวิตประจำวัน สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ากับชีวิตประจำวันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) กล่าวว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของทักษะดังนี้

1. เปรียบเทียบความรู้ของแต่ละสาระ
2. เชื่อมโยงสถานการณ์จริงกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
3. หาข้อสรุปจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
4. เชื่อมโยงความรู้ในแต่ละสาระทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้มโนทัศน์ที่ซับซ้อน
5. สรุปสาระสำคัญที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น

จากการศึกษาข้างต้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจึงใช้แนวทางการวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) โดยใช้แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด ดังนี้

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นที่นักเรียนพบ แบ่งออกเป็นการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งมีองค์ประกอบที่แสดงถึงความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 ด้าน คือ

1. **การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนพบ** เป็นองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถมองปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่พบในภาพรวมแล้ววิเคราะห์ว่ามีความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดโดยสามารถระบุรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็น ทฤษฎี กฎ นิยาม สูตร แบบรูป หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ และสามารถนำไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ นอกเหนือจากที่ปัญหากำหนดไว้ได้
2. **การอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาที่นักเรียนพบ** เป็นองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถสร้างแนวคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาที่พบจากการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นพื้นฐานแนวคิดของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ได้

3. **การระบุตัวอย่างหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือวิชาอื่น ๆ ที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนพบ** เป็นองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมองเห็นว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์มีอยู่ในชีวิตประจำวัน และสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ากับชีวิตประจำวันได้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องตามแนวคิดของโมเดลการปรับมโนทัศน์ ซึ่งส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

โคพารานและคณะ (Koparan and others, 2010: 3926 – 3932) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่พัฒนาตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 เรื่อง เศษส่วน พบว่า สื่อการเรียนรู้ที่พัฒนาตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีผลต่อการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดดังกล่าวส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักถึงความรู้ที่มีอยู่และค้นหาความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้อธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้อง เปรียบเทียบความคิดกับบุคคลอื่นและได้สะท้อนความคิดของตนเอง โดยผลสัมฤทธิ์ที่เพิ่มขึ้นของนักเรียนได้มาจากการทดสอบการอธิบายความหมายของเศษส่วน ประเภทของเศษส่วนและเศษส่วนที่เท่ากัน การเรียงลำดับจำนวนที่อยู่ในรูปเศษส่วนและแสดงจำนวนเหล่านี้บนเส้นจำนวน การดำเนินการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนที่อยู่ในรูปเศษส่วน และอธิบายสมบัติของการดำเนินการเหล่านี้ ซึ่งองค์ประกอบของการวัดผลสัมฤทธิ์ดังกล่าวเป็นการวัดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของเศษส่วน

เอสรา (Esra, 2007: 1189 – 1195) ยืนยันว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ซึ่งเป็นแนวคิดพื้นฐานของการพัฒนาโมเดลการปรับมโนทัศน์ ส่งผลต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเอสราได้ออกแบบสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Learning Environment) เพื่อช่วยในการเรียนรู้มโนทัศน์เรื่อง ลิมิต ของนักเรียนในวิชาแคลคูลัส ผลการวิจัยพบว่า สิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ส่งผลต่อการเรียนรู้และการสร้างมโนทัศน์เรื่องลิมิต โดยนักเรียนที่ได้เรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ประสบความสำเร็จในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างลิมิตและสถานการณ์ในชีวิตจริงมากกว่านักเรียนที่เรียนรู้ตามปกติ และพบว่านักเรียนที่ได้

เรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มีอุปสรรคในการทำความเข้าใจลิมิตน้อยกว่านักเรียนที่เรียนรู้ตามปกติ ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติ-วิสต์ควรนำมาใช้เมื่อต้องการออกแบบสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ในทางการศึกษาวิทยาศาสตร์มีงานวิจัยที่ยืนยันผลของการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมเรียนรู้ที่มีแนวคิดสอดคล้องกับโมเดลการปรับมโนทัศน์ ดังนี้

ยูซุนทียากิและจีบัน (Uzuntiryaki and Geban, 2005: 311 – 339) ทำการสำรวจผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ประกอบการสอนเขียนผังมโนทัศน์ ที่มีต่อความเข้าใจเชิงมโนทัศน์เรื่อง สารละลาย และเจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ประกอบการสอนเขียนผังมโนทัศน์มีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ดีกว่าและมีเจคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

คอสทูและคณะ (Coştu and others, 2007: 524 – 536) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์เรื่อง การต้ม ของนักศึกษาปีที่ 1 ภาควิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ประถมศึกษา โดยดำเนินการทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่อง การต้ม ของนักศึกษาแล้วนำมาออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดดังกล่าว ผลการวิจัยพบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีผลต่อความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักศึกษา โดยคะแนนทดสอบหลังเรียนของนักศึกษาเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

งานวิจัยในประเทศ

ไพจิตร สะดวกการ (2538) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ ซึ่งแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นแนวคิดพื้นฐานของการพัฒนาโมเดลการปรับมโนทัศน์โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 145 คน เป็นกลุ่มทดลอง 2 ห้องเรียนจำนวน 75 คนและกลุ่มควบคุม 2 ห้องเรียนจำนวน 70 คน กลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอน-สตรัคติวิสต์ กลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ ผลจากการศึกษาพบว่านักเรียนซึ่งมีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลางที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มี

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนระดับเดียวกันที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ ส่วนผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการทั้งสองไม่แตกต่างกัน และนักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอน-สตรัคติวิสต์มีความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ

จรรยา ภูอุดม (2544) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ โดยมีองค์ประกอบหลัก 7 องค์ประกอบคือ 1. สถานการณ์ปัญหาที่ครูเป็นผู้ออกแบบซึ่งเป็นสถานการณ์ที่มีการบูรณาการเนื้อหา มโนทัศน์ให้สอดคล้องกับความเป็นจริง ส่งเสริมการสำรวจและตัดสินใจ 2. ความรู้สึกอยากแก้ปัญหาซึ่งเป็นการสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนโดยใช้สถานการณ์ปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียนการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนและครู คำถามและการเปิดโอกาสให้นักเรียนคาดเดาผลลัพธ์ 3. ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ทั้งระหว่างครูกับนักเรียน และระหว่างนักเรียนกับนักเรียน เช่น การซักถามให้ตรวจสอบแนวคิด การร่วมกันสืบเสาะ การแลกเปลี่ยนข้อมูล 4. ประสบการณ์เดิมซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่นักเรียนมีและต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา รวมถึงความสามารถในการคิดแก้ปัญหา ความรู้สึกที่มีต่อปัญหา 5. กิจกรรมการแก้ปัญหา เป็นการให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาภายใต้เงื่อนไขที่ว่านักเรียนมีอิสระมีโอกาสตัดสินใจและเลือกใช้วิธีการของตนเอง 6. พัฒนาการทางปัญญาซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการทำกิจกรรม ประกอบด้วยพัฒนาการด้านทักษะการคิดเชิงเหตุผล ทักษะการรู้คิด ความเข้าใจมโนทัศน์ 7. เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยได้ศึกษาเปรียบเทียบพัฒนาการด้านทักษะการคิดเชิงเหตุผลและทักษะการรู้คิด ความเข้าใจมโนทัศน์และการนำความรู้ไปใช้ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่ารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านทักษะการคิดเชิงเหตุผลดีกว่า มีความเข้าใจมโนทัศน์สูงกว่าและสามารถนำความรู้ไปใช้ได้ดีกว่า มีความคงทนของความเข้าใจมากกว่า และมีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ นอกจากนั้นยังมีพัฒนาการด้านทักษะการรู้คิดเกี่ยวกับตนเองดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรชจร (2551) ได้นำกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ไปทดลองใช้ ซึ่งส่วนหนึ่งของกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวส่งเสริมให้นักเรียนฝึกเชื่อมโยงเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงโดยสนับสนุนให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์เป็นกลุ่มย่อย และเปิดโอกาสให้นักเรียนพูด เขียน และแลกเปลี่ยนแนวคิด สอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้

โมเดลการปรับมโนทัศน์ พบว่าด้านทักษะการเชื่อมโยงนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังทดลองมากกว่าก่อนทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

สำหรับในการศึกษาวิทยาศาสตร์ ทวีป บรรจงเปลี่ยน (2540) ได้ศึกษาความเข้าใจมโนทัศน์วิทยาศาสตร์เรื่อง โลกสีเขียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และเปรียบเทียบความเข้าใจมโนทัศน์วิทยาศาสตร์ เรื่อง โลกสีเขียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลวิธีการสอนเพื่อปรับมโนทัศน์ตามทฤษฎีของโพสเนอร์และคณะ (Posner and others) กับการสอนปกติ พบว่าหลังจากได้รับการสอนเพื่อปรับมโนทัศน์นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในจำนวนที่ลดลง และนักเรียนที่ได้รับการสอนเพื่อปรับมโนทัศน์ตามทฤษฎีของโพสเนอร์และคณะยังคงมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวนน้อยกว่านักเรียนในกลุ่มที่ได้รับการสอนปกติ นอกจากนี้นักเรียนที่ได้รับกลวิธีการสอนตามทฤษฎีของโพสเนอร์และคณะ และนักเรียนที่ได้รับการสอนปกติมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

วิลาวัลย์ ลาภบุญเรือง (2543) ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการสอนเพื่อปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาเคมีเรื่อง พันธะเคมี โดยใช้การสอนตามทฤษฎีของโพสเนอร์และคณะกับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 100 คน แล้วแบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 50 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 50 คน กลุ่มทดลองสอนโดยใช้แผนการสอนตามทฤษฎีของโพสเนอร์และคณะ กลุ่มควบคุมสอนโดยใช้แผนการสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีการปรับมโนทัศน์วิทยาศาสตร์มากกว่ากลุ่มควบคุมและคะแนนสอบหลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ แม้จะไม่พบว่าโมเดลการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของสตีแพนส์ส่งผลต่อการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยตรง แต่พบว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ซึ่งเป็นแนวคิดพื้นฐานของโมเดลการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของสตีแพนส์นั้นส่งผลต่อการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนลดลง นอกจากนี้ยังพบว่าแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ซึ่งเป็นแนวคิดพื้นฐานของโมเดลการปรับมโนทัศน์ส่งผลต่อการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ดังนั้นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังกล่าวข้างต้นจึงทำให้เชื่อได้ว่าโมเดลการปรับมโนทัศน์ส่งผลต่อการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เช่นกัน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. ออกแบบการวิจัย
3. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. ดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. วิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ เพื่อวิเคราะห์ประเด็นสำหรับงานวิจัย และศึกษาแนวทางดำเนินการวิจัยตามประเด็นดังกล่าวจากเอกสาร บทความ ตำรา พร้อมทั้งศึกษาแนวทางการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์

2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 รวมถึงศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน

3. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน จากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 หนังสือคู่มือครู และหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ตเกี่ยวกับวิธีวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการและวิธีสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทาง

คณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Study) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงแบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	ทดสอบก่อนทดลอง	การทดลอง	ทดสอบหลังทดลอง
E	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์	X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
C	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์	~X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนมาบอำมฤตวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2553 โรงเรียนมาบอำมฤตวิทยา มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 5 ห้องเรียน และมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ คือ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับสูง ปานกลาง และต่ำอยู่ในห้องเดียวกัน ผู้วิจัยจึงทำการสุ่มนักเรียนแบบเจาะจง (Purposive Sampling) จำนวน 2 ห้องเรียน ได้แก่ ม.2/4 จำนวน 30 คน และ ม.2/5 จำนวน 37 คน เพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน

ผู้วิจัยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอน ดังนี้

1. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงมาตรฐาน (S.D.)

2. นำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่า F พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ของม.2/4 และ ม.2/5 มีความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน แล้วนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้ง 2 ห้องมาทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test independent) พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ของ ม.2/4 และ ม.2/5 ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (รายละเอียดตามภาคผนวก ค หน้า 130) แสดงให้เห็นว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

3. ทำการจับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียนและกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม.2/4 เป็นกลุ่มควบคุม และนักเรียนห้อง ม.2/5 เป็นกลุ่มทดลอง ซึ่งดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังนี้

กลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์

กลุ่มควบคุม คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิด คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย
    1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์
    1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ
2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย
    2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    2.2 แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน จำนวน 18 คาบ

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

1.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ขั้นตอนของโมเดลการปรับมโนทัศน์ตามแนวคิดของสตีแพนส์ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome)
ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs)
ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs)
ขั้นที่ 4 ขั้นปรับมโนทัศน์ (Accommodate the Concept)
ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept)
ขั้นที่ 6 ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์ (Go Beyond)

1.1.2 ศึกษาหลักสูตรของโรงเรียนที่พัฒนาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

1.1.4 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองในหัวข้อเรื่อง เส้นขนาน

1.1.5 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน จำนวน 7 แผน 18 คาบโดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ย่อย กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป (ซึ่งในขั้นสอนแบ่งเป็น 6 ขั้น คือ ขั้นมอบหมายงาน ขั้นแสดงความเชื่อ ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ ขั้นปรับมโนทัศน์ ขั้นขยายมโนทัศน์ ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์) สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สำหรับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ในบางมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ย่อยหลายๆ มโนทัศน์ผู้วิจัยจะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 เพื่อให้นักเรียนได้มโนทัศน์ย่อยก่อนนำมโนทัศน์ที่ได้เหล่านั้นไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่นๆ และเชื่อมโยงสู่ชีวิตจริงหรือวิชาอื่นตามกิจกรรมในขั้นที่ 5 และดำเนินการกระตุ้นให้นักเรียนตอบคำถามที่นอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ตามกิจกรรมในขั้นที่ 6 ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต้องเน้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ เพื่อให้มโนทัศน์ที่ได้มีความชัดเจนยิ่งขึ้นและเน้นการคิดนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์เพื่อให้นักเรียนได้สานต่อความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของตนเอง ซึ่งต้องมีเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นที่ 5 และ 6 มากพอ ดังนั้นผู้วิจัยจึงกำหนดให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ย่อยอยู่ภายในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1 แผนซึ่งใช้เวลาจำนวน 1, 2, 3 หรือ 4 คาบ ตามความเหมาะสมรายละเอียดดังตารางแสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ในหน้า 57

1.1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 7 แผน 18 คาบให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีข้อแนะนำที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

1.1.6.1 ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์ เป็นขั้นที่นักเรียนมีโอกาสสร้างการเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ได้เรียนไปยังประสบการณ์และสถานการณ์ในชีวิตจริงของตนเองตลอดจนสร้างการเชื่อมโยงไปยังความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์การเรียนรู้ที่เคยมีมาก่อน ควรมีสื่อรูปภาพ หรือใบงานเพิ่มเติม ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงได้

1.1.6.2 ขั้นที่ 6 ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์ เป็นขั้นที่ให้เวลาสำหรับนักเรียนเพื่อกระทำนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ โดยการถามคำถามใหม่และกำหนดปัญหาใหม่ ควรเป็นคำถามที่ทำให้นักเรียนได้คิดนอกเหนือมโนทัศน์จริงๆ ควรเป็นคำถามที่นอกเหนือ

จากการให้นักเรียนพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียน และต้องเพิ่มประเด็นในการถามชี้นำเพื่อให้นักเรียนตอบคำถามหรือปัญหาใหม่นั้นได้

1.1.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.2.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน ที่พัฒนาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

1.2.3 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองในหัวข้อเรื่อง เส้นขนาน

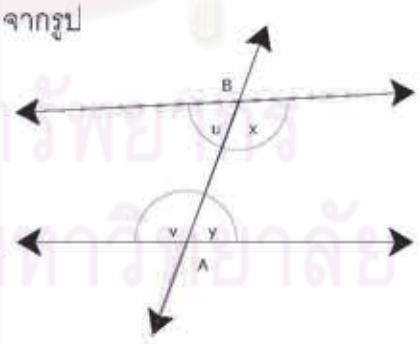
1.2.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน จำนวน 7 แผน 18 คาบโดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ย่อย กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.2.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 7 แผน 18 คาบให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีข้อแนะนำที่ต้องปรับปรุงแก้ไข เช่น ควรเพิ่มประเด็นในการถามชี้นำเพื่อให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับผลการสำรวจสถานการณ์ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์

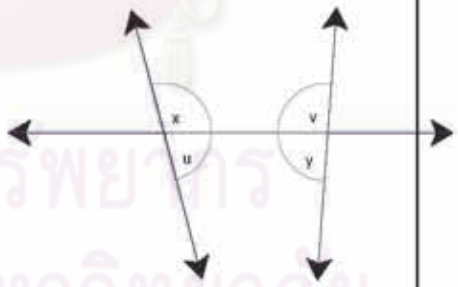
1.2.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม

สำหรับรายละเอียดสาระการเรียนรู้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 7 ฉบับแสดงได้ดังนี้

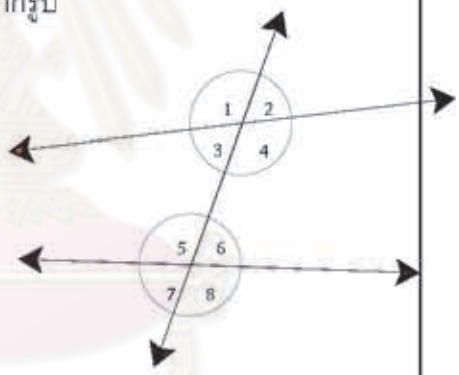
ตารางที่ 2 แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
1	บทนิยามของเส้นขนาน	- เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน	1
	ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะเท่ากันเสมอ - ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน - เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นเท่ากันเสมอ	
2	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	- ความหมายของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ดังนี้ จากรูป  $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่า เส้นตัด AB เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB	3

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
	เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา - ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน - เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา	
3	มุมแย้ง	- ความหมายของมุมแย้ง ดังนี้ จากรูป  เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่าเป็นมุมแย้ง และเรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่าเป็นมุมแย้ง	4

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
	เส้นขนานและมุมแย้ง	- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน - ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน - เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน	
4	มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	- ความหมายของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ดังนี้ จากรูป  เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{5}$, $\hat{2}$ และ $\hat{6}$, $\hat{7}$ และ $\hat{3}$, $\hat{8}$ และ $\hat{4}$ แต่ละคู่ว่าเป็น มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	4

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
	เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน - ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน - เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน	
5	มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	- ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา	1
6	มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม	- ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น	2
7	รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ	- ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	3

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (จัดการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	**กลุ่มควบคุม (จัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544)**
ขั้นนำ ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน หรือกล่าวถึงสถานการณ์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่จะเรียน	
ขั้นสอน ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียน โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้สร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเอง จากการปรับแนวคิดหรือมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่ไปสู่แนวคิดหรือมโนทัศน์ใหม่ โดยมีปัญหาหรือสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนพบว่าแนวคิดหรือมโนทัศน์เดิมที่ตนเองมีไม่สามารถแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ดังกล่าวได้ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์นักเรียนจะมีโอกาสได้ทำงานร่วมกับผู้อื่นตลอดกิจกรรม โดยมีครูเป็นผู้สร้างบรรยากาศของชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนสร้างความหมายของมโนทัศน์ตามแนวทางข้างต้น ซึ่งมี 6 ขั้นตอน ดังนี้	**ขั้นสอน** ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยคำนึงถึงนักเรียนเป็นสำคัญ ให้นักเรียนมีส่วนร่วมรู้ ร่วมคิด ร่วมกระทำ ครูทำหน้าที่ร่วมวางแผนในกิจกรรมที่เหมาะสม กระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ส่งเสริมความคิดและอำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้พัฒนาตนเองอย่างเต็มที่ ตามความต้องการตามความสนใจและเต็มตามศักยภาพของนักเรียน ดังนี้ - ครูให้นักเรียนสำรวจปัญหาที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ครูตั้งขึ้น และให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์จากผลการสำรวจปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ - ครูนำนักเรียนสรุปถึงมโนทัศน์จากผลสำรวจ พร้อมทั้งใช้การถาม – ตอบ ประกอบเพื่อให้นักเรียนได้มโนทัศน์ในแต่ละเรื่องที่เรียน - ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สอนและใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome) - ครูกำหนดคำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์หรือเรื่องที่จะเรียน ซึ่งเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดตระหนักถึงความคิดและความเชื่อเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น - นักเรียนแสดงความคิดและความเชื่อออกมาด้วยการเขียนข้อคาดการณ์พร้อมทั้งแสดงเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์ดังกล่าวจากประสบการณ์ของตนเองเป็นรายบุคคล - นักเรียนสามารถแสดงความคิดและความเชื่อของตนเองได้หลายแบบ เช่น การเขียน การวาดภาพหรือแผนผัง การอธิบายด้วยคำพูด **ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความเชื่อ** (Expose Beliefs) ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเปิดเผยความคิดเห็นของตนเอง โดยแบ่งปันและอภิปรายข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์จากขั้นที่ 1 แก่เพื่อนร่วมชั้น โดยเริ่มที่กลุ่มเล็กไปยังกลุ่มใหญ่ ดังนี้ - ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อยเพื่อแสดงและอภิปรายข้อคาดการณ์พร้อมเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์กับสมาชิกภายในกลุ่ม ครูสามารถแนะนำให้นักเรียนสร้างแผนผังของข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์ของกลุ่ม	- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพื่อฝึกการนำมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียนไปใช้ พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือที่จำเป็น จากนั้นสุ่มนักเรียนบางคนนำเสนอผลการทำงานแก่เพื่อนร่วมชั้น โดยครูและเพื่อนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง - ครูให้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียน โดยใช้การถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์นั้นๆ - ครูให้เวลานักเรียนคิดแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ด้วยตนเอง ถ้านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ครูต้องใช้การถามนำเพื่อกระตุ้นความคิดให้นักเรียน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนบางคนออกมานำเสนอวิธีแก้ปัญหาแก่เพื่อนร่วมชั้น โดยครูและเพื่อนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูจะต้องช่วยเพิ่มเติมข้อมูลหากนักเรียนนำเสนอการหาคำตอบหรือการแก้ปัญหาไม่ชัดเจน - ครูให้นักเรียนที่มีวิธีหาคำตอบหรือแก้ปัญหาแตกต่างจากนักเรียนที่ออกมานำเสนอ ออกมาแสดงวิธีแก้ปัญหาของตนเอง - ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์เพิ่มเติมหรือให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียนเพิ่มเติม - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

- ครูให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์ที่ได้จากการอภิปรายภายในกลุ่มย่อย โดยครูจะไม่แสดงความคิดเห็นหรือให้ผลตอบกลับทั้งในทางบวกและลบ - ในขั้นนี้จะได้ข้อคาดการณ์จำนวนมาก ครูและนักเรียนต้องช่วยกันจำแนกข้อคาดการณ์ดังกล่าวเพื่อนำไปทดสอบในขั้นที่ 3 **ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs)** ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนทดสอบข้อคาดการณ์ที่ได้จากขั้นที่ 2 ดังนี้ - ครูและนักเรียนร่วมกันออกแบบการทดสอบข้อคาดการณ์ เช่น การสำรวจ การทดลอง การสังเกต การรวบรวมข้อมูล การปรึกษาครู การใช้อินเตอร์เน็ต การใช้หนังสือหรือแหล่งข้อมูลสิ่งพิมพ์อื่นๆ การฟังบรรยาย เป็นต้น - นักเรียนดำเนินการทดสอบข้อคาดการณ์ตามวิธีการที่ออกแบบ และอภิปรายผลของการทดสอบภายในกลุ่มย่อยหรือทั้งชั้นก็ได้ - ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการทดสอบข้อคาดการณ์ ผลจากการทดสอบและอภิปรายจะนำไปใช้ในการสร้างความหมายของมโนทัศน์ในขั้นที่ 4	

ขั้นที่ 4 ขั้นปรับมโนทัศน์ (Accommodate the Concept) ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนแก้ไขหรือปรับข้อคาดการณ์ของตนเองเพื่อสร้างเป็นความหมายของมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียน (ซึ่งเป็นการตอบคำถามหรือสถานการณ์ในขั้นที่ 1) แล้วแบ่งปันผลลัพธ์ที่ได้กับเพื่อนร่วมชั้นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล ดังนี้ - ครูให้นักเรียนสร้างความหมายของมโนทัศน์หรือสิ่งที่เรียนจากการสังเกตและการอภิปรายผลของการทดสอบข้อคาดการณ์เป็นหลัก อาจจะดำเนินการเป็นกลุ่มย่อยหรือทั้งชั้นก็ได้ - ครูสุ่มให้นักเรียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์และเหตุผลในการสรุปความหมายดังกล่าว โดยครูบันทึกการอธิบายของนักเรียนแต่ละคนบนกระดาน - ครูอาจจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ให้มากยิ่งขึ้น เช่น การถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์มโนทัศน์ที่ได้ **ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์** (Extend the Concept) ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่ 4 มีความชัดเจนขึ้น ดังนี้ - ครูกำหนดคำถามหรือสถานการณ์ใหม่ ให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้กับสถานการณ์ดังกล่าว - ครูให้นักเรียนเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ได้ไปสู่เนื้อหาวิชาอื่นๆ หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- นอกจากนี้ครูสามารถให้นักเรียนแบ่งปันประสบการณ์ในการได้ความหมายของมโนทัศน์ ระบุหรืออธิบายข้อบกพร่องของวิธีการดังกล่าวแก่ชั้นเรียน **ขั้นที่ 6 ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์**(Go Beyond) ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เวลานักเรียนในการกระทำนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียน ดังนี้ - ครูอาจตั้งคำถามหรือสถานการณ์ใหม่นอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ที่ได้ ให้นักเรียนติดตามดำเนินการตอบคำถาม ซึ่งคำถามใหม่นี้อาจจะแสดงความไม่แน่ใจหรือความสับสนในมโนทัศน์ใหม่ที่ได้เรียน - หรือ เป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับเหตุผลของมโนทัศน์ที่ได้เรียน เช่น ครูให้นักเรียนเขียนพิสูจน์ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ - หรือ เป็นคำถามที่ช่วยให้นักเรียนสานต่อความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของตนเอง เช่น คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับการนำมโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้ให้มากยิ่งขึ้นกว่าขั้นขยายมโนทัศน์ - หรือ คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับงานในชั้นเรียนว่าสัมพันธ์กับทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์อย่างไร เช่น การให้นักเรียนสร้างการทดลองเพื่อทดสอบทฤษฎี การตั้งคำถามให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับการทดสอบทฤษฎีหรือความเข้าใจใหม่ๆ	
ขั้นสรุป สรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรม เช่น ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปหรือทบทวนสิ่งที่ได้เรียนในคาบ	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. **เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล**

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 **แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มี 2 ชุด คือ

- ชุดที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความรู้ เรื่อง เส้นขนาน รูปสามเหลี่ยม และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ใช้วัดความรู้ของนักเรียนก่อนทดลอง และนำคะแนนที่ได้ไปปรับแต่งความแตกต่างของความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เมื่อทำการวิเคราะห์ผลหลังทดลอง ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีความรู้พื้นฐานแตกต่างกัน

- ชุดที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และ เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนหลังทดลอง

ซึ่งแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกจำนวน 30 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1.2 ศึกษาเนื้อหาที่จะนำมาใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้งชุดที่ 1 และ ชุดที่ 2 ดังกล่าวข้างต้น จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

2.1.3 สร้างตารางกำหนดโครงสร้างของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้งชุดที่ 1 และชุดที่ 2

2.1.4 สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

2.1.5 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไขดังนี้

2.1.5.1 ควรปรับปรุงภาษาของคำถามและตัวเลือกในบางข้อ เพราะอ่านแล้วเข้าใจยาก อาจทำให้นักเรียนทำผิดเพราะไม่เข้าใจภาษามากกว่าที่จะผิดเพราะไม่มีมโนทัศน์ เช่น ข้อที่ 2 ของแบบวัดมโนทัศน์ชุดที่ 1 ดังนี้

2. ประโยคใดกล่าวไม่ถูกต้องเกี่ยวกับเส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน

ก. ถ้าเส้นคู่ดังกล่าวขนานกัน แล้วเส้นคู่นั้นไม่ตัดกัน

ข. **ถ้าเส้นคู่ดังกล่าวยาวเท่ากัน แล้วไม่สามารถสรุปได้ว่าเส้นคู่นั้นขนานกัน**

ค. **จะสรุปได้ว่าเส้นคู่ดังกล่าวไม่ขนานกันถ้าระยะห่างระหว่างเส้นคู่นั้นน้อยหรือมากเกินไป**

ง. เส้นคู่ดังกล่าวจะขนานกัน ถ้าเส้นคู่นั้นมีระยะห่างเท่ากันเสมอ

ข้อ ข. และข้อ ค. อ่านแล้วเข้าใจยาก แก้ไขให้เข้าใจง่ายขึ้น เป็นดังนี้

↓

ข. **ถ้าเส้นตรงคู่ดังกล่าวยาวเท่ากัน แล้วสรุปไม่ได้ว่าเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน**

ค. **ถ้าระยะห่างระหว่างเส้นตรงน้อยเกินไปแล้วเส้นตรงคู่ดังกล่าวจะไม่ขนานกัน**

2.1.5.2 ควรปรับปรุงคำถามให้สมบูรณ์ เช่น ข้อที่ 7 ของแบบวัดมโนทัศน์ชุดที่ 2 ดังนี้

7. เมื่อ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ อยู่บนระนาบเดียวกัน E, G และ I เป็นจุดใดๆ ที่แตกต่างกันบน $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overline{EF} < \overline{GH} < \overline{IJ}$ ข้อสรุปใดถูกต้อง

โจทย์ไม่ได้กล่าวถึง จุด F, H และ J แก้ไขให้สมบูรณ์ เป็นดังนี้

↓

7. เมื่อ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ อยู่บนระนาบเดียวกัน E, G และ I เป็นจุดใดๆ ที่แตกต่างกันบน $\overleftrightarrow{AB}$ และ **F, H และ J เป็นจุดใดๆ ที่แตกต่างกันบน** $\overleftrightarrow{CD}$ ถ้า EF < GH < IJ ดังรูป แล้วข้อใดถูกต้อง

2.1.5.3 ควรปรับปรุงตัวเลือก ไม่ควรมีตัวเลือก "ถูกทุกข้อ" และ "ไม่มีข้อถูก" มากเกินไป

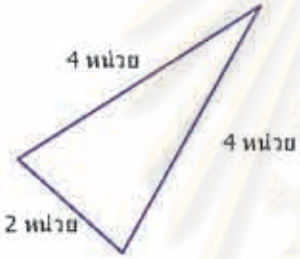
2.1.5.4 ควรปรับปรุงตัวเลือกในบางข้อให้สอดคล้องกับคำถาม

2.1.5.5 ข้อสอบบางข้อง่ายเกินไปอาจจะทำให้ไม่มีอำนาจจำแนก เช่น ข้อ 17 ของแบบวัดมโนทัศน์ชุดที่ 1

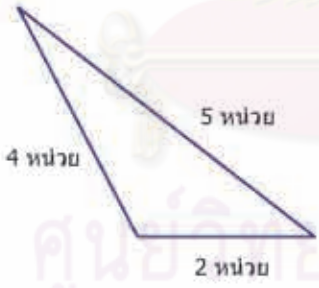
17. รูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

ก.

ข.



ค.



ง. ถูกทั้งข้อ ก. และข้อ ค.

ตัวเลือกสื่อถึงสามเหลี่ยมด้านไม่เท่ามากเกินไป จึงแก้ไขเป็นดังนี้

↓

17. รูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

ก. รูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้าน 3 ด้าน ยาว 3 ซม. 4 ซม. และ 5 ซม. ตามลำดับ

ข. รูป DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านไม่เท่ากัน 2 ด้าน

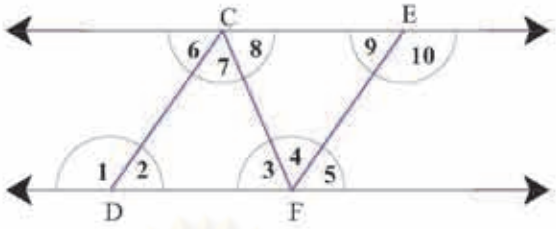
ค. รูป MON เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากัน 3 ด้าน

ง. รูป RST เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 1 ซม. 2 ซม. และ 1 ซม. ตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.1.5.6 คำถามและตัวเลือกในบางข้อผิด เช่น ข้อที่ 4 ของแบบวัดมโนทัศน์ชุดที่ 1

4. จากรูปมุมคู่ใดเป็นมุมแย้ง



ก. $\hat{1}$ และ $\hat{7}$

ข. $\hat{4}$ และ $\hat{10}$

ค. $\hat{4}$ และ $\hat{7}$

ง. ไม่มีข้อถูก

ตัวเลือกข้อ ก. ข. และ ค. ถูกทุกข้อ จึงแก้ไขเป็นดังนี้

↓

ก. $\hat{1}$ และ $\hat{8}$

ข. $\hat{4}$ และ $\hat{6}$

ค. $\hat{4}$ และ $\hat{7}$

ง. $\hat{3}$ และ $\hat{10}$

2.1.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้โดย

- ทดลองใช้ชุดที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรียาภัย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) จำนวน 43 คน

- ทดลองใช้ชุดที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรียาภัย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) จำนวน 43 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ ตามข้อ 2.1.4 แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยงของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder-Richardson-20: KR-20) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

- ชุดที่ 1

ค่าความเที่ยง	0.78
ค่าความยากง่าย (p)	0.23 – 1.00
ค่าอำนาจจำแนก (r)	- 0.30 – 0.58

- ชุดที่ 2

ค่าความเที่ยง 0.63

ค่าความยากง่าย (p) 0.21 – 1.00

ค่าอำนาจจำแนก (r) -0.18 – 0.56

2.1.7 เลือกข้อสอบที่มีค่าความเที่ยง ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่กำหนด และครอบคลุมตามโครงสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดละ 30 ข้อ แล้วนำข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายต่ำกว่า 0.2 หรือสูงกว่า 0.8 และข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่า 0.2 ที่เลือกไว้มาปรับปรุงแก้ไข

2.1.8 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วทั้ง 2 ชุด ไปทดลองใช้โดย

- ทดลองใช้ชุดที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรียาภัย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) จำนวน 40 คน

- ทดลองใช้ชุดที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรียาภัย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) จำนวน 42 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนเพื่อวิเคราะห์ข้อมูลหาความเที่ยง ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

- ชุดที่ 1

ค่าความเที่ยง 0.81

ค่าความยากง่าย (p) 0.20 – 0.88

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.20 – 0.74

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 140)

- ชุดที่ 2

ค่าความเที่ยง 0.82

ค่าความยากง่าย (p) 0.24 – 0.76

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.18 – 0.73

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 148)

เมื่อพิจารณาค่าความยากง่ายของแบบวัดมโนทัศน์ชุดที่ 1 พบว่ามีข้อสอบจำนวน 3 ข้อที่ค่าความยากง่ายสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้เล็กน้อยแต่เมื่อพิจารณาค่าอำนาจจำแนกของแต่ละข้อพบว่าสอดคล้องกับเกณฑ์ที่กำหนด และเมื่อพิจารณาค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ชุดที่ 2 พบว่ามีข้อสอบจำนวน 1 ข้อที่ค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้เล็กน้อย แต่เมื่อพิจารณาค่าความยากง่ายของข้อสอบข้อดังกล่าวพบว่ามีค่าเท่ากับ 0.76 ซึ่งสอดคล้องกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผู้วิจัยจึงเห็นควรว่าข้อสอบดังกล่าวข้างต้นน่าจะนำไปใช้ได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.1.9 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

2.2 แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มี 2 ชุด คือ

- ชุดที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนทดลอง และนำคะแนนที่ได้ไปปรับแต่งความแตกต่างของความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เมื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลหลังทดลอง ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีความรู้พื้นฐานแตกต่างกัน โดยเลือกเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานมาใช้ในการสร้างแบบวัด
- ชุดที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังทดลอง โดยเลือกเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน และ เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม มาใช้ในการสร้างแบบวัด

ซึ่งแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.2.1 ศึกษา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัด

2.2.2 ศึกษาเนื้อหาที่จะนำมาใช้สร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งชุดที่ 1 และ 2 ดังกล่าวข้างต้น จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

2.2.3 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งสรุปได้ว่าความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยความสามารถของนักเรียน 3 ด้าน คือ

2.2.3.1 **การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนพบ** เป็นองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถมองปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่พบในภาพรวมแล้ววิเคราะห์ว่ามีความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดโดยสามารถระบุรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็น ทฤษฎี กฎ นิยาม สูตร แบบรูป หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ และสามารถนำไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ นอกเหนือจากที่ปัญหากำหนดไว้ได้

โดยสามารถประเมินได้จากการตอบคำถามใน 2 ประเด็น ดังต่อไปนี้

ก. **ให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา** เพื่อให้นักเรียนแสดงว่าสามารถมองปัญหาที่กำหนดให้โดยภาพรวม แล้ววิเคราะห์ว่ามีเนื้อหาคณิตศาสตร์หรือเนื้อหาอื่นๆ ใดบ้างที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

ข. **ให้นักเรียนระบุ ทฤษฎี กฎ หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา** เพื่อให้นักเรียนแสดงว่าสามารถระบุรายละเอียดของ ทฤษฎี กฎ หรือนิยามของเนื้อหาคณิตศาสตร์หรือเนื้อหาอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

2.2.3.2 **การอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาที่นักเรียนพบ** เป็นองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถสร้างแนวคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาที่พบจากการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นพื้นฐานแนวคิดของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ได้

โดยสามารถประเมินได้จากการตอบคำถามในประเด็น ดังนี้

ค. **ให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา** เพื่อให้นักเรียนแสดงว่าสามารถสร้างแนวคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาที่พบ จากการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

2.2.3.3 **การระบุตัวอย่างหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือวิชาอื่น ๆ ที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนพบ** เป็นองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมองเห็นว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์มีอยู่ในชีวิตประจำวัน และสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ากับชีวิตประจำวันได้

โดยสามารถประเมินได้จากการตอบคำถามในประเด็น ดังนี้

ง. **ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาในชีวิตจริง จากความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในข้อ ก.** เพื่อให้นักเรียนแสดงว่าสามารถขยายแนวคิด หรือหลักการของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์ปัญหาอื่นๆ ในชีวิตประจำวัน

ดังนั้นแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด ประกอบด้วยคำถามในประเด็น ดังต่อไปนี้

ก. ให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

ข. ให้นักเรียนระบุ ทฤษฎี กฎ หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

ค. ให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา

ง. ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาในชีวิตจริง จากความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในข้อ ก.

2.2.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ โดยในแบบทดสอบได้ให้โจทย์ปัญหาสถานการณ์แล้วให้นักเรียนเขียนตอบ

2.2.5 สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด ตามกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังข้อ 2.2.3 การให้คะแนนในแต่ละข้อคะแนนเต็ม 12 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ก. การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

- ระบุความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องครบถ้วน คะแนน 3
- ระบุความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน คะแนน 2
- ระบุความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้แต่ยังไม่ถูกต้องหรือไม่ครบถ้วน คะแนน 1
- ไม่ระบุความรู้ใดเลย คะแนน 0

ข. การระบุทฤษฎี กฎ สูตร หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

- ระบุทฤษฎี กฎ สูตร หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องครบถ้วน คะแนน 3
- ระบุทฤษฎี กฎ สูตร หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน คะแนน 2
- ระบุทฤษฎี กฎ สูตร หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้แต่ยังไม่ถูกต้อง หรือไม่ครบถ้วน คะแนน 1
- ไม่ระบุทฤษฎี กฎ สูตร หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา คะแนน 0

ค. การเขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา

- เขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน คะแนน 3
- เขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่ยังไม่ชัดเจน คะแนน 2
- เขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน คะแนน 1
- ไม่เขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา คะแนน 0

ง. การสร้างโจทย์ปัญหาในชีวิตจริง จากความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในข้อ ก.

- สร้างโจทย์ปัญหาที่ถูกต้องสมบูรณ์ สอดคล้องกับชีวิตจริงและมีแนวทางหาคำตอบ คะแนน 3
- สร้างโจทย์ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ สอดคล้องกับชีวิตจริงแต่ไม่มีแนวทางหาคำตอบ คะแนน 2
- สร้างโจทย์ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ ไม่สอดคล้องกับชีวิตจริงและไม่มีแนวทางหาคำตอบ คะแนน 1
- ไม่สร้างโจทย์ปัญหาใดเลย คะแนน 0

2.2.6 นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด ที่สร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไขดังนี้

2.2.6.1 ควรปรับปรุงภาษาในโจทย์บางข้อ เช่น ข้อ 7 ของชุดที่ 2

2.2.6.2 ควรระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ลงในภาพประกอบเพราะอาจจะทำให้นักเรียนมองภาพผิด

2.2.6.3 ควรแก้ไขการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น ข้อ 2 ของชุดที่ 2 เกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์แสดงการเท่ากันของส่วนของเส้นตรง

จาก "$\overline{CB} = \overline{DF}$" แก้ไขให้ถูกต้องเป็นดังนี้ ⟶ "CB = EF"

2.2.6.4 ควรปรับปรุงภาพประกอบให้สอดคล้องกับโจทย์ เช่น ข้อ 3 ของชุดที่ 2

2.2.6.5 ควรปรับปรุงโจทย์ให้สอดคล้องกับความเป็นจริง เช่น ข้อ 7 ของชุดที่ 2 จากประโยคที่กล่าวว่า

"หัวสะพานสูง 5 เมตร" ซึ่งเกินความเป็นจริงจึงแก้ไขเป็นดังนี้ ⟶ "หัวสะพานสูง 3 เมตร"

2.2.7 นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว จากข้อ 2.2.6 ไปทดลองใช้โดย

- ทดลองใช้ชุดที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรียาภัย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) จำนวน 43 คน
- ทดลองใช้ชุดที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรียาภัย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) จำนวน 43 คน

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ตามข้อ 2.2.5

2.2.8 นำคะแนนที่ได้จากข้อ 2.2.7 มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบราช (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

- ชุดที่ 1

ค่าความเที่ยง 0.61

ค่าความยากง่าย (p) 0.34 – 0.68

ค่าอำนาจจำแนก (r) -0.05 – 0.67

- ชุดที่ 2

ค่าความเที่ยง 0.92

ค่าความยากง่าย (p) 0.34 – 0.57

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.29 – 0.65

2.2.9 เลือกข้อสอบที่มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกตามเกณฑ์ข้อ 2.2.8 จำนวน 5 ข้อมาสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด ซึ่งมีค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

- ชุดที่ 1

ค่าความเที่ยง 0.61

ค่าความยากง่าย (p) 0.35 – 0.68

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.25 – 0.67

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 153)

- ชุดที่ 2

ค่าความเที่ยง 0.92

ค่าความยากง่าย (p) 0.34 – 0.57

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.29 – 0.65

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 157)

2.2.10 นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. **ขั้นเตรียมการ**

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์สำหรับกลุ่มทดลองและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงโรงเรียนมาบอำมฤตวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. **ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล**

2.1 จัดกลุ่มตัวอย่างตามวิธีการที่กล่าวถึงในการกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

2.2 ทดสอบก่อนทดลองโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น พบว่ากลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ง หน้า 132)

2.3 ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยสอนในชั่วโมงเรียนปกติตามตารางสอนของโรงเรียนและสอนในชั่วโมงอื่นๆ นอกตารางสอนของโรงเรียน ใช้เวลารวม 18 คาบ (คาบละ 55 นาที) รวมระยะเวลาในการสอน 4 สัปดาห์ ตั้งแต่วันที่ 31 มกราคม 2554 จนถึง 25 กุมภาพันธ์ 2554 ในระหว่างสอนผู้วิจัยทำการเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์ดูพัฒนาการในการเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียน

2.4 เมื่อดำเนินการสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 7 แผนแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังทดลอง โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.5 นำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งชุดที่ 1 และ ชุดที่ 2 มาตรวจให้คะแนนและวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS) โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. วิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้คะแนนสอบหลังทดลองจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) และวิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้คะแนนสอบหลังทดลองจากแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยวิเคราะห์คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังทดลอง (ชุดที่ 2) ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยใช้คะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลอง (ชุดที่ 1) เป็นตัวแปรร่วมซึ่งนำไปปรับแต่งความแตกต่างของความรู้พื้นฐานที่แตกต่างกันของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

3. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยวิเคราะห์คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังทดลอง (ชุดที่ 2) ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยใช้คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลอง (ชุดที่ 1) เป็นตัวแปรร่วมซึ่งนำไปปรับแต่งความแตกต่างของความรู้พื้นฐานที่แตกต่างกันของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองระหว่างก่อนทดลองและหลังทดลอง โดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองและหลังทดลองมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test dependent)

5. วิเคราะห์ข้อมูลภูมิหลังของนักเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.1 การวิเคราะห์ข้อสอบปรนัยหาค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์แบบทดสอบ (Test Analysis Program: TAP Version 6.63) ที่พัฒนาขึ้นโดย Brooks (2003) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก http://watpon.com [2010.Sep29]

1.2 การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยหาค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย (B – Index and Non 0 – 1 method Item Analysis Program) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก http://61.7.241.228/anal/ [2010.Dec 21]

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูล โดย

2.1 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)

2.2 การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2.3 การหาความแปรปรวน

2.4 การวิเคราะห์ค่าที ทั้งการใช้ t-test independent และ t-test dependent

2.5 การวิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test)

2.6 เทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)

คำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ระหว่างก่อนทดลองกับหลังทดลอง

1.3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของนักเรียน

2.1 ภูมิหลังของนักเรียน

2.2 ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

2.3 ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตารางที่ 4 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเอฟ ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	n	คะแนนสอบหลังทดลอง		คะแนนสอบหลังทดลองที่ปรับแล้ว		F
		$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	
แบบปกติ	30	14.70	4.647	15.327	0.768	0.002
โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์	37	16.73	5.848	15.738	0.659	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 4 แสดงให้เห็นว่าคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองที่ปรับค่าแล้วของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ระหว่างก่อนทดลองกับหลังทดลอง

ตารางที่ 5 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าที ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ระหว่างก่อนทดลองกับหลังทดลอง (คะแนนเต็ม 60 คะแนน)

กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์	n	$\bar{X}$	S.D.	t
ก่อนทดลอง	37	20.05	12.454	5.089*
หลังทดลอง	37	27.00	10.446	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 5 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตารางที่ 6 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเอฟ ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ (คะแนนเต็ม 60 คะแนน)

กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	n	คะแนนสอบหลังทดลอง		คะแนนสอบหลังทดลองที่ปรับแล้ว		F
		$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	
แบบปกติ	30	22.37	6.184	24.904	1.223	0.001
โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์	37	27.00	10.446	24.943	1.093	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 6 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองที่ปรับค่าแล้วของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของนักเรียน

2.1 ภูมิหลังของนักเรียน

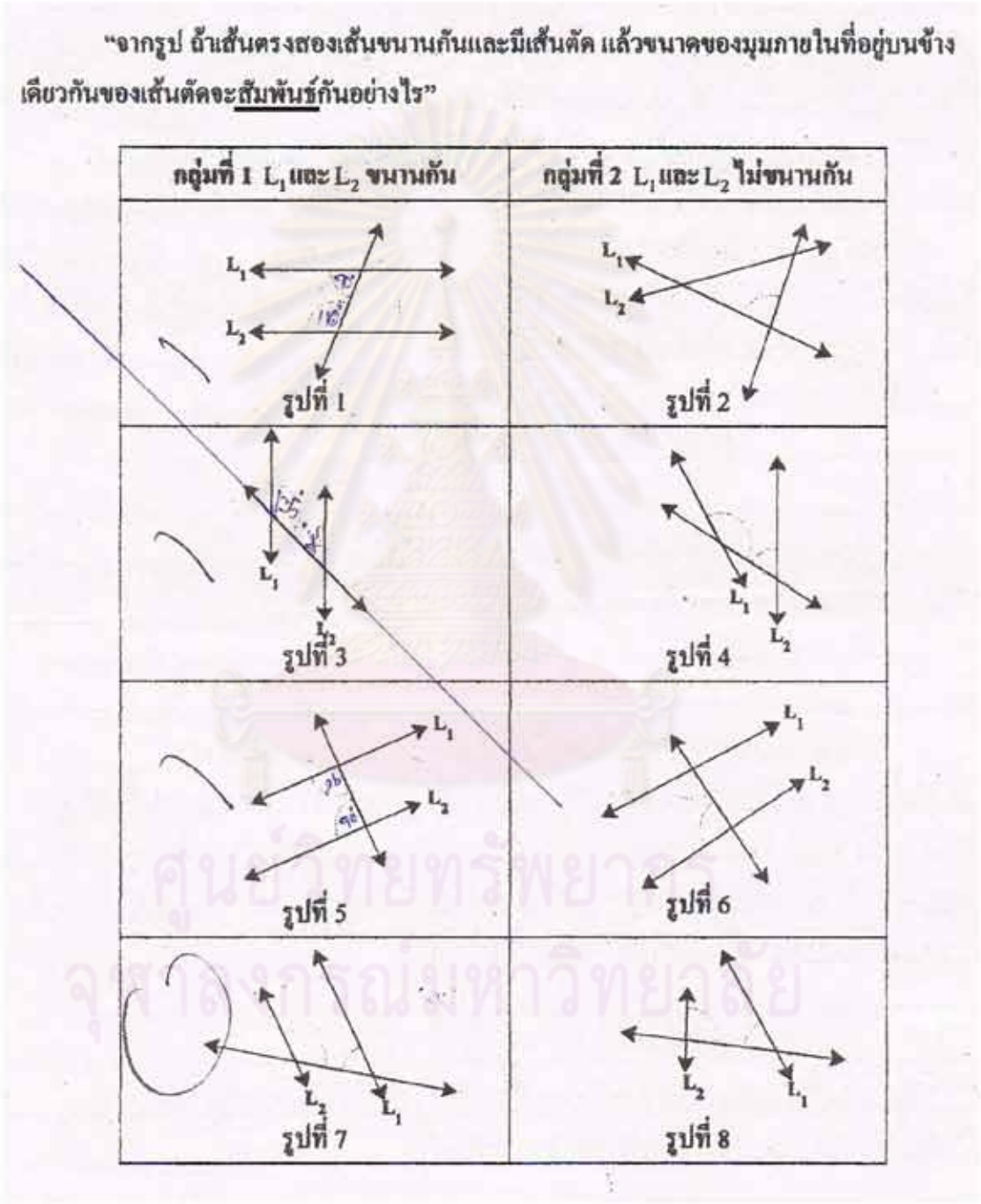
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณในตอนที่ 1 นั้นได้จากกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนมาบ-อำมฤตวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) โรงเรียนมาบ-อำมฤตวิทยาเป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาระดับตำบล นักเรียนกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่อาศัยอยู่ในชุมชนใกล้โรงเรียนและชุมชนจากตำบลใกล้เคียง ผู้ปกครองมีอาชีพรับจ้างคิดเป็น 45% ทำสวนคิดเป็น 42% ค้าขายคิดเป็น 10% และทำประมงคิดเป็น 3% จากการสังเกตลักษณะทั่วไปของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนเรื่องเส้นขนาน และขาดความสามารถพื้นฐานที่จำเป็น เช่น การสื่อสาร การพิสูจน์ การคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา

2.2 ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับนักเรียนกลุ่มทดลองพบข้อสังเกตในขณะทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอนดังนี้

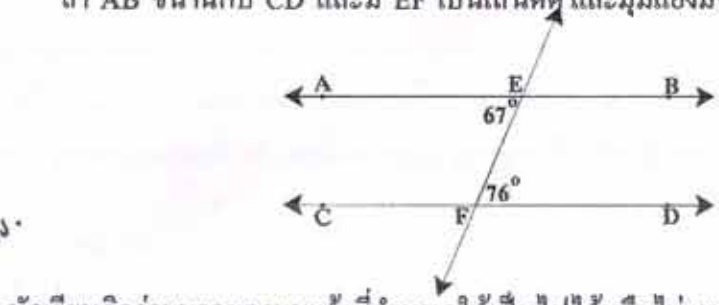
ขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome) เป็นขั้นที่ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์เพื่อให้นักเรียนคาดการณ์คำตอบด้วยตนเองตามความรู้เดิมที่มีพร้อมทั้งบอกเหตุผลในการตอบ นักเรียนจะมีโอกาสระลึกถึงความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่เรียน แต่ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 นั้นผู้วิจัยพบว่านักเรียนไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ผู้วิจัยกำหนดซึ่งอาจจะเป็นสาเหตุทำให้เกิดความสับสนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะได้เรียนในขั้นต่อๆ ไป โดยสถานการณ์ปัญหาเป็นการสำรวจลักษณะที่เป็นตัวอย่างและลักษณะที่ไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์แล้วนำมาสรุปเป็นลักษณะของมโนทัศน์ เช่น สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวมโนทัศน์เรื่องเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดดังภาพที่1 พบว่าผู้วิจัยต้องอธิบายสถานการณ์ปัญหาเพิ่มเติมพร้อมทั้งยกตัวอย่างการตอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น และต้องใช้การถามนำเพื่อให้นักเรียนมีแนวทางในการเขียนอธิบายเหตุผลของคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่เกิดความสงสัยว่าผู้วิจัยต้องการให้ตอบลักษณะใดซึ่งสังเกตได้ว่ามีนักเรียนบางส่วนที่ยังมีความรู้พื้นฐานในการตอบแต่ไม่เข้าใจคำถาม นอกจากนี้พบว่าภาษาที่ผู้วิจัยใช้ในสถานการณ์ปัญหา เช่น คำว่า "สัมพันธ์" ซึ่งเป็นคำที่นักเรียนไม่คุ้นเคยเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหา ดังนั้นในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 – 7 ผู้วิจัยจึงเปลี่ยนลักษณะของสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์จากการแสดง

ลักษณะที่เป็นตัวอย่างและลักษณะที่ไม่เป็นตัวอย่าง เป็นการแสดงการนำมโนทัศน์ไปใช้อย่างไม่ถูกต้องดังภาพที่2 เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์เปิดโอกาสให้ครูสามารถกำหนดสถานการณ์ปัญหาในขั้นที่ 1ได้หลายแนวทาง จากนั้นผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาและมีแนวทางในการตอบมากขึ้นโดยไม่ต้องอธิบายเพิ่มเติม



ภาพที่1 แสดงสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดในขั้นที่ 1 เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$ และมี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด และมุมแย้งมีขนาดดังรูป



1. นักเรียนคิดว่าขนาดของมุมแย้งที่กำหนดให้เป็นไปได้หรือไม่ เพราะอะไร

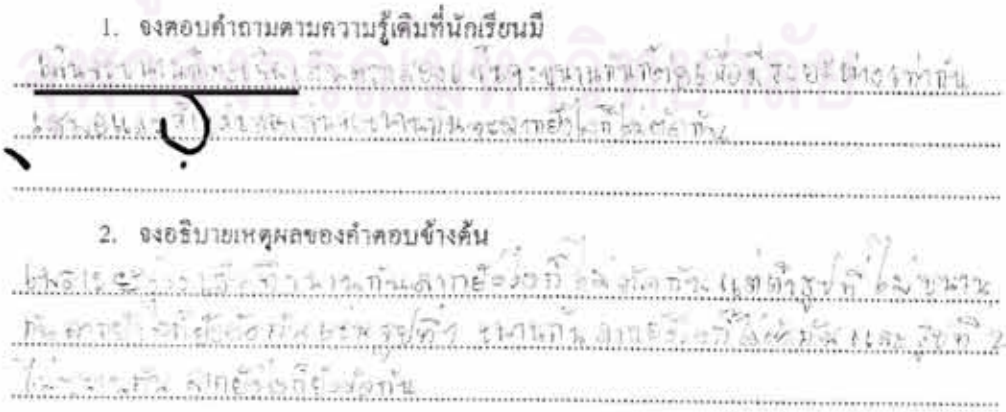
เป็นไปได้ เพราะ ถ้าวัดเป็นมุมแย้งจะรวมกันได้ 180°

เป็นไปได้ เพราะ ถ้าจะมุมแย้งจะต้องมีขนาดเท่ากัน

ภาพที่2 แสดงสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดในขั้นที่ 1 เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องเส้นขนานและมุมแย้งในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

ในขั้นนี้ผู้วิจัยได้ข้อสังเกตว่าสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นควรกำหนดให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียน เช่น ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับนักเรียนในระดับชั้นที่สอน ลักษณะของสถานการณ์ปัญหาไม่ควรยากเกินไปเพราะแทนที่นักเรียนจะตอบสถานการณ์ปัญหาไม่ได้เนื่องจากไม่มีความรู้พื้นฐาน อาจกลายเป็นว่านักเรียนตอบสถานการณ์ปัญหาไม่ได้เพราะไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหาดังกล่าว ซึ่งทำให้สิ่งที่นักเรียนจะได้รับจากกิจกรรมในขั้นนี้ไม่บรรลุผลสำเร็จเท่าที่ควร

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาการให้เหตุผลในการตอบของนักเรียนเห็นได้ชัดว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความสามารถในการสื่อสารผ่านการเขียนตัวอย่างเช่นภาพที่3


1. จงตอบคำถามตามความรู้เดิมที่นักเรียนมี

2. จงอธิบายเหตุผลของคำตอบข้างต้น

ภาพที่3 แสดงการเขียนตอบสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับบทนิยามของเส้นขนาน

จากภาพที่3 พบว่าใจความสำคัญในการตอบสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน คือ เส้นตรงสองเส้นจะขนานกันเมื่อเส้นตรงทั้งสองเส้นมีระยะห่างเท่ากันเสมอและไม่ตัดกัน แต่นักเรียนยังอธิบายซ้ำไปซ้ำมา เช่น นักเรียนเขียนคำว่า "เส้นจะขนานกันก็ต่อเมื่อ" ซ้ำกันสองครั้ง นอกจากนี้พบว่านักเรียนใช้ภาษาพูดในการเขียนอธิบายซึ่งแนวคิดที่นักเรียนอธิบายด้วยภาษาพูดดังกล่าวนั้นถูกต้อง ผู้วิจัยจึงได้ข้อสังเกตว่านักเรียนถนัดใช้ภาษาพูดมากกว่าภาษาเขียนที่เป็นทางการและถูกต้องตามหลักการเขียนทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการกำหนดสถานการณ์ปัญหาควรใช้ภาษาพูดหรือภาษาที่นักเรียนถนัดและเข้าใจได้ สอดคล้องกับที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าภาษาที่ใช้ในการกำหนดสถานการณ์ปัญหาควรเหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน ผู้วิจัยพบอีกว่าเมื่อให้นักเรียนอธิบายคำตอบและเหตุผลในการตอบสถานการณ์ปัญหาด้วยคำพูด นักเรียนให้เหตุผลได้ดีกว่าแต่ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นนี้ความสามารถในการสื่อสารผ่านการเขียนของนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ดีขึ้นตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในทุกๆ มโนทัศน์ ผู้วิจัยยังคงต้องมีการถามนำเพื่อให้นักเรียนมีแนวทางในการเขียนอธิบายเหตุผลของการตอบ

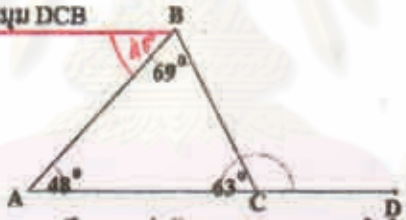
ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องแสดงคำตอบของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นเริ่มจากกลุ่มเล็กไปยังกลุ่มใหญ่ ผู้วิจัยพบว่าเมื่อนักเรียนแสดงคำตอบในกลุ่มเล็กนักเรียนเพียงแค่เปรียบเทียบคำตอบกับสมาชิกในกลุ่มว่าเหมือนหรือแตกต่างกันหรือไม่ แต่ไม่ได้พิจารณาว่าคำตอบเหล่านั้นเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และไม่ได้ตัดสินว่าคำตอบใดที่ควรจะถูกเพราะอะไร จึงอาจทำให้นักเรียนไม่ได้สำรวจมโนทัศน์ในประเด็นอื่นๆ ที่แตกต่างไปจากความคิดของตนเองทั้งในประเด็นที่ถูกและผิด ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 2 ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมในกลุ่มย่อยอย่างกระตือรือร้น แต่ในแผนการจัดการเรียนรู้ถัดมาจะสังเกตได้ว่านักเรียนไม่ค่อยให้ความสนใจเข้าร่วมกลุ่มย่อยซึ่งอาจจะทำให้นักเรียนไม่ได้สำรวจความคิดเห็นของเพื่อนร่วมชั้นอย่างอิสระ ไม่ได้ฟังแนวคิดหรือความเชื่อของคนอื่นและไม่ได้ทบทวนความคิดของตนเองใหม่ ผู้วิจัยต้องคอยกระตุ้นนักเรียนตลอดเวลา ดังนั้นในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 – 7 ผู้วิจัยจึงปรับกิจกรรมเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงคำตอบและอธิบายเหตุผลของคำตอบร่วมกันทั้งชั้นโดยไม่ต้องเริ่มจากกลุ่มเล็กและผู้วิจัยเป็นผู้คอยจัดการในการแสดงคำตอบของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้อภิปรายถึงมโนทัศน์ในหลายประเด็น แต่กลับพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียน ไม่กล้าที่จะนำเสนอความคิดเห็นของตนเองเมื่อมีนักเรียนคนใดคนหนึ่งเสนอคำตอบออกมานักเรียนคนอื่นๆ ก็จะสนับสนุนคำตอบดังกล่าว ทำให้ไม่ได้คำตอบหรือความคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่แตกต่างมากนัก ในการแสดงเหตุผลของคำตอบพบว่านักเรียนไม่มีความสามารถในการสื่อสารเท่าที่ควรผู้วิจัยต้องคอยชี้นำทุกครั้งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องทดสอบคำตอบของตนเองว่าถูกต้องหรือไม่ โดยจะใช้วิธีการทดสอบที่เกิดจากการตกลงร่วมกันระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนซึ่งส่วนใหญ่ผู้วิจัยและนักเรียนมีแนวคิดเดียวกัน ในการทดสอบคำตอบจะเป็นการทดลองวัด เช่น วัดขนาดของมุม วัดระยะห่างระหว่างเส้นขนาน ประกอบกับการสังเกต นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะในการวัดดังกล่าว มีส่วนน้อยที่ขาดทักษะการวัดขนาดของมุมซึ่งผู้วิจัยแก้ไขโดยให้เพื่อนนักเรียนคอยแนะนำ สำหรับการอภิปรายผลจากการทดสอบนั้นในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่วนใหญ่ได้ประเด็นที่ไม่แตกต่างกันมากนัก เนื่องจากขั้นที่ 2 ได้คำตอบที่ไม่แตกต่างและหลากหลายจึงไม่มีการอภิปรายที่แตกต่างและหลากหลายเช่นกัน จากการสังเกตแม้ว่าในขั้นนี้นักเรียนจะมีโอกาสคิดและสำรวจมโนทัศน์ที่ได้เรียนด้วยตนเองแต่ก็เกิดขึ้นภายใต้การถามนำของผู้วิจัยเป็นส่วนใหญ่

นอกจากนี้จากการตรวจใบกิจกรรมพบว่ามีนักเรียนบางคนใช้วิธีการทดสอบคำตอบแตกต่างไปจากที่ตกลงร่วมกันกับผู้วิจัย เช่น ใช้วิธีการทดสอบโดยใช้ความรู้เดิมที่เคยเรียนมาแล้ว ดังภาพที่4

ให้นักเรียนพิจารณาสิ่งที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ ที่มีขนาดของมุมภายใน ดังรูป และถ้าต่อด้าน AC ออกไปทางจุด D จะเกิดมุม DCB



1. นักเรียนคิดว่า มุม DCB จะมีขนาดเท่ากับผลบวกของ 2 มุมใดในรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ เพราะอะไร

$\hat{A}+\hat{B}$ เพราะ เกิดจากขนาดที่หนีกัน

$D\hat{C}B = A\hat{+}B$

$D\hat{C}B = C\hat{A}B + A\hat{B}C$

2. นักเรียนจะทดสอบคำตอบด้วยวิธีใด และได้ผลเป็นอย่างไร

วิธีที่ใช้ทดสอบ ลากเส้น $\overline{EB}$ ออกไป แล้ววัดมุมเอา

ผลที่ได้จากการทดสอบ ผลที่ได้เท่ากับ $D\hat{C}B$

ภาพที่4 แสดงวิธีที่นักเรียนบางคนใช้ทดสอบคำตอบของสถานการณ์ปัญหา

จากภาพที่4 เป็นสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งผู้วิจัยและนักเรียนตกลงร่วมกันว่าจะทดสอบคำตอบโดยการวัดขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วเปรียบเทียบว่ามีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมสองมุมที่ไม่ใช่มุมประชิดกับมุมภายนอกนั้นหรือไม่ แต่มีนักเรียนบางคนที่มีแนวคิดแตกต่างโดยใช้ความรู้เรื่องมุมแย้งมาพิสูจน์ว่าคำตอบเป็นจริง แม้ว่าแนวคิดของนักเรียนคนดังกล่าวจะไม่สมบูรณ์แต่ยอมรับได้ว่าถูกต้อง ผู้วิจัยจึงสังเกตได้ว่าในการกำหนดวิธีทดสอบคำตอบจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ต่างๆ นั้น สามารถกำหนดวิธีที่เหมาะสมได้มากกว่า 1 วิธี สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นนี้ที่ต้องการให้นักเรียนมีโอกาสทดสอบความคิดของตนเองอย่างอิสระ แสดงว่าครูต้องมีเวลามากพอในการเปิดโอกาสให้นักเรียนทดสอบคำตอบของสถานการณ์ปัญหาไม่ว่าจะใช้วิธีที่เหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร แต่สุดท้ายครูและนักเรียนจะต้องพบว่าผลการทดสอบเป็นไปในแนวทางเดียวกัน นอกจากนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่าผู้วิจัยมีบทบาทในการอภิปรายมากกว่านักเรียนเนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีความรู้พื้นฐานเพียงพอและไม่มีความสามารถในการสื่อสารออกมาเป็นคำพูดเท่าที่ควร บรรยากาศของการอภิปรายจึงเป็นไปในทิศทางที่ผู้วิจัยเป็นผู้นำและนักเรียนเป็นเพียงผู้ตอบตามคำถามนำของผู้วิจัยเท่านั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นปรับมโนทัศน์ (Accommodate the Concept) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องสร้างความหมายของมโนทัศน์จากการอภิปรายผลการทดสอบในขั้นที่ 3 แล้วเชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่นักเรียนมี ในการสร้างความหมายของมโนทัศน์พบว่านักเรียนมักใช้ภาษาตามความเข้าใจของนักเรียนซึ่งยังไม่ครบและถูกต้องตามหลักทางคณิตศาสตร์หรือตามมโนทัศน์นั้นๆ ตัวอย่างเช่น ภาพที่5

3. **จากผลการทดสอบและจากการอภิปรายกับเพื่อนและครู นักเรียนได้ข้อสรุปเกี่ยวกับขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมอย่างไร**

มุมภายในรวมกันได้ 180°

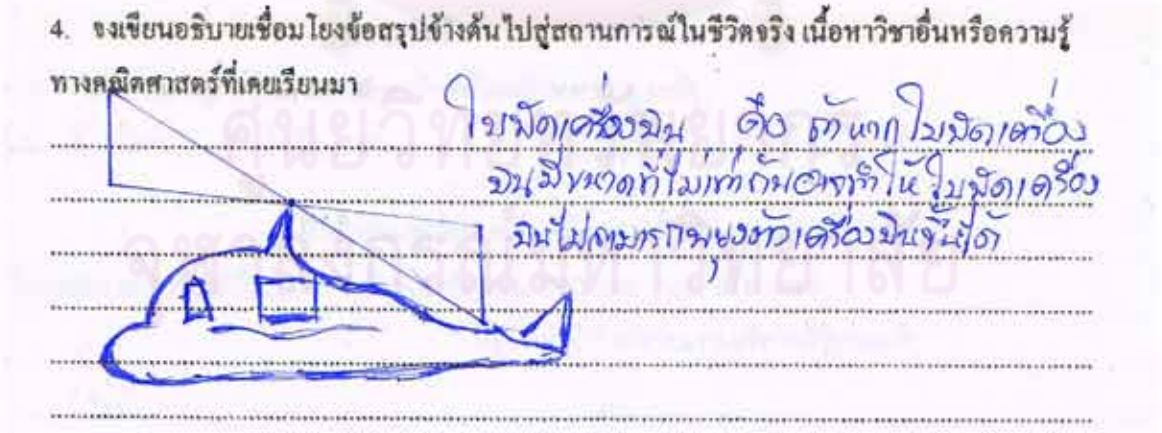
3. **จากผลการทดสอบและจากการอภิปรายกับเพื่อนและครู นักเรียนได้ข้อสรุปเกี่ยวกับขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมอย่างไร**

มุมภายใน ของ Δ มีขนาด = 180° เรียกว่าได้ว่า 180°

ภาพที่5 แสดงการสร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเองของนักเรียน

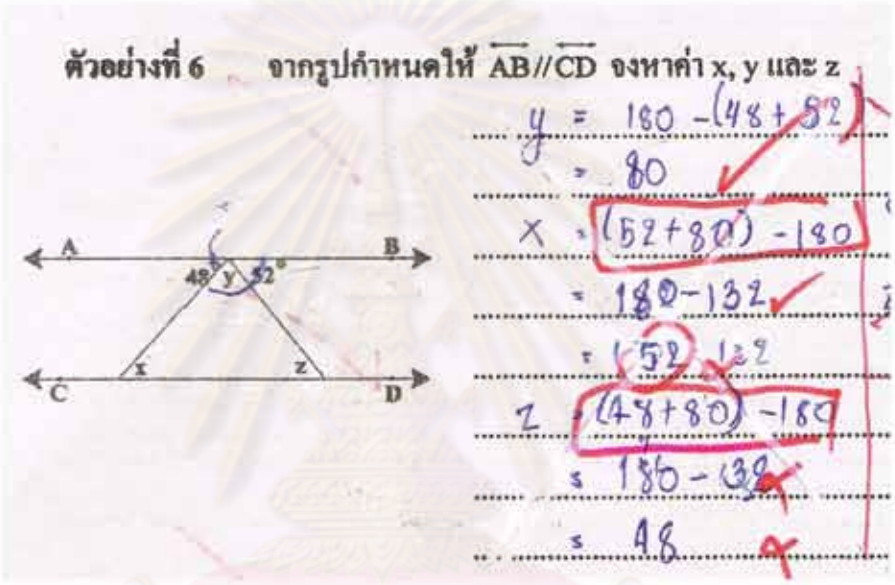
จากภาพที่5 พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมแต่สื่อสารออกมายังไม่สมบูรณ์ นักเรียนใช้ภาษาสั้นๆ ตามความเข้าใจของตนเอง ผู้วิจัยได้ข้อสังเกตว่าเมื่อนักเรียนเรียนรู้แล้วสามารถสรุปเป็นความเข้าใจของตนเองได้แต่เป็นข้อสรุปที่ไม่สมบูรณ์ผู้วิจัยยังคงมีบทบาทมากในการสร้างความหมายของมโนทัศน์ แม้ว่านักเรียนจะได้รับการฝึกให้สร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเอง แต่จากการพิจารณาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 7 นักเรียนยังคงไม่มีการพัฒนาทางด้านความสามารถในการสื่อสาร อาจเป็นไปได้ว่าความสามารถในการสื่อสารดังกล่าวจะเกิดขึ้นได้ดีเมื่อนักเรียนได้รับการฝึกเป็นระยะเวลานานและต่อเนื่องพอสมควร ในขั้นนี้นักเรียนมีโอกาสได้วิเคราะห์มโนทัศน์ที่ได้โดยการตอบคำถามที่ผู้วิจัยกำหนด ซึ่งคำถามดังกล่าวจะทำให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนบางส่วนตอบคำถามได้ แม้จะมีนักเรียนที่ตอบไม่ได้แต่สังเกตว่าการที่นักเรียนบางส่วนตอบคำถามได้นั้นเป็นการช่วยนำพาให้นักเรียนที่เหลือเข้าใจมากขึ้นแม้จะไม่ได้เข้าใจด้วยตนเอง

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept) นักเรียนมีโอกาสเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ได้ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง วิชาอื่นๆ หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีมาก่อน ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ด้วยตนเองได้บ้างสำหรับมโนทัศน์บทนิยามของเส้นขนาน แต่มโนทัศน์อื่นๆ เช่น เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบมุม-มุม-ด้าน ผู้วิจัยต้องใช้การถามนำและยกตัวอย่างนักเรียนจึงจะสามารถเชื่อมโยงความรู้ได้ และการเชื่อมโยงที่เกิดขึ้นของนักเรียนส่วนใหญ่จะเป็นไปในแนวทางเดียวกับที่ผู้วิจัยยกตัวอย่าง ดังภาพที่6



ภาพที่6 แสดงการเชื่อมโยงมโนทัศน์เรื่องรูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบมุม-มุม-ด้าน สู่ชีวิตจริง

จากภาพที่6 พบว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์สู่ชีวิตจริงได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ ยังไม่มีการเชื่อมโยงว่าสิ่งที่นักเรียนยกตัวอย่างเชื่อมโยงกับมโนทัศน์อย่างไร ซึ่งก่อนหน้านี้ผู้วิจัยยกตัวอย่างของใบพัดเครื่องตัดหญ้า สังเกตได้ว่าสิ่งที่นักเรียนเชื่อมโยงสู่ชีวิตจริงนั้นไม่แตกต่างจากที่ผู้วิจัยแนะนำ แสดงให้เห็นว่าแม้นักเรียนจะเชื่อมโยงความรู้ได้บ้างแต่ก็เกิดจากการแนะนำของผู้วิจัย ไม่ได้เกิดจากการคิดด้วยตนเอง ซึ่งอาจจะส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ในประเด็นที่แตกต่างได้ ในขั้นนี้นักเรียนยังมีโอกาสนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์ปัญหาอื่นๆ ซึ่งผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้แต่ไม่สามารถเขียนอธิบายลำดับการหาคำตอบ ผู้วิจัยจะต้องชี้นำและแสดงการเขียนตอบเป็นตัวอย่างเสมอ ดังภาพที่7

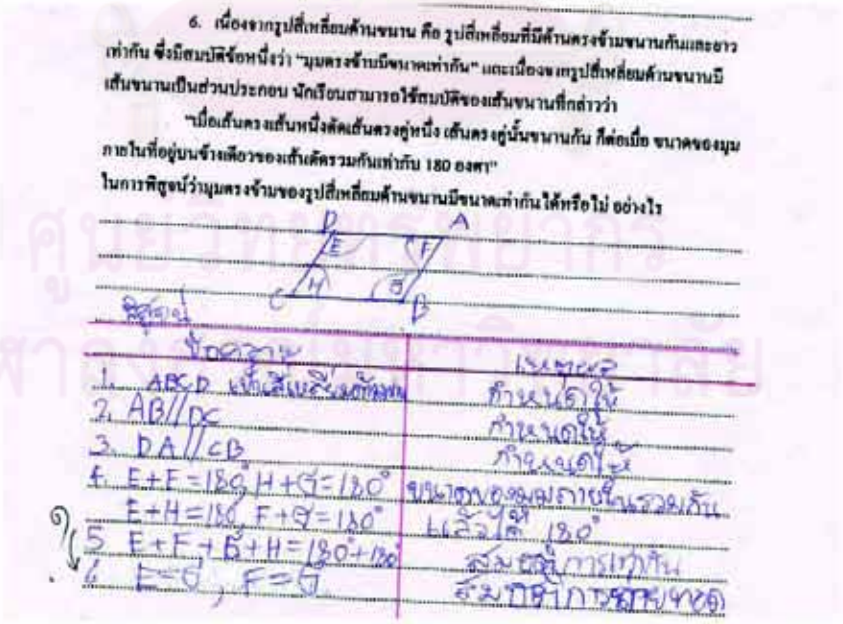


ภาพที่7 แสดงการเขียนลำดับการหาคำตอบในการนำมโนทัศน์ไปใช้ของนักเรียน

จากภาพที่7 เป็นลำดับวิธีการหาคำตอบของนักเรียน ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกแต่ไม่มีการเขียนอธิบายที่มาที่ไปของการหาคำตอบ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนต้องได้รับการแนะนำด้วยการยกตัวอย่างลำดับการเขียน จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สังเกตได้ว่านักเรียนไม่ชอบและไม่ถนัดการเขียนอธิบาย สนใจเพียงการหาคำตอบสุดท้ายว่าถูกต้องหรือไม่ อาจทำให้นักเรียนไม่ได้ทบทวนมโนทัศน์ในขณะที่นำมโนทัศน์ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งไม่บรรลุตามวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นนี้ที่ต้องการให้นักเรียนนำไปมโนทัศน์ไปใช้เพื่อให้มโนทัศน์ที่ได้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนเพียงแค่อธิบายเหตุผลของการเขียนแต่ละบรรทัดด้วยคำพูดซึ่งอาจจะยังไม่เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนระลึกถึงมโนทัศน์ที่นำไปใช้ได้มากพอ อาจต้องให้นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลในแต่ละบรรทัดของการแสดงวิธีการหาคำตอบ นอกจากนี้พบว่าในขั้นนี้ควรใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมมากพอสมควรแต่ด้วยเวลาและปัจจัยอื่นๆ ของนักเรียน เช่น

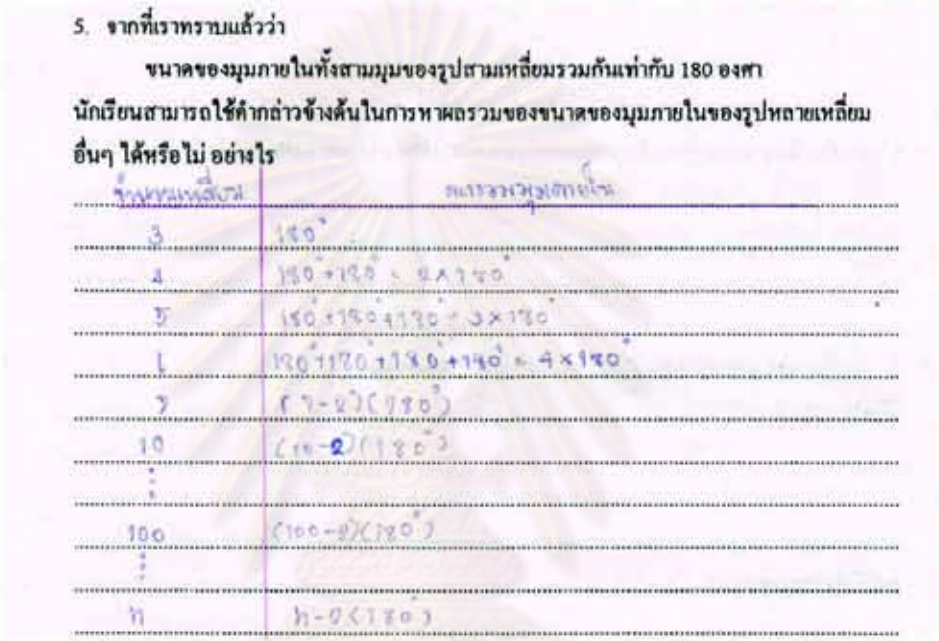
การเตินเรียน กิจกรรมพิเศษของโรงเรียน ผู้วิจัยจึงต้องรวบรัดเวลาในการดำเนินกิจกรรมในขั้นนี้ อาจทำให้การดำเนินการเพื่อให้ความคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของนักเรียนมีความชัดเจนขึ้นไม่บรรลุผลเท่าที่ควร

ขั้นที่ 6 ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์ (Go Beyond) นักเรียนมีโอกาสคิดนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ที่ได้เรียนโดยผู้วิจัยเป็นผู้ตั้งคำถามใหม่ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตอบคำถามดังกล่าวได้ด้วยตนเองจะต้องได้รับการชี้นำจากผู้วิจัยเสมอ แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาที่นอกเหนือไปจากสถานการณ์ที่คุ้นเคยได้ เป็นเหตุผลหนึ่งที่ทำให้เชื่อได้ว่านักเรียนขาดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เพื่อแก้ปัญหา ผู้วิจัยพบว่าคำถามที่นักเรียนไม่สามารถคิดหาคำตอบได้ด้วยตนเองคือ การให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการสร้างแนวทางการพิสูจน์ทฤษฎีบทใหม่ๆ ดังภาพที่8 ผู้วิจัยต้องใช้การถามนำตลอดการพิสูจน์และแม้ว่าผู้วิจัยคอยชี้นำนักเรียนบางส่วนยังคงไม่สามารถเขียนแนวทางในการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สนใจร่วมกิจกรรมในขั้นนี้เพราะไม่มีความรู้พื้นฐานมากพอส่งผลให้สร้างแนวทางการพิสูจน์ไม่ได้จึงไม่สนใจที่จะทำ สำหรับคำถามนอกเหนือมโนทัศน์ที่นักเรียนสามารถทำได้นั้นเป็นคำถามที่ให้นักเรียนนำมโนทัศน์ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ยิ่งกว่าขั้นขยายมโนทัศน์ เช่น คำถามที่นอกเหนือมโนทัศน์มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยกำหนดให้นักเรียนหาผลรวมของขนาดของมุมภายในรูปเหลี่ยมใดๆ ที่นอกเหนือไปจากรูปสามเหลี่ยม ดังภาพที่9 พบว่านักเรียนสามารถหาคำตอบได้และกระตือรือร้นในการหาคำตอบ



ภาพที่8 แสดงคำถามที่นอกเหนือขอบเขตมโนทัศน์เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

จากภาพที่8 เป็นคำถามที่นอกเหนือขอบเขตมโนทัศน์เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ซึ่งเป็นการให้นักเรียนสร้างแนวทางในการพิสูจน์ทฤษฎีบทใหม่ๆ จากการจัดกิจกรรมพบว่าผู้วิจัยต้องชี้นำเป็นอย่างมาก เนื่องจากนักเรียนขาดทักษะในการพิสูจน์และขาดความรู้พื้นฐานที่จำเป็นอื่นๆ เช่น สมบัติการเท่ากัน สมบัติการถ่ายทอด เป็นต้น สังเกตได้ว่าในการนำนักเรียนคิดนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ด้วยการให้นักเรียนสร้างแนวทางการพิสูจน์นั้นไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร กลับกลายเป็นการเพิ่มความสับสนเกี่ยวกับมโนทัศน์ให้นักเรียน


5. จากที่เราทราบแล้วว่า

ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา

นักเรียนสามารถใช้คำกล่าวข้างต้นในการหาผลรวมของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมอื่นๆ ได้หรือไม่ อย่างไร

จำนวนเหลี่ยม	ผลรวมขนาดมุมภายใน
3	180°
4	180°+180° = 2×180°
5	180°+180°+180° = 3×180°
6	180°+180°+180°+180° = 4×180°
7	(7-2)(180°)
10	(10-2)(180°)
⋮	
100	(100-2)(180°)
⋮	
n	(n-2)(180°)

ภาพที่9 แสดงคำถามที่นอกเหนือขอบเขตมโนทัศน์มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

จากภาพที่9 ซึ่งเป็นคำถามที่ผู้วิจัยใช้ในการนำให้นักเรียนคิดนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ เรื่องมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม ในขณะทำกิจกรรมผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นและสามารถสร้างแนวทางในการหาคำตอบได้แต่ยังคงพบปัญหาสำคัญคือ นักเรียนไม่สามารถเขียนแสดงแนวคิดของตัวเอง เกิดคำถามว่า "จะต้องเขียนอย่างไร" ผู้วิจัยจึงต้องใช้การถามนำและชี้นำเป็นอย่างมาก

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นนี้ได้ข้อสังเกตว่าการนำให้นักเรียนคิดนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์นั้นควรเลือกกิจกรรมที่เหมาะสมกับเนื้อหาและความสามารถของนักเรียน เพราะกิจกรรมที่เหมาะสมจะทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการคิดนอกเหนือ

มโนทัศน์ซึ่งอาจจะส่งผลต่อความสามารถอื่นๆ เช่น ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นต้น แต่ถ้ากิจกรรมไม่เหมาะสมอาจเป็นสาเหตุให้นักเรียนเกิดความสับสนในมโนทัศน์ที่เรียนส่งผลให้ไม่บรรลุผลตามวัตถุประสงค์ของขั้นนี้เท่าที่ควร

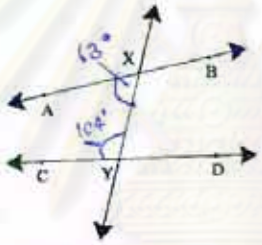
2.3 ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

เมื่อพิจารณานักเรียนกลุ่มควบคุมซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติตามแนวทางของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พบว่านักเรียนจะมีโอกาสสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์เช่นเดียวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ในขั้นที่ 1 กับนักเรียนกลุ่มทดลองแต่ต่างกันที่สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์เริ่มต้นไม่ได้สอดแทรกสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนแสดงความคิดที่ผิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ออกมา ดังภาพที่10

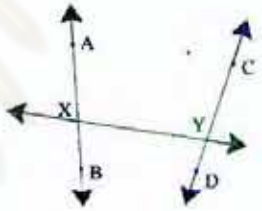
ตอนที่ 1

1. ในแต่ละข้อกำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ไม่ขนานกัน มี $\overline{XY}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่าขนาดของมุมภายในแต่ละคู่ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา หรือไม่

1.1)

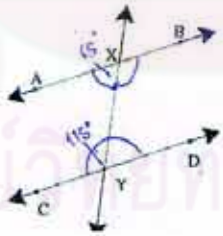


1.2)

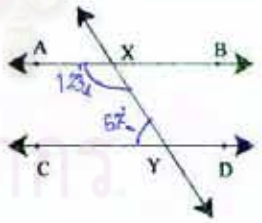


2. ในแต่ละข้อกำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ขนานกัน มี $\overline{XY}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่าขนาดของมุมภายในแต่ละคู่ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา หรือไม่

2.1)



2.2)



ภาพที่10 แสดงสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

จากภาพที่10 พบว่าสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์เริ่มต้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับนักเรียนกลุ่มควบคุมเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ให้นักเรียนสำรวจเกี่ยวกับมโนทัศน์โดยตั้งคำถามชี้นำตรงๆ ไม่ได้สอดแทรกสถานการณ์ที่จะให้นักเรียนแสดงแนวคิดที่ผิดออกมา ทำให้นักเรียนในกลุ่มควบคุมไม่ได้สำรวจมโนทัศน์ในประเด็นที่หลากหลาย

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียนกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยพบปัญหาที่คล้ายคลึงกับกลุ่มทดลองดังนี้

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ไม่เข้าใจว่าสถานการณ์ปัญหาถามอะไร และนักเรียนต้องทำอย่างไร สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของมโนทัศน์แรกๆ เช่น เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ผู้วิจัยต้องอธิบายเพิ่มเติม ซึ่งอาจเป็นเพราะสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยกำหนดเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่านักเรียนไม่เข้าใจคำว่า "สำรวจ" ดังภาพที่10 เกิดคำถามว่าสำรวจหมายถึงอะไร ต้องการให้นักเรียนทำอย่างไร สอดคล้องกับการค้นพบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียนกลุ่มทดลองว่า ในการกำหนดสถานการณ์ปัญหาควรใช้ภาษาที่เหมาะกับระดับชั้นของนักเรียน แต่หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในหลายๆ แผนการจัดการเรียนรู้นั้น พบว่านักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาด้วยตนเองได้ดีขึ้น

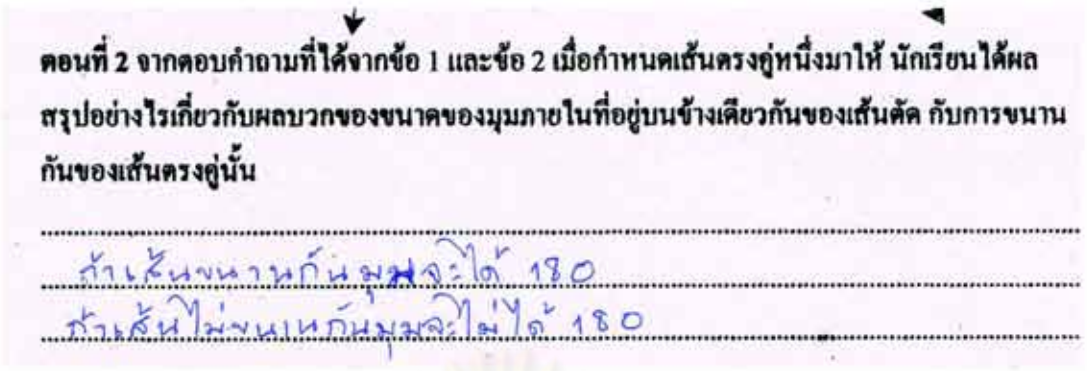
2. ในการอภิปรายผลการสำรวจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์เพื่อนำมาสรุปเป็นลักษณะของมโนทัศน์นั้น พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความสามารถในการสื่อสารทั้งการพูดและการเขียน โดยเฉพาะการเขียน ดังภาพที่11

ตอนที่ 2 จากตอบคำถามที่ได้จากข้อ 1 และข้อ 2 เมื่อกำหนดเส้นตรงคู่หนึ่งมาให้ นักเรียนได้ผลสรุปอย่างไรเกี่ยวกับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด กับการขนานกันของเส้นตรงคู่นั้น

ในแต่ละข้อ ผลบวกของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันได้ 180° จะเป็นมุมที่อยู่ระหว่างเส้นขนานที่ถูกตัดกัน มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันแล้วได้ 180° ดังนั้นเส้นตรงคู่ขนานจะมีมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันรวมกันได้ 180° มุมที่ 150° มุมที่เหลือ 30° ก็จะได้ 180°

ภาพที่11 แสดงการเขียนสรุปผลการสำรวจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ของนักเรียน

จากภาพที่11 พบว่านักเรียนคนดังกล่าวขาดความสามารถในการสื่อสารผ่านการเขียน แต่เมื่อพิจารณาใจความสำคัญสังเกตได้ว่านักเรียนมีแนวคิดที่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงต้องเป็นผู้นำในการอภิปรายเพื่อให้ได้มโนทัศน์ที่ถูกต้องด้วยการถามนำ นอกจากนี้ยังมีนักเรียนบางส่วนใช้ภาษาที่สั้นตามความเข้าใจของตนเองแต่ยังไม่ถูกต้องตามหลักการเขียนทางคณิตศาสตร์ ดังภาพที่12



ภาพที่12 แสดงการเขียนสรุปผลการสำรวจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ของนักเรียน

จากภาพที่12 พบว่านักเรียนใช้ภาษาในการสรุปตามเข้าใจของตนเอง คือ "ถ้าเส้นขนานกันมุมจะได้ 180" และ "ถ้าเส้นไม่ขนานกันมุมจะไม่ได้ 180" เมื่อพิจารณาถึงแนวคิดสังเกตได้ว่านักเรียนมีแนวคิดที่ถูกต้องแต่ยังไม่สมบูรณ์ตามหลักการของมโนทัศน์ เห็นได้ชัดว่าผู้วิจัยจึงต้องคอยชี้นำเพื่อให้แนวคิดของนักเรียนสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

3. สำหรับการนำมโนทัศน์ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ผู้วิจัยพบเช่นเดียวกับนักเรียนในกลุ่มทดลองว่านักเรียนสามารถหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้แต่ไม่สามารถเขียนอธิบายลำดับการหาคำตอบดังกล่าวได้ด้วยตนเอง จะต้องได้รับการแนะนำจากผู้วิจัยพร้อมทั้งแสดงตัวอย่างการเขียนอธิบายในการหาคำตอบ

4. ผู้วิจัยพบว่านักเรียนไม่มีทักษะในการพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ประกอบกับที่ไม่มีความรู้พื้นฐานจึงไม่สามารถสร้างแนวทางในการพิสูจน์ จะต้องได้รับการแนะนำจากผู้วิจัยเป็นอย่างมาก

จากที่กล่าวมาข้างต้นพบว่าตลอดการจัดกิจกรรมการรู้ผู้วิจัยพบปัญหาที่คล้ายคลึงกันทั้งนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แต่เนื่องจากนักเรียนกลุ่มทดลองมีจำนวนของนักเรียนกลุ่มเก่งมากกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม จึงทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มทดลองราบรื่นกว่าและประสบผลสำเร็จมากกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มควบคุม ปัญหาและข้อจำกัดที่พบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เช่น นักเรียนขาดความรู้พื้นฐาน ขาดความสามารถในการสื่อสารและแก้ปัญหา นอกจากนี้พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่ใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลองนั้นควรมีเวลาในการทำกิจกรรมมากพอและต่อเนื่องเพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ และเพื่อให้กิจกรรมในแต่ละขั้นตอนบรรลุผลตามจุดประสงค์ของโมเดลมากที่สุด

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ระหว่างก่อนทดลองกับหลังทดลอง

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประชากรในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้จากการสุ่มแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนมาบอำมฤตวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11 (ชุมพร) ซึ่งได้จากการเลือกนักเรียนห้องที่มีค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ใกล้เคียงกันด้วยวิธีการทดสอบทางสถิติ แล้วจับฉลากแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง กลุ่มละ 1 ห้องเรียน ได้แก่ นักเรียนชั้นม.2/4 จำนวน 30 คนเป็นกลุ่มควบคุม และนักเรียนชั้นม.2/5 จำนวน 37 คน เป็นกลุ่มทดลองโดยนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ทั้งกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองใช้เวลาในการเรียน 18 คาบ คาบละ 55 นาที

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดครอบคลุมเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำมาแก้ไขปรับปรุงก่อนที่จะนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จริง โดยนำข้อดีและข้อเสียที่พบไปปรับปรุงในแผนการจัดการเรียนรู้ต่อไปและให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้อง ส่วนเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสอบปรนัย จำนวน 2 ชุด ชุดละ 30 ข้อ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 2 ชุด ชุดละ 5 ข้อทั้งแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ชุดที่ 1 ใช้วัดความรู้พื้นฐานก่อนทดลอง และชุดที่ 2 ใช้วัดหลังทดลอง ซึ่งผ่านการตรวจสอบความตรงของเนื้อหา และความเหมาะสมด้านภาษาโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้พบว่ามีค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และความเที่ยงพอเหมาะ ดังนี้

- แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

- ชุดที่ 1		- ชุดที่ 2	
ค่าความเที่ยง	0.81	ค่าความเที่ยง	0.82
ค่าความยากง่าย (p)	0.20 – 0.88	ค่าความยากง่าย (p)	0.24 – 0.76
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.20 – 0.74	ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.18 – 0.73

- แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

- ชุดที่ 1		- ชุดที่ 2	
ค่าความเที่ยง	0.61	ค่าความเที่ยง	0.92
ค่าความยากง่าย (p)	0.35 – 0.68	ค่าความยากง่าย (p)	0.34 – 0.57
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.25 – 0.67	ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.29 – 0.65

ในขั้นทดลองผู้วิจัยทดสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ก่อนที่จะทดลองสอนทั้ง 2 กลุ่มด้วยตนเองซึ่งพบว่ากลุ่มทดลองมีมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เมื่อสอนครบตามเนื้อหาที่

กำหนดแล้วทำการทดสอบด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 กับนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังทดลอง ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพื่อเปรียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองมาเป็นตัวแปรร่วมเพื่อปรับคะแนนหลังทดลอง และนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองมาเป็นตัวร่วมเพื่อปรับคะแนนหลังทดลอง

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียน

ไม่คุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ โดยจากการพิจารณา 4 ขั้นแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ส่งเสริมการพัฒนามโนทัศน์นั้นผู้วิจัยพบว่า

ขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome) เป็นขั้นที่ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์เพื่อให้นักเรียนคาดการณ์คำตอบด้วยตนเองตามความรู้เดิมที่มี เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้ทบทวนความรู้ที่ตนเองมี ซึ่งจะมีทั้งนักเรียนที่มีความรู้เดิมที่ถูกและผิด จากการจัดกิจกรรมพบว่านักเรียนไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ซึ่งอาจจะเป็นสาเหตุทำให้เกิดความสับสนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะได้เรียน ผู้วิจัยต้องอธิบายสถานการณ์ปัญหาเพิ่มเติมพร้อมทั้งยกตัวอย่างการตอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น จากการสังเกตในขณะทำกิจกรรมพบว่าอุปสรรคสำคัญอย่างหนึ่งในการตอบสถานการณ์ปัญหาคือนักเรียนมีความสามารถในการอ่านและทำความเข้าใจปัญหาน้อย สอดคล้องกับงานวิจัยของเอ็ดแธดจ์ (Etheredge, 1996) ที่พบว่าสาเหตุเบื้องต้นที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาไม่ใช่เพราะนักเรียนมีทักษะในการคำนวณน้อย แต่เป็นเพราะนักเรียนมีความสามารถเชิงตรรกะและการเชื่อมโยงน้อย ทำให้ไม่สามารถตีความข้อมูลในโจทย์ได้ถูกต้องสำหรับการวิจัยครั้งนี้อาจจะวิเคราะห์ได้ว่า การอ่านสถานการณ์ปัญหาแล้วไม่เข้าใจเกิดจากสถานการณ์ปัญหาที่นำใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นสถานการณ์ปัญหาที่แตกต่างจากที่นักเรียนเคยเรียนมาก่อน นักเรียนจึงขาดประสบการณ์และไม่คุ้นเคยกับการตอบคำถามสถานการณ์ปัญหาลักษณะนี้

ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องแสดงคำตอบของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นเริ่มจากกลุ่มเล็กไปยังกลุ่มใหญ่ พบว่านักเรียนเพียงแค่เปรียบเทียบคำตอบกับเพื่อนว่าเหมือนหรือแตกต่างกันหรือไม่ แต่ไม่ได้พิจารณาว่าคำตอบเหล่านั้นเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และไม่ได้ตัดสินว่าคำตอบใดที่ควรจะถูกเพราะอะไร จึงอาจทำให้นักเรียนไม่ได้สำรวจมโนทัศน์ในประเด็นอื่นๆ ที่แตกต่างไปจากความคิดของตนเองทั้งในประเด็นที่ถูกและผิด และในการอภิปรายคำตอบร่วมกันทั้งชั้นกลับพบว่าผู้วิจัยมีบทบาทในการอภิปรายมากกว่านักเรียน ซึ่งเรน (Reins, 2006: online) กล่าวโดยสรุปไว้ว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์นั้นครูควรมีบทบาทเป็นผู้มีส่วนร่วมในกิจกรรมโดยต้องมั่นใจว่าความคิดเห็นของตนเองไม่ได้มีผลต่อกิจกรรมในชั้นเรียนมากที่สุด การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นในขั้นนี้สังเกตได้ว่าการอภิปรายคำตอบของนักเรียนอยู่ภายในการชี้นำของครู หมายความว่าแนวคิดต่างๆ เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้จากการอภิปรายนั้นนักเรียนไม่ได้คิดด้วยตนเองมากนัก

ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องทดสอบคำตอบของตนเองว่าถูกต้องหรือไม่ โดยจะใช้วิธีการทดสอบที่เกิดจากการตกลงร่วมกันระหว่างผู้วิจัยและนักเรียน จากนั้นผู้วิจัยและนักเรียนจะร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากการทดสอบซึ่งพบว่าผู้วิจัยมีบทบาทในการอภิปรายเช่นเดียวกับการจัดกิจกรรมการเรียนในขั้นที่ 2 เนื่องจาก

นักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและไม่มีความสามารถในการสื่อสารออกมาเป็นคำพูดเท่าที่ควร บรรยากาศของการอภิปรายจึงเป็นไปในทิศทางที่ผู้วิจัยเป็นผู้นำและนักเรียนเป็นเพียงผู้ตอบตามคำถามนำ แสดงว่าความเข้าใจหรือข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่นักเรียนได้นั้นไม่ได้เกิดจากความคิดของนักเรียนทั้งหมด อาจส่งผลให้นักเรียนไม่ได้เข้าใจมโนทัศน์อย่างแท้จริง ดังที่ บรูเนอร์ (Bruner, 1960) กล่าวว่าการให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองเป็นวิธีการที่สนับสนุนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและจำสิ่งที่เรียนได้นาน สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ แสดงว่าความเข้าใจหรือข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่นักเรียนได้ในขั้นนี้นั้นอาจไม่มีความคงทน

ขั้นที่ 4 ขั้นปรับมโนทัศน์ (Accommodate the Concept) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องสร้างความหมายของมโนทัศน์จากการอภิปรายผลการทดสอบในขั้นที่ 3 ประกอบกับความรู้เดิมที่นักเรียนมี พบว่า นักเรียนสามารถสร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเองได้แต่มักใช้ภาษาตามความเข้าใจซึ่งเป็นภาษาที่ไม่ถูกต้องหรือสมบูรณ์ตามหลักการของมโนทัศน์ ผู้วิจัยยังต้องคอยแนะนำในการสร้างความหมายของมโนทัศน์ สำหรับการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์โดยการตอบคำถามตามที่ผู้วิจัยกำหนดนั้น พบว่านักเรียนบางส่วนตอบคำถามได้แม้ว่ามีนักเรียนที่ตอบไม่ได้ แต่สังเกตว่าการที่นักเรียนบางส่วนตอบได้นั้นเป็นการช่วยนำพาให้นักเรียนที่เหลือเข้าใจมากขึ้นแม้จะไม่ได้เข้าใจด้วยตนเอง

สิ่งที่ผู้วิจัยพบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นที่ 1 – 4 ซึ่งเป็นการพัฒนามโนทัศน์ให้เกิดขึ้นกับนักเรียน อาจส่งผลให้ในการทดสอบมโนทัศน์หลังทดลองนักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งสอดคล้องกับจากงานวิจัยของ โทกา และ อาสกา (Toka and Aşkar, 2002) ที่พบเช่นเดียวกันว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับมโนทัศน์ และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยครูที่นำแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดและการอภิปรายไม่ได้มีความหมายในกิจกรรมเท่าที่ควร (Toka and Aşkar, 2002)

นอกจากนี้อีกสาเหตุหนึ่งที่อาจทำให้ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติไม่แตกต่างกันนั้น อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะเรียนเช่นเดียวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ต่างกันเพียงสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่กำหนดตอนต้นไม่ได้สอดแทรกสถานการณ์ที่

จะทำให้นักเรียนแสดงความคิดที่ผิดออกมา แต่เป็นคำถามชี้นำเพื่อให้นักเรียนสำรวจสถานการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ เมื่อพิจารณาแล้วพบว่านักเรียนทั้ง 2 กลุ่มมีแนวทางการได้ความหมายของมโนทัศน์ใกล้เคียงกัน จากที่กล่าวมาข้างต้นอาจเป็นเหตุผลทำให้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ระหว่างก่อนทดลองและหลังทดลอง พบว่าความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน นั้น นักเรียนได้ฝึกการเชื่อมโยงความรู้ทุกครั้งของการเรียนเนื้อหาในแต่ละมโนทัศน์ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่กระตุ้นให้นักเรียนใช้มโนทัศน์ที่ได้จากการเรียนรู้เชื่อมโยงไปยังประสบการณ์และสถานการณ์ในชีวิตจริง รวมทั้งเปิดโอกาสให้เชื่อมโยงไปยังความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมา หรือวิชาอื่นๆ และในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีขั้นตอนที่ให้เวลาสำหรับนักเรียนในการแก้ปัญหา หรือหาคำตอบของคำถามที่นอกเหนือไปจากขอบเขตเนื้อหาของมโนทัศน์ที่ได้เรียน ผ่านการอภิปรายภายในกลุ่มย่อยและเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดกับเพื่อนร่วมชั้น เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนคิดเชื่อมโยงเพื่อแก้ปัญหานอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ที่ได้เรียน อาจเป็นสาเหตุที่ช่วยส่งผลให้ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรชจร (2551) ที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกเชื่อมโยงเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงโดยสนับสนุนให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์เป็นกลุ่มย่อย และเปิดโอกาสให้นักเรียนพูด เขียน และแลกเปลี่ยนแนวคิด พบว่าด้านทักษะการเชื่อมโยงนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังทดลองมากกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ผลการวิจัยยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมบัติ แสงทองคำสุก (2545) ซึ่งพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์เป็นรูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้หนึ่งที่ส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เช่นกัน

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาถึงความรู้ที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการทำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทั้งฉบับก่อนทดลองและหลังทดลองนั้น พบว่าส่วนใหญ่เป็นเรื่องเดียวกันนั้นคือเรื่องเส้นขนาน และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นเนื้อหาที่

นักเรียนเคยเรียนมาแล้วและต้องเรียนอีกครั้งผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ จึงมีความเป็นไปได้ว่านักเรียนจะเข้าใจความรู้เดิมมากขึ้น ส่งผลให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง อีกทั้งเมื่อพิจารณาแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองและหลังทดลองพบว่าแทบไม่แตกต่างกัน โดยแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้หลังทดลองซึ่งมีจำนวน 5 ข้อ มีข้อสอบถึง 4 ข้อที่ใช้ความรู้ในการทำเช่นเดียวกับแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ก่อนทดลอง ดังนั้นในการทำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้หลังทดลองแทบไม่แตกต่างจากก่อนทดลอง นั่นคือนักเรียนได้รับการฝึกให้ทำแบบวัดลักษณะเดียวกันทั้งก่อนทดลองและหลังทดลองมีความเป็นไปได้ว่านักเรียนจะจำลักษณะการทำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ได้ อาจเป็นเหตุผลหนึ่งที่ทำให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะในขั้นที่ 4, 5 และ 6 ของโมเดลการปรับมโนทัศน์ซึ่งส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยพบว่า

ขั้นที่ 4 (Accommodate the Concept) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องสร้างความหมายของมโนทัศน์จากการอภิปรายผลการทดสอบแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ประกอบกับความรู้เดิมที่นักเรียนมี ซึ่งขั้นนี้นักเรียนจะมีโอกาสเชื่อมโยงความรู้เดิมกับข้อมูลที่ได้จากการอภิปรายเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้เป็นความรู้ใหม่หรือมโนทัศน์ใหม่ แม้ว่านักเรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองซึ่งหมายความว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมและผลการอภิปรายได้ แต่สิ่งนั้นเกิดขึ้นภายใต้การชี้นำของผู้วิจัยเป็นส่วนใหญ่ เนื่องจากเหตุผลเบื้องต้นที่กล่าวมาแล้วว่านักเรียนส่วนใหญ่นั้นขาดความสามารถในการสื่อสาร ผู้วิจัยต้องคอยชี้นำเพื่อให้มโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างสมบูรณ์มากที่สุด อาจทำให้โอกาสในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนไม่เกิดขึ้นเท่าที่ควร

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept) นักเรียนมีโอกาสเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ได้ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง วิชาอื่นๆ หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีมาก่อน ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ด้วยตนเองได้บ้างสำหรับมโนทัศน์บทนิยามของเส้นขนาน แต่มโนทัศน์อื่นๆ เช่น เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอกของ

รูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยต้องใช้การถามนำและยกตัวอย่างนักเรียนจึงจะสามารถเชื่อมโยงความรู้ได้ และการเชื่อมโยงที่เกิดขึ้นของนักเรียนส่วนใหญ่จะเป็นไปในแนวทางเดียวกับที่ผู้วิจัยยกตัวอย่าง แสดงให้เห็นว่าแม้นักเรียนจะเชื่อมโยงความรู้ได้บ้างแต่ก็เกิดจากการแนะนำของผู้วิจัยไม่ได้เกิดจากการคิดด้วยตนเอง ซึ่งอาจจะส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ในประเด็นที่แตกต่างได้ เห็นได้ชัดจากแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ส่วน ข้อ ง. ซึ่งให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาในชีวิตจริง ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สร้างโจทย์ปัญหาด้วยการเลียนแบบโจทย์ที่ผู้วิจัยตั้งขึ้น

ขั้นที่ 6 ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์ (Go Beyond) นักเรียนมีโอกาสคิดนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ที่ได้เรียนโดยผู้วิจัยเป็นผู้ตั้งคำถามใหม่ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตอบคำถามดังกล่าวได้ด้วยตนเองจะต้องได้รับการชี้นำจากผู้วิจัยเสมอ แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เพื่อแก้ปัญหาที่นอกเหนือไปจากสถานการณ์ที่คุ้นเคยได้ด้วยตนเอง

จากผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นที่ 4 – 6 ซึ่งนักเรียนมีโอกาสในการเชื่อมโยงความรู้ที่กล่าวข้างต้นอาจจะเป็นสาเหตุหนึ่งที่ส่งผลให้นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 นอกจากนี้อาจเป็นเพราะในขั้นที่ 4 ซึ่งเป็นขั้นตอนของการเชื่อมโยงความรู้ใหม่และความรู้เดิมครูไม่ได้กระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้เดิมมากพอ เนื่องจากครูมีบทบาทเป็นผู้นำการอภิปรายมากกว่า นักเรียนเพียงตอบคำถามตามซึ่งไม่สอดคล้องตามแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ของสถาบันครูแห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 274 – 277) ที่กล่าวว่าครูควรกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้วและพัฒนาความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองโดยการใช้คำถามและอภิปรายคำถาม เช่น "ปัญหานี้หรือคณิตศาสตร์เรื่องนี้เหมือนกับปัญหาอื่นหรือเรื่องที่เคยเรียนมาก่อนหรือไม่อย่างไร" "ทำไมจึงคิดเช่นนั้น" "คำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่น่าจะเป็นไปได้หรือไม่" "เราเคยเห็นคำถามแบบนี้ที่ไหนหรือไม่" "แนวคิดเหล่านี้สัมพันธ์กันอย่างไร" "งานที่เราทำวันนี้สัมพันธ์กับงานที่เราทำเมื่อวันก่อนหรือไม่อย่างไร"

นอกจากนี้จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องยังไม่พบงานวิจัยที่ยืนยันว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์จะส่งผลให้ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบเพียงบทความที่กล่าวถึงว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ครูพบว่านักเรียนสร้างการเชื่อมโยงได้ และจากการสังเกตนักเรียนในระยะยาวพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับ

มโนทัศน์ช่วยนักเรียนในการสร้างการเชื่อมโยงกับมโนทัศน์อื่นๆ (Stepans and Schmidt, 2009) อาจเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ควรใช้ในระยะยาวจึงจะส่งผลต่อความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็นข้อเสนอแนะสำหรับครูและข้อเสนอแนะในการวิจัย

ข้อเสนอแนะสำหรับครู

1. ควรกำหนดกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ให้เหมาะสมกับนักเรียน เช่น ในขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงานการกำหนดสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ควรใช้ภาษาที่เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียนหรือใช้ภาษาที่นักเรียนเข้าใจได้ง่าย ในขั้นที่ 6 ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์การกำหนดคำถามให้นักเรียนคิดนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ไม่จำเป็นต้องเป็นคำถามหรือเป็นการพิสูจน์ที่ยุ่งยากซับซ้อนแต่ควรเป็นคำถามที่ทำให้นักเรียนคาดไม่ถึงว่าสามารถใช้มโนทัศน์ที่ได้เรียนหาคำตอบได้

2. ครูควรระวังในการเป็นผู้จัดการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ เช่น ในขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความเชื่อ ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ และขั้นที่ 4 ขั้นปรับมโนทัศน์ ซึ่งต้องมีการอภิปรายในชั้นเรียน ครูต้องระวังไม่ให้ความคิดเห็นของตนเองมีบทบาทในการอภิปรายมากเกินไป

ข้อเสนอแนะในการวิจัย

1. ควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ไปใช้ในการพัฒนามโนทัศน์ในเนื้อหาอื่นๆ ได้ แต่ควรเป็นเนื้อที่นักเรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง และเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนในแต่ละระดับชั้น

2. ควรนำกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ไปใช้ในการพัฒนาทักษะและกระบวนทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่สอดคล้องกับลักษณะของกิจกรรมที่เกิดขึ้นในแต่ละขั้นตอน เช่น ความสามารถในการให้เหตุทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การรู้คิด เป็นต้น

3. ควรนำกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ไปใช้ในการวิจัยเพื่อสำรวจหรือแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ เพราะโมเดลการปรับมโนทัศน์เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ครูพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. 2546. การคิดเชิงเปรียบเทียบ. กรุงเทพมหานคร: ซัคเซมีเดีย.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2540. ทฤษฎีการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิดต้นแบบการเรียนรู้ทางด้านหลักทฤษฎีและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

จรรยา ภูอุดม. 2544. การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชวาล แพรัตกุล. 2526. เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพมหานคร: วัฒนาพานิช.

ชูชีพ อ่อนโคกสูง. 2522. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

ดวงเดือน อ่อนนุ่ม. 2533. การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์-มหาวิทยาลัย.

ทวีป บรรจงเปลี่ยน. 2540. การศึกษาการเปรียบเทียบความเขาใจมโนมติวิทยาศาสตร เรื่อง โลกสีเขียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปที 1 ระหวางกลวิธีการสอนเพื่อเปลี่ยนมโนมติตามทฤษฎีของ Posner และคณะกับการสอนปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิทยาศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแกน.

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์. 2537. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการเรียนการสอน. วารสารพัฒนาหลักสูตร. 14(ตุลาคม – ธันวาคม): 55 – 60.

ปราณี รามสูตร. 2528. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพเจริญกิจ.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2534. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สหมิตรออฟเซท.

ปุณยนุช กูลเพชร์. 2552. การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ. สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. 2520. การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สารศึกษาการพิมพ์.

พรพิมล ยังฉิม. 2546. ผลการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด. สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, บัณฑิตวิทยาลัย.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ. 2532. รูปแบบการสอน. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒสงขลา.

พีระพล ศิริวงศ์. 2525. การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการสรุปครอบคลุมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการจำเรื่องรูปเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากการสอนที่ให้ตัวอย่างแตกต่างกันสองแบบ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

โพธิ์ทิพย์ วัชระสวัสดิ์. 2547. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 วิทยาลัยเทคนิคดอนเมือง จังหวัดกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ไพจิตร สดวกการ. 2538. ผลของการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เมรี ลิมอัษร. 2520. แนวคิดในการสอนคณิตศาสตร์. สงขลา: ภาควิชาคณิตศาสตร์. คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ยงยศ พุทธให้. 2543. การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง "เซต" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายปัญญา. สารนิพนธ์ ปริญญามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วิลาวัลย์ ลาภบุญเรือง. 2543. ผลการสอนเสริมเพื่อเปลี่ยนมโนมติที่คลาดเคลื่อนในวิชาเคมีเรื่องพันธะเคมี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแกน.

วิไลวรรณ ตรีศรีชะนะมา. 2537. แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับแนวคิดรวบยอด. สารพัฒนาหลักสูตร. 113(เมษายน – มิถุนายน): 49 – 51.

วัลลภา ธารีรัตน์. 2528. สอนให้ค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร. ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 9(1)(ตุลาคม): 57 – 69

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. 2546. การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. 2551. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ศึกษาธิการ, กระทรวง, กรมวิชาการ. 2544. คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ศึกษาธิการ, กระทรวง, กรมวิชาการ. 2545. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

สมบัติ แสงทองคำสุก. 2545. การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์และฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2546. คู่มือวัดผลและประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2548. คู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2548. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2551. ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: หจก. ส เจริญ การพิมพ์.

สุจินต์ วิศวธีรานนท์. 2523. ระบบการเรียนการสอนหน่วย 1 – 5. กรุงเทพ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

สุริยา รัตนพลที. 2545. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง "วิธีเรียงสับเปลี่ยนและจัดหมู่" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร. สารนิพนธ์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. 2549. วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ. 2547. กลยุทธ์ การสอนคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร: ภาพพิมพ์.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. 2520. เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

อัมพร ม้าคนอง. 2546. คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. 2547ก. ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ในพร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, หน้า 110 – 125.

อัมพร ม้าคนอง. 2547ข. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. (อัดสำเนา).

อเนก พุทธิเดช. 2548. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประมาณค่า" สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเทศบาลวัดเขียน จังหวัดพระนครศรีอยุธยา. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.

อาคม จันทสุนทร. 2522. การสอนความคิดรวบยอด. คุรุปริทัศน์ 2 (สิงหาคม): 47 – 52.

ภาษาอังกฤษ

Back, C.A., and Cromie, R.G. 1972. Introduction to Concepts of Geometry. USA: Prentice-Hall.

Bell, F.H. 1981. Teaching and Learning Mathematics. Lova Dubque: Wm C.Brown Company Publishers.

Boss, M. J. 2003. The beauty of and? and or? : Connections within mathematics for students with learning differences. Mathematics and Computer Education. 37(1): 105-114.

Brooks, J. G., and Brooks, M.1993. In search of understanding: The case for constructivist classrooms. Alexandria, VA: ASCD.

Bruner, J.S. 1960. The Process of Education. New York: Vintage Books.

Bruner, J.S., Goodnow, J.J, and Austin,G. A. 1957. A Study of Thinking. New York : John Wiley and Son.

Burkhardt, H. 2001. The Emperor's Old Clothes, or How the World See It. Available from: http://www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm. [2010, July 10]

Chi, M. T. H., and Roscoe, R. D. 2002. The process and challenges of conceptual change. In M. Limon and L. Mason (Eds.), "Reconsidering conceptual change: Issues in theory and practice" (pp. 3-27). Dordrecht: Kluwer.

Chi, M. T. H., Slotta, J. D., and de Leeuw, N. 1994. From things to processes: a theory of conceptual change for learning science concepts. Learning and Instruction, 4, 27–43.

Cooney, T. J., Davis, E. J., and Henderson, K. B. 1975. Dynamics Teaching Secondary School Mathematics. 2 nd ed. Boston: Houghton Mifflin.

Coştu, B., Ayas, A., Niaz, M., Ünal, S., and Çalik, M. 2007. Facilitating Conceptual Change in Students' Understanding of Boiling Concept. Journal of Science Education and Technology, 16:524–536.

Coxford, A. F. 1995. The Case for Connection. In Connecting Mathematics across The Curriculum. pp. 3 -12. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

De Cecco, J.P. 1968. The Psychology of Learning and Instruction: Educational Psychology. New Jersey: Prentice Hall.

Dossey, J. A., McCrone, S., Giordano, F. and Weir, M. D. 2002. Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom : A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12. Pacific Grove: Brooks/Cole Thomson Learning.

Driver, R., and Bell, B. 1986. Students' thinking and the learning of science: A constructivist view. School Science Review, 67: 443-456.

Edwards, S. 1998. Managing the Effective Teaching of Mathematics 3 – 8. London: Paul Chapman.

Esra, B. 2007. The effect of a Constructivist Learning Environment on the Limit Concept among mathematics Student Teachers. Educational Sciences: Theory and Practice,7(3): 1189 – 1195.

Etheredge, S.M. 1996. "A Constructivist Instructional Approach to Arithmetic Word Problem-Solving: Children as Authors and Collaborators," in Dissertation Abstract International . 56(8). 3040 – A . Michigan: Bell Howell.

Frayer, D., Frederick, W. C., and Klausmeier, H. J. 1969. A Schema for Testing the Level of Cognitive Mastery. Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research.

Gibson, J.T. 1980. Psychology for the Classroom. Englewood Cliff ,New Jersey: Prentice-Hall.

Good, C. V. 1959. Dictionary of education. United States of America: McGraw-Hill Book Company.

Goodwin, W. L. and Klausmeier , H. J. 1975. Facilitating Student Learning, An. Introduction to Educational Psychology. New York: Harrer and Row.

Guilford, J.P. 1952. General Psychology. New Jersy: Nostrand Company.

Hewson, P. W. 1981. A conceptual change approach to learning science. European Journal of Science Education, 3(4), 383-96.

House, P. A. 1995. Connecting Mathematics across the Curriculum (1995 Yearbook). Preface. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

Kennedy, L. M and Tipps, S. 1994. Guiding Children's Learning of Mathematics. 7 th ed. Belmont California: Wadsworth.

Klausmeier, H. J., and Ripple, R. E. 1971. Learning and Human Abilities: Educational Psychology. New York: Harper International Edition.

Koparan, T., Yıldız, C., Köğce, D., and Güven, B. 2010. The effect of conceptual change approach on 9th grade students' achievement. Procedia Social and Behavioral Sciences, 2: 3926–3931.

McDonald, F.J. 1959 . Education Psychology. San Francisco: Wadsworth Publishing Company.

Merlino, F. J. 2000. Understanding Integrated Mathematics Using Living Metaphors. Available from: http://www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm[2010, December 21]

National Council of Teachers of Mathematics. 1991. Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, Va: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. 2000. Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Owens, K. 2001. An Integrated Approach for Young Students. Available from : http://www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm [2010, September 28]

Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W., and Gertzog, W. A. 1982. Accommodation of a scientific conception: Toward a theory conceptual change. Science Education, 66: 211-227.

Reins, K.J. 2006. Conceptual Change Model for Teaching. Available from : http://people.usd.edu/~kreins/ learningModules/ConceptualChangeModel.htm [2010, July 10]

Riedesel, C. A., Schwartz J. E., and Clements D. H. 1998. Teaching Elementary School Mathematics. 6 th ed. N.d.

Shteingold, N. 2001. Isolate, Then integrate. Available from : http://www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm[2010, September 9]

Stepans, J. I., and Schmidt, D. L. 2009. From Wyoming to Florida, They Ask, "Why Wasn't I Taught This Way?". Inquiry: The Key to Exemplary Science. USA: National Science Teachers Association.

Stofflett, R. T.1994. The accommodation of science pedagogicial knowledge: The application of conceptual change constructs to teacher education. Journal of Research in Science Teaching, 31(8): 787-810.

Suping, S. M. 2003. Conceptual Change among Students in Science. ERIC Digest. ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education[Online]. Available from: http://www.ericdigests.org/2004-3/change.html[2010, July 7]

Toka, Y. and Aşkar, P. 2002. The effects of cognitive conflict and conceptual change text on students' achievement related to first degree equations with one unknown. Master's Thesis, Department of Secondary Science and Mathematics Education, Faculty of Education, Middle East Technical University.

Travers, R. M.W. 1967. Essentials of Learning : An Overview for Students of Education. New York : The Macmillan Co.

Uzuntiryaki, E. and Geban, Ö. 2005. Effect of conceptual change approach accompanied with concept mapping on understanding of solution concepts. Instructional Science, 33: 311–339.

Ventura, J . 2001. Integrating Literature, Mathematics, and Science. Available from: http://www.nctm.org/dialogues/200101/default_all_print.htm[2010, July 21]

Vosniadou, S. and Vamvakoussi, X. 2006. Examining mathematics learning from a conceptual change point of view: Implications for the design of learning environments. In L. Verschaffel, F. Dochy, M. Boekaerts and S.Vosniadou (Eds.), Instructional psychology: Past, present and future trends -Fifteen essays in honour of Erik De Corte. Amsterdam: Elsevier.

Vosniadou, S. and Verschaffel, L.2004. Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching. Learning and Instruction, 14: 445 – 451.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. รองศาตราจารย์ ดร.อังสนา จั่นแดง อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
2. อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นายเอนก รัศมี ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา ลพบุรี เขต 1

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. อาจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ อาจารย์ประจำสาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. นางสาวเบญจา เขียวสม ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรียาภัย อ.เมือง จ.ชุมพร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัย
หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54 2108

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.อังสนา จั่นแดง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54-2109

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.วรฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2107

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน นายเอนก รัศมี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54-2105

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ชนิตรา เลิศอมรพงษ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับบนโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.ถับพร บ้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54-2106

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน นางสาวเบญจา เชียวสม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับบนโนทัศน์ที่มีต่อบนโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2110

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญรองศาสตราจารย์ ดร.อังสนา จั่นแดง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ รองศาสตราจารย์ ดร.อังสนา จั่นแดง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54-2111

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญอาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรชจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรชจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ยาขัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ว 54- 2112

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา สพบุรี เขต 1

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญนายเอนก รัศมี เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นายเอนก รัศมี เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ว 54-2113

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญอาจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54-2114

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรียาภัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ นางสาวเบญจา เขียวสม เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเบญจา เขียวสม เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2116

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 เมษายน 2554

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรียาภัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับแนวโนทัศน์ที่มีต่อแนวโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดแนวโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และ แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 2115

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

29 เมษายน 2554

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนมาบอำมฤควิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้อง 2/4 และ 2/5 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค
ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 7 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t
กลุ่มควบคุม	30	63.27	17.573	0.076
กลุ่มทดลอง	37	63.59	17.741	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 7 แสดงให้เห็นว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ง
ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 8 แสดงผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t
กลุ่มควบคุม	30	11.73	3.258	2.365*
กลุ่มทดลอง	37	14.35	5.678	

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 8 แสดงให้เห็นว่าคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตารางที่ 9 แสดงผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 60 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t
กลุ่มควบคุม	30	11.83	8.392	3.089*
กลุ่มทดลอง	37	20.05	12.454	

* $p < 0.05$

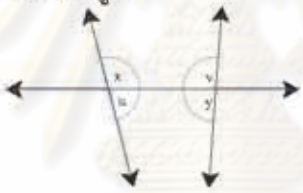
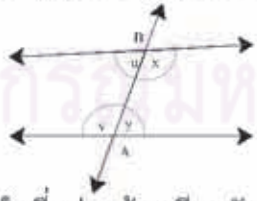
จากตารางที่ 9 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 แสดงโครงสร้างของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) เรื่อง เส้นขนาน รูปสามเหลี่ยม และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้	ข้อที่
1. **เส้นขนาน** - เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นมีระยะห่างเท่ากันเสมอ	2	2	1, 2
2. **มุมแย้ง** - ความหมายของมุมแย้ง ดังนี้ จากรูป  เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่าเป็นมุมแย้ง และเรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่าเป็นมุมแย้ง	2	1	3
3. **เส้นขนานและมุมแย้ง** - เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน	2	2	4, 5
4. **มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด** - ความหมายของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ดังนี้จากรูป  $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่า เส้นตัด AB เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB	2	1	6
5. **เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด** - เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะรวมกันได้ 180 องศา	2	2	7, 8

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้	ข้อที่
6. **รูปสามเหลี่ยม** - รูปสามเหลี่ยม คือ รูปปิดที่ประกอบด้วยด้าน 3 ด้านและมุม 3 มุม	2	1	9
7. **รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า** - รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวเท่ากัน	2	1	10
8. **รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว** - รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่ด้านยาวเท่ากัน 2 ด้าน	2	1	11
9. **รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า** - รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน	2	1	12
10. **รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก** - รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก	2	1	13
11. **รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม** - รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามมุมเป็นมุมแหลม	2	1	14
12. **รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน** - รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน	2	1	15
13. **มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม** - ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา	2	1	16
14. **ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต** - รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท	2	2	17, 18
15. **ความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรง** - ส่วนของเส้นตรงเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน	2	1	19

มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้	ข้อที่
16. ความเท่ากันทุกประการของมุม - มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ มุมทั้งสองมุมนั้นมีขนาดเท่ากัน	2	1	20
17. สมบัติสะท้อนของความเท่ากันทุกประการ - รูป A เท่ากันทุกประการกับ รูป A	2	1	21
18. สมบัติสมมาตรของความเท่ากันทุกประการ - ถ้ารูป A เท่ากันทุกประการกับ รูป B แล้ว รูป B เท่ากันทุกประการกับ รูป A	1	1	22
19. สมบัติถ่ายทอดของความเท่ากันทุกประการ - ถ้ารูป A เท่ากันทุกประการกับ รูป B และ รูป B เท่ากันทุกประการกับ รูป C แล้ว รูป A เท่ากันทุกประการกับ รูป C	2	1	23
20. ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม - รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกัน และมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ๆ	2	1	24
21. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน - ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน- มุม-ด้าน กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน มีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	2	2	25, 26
22. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม - ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	2	2	27, 28
23. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน - ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบด้าน-ด้าน-ด้าน กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	2	2	29, 30
รวม	45	30	

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท X ลงในกระดาษคำตอบ
5. หากมีปัญหาโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. เส้นตรงสองเส้นจะขนานกันเพราะเงื่อนไขในข้อใด

ก. เส้นตรงทั้งสองเส้นไม่จำเป็นต้องอยู่บนระนาบเดียวกันแต่ต้องยาวเท่ากัน

ข. เส้นตรงทั้งสองเส้นไม่จำเป็นต้องอยู่บนระนาบเดียวกันแต่ระยะห่างต้องเท่ากันเสมอ

ค. เส้นตรงทั้งสองเส้นต้องอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตั้งฉากกัน

ง. เส้นตรงทั้งสองเส้นต้องอยู่บนระนาบเดียวกันและมีระยะห่างเท่ากันเสมอ

2. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**เกี่ยวกับเส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน

ก. ถ้าเส้นตรงคู่ดังกล่าวขนานกัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะไม่ตัดกัน

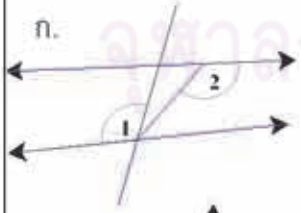
ข. ถ้าเส้นตรงคู่ดังกล่าวยาวเท่ากัน แล้วสรุปไม่ได้ว่าเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

ค. ถ้าระยะห่างระหว่างเส้นตรงน้อยเกินไปแล้วเส้นตรงคู่ดังกล่าวจะไม่ขนานกัน

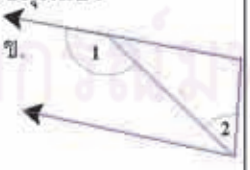
ง. เส้นตรงคู่ดังกล่าวจะขนานกัน ถ้ามีระยะห่างเท่ากันเสมอ

3. มุม 1 และมุม 2 คู่ใด**ไม่ใช่**มุมแย้ง

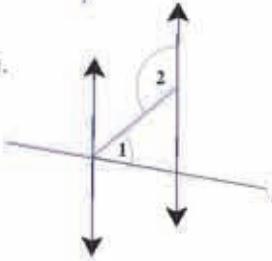
ก.



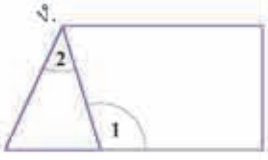
ข.



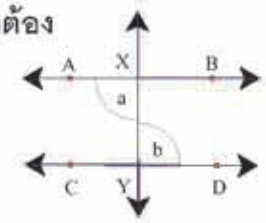
ค.



ง.



4. กำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นเส้นตรงที่อยู่บนระนาบเดียวกัน มี $\overline{XY}$ เป็นเส้นตัด ดังรูป ประโยคใดกล่าว**ถูกต้อง**



ก. ถ้า $\overline{AB}$ ขนานกับ $\overline{CD}$ แล้วสรุปไม่ได้ว่า a และ b เท่ากัน

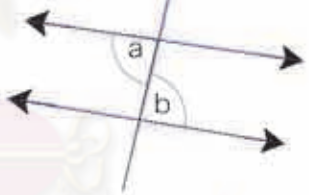
ข. $\overline{AB}$ ขนานกับ $\overline{CD}$ เมื่อ a + b เท่ากับขนาดของมุมฉาก

ค. ถ้า $\overline{AB}$ ขนานกับ $\overline{CD}$ แล้ว a จะเท่ากับ b หรือไม่ขึ้นอยู่กับทิศทางของ $\overleftrightarrow{XY}$

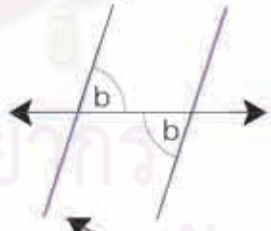
ง. ถ้า a เท่ากับ b แล้ว $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ขนานกัน

5. ถ้า a และ b แทนขนาดของมุมโดย $a \neq b$ แล้วเส้นคู่ใดขนานกัน

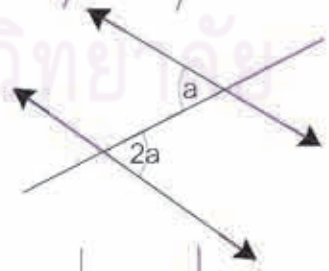
ก.



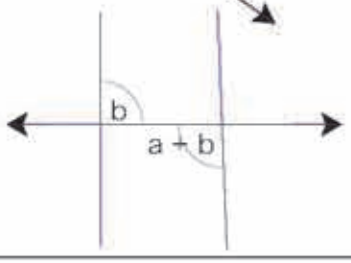
ข.



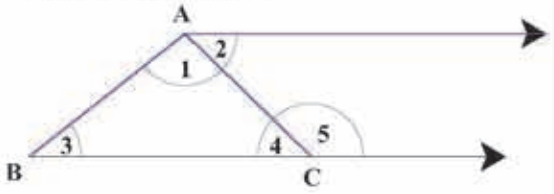
ค.



ง.



6. จากรูปมุมคู่ใดคือมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



ก. $\hat{2}$ และ $\hat{3}$

ข. $\hat{1}$ และ $\hat{5}$

ค. $\hat{1}$ และ $\hat{4}$

ง. $\hat{1}+\hat{2}$ และ $\hat{5}$

7. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง แล้วประโยคใดกล่าว**ถูกต้อง**เกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

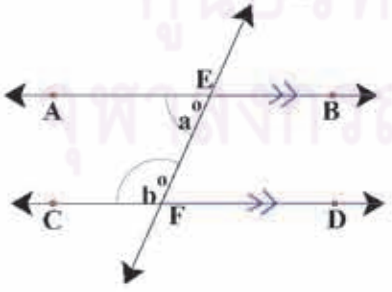
ก. มีขนาดเท่ากันเสมอ

ข. รวมกันมีขนาดเท่ากับมุมตรง

ค. มีขนาดเท่ากับมุมฉากเสมอ

ง. รวมกันมีขนาดเท่ากับมุมฉาก

8. ถ้า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และมี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด โดย $A\hat{E}F = a^\circ, C\hat{F}E = b^\circ$ ดังรูป แล้ว ข้อสรุปเกี่ยวกับค่า a และ b ในข้อใด**ถูกต้อง**



ก. $a+b<180$

ข. $a=b=90$

ค. $a+b=180$

ง. $a+b>180$

9. ประโยคใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

ก. เป็นรูปปิดที่มี 3 ด้าน

ข. ประกอบด้วยมุม 3 มุมเสมอ

ค. ประกอบด้วยมุมแหลม 3 มุมเสมอ

ง. เป็นรูปหลายเหลี่ยมที่มี 3 ด้าน

10. รูปในข้อใด**ไม่ใช่**รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ก. รูป X เป็นรูปที่ทุกด้านมีความยาวเท่ากัน

ข. รูป Y เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ทุกด้านมีความยาวเท่ากัน

ค. รูป Z เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มุมทุกมุมมีขนาดเท่ากัน

ง. รูป W เป็นรูปที่ประกอบด้วยด้าน 3 ด้านที่ยาวเท่ากันและ มุม 3 มุมที่มีขนาดเท่ากัน

11. ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ก. มีด้าน 2 ด้านยาวเท่ากัน

ข. มีมุม 2 มุมที่มีขนาดเท่ากัน

ค. มีด้าน 2 ด้านที่ยาวไม่เท่ากัน

ง. ถูกทั้งข้อ ก. และข้อ ข.

12. ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง** เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

ก. เป็นรูปปิดที่มีด้านไม่เท่ากัน 3 ด้าน

ข. เป็นรูปปิดที่ประกอบด้วยมุม 3 มุมและด้าน 3 ด้านซึ่งยาวไม่เท่ากัน

ค. เป็นรูปปิดที่ประกอบด้วยมุม 3 มุมและด้าน 3 ด้านที่ยาวเท่ากัน

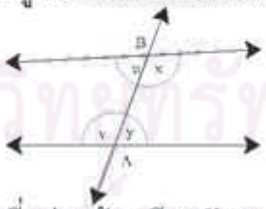
ง. เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ด้านไม่เท่ากัน 2 ด้าน

ตารางที่ 11 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงที่ตอบถูก (R_h) และจำนวนนักเรียนในกลุ่มต่ำที่ตอบถูก (R_l) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) เรื่อง เส้นขนาน รูปสามเหลี่ยม และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม จำนวน 30 ข้อ (ครั้งที่ 2)

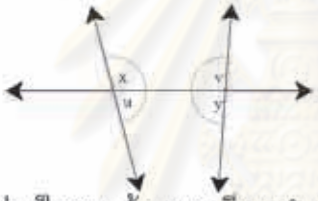
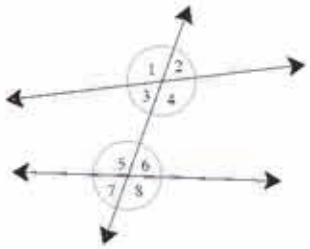
ข้อที่	R_h	R_l	p	r	ข้อที่	R_h	R_l	p	r
1	11	9	0.88	0.25	16	6	1	0.30	0.46
2	6	1	0.35	0.46	17	8	4	0.58	0.39
3	10	4	0.53	0.58	18	10	3	0.45	0.66
4	5	3	0.35	0.21	19	4	2	0.33	0.20
5	6	1	0.40	0.46	20	10	3	0.65	0.66
6	7	5	0.50	0.22	21	9	7	0.83	0.24
7	8	2	0.30	0.56	22	9	1	0.50	0.74
8	11	9	0.68	0.25	23	9	4	0.63	0.49
9	7	0	0.25	0.64	24	8	0	0.35	0.73
10	7	3	0.40	0.39	25	5	3	0.35	0.21
11	11	9	0.88	0.25	26	7	2	0.35	0.47
12	8	3	0.43	0.48	27	7	2	0.35	0.47
13	11	6	0.70	0.50	28	6	3	0.33	0.30
14	9	6	0.55	0.32	29	4	2	0.40	0.20
15	8	4	0.45	0.39	30	7	0	0.20	0.64

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 12 แสดงโครงสร้างของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) เรื่อง เส้นขนาน และ เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้	ข้อที่
1. **บทนิยามของเส้นขนาน** - เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน	4	2	1, 2
2. **ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน** - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะเท่ากันเสมอ - ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน - เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นเท่ากันเสมอ	4	3	3, 4, 5
3. **มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด** - ความหมายของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ดังนี้ จากรูป  $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่า เส้นตัด AB เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB	2	1	6
4. **เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด** - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา - ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน	5	3	7, 8, 9

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้	ข้อที่
- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา			
5. **สมบัติถ่ายทอดของเส้นตรงที่ขนานกัน** - ถ้ากำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}//\overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD}//\overleftrightarrow{EF}$ แล้ว $\overleftrightarrow{AB}//\overleftrightarrow{EF}$	3	2	10, 11
6. **มุมแย้ง** - ความหมายของมุมแย้ง ดังนี้ จากรูป  เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่าเป็นมุมแย้ง และเรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่าเป็นมุมแย้ง	2	1	12
7. **เส้นขนานและมุมแย้ง** - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน - ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน - เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน	4	3	13, 14, 15
8. **มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด** - ความหมายของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ดังนี้ จากรูป  เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{5}$, $\hat{2}$ และ $\hat{6}$, $\hat{7}$ และ $\hat{3}$, $\hat{8}$ และ $\hat{4}$ แต่ละคู่ว่าเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	2	1	16

มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้	ข้อที่
9. **เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด** - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน - ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน - เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน	4	3	17, 18, 19
10. **เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม** **10.1 มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม** - ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา	5	3	20, 21, 22
10.2 มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม - ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น	5	4	23, 24, 25, 26
10.3 รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ - ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	5	4	27, 28, 29, 30
รวม	45	30	

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2)
เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท X ลงในกระดาษคำตอบ
5. หากมีปัญหาโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. เส้นตรง L_1 และ เส้นตรง L_2 คู่ในข้อใดขนานกัน

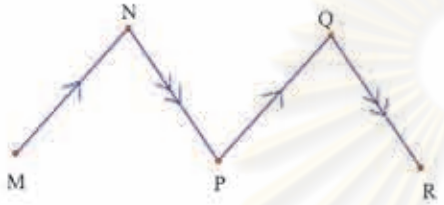
ก. L_1 และ L_2 อยู่บนระนาบเดียวกัน

ข. L_1 และ L_2 ไม่ตั้งฉากกัน

ค. L_1 และ L_2 ไม่อยู่บนระนาบเดียวกัน

ง. L_1 และ L_2 ไม่ตัดกัน

2. ถ้า $\overline{NM} // \overline{QP}$ และ $\overline{NP} // \overline{QR}$ ดังรูปแล้ว ข้อสรุปในข้อใด**ไม่ถูกต้อง**



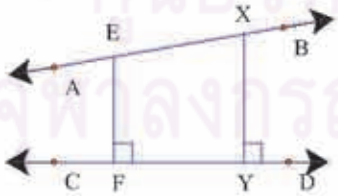
ก. ถ้าต่อความยาวของ $\overline{NM}$ และ $\overline{QP}$ ออกไป เส้นทั้งคู่จะตัดกัน

ข. ถ้าต่อความยาวของ $\overline{NP}$ และ $\overline{QR}$ ออกไป เส้นทั้งคู่จะไม่ตัดกัน

ค. $\overline{NP}$ และ $\overline{QP}$ ไม่ขนานกัน

ง. $\overline{NM}$ และ $\overline{QR}$ ไม่ขนานกัน

3. ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ อยู่บนระนาบเดียวกัน E และ X เป็นจุดใดๆ ที่แตกต่างกันบน $\overleftrightarrow{AB}$ โดย $\overline{EF}$ ตั้งฉากกับ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด F และ $\overline{XY}$ ตั้งฉากกับ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด Y ดังรูป แล้ว ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**



ก. $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ ก็ต่อเมื่อ EF = XY

ข. $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ ก็ต่อเมื่อ EF = FY

ค. $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ ก็ต่อเมื่อ EF > XY

ง. $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ ก็ต่อเมื่อ EF > FY

4. ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**เกี่ยวกับเส้นตรงที่อยู่บนระนาบเดียวกัน

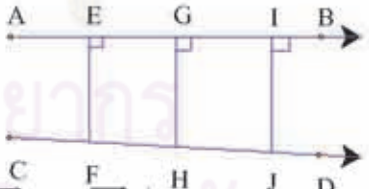
ก. เส้นตรงสองเส้นที่ขนานกันไม่จำเป็นต้องมีระยะห่างระหว่างเส้นเท่ากันเสมอ

ข. ถ้าระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่หนึ่งซึ่งวัดจากจุดที่ต่างกันไม่เท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะไม่ขนานกัน

ค. ถ้าระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นเท่ากันเสมอ แล้วสรุปไม่ได้ว่าเส้นตรงทั้งสองขนานกัน

ง. เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อยาวเท่ากันเสมอ

5. เมื่อ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ อยู่บนระนาบเดียวกัน E, G และ I เป็นจุดใดๆ ที่แตกต่างกันบน $\overleftrightarrow{AB}$ และF, H และ J เป็นจุดใดๆ ที่แตกต่างกันบน $\overleftrightarrow{CD}$ ถ้า EF < GH < IJ ดังรูป แล้วข้อใด**ถูกต้อง**



ก. $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ มีความยาวเท่ากัน

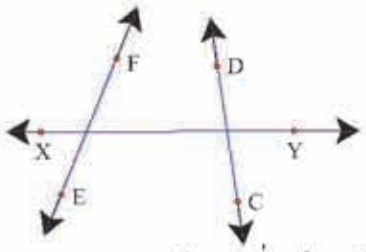
ข. $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ มีระยะห่างเท่ากัน

ค. เมื่อต่อความยาวของ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ออกไปพบว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ จะตั้งฉากกัน

ง. เมื่อต่อความยาวของ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ออกไปพบว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตัดกัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. ถ้า $\overleftrightarrow{XY}$ ตัด $\overleftrightarrow{EF}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ดังรูป แล้ว ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง** เมื่อมุม A และมุม B เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{XY}$



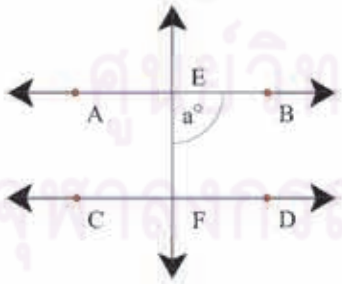
ก. มุม A และมุม B เป็นมุมที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{XY}$ และเป็นมุมประชิดกัน

ข. มุม A และมุม B เป็นมุมที่อยู่ระหว่าง $\overleftrightarrow{EF}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ และไม่เป็นมุมประชิดกัน

ค. มุม A และมุม B เป็นมุมที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{XY}$

ง. มุม A และมุม B เป็นมุมที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{XY}$ และ อยู่ระหว่าง $\overleftrightarrow{EF}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$

7. ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นเส้นตรงที่อยู่บนระนาบเดียวกัน มี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด และ $B\hat{E}F = a^\circ$ ดังรูป แล้วข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**



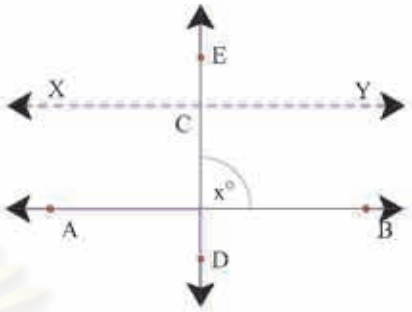
ก. $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ ก็ต่อเมื่อ $D\hat{F}E = a^\circ + 180^\circ$

ข. ถ้า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ แล้ว $a^\circ = D\hat{F}E + 180^\circ$

ค. $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ ก็ต่อเมื่อ $D\hat{F}E = a^\circ$

ง. ถ้า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ แล้ว $D\hat{F}E + a^\circ = 180^\circ$

8. จากรูปถ้าต้องการสร้าง $\overleftrightarrow{XY}$ ให้ผ่านจุด C และขนานกับ $\overleftrightarrow{AB}$ ควรนำเงื่อนไขใดมาพิจารณาในการสร้าง $\overleftrightarrow{XY}$



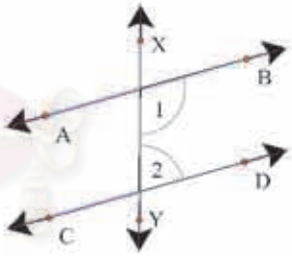
ก. $D\hat{C}Y = x^\circ$

ข. $D\hat{C}Y = 90^\circ$

ค. $D\hat{C}Y + x^\circ = 180^\circ$

ง. $D\hat{C}Y - 180^\circ = x^\circ$

9. จากรูป ข้อใดเป็นเหตุผลที่ทำให้สรุปได้ว่า $\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$



ก. $\overleftrightarrow{AB}$ ยาวเท่ากับ $\overleftrightarrow{CD}$

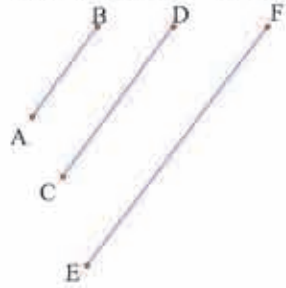
ข. $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน

ค. $\overleftrightarrow{XY}$ ตั้งฉากกับ $\overleftrightarrow{AB}$ หรือ $\overleftrightarrow{CD}$

ง. $\overleftrightarrow{XY}$ ทำมุมป้านกับ $\overleftrightarrow{AB}$ และทำมุมแหลมกับ $\overleftrightarrow{CD}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

10. ถ้า $\overline{AB} // \overline{CD}$ และ $\overline{CD} // \overline{EF}$ ดังรูป แล้วข้อสรุปเกี่ยวกับ $\overline{AB}$ และ $\overline{EF}$ ในข้อใด**ไม่ถูกต้อง**



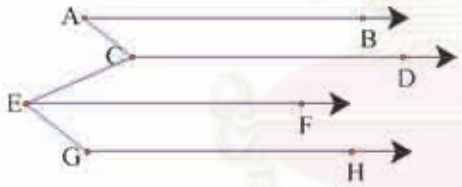
ก. ถ้าต่อความยาวของ $\overline{AB}$ และ $\overline{EF}$ ออกไป จะพบว่า $\overline{AB}$ และ $\overline{EF}$ ไม่ตัดกัน

ข. ระยะห่างระหว่าง $\overline{AB}$ และ $\overline{EF}$ ที่วัดจากจุดที่แตกต่างกันจะเท่ากันเสมอ

ค. สรุปไม่ได้ว่า $\overline{AB}$ และ $\overline{EF}$ ขนานกัน

ง. $\overline{AB}$ และ $\overline{EF}$ จะขนานกัน

11. กำหนดให้ $\overline{AB} // \overline{CD}$ และ $\overline{EF} // \overline{GH}$ ดังรูป จะสรุปได้หรือไม่ว่า $\overline{AB} // \overline{GH}$



ก. ได้ เพราะ $\overline{AB}$ และ $\overline{GH}$ ยาวเท่ากัน

ข. ได้ เพราะ $\overline{AB}$ และ $\overline{GH}$ ไปในทิศทางเดียวกัน

ค. ไม่ได้ เพราะ ยังไม่ทราบว่ามีรังสีใดที่ขนานกับทั้ง $\overline{AB}$ และ $\overline{GH}$ หรือไม่

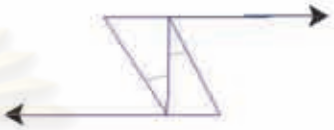
ง. ไม่ได้ เพราะ $\overline{AB}$ และ $\overline{GH}$ ยาวไม่เท่ากัน

12. มุมคู่ใด**ไม่ใช่**มุมแย้ง

ก.

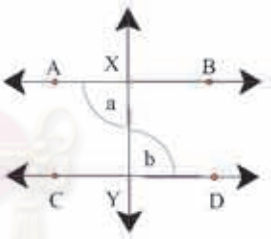
ข.

ค.



ง.

13. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นเส้นตรงที่อยู่บนระนาบเดียวกัน มี $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นตัด ดังรูป ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**



ก. ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน แล้ว สรุปไม่ได้ว่า a และ b เท่ากัน

ข. ถ้า $\overleftrightarrow{XY}$ ทำให้ a + b เท่ากับขนาดของมุมฉาก แล้วสรุปได้ว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน

ค. ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$ แล้ว a จะเท่ากับ b หรือไม่ขึ้นอยู่กับ $\overleftrightarrow{XY}$

ง. ถ้า a เท่ากับ b แล้ว $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ จะขนานกัน

ตารางที่ 13 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงที่ตอบถูก (R_h) และจำนวนนักเรียนในกลุ่มต่ำที่ตอบถูก (R_l) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) เรื่อง เส้นขนาน และ เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม จำนวน 30 ข้อ (ครั้งที่ 2)

ข้อที่	R_h	R_l	p	r	ข้อที่	R_h	R_l	p	r
1	8	5	0.57	0.27	16	6	2	0.36	0.36
2	11	4	0.67	0.64	17	10	3	0.55	0.64
3	9	3	0.74	0.55	18	9	2	0.38	0.64
4	8	4	0.52	0.36	19	7	1	0.24	0.55
5	11	5	0.62	0.55	20	10	5	0.60	0.46
6	7	2	0.36	0.46	21	10	3	0.62	0.64
7	9	6	0.60	0.27	22	8	4	0.33	0.36
8	9	6	0.62	0.27	23	11	3	0.76	0.73
9	10	6	0.74	0.36	24	10	7	0.62	0.27
10	11	8	0.74	0.27	25	9	1	0.62	0.73
11	6	2	0.29	0.36	26	9	2	0.38	0.64
12	10	6	0.71	0.36	27	8	3	0.45	0.46
13	7	3	0.55	0.36	28	11	5	0.69	0.55
14	10	4	0.64	0.55	29	4	1	0.24	0.27
15	8	0	0.33	0.73	30	10	8	0.76	0.18

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

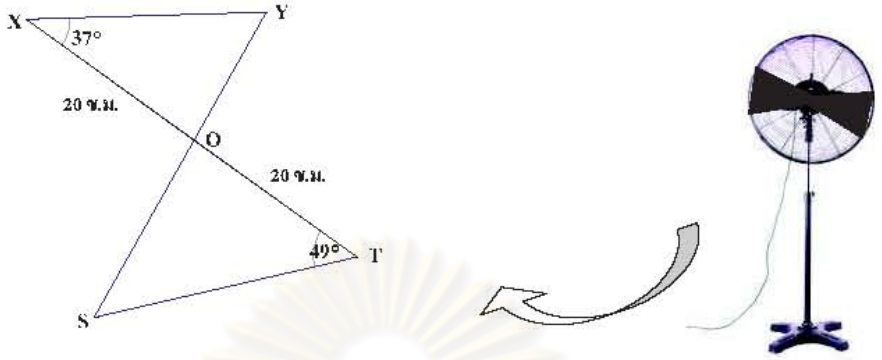
ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1)
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 5 ข้อ เป็นข้อสอบอัตนัย (ข้อละ 12 คะแนน คะแนนเต็ม 60 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. หากมีปัญหาโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
5. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. ฝ่ายออกแบบของโรงงานผลิตพัดลมแห่งหนึ่ง ออกแบบใบพัดของพัดลม ดังรูป เมื่อนำไปตรวจสอบพบว่าคุณภาพของสินค้าไม่ผ่านเนื่องจากใบพัดทั้งสองด้านไม่เท่ากัน นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับผลการตรวจสอบดังกล่าว



จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

ก. ให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาข้างต้น

.....

.....

.....

ข. ให้นักเรียนระบุ ทฤษฎี กฎ หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาข้างต้น

.....

.....

.....

.....

ค. ให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ง. ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาในชีวิตจริง จากความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในข้อ ก.

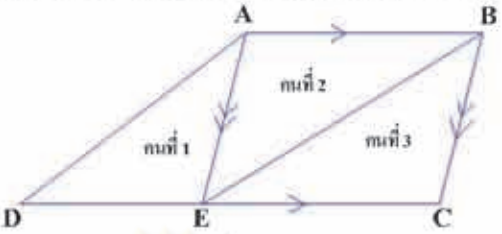
.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปABCED ซึ่งมีผู้ถือครองอยู่ 3 คน ดังรูป ถ้าทราบว่าที่ดินแปลงนี้ด้าน AB ขนานกับด้าน DC และเมื่อลากเส้นจากจุด A ไปจุด E และลากเส้นจากจุด B ไปจุด E พบว่าด้าน AE ขนานกับด้าน BC นักเรียนคิดว่าคนที่ 2 และคนที่ 3 ถือครองที่ดินเป็นพื้นที่เท่ากันหรือไม่



จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

ก. ให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาข้างต้น

.....

.....

.....

ข. ให้นักเรียนระบุ ทฤษฎี กฎ หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาข้างต้น

.....

.....

.....

.....

ค. ให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ง. ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาในชีวิตจริง จากความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในข้อ ก.

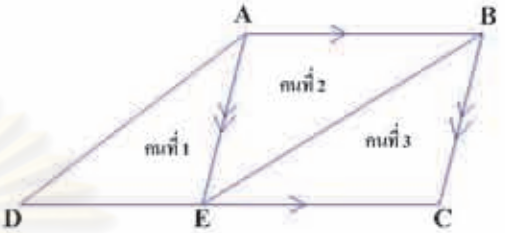
.....

.....

.....

แนวทางการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ชุดที่ 1)

2. ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปABCED ซึ่งมีผู้ถือครองอยู่ 3 คน ดังรูป ถ้าทราบว่าที่ดินแปลงนี้ด้าน AB ขนานกับด้าน DC และเมื่อลากเส้นจากจุด A ไปจุด E และลากเส้นจากจุด B ไปจุด E พบว่าด้าน AE ขนานกับด้าน BC นักเรียนคิดว่าคนที่ 2 และคนที่ 3 ถือครองที่ดินเป็นพื้นที่เท่ากันหรือไม่



จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

ก. ให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาข้างต้น

1. ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมแบบมุม-ด้าน-มุม
2. เส้นขนานและมุมแย้ง

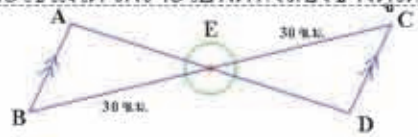
ข. ให้นักเรียนระบุ ทฤษฎี กฎ หรือนิยามที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาข้างต้น

1. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดมีความสัมพันธ์กันแบบมุม-มุม-ด้าน กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
2. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

ค. ให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาข้างต้น

1. พิจารณา ΔABE และ ΔCEB
2. จากโจทย์ทราบว่า $\overline{AB} // \overline{EC}$ และ $\overline{AE} // \overline{BC}$ ดังนั้น มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากันนั่นคือ $A\hat{B}E = B\hat{E}C$ และ $A\hat{E}B = E\hat{B}C$
3. จากรูปพบว่า ΔABE และ ΔCEB มีด้านร่วม นั่นคือ BE = BE
4. ดังนั้น ΔABE และ ΔCEB เท่ากันทุกประการจากความสัมพันธ์แบบมุม-ด้าน-มุม
5. สรุปได้ว่า คนที่ 2 และคนที่ 3 ถือครองที่ดินเป็นพื้นที่เท่ากัน

ง. ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาในชีวิตจริง จากความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในข้อ ก. ร้านค้าออกแบบใบพัดเครื่องตัดหญ้า ซึ่งทราบเพียงว่า $\overline{AB} // \overline{CD}$ และ BE = CE = 30 ซ.ม. ดังรูป แต่ลูกค้าบอกว่าน่าจะใช้ไม่ได้ เพราะใบพัดทั้งสองข้างดูเหมือนมีขนาดไม่เท่ากัน นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่



ตารางที่ 14 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) จำนวน 5 ข้อ

ข้อที่	p	r
1	0.68	0.25
2	0.50	0.67
3	0.53	0.50
4	0.35	0.31
5	0.40	0.41

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

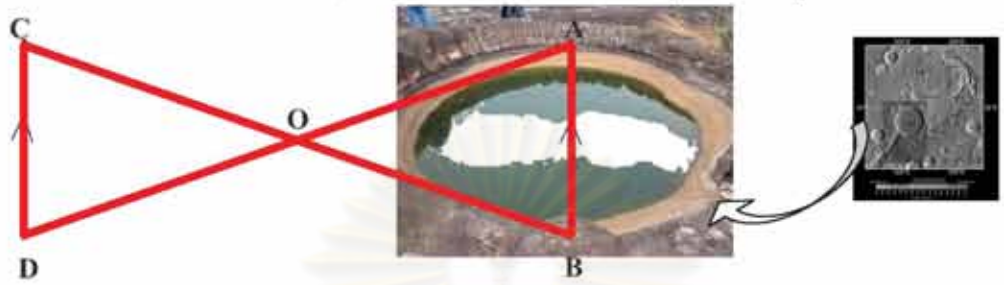
ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2)
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 5 ข้อ เป็นข้อสอบอัตนัย (ข้อละ 12 คะแนน คะแนนเต็ม 60 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. หากมีปัญหาโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
5. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. นักสำรวจต้องการหาความกว้างของหลุมอุกาบาตที่เขาค้นพบ โดยถือว่า $\overline{AB}$ แทนความกว้างของหลุมอุกาบาต แต่ไม่สามารถเข้าไปวัดความกว้างภายในหลุมได้โดยตรง เขาจึงสร้าง $\overline{CD}$ บนพื้นดินโดยให้ $\overline{CD} // \overline{AB}$ แล้วสร้าง $\overline{CB}$ และ $\overline{DA}$ ให้ตัดกันที่จุด O ดังรูป และพบว่า AO = DO และ BO = CO จากนั้นวัดระยะทางของ $\overline{CD}$ ได้ 1,260 เมตร เขาจึงสรุปว่าหลุมอุกาบาตที่พบน่าจะมีความกว้างประมาณ 1,260 เมตร นักเรียนคิดว่าข้อสรุปดังกล่าวถูกต้องหรือไม่



จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

ก. ให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาข้างต้น

.....

.....

.....

ข. ให้นักเรียนระบุ ทฤษฎี กฎ หรือนิยาม ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาข้างต้น

.....

.....

.....

.....

ค. ให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ง. ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาในชีวิตจริง จากความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในข้อ ก.

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 15 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) จำนวน 5 ข้อ

ข้อที่	p	r
1	0.46	0.52
2	0.57	0.29
3	0.34	0.50
4	0.41	0.65
5	0.39	0.44

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ฉ
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

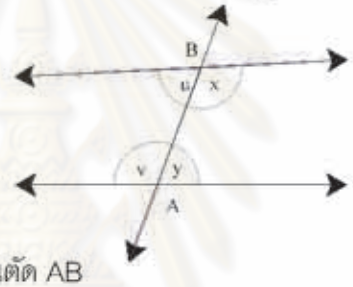
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เส้นขนาน เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ผู้สอน นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ จำนวน 3 คาบ

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ - มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ดังรูป



เรียก $\overline{AB}$ ว่า เส้นตัด AB

เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. ระบุมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด เมื่อกำหนดให้เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ได้
2. อธิบายได้ว่า เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา
3. หาขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดซึ่งเกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง เมื่อกำหนดมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดอีกมุมหนึ่งมาให้ ได้

4. ระบุได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่เมื่อกำหนดขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดมาให้
5. พิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์โดยใช้สมบัติของเส้นขนานที่กล่าวว่า เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา ได้

ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. แก้ปัญหาโดยใช้สมบัติของเส้นขนานที่กล่าวว่า เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศาได้
2. อธิบายเหตุผลโดยใช้ความรู้ที่มีอยู่ผ่านการพูดและการเขียนได้
3. เขียนอธิบายแสดงการเชื่อมโยงสมบัติของเส้นขนานสู่สถานการณ์ในชีวิตประจำวันหรือวิชาอื่นได้

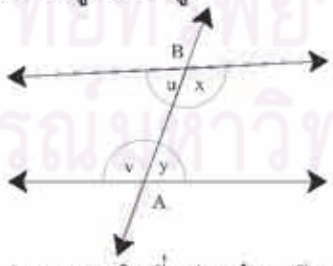
ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. ทำงานด้วยความมีระเบียบเรียบร้อยเป็นขั้นตอนที่ถูกต้อง
2. กล้าแสดงความคิดเห็นและยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น
3. เอาใจใส่ในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
4. วางแผนก่อนการทำงานและกิจกรรมในชั้นเรียน

สาระการเรียนรู้ เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ความหมายของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ดังรูป



เรียก $\overleftrightarrow{AB}$ ว่า เส้นตัด AB

เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

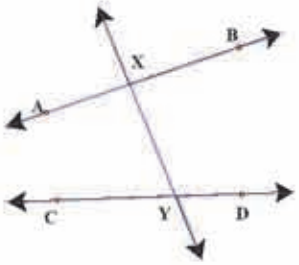
เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

สมบัติของเส้นขนาน

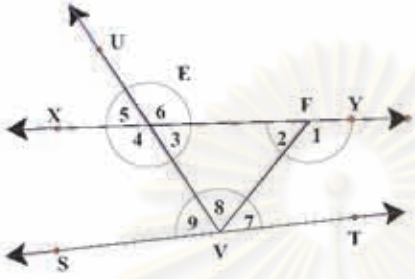
- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ตัวอย่างที่ 1 จงสำรวจว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

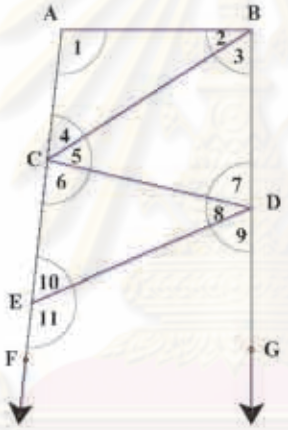
1)



2)



3)



วิธีทำ 1) จากรูป มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ

$A\hat{X}Y$ และ $C\hat{Y}X$

$B\hat{X}Y$ และ $D\hat{Y}X$

2) จากรูป มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ

$\hat{1}$ และ $\hat{7}$ $\hat{2}$ และ $\hat{8}$

$\hat{2}$ และ $\hat{8}+\hat{9}$ $\hat{3}$ และ $\hat{8}$

$\hat{3}$ และ $\hat{8}+\hat{7}$ $\hat{2}$ และ $\hat{3}$

$\hat{4}$ และ $\hat{9}$

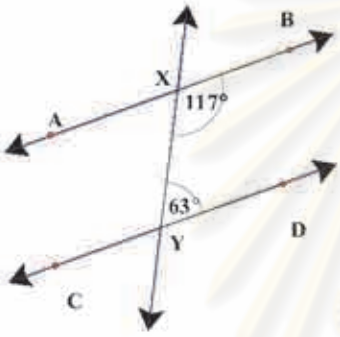
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3) จากรูป มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ

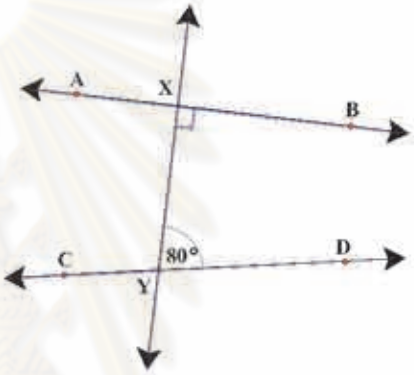
$\hat{1}$ และ $\hat{2}+\hat{3}$	$\hat{1}$ และ $\hat{2}$	$\hat{6}$ และ $\hat{8}$	$\hat{2}+\hat{3}$ และ $\hat{8}+\hat{7}$
$\hat{3}$ และ $\hat{5}+\hat{6}$	$\hat{1}$ และ $\hat{4}$	$\hat{6}$ และ $\hat{10}$	$\hat{10}$ และ $\hat{5}+\hat{6}$
$\hat{6}$ และ $\hat{8}+\hat{9}$	$\hat{2}$ และ $\hat{4}$	$\hat{8}$ และ $\hat{10}$	$\hat{3}$ และ $\hat{8}+\hat{7}$
$\hat{7}$ และ $\hat{4}+\hat{5}$	$\hat{3}$ และ $\hat{5}$	$\hat{1}$ และ $\hat{4}+\hat{5}$	
$\hat{9}$ และ $\hat{11}$	$\hat{3}$ และ $\hat{7}$	$\hat{7}$ และ $\hat{2}+\hat{3}$	
$\hat{10}$ และ $\hat{8}+\hat{7}$	$\hat{5}$ และ $\hat{7}$	$\hat{1}$ และ $\hat{10}$	

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าเส้นตรงแต่ละคู่ต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่เพราะเหตุใด

1)



2)

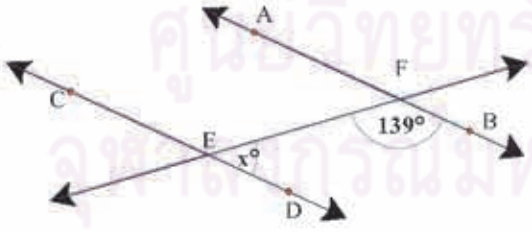


วิธีทำ 1) ขนานกันเพราะ $117^\circ + 63^\circ = 180^\circ$

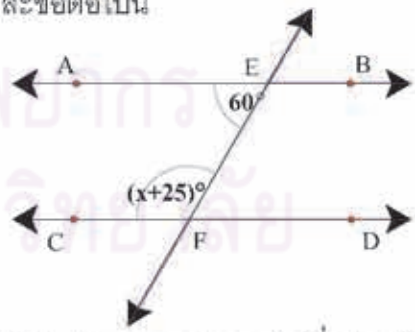
2) ไม่ขนานกันเพราะ $90^\circ + 80^\circ \neq 180^\circ$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่า x ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1)



2)



วิธีทำ 1) เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ จะได้ $x + 139 = 180$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180°)

$x = 180 - 139$

ดังนั้น $x = 41$

2) เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ จะได้ $x + 25 + 60 = 180$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180°)

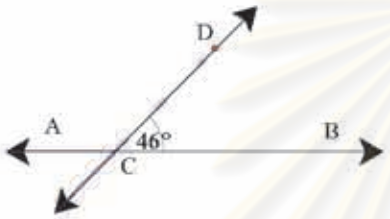
$$x + 85 = 180$$

$$x = 180 - 85$$

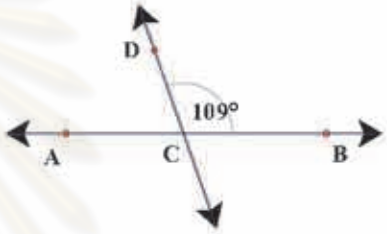
ดังนั้น $x = 95$

ตัวอย่างที่ 4 จากรูปต่อไปนี้ จงลาก $\overleftrightarrow{EF}$ ให้ผ่านจุด D และขนานกับ $\overleftrightarrow{AB}$ พร้อมทั้งบอกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ $D\hat{C}B$ ของเส้นตัด CD

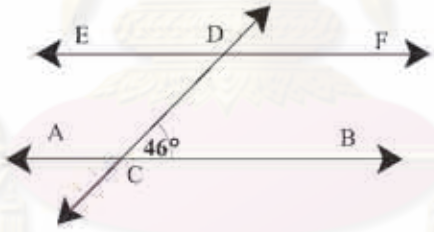
1)



2)



วิธีทำ 1) จากโจทย์จะได้รูป



เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$ จะได้ $C\hat{D}F + 46^\circ = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180°)

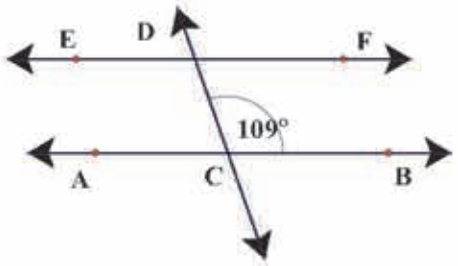
$$C\hat{D}F = 180^\circ - 46^\circ$$

ดังนั้น $C\hat{D}F = 134^\circ$

นั่นคือ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ $D\hat{C}B$ ของเส้นตัด CD มีขนาดเท่ากับ 134 องศา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2) จากโจทย์จะได้รูป



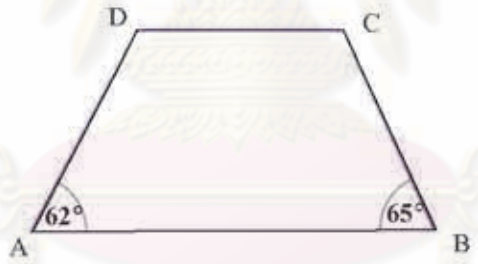
เนื่องจาก $\overline{AB}//\overline{EF}$ จะได้ $C\hat{D}F + 109^\circ = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180°)

$$C\hat{D}F = 180^\circ - 109^\circ$$

ดังนั้น $$C\hat{D}F = 71^\circ$$

นั่นคือ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ $D\hat{C}B$ ของเส้นตัด CD มีขนาดเท่ากับ 71 องศา

ตัวอย่างที่ 5 จากรูป กำหนดให้ $\square$ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้าน AB ขนานกับด้าน CD ดังรูป จงหาขนาดของ $C\hat{D}A$ และขนาดของ $D\hat{C}B$



วิธีทำ เนื่องจาก ด้าน AB ขนานกับด้าน CD ซึ่งมีด้าน AD และด้าน BC เป็นเส้นตัด

ดังนั้น $C\hat{D}A + 62^\circ = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

$$C\hat{D}A = 180^\circ - 62^\circ$$

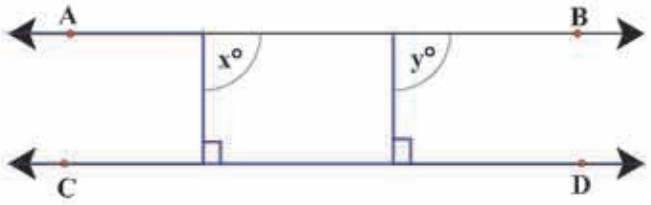
$$C\hat{D}A = 118^\circ$$

และ $D\hat{C}B + 65^\circ = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

$$D\hat{C}B = 180^\circ - 65^\circ$$

$$D\hat{C}B = 115^\circ$$

ตัวอย่างที่ 6 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่า x และ y



วิธีทำ เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ จะได้ว่า

$x + 90 = 180$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

$x = 90$

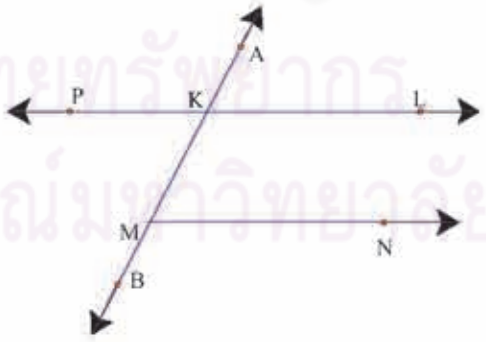
และจะได้ว่า

$y + 90 = 180$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

$y = 90$

ดังนั้น $x = 90$ และ $y = 90$

ตัวอย่างที่ 7 จากรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{PL} // \overleftrightarrow{MN}$ และมี $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นตัด จงพิสูจน์ว่า $B\hat{M}N = M\hat{K}L$



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PL} // \overleftrightarrow{MN}$

ต้องการพิสูจน์ว่า $B\hat{M}N = M\hat{K}L$

พิสูจน์ $\overleftrightarrow{PL} // \overleftrightarrow{MN}$ และมี $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นตัด (กำหนดให้)

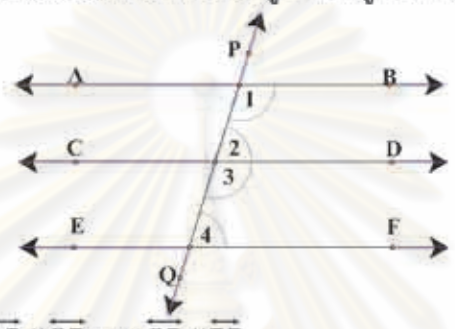
$M\hat{K}L + K\hat{M}N = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180°)

$B\hat{M}N + K\hat{M}N = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

จะได้ $B\hat{M}N + K\hat{M}N = M\hat{K}L + K\hat{M}N$ (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น $B\hat{M}N = M\hat{K}L$ (นำ $K\hat{M}N$ มาลบทั้งสองข้าง)

ตัวอย่างที่ 8 กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ ดังรูป จงพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$



กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$

พิสูจน์ ลาก $\overleftrightarrow{PQ}$ ให้ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ดังรูป

$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และมี $\overleftrightarrow{PQ}$ เป็นเส้นตัด (กำหนดให้)

$\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180°)

$\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ และมี $\overleftrightarrow{PQ}$ เป็นเส้นตัด (กำหนดให้)

$\hat{3} + \hat{4} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180°)

$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} = 180 + 180$ (สมบัติของการเท่ากัน)

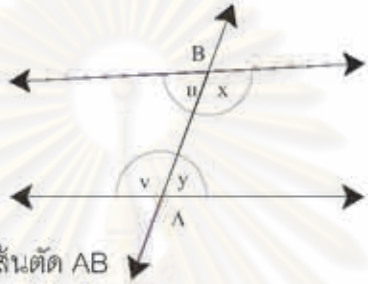
แต่ $\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

จะได้ $\hat{1} + \hat{4} = 180^\circ$ (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$ (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180° แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)

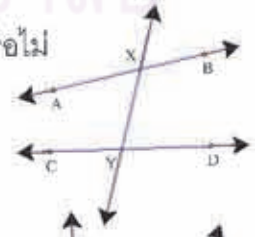
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

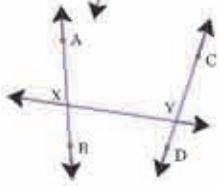
กิจกรรมการเรียนรู้

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง
(สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)</th><th>กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)</th></tr>
<tr><td colspan="2">ขั้นนำ
1. ครูทบทวนความรู้เรื่อง เส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนาน ที่เรียนในคาบที่แล้ว และทบทวนลักษณะของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่เกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้การถามตอบ ซึ่งควรจะได้ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ดังรูป
 

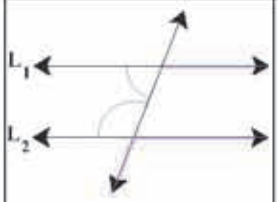
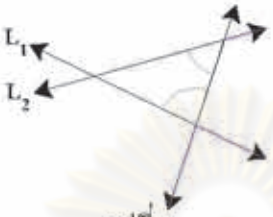
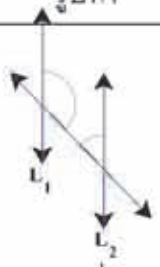
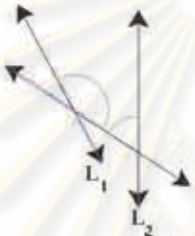
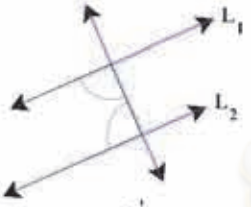
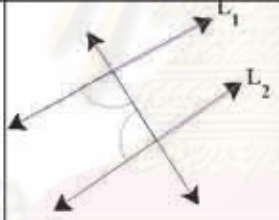
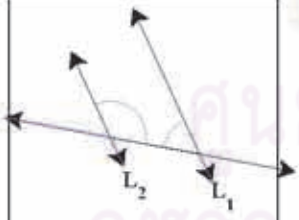
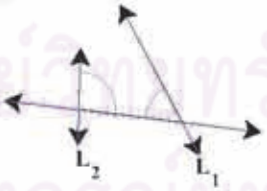
จะเรียก $\overline{AB}$ ว่า เส้นตัด AB
เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB
เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB
2. ให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 1 เพื่อเป็นการทบทวน มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดซึ่งเกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง</td></tr>
<tr><td>ขั้นสอน

ขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงาน
1. ครูตั้งคำถามเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน ดังนี้
"จากรูป ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะสัมพันธ์กันอย่างไร"</td><td>ขั้นสอน

1. ครูให้เวลานักเรียนดำเนินการตามใบกิจกรรมดังคำถามต่อไปนี้
1) ในแต่ละข้อกำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ไม่ขนานกัน มี $\overline{XY}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่าขนาดของมุมภายในแต่ละคู่ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา หรือไม่
1.1) 

1.2) 
</td></tr>
</table>

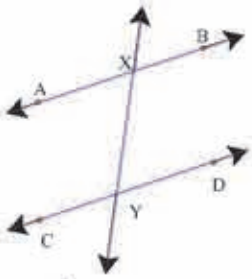
กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)

กลุ่มที่ 1 L_1 และ L_2 ขนานกัน	กลุ่มที่ 2 L_1 และ L_2 ไม่ขนานกัน
 รูปที่1	 รูปที่2
 รูปที่3	 รูปที่4
 รูปที่5	 รูปที่6
 รูปที่7	 รูปที่8

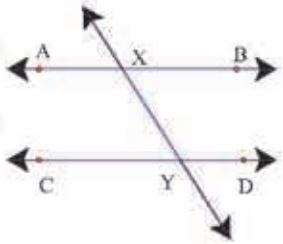
2. นักเรียนเขียนตอบคำถามและแสดงเหตุผลในการตอบโดยใช้ความรู้ที่มีอยู่ เป็นรายบุคคลลงใบกิจกรรม

2) ในแต่ละข้อกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน มี $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่าขนาดของมุมภายในแต่ละคู่ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา หรือไม่

2.1)



2.2)



2. ครูกำหนดคำถามว่า

- จากการตอบคำถามในข้อ 1 และข้อ 2 เมื่อกำหนดเส้นตรงคู่หนึ่งมาให้ นักเรียนได้ผลสรุปอย่างไรเกี่ยวกับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด กับการขนานกันของเส้นตรงคู่นั้น

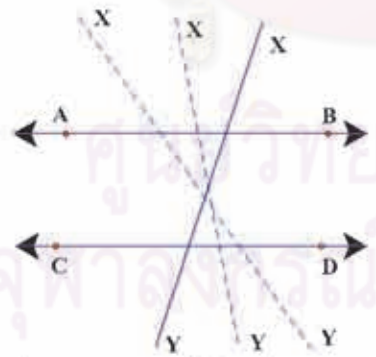
3. ครูนำนักเรียนอภิปรายผลที่ได้จากข้อที่ 1) และ 2) ซึ่งควรจะได้ว่า

- จากข้อ 1) เมื่อวัดขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด พบว่าผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไม่เท่ากับ 180 องศา

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความเชื่อ 3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อย (กลุ่มละ 4 คน โดยประมาณ) และให้เวลานักเรียนอภิปรายคำตอบและเหตุผลในการตอบภายในกลุ่ม ซึ่งนักเรียนอาจจะพบว่าคำตอบของสมาชิกภายในกลุ่มแตกต่างกัน 4. ครูให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบและเหตุผลที่ได้จากการอภิปรายภายในกลุ่ม ครูทำหน้าที่บันทึกคำตอบและเหตุผลบนกระดานดำโดยไม่แสดงความคิดเห็นต่อคำตอบของนักเรียน ตัวอย่างคำตอบที่อาจเป็นไปได้ เช่น - ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดไม่เท่ากัน - ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมุมหนึ่งเป็นสองเท่าของอีกมุมหนึ่ง - ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน - ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา เป็นต้น 5. ครูและนักเรียนช่วยกันจำแนกคำตอบที่ได้จากแต่ละกลุ่มเพื่อนำไปทดสอบในขั้นที่ 3 **ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ** 6. ครูและนักเรียนร่วมกันออกแบบวิธีทดสอบคำตอบที่จำแนกได้จากขั้นที่ 2 ตัวอย่างเช่น	- จากข้อ 2) เมื่อวัดขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด พบว่าผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศา - พบว่าผลที่ได้จากข้อ 1) และ 2) แตกต่างกัน 4. ครูให้นักเรียนสังเกตลักษณะของ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่มี $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นตัด ของข้อ 1) และ ข้อ 2) ว่าแตกต่างหรือเหมือนกันอย่างไร ซึ่งนักเรียนควรตอบได้ว่า - ลักษณะของ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่มี $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นตัดแตกต่างกัน โดยในข้อ 1) $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน แต่ข้อ 2) $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน 5. ครูให้เวลานักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ของข้อค้นพบ ระหว่างผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด และการขนานกันของ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ 6. ครูนำนักเรียนอภิปรายความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ 5. โดยสุ่มนักเรียนตอบเป็นรายบุคคล พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่อาจเป็นไปได้ เช่น - เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกัน มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา 7. ครูให้นักเรียนที่มีความคิดแตกต่างออกไปนำเสนอความคิดของตัวเอง

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
- ทดสอบด้วยการวัดขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดของรูปทั้งกลุ่มที่ 1 และ 2 แล้วเปรียบเทียบกับคำตอบที่จำแนกได้จากขั้นที่ 2 7. ครูให้นักเรียนทดสอบคำตอบตามวิธีการที่ร่วมกันออกแบบเป็นรายบุคคล แล้วบันทึกผลลงในใบกิจกรรม 8. ครูนำนักเรียนอภิปรายผลที่ได้จากการทดสอบโดยสุ่มนักเรียนบางคนแสดงความคิดเห็นแก่เพื่อนร่วมชั้น ผลจากการอภิปรายที่เป็นไปได้ เช่น - เมื่อวัดขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดพบว่ามีขนาดไม่เท่ากันเกือบทุกรูป ยกเว้นรูปที่5 ซึ่งอยู่ในกลุ่มที่ L_1 และL_2 ขนานกัน แสดงว่า "ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดไม่เท่ากัน" ยังคงไม่ถูกต้อง - เมื่อวัดขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด แล้วนำมาเปรียบเทียบกัน พบว่ามีบางรูปที่มุมหนึ่งมีขนาดเป็นสองเท่าของอีกมุมหนึ่ง แสดงว่า "ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมุมหนึ่งมีขนาดเป็นสองเท่าของอีกมุมหนึ่ง" ยังคงไม่ถูกต้อง เป็นต้น	8. ครูนำนักเรียนสรุปสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมเกี่ยวกับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ซึ่งควรได้ข้อสรุปว่า - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา - และ ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้ว เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน 9. ครูแนะนำว่าข้อสรุปที่ได้เป็นสมบัติสำคัญข้อหนึ่งของเส้นขนาน ซึ่งสามารถกล่าวได้อีกแบบหนึ่งว่า "เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา" 10. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 2 11. ครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบจากตัวอย่างที่ 2 โดยสุ่มนักเรียนตอบเป็นรายบุคคล และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
9. ครูให้นักเรียนที่มีความคิดเห็นแตกต่างจากคนที่อภิปรายก่อนหน้านำเสนอความคิด ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนจะทราบว่าคำตอบใดถูกหรือผิด และนักเรียนบางคนอาจจะพบว่าสิ่งที่ได้จากการทดสอบขัดแย้งความคิดของตนเอง 10. ในกรณีที่ไม่มีคำตอบใดถูกต้อง ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนตอบคำถามในขั้นที่ 1 ใหม่และทดสอบคำตอบด้วยตัวเองอีกครั้ง เช่น ถ้านักเรียนลองนำขนาดของมุมภายในทั้งสองมุมมาบวกกัน ผลลัพธ์ที่ได้เป็นอย่างไร **ขั้นที่ 4 ขั้นปรับมโนทัศน์** 11. ครูนำนักเรียนอภิปรายผลที่ได้จากการทดสอบในขั้นที่ 3 ด้วยการทบทวนคำถามจากขั้นที่ 1 และสังเกตผลที่ได้จากการทดสอบในขั้นที่ 3 12. ครูแนะนำว่าสิ่งที่ได้จากการทดสอบเป็นสมบัติอย่างหนึ่งของเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกันซึ่งเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดแล้วให้นักเรียนช่วยกันสร้างสมบัติดังกล่าว 13. ครูสุ่มนักเรียนอธิบายสมบัติของเส้นขนานที่แต่ละคนสร้าง พร้อมทั้งเหตุผลในการสร้างสมบัติดังกล่าว ครูบันทึกการอธิบายของนักเรียนบนกระดานดำ สมบัติที่นักเรียนสร้างที่อาจจะเป็นไปได้ เช่น - ถ้าเส้นขนานกันแสดงว่ามุมภายในจะรวมกันได้ 180 องศา - เส้นตรงสองเส้นขนาน แล้วมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา เป็นต้น	12. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 3, 4, 5 และ 6 โดยครูช่วยแนะนำ หลังจากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบจากตัวอย่างที่ 3, 4, 5 และ 6 โดยสุ่มนักเรียนตอบเป็นรายบุคคล และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 13. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 7 และ 8 ซึ่งเป็นการพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยสมบัติของเส้นขนาน โดยการถามนำ เช่น - โจทย์กำหนดอะไร - โจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร - ข้อมูลใดจากโจทย์ที่เป็นประโยชน์ในการพิสูจน์ - ในการพิสูจน์ยังต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ - ควรเริ่มต้นพิสูจน์อย่างไร โดยครูแสดงการพิสูจน์ในตัวอย่างที่ 7 และ 8 บนกระดานและให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็น 14. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยจากทำตัวอย่างที่ 7 และ 8 15. ครูแนะนำว่า จากตัวอย่างที่ 8 ทำให้ทราบว่าการขนานกันของเส้นตรงมีสมบัติการถ่ายทอด และนำนักเรียนสรุปสมบัติการถ่ายทอดของเส้นตรง ซึ่งควรจะได้ว่า "ถ้ากำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ แล้ว $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$ "

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ซึ่งอาจจะเป็นสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่ยังไม่สมบูรณ์ 14. ครูสอบถามความคิดเห็นจากนักเรียนคนที่มีความเห็นแตกต่าง แล้วบันทึกผลลงบนกระดาน 15. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของเส้นขนาน และมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ซึ่งควรจะได้ว่า - "ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา" 16. ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจที่มีต่อสมบัติของเส้นขนานให้ชัดเจนขึ้น เช่น - เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง ดังรูป ถ้าเส้นตัด $\overline{XY}$ ตัดเส้นขนานในทิศทางต่างๆ แล้วผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะยังคงมีค่าเท่ากับ 180 องศา หรือไม่  ซึ่งนักเรียนควรจะตอบได้ว่า ไม่ว่า $\overline{XY}$ จะตัดเส้นคู่ขนานอย่างไรผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะยังคงมีค่าเท่ากับ 180 องศาเสมอ	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
17. ครูให้นักเรียนพิจารณาว่า จากสมบัติที่ได้ในข้อ 15 สามารถกล่าวในทางกลับกันว่า "ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกันหรือไม่" ได้หรือไม่ - ซึ่งนักเรียนควรตอบได้ว่า ได้ และครูอาจแนะนำให้นักเรียนตรวจสอบว่าคำกล่าวข้างต้นเป็นจริงด้วยการวัดระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นนั้น 18. ครูแนะนำว่า จากสมบัติของเส้นขนานที่กล่าวว่า "ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา" และ "ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน" สามารถกล่าวได้อีกแบบหนึ่งโดยใช้คำว่า "ก็ต่อเมื่อ" ดังนี้ "เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา"	

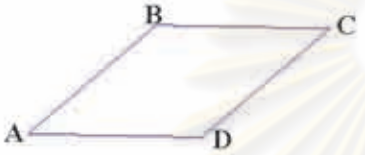
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์ 19. ครูกำหนดคำถามดังตัวอย่างที่ 2, 3, 4, 5และ 6 ให้นักเรียนนำความหมายและสมบัติของเส้นขนานที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา 20. ครูให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาในตัวอย่างที่ 2, 3, 4, 5 และ 6 และเปิดโอกาสให้ซักถามข้อสงสัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหา 21. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 7 และ 8 ซึ่งเป็นการพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยสมบัติของเส้นขนานที่ได้จากขั้นที่ 4 โดยการถามนำ เช่น - โจทย์กำหนดอะไร - โจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร - ข้อมูลใดจากโจทย์ที่เป็นประโยชน์ในการพิสูจน์ - ในการพิสูจน์ยังต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ - ควรเริ่มต้นพิสูจน์อย่างไร โดยครูแสดงการพิสูจน์ในตัวอย่างที่ 7 และ 8 บนกระดานและให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็นและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 22. ครูแนะนำว่า จากตัวอย่างที่ 8 ทำให้ทราบว่าการขนานกันของเส้นตรงมีสมบัติการถ่ายทอด และนำนักเรียนสรุปสมบัติการถ่ายทอดของเส้นตรง ซึ่งควรจะได้ว่า "ถ้ากำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ แล้ว $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$"	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ขั้นที่ 6 ขั้นนอกเหนือมโนทัศน์ 25. ครูกำหนดคำถาม ดังนี้ - เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันและยาวเท่ากัน ซึ่งมีสมบัติข้อหนึ่งว่า "มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน" นักเรียนสามารถใช้สมบัติของเส้นขนานที่กล่าวว่า "เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา" ในการพิสูจน์ว่าสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานข้อดังกล่าวเป็นจริงได้หรือไม่ อย่างไร 26. ครูให้เวลานักเรียนในการหาคำตอบ 27. ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ ครูจะใช้การถามนำ เช่น - ให้นักเรียนลองวาดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมดังกล่าวมีเส้นขนานเป็นส่วนประกอบหรือไม่ อย่างไร - ให้นักเรียนลองวัดขนาดของมุมตรงข้ามในรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานว่ามีขนาดเท่ากันหรือไม่ - ถ้า รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีเส้นขนานเป็นส่วนประกอบ แล้วมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมจะมีสมบัติเช่นเดียวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่เกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่งได้หรือไม่ เป็นต้น	

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)

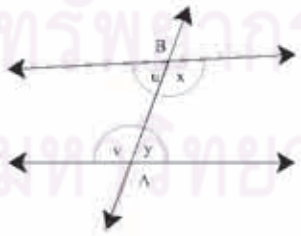
28. ครูและนักเรียนควรจะได้ข้อสรุปว่า สามารถใช้สมบัติของเส้นขนานที่กล่าว "เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา" ในการพิสูจน์ว่า มุมตรงข้ามภายในรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากันได้ ดังนี้
 
 	
กำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C = A\hat{D}C$
และ $B\hat{A}D = B\hat{C}D$
พิสูจน์ เนื่องจาก $\overline{AB} // \overline{DC}$ ($\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)
ดังนั้น $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)
เนื่องจาก $\overline{BC} // \overline{AD}$ ($\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ดังนั้น $B\hat{C}D + A\hat{D}C = 180^{\circ}$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา) จะได้ $A\hat{B}C + B\hat{C}D = B\hat{C}D + A\hat{D}C$ (สมบัติของการเท่ากัน) ดังนั้น $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ ในทำนองเดียวกัน จะพิสูจน์ได้ว่า $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ 29. ครูแนะนำเพื่อให้นักเรียนเห็นว่าสิ่งที่พิสูจน์ได้ว่าเท่ากัน คือ มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมที่อยู่ตรงข้ามกัน	

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้ ซึ่งควรจะได้ว่า เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ดังรูป



เรียก $\overleftrightarrow{AB}$ ว่า เส้นตัด AB

เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 เป็นการบ้าน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สื่อการเรียนรู้

1. ไม้บรรทัด
2. เครื่องมือวัดมุม
3. ใบกิจกรรม เรื่อง เส้นขนานและมุมภายที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
4. แบบฝึกหัดที่ 2

การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. ตอบคำถามได้ถูกต้องและมีความกระตือรือร้นในการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	2. ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม
3. สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียน	3. มีส่วนร่วมในการอภิปรายและนำเสนองาน
4. ตรวจสอบความถูกต้องในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด	4. ทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดถูกต้อง

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์)

ผู้สอน

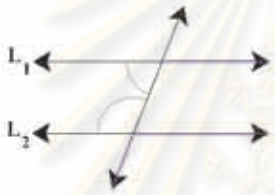
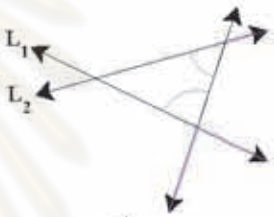
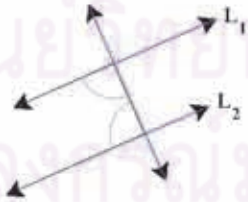
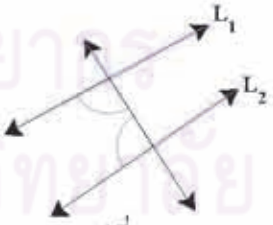
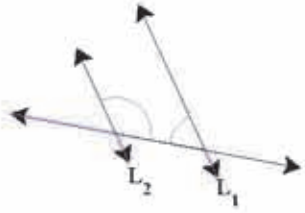
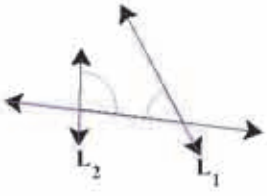
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ใบกิจกรรม (สำหรับกลุ่มทดลอง)
เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ชื่อ ..... ชั้น .....เลขที่ .....กลุ่มที่.....

ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาต่อไปนี้ แล้วตอบคำถามที่กำหนด

"จากรูป ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะสัมพันธ์กันอย่างไร"

กลุ่มที่ 1 L_1 และ L_2 ขนานกัน	กลุ่มที่ 2 L_1 และ L_2 ไม่ขนานกัน
 รูปที่1	 รูปที่2
รูปที่3	รูปที่4
 รูปที่5	 รูปที่6
 รูปที่7	 รูปที่8

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. จงตอบคำถามตามความรู้เดิมที่นักเรียนมี

.....

.....

.....

2. จงอธิบายเหตุผลของคำตอบข้างต้น

.....

.....

.....

.....

.....

3. นักเรียนทดสอบคำตอบข้างต้นด้วยวิธีใด และได้ผลเป็นอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จากผลการทดสอบและการอภิปรายในชั้นเรียน นักเรียนได้ข้อสรุปอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5. จงเขียนอธิบายเชื่อมโยงข้อสรุปข้างต้นไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง เนื้อหาวิชาอื่น หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันและยาวเท่ากัน ซึ่งมีสมบัติข้อหนึ่งว่า

"มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน"

นักเรียนสามารถใช้สมบัติของเส้นขนานที่กล่าวว่า

"เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา"

ในการพิสูจน์ว่าสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานข้อดังกล่าวเป็นจริงได้หรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

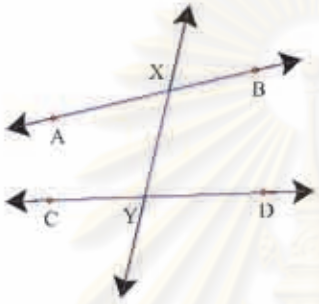
ใบกิจกรรม (สำหรับกลุ่มควบคุม)
เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ชื่อ ..... ชั้น .....เลขที่ .....กลุ่มที่.....

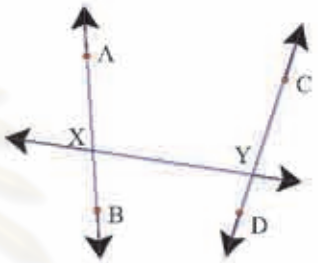
ตอนที่ 1

1. ในแต่ละข้อกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน มี $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่าขนาดของมุมภายในแต่ละคู่ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา หรือไม่

1.1)

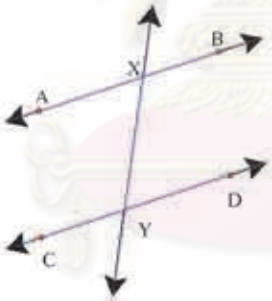


1.2)

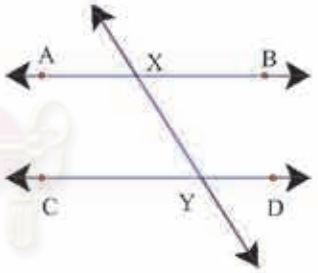


2. ในแต่ละข้อกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน มี $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่าขนาดของมุมภายในแต่ละคู่ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา หรือไม่

2.1)



2.2)



ตอนที่ 2 จากการตอบคำถามในข้อ 1 และข้อ 2 เมื่อกำหนดเส้นตรงคู่หนึ่งมาให้ นักเรียนได้ผลสรุปอย่างไรเกี่ยวกับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด กับการขนานกันของเส้นตรงคู่นั้น

.....

.....

.....

.....

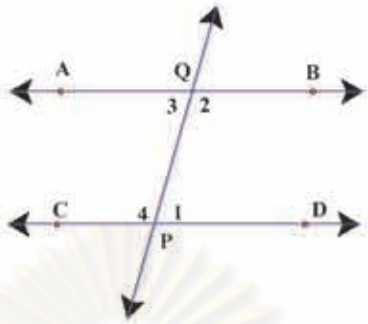
.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องโดยใช้รูปที่กำหนดให้



1) $\overline{PQ}$ เรียกว่า.....

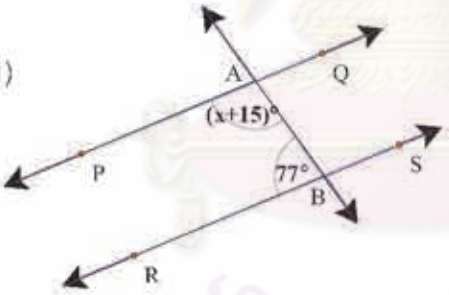
2) $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ จะขนานกันเมื่อ $\hat{1}+\hat{2}=$.....หรือ $\hat{3}+\hat{4}=$.....

3) ถ้า $\hat{1}$ มีขนาด 73 องศา แล้ว $\hat{2}$ จะมีขนาด.....

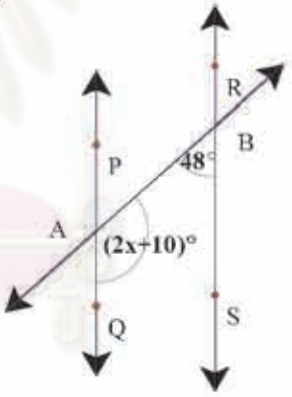
4) ถ้า $\hat{4}$ มีขนาด 107 องศา แล้ว $\hat{3}$ จะมีขนาด.....

2. จงหาค่า x ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\overline{PQ}//\overline{RS}$

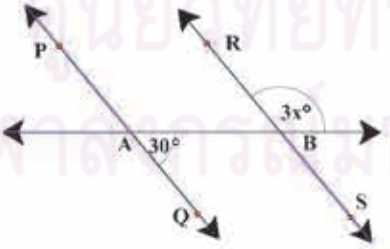
1)



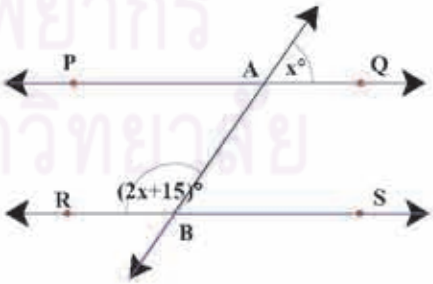
2)



3)



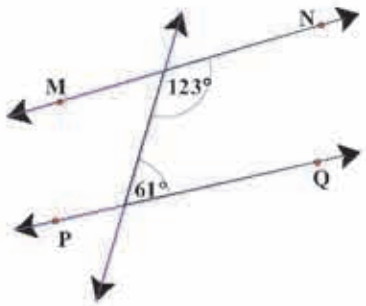
4)



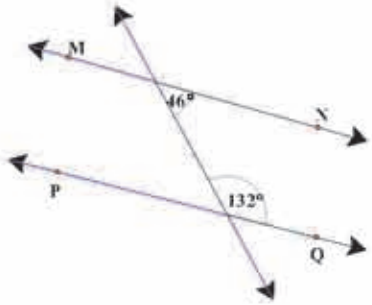
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. จงพิจารณาว่าเส้นตรงแต่ละคู่ต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่

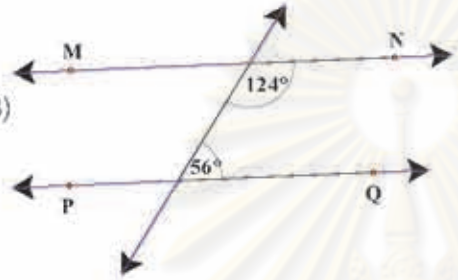
1)



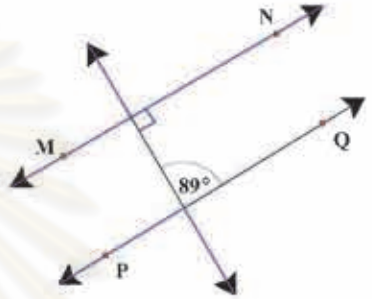
2)



3)

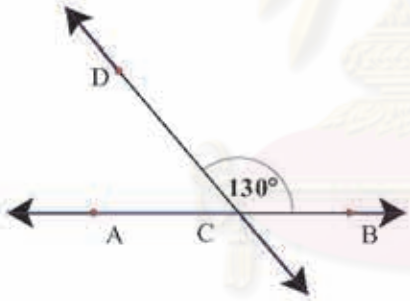


4)

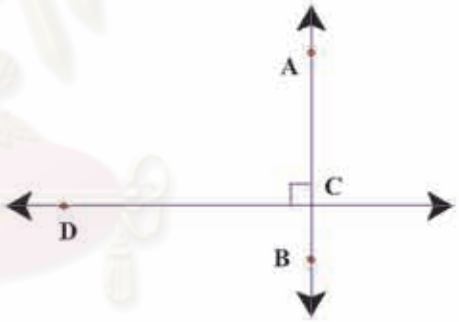


4. จากรูปต่อไปนี้ จงลาก $\overleftrightarrow{EF}$ ให้ผ่านจุด D และขนานกับ $\overleftrightarrow{AB}$ พร้อมทั้งบอกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ $D\hat{C}B$ ของเส้นตัด CD

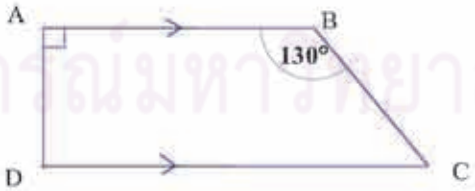
1)



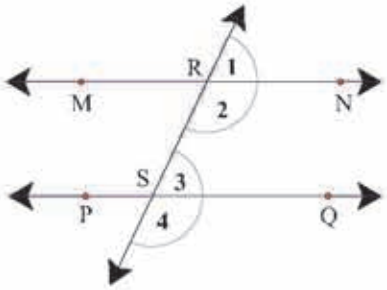
2)



5. จากรูปกำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมคางหมู จงหาขนาดของมุมภายในอีก 2 มุม ที่เหลือ



6. จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{MN} // \overleftrightarrow{PQ}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{3} = \hat{1}$



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวอาทิตยา สำราญอินทร์ เกิดวันที่ 8 เมษายน พ.ศ. 2527 ที่จังหวัดชุมพร สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตรบัณฑิต จากมหาวิทยาลัยทักษิณ ในปีการศึกษา 2549 และสำเร็จการศึกษาประกาศนียบัตรบัณฑิต (ป.บัณฑิต) จากมหาวิทยาลัยทักษิณ ในปีการศึกษา 2550 เข้ารับราชการครูเมื่อ พ.ศ. 2550 ที่โรงเรียนวัดพิชัยยาราม อ.เมือง จ.ชุมพร จากนั้นย้ายไปที่โรงเรียนมาบอำมฤตวิทยา อ.ปะทิว จ.ชุมพร เมื่อ พ.ศ. 2551 และเข้าศึกษาต่อหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2552

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย