บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 การหาสมการมาตรฐานสำหรับการสลายตัวของผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอน

การหาสมการมาตรฐานนั้น ใช้หลักเบื้องต้น ดังนี้ :-

จำนวนที่มีอยู่ที่เวลาใดๆขณะดูดอากาศ =(อัตราการเพิ่มจำนวนบนกระดาษกรอง) -(อัตราการลดลงเพราะการสลายตัว)

$$\frac{dN}{dT} = P - \lambda N$$

เมื่อ T คือระยะเวลาการดูดอากาศ

สมการ การสลายตัวของแก๊สเรดอน และแก๊สทอรอน

$$^{222}Rn \xrightarrow[\alpha]{3.825d} RaA \xrightarrow[\alpha]{3.05m} RaB \xrightarrow[\beta]{26.8m} RaC \xrightarrow[\beta]{19.7m} RaC' \xrightarrow[\alpha]{1.64\times10^{-4}m}$$

(Radon) (Po-218) (Pb-214) (Bi-214) (Po-214)

$$^{220}Rn \xrightarrow[\alpha]{54.5s} ThA \xrightarrow[\alpha]{0.158s} ThB \xrightarrow[\beta]{10.6hr} ThC \xrightarrow[\beta]{60.5m} ThC' \xrightarrow[\alpha]{3\times10^{-7}s}$$

(Thoron) (Po-216) (Pb-212) (Bi-212) (Po-212)

การหาสมการมาตรฐานของผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอนในอากาศโดยวิธี "T Sivoglou method"[12] ทำโดยดูดอากาศผ่านกระดาษกรอง ซึ่งในอากาศจะมีแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอน และผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอน เมื่อผ่านกระดาษกรอง ผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอนก็จะติดอยู่บนแผ่นกระดาษกรองเพราะเป็นอนุภาค ส่วนแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอนก็จะผ่านกระดาษกรองไป เพราะฉะนั้นบนแผ่นกระดาษกรองก็จะมี RaA, RaB, RaC ≡ RaC' และ ThA ≡ ThB และ ThC ≡ ThC'

กระดาษกรอง

$^{222}Rn + RaA + RaB + RaC \equiv RaC' \longrightarrow$ | $\bar{N}_1$ = RaA

$\bar{N}_2$ = RaB $\quad \xrightarrow{^{222}Rn}$

$\longrightarrow$ | $\bar{N}_3$ = RaC ≡ RaC'

$^{220}Rn + ThA \equiv ThB + ThC \equiv ThC' \longrightarrow$ | $\bar{N}_4$ = ThB ≡ ThA $\quad \xrightarrow{^{220}Rn}$

$\bar{N}_5$ = ThC ≡ ThC'

เพราะฉะนั้นสามารถเขียนสมการการสลายตัวของผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอนบนแผ่นกระดาษกรอง ซึ่งจะใช้คำนวณหาสมการมาตรฐานได้ดังนี้

$$\underset{(N_1)}{RaA} \xrightarrow[\lambda_1]{3.05m} \underset{(N_2)}{RaB} \xrightarrow[\lambda_2]{26.8m} \underset{(N_3)}{RaC} \xrightarrow[\lambda_3]{19.7m} RaC'$$

$$\underset{(N_4)}{ThB} \xrightarrow[\lambda_4]{10.6hr} \underset{(N_5)}{ThC} \xrightarrow[\lambda_5]{60.5m} ThC' \xrightarrow{3\times10^{-7}s}$$

ถ้าให้ $\bar{Q}_1$, $\bar{Q}_2$, $\bar{Q}_3$, $\bar{Q}_4$ และ $\bar{Q}_5$ เป็นความเข้มข้นของสารกัมมันตรังสี RaA, RaB, RaC, ThB และ ThC ที่นับได้มีหน่วยเป็นอะตอมต่อลิตร $\bar{N}_1$, $\bar{N}_2$, $\bar{N}_3$, $\bar{N}_4$ และ $\bar{N}_5$ เป็นจำนวนอะตอมของ RaA , RaB , RaC, ThB และ ThC บนกระดาษกรอง เมื่อหยุดดูดอากาศผ่านกระดาษกรองที่ เวลา T นาที λ_1, λ_2 , λ_3, λ_4 และ λ_5 เป็นค่าคงที่ของการสลายตัวของ RaA , RaB , RaC , ThB และ ThC ในหน่วยต่อนาที T เป็นเวลาที่ดูดอากาศผ่านกระดาษกรองมีหน่วยเป็นนาที และ $\bar{V}$ เป็นอัตราการไหลของอากาศผ่านแผ่นกระดาษกรองมีหน่วยเป็นลิตรต่อนาที

เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณา จะแยกออกเป็นสองขั้นตอนคือ :

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> ดูดอากาศ ผ่านแผ่นกระดาษกรองเป็นเวลา T นาที จะได้จำนวนอะตอมของผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอน บนแผ่นกระดาษกรอง โดยใช้ขอบเขตเงื่อนไขเมื่อ $t = 0, N = 0$ และ $t = T, N_i = \bar{N}_i$ จากสมการ (2-1)

$$\frac{dN_1}{dt} = (\bar{Q}_1\bar{V}) - (\lambda_1 N_1)$$

$$\bar{N}_1 = \frac{\bar{V}\bar{Q}_1}{\lambda_1}(1 - e^{-\lambda_1 T}) \qquad (2\text{-}2)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = (\bar{V}\bar{Q}_2 + \lambda_1 N_1) - (\lambda_2 N_2)$$

$$\bar{N}_2 = \frac{\bar{V}\bar{Q}_1}{\lambda_2}(1 - e^{-\lambda_2 T})\left[1 + \frac{\lambda 2\,(e^{-\lambda_2 T} - e^{-\lambda_1 T})}{(\lambda_2 - \lambda_2)(1 - e^{-\lambda_2 T})}\right] + \frac{\bar{V}\bar{Q}_2}{\lambda_2}(1 - e^{-\lambda_2 T}) \qquad (2\text{-}3)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = (\bar{V}\bar{Q}_3 + \lambda_2 N_2) - (\lambda_3 N_3)$$

$$\bar{N}_3 = \frac{\bar{V}\bar{Q}_1}{\lambda_3}(1 - e^{-\lambda_3 T})\left[1 + \frac{\lambda_3\,(e^{-\lambda_3 T} - e^{-\lambda_2 T})}{(\lambda_3 - \lambda_2)(1 - e^{-\lambda_3 T})} + \frac{\lambda_2\,\lambda_3 (e^{-\lambda_2 T} - e^{-\lambda_3 T})}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - e^{-\lambda_3 T})} + \frac{\lambda_2\,\lambda_3 (e^{-\lambda_3 T} - e^{-\lambda_1 T})}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - e^{-\lambda_3 T})}\right] + \frac{\bar{V}\bar{Q}_2}{\lambda_3}(1 - e^{-\lambda_3 T})\left[1 + \frac{\lambda_3\,(e^{-\lambda_3 T} - e^{-\lambda_2 T})}{(\lambda_3 - \lambda_2)(1 - e^{-\lambda_3 T})}\right] + \frac{\bar{V}\bar{Q}_3}{\lambda_3}(1 - e^{-\lambda_3 T}) \qquad (2\text{-}4)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = (\bar{Q}_4\bar{V}) - (\lambda_4 N_4)$$

$$\bar{N}_4 = \frac{\bar{V}\bar{Q}_4}{\lambda_4}\left(1 - e^{-\lambda_4 T}\right) \qquad (2\text{-}5)$$

$$\frac{dN_5}{dt} = (\bar{Q}_5\bar{V} + \lambda_4 N_4) - (\lambda_5 N_5)$$

$$\bar{N}_5 = \frac{\bar{V}\bar{Q}_4}{\lambda_5}\left(1-e^{-\lambda_5 T}\right)\left[1+\frac{\lambda_5\left(e^{-\lambda_5 T}-e^{-\lambda_4 T}\right)}{(\lambda_5-\lambda_4)\left(1-e^{-\lambda_5 T}\right)}\right] + \frac{V\bar{Q}_5}{\lambda_5}\left(1-e^{-\lambda_5 T}\right) \qquad (2\text{-}6)$$

สมการ (2-2) ถึง (2-6) สามารถเขียนได้ในรูป :

$$\bar{N}_i = \sum_{j=1}^{5} a_{ij}\bar{V}\bar{Q}_j \quad \text{เมื่อ} \quad i = 1,2,3,4,5 \qquad (2\text{-}7)$$

ค่า $a_{ij} = 0$ เมื่อ $j > i$ และ $i = 4,5$ $j = 1,2,3$

เขียนในรูปของ Matrix ได้ดังนี้ :

$$\begin{bmatrix} \bar{N}_1 \\ \bar{N}_2 \\ \bar{N}_3 \\ \bar{N}_4 \\ \bar{N}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}\bar{Q}_1 \\ \bar{V}\bar{Q}_2 \\ \bar{V}\bar{Q}_3 \\ \bar{V}\bar{Q}_4 \\ \bar{V}\bar{Q}_5 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}8)$$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> หลังจากหยุดดูดอากาศผ่านกระดาษกรองอนุภาคของผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอน ที่อยู่บนกระดาษกรอง จะสลายตัวตามกฎการสลายตัว โดยใช้ขอบเขตเงื่อนไข เมื่อ $t = 0$, $N_i = \bar{N}_i$ เพราะฉะนั้นที่เวลาใดๆจะมีจำนวนอะตอมดังนี้

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

$$N_1 = \bar{N}_1 e^{-\lambda_1 t} \qquad (2\text{-}9)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$N_2 = \frac{\bar{N}_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} + \bar{N}_2 e^{-\lambda_2 t} - \frac{\bar{N}_1 \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \qquad (2\text{-}10)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3$$

$$N_3 = \frac{\bar{N}_1 \lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)} + \frac{\bar{N}_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_3 - \lambda_2)} - \frac{\bar{N}_1 \lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_4)} + \bar{N}_3 e^{-\lambda_3 t}$$

$$- \frac{\bar{N}_1 \lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)} + \frac{\bar{N}_2 \lambda_2 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_2 - \lambda_3)} + \frac{\bar{N}_1 \lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)} \qquad (2\text{-}11)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = -\lambda_4 N_4$$

$$N_4 = \bar{N}_4 e^{-\lambda_4 t} \qquad (2\text{-}12)$$

$$\frac{dN_5}{dt} = \lambda_4 N_4 - \lambda_5 N_5$$

$$N_5 = \frac{\bar{N}_4\lambda_4 e^{-\lambda_4 t}}{(\lambda_5 - \lambda_4)} + \bar{N}_5 e^{-\lambda_5 t} - \frac{\bar{N}_4\lambda_4 e^{-\lambda_5 t}}{(\lambda_5 - \lambda_4)} \qquad (2-13)$$

การนับผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอนนั้น นับเฉพาะกัมมันตภาพรังสีแอลฟา ถ้าให้ $I(t_1,t_2)$ คือจำนวนการนับอนุภาคแอลฟาในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2

$$I(t_1,t_2) = \lambda_1 N_1 + \lambda_3 N_3 + \lambda_5 N_5 \qquad (2-14)$$

$$\begin{aligned} I(t_1,t_2) = & \left[\bar{N}_1 + \frac{\lambda_2\lambda_3\bar{N}_1}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_2-\lambda_1)}\right](e^{-\lambda_1 t_1} - e^{-\lambda_1 t_2}) \\ & + \left[\frac{\lambda_1\lambda_3\bar{N}_1}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)} + \frac{\lambda_3\bar{N}_2}{(\lambda_3-\lambda_2)}\right](e^{-\lambda_2 t_1} - e^{-\lambda_2 t_2}) \\ & + \left[\frac{\lambda_1\lambda_2\bar{N}_1}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)} + \frac{\lambda_2\bar{N}_2}{(\lambda_2-\lambda_3)} + \bar{N}_3\right](e^{-\lambda_3 t_1} - e^{-\lambda_3 t_2}) \\ & + \frac{\lambda_5\bar{N}_4}{(\lambda_5-\lambda_4)}(e^{-\lambda_4 t_1} - e^{-\lambda_4 t_2}) \\ & + \left[\frac{\lambda_4\bar{N}_4}{(\lambda_4-\lambda_5)} + \bar{N}_5\right](e^{-\lambda_5 t_1} - e^{-\lambda_5 t_2}) \end{aligned} \qquad (2-15)$$

ถ้าให้ I_1, I_2, I_3, I_4 และ I_5 คือ จำนวนการนับอนุภาคแอลฟาในช่วงเวลาการนับกัมมันตภาพรังสี ต่างกัน 5 ครั้ง คือ

I_1	นับตั้งแต่	t_1	จนถึง	t_2
I_2	นับตั้งแต่	t_3	จนถึง	t_4
I_3	นับตั้งแต่	t_5	จนถึง	t_6
I_4	นับตั้งแต่	t_7	จนถึง	t_8
I_5	นับตั้งแต่	t_9	จนถึง	t_{10}

สมการ (2-15) สามารถเขียนได้ในรูป

$$I_k = \sum_{i=1}^{5} b_{ki}\bar{N}_i \quad (k = 1,2,3,4,5) \tag{2-16}$$

สัมประสิทธิ์ b_{ki} คำนวณได้จาก (2-15) จากสมการ (2-16) จะคำนวณหา $\bar{N}_i$ ได้ดังนี้

$$\bar{N}_i = \sum_{k=1}^{5} d_{ik}\, I_k \tag{2-17}$$

และจาก (2-17) และ (2-7) จะเขียนสมการในค่าระดับความเข้มข้น $\bar{Q}_j V$ ได้ดังนี้

$$\bar{Q}_j V = \sum_{k=1}^{5} f_{jk}\, I_k \tag{2-18}$$

ถ้าให้ E คือ ค่าประสิทธิภาพของเครื่องนับอนุภาคแอลฟา

$\bar{C}_m$ คือ ค่าความเข้มข้นของกัมมันตภาพรังสี ของ RaA, RaB, RaC, ThB และ ThC ที่มีอยู่ในอากาศในธรรมชาติในหน่วยพิโคคูรีต่อลิตร

$$2.22\, \bar{C}_m VE = \lambda_j \bar{Q}_j V \tag{2-19}$$

จากสมการ (2-19) และ (2-18) เขียนได้ในรูป

$$\bar{C}_m VE = \sum_{k=1}^{5} l_{mk}\, I_k \tag{2-20}$$

สมการ (2-20) คือสมการที่ใช้คำนวณระดับความเข้มข้นของผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนและแก๊สทอรอนที่มีอยู่ในอากาศในธรรมชาติ

2.2 การประเมินปริมาณรังสี และคาดคะเนโอกาสตายด้วยโรคมะเร็งที่ปอดสำหรับประชาชน เมื่อได้รับ ผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนในระดับธรรมชาติ

การคำนวณ Working Level Months ต่อปี ตามสมการ (1-3) สำหรับประชาชนทั่วไป ใช้ขอบเขตเงื่อนไขว่า ใช้เวลาอยู่ภายในอาคาร 20 ชั่วโมงต่อวัน และอยู่ภายนอกอาคาร 4 ชั่วโมงต่อวัน ดังสมการ

$$\text{WLM ต่อปี} = \frac{(WL)_{in}(20\times365)}{170} + \frac{(WL)_{out}(4\times365)}{170} \qquad (2-21)$$

ซึ่งค่า WL สำหรับแก๊สเรดอนหาได้จากสมการ (1-1)

การประเมิน bronchial dose อันเนื่องมาจากระดับความเข้มข้นของผลผลิตครึ่งชีวิตสั้น ในอากาศในธรรมชาติ ทำได้โดยใช้ Conversion factor 0.7 rad/WLM Harley and Pasternack [13] สำหรับทุกเพศทุกวัย

NCRP Report No 78 [6] ได้ประเมิน Lifetime lung cancer risk สำหรับการหายใจรับเอาผลผลิตครึ่งชีวิตสั้นที่เกิดจากการสลายตัวของแก๊สเรดอนในระดับธรรมชาติ ดังปรากฎในตาราง 2.2.1 ซึ่งมีค่า Lifetime risk factor 9100 Lung cancer deaths ในล้านคนต่อระดับความเข้มข้นฯ 1 WLM ต่อปี annual risk ได้จาก Lifetime risk ÷ 45 ซึ่งคือ จากอายุ 40 ถึง 85 ปี ตามสมมุติฐานที่ว่าโรคมะเร็งที่ปอดจะไม่เกิดขึ้นก่อนอายุ 40 ปี

ตารางที่ 2.2.1 *Lifetime lung cancer risk under environmental conditions per WLM per year.*[a] *Lifetime risk as a function of age and duration of exposure*

Exposure Duration	Lifetime Lung Cancer Risk: Age at First Exposure								Lung Cancers in a Population of 10^6 Persons[b]
	1	10	20	30	40	50	60	70	
1 Year	6.4×10^{-5}	9.1×10^{-5}	1.3×10^{-4}	1.8×10^{-4}	2.1×10^{-4}	1.7×10^{-4}	1.3×10^{-4}	7.0×10^{-5}	13
5 Years	3.4×10^{-4}	5.0×10^{-4}	6.9×10^{-4}	9.8×10^{-4}	1.0×10^{-3}	8.4×10^{-4}	5.5×10^{-4}	2.8×10^{-4}	66
10 Years	7.7×10^{-4}	1.1×10^{-3}	1.5×10^{-3}	2.1×10^{-3}	2.0×10^{-3}	1.4×10^{-3}	9.1×10^{-4}	3.8×10^{-4}	130
30 Years	3.4×10^{-3}	4.8×10^{-3}	5.5×10^{-3}	5.5×10^{-3}	4.2×10^{-3}	2.5×10^{-3}	1.3×10^{-3}	3.8×10^{-4}	380
Life	9.1×10^{-3}	9.1×10^{-3}	7.7×10^{-3}	7.7×10^{-3}	4.5×10^{-3}	2.7×10^{-3}	1.3×10^{-3}	3.8×10^{-4}	560

[a] For radon daughters measured under environmental rather than underground mining conditions.

[b] For a population with age characteristics equal to that in the whole United States in 1975.