



รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 7

(พ.ศ. 2535 - 2539). กรุงเทพมหานคร: สำนักนายกรัฐมนตรี, 2535.

_____. รายงานการวิจัยเรื่องประสิทธิภาพของการมัธยมศึกษา. กองวิจัยการศึกษา.

กรุงเทพมหานคร: สำนักนายกรัฐมนตรี, 2530.

คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์, ทบวงมหาวิทยาลัย.

ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ทบวงมหาวิทยาลัย,
2524.

จรรवरณ สิงห์ม่วง. การทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยคะแนนจากแบบสอบ
ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบสอบเข้าวันปัญญาของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 9. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหา
วิทยาลัย, 2529.

จินตนา วนมงคล. การโอนการเรียนรู้ในอักษรอังกฤษที่คล้ายกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518.

ทดสอบทางการศึกษา, สำนักงาน. กรมวิชาการ. กระทรวงศึกษาธิการ. รายงานผลการ
ประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2536. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2538.

_____. ลักษณะจำเพาะและนิยามขององค์ประกอบแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทั่วไป ระดับมัธยมศึกษา
ตอนปลาย วิชาคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง). โครงการจัดสร้างและพัฒนาแบบวัดมาตรฐาน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวง
ศึกษาธิการ, 2536.

บุญมา จาวิก. เพียเจต์ (Piaget) และคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, 2524.

บุญเรือง ขจรศิลป์. สถิติวิจัย I. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: พิสิษฐ์เซ็นเตอร์การพิมพ์,
2528.

- บุญเรือง ขจรศิลป์. สถิติวิจัย II. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: พิลิกส์เซ็นเตอร์การพิมพ์, 2533.
- _____. วิจัยวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: พินาณพรินทร์, 2534.
- พจมาน แสงรุ่งโรจน์. การใช้แบบทดสอบวัดคุณธรรมเสมอภาควัดความสามารถทางสมองโดยทั่วไปของเด็กไทยวัยรุ่นในเขตการศึกษาสิบสอง. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2521.
- พิณทิพย์ วีรกุล. การโอนการเรียนรู้ในอักษรไทยที่คล้ายกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518.
- เพ็ญพิไล ฤทธาคณานนท์. พัฒนาการทางพฤติกรรม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.
- โยธิน สันสนุกุช และ คณะ. จิตวิทยา. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ, 2533.
- วิชาการ, กรม. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพมหานคร: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2533.
- _____. คู่มือการประเมินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษาตามหลักสูตรฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2535.
- ศึกษานิเทศก์, หน่วย. กรมสามัญศึกษา. คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 และตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพมหานคร: หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ, 2534.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2536.
- _____. คู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2536.
- _____. คู่มือครู รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2536.

- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือครู รายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว,
2536.
- ____. คู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหา
นคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2536.
- ____. คู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหา
นคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2536.
- ____. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร:
โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2536.
- ____. หนังสือเรียน รายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง. พิมพ์ครั้งที่ 2.
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2536.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. จิตวิทยาทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533.
- อภิญา คุณเลิศ. ปัญหาการสอนของครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในเขตการศึกษา 9.
ปริญาพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2534.
- อัมพร ลิขิตปัญญารัตน์. การใช้แบบทดสอบวัดนธรรมเสมอภาควัดความสามารถทางสมองโดยทั่วไป
ของเด็กไทยวัยรุ่น ในกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย, 2521.

ภาษาอังกฤษ

- Allendoerfer, C.B., and Oakley, C.O. Principles of mathematics.
3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1969.
- Anastasi, A. Psychological testing. 6th ed. New York: Macmillan,
1990.
- Ausubel, D.P. Educational psychology: A cognitive view. New York:
Holt, Rinehart & Winston, 1968.

- Balacheff, N. Treatment of refutations: Aspects of the complexity of a constructivist approach to mathematics learning. In E. von Glasersfeld (ed.), Radical constructivism in mathematics education, pp. 89-110. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic, 1991.
- Bayles, E.E. Democratic educational theory. New York: Harper & Row, 1960.
- Bell, A. Diagnostic teaching of additive and multiplicative problems. In R. Herscovics (ed.), Proceedings of the seventh international conference for the psychology of mathematics education, pp. 205-210. Rehovot, Israel: Weizmann Institute of Science, 1983a.
- _____. Short and long Term learning-experiments in diagnostic teaching design. In B. Southwell, R. Eyland, M. Cooper, J. Conroy, and K. Collis (eds.), Proceedings of the eighth international conference for the psychology of mathematics education, pp. 55-62. Darlinghurst: Mathematical Association of South Wales, Australia, 1984.
- Bell, E.T. The development of mathematics. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1945.
- Berlyne, D.E. Curiosity and education. In J.D. Krumboltz (ed.), Learning and the educational process, pp. 67-89. Chicago: Rand McNally, 1968.
- Bigge, M.L. Learning theories for teachers. 4th ed. New York: Harper and Row, 1982.
- Biggs, J.B., and Telfer, R. The process of learning. 2nd ed. Sydney: Prentice-Hall of Australia, 1987.

- Botvin, G.J., and Murray, F.B. The efficacy of peer modeling and social conflict in the acquisition of conservation. Child Development 46 (1975): 796-799.
- Brainerd, C.J. Piaget's theory of intelligence. New Jersey: Prentice-Hall, 1978.
- Brewer, W.F. The activation and acquisition of knowledge. In Stella Vosniadou, and Andrew Ortony (eds.), Similarity and analogical reasoning, pp. 532-545. Cambridge: Cambridge University, 1989.
- Burton, L. Becoming a teacher of mathematics. Cambridge Journal of Education 22 (1992): 377-386.
- Carraher, T., Carraher, D., and Schliemann, A. Mathematics in the streets and in the schools. British Journal of Developmental Psychology 3 (1985): 22-29.
- Chi, M.T.H., Glaser, R., and Rees, E. Expertise in problem solving. In R. J. Sternberg (ed.), Advances in the psychology of human intelligence, pp. 7-75. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1982.
- Cobb, P., Wood, T., and Yackel, E. A constructivist approach to second grade mathematics. In E. von Glasersfeld (ed.), Radical constructivism in mathematics education, pp. 157-176. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic, 1991.
- Confrey, J. Learning to listen: A student's understanding of powers of ten. In E. von Glasersfeld (ed.), Radical constructivism in mathematics education, pp. 111-138. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic, 1991.
- D' Andrade, R. Reason versus logic. Paper presented at the symposium on the ecology of cognition: Biological, cultural, and historical perspectives. Greensboro, NC. April, 1982.

- Davis, P., and Hersh, R. The mathematical experience. Boston: Houghton Mifflin, 1982.
- Dewey, J. Experience and nature. Calcutta: Oxford Book, 1929.
- _____. How we think. Massachusetts: D.C. Health And Company, 1933.
- Douglass, H.R. The prediction of pupil success in high school mathematics. The Mathematics Teachers 28 (1964): 459-504.
- Driver, R. Pupil as scientist? Milton Keynes: Open University, 1983.
- _____. and Bell, B. Students' thinking and the learning of science: A constructivist view. The School Science Review 67 (1986): 443-456.
- Duffy, O.B., and others. Relationship of intelligence, visual-motor skills, and psycholinguistic abilities with achievement in the third, fourth, and fifth grades. Journal of Educational Psychology 63 (1972): 358-362.
- Ellis, H.G. Fundamental of human learning and cognition. Iowa: Wn. C. Brown, 1972.
- Ericksen, S.C. Motivation for learning: A guide for the teacher of the young adult. Ann Arbor: The University of Michigan, 1974.
- Gagné, R.M. The conditions of learning. 2nd ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1970.
- Gallini, J.K. Schema-based strategies and implications for instructional design in strategy training. In C.B. McCormick, G.E. Miller, and M. Pressley (eds.), Cognitive strategy research: From basic research to educational applications, pp. 239-268. New York: Springer-Verlog, 1989.

- Gentner, D. The mechanisms of analogical learning. In Stella Vosniadou, and Andrew Ortony (eds.), Similarity and analogical reasoning, pp. 199-241. Cambridge: Cambridge University, 1989.
- _____, and Toupin, C. Systematicity and surface similarity in the development of analogy. Cognitive Science 10 (1986): 277-300.
- Gick, M.L., and Holyoak, K.J. Schema induction and analogical transfer. Cognitive Psychology 15 (1983): 1-38.
- Good, C.V., ed. Dictionary of Education. 3rd ed. W.R. Merkel (assistant ed.). New York: McGraw-Hill, 1973.
- Groen, G.J., and Resnick, L.B. Can preschool children invent addition algorithms?. Journal of Educational Psychology 69 (1977): 645-652.
- Henderson, J.G. Reflective teaching: Becoming an inquiring educator. New York: Macmillan, 1992.
- Hilgard, E.R. Introduction to psychology. 3rd ed. New York: Harcourt, Brace & world, 1962.
- Hudgins, B.B. Learning and thinking: A primer for teachers. Illinois: F.E. Peacock, 1977.
- Hullfish, H.G., and Smith, P.G. Reflective thinking: The method of education. New York: Dodd, Mead, 1961.
- James, W. Pragmatism. Cambridge, Mass: Harvard University, 1975.
- Joyce, B., and Weil, M. Models of teaching. 3rd ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1986.
- Kamii, C. Constructivism and beginning arithmetic. In T.J. Cooney, and C.R. Hirsch (eds.), Teaching and learning mathematics in the 1990s, pp. 22-30. National Council of Teachers of Mathematics, 1990 Yearbook.

- Knief, L.M., and Stroud, J.B. Intercorrelation among various intelligence, achievement, and social class scores. Journal of Educational Psychology 50 (1959): 117-120.
- Konold, C. Informal conceptions of probability. Cognition and Instruction 6 (1989): 59-98.
- _____. Understanding students' beliefs about probability. In E. von Glasersfeld (ed.), Radical constructivism in mathematics education, pp.139-156. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic, 1991.
- Lakatos, I. Proofs and refutations. Cambridge: Cambridge University, 1976.
- Lochhead, J. Making math mean. In E. von Glasersfeld (ed.), Radical constructivism in mathematics education, pp.75-87. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic, 1991.
- Minstrell, J. Explaining the "At Rest" condition of an object. The Physics Teacher 20 (1982): 10-14.
- Murphy, K.R., and Davidshofer, C.O. Psychological testing: Principles & applications. 2nd ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1991.
- Noddings, N. Constructivism in mathematics education. In R.B. Davis, C.A. Maher, and N. Noddings (eds.), Constructivist Views on the teaching and learning of mathematics, (Journal for Research in Mathematics Education. Monograph; No. 4) pp. 7-18. Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics, 1990.

- Novick, L.R., and Holyoak, K.J. Mathematical problem solving by analogy. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition 3 (1991): 398-415.
- Piaget, J. Judgement and reasoning in the child. Translated by Marjorie Warden. London: Routledge & KeganPaul, 1965.
- _____. Six psychological studies. New York: Vintage Books, 1967.
- Post, T.R. Some notes on the nature of mathematics learning. In Thomas R. Post (ed.), Teaching mathematics in grades K - 8 : Research-based methods. 2nd ed., pp. 1-22. Boston: Allyn and Bacon, 1992.
- Reed, S.K. A structure-mapping model for word problems. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition 13 (1987): 124-139.
- Reeve, J. Understanding motivation and emotion. Fort Worth: Harcourt Brace Jovanovich College, 1992.
- Resnick, L.B. Toward a cognitive theory of instruction. In S. Paris, G. Olson, and H. Stevenson (eds.), Learning and motivation in the classroom, pp. 5-38. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1983b.
- Reynolds, A.J., and Walberg, H.J. A process model of mathematics achievement and attitude. Journal for Research in Mathematics Education 23 (1992): 306-328.
- Richards, J. Mathematical discussion. In E. von Glasersfeld (ed.), Radical constructivism in mathematics education, pp. 13-51. Dordrecht, The Natherlands: Kluwer Academic, 1991.
- Royer, J.M. Theories of the transfer of learning. Educational Psychologist 14 (1979): 53-69.

- Ross, B.H. Reminders and their effects in learning a cognitive Skill. Cognitive Psychology 16 (1984): 371-416.
- _____. This is like that: The use of earlier problems and the separation of similarity effects. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition 13 (1987): 629-639.
- Rumelhart, D.E., and Norman, D.A. Analogical processes in Learning. In J.R. Anderson (ed.), Cognitive skills and their acquisition. pp. 335-359. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1981.
- Runyon, R.P. and Haber, A. Fundamentals of behavioral statistics. 6th ed. New York: Newbery Award Records, 1988.
- Schank, R.C., and Abelson, R.P. Scripts, plans, goals, and understanding. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1977.
- Schoenfeld, A.H., and Hermann, D.J. Problem perception of knowledge structure in **expert** and novice mathematical problem solvers. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition 5 (1982): 484-494.
- Scott, W.A. and Wertheimer, M. Introduction to psychological research. New York: John Wiley & Sons, 1962.
- Silver, E.A. Recall of mathematical problem information: Solving related problems. Journal of Research in Mathematics Education 12 (1981): 54-64.
- Slavin, R.E. Educational psychology : Theory into practice. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1986.
- Sprinthall, N.N., and Sprinthall, R.C. Educational psychology: A developmental approach. 5th ed. New York: McGraw-Hill, 1990.

- Steedman, P.H. There is no more safety in numbers: A new conception of mathematics teaching. In E. von Glasersfeld (ed.), Radical constructivism in mathematics education, pp. 1-11. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic, 1991.
- Sutherland, P. Cognitive development today: Piaget and his critics. London: Paul Chapman, 1992.
- Toulmin, S. Human understanding. New Jersey: Princeton University, 1972.
- Trudeau, R. The Non-Euclidean revolution. Boston: Birkhauser, 1987.
- Tulving, E. Episodic and semantic memory. In E. Tulving and W. Donaldson (eds.), Organization of Memory. New York: Academic, 1972.
- Underhill, R.G. Two layers of constructivist curricular interaction. In E. von Glasersfeld (ed.), Radical constructivism in mathematics education, pp. 229-248. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic, 1991.
- von Glasersfeld, E. Introduction. In E. von Glasersfeld (ed.), Radical constructivism in mathematics education, pp. xiii-xx. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic, 1991.
- Voss, James F. Learning and transfer in subject-matter learning: A problem-solving model. International Journal of Educational Research 11 (1987): 607-622.
- Wilson, J.W. Evaluation of learning in secondary school mathematics. In B.S. Bloom, J.T. Hastings, and G.F. Madaus (eds.), Handbook on formative and summative evaluation of student learning, pp. 643-696. New York: McGraw-Hill, 1971.



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

สูตรการคำนวณค่าสถิติ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สูตรการคำนวณค่าสถิติ

สูตรการคำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการวิจัยนี้ มีดังนี้

1. สูตรการคำนวณค่าเฉลี่ย (mean)

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{n}$$

เมื่อ \bar{X} คือ ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

fX คือ ผลคูณระหว่างคะแนนกับความถี่ของคะแนนนั้น

n คือ จำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่าง

2. สูตรการคำนวณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation)

$$S = \sqrt{\frac{n\sum fX^2 - (\sum fX)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

X คือ ค่าของข้อมูลแต่ละตัว หรือจุดกลางชั้นแต่ละชั้น

n คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

f คือ ความถี่ของข้อมูลแต่ละตัวหรือแต่ละชั้น

3. สูตรการคำนวณค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบเป็นรายข้อ สำหรับข้อสอบที่ให้คะแนนเป็น 0-1

$$P = \frac{U + L}{2n} \quad \text{และ} \quad r = \frac{U - L}{n}$$

เมื่อ P คือ ค่าระดับความยากของข้อสอบ

r คือ ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

n คือ จำนวนผู้สอบในกลุ่มสูง (กลุ่มต่ำ) ซึ่งคิดเป็น 27% ของจำนวนผู้สอบทั้งหมด

U คือ จำนวนผู้ที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

L คือ จำนวนผู้ที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

4. สูตรการคำนวณค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบเป็นรายข้อ สำหรับข้อสอบที่มีคะแนนเต็มมากกว่า 1 (บุญเรือง ขจรศิลป์, 2534)

$$P = \frac{P_H + P_L}{2} \quad \text{และ} \quad r = P_H - P_L$$

เมื่อ P คือ ค่าระดับความยากของข้อสอบ

r คือ ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

P_H คือ สัดส่วนของคะแนนที่ผู้สอบในกลุ่มสูงตอบได้ถูก

P_L คือ สัดส่วนของคะแนนที่ผู้สอบในกลุ่มต่ำตอบได้ถูก

การคำนวณสัดส่วนของคะแนนที่ผู้สอบตอบได้ถูก คำนวณโดยเปรียบเทียบคะแนนรวมที่ได้จริงกับคะแนนรวมที่เป็นไปได้ เช่น ข้อสอบข้อ 1 มีคะแนนเต็ม 10 คะแนน จำนวนผู้ตอบในกลุ่มสูง 40 คน คะแนนรวมที่เป็นไปได้ในกลุ่มสูงคือ 400 คะแนน แต่คะแนนรวมที่สอบได้จริงคือ 300 คะแนน

ดังนั้น P_H ของ ข้อ 1 คือ $\frac{300}{400} = 0.75$

5. สูตรการคำนวณค่าความเที่ยงของแบบสอบที่ให้คะแนนแต่ละข้อเป็น 0-1 ในการวิจัยนี้ ใช้สูตร Kuder-Richardson 20 (KR 20)

$$r_{kk} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right]$$

- เมื่อ r_{kk} คือ ค่าความเที่ยงของแบบสอบ
 k คือ จำนวนข้อทั้งหมดของแบบสอบ
 p คือ ค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ
 q คือ $1-p$
 S^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนสอบทั้งฉบับ

6. สูตรการคำนวณค่าความเที่ยงของแบบสอบซึ่งมีคะแนนแต่ละส่วนหรือแต่ละข้อมากกว่า 1 ในการวิจัยนี้ ใช้สูตร coefficient alpha ของ Cronbach

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum V_1}{V_k} \right]$$

- เมื่อ α คือ ค่าความเที่ยง
 n คือ จำนวนส่วน หรือ จำนวนข้อ
 V_1 คือ ความแปรปรวนของคะแนนในแต่ละส่วน หรือ แต่ละข้อ
 V_k คือ ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

7. สูตรการคำนวณค่าสถิติ t ในรูป difference-scores (Scott, and Wertheimer, 1962)

$$t = \frac{MD_1 - MD_2}{\sqrt{\frac{S_D^2}{n_1} + \frac{S_D^2}{n_2}}}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ t คือ ค่าที่ใช้พิจารณา t -distribution

MD_1 คือ คะแนนเฉลี่ยของความแตกต่างระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากการวัดเมื่อสิ้นสุดการสอนและหลังสิ้นสุดการสอนแล้ว 3 สัปดาห์ของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทดลอง

MD_2 คือ คะแนนเฉลี่ยของความแตกต่างระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากการวัดเมื่อสิ้นสุดการสอนและหลังสิ้นสุดการสอนแล้ว 3 สัปดาห์ของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มควบคุม

S_D^2 คือ ความแปรปรวนรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากการวัดเมื่อสิ้นสุดการสอนและหลังสิ้นสุดการสอนแล้ว 3 สัปดาห์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$S_D^2 = \frac{\Sigma(D_1 - MD_1)^2 + \Sigma(D_2 - MD_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

n_1 คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

n_2 คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม

df คือ ชั้นของความเสรี

8. สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบทางเดียว (one way analysis of covariance) (บุญเรือง ขจรศิลป์, 2533)

กำหนดให้	X	แทน	ค่าของตัวแปรร่วม
	Y	แทน	ค่าของตัวแปรตาม
	X_{ij}	แทน	ค่าของตัวแปรร่วมตัวที่ i ในกลุ่ม j
	Y_{ij}	แทน	ค่าของตัวแปรตามตัวที่ i ในกลุ่ม j
	n	แทน	จำนวนข้อมูลในแต่ละกลุ่ม
	N	แทน	จำนวนข้อมูลของทุกกลุ่มรวมกัน
	J	แทน	จำนวนกลุ่ม
	c	แทน	จำนวนตัวแปรร่วม
	J-1	แทน	ชั้นของความแปรปรวนอิสระของ SS'_{BY}
	N-J-c	แทน	ชั้นของความแปรปรวนอิสระของ SS'_{wY}

- 1) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของผลคูณของตัวแปรร่วมและตัวแปรตามภายในกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$SS_{wxy} = \sum_j \sum_i X_{ij} Y_{ij} - \frac{\sum_j (\sum_i X_{ij}) (\sum_i Y_{ij})}{n}$$

- 2) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของตัวแปรร่วมภายในกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$SS_{wx} = \sum_j \sum_i X_{ij}^2 - \frac{\sum_j (\sum_i X_{ij})^2}{n}$$

- 3) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของตัวแปรตามภายในกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$SS_{wy} = \sum_j \sum_i Y_{ij}^2 - \frac{\sum_j (\sum_i Y_{ij})^2}{n}$$

- 4) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนที่ปรับแล้วของตัวแปรตามภายในกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$SS'_{wy} = SS_{wy} - \frac{(SS_{wxy})^2}{SS_{wx}}$$

- 5) คำนวณค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนที่ปรับแล้วของตัวแปรตามภายในกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$MS'_{wy} = \frac{SS'_{wy}}{N-J-c}$$

- 6) ทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรร่วมและตัวแปรตาม ก่อนการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม โดยใช้สูตร

$$F = \frac{(SS_{wxy})^2 / SS_{wx}}{MS'_{wy}}$$

$$df = 1, N-J-1$$

- 7) คำนวณความแปรปรวนของข้อมูลแต่ละตัวที่เบี่ยงเบนไปจากเส้นถดถอยภายในกลุ่มแต่ละกลุ่ม (S_1) และคำนวณความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์การถดถอยภายในกลุ่มแต่ละกลุ่มที่เบี่ยงเบนไปจากสัมประสิทธิ์การถดถอยภายในกลุ่มร่วม (S_2) โดยใช้สูตร

$$S_1 = SS_{wy} - \sum_j \frac{(SS_{wxy_j})^2}{SS_{wx_j}}$$

$$S_2 = \sum_j \frac{(SS_{wxy_j})^2}{SS_{wx_j}} - \frac{(SS_{wxy})^2}{SS_{wx}}$$

$$\text{เมื่อ } SS_{wxy_j} = \sum_i X_{ij} Y_{ij} - \frac{(\sum_i X_{ij})(\sum_i Y_{ij})}{n}$$

$$SS_{w \times j} = \sum_i X_{ij}^2 - \frac{(\sum_j X_{ij})^2}{n}$$

- 8) ทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความชันของสมการถดถอยของตัวแปรตามบนตัวแปรร่วม (ทดสอบความเท่ากันของสัมประสิทธิ์การถดถอยของกลุ่มประชากร) โดยใช้สูตร

$$F = \frac{\frac{S_2}{J-1}}{\frac{S_1}{J(n-2)}}$$

$$df = J-1, J(n-2)$$

- 9) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของตัวแปรร่วม ระหว่างกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$SS_{bx} = \frac{\sum_j (\sum_i X_{ij})^2}{n} - \frac{(\sum_j \sum_i X_{ij})^2}{N}$$

- 10) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของตัวแปรร่วม ทั้งหมด โดยใช้สูตร

$$SS_{cx} = \sum_j \sum_i X_{ij}^2 - \frac{(\sum_j \sum_i X_{ij})^2}{N}$$

- 11) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของตัวแปรตาม ระหว่างกลุ่ม (SS_{by}) จากสูตรในข้อ 9) โดยแทน X ด้วย Y

- 12) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของตัวแปรตาม ทั้งหมด (SS_{cy}) จากสูตรในข้อ 10) โดยแทน X ด้วย Y

- 13) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของผลคูณของตัวแปรร่วม และตัวแปรตาม ระหว่างกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$SS_{bxy} = \frac{\sum_j (\sum_i X_{ij}) (\sum_i Y_{ij})}{n} - \frac{(\sum_j \sum_i X_{ij}) (\sum_j \sum_i Y_{ij})}{N}$$

- 14) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของผลคูณของตัวแปรร่วม และตัวแปรตาม ทั้งหมด โดยใช้สูตร

$$SS_{cxy} = \sum_{j,i} X_{ij} Y_{ij} - \frac{(\sum_{j,i} X_{ij}) (\sum_{j,i} Y_{ij})}{N}$$

- 15) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนที่ปรับแล้วของตัวแปรตาม ทั้งหมดโดยใช้สูตร

$$SS'_{cy} = SS_{cy} - \frac{(SS_{cxy})^2}{SS_{cx}}$$

- 16) คำนวณผลรวมของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนที่ปรับแล้วของตัวแปรตาม ระหว่างกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$SS'_{by} = SS'_{cy} - SS'_{wy}$$

- 17) คำนวณค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนที่ปรับแล้วของตัวแปรตาม ระหว่างกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$MS'_{by} = \frac{SS'_{by}}{J-1}$$

- 18) คำนวณค่าสถิติ F เพื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วระหว่าง กลุ่มประชากร โดยใช้สูตร

$$F = \frac{MS'_{by}}{MS'_{wy}}$$

$$df = J-1, N-J-c$$

19) คำนวณค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของแต่ละกลุ่ม โดยใช้สูตร

$$\bar{Y}'_{.j} = \bar{Y}_{.j} - b_{yx}(\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..})$$

เมื่อ $\bar{Y}'_{.j}$ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามของกลุ่ม j ที่ปรับแล้ว

b_{yx} คือ สัมประสิทธิ์การถดถอย ซึ่งคำนวณได้จาก

$$b_{yx} = \frac{SS_{wxy}}{SS_{wx}}$$

$\bar{X}_{.j}$ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรพร้อมของกลุ่ม j

$\bar{X}_{..}$ คือ ค่าเฉลี่ยทั้งหมดของตัวแปรพร้อม

9. สูตรการประมาณค่าความแปรปรวนของตัวแปรตามที่เป็นผลเนื่องมาจากการแปรค่าของตัวแปรอิสระ (Runyon and Haber, 1988)

$$\text{est } \omega^2 = \frac{t^2 - 1}{t^2 + n_1 + n_2 - 1}$$

เมื่อ ω^2 คือ ค่า omega squared ซึ่งใช้ประมาณค่าความแปรปรวนของตัวแปรตามอันมีผลเนื่องมาจากการแปรค่าของตัวแปรอิสระ

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S^2_P (1/n_1 + 1/n_2)}}$$

$$\text{เมื่อ } S^2_P = \frac{(n_1 - 1)S^2_1 + (n_2 - 1)S^2_2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

n_1 และ n_2 คือ จำนวนข้อมูลในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามลำดับ

หมายเหตุ ถ้า $|t| \leq 1.00$ ω^2 จะเป็นจำนวนลบ

เนื่องจาก ω^2 ที่เป็นจำนวนลบไม่มีความหมาย

ดังนั้นจึงกำหนดให้ $\omega^2 = 0$ เมื่อ $|t| \leq 1.00$

ภาคผนวก ข

คู่มือการใช้กระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

1. คำชี้แจงการใช้กระบวนการสอน
2. ความเป็นมาของกระบวนการสอน
3. ทฤษฎีและแนวคิดพื้นฐานที่รองรับ
กระบวนการสอน
4. องค์ประกอบของกระบวนการสอน
5. ตัวอย่างการสอนตามกระบวนการสอน
6. ตัวอย่างแบบสอบถามจุดมุ่งหมายของ
กระบวนการสอนและคู่มือการใช้แบบสอบถาม

ศูนย์วิทยุโทรทัศน์การศึกษา
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



คำชี้แจงการใช้กระบวนการสอน

คำนำ

คู่มือการใช้กระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เล่มนี้จัดทำขึ้นเพื่อให้ครูผู้สอนที่ต้องการนำกระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไปใช้ทราบถึงสิ่งที่ต้องศึกษาและจัดเตรียม เพื่อให้การดำเนินการเรียนการสอนเป็นไปอย่างราบรื่นและบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ ดังนั้น ครูผู้สอนจึงควรศึกษาคู่มือการใช้กระบวนการสอนนี้ให้เข้าใจก่อนที่จะนำกระบวนการสอนนี้ไปใช้

คู่มือการใช้กระบวนการสอนเล่มนี้ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. คำชี้แจงการใช้กระบวนการสอน
2. ความเป็นมาของกระบวนการสอน
3. ทฤษฎีและแนวคิดพื้นฐานที่รองรับกระบวนการสอน
4. องค์ประกอบของกระบวนการสอน
5. ตัวอย่างการสอนตามกระบวนการสอน
6. ตัวอย่างแบบสอบตามจุดมุ่งหมายของกระบวนการสอนและคู่มือการใช้แบบสอบ

(คำว่า "กระบวนการสอน" ที่ปรากฏอยู่ในทุกแห่งของคู่มือเล่มนี้หมายถึงกระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์)

ข้อควรปฏิบัติก่อนดำเนินการสอน

1. ศึกษารายละเอียดในส่วนต่าง ๆ ของคู่มือการสอน ดังนี้

1.1 ศึกษาคำชี้แจงการใช้กระบวนการสอน ประกอบกับการศึกษาส่วนอื่น ๆ ในคู่มือการใช้กระบวนการสอน

1.2 ศึกษาความเป็นมาของกระบวนการสอน ทฤษฎีและแนวคิดพื้นฐานที่รองรับกระบวนการสอน และองค์ประกอบของกระบวนการสอน เพื่อให้ทราบถึงความเป็นมาและเหตุผลของการสร้างกระบวนการสอน และเพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิด ทฤษฎีอื่นที่เป็นที่มาของ

กระบวนการสอนนี้ ซึ่งจะช่วยให้เห็นภาพรวม เห็นความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ในกระบวนการสอน รวมทั้งมีความเข้าใจในศัพท์เฉพาะต่าง ๆ

1.3 ศึกษาตัวอย่างการสอนตามกระบวนการสอน จากแผนการสอนเรื่อง คู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวนเต็มลบ ในรายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในคู่มือเล่มนี้ ซึ่งมีลักษณะดังนี้

1) แผนการสอนแต่ละแผนมีลักษณะสำเร็จรูปและยึดหยุ่นในตัว ผู้สร้างได้กำหนดสิ่งที่จำเป็นในการสอนไว้อย่างครบถ้วน ประกอบด้วยชื่อแผนการสอน จำนวนคาบเวลาที่ใช้สอน จุดประสงค์ทั่วไป จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำคัญ ความรู้พื้นฐาน กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการสอน และการประเมินผล กิจกรรมการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ในแผนการสอนมีขั้นตอนที่แน่นอน แต่จะให้อิสระแก่นักเรียนอย่างมากในการคิดสิ่งที่อยู่ในประสบการณ์ของนักเรียนเองมาใช้ประกอบการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนเหล่านั้น ในกรณีที่ครูผู้สอนต้องการสอนเนื้อหาในระดับขั้นเดียวกับเนื้อหาในแผนการสอนเหล่านั้น หลังจากที่ได้ศึกษาคู่มือครบทุกส่วนและจัดเตรียมสื่อการสอนตามที่ระบุไว้ในแผนการสอนแล้ว ก็สามารถปฏิบัติการสอนตามกิจกรรมการเรียนการสอนในแผนการสอนได้เลย ส่วนในกรณีที่ครูต้องการสอนเนื้อหาอื่นที่ไม่ได้อยู่ในแผนการสอนเหล่านั้น เมื่อศึกษาคู่มือเล่มนี้ครบทุกส่วนแล้วก็อาจสร้างแผนการสอนตามแนวกระบวนการสอนนั้นขึ้นใช้เองได้

2) แผนการสอนแต่ละแผนเน้นการสร้างความรู้ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญา แล้วให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไตร่ตรองเพื่อสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญาที่สามารถจัดความขัดแย้งนั้นได้ ดังนั้น กิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละแผนการสอนจึงประกอบด้วยขั้นตอนหลัก 3 ขั้น ได้แก่ ขั้นสร้างความขัดแย้งทางปัญญา ขั้นดำเนินกิจกรรมไตร่ตรอง และขั้นสรุปผลการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา

2. จัดเตรียมสิ่งที่จำเป็นในการสอน เมื่อได้ศึกษาส่วนต่าง ๆ ในคู่มือการสอนครบแล้ว ควรดำเนินการก่อนสอนดังนี้

2.1 ศึกษาแผนการสอนอย่างละเอียดอีกครั้งหนึ่ง

2.2 ศึกษาและจัดเตรียมสื่อการสอนที่เสนอไว้ในแผนการสอนให้เพียงพอกับจำนวนนักเรียน สื่อการสอนประเภทที่ใช้ร่วมกันทั้งห้อง เช่น แผนภูมิ ควรทำให้มีขนาดใหญ่พอที่จะเห็นได้อย่างชัดเจนทั่วห้องและมีสีสันดึงดูดความสนใจ สื่อการสอนที่เสนอไว้ในแผนการสอนมี 2 ประเภท ได้แก่

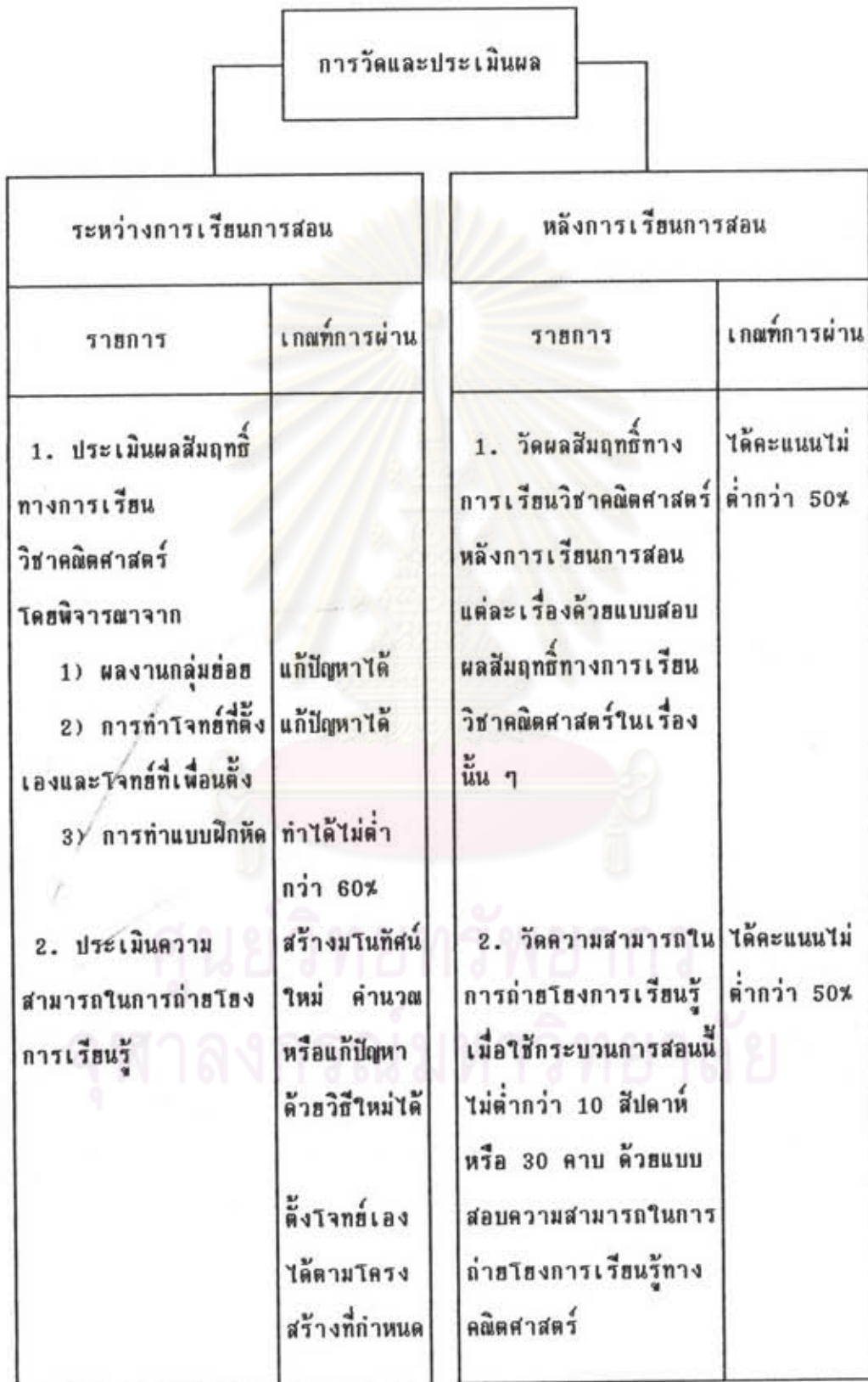
1) สื่อการสอนประเภทวัสดุ-ครุภัณฑ์ เช่น กระดาษเปล่าสำหรับให้นักเรียนดำเนินการวาดรูป แผนภูมิ ใบงาน แบบฝึกหัด กระดาษกราฟ กระดานกราฟ สำหรับโรงเรียนที่มีเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ (over-head projector) ประจำห้องเรียน ครูก็สามารถเตรียมแผนภูมิลงในแผ่นใส และให้นักเรียนเสนอผลงานกลุ่มด้วยแผ่นใสได้ โดยครูจัดเตรียมแผ่นใสและปากกาสำหรับเขียนแผ่นใสสีต่าง ๆ ไว้ให้เพียงพอกับจำนวนกลุ่มย่อยในการสอนครั้งหนึ่ง ๆ

2) สื่อการสอนประเภทความคิด เช่น ปัญหาที่ครูต้องเตรียมไว้สำหรับสร้างความขัดแย้งทางปัญญา โจทย์และวิธีหาคำตอบของโจทย์ที่นักเรียนสร้างขึ้นเอง ตัวอย่างที่นักเรียนหาเอง ตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้ใช้ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบเองได้ คำถามของครูเพื่อนำไปสู่การค้นพบคำตอบในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถค้นพบเองได้ เป็นต้น สื่อประเภทนี้เป็นสื่อสำคัญในการดำเนินการวาดรูปเพื่อสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญามาจัดความขัดแย้งทางปัญญาที่เกิดขึ้นในขั้นตอนแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน

2.3 ศึกษาและจัดเตรียมเครื่องมือเกี่ยวกับการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนจากองค์ประกอบด้านการวัดและประเมินผล ตัวอย่างการสอนตามกระบวนการสอน และตัวอย่างแบบสอบถามจุดมุ่งหมายของกระบวนการสอน ภาพรวมของการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนที่แสดงไว้ในส่วนต่าง ๆ ของคู่มือเล่มนี้ แสดงด้วยแผนภาพได้ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาพรวมของการวัดและประเมินผลการเรียนการสอน



จากแผนภาพแสดงภาพรวมดังกล่าวจะเห็นได้ว่า มีการวัดและประเมินผลในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้ทั้งในระหว่างการเรียนการสอนและหลังการเรียนการสอน การวัดในระหว่างการเรียนการสอนนั้นเป็นการวัดว่านักเรียนสามารถกระทำกิจกรรมต่าง ๆ ตามขั้นตอนการสอนของกระบวนการสอนได้หรือไม่ ถ้านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถกระทำได้ ก็ไม่ควรนำกระบวนการสอนนี้ไปใช้กับนักเรียนกลุ่มนั้น ถ้านักเรียนส่วนใหญ่สามารถกระทำได้ กระบวนการสอนนี้ก็จะมีผลในทางปฏิบัติ และจะส่งผลต่อการวัดและประเมินผลหลังการเรียนการสอนที่ครูผู้สอนต้องพิจารณาต่อไปว่าการเรียนการสอนบรรลุผลตามเกณฑ์ที่พึงประสงค์หรือไม่

เครื่องมือหลักที่ครูต้องใช้ในการวัดและประเมินผลระหว่างการเรียนการสอนได้แก่ การสังเกตและซักถาม ซึ่งครูจะต้องมีความรอบรู้ในเนื้อหาที่สอนอย่างมากพอที่จะประเมินนิเทศน์หรือวิธีทำที่แตกต่างได้ และต้องเตรียมตัวอย่างคำถามไว้สำหรับการพิสูจน์ให้นักเรียนเห็นในเชิงประจักษ์ว่านิเทศน์หรือวิธีทำของนักเรียนไม่ตรง ไม่ครอบคลุม หรือไม่สามารใช้ในทุกที่ไป

ในการวัดและประเมินผลหลังการเรียนการสอนนั้น ครูต้องเตรียมแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับใช้วัดหลังการเรียนการสอนแต่ละเรื่อง และแบบสอบความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ สำหรับใช้ในการวัดเมื่อนักเรียนได้รับการสอนด้วยกระบวนการสอนนี้เป็นเวลาไม่น้อยกว่า 10 สัปดาห์ หรือ 30 คาบ ในกรณีที่ครูต้องการสอนเนื้อหาตามตัวอย่างที่แสดงไว้ในแผนการสอน ครูก็สามารถนำตัวอย่างแบบสอบในคู่มือเล่มนี้ไปใช้ได้เลย โดยศึกษาวิธีใช้ตามคำแนะนำที่ให้ไว้ และเตรียมแบบสอบตามจำนวนที่ต้องการด้วยวิธีถ่ายเอกสารหรือพิมพ์ลงในกระดาษแล้วอัดสำเนาก็ได้

แนวปฏิบัติในการดำเนินการสอน

เมื่อได้ศึกษาและจัดเตรียมสิ่งที่จำเป็นต่าง ๆ ไว้พร้อมแล้ว ก็ดำเนินการสอนตามแผนการสอนที่เตรียมไว้ ในการสอนนั้น มีข้อเสนอแนะสำหรับครูผู้สอน ดังนี้

1. บทบาทของครู ในการดำเนินการสอนตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ครูควรคำนึงถึงบทบาทต่อไปนี้

1.1 ครูเป็นผู้จัดการให้นักเรียนกระทำกิจกรรมตามแผนการสอน เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ใหม่ ขึ้นตอนการคำนวณและการแก้โจทย์ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเองและการแลกเปลี่ยนกันในกลุ่มย่อยและกลุ่มใหญ่ โดยครูจะให้ความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็นเท่านั้น

1.2 ครูต้องเป็นแบบอย่างที่ดีในการสร้างบรรยากาศที่ให้เกียรติกัน และคอยดูแลไม่ให้นักเรียนกล่าววาจาต่อกันหรือเหยียดหยามกันในการอภิปรายกลุ่มย่อยและกลุ่มใหญ่ กวดขันให้นักเรียนใช้ถ้อยคำและกิริยาที่สุภาพในการแสดงความคิดเห็นสนับสนุนหรือค้าน

1.3 ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนคิดหรือสร้างขึ้น โดยครูพร้อมที่จะรับฟังความหลากหลายและการให้เหตุผลที่แปลก ซึ่งอาจช่วยให้นักเรียนคนอื่นเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างดีในแบบพื้น ๆ

1.4 ครูไม่ควรปฏิเสธคำตอบหรือคำอธิบายของนักเรียนก่อนที่จะให้โอกาสนักเรียนได้ตรวจสอบและพบความคลาดเคลื่อนด้วยตัวของนักเรียนเอง คำตอบหรือคำอธิบายที่คลาดเคลื่อนไปจากความคาดหวังของครู อาจถูกต้องโดยตลอดในฐานะที่เป็นทางเลือกอีกทางหนึ่งหรืออาจนำไปใช้อย่างได้ผลในขอบเขตที่จำกัดก็ได้ ครูต้องระลึกอยู่เสมอว่า ความคลาดเคลื่อนให้โอกาสที่มีค่าสำหรับครูในการได้ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

1.5 ครูต้องเตรียมคนให้มีความรอบรู้ในด้านเนื้อหาอย่างมากพอที่จะประเมินคำตอบหรือวิธีทำที่แตกต่างของนักเรียนได้ ครูต้องเตรียม "ตัวอย่างค้าน" ไว้ให้พร้อมสำหรับที่จะใช้ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถช่วยกันหาตัวอย่างมาค้านมโนทัศน์หรือการดำเนินการที่ยังไม่ตรง

2. วิธีจัดนักเรียนเข้ากลุ่มย่อย การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มย่อยในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการสอนนี้ ทำได้หลายวิธี ครูอาจเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีจากวิธีแบ่งกลุ่มแบบต่าง ๆ ซึ่งเสนอโดยคณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ ทบวงมหาวิทยาลัย¹ ดังต่อไปนี้

¹ คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์, ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์ (กรุงเทพมหานคร: ทบวงมหาวิทยาลัย, 2524), หน้า 42-45.

วิธีที่ 1 แบ่งกลุ่มโดยใช้เกณฑ์บางประการ เช่น ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ อาจจัดผู้ที่มีความสามารถใกล้เคียงกันไว้ในกลุ่มเดียวกัน หรือจัดแบบคละก็ได้ การคละผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ระดับต่าง ๆ กันไว้ในกลุ่มเดียวกันมีประโยชน์ เพราะผู้ที่เรียนได้เร็วจะสามารถช่วยผู้ที่เรียนได้ช้า แต่ผู้ที่เรียนได้เร็วบางคนก็ไม่ชอบช่วยผู้อื่น และผู้ที่เรียนได้ช้าบางคนก็ไม่ชอบรับความช่วยเหลือจากผู้อื่น การแบ่งกลุ่มจึงต้องพิจารณาตัวบุคคลประกอบด้วย ส่วนการจัดผู้ที่มีความสามารถใกล้เคียงกันไว้ในกลุ่มเดียวกันนั้น กลุ่มที่มีแต่ผู้มีความสามารถสูงจะเรียนได้อย่างรวดเร็วถ้าสมาชิกในกลุ่มเข้ากันได้ดี กลุ่มที่มีแต่ผู้มีความสามารถปานกลางก็เรียนได้ผลดีเช่นเดียวกันถึงแม้จะช้ากว่า แต่กลุ่มที่มีผู้มีความสามารถต่ำล้น ๆ มักจะสร้างความผิดหวังให้ทั้งครูและนักเรียน จึงควรหลีกเลี่ยงการจัดกลุ่มที่มีแต่ผู้มีความสามารถต่ำล้น ๆ นอกจากในกรณีพิเศษจริง ๆ

จากประสบการณ์ของผู้ที่เคยสอนด้วยการแบ่งกลุ่มย่อย พบว่าการแบ่งกลุ่มตามวิธีที่ 1 ไม่ได้ผลดีเท่าที่ควร เพราะไม่ได้คำนึงถึงความเหมาะสมด้านบุคลิกภาพของผู้เรียน การเรียนเป็นกลุ่มจะได้ผลดีก็ต่อเมื่อทุกคนในกลุ่มเข้ากันได้ดี

วิธีที่ 2 แบ่งกลุ่มโดยครูใช้วิธีสุ่ม เช่นวิธีนับ วิธีจับสลาก บางครั้งวิธีนี้ได้ผลพอควร แต่ส่วนใหญ่แล้วมักมีการขอย้ายกลุ่มกันภายหลัง ถ้าต้องการแบ่งกลุ่มเป็นครั้งคราว วิธีนี้น่าจะใช้ได้ดี เพราะจัดกลุ่มได้อย่างรวดเร็ว เป็นการประหยัดเวลาเรียน

วิธีที่ 3 ครูให้นักเรียนในชั้นจัดกลุ่มกันเอง ถ้านักเรียนรู้จักกันดีอยู่แล้วก็คงจะจัดได้ไม่ยากนัก แต่ถ้าไม่รู้จักกัน อาจให้มีการย้ายกลุ่มได้ในระหว่าง 2 - 3 สัปดาห์แรกเพื่อให้สมาชิกได้มีโอกาสเรียนร่วมกันกับคนอื่นหลาย ๆ คน จนในที่สุด ตัดสินใจเลือกกลุ่มที่จะอยู่อย่างถาวรได้

ครูอาจมีส่วนช่วยจัดโดยให้นักเรียนแต่ละคน เขียนรายชื่อคนที่เขาอยากจับกลุ่มด้วยและคนที่เขาอยากหลีกเลี่ยงลงในเศษกระดาษแล้วส่งให้ครู ในกรณีที่นักเรียนยังไม่รู้จักกันทั้งห้อง ควรให้ทุกคนคิดป้ายชื่อ ควรย้าให้นักเรียนเขียนรายชื่อด้วยความจริงจัง และครูต้องไม่นำรายชื่อที่แต่ละคนเขียนมาเปิดเผย ครูนำข้อมูลที่เก็บได้มาจัดโดยยึดหลัก ดังนี้

- 1) ผู้ที่ไม่แสดงความประสงค์ใด ๆ จัดให้กระจายไปตามกลุ่มต่าง ๆ
- 2) ผู้ที่มีคนอยากหลีกเลี่ยง จัดให้กระจายไปตามกลุ่มต่าง ๆ
- 3) ให้ทุกคนได้มีผู้ที่เขาอยากจับกลุ่มด้วยอยู่ในกลุ่มอย่างน้อย 1 คน

- 4) ผู้ที่ได้รับเลือกโดยคนอื่น ๆ หลาย ๆ คน จัดให้กระจายตามกลุ่มต่าง ๆ

การจัดแนวนี้อาจง่ายถ้าจัดข้อมูลที่เก็บมาได้ให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ขนาด $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนสมาชิกในชั้น

วิธีนี้มักมีความวุ่นวายพอสมควรในระหว่าง 2 - 3 สัปดาห์แรก อย่างไรก็ตามจากประสบการณ์ของผู้ที่เคยทดลองใช้วิธีนี้ พบว่าเป็นวิธีแบ่งกลุ่มที่ได้ผลดี

วิธีที่ 4 คล้ายวิธีที่ 3 แต่ครูหาวิธีช่วยการตัดสินใจโดยให้นักเรียนทุกคนได้สลับกลุ่มบ่อย ๆ ในการจัดกลุ่ม 4 คน อาจใช้วิธีให้แต่ละคนหาคนที่ตนเองจะทำงานด้วย 1 คน จากนั้นครูอาจจัดกิจกรรมง่าย ๆ ให้แต่ละคู่หาอีกคู่หนึ่งที่ตนเองใจ จัดเป็นกลุ่ม 4 คน

วิธีนี้เสียเวลามากกว่าวิธีก่อน ๆ แต่ก็มักจะได้ออกกลุ่มที่เข้ากันได้ดี และเป็นผลดีต่อการเรียนต่อไป

วิธีที่ 5 ครูอาจใช้เครื่องมือที่เป็นแบบวัตถุประสงค์ภาพด้านต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับการทำงานเป็นกลุ่มมาให้เด็กเรียนในห้องตอบ แล้วนำผลมาคำนวณว่าควรจัดกลุ่มอย่างไร

ในการศึกษาผลของการใช้กระบวนการสอนนี้ ในช่วงแรกของการทดลองสอนผู้วิจัยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มย่อยโดยใช้วิธีที่ 2 คือสุ่มด้วยวิธีนับข้าง จับสลากบ้าง การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มโดยวิธีนี้ ทำให้นักเรียนทุกคนมีความมั่นใจว่าตนเองมีผู้ร่วมกลุ่มแน่ นักเรียนบางคนที่มีพฤติกรรมในการเรียนไม่ดี เช่น ไม่สนใจเรียนหรือไม่ค่อยให้ความร่วมมือกับเพื่อนในกลุ่ม ก็ไม่ค่อยตระหนักถึงความจำเป็นที่จะต้องปรับปรุงพฤติกรรมของตน ผู้วิจัยจึงเปลี่ยนมาใช้วิธีที่ 3 เนื่องจากนักเรียนในชั้นรู้จักกันดีอยู่แล้ว โดยให้นักเรียนเลือกเข้ากลุ่มเองกับผู้ที่นักเรียนอยากเข้าร่วมกลุ่มด้วย วิธีนี้ได้ผลดี ในครั้งแรก ๆ จะมีนักเรียนบางคนที่ไม่มีการเลือกที่จะเข้ากลุ่มด้วยเหลืออยู่ การตกเป็นผู้ที่เหลือจากการถูกเลือก เป็นสภาพที่ไม่มีนักเรียนคนใดอยากจะเป็น ในครั้งแรก ๆ ครูจึงรับหน้าที่เป็นผู้ขอร้องนักเรียนบางกลุ่มให้มีการโยกย้ายเพื่อขอฝากนักเรียนเหล่านั้นเข้ากลุ่มด้วย โดยที่นักเรียนเหล่านั้นรับปากว่าจะปรับปรุงพฤติกรรมของตน ในการจัดกลุ่มด้วยวิธีนี้ในครั้งต่อ ๆ มาพบว่า จำนวนนักเรียนที่ไม่มีใครต้องการให้ร่วมกลุ่มลดลง จนไม่เหลืออยู่อีกเลย ในการจัดกลุ่มโดยวิธีนี้ เมื่อนักเรียนจัดกลุ่มเสร็จแล้ว ผู้วิจัยจะสำรวจว่า กลุ่มใดมีนักเรียนลักษณะเดียวกันทุกคน เช่น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงทุกคน ต่ำทุกคน หรือไม่สนใจเรียนทุกคน

ผู้วิจัยก็จะจัดการโยกย้ายให้ใหม่ในบางกลุ่ม วิธีที่ผู้วิจัยใช้จึงเป็นวิธีที่ให้นักเรียนจัดกลุ่มกันเอง ตามความพอใจของนักเรียนโดยมีครูช่วยปรับให้มีความเหมาะสมด้วย การจัดกลุ่มโดยวิธีนี้มีผลดี คือไม่เสียเวลา นักเรียนส่วนใหญ่และครูพอใจ และทำให้นักเรียนที่มีพฤติกรรมในการเรียนไม่ดี ปรับปรุงพฤติกรรมของตนด้วย

เพื่อให้การดำเนินกิจกรรมกลุ่มย่อยเป็นไปอย่างได้ผลดี ครูจะเลือกใช้วิธีใดในการจัด นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย ควรจะได้พิจารณาถึงข้อดีข้อเสียของวิธีนั้น และความเหมาะสมกับสภาพ ของนักเรียนที่จะนำวิธีนั้นไปใช้ด้วย



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความเป็นมาของกระบวนการสอน

สังคมปัจจุบันเน้นการพัฒนาบุคคลจำนวนมากให้ได้รับการศึกษาสูงขึ้นโดยพยายามดำเนินมาตรการให้บุคคลเข้าเรียนในโรงเรียนเป็นเวลานานขึ้นกว่าเดิม ดังปรากฏในแผนนโยบายการศึกษาขั้นพื้นฐานตามแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 7 (พ.ศ. 2535-2539) ว่า "เร่งปรับปรุงการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อให้เป็นการศึกษาขั้นพื้นฐานและขยายการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเพื่อให้ผู้จบประถมศึกษาได้เข้าเรียนมากขึ้น" การจัดการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในปัจจุบันจึงต้องมีวิธีการที่สามารถทำให้การเรียนการสอนมีความหมายสำหรับผู้เรียนซึ่งมีประสบการณ์พื้นฐานแตกต่างกันมาจากภูมิหลังอันหลากหลายมากกว่าในอดีตซึ่งมีผู้เข้ารับการศึกษาระดับมัธยมศึกษาเป็นจำนวนน้อยกว่า โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเนื้อหา มีลักษณะเป็นนามธรรมเข้าใจยาก ซึ่งต้องการวิธีการที่สามารถทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้บนพื้นฐานแห่งประสบการณ์ที่ต่าง ๆ กันนั้นได้

ผลจากการวิจัยเกี่ยวกับประสิทธิภาพของการมัธยมศึกษา พบว่า ตัวแปรในกลุ่มที่เป็นกระบวนการอันประกอบด้วยกระบวนการเรียนการสอน การบริหาร และการจัดการ โดยเฉพาะอย่างยิ่งกระบวนการในส่วนที่ครูเกี่ยวข้องกับและนักเรียนมีส่วนร่วมและส่วนพฤติกรรมการสอนของครูเป็นส่วนสำคัญที่สุดที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยตรง และผลจากการวิจัยเกี่ยวกับสภาพปัญหาการสอนของครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า ครูคณิตศาสตร์มีปัญหามากที่สุดในด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนั้น การพิจารณาหาวิธีการที่หลากหลาย จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องทำอยู่เสมอ เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้บรรลุผลในระดับที่พึงประสงค์ยิ่งขึ้น

ลักษณะการเรียนการสอนที่อาจเป็นสาเหตุหนึ่งของปัญหาเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนคือการที่นักเรียนมักจะได้รับ การเสนอความคิดที่เป็นนามธรรมก่อนที่จะได้รับประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม ดังเช่นการดำเนินกระบวนการเรียนการสอนที่เริ่มด้วยการเสนอคำนิยามหรือข้อความที่เป็นนามธรรมก่อนแล้วจึงยกตัวอย่างประกอบคำอธิบาย สาธิตวิธีคำนวณ และแสดงตัวอย่างกระบวนการแก้ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ด้วยกระบวนการดังกล่าวนี้ นักเรียนจะอยู่ในฐานะผู้รับความรู้แบบสำเร็จรูป ไม่ได้ประสบกับปัญหาที่ค้องหาทางแก้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างความรู้เอง และไม่สามารถบรรลุ

จุดหมายปลายทางของการเรียนการสอนที่มุ่งให้นักเรียนสามารถนำความรู้ ความสามารถที่ได้จากการเรียนการสอนไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ได้ ซึ่งเรียกว่าความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้

ด้วยเหตุดังกล่าว การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นับตั้งแต่หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 เป็นต้นมา จนถึงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) จึงมุ่งให้นักเรียนค้นหากฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง โดยคำแนะนำของครู และมุ่งหวังให้มีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการ เพื่อให้นักเรียนมีคุณลักษณะการคิด การปฏิบัติอย่างมีกระบวนการคิด

อย่างไรก็ตาม ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้ค้นพบข้อความรู้ด้วยตนเองโดยคำแนะนำของครูนั้น ครูมักจะนำทางให้นักเรียนค้นหาไปตามแนวทางที่ครูเตรียมไว้ เป็นการปิดโอกาสที่นักเรียนจะได้ค้นพบทางเลือกอื่น ที่อาจเป็นวิธีที่ถูกต้องด้วยและสามารถทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจได้อย่างลึกซึ้งมากกว่าวิธีที่ครูเตรียมไว้ก็ได้ เพราะนักเรียนไม่ได้เกิดการเรียนรู้ด้วยวิธีเดียวกันหมดทุกคน การปิดกั้นทางเลือกอื่นจะทำให้มีผู้ประสบความสำเร็จในการเรียนรู้เพียงจำนวนน้อย แต่การเปิดให้มีทางเลือกในการเข้าถึงความรู้หลายทางจะทำให้มีผู้ประสบความสำเร็จในการเรียนรู้เป็นจำนวนมากขึ้น

ผลจากงานวิจัยพบว่านักเรียนมีแนวโน้มที่จะถดถอยกลับไปสู่วิธีคิดและวิธีทำแบบเดิมของนักเรียนเสมอแม้ว่าจะได้รับการสอนวิธีที่เป็นมาตรฐานแล้วก็ตาม และนักเรียนจะไม่เปลี่ยนความคิดของตนอย่างแท้จริงตรงเท่าที่คนยังไม่ตระหนักในความผิดพลาดของความคิดนั้น ความผิดพลาดที่พบด้วยตัวนักเรียนเองภายใต้ความเห็นด้วยของเพื่อนที่ร่วมแก้ปัญหาเดียวกัน จะให้ผลในการเปลี่ยนความคิดของนักเรียนได้มากกว่าการได้รับการบอกว่าผิดจากภายนอก ดังที่เพียเจต์ (Piaget) ได้กล่าวซ้ำหลายครั้งว่า หลังจากวิหการกไปแล้ว ต้นเหตุที่มีความถี่สูงสุดในการปรับโครงสร้างทางปัญญาเกิดขึ้นจากปฏิสัมพันธ์ทางสังคม เมื่อบุคคลรู้สึกว่าวิธีของตนไม่ดีพอเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีของผู้อื่น เพียเจต์เห็นว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างเด็กกับเพื่อนเป็นแหล่งหนึ่งของการพัฒนาการทางปัญญา ถ้าเด็กไม่มีโอกาสได้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความคิดเห็นที่ต่าง ๆ กัน เด็กก็จะเป็นที่อาศัยของความคิดเห็นที่ติดตนเองเป็นศูนย์กลาง เด็กมักจะสามารถออกจากการยึดตนเองเป็นศูนย์กลางได้ด้วยความช่วยเหลือของเด็กที่มีพัฒนาการทางปัญญาในระดับเดียวกันมากกว่าด้วยความช่วยเหลือของผู้ใหญ่ โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมีอายุประมาณ

12-15 ปี เพื่อนจะมีอิทธิพลต่อนักเรียนวัยนี้มากทั้งในด้านทัศนคติ ค่านิยม และพฤติกรรมโดยทั่วไป จากความเชื่อที่ว่า พลังทางสังคมมีอำนาจต่อสถานการณ์ทุก ๆ ด้านที่ดำเนินไปภายในสังคมนั้น การเรียนการสอนจึงควรให้ความสำคัญกับการอภิปรายซึ่งอยู่ในแบบของการแก้ปัญหา ร่วมกัน และนักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้ที่จะสนทนากับผู้อื่นและกับตัวเองในกิจกรรมการสร้าง ความรู้ร่วมกัน การให้นักเรียนได้พูดออกมาถึงความเห็นเกี่ยวกับปัญหาและวิธีแก้ปัญหาเป็นการให้ นักเรียนแสดงการตรวจสอบโครงสร้างทางปัญญาของตนเองออกมาในเชิงประจักษ์แก่เพื่อนและครู สิ่งที่มีค่ามากซึ่งเกิดขึ้นในระหว่างการตรวจสอบนี้คือการที่นักเรียนได้รู้ถึงความไม่เพียงพอ ความ ชัดแจ้ง หรือความไม่ตรงของความเห็นหรือกระบวนการคิดของตน ซึ่งจะนำไปสู่การปรับเปลี่ยน โครงสร้างทางปัญญาของตนเองในที่สุด

ผู้วิจัยจึงศึกษาค้นคว้าหาแนวทางการสอนคณิตศาสตร์ที่เข้ากับธรรมชาติในการเรียนรู้ ของนักเรียน และสร้างกระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์สำหรับ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นขึ้น กระบวนการสอนนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างความรู้จาก ประสบการณ์ของตนเองและจากการแลกเปลี่ยนทางสังคมและส่งเสริมให้นักเรียนกระทำกิจกรรม ใดก็ตามเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของวิธีการดำเนินการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาเพื่อ สร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการถ่าฮองประสบการณ์ส่วนตัวทั้งที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับ คณิตศาสตร์โดยตรงมาสนับสนุนหรือค้านวิธีการดำเนินการที่แตกต่างกันนั้น โดยคาดหวังว่า กระบวนการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะนี้จะสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลซึ่งมี ประสบการณ์พื้นฐานแตกต่างกันมาจากภูมิหลังอันหลากหลาย และอาจส่งผลให้นักเรียนสามารถ แสวงหาความรู้และถ่าฮองความรู้ได้อย่างกว้างขวาง

ศูนย์วิจัยเพื่อสร้างสุขภาพ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทฤษฎีและแนวคิดพื้นฐานที่รองรับกระบวนการสอน

กระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนี้ ได้หลักการและแนวทางในการดำเนินขั้นตอนการสอนจากแนวคิดในทฤษฎีต่อไปนี้

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory)

1. คำนิยามศัพท์

1.1 โครงสร้างทางปัญญา (cognitive structure) หมายถึง กรอบของความหมายหรือแบบแผนของการดำเนินการที่บุคคลสร้างขึ้นจากการเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา แล้วใช้เป็นเครื่องมือในการตีความ ให้เหตุผล หรือแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่อยู่ในกรอบโครงสร้างเดียวกันได้ และใช้เป็นพื้นฐานสำหรับการสร้างโครงสร้างใหม่ ๆ ต่อไป คำว่า "โครงสร้างทางปัญญา" มักมีการใช้แทนกันกับคำว่า "โครงสร้างความรู้" (knowledge structure) โครงสร้างทางปัญญาในวิชาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยโครงสร้างด้านมโนทัศน์ (conceptual structure) และโครงสร้างด้านการดำเนินการ (procedural structure) โครงสร้างด้านมโนทัศน์ได้แก่ นิยาม กฎ ทฤษฎีบท และความหมายของการกระทำ (operations) ต่าง ๆ เช่น การบวก การลบ การรอกกำลัง ฯลฯ ส่วนโครงสร้างด้านการดำเนินการ แยกย่อยได้เป็นการคำนวณและการแก้โจทย์ปัญหา

1.2 ความขัดแย้งทางปัญญา (cognitive conflict) หมายถึง สภาวะที่บุคคลเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหาซึ่งไม่สามารถแก้ได้ด้วยโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ สภาวะที่บุคคลเผชิญกับความไม่สอดคล้องทางความคิดระหว่างตนกับผู้อื่น หรือสภาวะที่บุคคลเผชิญทั้งหลักฐานที่สนับสนุนและหลักฐานที่ค้านสมมติฐานที่ตนมีอยู่ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เราสามารถสร้างความขัดแย้งทางปัญญาให้เกิดขึ้นแก่นักเรียนได้ด้วยการให้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้มโนทัศน์ วิธีการคำนวณหรือการแก้โจทย์ปัญหาซึ่งไม่เข้ากับมโนทัศน์หรือวิธีการที่นักเรียนมีอยู่ แต่มีบางส่วนร่วมอยู่ในมโนทัศน์หรือวิธีการที่นักเรียนมีอยู่ แล้วให้นักเรียนแต่ละคนแสดงวิธีการแก้ปัญหาของตนต่อกลุ่มเพื่อน

1.3 แรงจูงใจภายใน (intrinsic motivation) หมายถึง แรงจูงใจที่เป็น ความอยากหรืออยากเห็นอันเกิดจากความขัดแย้งทางปัญญา ซึ่งก่อให้เกิดความต้องการและความ พยายามที่จะกระทำการสำรวจตรวจสอบเพื่อขจัดความขัดแย้งนั้น

1.4 การไตร่ตรอง (reflection) หมายถึง การตรวจสอบและปรับเปลี่ยน สมมติฐานที่บุคคลตั้งขึ้นเพื่อคลี่คลายสถานการณ์ที่เป็นปัญหาอย่างจริงจังเพราะเหตุผลหรือ เหตุการณ์ที่ทดสอบได้ โดยอาศัยประสบการณ์เดิม โครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ แรงจูงใจภายใน และการแลกเปลี่ยนทางสังคมเป็นเครื่องมือ จนได้สมมติฐานที่สามารถขจัดความขัดแย้งทางปัญญา ระหว่างบุคคล ระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกัน และระหว่างความเชื่อกับผลจากการทดสอบใน เชิงประจักษ์ สมมติฐานดังกล่าวคือโครงสร้างทางปัญญาที่บุคคลและกลุ่มร่วมกันสร้างขึ้นเป็น ความรู้ใหม่

2. แนวคิดและข้อตกลงเบื้องต้นทางการเรียนรู้

2.1 ความรู้คือโครงสร้างทางปัญญาที่บุคคลสร้างขึ้นจากการเผชิญกับสถานการณ์ ที่เป็นปัญหา แล้วใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาหรืออธิบายสถานการณ์อื่น ๆ ที่อยู่ในกรอบ โครงสร้างเดียวกันได้ และเป็นพื้นฐานสำหรับการสร้างโครงสร้างใหม่ ๆ ต่อไป

2.2 นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีการที่ต่าง ๆ กัน โดยอาศัยประสบการณ์ เดิม โครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ และแรงจูงใจภายในเป็นจุดเริ่มต้น

2.3 ครูมีหน้าที่จัดการให้นักเรียนได้ปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียน เองภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นทางการเรียนรู้ ต่อไปนี้

1) สถานการณ์ที่เป็นปัญหาและปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ก่อให้เกิดความขัดแย้ง ทางปัญญา

2) ความขัดแย้งทางปัญญาเป็นแรงจูงใจให้เกิดการกระทำกิจกรรมไตร่ ตรองเพื่อขจัดความขัดแย้งนั้น

3) การไตร่ตรองบนฐานแห่งประสบการณ์เดิมและโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกระตุ้นให้มีการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา

3. ในการกระทำกิจกรรมไตร่ตรองเพื่อขจัดความขัดแย้งนั้น มีการตรวจสอบความ เชื่อตามเกณฑ์ต่อไปนี้

เกณฑ์ที่ 1 ความสอดคล้องระหว่างความเชื่อของตนเองกับความเชื่อของผู้อื่นใน

เรื่องเดียวกัน

เกณฑ์ที่ 2 ความสอดคล้องภายในความเชื่อของตนเองระหว่างสถานการณ์ที่
เกี่ยวข้องกัน

เกณฑ์ที่ 3 ความสอดคล้องระหว่างความเชื่อกับข้อมูลเชิงประจักษ์

4. ในทฤษฎีของคอนสตรัคติวิสต์ ความรู้ทางคณิตศาสตร์พัฒนาขึ้นมาจากการแลกเปลี่ยนทางวัฒนธรรม ครูและนักวิจัยในแนวคอนสตรัคติวิสต์ต้องการคำอธิบายของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนคิด และความหมายที่นักเรียนสร้างขึ้น โดยจะไม่ปฏิเสธความเห็นใด ๆ ของนักเรียนก่อนที่จะให้โอกาสนักเรียนได้ตรวจสอบและพบความคลาดเคลื่อนด้วยตนเอง นักวิจัยในแนวคอนสตรัคติวิสต์ตั้งข้อสมมติฐานเกี่ยวกับพัฒนาการของความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

4.1 มนุษย์สร้างมโนทัศน์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จากการได้ตรง
การสนทนา และการแลกเปลี่ยนกัน เพื่อใช้ในการจัดระเบียบประสบการณ์และแก้ปัญหา

4.2 ในการสอบถามความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครู
ในแนวคอนสตรัคติวิสต์มุ่งตรวจสอบการใช้จินตนาการ ภาษา คำจำกัดความ ตัวอย่างหรือการ
อุปมาอุปไมยของนักเรียน โดยคาดหวังในความหลากหลาย และการให้เหตุผลที่แปลก ซึ่งอาจ
ช่วยให้ตัวครูเองพบแนวทางการอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในวิถีทางอย่างง่าย

4.3 ปัญหาที่มีบทบาทที่สำคัญในกระบวนการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ปัญหา
คือความรู้ลึกซึ้งแข็ง และมีอุปสรรค จะเป็นแรงจูงใจให้เกิดการกระทำและการได้ตรงเกี่ยวกับ
ผลของการกระทำนั้น

4.4 การแก้ปัญหาในการเรียนการสอนแบบคอนสตรัคติวิสต์เป็นกระบวนการเชิง
ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับสิ่งแวดล้อม โดยที่ นิยาม มโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องและคำตอบที่เหมาะสม
จะค่อย ๆ เกิดขึ้นในระหว่างดำเนินการ

4.5 คำตอบและคำอธิบายของนักเรียนซึ่งคลาดเคลื่อนไปจากคำตอบที่ครูคาดหวัง
อาจถูกต้องโดยตลอดในฐานะที่เป็นทางเลือกอีกทางหนึ่ง หรืออาจนำไปใช้อย่างได้ผลในขอบเขตที่
จำกัด ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายความเชื่อของนักเรียนและระลึกอยู่เสมอว่า ความคลาด
เคลื่อนให้โอกาสที่มีค่าสำหรับครูในการได้ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

ทฤษฎีการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Theories of The Transfer of Learning)

1. ทฤษฎีการสรุปนัยทั่วไป (Generalization Theory) มีแนวคิดว่าการถ่ายโอนการเรียนรู้เป็นการตระหนักรู้ในความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ในสถานการณ์หนึ่ง ซึ่งใช้เป็นแนวในการเรียนรู้สถานการณ์อื่นหรือแก้ปัญหาอื่น ๆ ได้ ความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นนัยทั่วไปซึ่งครอบคลุมประสบการณ์เฉพาะจำนวนมาก และเป็นผลผลิตสูงสุดทางปัญญาของมนุษย์

2. ทฤษฎีแนวปัญญานิยม (Cognitive Theory) มีแนวคิดว่าการถ่ายโอนการเรียนรู้เกิดขึ้นเนื่องจากการรับรู้ความคล้ายกันหรือความเป็นทำนองเดียวกันระหว่างสถานการณ์ และสิ่งที่ได้สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่งซึ่งอยู่ในรูปของความหมาย ความคาดหวัง นัยทั่วไป มโนทัศน์ หรือความหยั่งเห็น ซึ่งได้รับการทดสอบแล้วในสถานการณ์ใหม่ สามารถนำไปใช้ในสถานการณ์อื่นได้ และมีการปรับให้เข้ากับสถานการณ์ที่นำไปใช้ การถ่ายโอนการเรียนรู้ไม่ได้เกิดขึ้นโดยอัตโนมัติ จะเกิดได้ก็ต่อเมื่อ (1) โอกาสอำนวยให้ (2) บุคคลมองเห็นหรือตระหนักรู้ในโอกาสนั้น และ (3) บุคคลสมัครใจที่จะใช้ประโยชน์จากโอกาสนั้น

นักวิจัยในแนวปัญญานิยมได้เสนอข้อค้นพบเกี่ยวกับการถ่ายโอนการเรียนรู้ซึ่งได้รับการยืนยันซ้ำจากผลการวิจัยหลายครั้ง ดังนี้

2.1 การให้ผู้เรียนตระหนักรู้นัยทั่วไปด้วยตนเองโดยไม่ต้องสร้างข้อความที่เป็นข้อสรุปของนัยทั่วไปในทันทีที่ตระหนักรู้ ช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้สูงกว่าการบอกนัยทั่วไปแก่ผู้เรียน

2.2 การสร้างข้อความที่เป็นข้อสรุปของนัยทั่วไปในทันทีที่ตระหนักรู้ ไม่ได้ช่วยเพิ่มความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้

2.3 การสร้างข้อความที่เป็นข้อสรุปของนัยทั่วไปในทันทีที่ตระหนักรู้ อาจลดความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้ได้

3. ทฤษฎีโครงสร้าง (Schema Theory) จิตวิทยาแนวปัญญานิยมในปัจจุบัน เรียกความรู้ที่อยู่ในรูปของนัยทั่วไปว่า "โครงสร้าง" แบ่งออกเป็น 2 ชนิด ได้แก่ โครงสร้างด้านนามธรรม (abstract structure) ซึ่งเป็นตัวแทนความรู้ในเชิงมโนทัศน์ และโครงสร้างด้านการดำเนินการ (procedural structure) ซึ่งประกอบด้วยข้อมูลเกี่ยวกับวิธีดำเนินการ ทฤษฎีโครงสร้างเสนอแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ว่า ในระหว่างดำเนินการกระบวนการเรียนรู้ จะ

มีการกระตุ้นโครงสร้างต่าง ๆ เพื่อใช้เป็นตัวแทนของข้อมูล และเป็นสมมติฐานในการคาดคะเนข้อมูลนั้น ๆ การถ่ายโอนการเรียนรู้จึงรวมถึงการกระตุ้นโครงสร้างที่มีอยู่เดิมเมื่อบุคคลเผชิญกับสถานการณ์การเรียนรู้ใหม่ ในกรณีที่สามารถหาโครงสร้างเดิมมาใช้กับการเรียนรู้ใหม่ได้ จะทำให้เกิดการเรียนรู้ได้เร็วกว่าในกรณีที่ไม่สามารถหาโครงสร้างเดิมที่เหมาะสมมาใช้ การเรียนรู้ที่ใช้โครงสร้างเป็นหน่วยพื้นฐานของตัวแทนความรู้ มีความแตกต่างกันในเชิงคุณภาพ ดังนี้

3.1 การพอกโครงสร้าง (Accretion) เป็นการเพิ่มข้อมูลใหม่เข้าไปในโครงสร้างเดิมที่มีอยู่แล้ว นั่นคือ การใช้โครงสร้างเดิมมาตีความข้อมูลใหม่ หรือ แก้ปัญหาใหม่ โดยไม่ได้มีการสร้างโครงสร้างใหม่ ดังนั้น สิ่งที่เพิ่มเข้าไปใหม่จึงเป็นเพียงตัวอย่างของโครงสร้างเดิมที่มีอยู่แล้ว

3.2 การปรับโครงสร้าง (Tuning or Schema Evolution) เป็นการขยายและปรับเปลี่ยนโครงสร้างอย่างช้า ๆ ด้วยประสบการณ์ที่เพิ่มขึ้น ทำให้สามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างดียิ่งขึ้นตามลำดับ

3.3 การสร้างสรรคโครงสร้าง (Restructuring or Schema Creation) เป็นการปรับโครงสร้างเดิมอย่างมากจนกลายเป็นโครงสร้างใหม่ โดยที่โครงสร้างซึ่งประกอบด้วยข้อมูลที่เป็นนิहितัวไปจากประสบการณ์เดิมจะถูกกระตุ้นเพื่ออธิบายข้อมูลในปัญหาใหม่ที่ลักษณะภายนอกไม่มีความเกี่ยวข้องหรือคล้ายกับประสบการณ์เดิมเลย กลไกสำคัญที่จะช่วยให้เกิดการสร้างโครงสร้างใหม่คือ การอุปมาอุปไมย (analogy) เจนเนอร์ (Gentner) ได้เสนอทฤษฎีการโยงสัมพันธ์เชิงโครงสร้างของการอุปมาอุปไมย (Structure-mapping Theory of Analogy) ซึ่งมีหลักการสำคัญว่า สถานการณ์สองสถานการณ์ที่อุปมาอุปไมยกัน จะมีความร่วมกันเชิงความสัมพันธ์สูง แต่มีความร่วมกันเชิงลักษณะหรือเชิงสมบัติต่ำ ทฤษฎีการโยงสัมพันธ์เชิงโครงสร้างของเจนเนอร์ ใช้เป็นกฎในการสร้างการอุปมาอุปไมยได้ดังนี้

- 1) ไม่ต้องพิจารณาลักษณะหรือสมบัติของสิ่งเฉพาะแต่ละสิ่งในสถานการณ์
- 2) พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเฉพาะแต่ละสิ่งในสถานการณ์ เพื่อหาโครงสร้างความสัมพันธ์
- 3) ในกรณีที่มีความสัมพันธ์ซ้อนกันหลายระดับ ให้พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความสัมพันธ์ระดับต่ำ เพื่อหาความสัมพันธ์ระดับสูง ความสัมพันธ์ระดับสูงสุดในสถานการณ์ก็คือโครงสร้างความสัมพันธ์ของสถานการณ์

4) โยงโครงสร้างความสัมพันธ์จากสถานการณ์หนึ่งไปยังอีกสถานการณ์หนึ่ง หรือนำโครงสร้างความสัมพันธ์จากสถานการณ์เดิมไปสร้างสถานการณ์ใหม่ที่มีสิ่งเฉพาะแตกต่างกับสถานการณ์เดิม

ตัวอย่างการใช้ทฤษฎีการโยงสัมพันธ์เชิงโครงสร้างของการอุปมาอุปไมยมาแสดงการอุปมาอุปไมยระบบสุริยะ (solar system) กับรูปแบบอะตอมของรัทเธอร์ฟอร์ด (Rutherford's model of the atom)

สิ่งเฉพาะในระบบทั้งสองซึ่งเข้าคู่กันโดยไม่มีความคล้ายเชิงสมบัติใดแก่

A : ดวงอาทิตย์ ↔ นิวเคลียส

B : ดาวเคราะห์ ↔ อิเล็กตรอน

ระบบทั้งสองมีโครงสร้างความสัมพันธ์แบบเดียวกัน ดังแสดงในตาราง

ระบบสุริยะ	รูปแบบอะตอมของรัทเธอร์ฟอร์ด	ความสัมพันธ์
ดวงอาทิตย์ดึงดูดดาวเคราะห์	นิวเคลียสดึงดูดอิเล็กตรอน	A ดึงดูด B
ดาวเคราะห์หมุนรอบดวงอาทิตย์	อิเล็กตรอนหมุนรอบนิวเคลียส	B หมุนรอบ A
ดาวเคราะห์หมุนรอบดวงอาทิตย์	อิเล็กตรอนหมุนรอบนิวเคลียสเพราะ	B หมุนรอบ A
เพราะดวงอาทิตย์ดึงดูดดาวเคราะห์	นิวเคลียสดึงดูดอิเล็กตรอน	เพราะ A ดึงดูด B

ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ให้ข้อค้นพบว่า บุคคลสร้างความรู้จากประสบการณ์ของตนเองมากกว่าจากประสบการณ์ของผู้อื่น และมักจะสร้างความรู้จากสามัญสำนึกมากกว่าจากการใช้เหตุผล ดังนั้น ความรู้ที่บุคคลสร้างขึ้นจึงอาจมีความหมายเบี่ยงเบนไปจากความหมายตามบรรทัดฐานของสังคมได้ การกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นของตนเองออกมาให้ครูตระหนักรู้ และการให้นักเรียนได้ตระหนักถึงความคิดเห็นที่คลาดเคลื่อนของตนเองจากการเผชิญกับสถานการณ์ที่มีความขัดแย้งทางปัญญาระหว่างบุคคล ระหว่างเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน

และระหว่างความเชื่อกับการสังเกตในเชิงประจักษ์ สามารถนำนักเรียนไปสู่การปรับเปลี่ยน โครงสร้างทางปัญญาหรือสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญาได้ นอกจากนี้ ยังพบว่า การสอน กระบวนการที่ถูกต้องทันที เพื่อหลีกเลี่ยงการให้นักเรียนเผชิญความผิดพลาดก่อนนั้น ผลที่เกิดขึ้น จะไม่ฝังใจนักเรียนเท่ากับการสอนแบบให้เผชิญความขัดแย้ง และวิธีที่กระตุ้นความขัดแย้งทาง ปัญญาได้ดีเป็นพิเศษได้แก่การให้นักเรียนแก้ปัญหาที่เป็นเรื่องจริง หรือปัญหาที่นักเรียนตั้งขึ้นเอง

ในด้านผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายโอนการเรียนรู้พบว่า บุคคลสามารถแก้ปัญหา ที่มีบริบทของเรื่องเกี่ยวข้องกับเรื่องราวในชีวิตประจำวันของคนได้ดีกว่าปัญหาที่มีบริบทของเรื่อง ไม่อยู่ในประสบการณ์ของคน และเด็กโตสามารถถ่ายโอนโครงสร้างความสัมพันธ์ได้ดีกว่าเด็กเล็ก ในการทดลองให้นักเรียนจัดกลุ่มปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการเปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและ หลังเรียน พบว่า ก่อนเรียน นักเรียนจัดกลุ่มปัญหาตามบริบทของเรื่อง หลังเรียน นักเรียนจัดกลุ่ม ปัญหาตามโครงสร้างความสัมพันธ์ และในการเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงและต่ำ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงจัดกลุ่มปัญหาตามโครงสร้างความสัมพันธ์ ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาค่ำ จัดกลุ่มปัญหาตามบริบทของ เรื่อง

กระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์สำหรับนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนต้นนี้ ได้สร้างขึ้นตามกรอบแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ให้สอดคล้องกับ จุดประสงค์การเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ และความมุ่งหวังที่จะจัดการเรียนการสอนให้ นักเรียนมีคุณลักษณะการคิดการปฏิบัติอย่างมีกระบวนการคิดตัว ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) โดยในกิจกรรมของการได้โครงสร้าง เพื่อสร้าง โครงสร้างใหม่ทางปัญญานั้น จะมีการนำสถานการณ์อื่นจากประสบการณ์ของนักเรียนที่อุปมาอุปไมย กับสถานการณ์ปัญหา มาตรวจสอบโครงสร้างทางปัญญาที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา

องค์ประกอบของกระบวนการสอน

กระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนี้ มีองค์ประกอบต่าง ๆ ซึ่งได้ผ่านขั้นตอนการดำเนินการสร้างอย่างเป็นระบบ ให้ความสัมพันธ์ สอดคล้องและส่งเสริมซึ่งกันและกัน องค์ประกอบเหล่านั้นได้แก่

1. หลักการ
2. จุดมุ่งหมาย
3. เนื้อหา
4. ขั้นตอนการสอน
5. การวัดและการประเมินผล

องค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

หลักการ

1. กระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นกระบวนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียน

1.1 สร้างโครงสร้างทางปัญญาจากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีที่ต่างกัน และทำการตรวจสอบความเป็นนัยทั่วไปของวิธีทำนั้น ๆ

1.2 นำประสบการณ์ส่วนตัวที่เกี่ยวข้องหรือไม่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์โดยตรง มาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.3 นำโครงสร้างทางปัญญาที่สร้างขึ้นไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง

2. กระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ตั้งอยู่บนพื้นฐานแนวคิด ทฤษฎี ดังต่อไปนี้

2.1 แนวคิดและข้อตกลงเบื้องต้นทางการเรียนรู้ของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ มีสาระสำคัญดังต่อไปนี้

2.1.1 ความรู้คือโครงสร้างทางปัญญาที่บุคคลสร้างขึ้นจากการเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา แล้วใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา หรืออธิบายสถานการณ์อื่น ๆ ที่อยู่ในกรอบโครงสร้างเดียวกันได้ และเป็นพื้นฐานสำหรับการสร้างโครงสร้างใหม่ต่อไป

2.1.2 นักเรียนสร้างความรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน โดยอาศัยประสบการณ์เดิม โครงสร้างทางปัญญามีอยู่และแรงจูงใจภายในเป็นจุดเริ่มต้น

2.1.3 ครูมีหน้าที่จัดการให้นักเรียนปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนเองภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นทางการเรียนรู้ต่อไปนี้

2.1.3.1 สถานการณ์ที่เป็นปัญหาและปฏิสัมพันธ์ทางสังคมก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา

2.1.3.2 ความขัดแย้งทางปัญญาเป็นแรงจูงใจภายในให้เกิดกิจกรรมไตร่ตรองเพื่อขจัดความขัดแย้งนั้น

2.1.3.3 การไตร่ตรองบนฐานแห่งประสบการณ์เดิมและโครงสร้างทางปัญญามีอยู่ และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม กระตุ้นให้มีการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา

ในการดำเนินกิจกรรมไตร่ตรองเพื่อขจัดความขัดแย้งทางปัญญามีเกณฑ์การตรวจสอบความเชื่อดังต่อไปนี้

เกณฑ์ที่ 1 ความสอดคล้องระหว่างความเชื่อของตนเองกับของผู้อื่นในเรื่องเดียวกัน

เกณฑ์ที่ 2 ความสอดคล้องภายในความเชื่อของตนเองระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกัน

เกณฑ์ที่ 3 ความสอดคล้องระหว่างความเชื่อกับการประจักษ์

2.2 โครงสร้างทางปัญญาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยโครงสร้างด้านมโนทัศน์และโครงสร้างด้านการดำเนินการ โดยที่โครงสร้างด้านการดำเนินการแบ่งออกเป็น การคำนวณและการแก้โจทย์ปัญหา

2.3 แนวคิดเกี่ยวกับการถ่ายทอดของการเรียนรู้ในกลุ่มทฤษฎีโครงสร้าง แบ่งออกได้เป็น 3 ระดับ คือ

2.3.1 การลอกโครงสร้าง เป็นการนำโครงสร้างเดิมไปใช้โดยไม่มี การสร้างโครงสร้างใหม่ จัดเป็นการถ่ายโอนการเรียนรู้ในแนวนอน

2.3.2 การปรับโครงสร้าง เป็นการนำโครงสร้างเดิมไปใช้ แล้วเกิด การสร้างโครงสร้างใหม่อย่างช้า ๆ ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่สูงขึ้นเป็นลำดับ จัดเป็นการถ่ายโอน การเรียนรู้ในแนวตั้ง

2.3.3 การสร้างสรรค์โครงสร้าง เป็นการปรับโครงสร้างอย่างมาก หรือการนำโครงสร้างเดิมไปใช้ในบริบทความรู้อื่น กลายเป็นโครงสร้างใหม่ในบริบทความรู้ นั้น จัดเป็นการถ่ายโอนเชิงอุปมาอุปไมย

2.4 ทฤษฎีการโยงสัมพันธ์เชิงโครงสร้างของการอุปมาอุปไมย กล่าวว่า สถานการณ์สองสถานการณ์ที่อุปมาอุปไมยกันจะมีความร่วมเชิงความสัมพันธ์สูง แต่มีความร่วมเชิง ลักษณะหรือเชิงสมบัติต่ำ ในการสร้างการอุปมาอุปไมยตามทฤษฎีการโยงสัมพันธ์เชิงโครงสร้าง มีกฎในการสร้างดังนี้

2.4.1 ไม่ต้องพิจารณาลักษณะหรือสมบัติของสิ่งเฉพาะแต่ละสิ่งใน สถานการณ์

2.4.2 พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเฉพาะแต่ละสิ่งในสถานการณ์ เพื่อหาโครงสร้างความสัมพันธ์

2.4.3 ในกรณีที่มีความสัมพันธ์ซ้อนกันหลายระดับ ให้พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความสัมพันธ์ระดับต่ำ เพื่อหาความสัมพันธ์ระดับสูงซึ่งเป็นโครงสร้างความสัมพันธ์ ของสถานการณ์

2.4.4 นำโครงสร้างความสัมพันธ์จากสถานการณ์เดิมไปสร้างสถานการณ์ ใหม่ที่ประกอบด้วยสิ่งเฉพาะแตกต่างจากสถานการณ์เดิม

จุดมุ่งหมาย

1. เพื่อให้ นักเรียน เรียนรู้ โน้ตค้น การคำนวณ และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. เพื่อให้ นักเรียน มีความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้

เนื้อหา

มโนทัศน์ การคำนวณ และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) โดยแบ่งเป็น

1. มโนทัศน์ การคำนวณ และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นที่นักเรียนเรียนอยู่ ซึ่งนำมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนตามขั้นตอนการสอนของกระบวนการสอน
2. มโนทัศน์ การคำนวณ และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ไม่ได้นำมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน แต่คาดว่า การสอนมโนทัศน์ การคำนวณ และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1 ตามขั้นตอนการสอนของกระบวนการสอน จะส่งผลกระทบต่อให้นักเรียนสามารถสร้างเองได้

ขั้นตอนการสอน

ขั้นตอนการสอนเป็นองค์ประกอบสำคัญในเชิงรูปธรรมของกระบวนการสอน ที่จะนำไปสู่การบรรลุจุดมุ่งหมายของกระบวนการสอน ตามกรอบแนวคิดของทฤษฎีที่รองรับกระบวนการสอน ขั้นตอนการสอนของกระบวนการสอนนี้ กำหนดขึ้นตามกรอบแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยมีการนำทฤษฎีการโยงสัมพันธ์เชิงโครงสร้างของการอุปมาอุปไมยมาใช้ประกอบเกณฑ์การตรวจสอบความเชื่อในกิจกรรมไตร่ตรองของวงจรการสร้างความรู้ตามกรอบแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ขั้นตอนการสอนที่กำหนดขึ้นมีดังนี้

1. ขั้นสร้างความขัดแย้งทางปัญญา

1.1 ครูเสนอปัญหาคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา ปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาที่ไม่เข้ากับมโนทัศน์ การคำนวณ หรือการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว แต่มีบางส่วนร่วมอยู่ในมโนทัศน์ การคำนวณ หรือการแก้โจทย์ปัญหาเหล่านั้น ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล

1.2 จัดนักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-5 คน นักเรียนแต่ละคนแสดงวิธีทำ

และเหตุผลที่ทำดังนั้น ค่อยกลุ่มของตน

2. ขั้นตอนกิจกรรมโดยตรง

2.1 นักเรียนในกลุ่มย่อยช่วยกันสร้างสถานการณ์ตัวอย่างที่มีโครงสร้างความสัมพันธ์แบบเดียวกับสถานการณ์ปัญหา แต่ประกอบด้วยสิ่งเฉพาะที่แตกต่างกับสถานการณ์ปัญหา ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ด้วยวิธีการเชิงประจักษ์ หรือด้วยวิธีทำในแบบที่นักเรียนเคยเรียนรู้แล้ว

2.2 นักเรียนในกลุ่มย่อยช่วยกันตรวจสอบวิธีทำที่นักเรียนในกลุ่มของตนใช้ในการแก้ปัญหา โดยการนำวิธีทำของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มมาลองใช้กับสถานการณ์ตัวอย่างที่นักเรียนสร้างขึ้น แล้วเลือกวิธีทำที่ให้ผลสอดคล้องกับผลในเชิงประจักษ์ หรือให้ผลสอดคล้องกับผลที่เกิดจากการทำด้วยวิธีทำในแบบที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาแล้ว ถ้าไม่มีวิธีทำของนักเรียนคนใดในกลุ่มให้ผลสอดคล้องดังกล่าว นักเรียนต้องทำการปรับเปลี่ยนวิธีทำใหม่ จนกว่าจะได้วิธีทำที่ไม่ถูกค้านด้วยสถานการณ์ตัวอย่างใด ๆ ที่สร้างขึ้นมาตรวจสอบวิธีทำนั้น ๆ ซึ่งอาจหาได้มากกว่า 1 วิธี

2.3 กลุ่มย่อยทำการตกลงเลือกวิธีทำที่เป็นที่ยอมรับได้ของนักเรียนทุกคนในกลุ่ม และช่วยกันทำให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มมีความพร้อมที่จะเป็นตัวแทนในการนำเสนอผลงานของกลุ่ม ตอบข้อซักถามและชี้แจงเหตุผลต่อกลุ่มใหญ่ได้

2.4 ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มมาเสนอวิธีทำต่อกลุ่มใหญ่ กลุ่มอื่น ๆ เสนอสถานการณ์ตัวอย่าง หรือเหตุผลมาค้านวิธีทำที่ยังค้านได้ ถ้ากลุ่มอื่น ๆ ไม่สามารถค้านได้ ครูจึงจะเป็นผู้ค้านเอง วิธีทำที่ถูกค้านจะตกไป ส่วนวิธีทำที่ไม่ถูกค้านจะเป็นที่ยอมรับ ซึ่งอาจมีมากกว่า 1 วิธี

2.5 ครูเสนอวิธีทำที่ครูเตรียมมาเป็นเนื้อหาใหม่สำหรับให้นักเรียนเรียนรู้ เมื่อพบว่าไม่มีกลุ่มย่อยใดเสนอในแบบที่ตรงกับวิธีทำที่ครูเตรียมไว้ ถ้ามีครูไม่ต้องเสนอ แล้วร่วมกันอภิปรายถึงข้อได้เปรียบเสียเปรียบของวิธีทำต่าง ๆ ที่ได้รับการยอมรับแล้ว

2.6 ให้นักเรียนแต่ละคนสร้างปัญหาใหม่ที่มีโครงสร้างความสัมพันธ์แบบเดียวกับปัญหาเดิม แล้วแลกเปลี่ยนกันแก้ปัญหาที่เพื่อนสร้างด้วยวิธีทำใหม่ ๆ ซึ่งได้รับการตรวจสอบจน

เป็นที่ยอมรับแล้ว แล้วตรวจสอบคำตอบกับเจ้าของปัญหา ชักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูจะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่ผู้ที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้

3. ขั้นสรุปผลการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา

3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปมโนทัศน์ ขั้นตอนการคำนวณ และการแก้ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นใหม่ในชั้นค่า เน้นกิจกรรมได้ตรง

3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม

การวัดและประเมินผล

กำหนดให้มีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนตามจุดมุ่งหมายของรูปแบบ การสอน ดังนี้

1. การวัดและประเมินผลในระหว่างการเรียนการสอน

1. ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ในเรื่องที่สอน จากการสังเกตการทำโจทย์ที่นักเรียนตั้งเอง ที่เพื่อนตั้ง และการทำแบบฝึกหัด

2. ประเมินความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้จากการสังเกตการแก้ปัญหา ที่นำไปสู่การสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา จากการพิจารณาสถานการณ์ตัวอย่างที่นักเรียนสร้างขึ้น มาตรวจสอบวิธีทำที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา และจากการพิจารณาโจทย์ที่นักเรียนตั้งเอง

เกณฑ์การผ่าน นักเรียนสามารถดำเนินกิจกรรมได้ตามขั้นตอนของรูปแบบการ สอนและทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องไม่ต่ำกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนข้อที่กำหนดให้ทำ

2. การวัดและประเมินผลหลังการเรียนการสอน

1) วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ด้วยแบบสอบที่วัดความรู้ ความเข้าใจในมโนทัศน์ ความสามารถในการคำนวณ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ในเรื่องที่สอน โดยการวัดทันทีหลังการเรียนการสอนแต่ละเรื่อง

2) วัดความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้ ด้วยแบบสอบที่วัดความสามารถในการนำมโนทัศน์ การคำนวณ และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นในระหว่างการเรียนการสอน ไปใช้ในการสร้างมโนทัศน์ใหม่ การคำนวณในระดับที่สูงขึ้น และการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใหม่ วัดเมื่อนักเรียนได้รับการเรียนการสอนตามกระบวนการสอนไม่ต่ำกว่า 10 สัปดาห์ หรือ 30 คาบ

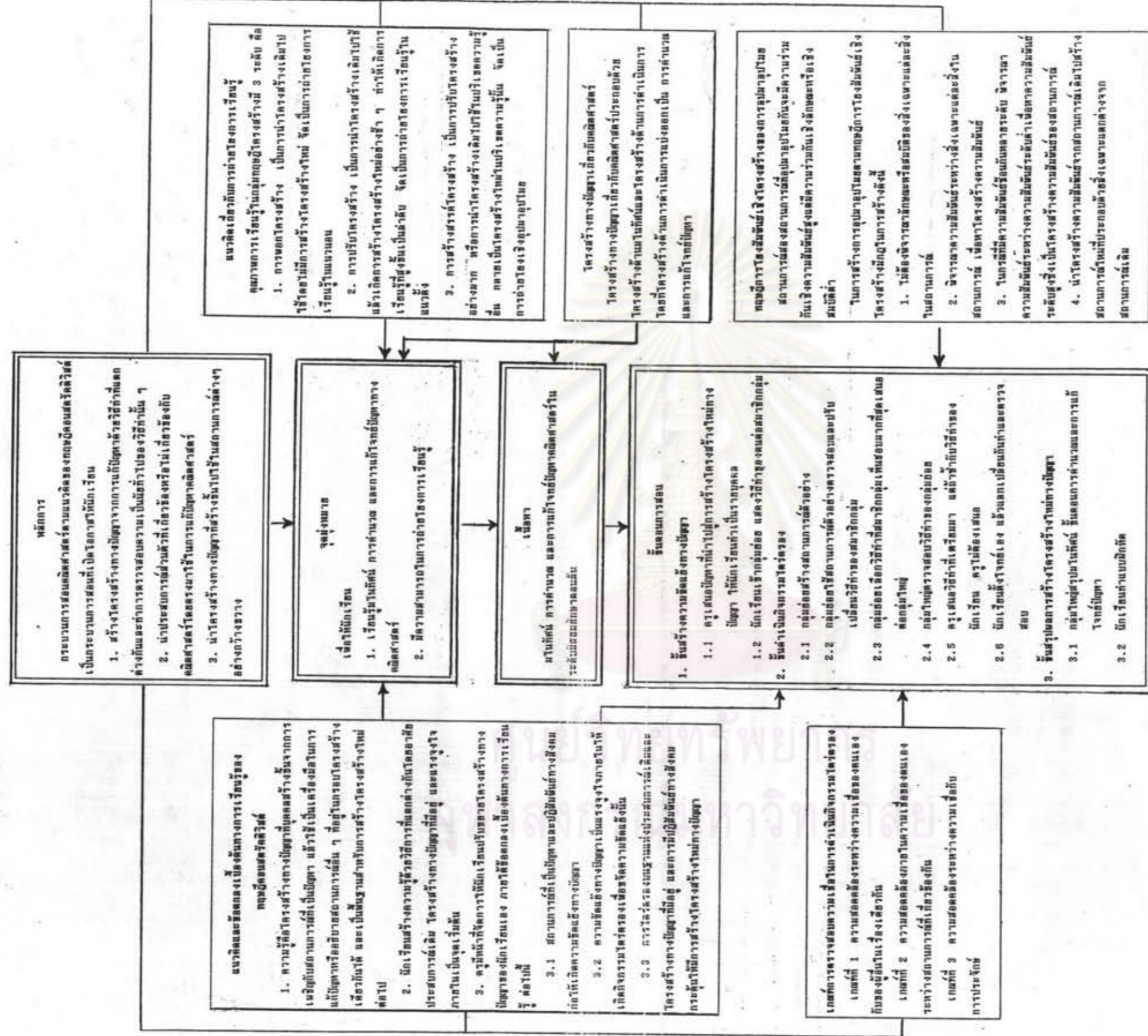
เกณฑ์การผ่าน จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมิน เมื่อนักเรียนได้คะแนนจากการวัดด้วยแบบสอบแต่ละฉบับไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็มในแต่ละฉบับ

องค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบข้างต้นนี้มีความสัมพันธ์ สอดคล้องและส่งเสริมซึ่งกันและกัน ดังที่แสดงไว้ในแผนภูมิแสดงกระบวนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ในหน้าต่อไป



ศูนย์วิทยพัชยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กระบวนการสอนนักศึกษาตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์สำหรับนักศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาการเรียงรูปร่างของนักเรียนที่มี 3 ระดับ คือ

1. การขอคำตอบสร้าง เป็นการนำโครงสร้างเดิมไปใช้เพื่อใช้ในการสร้างโครงสร้างใหม่ จัดเป็นการถ่ายโอนการเรียนรู้ไปบนตนเอง
2. การปรับโครงสร้าง เป็นการนำโครงสร้างเดิมไปใช้แล้วเกิดการสร้างโครงสร้างใหม่อย่างอื่น ๆ ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ขึ้นเป็นลำดับ จัดเป็นการถ่ายโอนการเรียนรู้ในหนึ่ง
3. การสร้างโครงสร้าง เป็นการปรับโครงสร้างอย่างมาก หรือการนำโครงสร้างเดิมไปใช้ในบริบทความรู้อื่นๆ เช่น การนำโครงสร้างเดิมไปใช้ในบริบทความรู้อื่นๆ การถ่ายโอนเชิงอุปมาอุปไมย

โครงสร้างทางปัญญามีความสัมพันธ์กับคณิตศาสตร์ โครงสร้างทางปัญญาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ประกอบด้วย โครงสร้างด้านเทคนิคของโครงสร้างด้านการคำนวณ การคำนวณที่โครงสร้างด้านการคำนวณประกอบเป็น การคำนวณ และการแก้โจทย์ปัญหา

ทฤษฎีการเรียงรูปร่างเชิงโครงสร้างของทฤษฎีการอุปมาอุปไมย

สถานการณ์ของสถานการณ์ที่อุปมาอุปไมยมีความสัมพันธ์กันเชิงความสัมพันธ์สูงถึงความสัมพันธ์เชิงลักษณะที่เรียงรูปร่าง

ในการสร้างการอุปมาอุปไมยตามทฤษฎีการอุปมาอุปไมยเชิงโครงสร้างมีลักษณะที่เรียงรูปร่างดังนี้

1. ไม่ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งเฉพาะแต่ละสิ่งในสถานการณ์
2. จำนวนความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเฉพาะแต่ละสิ่งในสถานการณ์
3. ในกรณีที่มีความสัมพันธ์กับหลายระดับ จำนวนความสัมพันธ์ระหว่างความสัมพันธ์ระดับนี้เพื่อหาความสัมพันธ์ระดับสูงซึ่งเป็นโครงสร้างที่มีความสัมพันธ์ของสถานการณ์
4. นำโครงสร้างความสัมพันธ์จากสถานการณ์เดิมไปสร้างสถานการณ์ที่ประกอบด้วยสิ่งเฉพาะแตกต่างกัน

การพัฒนาและประเมินผล

1. ระหว่างการเรียนการสอน
 - 1.1 ประเมินผลสัมฤทธิ์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - จากการสังเกตการทำโครงงานที่นักเรียนได้ทำ ซึ่งรวมถึงผลสัมฤทธิ์ของการทำแบบฝึกหัด
 - 1.2 ประเมินผลสัมฤทธิ์ของการเรียนการสอน
 - จากการสังเกตการทำโครงงานที่นักเรียนได้ทำ ซึ่งรวมถึงผลสัมฤทธิ์ของการทำแบบฝึกหัด
 - จากการสังเกตการทำโครงงานที่นักเรียนได้ทำ ซึ่งรวมถึงผลสัมฤทธิ์ของการทำแบบฝึกหัด
2. หลังจากการเรียนการสอน
 - 2.1 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ว่าคณิตศาสตร์ด้วยแบบสอบถามที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์
 - 2.2 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าคณิตศาสตร์ด้วยแบบสอบถามที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์



ตัวอย่างการสอนตามกระบวนการสอน

แผนการสอนที่เป็นตัวอย่างการสอนตามกระบวนการสอนนี้ ใช้สำหรับสอนเรื่องคู่อันดับ และกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวนเต็มลบ ในรายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แต่ละเรื่องประกอบด้วยหัวข้อเนื้อหาและจำนวนคาบ ดังตาราง

เรื่อง	หัวข้อเนื้อหา (จำนวนคาบ)*	แผนการสอน (จำนวนคาบ)
คู่อันดับและกราฟ	1. คู่อันดับและกราฟ (4)	1. คู่อันดับและกราฟ (4)
	2. กราฟของสมการขั้นเดียวสองตัวแปร (5)	2. กราฟของสมการขั้นเดียวสองตัวแปร (5)
อัตราส่วนและร้อยละ	3. สัดส่วน (1)	3. อัตราส่วน (3)
	4. อัตราส่วนที่เท่ากัน (2)	
	5. สัดส่วน (3)	4. สัดส่วน (3)
	6. ร้อยละ (6)	5. ร้อยละ (6)
จำนวนเต็มลบ	7. จำนวนเต็มลบ (2)	6. จำนวนเต็มลบ (4)
	8. การเปรียบเทียบจำนวนเต็มลบ (2)	
	9. จำนวนเต็ม (2)	7. จำนวนเต็ม (2)
	10. กราฟบนระนาบจำนวน (4)	8. กราฟบนระนาบจำนวน (3)

* จำนวนคาบที่กำหนดโดยประมาณในหนังสือคู่มือครูคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

หมายเหตุ แบบฝึกหัดท้ายแผนการสอนแต่ละแผนคิดและปรับปรุงจากแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน รายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ซึ่งจัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

แผนการสอนที่ 1

เรื่อง คู่อันดับและกราฟ

เวลา 4 คาบ

จุดประสงค์ทั่วไป

นักเรียนสามารถใช้คู่อันดับและกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่ม
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. เขียนคู่อันดับจากแผนภาพและตารางที่กำหนดให้
2. เขียนกราฟได้เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มมาให้
3. อ่านคู่อันดับจากจุดบนกราฟ
4. หาจุดบนกราฟได้เมื่อบอกคู่อันดับให้
5. อ่านสมาชิกตัวที่หนึ่งหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับจากกราฟ เมื่อกำหนดสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งให้

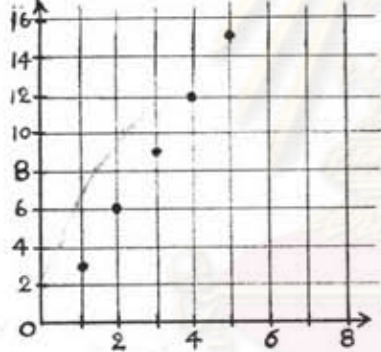
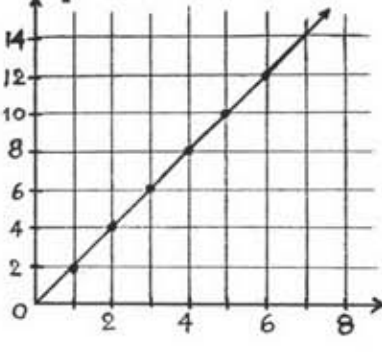
สาระสำคัญ

1. เมื่อต้องการใช้คู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่ม จะต้องมีข้อตกลงว่า สมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับมาจากกลุ่มใด เช่น คกลงให้สมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ (3, 5) แสดงจำนวนไข่ (ฟอง) สมาชิกตัวที่สองแสดงราคา (บาท) ดังนั้นคู่อันดับ (3, 5) จึงมีความหมายว่า ไข่ 3 ฟอง ราคา 5 บาท และคู่อันดับ (3, 5) มีความหมายแตกต่างกันกับคู่อันดับ (5, 3)
2. ในการเขียนกราฟของคู่อันดับ มีข้อตกลงว่า ให้แกนนอนเป็นแกนแสดงสมาชิกตัวที่หนึ่ง และแกนตั้งเป็นแกนแสดงสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ
3. ในกรณีที่สมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับมีปริมาณเท่าใดก็ได้ และสามารถหาสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับได้เสมอ กราฟของคู่อันดับจะมีลักษณะต่อเนื่องกันเป็นเส้น ส่วนกราฟของคู่อันดับที่ไม่ได้อยู่ในกรณีนี้จะมีลักษณะเป็นจุด
4. กราฟแต่ละจุดจะแทนคู่อันดับเพียงคู่เดียว และคู่อันดับแต่ละคู่จะแทนด้วยกราฟเพียงจุดเดียว

ความรู้พื้นฐาน

การอ่านและเขียนแผนภูมิแท่ง และกราฟเส้น

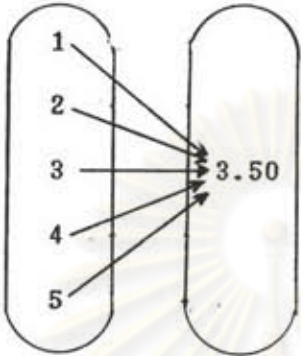
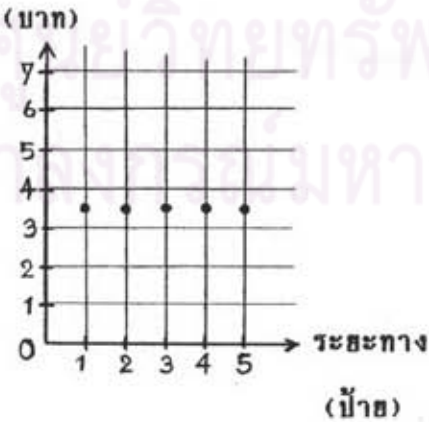
คาบที่	กิจกรรมการเรียนการสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
1	<p>1. <u>ขึ้นสร้างความขัดแย้งทางปัญญา</u></p> <p>1.1 นักเรียนทำใบงาน 1 ข้อ 1,2 เป็นรายบุคคล</p> <p>1.2 นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน สมาชิกกลุ่มส่งใบงาน 1 ของคนให้ผู้ที่นั่งทางซ้ายมือและรับใบงาน 1 ของผู้ที่นั่งทางขวามือมาดู เสร็จแล้วส่งต่อให้คนทางซ้ายและรับใบใหม่จากคนทางขวามาดู ทำอย่างนี้ไปจนกระทั่งใบงาน 1 ของคนเวียนกลับมาอยู่ในมือคน</p> <p>2. <u>ขึ้นดำเนินกิจกรรมไตร่ตรอง</u></p> <p>2.1 สมาชิกกลุ่มช่วยกันทำใบงาน 1 ข้อ 3 โดย การเขียนตัวอย่างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งอื่นสองสิ่งที่มีนักเรียนรู้จักหรือเคยเขียนมาก่อนในชั้น ป.6 แล้วเขียนกราฟนั้นลงในแผ่นตารางแผ่นใหญ่</p> <p>2.2 กลุ่มตรวจสอบกราฟในข้อ 2 ของใบงาน 1 ของสมาชิกกลุ่มโดยการเปรียบเทียบกับกราฟในข้อ 3 ของใบงาน 1</p> <p>2.3 กลุ่มทำการตกลงเลือกกราฟในข้อ 2 ของใบงาน 1 ของสมาชิกกลุ่มคนที่กลุ่มเห็นพ้องกันว่าทำได้ดีที่สุด มาปรับปรุงแล้วเขียนลงในแผ่นตารางแผ่นใหญ่ และช่วยกันทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความพร้อมที่จะเป็นตัวแทนในการนำเสนอผลงานของกลุ่ม ตอบข้อซักถามและชี้แจงเหตุผลต่อกลุ่มใหญ่ได้</p> <p>2.4 ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มย่อยมาเสนอกราฟข้อ 2 ของใบงาน 1 ต่อกลุ่มใหญ่ (ถ้ากลุ่มใด มีวิธีเขียนซ้ำกับกลุ่มอื่น ครูเลือกให้เสนอผลงานเพียง 1 กลุ่ม) โดยเสนอ</p>	<p>ใบงาน 1</p> <p>ใบงาน 1</p> <p>แผ่นตาราง</p> <p>แผ่นใหญ่</p> <p>ปากกาสีเส้นใหญ่</p>	<p>สังเกตการนำความรู้เดิมมาใช้</p> <p>สังเกตความรู้สึกจากการพิจารณาผลงานของเพื่อน</p> <p>สังเกตความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม</p> <p>ประเมินผลงานของกลุ่ม</p>

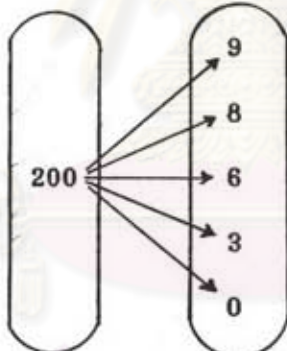
คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>กราฟในใบงาน 1 ข้อ 3 มาเป็นตัวอย่างสนับสนุนความถูกต้องด้วย กลุ่มอื่นเสนอเหตุผลหรือตัวอย่างค้านมาค้านผลงานที่ไม่ถูกต้อง ถ้าไม่มีกลุ่มใดค้าน ครูจึงจะเป็นผู้ค้านผลงานที่ไม่ถูกต้องจะตกไป ส่วนผลงานที่ไม่ถูกค้านจะเป็นที่ยอมรับ</p> <p>2.5 ครูแสดงกราฟที่ครูเตรียมมา เมื่อพบว่าไม่มีกลุ่มใดเสนอในแบบที่ครูเตรียมมา ดังนี้</p> <p>ราคา (บาท)</p>  <p>จำนวนส้ม (เล่ม)</p> <p>อาจมีนักเรียนบางกลุ่มเสนอมาเป็นกราฟเส้นตามความรู้เดิมในชั้นประถมปีที่ 6 ครูแสดงให้นักเรียนเห็นถึงความแตกต่างระหว่างกราฟที่เป็นเส้นกับกราฟที่เป็นจุด โดยยกตัวอย่างกราฟที่เป็นเส้นมาเปรียบเทียบกับให้เห็นดังนี้</p> <p>เส้นผ่านศูนย์กลาง (ซม.)</p>  <p>รัศมี (ซม.)</p>	<p>แผ่นกราฟแสดง</p> <p>ความสัมพันธ์</p> <p>ระหว่างจำนวน</p> <p>ส้มและราคา</p>	<p>สังเกตการค้าน</p> <p>การซักถาม</p> <p>การชี้แจงและ</p> <p>การยอมรับข้อ</p> <p>ผิดพลาด</p> <p>สังเกตความ</p> <p>รู้สึกขัดแย้งของ</p> <p>นักเรียน</p> <p>แผ่นกราฟแสดง</p> <p>ความสัมพันธ์</p> <p>ระหว่างความ</p> <p>ยาวรัศมีกับ</p> <p>ความยาวเส้น</p> <p>ผ่านศูนย์กลาง</p>

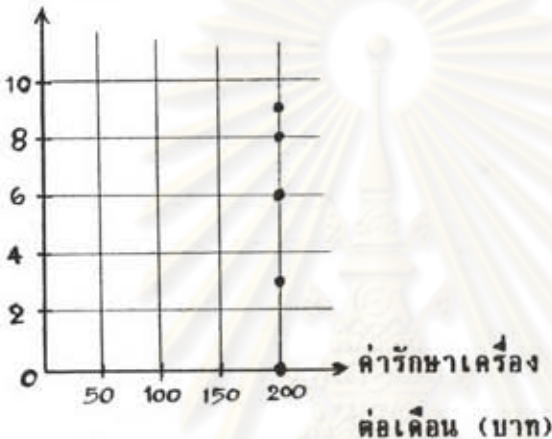
คาบที่	กิจกรรมการเรียนการสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>ครูใช้คำถาม ถามให้นักเรียนตระหนักว่า ความยาวของรัศมีไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนนับ (จำนวนเต็ม)</p> <p>ความยาวของรัศมีแทนได้ด้วยจุดทุกจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ทางขวามือของ 0 ดังนั้น รัศมีอาจจะยาว 0.001 ซม. 1.823 ซม., หรือ 4.59 ซม, ฯลฯ และเราสามารถหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางได้เสมอไม่ว่ารัศมีจะยาวเท่าใดก็ตาม ลองให้นักเรียนหาจุดบนกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของรัศมีกับเส้นผ่านศูนย์กลาง หลาย ๆ จุด โดยให้รัศมีมีความยาวเป็นทศนิยมที่ใกล้เคียงกัน นักเรียนจะได้จุดหลาย ๆ จุด ที่อยู่ใกล้กันมาก ยิ่งเราขอความแตกต่างของความยาวของรัศมีให้ย่อยลงไปเท่าไร เราก็จะยิ่งได้จุดบนกราฟที่อยู่ชิดติดกันมากขึ้น ดังนั้นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของรัศมีกับความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางเมื่อรัศมียาวเท่าใดก็ได้ จึงเป็นจุดที่ต่อเนื่องกันจนเป็นเส้น ต่างกับจำนวนสมมุติซึ่งเป็นจำนวนเต็ม เช่น 2 เล่ม 3 เล่ม ฯลฯ ดังนั้นกราฟที่ได้จึงเป็นจุดที่ไม่ต่อเนื่องเป็นเส้น</p>		<p>ซักถามเพื่อทดสอบความเข้าใจ</p>
2	<p>2.6 นักเรียนแต่ละคนรับใบงาน 2 มาตั้งโจทย์ที่มีโครงสร้างแบบเดียวกับโจทย์ในใบงาน 1 ทำโจทย์ที่ตั้งเอง แล้วแลกเปลี่ยนกับเพื่อน 1 คน ทำโจทย์ที่เพื่อนตั้งและตรวจสอบผลงานกับเจ้าของโจทย์ ซักถามและอธิบายต่อกันเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูจะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p>	ใบงาน 2	<p>ประเมินโจทย์ที่นักเรียนตั้งเองและความสามารถในการทำโจทย์ที่เพื่อนตั้ง</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
3	<p>3. <u>ขั้นสรุปผลการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา</u></p> <p>3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปข้อความรู้ตามสาระสำคัญข้อ 1, 2, 3, และ 4 โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนค้นหาคำตอบจากการพิจารณาผลงานในใบงาน 1, 2 ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว และจากแผ่นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมุดและราคา และ แผ่นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรัศมีและความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วนักเรียนจดข้อสรุปลงในสมุด</p> <p>3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัด</p> <p>3.2.1 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 ข้อ 1, 2</p>	<p>ผลงานจากใบงาน 1,2</p> <p>แผ่นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมุดและราคา</p> <p>แผ่นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรัศมีและความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง</p> <p>แบบฝึกหัด 1</p>	<p>สังเกตการตอบคำถาม</p> <p>ตรวจแบบฝึกหัด</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
4	<p>3.2.2 นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน ช่วยกันสร้างโจทย์ปัญหาที่มีโครงสร้างความสัมพันธ์แบบเดียวกับแผนภาพ (4) และแผนภาพ (5) ในข้อ 3. ของแบบฝึกหัด 1 ซึ่งมีลักษณะแตกต่างไปจากแผนภาพอื่น โดยให้กลุ่มย่อยจำนวนครึ่งหนึ่งของกลุ่มย่อยทั้งหมดสร้าง โจทย์ปัญหาที่มีโครงสร้างความสัมพันธ์แบบเดียวกับ แผนภาพ (4) กลุ่มย่อยที่เหลือสร้างโจทย์ปัญหาที่มีโครง สร้างความสัมพันธ์แบบเดียวกับแผนภาพ (5) เพื่อให้ นักเรียนเรียนรู้แผนภาพ (4) และแผนภาพ (5) อย่างมี ความหมาย</p> <p>3.2.3 ครูสุ่มสมาชิกในแต่ละกลุ่มมาเขียน โจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นบนกระดาน กลุ่มอื่นซักถามและแสดง ข้อคัดค้านโจทย์ปัญหาที่มีโครงสร้างความสัมพันธ์ไม่ตรงกับ แผนภาพ ตัวอย่างกลุ่มอภิบาล ชี้แจง และ/หรือยอมรับ ข้อผิดพลาด ครูจะเป็นผู้คัดค้านและชี้แจงเป็นลำดับสุดท้าย โจทย์ปัญหาของกลุ่มที่ไม่ถูกคัดค้านจะเป็นที่ยอมรับ</p> <p>3.2.4 ครูแสดงตัวอย่างเพิ่มเติมดังนี้</p> <p>โจทย์ ก: รถเมล์สาย 50 เก็บค่าโดยสารคนละ 3.50 บาทตลอดสาย จงเขียนแผนภาพ, คู่อันดับและกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ระยะทาง (ปีศาจ) และค่าโดยสาร (บาท) โดยให้สมาชิกตัวหนึ่งของคู่อันดับแสดงระยะ ทางการที่โดยสารไป ตั้งแต่โดยสารไป 1 ปีศาจ ถึง 5 ปีศาจ</p>	<p>แผนภาพ(4), (5) ในข้อ 3 ของแบบฝึกหัด 1</p> <p>แผนภูมิแสดง โจทย์ แผน ภาพ คู่อันดับ และกราฟของ โจทย์ ก ซึ่ง มีโครงสร้าง ความสัมพันธ์ แบบเดียวกับ แผนภาพ(4)</p>	<p>สังเกตความ ร่วมมือในการ ทำงานกลุ่ม</p> <p>ประเมินโจทย์ที่ นักเรียนสร้าง</p> <p>สังเกตความ สนใจและซัก ถามเพื่อทดสอบ ความเข้าใจ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>แผนภาพ</p>  <p>ระยะทาง ค่าโดยสาร (ปีศาจ) (บาท)</p> <p>คู่อันดับ : (1, 3.50), (2, 3.50), (3, 3.50) (4, 3.50), (5, 3.50)</p> <p>กราฟ :</p> 		

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>โจทย์ ข: คุณนายปรานีต้องชำระค่ารักษาเครื่องโทรทัศน์เดือนละ 200 บาท ไม่ว่าจะได้ใช้งานหรือไม่ก็ตาม จงเขียนแผนภาพคู่อันดับ และกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่ารักษาเครื่องโทรทัศน์ต่อเดือนและการใช้เครื่องโทรทัศน์เป็นจำนวน 9, 8, 6, 3 หรือ 0 ครั้งต่อเดือน โดยให้ค่ารักษาเครื่องโทรทัศน์เป็นสมาชิกตัวหนึ่งของคู่อันดับ</p> <p>แผนภาพ:</p>  <p style="text-align: center;"> ค่ารักษาเครื่อง จำนวนครั้ง ต่อเดือน ที่ใช้เครื่อง (บาท) ต่อเดือน </p> <p>คู่อันดับ : (200, 9), (200, 8), (200, 6), (200, 3), (200, 0)</p>	<p>แผนภูมิแสดง โจทย์ แผนภาพ คู่อันดับ และ กราฟของโจทย์ ข ซึ่งมีโครง สร้างความ สัมพันธ์แบบ เดียวกับแผน ภาพ (5) ใน ข้อ 3 ของแบบ ฝึกหัด 1</p>	

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>กราฟ :</p> <p>จำนวนครั้งที่ ใช้เครื่อง ต่อเดือน</p>  <p>ค่ารักษาเครื่อง ต่อเดือน (บาท)</p> <p>3.2.5 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1</p> <p>ข้อ 3 - ข้อ 6 เป็นการบ้าน</p>	<p>แบบฝึกหัด 1</p> <p>ข้อ 3-6</p>	<p>ตรวจแบบฝึกหัด</p>

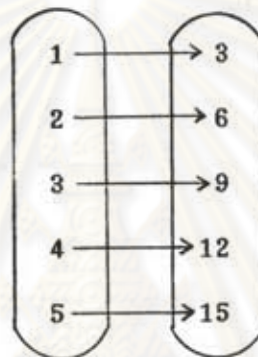
ชื่อผู้ทำใบงาน.....

1. ตารางต่อไปนี้ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนส้มกับราคา

จำนวนส้ม (เล่ม)	1	2	3	4	5
ราคา (บาท)	3	6	9	12	15

นอกจากการแสดงด้วยตารางแล้ว เรายังสามารถแสดงด้วยแผนภาพ และคู่อันดับ ดังนี้

การแสดงด้วยแผนภาพ



จำนวนส้ม ราคา
(เล่ม) (บาท)

การแสดงด้วยคู่อันดับโดยให้สมาชิกตัวหนึ่งของคู่อันดับแสดงจำนวนส้ม (เล่ม) และสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับแสดงราคา (บาท) แสดงได้ดังนี้

(1, 3), (2, 6), (3, 9), (4, 12), (5, 15)

1.1 โปรดเติมตัวเลขลงในช่องว่าง

สมาชิกตัวหนึ่งของคู่อันดับ (3, 9) คือ.....

สมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ (5, 15) คือ.....

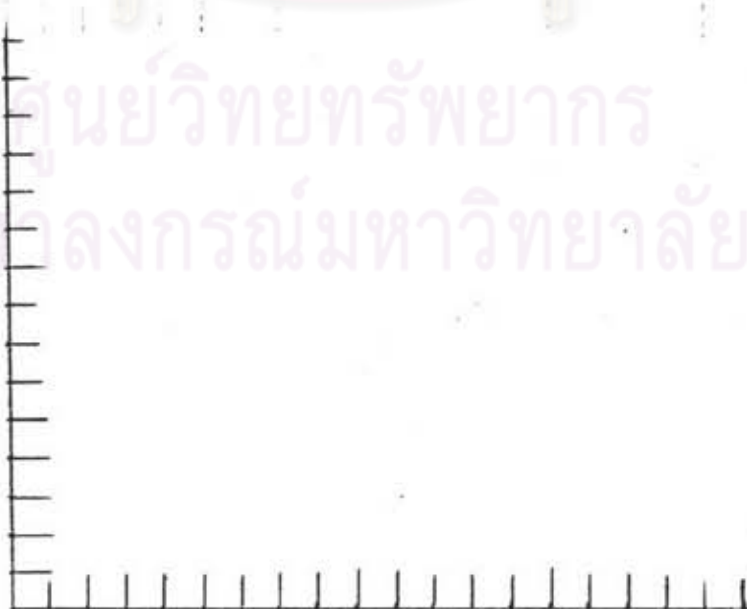
1.2 คู่อันดับ (4, 12) หมายความว่า.....

จะเขียนคู่อันดับ (12, 4) แทนคู่อันดับ (4, 12) ได้หรือไม่

2. ในการเขียนกราฟของคู่อันดับ มีข้อตกลงว่า ให้แกนนอนเป็นแกนแสดงสมาชิกตัวที่หนึ่ง และ แกนตั้งเป็นแกนแสดงสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ ให้นักเรียนนำคู่อันดับในข้อ 1 มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมุดและราคา ในตารางข้างล่างนี้



3. ขอให้ท่านเขียนกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง.....และ..... (สิ่งอื่นที่ ท่านรู้จักซึ่งไม่ใช่จำนวนสมุดกับราคา) มาเปรียบเทียบกับที่ท่านเขียนกราฟในข้อ 2 ได้
ถูกต้อง ✓



ชื่อผู้ตั้งโจทย์.....

ชื่อผู้ทำ.....

- จงเขียนแผนภาพ คู่อันดับ และกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน..... กับจำนวน..... จากตารางต่อไปนี้

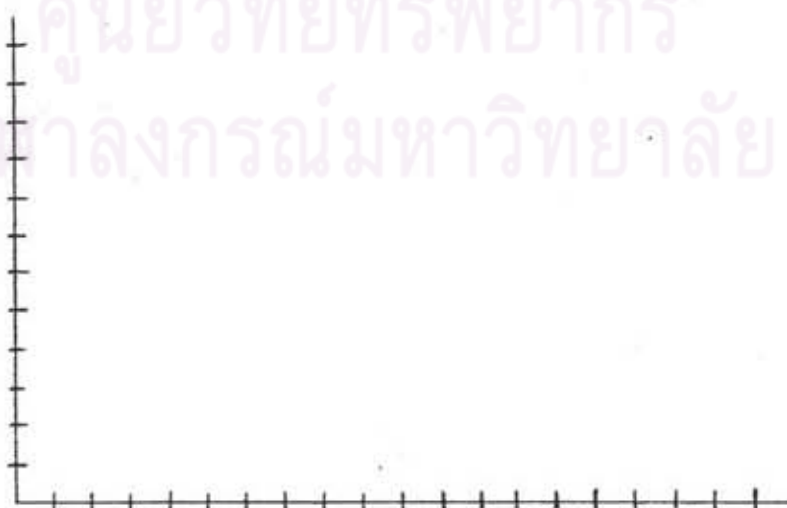
วิธีทำ

เขียนแผนภาพได้ดังนี้

เขียนคู่อันดับได้ดังนี้

เขียนกราฟได้ดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



2. จงเขียนแผนภาพ คู่อันดับ และกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน..... กับ
จำนวน..... จากตารางต่อไปนี้

วิธีทำ

เขียนแผนภาพได้ดังนี้

เขียนคู่อันดับได้ดังนี้

เขียนกราฟได้ดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัด 1

1. จากตารางต่อไปนี้ จงเขียนคู่อันดับโดยให้สมาชิกตัวหนึ่งแสดงจำนวนคนสอง แล้วเขียนกราฟของคู่อันดับ

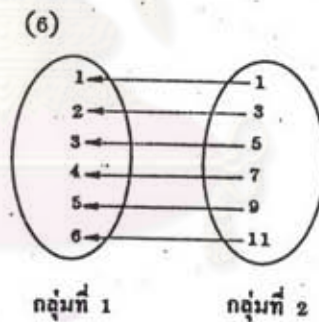
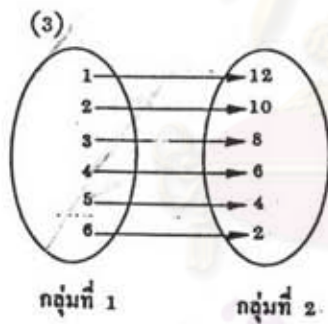
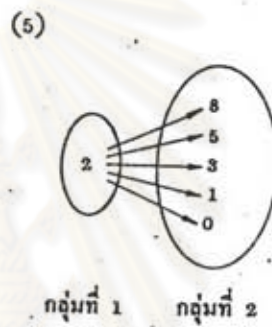
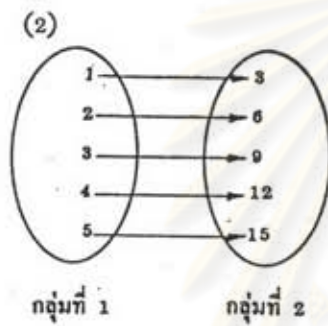
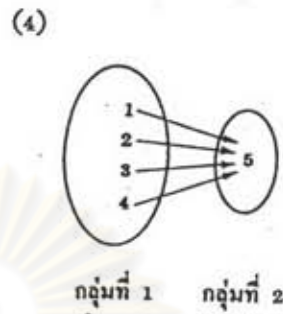
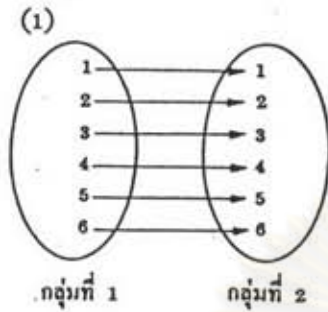
จำนวนคนสอง (แท่ง)	1	2	3	4	5	6	7	8
ราคา (บาท)	2	4	6	8	10	12	14	16

2. ตารางต่อไปนี้แสดงจำนวนคนที่เข้าไปในวัดพระศรีรัตนศาสดาราม ในเวลา 10 นาที โดยจดจำนวนคนทุกนาที จงเขียนคู่อันดับและกราฟจากตารางนี้

นาทีที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
จำนวนคน	12	8	7	10	15	17	6	8	10	15

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. จงเขียนคู่อันดับและกราฟของแผนภาพต่อไปนี้

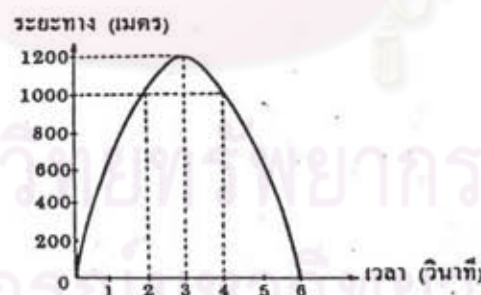


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. กราฟของแต่ละแผนภาพในข้อ 3 มีลักษณะเป็นอย่างไร
5. ถ้าเส้นที่ขยับรถด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอ 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมงติดต่อกันเป็นเวลา 10 นาที
- (1) เส้นที่ขยับรถด้วยอัตราเร็วกี่กิโลเมตรต่อนาที
 - (2) จงเติมจำนวนที่ถูกต้องลงในตาราง

เวลา (นาที)	0	1		3	4		6		8
ระยะทาง (กิโลเมตร)	0	2	4		8	10		13	

- (3) จงเขียนกราฟของคู่อันดับจากตารางในข้อ (2)
 - (4) จงเขียนกราฟแสดงระยะทางที่เส้นที่ขยับรถได้ในเวลาใด ๆ ในช่วง 10 นาที กราฟนี้เป็นส่วนของเส้นตรงใช่หรือไม่
6. กราฟต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาเป็นวินาทีกับระยะทางที่จรวดอยู่สูงจากพื้นดินเป็นเมตร



- (1) จรวดขึ้นไปได้สูงสุดกี่เมตรในเวลากี่วินาที
- (2) หลังจากถึงจรวดไปแล้ว 2 วินาที จรวดขึ้นไปได้สูงกี่เมตร
- (3) จรวดอยู่สูง 1,000 เมตร หลังจากถึงขึ้นไปได้นานเท่าใด

แผนการสอนที่ 2

เรื่อง กราฟของสมการชั้นเดียวสองตัวแปร

เวลา 5 คาบ

จุดประสงค์ทั่วไป

นักเรียนสามารถใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการชั้นเดียวสองตัวแปร

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. หาคำตอบของสมการชั้นเดียวสองตัวแปร
2. เขียนคำตอบของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรในรูปคู่อันดับ
3. เขียนกราฟของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรที่มีคำตอบเป็นจำนวนนับ
4. เขียนกราฟของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรที่มีคำตอบเป็นจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 0 ขึ้นไป
5. เขียนวงกลมเล็ก ๆ บนกราฟแทนคู่อันดับที่ไม่ใช่คำตอบของสมการชั้นเดียวสองตัวแปร แต่อยู่ต่อเนื่องกับคู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการนั้น

สาระสำคัญ

1. คำตอบของสมการชั้นเดียวสองตัวแปร คือ ค่าของตัวแปรสองตัวในสมการนั้นที่ทำให้สมการนั้นเป็นจริง
2. เรานิยมเขียนคำตอบของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรในรูปคู่อันดับ
3. คู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรแทนได้ด้วยกราฟ โดยที่คู่อันดับ 1 คู่ แทนด้วยกราฟ 1 จุด
4. ถ้าตัวแปรอย่างหนึ่ง 1 ตัวของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรเป็นจำนวนนับแล้วกราฟของสมการนั้นจะมีลักษณะเป็นจุดที่ไม่ต่อเนื่อง
5. ถ้าตัวแปรอย่างหนึ่ง 1 ตัวของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรเป็นจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ศูนย์ขึ้นไปแล้ว (นักเรียนยังไม่ได้เรียนเกี่ยวกับจำนวนลบ) กราฟของสมการนั้นจะมีลักษณะต่อเนื่องกันเป็นส่วนหนึ่งของเส้น

6. คู่อันดับที่ไม่ใช่คำตอบของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรซึ่งอยู่ต่อเนื่องกับคู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการนั้น แทนได้ด้วยวงกลมเล็ก ๆ ตรงตำแหน่งที่แทนคู่อันดับนั้น

ความรู้พื้นฐาน

1. การเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษา
2. การหาคำตอบและการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. การเขียนคู่อันดับและกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่ม



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
1	<p>1. <u>ขั้นสร้างความขัดแย้งทางปัญญา</u></p> <p>1.1 ครูเขียนปัญหา 1 บนกระดาน ให้นักเรียนหาคำตอบเป็นรายบุคคล</p> <p><u>ปัญหา 1:</u> หวานและแห้วต่างก็มีส้ม ซึ่งรวมกันได้ 11 ผล จงหาว่าหวานและแห้วมีส้มคนละกี่ผล ?</p> <p>1.2 นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน สมาชิกกลุ่มแต่ละคนเสนอคำตอบและวิธีหาคำตอบของคนต่อกลุ่ม</p> <p>2. <u>ขั้นดำเนินการกิจกรรมได้รตรง</u></p> <p>2.1 สมาชิกกลุ่มช่วยกันตรวจสอบคำตอบที่ต่างกัน และรวบรวมคำตอบที่เป็นไปได้ของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม และช่วยกันหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด แล้วสร้างปัญหา 2 ที่มีโครงสร้างความสัมพันธ์แบบเดียวกับปัญหา 1 โดยให้จำนวนของสิ่งที่มีเป็นจำนวนนับ แล้วหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา 2</p> <p><u>ปัญหา 2:</u>และ.....ต่างก็มี..... ซึ่งรวมกันได้..... จงหาว่า.....</p> <p>2.2 สมาชิกกลุ่มช่วยกันตรวจสอบความสอดคล้องของคำตอบของปัญหา 1 และคำตอบของปัญหา 2 ถ้าพบความไม่สอดคล้องให้ปรับปรุงแก้ไขจนได้คำตอบที่สอดคล้องกัน</p>	<p>ปัญหา 1</p> <p>กระดาษสำหรับเขียนคำตอบของรายบุคคล</p> <p>กระดาษสำหรับดำเนินกิจกรรมของกลุ่ม</p>	<p>สังเกตว่านักเรียนใช้ตัวแปร และเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษาหรือไม่</p> <p>สังเกตการร่วมกิจกรรมกลุ่ม</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.3 กลุ่มช่วยกันซักถามและอธิบายให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความพร้อมที่จะเป็นตัวแทนในการนำเสนอผลงาน ตอบข้อซักถามและชี้แจงเหตุผลต่อกลุ่มใหญ่ได้</p> <p>2.4 ครูเลือกกลุ่มที่มีค่าตอบต่างกัน และสุ่มสมาชิกในกลุ่มนั้น ๆ เป็นตัวแทนกลุ่มมาเสนอคำตอบของปัญหา 1 โจทย์ปัญหาและคำตอบของปัญหา 2 ต่อกลุ่มใหญ่ โดยครูช่วยเขียนบนกระดาน กลุ่มอื่นซักถามและเสนอตัวอย่างค้านหรือเหตุผลมาค้านผลงานที่ไม่ถูกต้อง ตัวแทนกลุ่มตอบข้อซักถาม ชี้แจง หรือยอมรับความผิดพลาด ครูจะค้านเป็นลำดับสุดท้ายในกรณีที่ไม่มีกลุ่มใดค้าน ผลงานที่ค้านได้จะตกไป ส่วนผลงานที่ค้านไม่ได้จะเป็นที่ยอมรับว่าถูกต้อง หรือถูกต้องเพียงบางกรณี</p> <p>เช่น</p> <p>กลุ่มที่ 1 หาค่าตอบด้วยวิธีสามัญสำนักดังนี้ หวานมีส้ม 3 ผล แหววมีส้ม 8 ผล (ตอบถูกกรณีเดียว)</p> <p>กลุ่มที่ 2 หาค่าตอบด้วยวิธีสามัญสำนักดังนี้ ถ้าหวานมีส้ม 1 ผล แหววจะมีส้ม 10 ผล ถ้าหวานมีส้ม 2 ผล แหววจะมีส้ม 9 ผล ถ้าหวานมีส้ม 3 ผล แหววจะมีส้ม 8 ผล</p> <p>ถ้าหวานมีส้ม 10 ผล แหววจะมีส้ม 1 ผล (ตอบถูกครบถ้วนทุกกรณี)</p>	ผลงานของกลุ่ม	<p>สังเกตการช่วยเหลือกันในกลุ่ม</p> <p>ประเมินคำตอบของปัญหา 1, โจทย์ปัญหาและคำตอบของปัญหา 2</p> <p>สังเกตการซักถาม การค้าน การตอบข้อซักถาม การชี้แจง และการยอมรับข้อผิดพลาด</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>กลุ่มที่ 3 หาคำตอบด้วยวิธีสามัญสำนักดังนี้</p> <p>ถ้าหวานมีส้ม 0 ผล แหววจะมีส้ม 11 ผล</p> <p>ถ้าหวานมีส้ม 1 ผล แหววจะมีส้ม 10 ผล</p> <p>ถ้าหวานมีส้ม 2 ผล แหววจะมีส้ม 9 ผล</p> <p>ถ้าหวานมีส้ม 3 ผล แหววจะมีส้ม 8 ผล</p> <p>ถ้าหวานมีส้ม 11 ผล แหววจะมีส้ม 0 ผล</p> <p>(ตอบผิดในกรณีแรกและกรณีสุดท้าย เนื่องจากไม่ตรงตามเงื่อนไขของโจทย์ที่ว่า "หวานและแหววต่างก็มีส้ม")</p> <p>กลุ่มที่ 4 หาคำตอบโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้</p> <p>ให้หวานมีส้ม x ผล แหววมีส้ม 6 ผล</p> <p>สมการคือ $x + 6 = 11$</p> <p>นำ 6 มาลบออกทั้งสองข้างของสมการ</p> <p>จะได้ $x + 6 - 6 = 11 - 6$</p> <p>$x = 5$</p> <p>ดังนั้น หวานมีส้ม 5 ผล แหววมีส้ม 6 ผล</p> <p>(ตอบถูกกรณีเดียว)</p> <p>2.5 ครูเสนอวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ด้วยการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยให้ x และ y เป็นตัวแปร ดังนี้ (ถ้าวิธีนี้นักเรียนบางกลุ่มเสนอมาแล้วในข้อ 2.4 ครูก็ใช้ผลงานที่นักเรียนเสนอเป็นสื่อในการสอนตามขั้นตอน 2.5.1 ถึง 2.5.5)</p>		



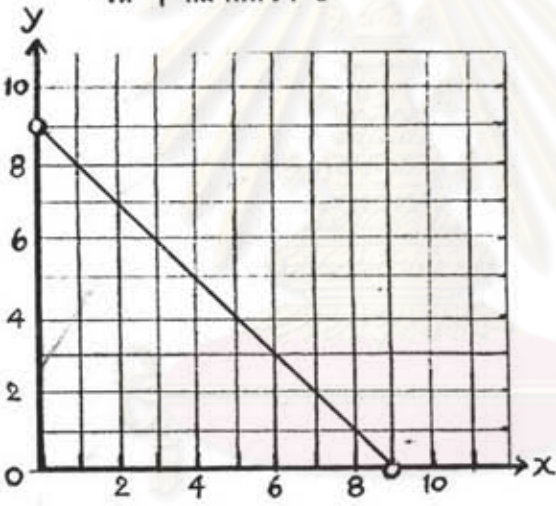
คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>ให้ x แทนจำนวนส้มที่หวานมี y แทนจำนวนส้มที่แหววม ดังนั้น x และ y เป็นจำนวนนับ เขียนประโยค "หวานและแหววต่างก็มีส้ม ซึ่งรวม กันได้ 11 ผล" เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้ $x + y = 11$ เมื่อ x, y แทนจำนวนนับ</p> <p>2.5.1 ครูถามนักเรียน ครู: สมการนี้มีตัวแปรกี่ตัว อะไรบ้าง นักเรียน: สองตัว คือ x และ y ครู: สมการนี้เรียกว่าสมการเส้นเดียวสองตัวแปร ค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการ $x+y=11$ เป็นจริงเรียกว่าอะไร นักเรียน: ค่าตอบของสมการ $x + y = 11$ ครู: ค่าตอบของสมการ $x + y = 11$ เมื่อ $x,$ y แทนจำนวนนับมีทั้งหมดกี่คำตอบ (ให้ นักเรียนนับจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่ กลุ่มต่าง ๆ เสนอมา) นักเรียน: (นับได้ 10 กรณี) มีทั้งหมด 10 คำตอบ</p> <p>2.5.2 ครูเขียนตารางสำหรับแสดงค่า x และ y บนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้เขียนค่า x และ y ที่เป็นคำตอบทั้งหมดของสมการ $x + y = 11$ เมื่อ x, y แทนจำนวนนับ ได้ตารางแสดงค่า x และ y ดังนี้</p>	<p>แผนภูมิแสดง การใช้ ประโยค สัญลักษณ์แทน ประโยคภาษา ในปัญหา 1</p> <p>คำถาม</p> <p>คำตอบของ ปัญหา 1 ที่ กลุ่มต่าง ๆ เสนอมา</p>	<p>การประเมินผล</p> <p>สังเกตความ สนใจในการ ตอบคำถาม</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล																						
	<table border="1" data-bbox="431 425 1011 567"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td> </tr> <tr> <td>y</td><td>10</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td> </tr> </table> <p data-bbox="344 633 1003 1135"> 2.5.3 ครูบอกนักเรียนว่า เรานิยมเขียนคำตอบของสมการเส้นเดียวสองตัวแปรในรูปคู่อันดับ ครูสุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้เขียนคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมดจากตาราง บนกระดาน ได้คู่อันดับ (x, y) ซึ่งเป็นคำตอบของสมการ $x + y = 11$ เมื่อ x, y แทนจำนวนนับ ดังนี้: $(1, 10), (2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6), (6, 5), (7, 4), (8, 3), (9, 2), (10, 1)$ </p> <p data-bbox="344 1157 1003 1266"> 2.5.4 ครูสุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้บอกความหมายของคู่อันดับ $(3, 8)$ และ $(8, 3)$ ในข้อ 2.5.3 </p> <p data-bbox="344 1528 1003 1965"> 2.6 นักเรียนแต่ละคนสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ด้วยการเติมข้อความต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ จงเขียนประโยค ".....และ..... มี.....ซึ่งรวมกันได้....." ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยให้ x และ y เป็นตัวแปร แล้วเขียนคู่อันดับแสดงค่า x และ y ที่เป็นจำนวนนับ แสดงคำตอบของสมการ </p>	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	y	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	<p data-bbox="1034 436 1191 677"></p> <p data-bbox="1034 764 1191 1004"></p> <p data-bbox="1034 1157 1191 1441">ทดสอบความตระหนักในความสำคัญของลำดับที่ของสมาชิกแต่ละตัวในคู่อันดับ</p> <p data-bbox="1034 1528 1191 1703">กระดาษสำหรับสร้าง โจทย์ปัญหา</p>	<p data-bbox="1215 436 1387 677">ประเมินความถูกต้องของการเติมค่า x, y ในตาราง</p> <p data-bbox="1215 764 1387 1004">ประเมินความถูกต้องของการเขียนคู่อันดับจากตาราง</p> <p data-bbox="1215 1157 1387 1441">ทดสอบความตระหนักในความสำคัญของลำดับที่ของสมาชิกแต่ละตัวในคู่อันดับ</p> <p data-bbox="1215 1528 1387 1703">ประเมินโจทย์ปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้น</p>
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10															
y	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1															

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
2	<p>แล้วแลกเปลี่ยนกับเพื่อน 1 คน ทำโจทย์ที่สร้างเอง และ โจทย์ที่เพื่อนสร้าง ลงในสมุด เป็นการบ้าน</p> <p>2.6.1 นักเรียนตรวจสอบการบ้านกับเจ้าของ โจทย์ปัญหา ชักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครู จะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้ง เองได้</p> <p>2.6.2 ครูสุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้เขียนคู่อันดับ และกราฟของคู่อันดับซึ่งเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ นักเรียนสร้างเองบนกระดาษกราฟ นักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยคำนวณในส่วนที่บกพร่องและช่วยกันปรับปรุงแก้ไข</p> <p>2.6.3 นักเรียนทุกคนเขียนกราฟของคู่อันดับซึ่งเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหาที่นักเรียนสร้างเองและที่ได้ จากการแลกเปลี่ยน แล้วตรวจสอบกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยน โจทย์กัน ชักถามและอธิบายต่อกันเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูเดินดูและให้ความช่วยเหลือนักเรียนที่ไม่สามารถ จัดข้อขัดแย้งเองได้</p> <p>2.6.4 ให้นักเรียนทุกคนสร้างโจทย์ปัญหาซึ่งมี โครงสร้างเดียวกับสมการ $x - y = \square$ เมื่อ x, y แทน จำนวนนับ และให้นักเรียนกำหนดจำนวนใน \square เองตาม กรอบต่อไปนี้</p>	<p>โจทย์ปัญหาที่ นักเรียนสร้าง เอง</p> <p>กระดานกราฟ คู่อันดับจาก โจทย์ปัญหาที่ นักเรียนสร้าง เองและที่ได้ จากการแลกเปลี่ยน</p>	<p>ประเมินความ สามารถในการ แก้ไขโจทย์ปัญหา และความสามารถ ในการจัดข้อ ขัดแย้งระหว่าง บุคคล</p> <p>ประเมินความ สามารถในการ นำความรู้เดิม มาเขียนกราฟ ของสมการชั้น เดี่ยวสองตัวแปร ซึ่งมีคำตอบเป็น จำนวนนับ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>จงเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความ "....." โดยให้ x และ y เป็นตัวแปร แล้วเขียนตารางแสดงค่า x, y ที่เป็นจำนวนนับแสดงคำตอบของสมการ และเขียนกราฟของคู่อันดับที่ได้จากตาราง</p> <p>แล้วแลกเปลี่ยนปัญหากับเพื่อน 1 คน ทำโจทย์ที่สร้างเองและโจทย์ที่เพื่อนสร้างเป็นการบ้าน</p>	<p>กระดาษสำหรับสร้างโจทย์ปัญหา</p>	<p>ประเมินโจทย์ปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้น</p>
3	<p>2.6.5 นักเรียนตรวจสอบการบ้านกับเจ้าของโจทย์ปัญหา ซักถามและอธิบายต่อกันเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูเข้าช่วยเหลือเฉพาะในคู่ที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p>	<p>โจทย์ปัญหาที่นักเรียนสร้างเอง</p>	<p>ประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและความสามารถในการจัดข้อขัดแย้งระหว่างบุคคล</p>
	<p>2.6.6 ครูสุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้เขียนกราฟของคู่อันดับซึ่งเป็นคำตอบของสมการในข้อ 2.6.5 บนกระดานกราฟ โดยเปลี่ยนเงื่อนไขให้ x, y แทนจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 0 ขึ้นไป นักเรียนคนอื่นช่วยคำนวณในส่วนที่บกพร่อง และช่วยกันแก้ไขปรับปรุงจนถูกต้อง โดยครูจะช่วยเหลือเฉพาะในส่วนที่นักเรียนไม่สามารถแก้ไขเองได้เท่านั้น</p>	<p>กระดานกราฟ</p>	<p>ประเมินการนำความรู้เดิมมาเขียนกราฟของสมการขึ้นได้สองตัวแปรที่มีคำตอบเป็นจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 0 ขึ้นไป</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.6.7 นักเรียนทุกคนเขียนกราฟของคู่อันดับซึ่งเป็นคำตอบของสมการในข้อ 2.6.5 โดยเปลี่ยนเงื่อนไข ให้ x, y แทนจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 0 ขึ้นไป แล้วตรวจสอบกับเพื่อนที่เขียนกราฟของสมการเดียวกัน และซักถาม ที่แจ่งต่อกันเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูเดินดูและให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p> <p>2.6.8 ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาที่มีโครงสร้างเดียวกับสมการ $x + y = \square$ เมื่อ x, y แทนจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า 0 ตามกรอบต่อไปนี้</p> <p>จงเขียนสมการแทนข้อความ "....."</p> <p>.....</p> <p>....." โดยให้ x และ y เป็นตัวแปร ซึ่งแทนจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า 0 และเขียนกราฟของสมการ</p> <p>แล้วแลกเปลี่ยนโจทย์ปัญหา กับเพื่อน 1 คน ทำโจทย์ที่สร้างเองและโจทย์ที่เพื่อนสร้างเป็นการบ้าน</p>	<p>สมการในข้อ 2.6.5 ของนักเรียนแต่ละคู่</p> <p>กระดาษสำหรับสร้างโจทย์ปัญหา</p>	<p>ประเมินความสามารถในการนำความรู้เดิมมาเขียนกราฟของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรที่มีคำตอบเป็นจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 0 ขึ้นไป</p> <p>ประเมินโจทย์ปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้น</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
4	<p>2.6.9 ครูให้นักเรียนคนหนึ่งให้เขียนสมการและกราฟของสมการเส้นเค้วสองตัวแปรซึ่งได้จากโจทย์ปัญหาที่นักเรียนสร้างเอง บนกระดานกราฟ นักเรียนคนอื่นและครูช่วยกันในส่วนที่ขัดแย้ง และช่วยกันแก้ไขปรับปรุงจนถูกต้อง ดังตัวอย่าง</p> <p>สมการ: $x + y = 9$ เมื่อ x, y แทนจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า 0</p>  <p>โดยครูใช้คำถามประกอบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) ถ้า x เท่ากับ 0 y จะเท่ากับเท่าไร [9] (2) x เท่ากับ 0 ได้หรือไม่ เพราะอะไร [ไม่ได้ เพราะกำหนดเงื่อนไขว่า x แทนจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า 0] (3) (0, 9) เป็นคำตอบของสมการหรือไม่ [ไม่เป็น] 	<p>กระดานกราฟ</p> <p>ตัวอย่างด้าน ซึ่งเป็นกราฟของสมการตามเงื่อนไข</p> <p>ในข้อ 2.6.6 และ 2.6.7</p> <p>คำถาม</p>	<p>ประเมินความสามารถในการนำความรู้เดิมมาเขียนกราฟของสมการเส้นเค้วสองตัวแปรที่มีคำตอบเป็นจำนวนใด ๆ ที่แทนด้วยกราฟซึ่งต่อเนื่องกับจุดที่ไม่เป็นคำตอบของสมการ</p> <p>ทดสอบความเข้าใจจากการตอบคำถาม</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>(4) มีข้อตกลงว่า ในการเขียนกราฟของสมการ เราจะเขียนจุดตรงตำแหน่งที่แทนคู่อันดับซึ่งเป็นคำตอบของสมการ และจะเขียนวงกลมเล็ก ๆ ตรงตำแหน่งที่แทนคู่อันดับซึ่งไม่ใช่คำตอบของสมการ</p> <p>ในการเขียนกราฟของสมการนี้ เราจะเขียนจุดหรือเขียนวงกลมเล็ก ๆ ตรงตำแหน่งที่แทนคู่อันดับ (0, 9) ? [วงกลมเล็ก ๆ]</p> <p>(5) x มีค่าน้อยกว่า 1 ได้หรือไม่ ? [ได้ แต่ต้องมากกว่า 0]</p> <p>(6) เมื่อ x มีค่ามากกว่า 0, y จะมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 9 จึงจะรวมกับ x แล้วได้ 9 ? [น้อยกว่า 9]</p> <p>(7) จุดที่แทนค่า x ที่น้อยที่สุดของสมการนี้อยู่ตรงไหนบนแกน x ? [ขีด 0 ทางขวา]</p> <p>(8) คู่อันดับ (x, y) ซึ่ง x มีค่าขีด 0 ทางขวา เป็นคำตอบของสมการหรือไม่ ? [เป็น] และจุดที่แทนคู่อันดับนี้อยู่ต่อเนื่องกับตำแหน่งที่แทนคู่อันดับ (0, 9) ใช่หรือไม่ [ใช่]</p> <p>ครูใช้คำถามทำนองเดียวกับข้อ (1) ถึงข้อ (4) ถามให้ได้ความว่า "ตำแหน่งที่แทนคู่อันดับ (9,0) ก็ไม่ใช่คำตอบของสมการ เราจึงเขียนวงกลมเล็ก ๆ ตรงตำแหน่งที่แทนคู่อันดับ (9, 0)</p>		

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>(9) x มีค่ามากกว่า 8 ได้หรือไม่ ? [ได้ แต่ต้องน้อยกว่า 9]</p> <p>(10) จุดที่แทนค่า x ที่มากที่สุดของสมการนี้อยู่ตรงไหนบนแกน x ? [ขีด 9 ทางซ้าย]</p> <p>(11) คู่อันดับ (x, y) ที่ x มีค่าขีด 9 ทางซ้าย เป็นคำตอบของสมการหรือไม่ ? [เป็น] และจุดที่แทนคู่อันดับนี้อยู่ต่อเนื่องจากตำแหน่งที่แทนคู่อันดับ $(9, 0)$ ใช่หรือไม่ ? [ใช่]</p> <p>ครูให้นักเรียนหาคู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการนี้จำนวนหนึ่งและหาจุดที่แทนคู่อันดับเหล่านั้น จะได้จุดซึ่งเรียงกันอยู่ในแนวเส้นตรง ครูถามต่อไปดังนี้</p> <p>(12) มีคู่อันดับอื่น ๆ ที่เป็นคำตอบของสมการนี้ ซึ่งมีค่า x มากกว่า 0 แต่น้อยกว่า 9 ทั้งหมดกี่คู่ ? [มากมายนับไม่ถ้วน]</p> <p>(13) ถ้าเราเขียนจุดแทนคู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการนี้จำนวนมากขึ้น ๆ เราจะได้จุดต่าง ๆ อยู่ใกล้กันมากขึ้น ๆ จนกราฟมีลักษณะเป็นอย่างไร ? [ต่อเนื่องกันเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่อยู่ระหว่างวงกลมเล็ก ๆ สองวงซึ่งแทนตำแหน่งของคู่อันดับ $(0, 9)$ และ $(9, 0)$]</p>		

คาบที่	กิจกรรมการเรียนการสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
5	<p>3. <u>ขั้นสรุปผลการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา</u></p> <p>3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปข้อความรู้ตามสาระสำคัญข้อ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนค้นหาคำตอบจากการพิจารณาผลงานที่ผ่านมาตั้งแต่คาบที่ 1 ถึงคาบที่ 4 แล้วจดข้อสรุปลงในสมุด</p> <p>3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัด</p> <p>3.2.1 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2 เป็นการทำงานบ้าน</p> <p>3.2.2 ครูและนักเรียนร่วมอภิปรายซักถามประเด็นที่นักเรียนไม่เข้าใจในแบบฝึกหัด 2</p>	<p>ผลงานของนักเรียนตั้งแต่คาบที่ 1-4</p> <p>แบบฝึกหัด 2</p> <p>แบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องคู่อันดับและกราฟข้อ 1-13</p>	<p>สังเกตการตอบคำถามและการสรุปข้อความรู้</p> <p>ตรวจแบบฝึกหัด</p> <p>สังเกตการถามและการตอบของนักเรียน</p> <p>วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องคู่อันดับและกราฟเป็นเวลา 25 นาที</p>

แบบฝึกหัด 2

1. จงเขียนสมการแทนประโยค "จำนวนส้มในภาคนี้เป็นสามเท่าของจำนวนมังคุด" โดยให้ x และ y เป็นตัวแปร แล้วเขียนตารางแสดงค่า x และ y ซึ่งเป็นคำตอบของสมการ และเขียนกราฟของคู่อันดับที่ได้จากตาราง
2. จงเขียนกราฟของสมการ $y = x - 6$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 6 ขึ้นไป
3. จงเขียนกราฟของสมการ $y = 2x + 3$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 0 ขึ้นไป
4. จงเขียนกราฟของสมการ $y = \frac{1}{2}(x - 1)$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 1 ขึ้นไป
5. จงเขียนกราฟของสมการ $y - 2 = 3x$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 0 ขึ้นไป
6. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง มีความยาวของด้านกว้างและด้านยาวรวมกันได้ 20 ซม. จงเขียนกราฟแสดงความยาวของด้านกว้างและด้านยาวที่เป็นไปได้ทั้งหมดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนั้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการสอนที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน

เวลา 3 คาบ

จุดประสงค์ทั่วไป

นักเรียนสามารถใช้อัตราส่วนแทนการเปรียบเทียบและแทนอัตรา

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. เขียนอัตราส่วนแทนการเปรียบเทียบ
2. เขียนอัตราส่วนแทนอัตรา
3. หาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้
4. ตรวจสอบดูว่า อัตราส่วนที่กำหนดให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่

สาระสำคัญ

1. การเขียนอัตราส่วนแทนการเปรียบเทียบจำนวนของสิ่งสองสิ่ง ใช้สัญลักษณ์ $a : b$ หรือ $\frac{a}{b}$ อ่านว่า a ต่อ b
 2. ตำแหน่งของจำนวนในแต่ละอัตราส่วนมีความสำคัญ กล่าวคือ อัตราส่วน $a : b$ ไม่ใช่อัตราส่วนเดียวกันกับอัตราส่วน $b : a$
 3. เรียกจำนวน a ในอัตราส่วน $a : b$ ว่า จำนวนแรก หรือจำนวนที่หนึ่ง และเรียกจำนวน b ว่า จำนวนหลัง หรือจำนวนที่สอง
 4. เรียกข้อความที่แสดงความเกี่ยวข้องกันของปริมาณสองปริมาณว่า อัตรา และเขียนอัตราส่วนแทนอัตราได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้
- | อัตรา | อัตราส่วน |
|-----------------------|-----------|
| 3 แห่ง ราคา 5 บาท | $3 : 5$ |
| 10 อัน สำหรับ 15 คน | $10 : 15$ |
| 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง | $40 : 1$ |
5. อัตราส่วนที่แทนอัตราเดียวกันเรียกว่าอัตราส่วนที่เท่ากัน เช่น $3 : 5$, $6 : 10$, $9 : 15$ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน เพราะต่างก็เป็นอัตราส่วนที่แทนอัตรา 3 แห่ง ราคา 5 บาท

6. การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ หาได้โดยใช้หลักการต่อไปนี้

ก. หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

ข. หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

7. การตรวจสอบความเท่ากันของอัตราส่วน $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ อาจพิจารณาได้จาก

ผลคูณไขว้ ดังนี้

$$\text{ถ้า } a \times d = b \times c \text{ แล้ว } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{ถ้า } a \times d \neq b \times c \text{ แล้ว } \frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$$

ความรู้พื้นฐาน

การใช้ตาราง แผนภาพ คู่อันดับ และกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนของ
สิ่งสองสิ่ง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล										
1	<p>1. <u>ขั้นสร้างความขัดแย้งทางปัญญา</u></p> <p>1.1 <u>ครูปฏิบัติแผนภูมิซึ่งเป็นกราฟแสดงจำนวนม้านั่งและจำนวนนักเรียนบนกระดาน ให้นักเรียนหาวิธีแสดงจำนวนม้านั่งและจำนวนนักเรียนตามกราฟข้างล่างนี้ด้วยวิธีอื่น คนละ 1 วิธี</u></p> <div data-bbox="388 840 1003 1517" style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: 0 auto;"> <caption>Data points from the graph</caption> <thead> <tr> <th>ม้านั่ง (ตัว)</th> <th>นักเรียน (คน)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>1.2 <u>นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน สมาชิกกลุ่มแต่ละคนเสนอวิธีแสดงจำนวนม้านั่งและจำนวนนักเรียนตามกราฟข้างบนนี้ด้วยวิธีอื่นต่อกลุ่มของตน</u></p>	ม้านั่ง (ตัว)	นักเรียน (คน)	1	3	2	6	3	9	4	12	<p>แผนภูมิซึ่งเป็นกราฟแสดงจำนวนม้านั่งและจำนวนนักเรียน</p> <p>กระดานสำหรับรายบุคคลในการแสดงจำนวนของสิ่งสองสิ่งด้วยวิธีอื่น</p>	<p>สังเกตว่านักเรียนแสดงจำนวนของสิ่งสองสิ่งด้วยแผนภาพตาราง หรือคู่อันดับ ที่เรียนมาแล้ว หรือมีวิธีแสดงที่แตกต่างจากที่เรียนมาแล้ว</p>
ม้านั่ง (ตัว)	นักเรียน (คน)												
1	3												
2	6												
3	9												
4	12												



คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2. <u>ขึ้นค่าเนนกิจกรรมไตร่ตรอง</u></p> <p>2.1 กลุ่มช่วยกันตรวจสอบวิธีเขียนที่สมาชิกกลุ่มเสนอมา ดังนี้</p> <p>2.1.1 ค้นหาผลงานในคาบก่อน ๆ ที่ใช้วิธีเขียน เดียวกับวิธีเขียนที่สมาชิกกลุ่มเสนอ มาเทียบให้เห็นความสอดคล้องหรือความขัดแย้ง</p> <p>2.1.2 สำหรับวิธีเขียนที่แปลกแยกของสมาชิกบางคนซึ่งยังไม่เคยมีปรากฏในผลงานของคาบก่อน ๆ นั้น ให้กลุ่มช่วยกันพิจารณาว่าสามารถสื่อความหมายได้ตรงกับกราฟหรือไม่ และช่วยกันตรวจสอบว่าวิธีเขียนนั้นสามารถนำไปใช้ในกรณีทั่วไปหรือไม่ โดยสมาชิกกลุ่มช่วยกันสร้างกราฟที่มีลักษณะแบบเดียวกับกราฟบนกระดานแต่ประกอบด้วยจำนวนของสิ่งอื่นสองสิ่ง แล้วลองใช้วิธีเขียนที่แปลกแยกนั้นกับกราฟที่สร้างขึ้นใหม่ว่าจะสามารถสื่อความได้ตามกราฟที่สร้างขึ้นใหม่หรือไม่</p> <p>2.2 กลุ่มช่วยกันปรับแก้จุดที่ขัดแย้งระหว่างการแสดง ความหมายของจำนวนด้วยวิธีเขียนที่สมาชิกเสนอกับการแสดง ด้วยกราฟบนกระดานและกราฟที่สร้างขึ้นใหม่</p> <p>2.3 กลุ่มทำการตกลงเลือกวิธีเขียนที่ประหยัดเวลามาก ที่สุดซึ่งสามารถใช้สื่อความให้ตรงตามกราฟบนกระดาน และ กราฟที่นักเขียนสร้างขึ้นใหม่ และเป็นวิธีเขียนที่สมาชิกทุกคน ในกลุ่มยอมรับ แล้วช่วยกันทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความ พร้อมที่จะเป็นตัวแทนในการนำเสนอผลงานของกลุ่ม คอบ ข้อซักถามและชี้แจงเหตุผลต่อกลุ่มใหญ่ได้</p>	<p>ผลงานใน เรื่อง คู่อันดับและ กราฟ กระดาษ สำหรับ ค่าเนน กิจกรรม ของกลุ่ม วิธีเขียน แสดง จำนวนที่ สมาชิก เสนอ</p>	<p>สังเกตความ สนใจของสมาชิก กลุ่มที่มีต่อกิจกรรม ของกลุ่ม พิจารณากราฟที่ นักเขียนสร้างขึ้น ใหม่ และการ แสดงจำนวนตาม กราฟด้วยวิธีอื่น สังเกตการช่วย เหลือกันในกลุ่ม, การแสดงความ คิดเห็น และ การรับฟังความ คิดเห็นของผู้อื่น</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.4 ครูผู้ตัวแทนของกลุ่มย่อยที่เลือกวิธีเขียนต่างกัน มาเสนอวิธีเขียนต่อกลุ่มใหญ่ กลุ่มอื่นช่วยกันซักถาม และค้นหาวิธีเขียนที่ค้นหาได้</p> <p>2.5 ครูเสนอวิธีเขียนเป็นอัตรา และอัตราส่วน โดยบอกนักเรียนว่า เราสามารถใช้ข้อความใดข้อความหนึ่งต่อไปนี้เพียงข้อความเดียวแทนจำนวนทั้งหมดในกราฟได้</p> <p><u>การแสดงจำนวนน้ำนิ่งและจำนวนนักเรียนโดยใช้อัตรา</u></p> <p>น้ำนิ่ง 1 ตัว สำหรับนักเรียน 3 คน หรือ</p> <p>น้ำนิ่ง 2 ตัว สำหรับนักเรียน 6 คน หรือ</p> <p>น้ำนิ่ง 3 ตัว สำหรับนักเรียน 9 คน หรือ</p> <p>น้ำนิ่ง 4 ตัว สำหรับนักเรียน 12 คน</p> <p>(ข้อความ "1 ตัวสำหรับ 3 คน" "2 ตัวสำหรับ 6 คน" "3 ตัวสำหรับ 9 คน" และ "4 ตัวสำหรับ 12 คน" เรียกว่า <u>อัตรา</u>)</p>	<p>ผลงานที่แตกต่างกันของกลุ่มต่าง ๆ</p> <p>แผนภูมิ</p> <p>การแสดงจำนวนน้ำนิ่งและจำนวนนักเรียนโดยใช้อัตรา</p>	<p>ตรวจสอบผลงานของกลุ่ม</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p><u>การแสดงจำนวนม้านั่งและจำนวนนักเรียนโดยใช้อัตราส่วน</u></p> <p style="text-align: center;"><u>แทนอัตรา</u></p> <p>อัตราส่วนของจำนวนม้านั่งต่อจำนวนนักเรียนเป็น 1 : 3 (1 : 3 อ่านว่า หนึ่งต่อสาม)</p> <p style="text-align: center;">หรือ</p> <p>อัตราส่วนของจำนวนม้านั่งต่อจำนวนนักเรียนเป็น 2 : 6</p> <p style="text-align: center;">หรือ</p> <p>อัตราส่วนของจำนวนม้านั่งต่อจำนวนนักเรียนเป็น 3 : 9</p> <p style="text-align: center;">หรือ</p> <p>อัตราส่วนของจำนวนม้านั่งต่อจำนวนนักเรียนเป็น 4 : 12</p> <p>ครูบอกให้นักเรียนทราบว่า</p> <p style="text-align: center;">เราเรียก 1 ในอัตราส่วน 1 : 3 ว่า จำนวนแรก หรือจำนวนที่หนึ่ง เรียก 3 ว่า จำนวนหลังหรือจำนวนที่สอง</p> <p>2.5.1 ครูถามนักเรียน</p> <p>(1) จำนวนแรกของอัตราส่วน 2 : 6 คืออะไร ? [2]</p> <p>(2) เรียก 9 ในอัตราส่วน 3 : 9 ว่าอะไร? [จำนวนหลัง หรือ จำนวนที่สอง]</p> <p>(3) อัตราส่วนของจำนวนม้านั่งต่อจำนวนนักเรียน เป็น 4 : 12 หมายความว่าอย่างไร ? [ม้านั่ง 4 ตัว สำหรับนักเรียน 12 คน]</p> <p>(4) อัตราส่วนของจำนวนม้านั่งต่อจำนวนนักเรียนเป็น 12 : 4 หมายความว่าอย่างไร ? [ม้านั่ง 12 ตัว สำหรับนักเรียน 4 คน]</p>	<p>แผนภูมิ</p> <p>การแสดง</p> <p>จำนวนม้านั่งและ</p> <p>จำนวนนักเรียน</p> <p>โดยใช้</p> <p>อัตราส่วน</p> <p>แทนอัตรา</p> <p>คำถาม</p>	<p>การประเมินผล</p> <p>ประเมินความเข้าใจในความหมายของจำนวนแต่ละจำนวนในอัตราส่วนและการตระหนักในความสำคัญของตำแหน่งของจำนวนแต่ละจำนวนในอัตราส่วน</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>(5) อัตราส่วน 12 : 4 เป็นอัตราส่วนเดียวกับอัตราส่วน 4 : 12 หรือไม่ ? [ไม่]</p> <p>2.5.2 ครูร่วมอภิปรายกับนักเรียนถึงข้อได้เปรียบเสียเปรียบของวิธีเขียนเป็นอัตรา อัตราส่วนและวิธีเขียนที่กลุ่มต่าง ๆ เสนอมา</p> <p>2.6 นักเรียนสร้างโจทย์ ทำโจทย์ที่สร้างเอง แลกเปลี่ยนกันทำโจทย์ที่เพื่อนสร้าง ตรวจสอบคำตอบกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน และตรวจสอบในกลุ่มใหญ่ ดังรายละเอียดต่อไปนี้</p> <p>2.6.1 สร้างโจทย์เองโดยการทำใบงาน 3.1 เป็นการบ้าน เขียนอัตราส่วนแทนอัตราในโจทย์ที่สร้างเองลงในสมุด</p>		<p>สังเกตการให้ค่าแก่สิ่งต่าง ๆ ของนักเรียน</p> <p>ประเมินความสอดคล้องของอัตราและอัตราส่วนที่นักเรียนเขียน</p>
2	<p>2.6.2 นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์ที่สร้างเองกับเพื่อน 1 คน เขียนอัตราส่วนแทนอัตราในโจทย์ที่เพื่อนสร้าง แล้วตรวจสอบความถูกต้องกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน ซักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง เช่น คนเขียนว่าอัตราส่วนของจำนวนไข่ต่อราคาเป็น 5 : 3 แต่เพื่อนเขียนว่าอัตราส่วนของจำนวนไข่ต่อราคาเป็น 3 : 5 เป็นต้น ครูจะเข้าช่วยเหลือในกรณีที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p>	<p>ใบงาน 3.1</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนสร้างเอง</p>	<p>สังเกตพฤติกรรมการจัดข้อขัดแย้ง</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล										
	<p>2.6.3 ครูสุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้เขียนข้อความแสดงอัตราจากโจทย์ข้อใดข้อหนึ่งที่ตนสร้างขึ้นเองบนกระดาน แล้วเขียนตารางแสดงจำนวนของสิ่งสองสิ่งจากอัตรานั้น นักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันในจุดที่ขัดแย้งและช่วยกันปรับปรุงแก้ไขให้ได้ตารางที่แสดงจำนวนซึ่งสอดคล้องกับอัตรานั้น ดังตัวอย่างต่อไปนี้</p> <p>ไข่ 3 ฟอง ราคา 5 บาท</p> <table border="1" data-bbox="440 919 937 1181"> <tbody> <tr> <td>จำนวนไข่ (ฟอง)</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>ราคา (บาท)</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table> <p>2.6.4 ครูสุ่มนักเรียนให้เขียนอัตราส่วนแทนอัตราในข้อต่อไปนี้ บนกระดาน คนละ 1 ข้อ</p> <p>(1) 3 ฟอง 5 บาท [3 : 5]</p> <p>(2) 6 ฟอง 10 บาท [6 : 10]</p> <p>(3) 9 ฟอง 15 บาท [9 : 15]</p> <p>(4) 12 ฟอง 20 บาท [12 : 20]</p> <p>2.6.5 ครูติดภาพแสดงจำนวนไข่นะราคาแทนอัตราส่วนแต่ละอัตราส่วนในข้อ 2.6.4 บนกระดาน ดังนี้</p>	จำนวนไข่ (ฟอง)	3	6	9	12	ราคา (บาท)	5	10	15	20	<p>อัตรา จาก โจทย์ที่ นักเรียน สร้างเอง</p>	<p>ประเมินความเข้าใจในความหมายของอัตราที่นักเรียนสร้างขึ้นเองและความสามารถในการเชื่อมโยงการแสดงจำนวนโดยใช้อัตรากับการแสดงจำนวนโดยใช้ตาราง</p> <p>ประเมินความถูกต้องในการเขียนอัตราส่วนแทนอัตรา</p>
จำนวนไข่ (ฟอง)	3	6	9	12									
ราคา (บาท)	5	10	15	20									

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center;">000</p> <p>5 บาท 3 : 5</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">000</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">000</div> </div> <p>5 บาท 5 บาท 6 : 10</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">000</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">000</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">000</div> </div> <p>5 บาท 5 บาท 5 บาท 9 : 15</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">000</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">000</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">000</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">000</div> </div> <p>5 บาท 5 บาท 5 บาท 5 บาท 12 : 20</p> <p>แล้วถามนักเรียนด้วยคำถามต่อไปนี้</p> <p>(1) ภาพที่แทนอัตราส่วนทั้งสี่อัตราส่วนข้างบนนี้มีอะไรเหมือนกัน ?</p> <p style="text-align: center;">[ภาพไข่ 3 ฟอง ราคา 5 บาท]</p> <p>(2) พิจารณาอัตราส่วน 3 : 5, 6 : 10, 9 : 15 และ 12 : 20 จากภาพ ราคาไข่ในอัตราส่วนใดแพงที่สุด ? [ราคาเท่ากันในทุกอัตราส่วน เพราะทุกอัตราส่วนต่างก็แสดงว่า ไข่ 3 ฟอง ราคา 5 บาท]</p>	<p>ภาพไข่ 3 ฟอง ราคา 5 บาท จำนวน 10 ภาพ จัดเป็น 4 ชุด แต่ละชุดแทนอัตราส่วนแต่ละอัตราส่วนในข้อ 2.6.4</p>	<p>ประเมินความสามารถในการเปรียบเทียบค่าของอัตราส่วนจากภาพ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>(3) จากภาพในข้อ 2.6.5 ให้นักเรียนพิจารณาว่า จำนวนไข่และราคาในอัตราส่วน 6 : 10 สัมพันธ์กับจำนวนไข่และราคาในอัตราส่วน 3 : 5 อย่างไร ? [จำนวนไข่และราคาในอัตราส่วน 6 : 10 ต่างก็เป็น 2 เท่าของจำนวนไข่และราคาในอัตราส่วน 3 : 5]</p> <p>ครูใช้คำถามทำนองเดียวกับข้อ (3) ถามจนได้ความว่า จำนวนไข่และราคาในอัตราส่วน 9 : 15 ต่างก็เป็น 3 เท่าของจำนวนไข่และราคาในอัตราส่วน 3 : 5 และจำนวนไข่และราคาในอัตราส่วน 12 : 20 ต่างก็เป็น 4 เท่าของจำนวนไข่และราคาในอัตราส่วน 3 : 5]</p> <p>ครูบอกนักเรียนว่า เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ เรานิยมแทนอัตราส่วน $a : b$ ด้วยสัญลักษณ์ $\frac{a}{b}$ (อ่านว่า เอ ต่อ บี)</p>	<p>ภาพในข้อ 2.6.5</p> <p>คำถาม</p>	<p>ประเมินความ สามารถในการ ค้นหาความสัมพันธ์</p>
	<p>2.6.6 ให้นักเรียนหาวิธีคำนวณให้อัตราส่วน $\frac{3}{5}$ เท่ากับอัตราส่วน $\frac{6}{10}$ แล้วให้นักเรียนคนหนึ่งแสดงวิธีคำนวณบนกระดาน และให้นักเรียนลองใช้วิธีเดียวกันนั้นทำให้อัตราส่วน $\frac{3}{5}$ เท่ากับอัตราส่วน $\frac{9}{15}$ว่าจะได้ผลตามคาดหรือไม่ ถ้าไม่ได้ นักเรียนต้องเปลี่ยนวิธีการคำนวณใหม่ จนกว่าจะได้วิธีการคำนวณที่สามารถใช้ในการทำให้อัตราส่วน $\frac{3}{5}$</p>	<p>ภาพในข้อ 2.6.5</p>	<p>สังเกต การเชื่อม โสมมโนทัศน์ ของการบวก และการคูณ จากภาพ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>เท่ากับอัตราส่วนทางด้านขวามือทุกอัตราส่วน</p> $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$		<p>สังเกตการหา</p> <p>วิธีการใหม่</p> <p>เพื่อจัดความ</p> <p>ชัดเจนระหว่าง</p>
	<p>2.6.7 ให้นักเรียนหาวิธีการคำนวณให้อัตราส่วน $\frac{6}{10}$</p>	วิธีคำนวณที่	ผลที่เกิดจาก
	<p>เท่ากับอัตราส่วน $\frac{3}{5}$ แล้วให้นักเรียนคนหนึ่งแสดงวิธีการ</p> <p>คำนวณบนกระดาน และให้นักเรียนลองใช้วิธีการนั้นในการ</p> <p>ทำให้อัตราส่วน $\frac{9}{15}$ เท่ากับอัตราส่วน $\frac{3}{5}$ ว่าจะได้ผลตามคาด</p> <p>หรือไม่ ถ้าไม่ได้ นักเรียนต้องเปลี่ยนวิธีการใหม่ จนกว่า</p> <p>จะได้วิธีการคำนวณที่สามารถใช้ในการทำให้อัตราส่วนทุก</p> <p>อัตราส่วนทางด้านซ้ายมือเท่ากับอัตราส่วน $\frac{3}{5}$</p>	<p>ถูกต้องในข้อ</p> <p>2.6.6</p>	<p>วิธีการเดิม</p> <p>กับ สิ่งที่</p> <p>ประจักษ์จาก</p> <p>ภาพ</p>
	$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$		<p>สังเกตการ</p> <p>เชื่อมโยง</p> <p>มนต์คันของ</p> <p>การคูณกับ</p> <p>การหาร</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.6.8 นักเรียนแต่ละคนสร้างโจทย์ที่ประกอบด้วยอัตรา 1 ข้อ เขียนอัตราส่วนแทนอัตราในข้อนั้น แล้วหาอัตราส่วนที่เท่ากันอีก 5 อัตราส่วน ด้วยวิธีการคำนวณในข้อ 2.6.6 หรือ ข้อ 2.6.7</p> <p>2.6.9 นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์กับเพื่อน 1 คน ทำโจทย์ที่เพื่อนสร้าง แล้วตรวจสอบคำตอบกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน ซักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูเข้าช่วยเหลือเฉพาะคู่ที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p> <p>2.6.10 ครูเลือกนักเรียนคนหนึ่งที่คำนวณหาอัตราส่วนที่เท่ากันด้วยวิธีการคำนวณในข้อ 2.6.6 หรือ ข้อ 2.6.7 มาเขียนผลงานของตนบนกระดาน ดังตัวอย่างต่อไปนี้</p> $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{8}{6}$ $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 3}{3 \times 3} = \frac{12}{9}$ $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 4}{3 \times 4} = \frac{16}{12}$ $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{20}{15}$ $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 6}{3 \times 6} = \frac{24}{18}$	<p>ผลงานของนักเรียนในข้อ 2.6.8 และ 2.6.9</p>	<p>ตรวจผลงาน</p> <p>สังเกตพฤติกรรมการจัดข้อขัดแย้ง</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>ครูถามนักเรียนทั้งห้องดังต่อไปนี้</p> <p>(1) ถ้าต้องการทำให้อัตราส่วน $\frac{8}{6}$ กลับไปเป็น $\frac{4}{3}$ ทำได้ ได้อย่างไร ? $\left[\frac{8}{6} = \frac{8 \div 2}{6 \div 2} = \frac{4}{3} \right]$</p> <p>(2) นักเรียนจะเห็นว่าเราสามารถนำจำนวนที่เท่ากันมา คูณจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนเดิมเพื่อให้ได้ อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม และสามารถทำอัตรา ส่วนใหม่กลับไปเป็นอัตราส่วนเดิมได้ด้วยการนำจำนวนที่เท่า กันมาหารจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนใหม่ ในการหาอัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิมนั้น เราสามารถนำจำนวนใด ๆ ก็ได้ที่เท่ากันมาคูณจำนวนแรก และจำนวนหลังของอัตราส่วนเดิมใช่หรือไม่ ?</p> <p>[ครูสุ่มเข้าเพื่อตัดสินใจคำตอบของนักเรียนว่าถูกหรือผิด ให้ดำเนิน กิจกรรมได้ตรงต่อสิ่งที่นักเรียนพบคำตอบเอง]</p> <p>(3) จากตัวอย่างบนกระดานที่นักเรียนยกมา จะเห็นว่า เราสามารถทำอัตราส่วนใหม่ให้กลับไปเป็นอัตราส่วนเดิมได้ ด้วยการนำจำนวนที่เท่ากันคูณเดิมมาหารจำนวนแรกและ จำนวนหลังของอัตราส่วนใหม่ ใช่หรือไม่ ? [ใช่]</p> <p>(4) ลองนึกดูว่ามีจำนวนใดบ้างตั้งแต่ 0 ขึ้นไป ที่นำมา คูณจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนเดิมแล้ว จะได้ อัตราส่วนใหม่ที่ เราไม่สามารถนำจำนวนใดมาหารให้กลับไป เป็นอัตราส่วนเดิมได้ ? [0]</p> <p>ให้อาสาสมัครออกมาแสดงการคูณอัตราส่วนเดิมด้วย 0 บน กระดาน ดังนี้</p>	<p>คำถาม</p>	<p>สังเกตการ เชื่อมโยง มโนทัศน์ของ การคูณกับ การหาร</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 0}{3 \times 0} = \frac{0}{0}$ <p>ให้นักเรียนหาจำนวนที่เท่ากันมาหารอัตราส่วน $\frac{0}{0}$ ให้นักลับ</p> <p>ไปเท่ากับ อัตราส่วน $\frac{4}{3}$</p> $\frac{0}{0} = \frac{0}{0} = \frac{4}{3}$ <p>นักเรียนทำได้หรือไม่ ? [ไม่ได้]</p> <p>(5) ในการหาจำนวนที่เท่ากันมาคูณจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนเดิมเพื่อให้ได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิมจึงต้องมีข้อห้ามอย่างไร ? [ห้ามคูณด้วย 0]</p> <p>(6) ในการหาจำนวนที่เท่ากันมาหารจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนเดิมเพื่อให้ได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิมต้องมีข้อห้ามด้วยหรือไม่ ข้อห้ามนั้นคืออะไร ?</p> <p>เพราะเหตุใด ?</p> <p>[มีข้อห้ามคือ ห้ามหารด้วย 0 เพราะไม่สามารถหาผลหารได้ เช่น $8 \div 0$ เราไม่สามารถหาคำตอบได้ เพราะไม่มีจำนวนใดคูณ 0 แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 8 แต่ $8 \div 2 = 4$ เพราะ $2 \times 4 = 8$]</p> <p>(ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3 ข้อ 1, 2 เป็นการทำงาน)</p>		<p>สังเกตการสรุปหลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนเดิมโดยใช้หลักการคูณและหลักการหาร</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
3	<p>2.6.11 ครูเขียนอัตราส่วนสองอัตราส่วนบน กระดาน ดังตัวอย่าง $\frac{8}{10}$ กับ $\frac{12}{15}$ ให้นักเรียนจับคู่ช่วย กันหาวิธีตรวจสอบว่าอัตราส่วนทั้งสองเท่ากันหรือไม่</p> <p>2.6.12 ครูสุ่มนักเรียนคู่หนึ่งให้แสดงวิธีตรวจสอบ ความเท่ากันของอัตราส่วน $\frac{8}{10}$ กับ $\frac{12}{15}$ บนกระดาน นักเรียนคู่อื่น ๆ และครูช่วยกันตรวจสอบความสมเหตุสมผล และช่วยคำนวณจุดที่ขัดแย้งกับเหตุผล นักเรียนคู่อื่นที่มีวิธี ตรวจสอบต่างกันเสนอวิธีตรวจสอบของตนบนกระดานด้วย โดยมีคู่อื่น ๆ และครูช่วยตรวจสอบและช่วยคำนวณเส้นเดียวกัน วิธีที่ไม่จําแนกต่อเหตุผลจะเป็นที่ยอมรับ</p> <p>2.6.13 ครูเสนอวิธีตรวจสอบด้วยผลคูณไขว้ เมื่อ พบว่าไม่มีคู่ใดเสนอ ดังนี้ $\frac{8}{10} \begin{matrix} \nearrow 12 \\ \searrow 15 \end{matrix}$ $8 \times 15 = 120$ $10 \times 12 = 120$ ดังนั้น $8 \times 15 = 10 \times 12$ แสดงว่า $\frac{8}{10} = \frac{12}{15}$</p> <p>2.6.14 ให้นักเรียนเสนอตัวอย่างคำนวณโดยการ ช่วยกันหาอัตราส่วนที่เท่ากันแต่มีผลคูณไขว้ไม่เท่ากันมาคำนวณ การใช้ผลคูณไขว้ตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วน [ถ้า นักเรียนไม่สามารถหาตัวอย่างมาคำนวณได้ ก็ต้องยอมรับว่า ใช้ผลคูณไขว้ตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนได้]</p>		<p>สังเกตวิธี ตรวจสอบ ของนักเรียน</p> <p>สังเกตการ ซักถาม การคำนวณ การชี้แจง แสดงเหตุผล และการยอมรับ ข้อผิดพลาด</p> <p>สังเกต ความสงสัย หรือความรู้สึกรู้ สึกขัดแย้งที่เกิด ขึ้นกับนักเรียน</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.6.15 ครูแสดงที่มาของการใช้ผลคูณไขว้ในการตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วน และให้นักเรียนซักถามจนเข้าใจ ดังนี้</p> <p>จากหลักการคูณจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนด้วยจำนวนที่เท่ากัน เราจะได้</p> $\frac{8}{10} = \frac{8 \times 15}{10 \times 15}$ $\frac{12}{15} = \frac{12 \times 10}{15 \times 10}$ <p>ให้นักเรียนตอบคำถาม</p> <p>(1) จำนวนหลังของอัตราส่วน $\frac{8 \times 15}{10 \times 15}$ และ $\frac{12 \times 10}{15 \times 10}$ เท่ากันหรือไม่ ?</p> <p>[เท่ากัน ได้แก่ $10 \times 15 = 15 \times 10$]</p> <p>(2) อัตราส่วนสองอัตราส่วนมีจำนวนหลังเท่ากัน อัตราส่วนสองอัตราส่วนนั้นจะเท่ากันหรือไม่ ?</p> <p>[เท่ากัน ถ้าจำนวนแรกของอัตราส่วนทั้งสองเท่ากันด้วย] [ไม่เท่ากัน ถ้าจำนวนแรกของอัตราส่วนทั้งสองไม่เท่ากัน]</p> <p>(3) จำนวนแรกของอัตราส่วน $\frac{8 \times 15}{10 \times 15}$ และ $\frac{12 \times 10}{15 \times 10}$ เท่ากันหรือไม่</p> <p>[เท่ากัน ได้แก่ $8 \times 15 = 12 \times 10 = 120$]</p>	<p>ตัวอย่างใน ข้อ 2.6.13</p>	<p>สังเกต ความสนใจ ในการได้ถาม ข้อสงสัย</p> <p>ประเมินความ เข้าใจในการ นำหลักการคูณ มาใช้ จาก คำตอบของ นักเรียน</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>(4) อัตราส่วน $\frac{8 \times 15}{10 \times 15}$ และ $\frac{12 \times 10}{15 \times 10}$ เท่ากันหรือไม่ [เท่ากัน เพราะมีจำนวนหลังเท่ากันและมีจำนวนแรกเท่ากันด้วย]</p> <p>(5) อัตราส่วน $\frac{8}{10}$ และ $\frac{12}{15}$ เท่ากันหรือไม่ ? [เท่ากัน เพราะเป็นอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนในข้อ 4]</p> <p>(6) จำนวนแรกของอัตราส่วนสองอัตราส่วนในข้อ 4 คือ 8×15 และ 12×10 เกี่ยวข้องกับอัตราส่วน $\frac{8}{10}$ และ $\frac{12}{15}$ อย่างไร [8×15 และ 12×10 เป็นผลคูณไขว้ของ $\frac{8}{10}$ และ $\frac{12}{15}$] ดังนั้น อัตราส่วนสองอัตราส่วนจะเท่ากันเมื่อมีผลคูณไขว้เท่ากัน</p> <p>3. <u>ขั้นสรุปการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา</u></p> <p>3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปข้อความรู้ความสาระสำคัญข้อ 1 - ข้อ 7 โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนค้นหาคำตอบจากการพิจารณาผลงานที่ผ่านมาตั้งแต่คาบที่ 1-3 และให้นักเรียนจดข้อสรุปลงในสมุด</p> <p>3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3, ข้อ 3, 4 เป็นการบ้าน</p>	ผลงานจากคาบที่ 1-3	ประเมินความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน 2 ชุด สังเกตการตอบคำถาม ตรวจแบบฝึกหัด

ชื่อผู้ตั้งโจทย์.....

ชื่อผู้ทำ.....

1. จงเขียนอัตราส่วนแสดงอัตราในข้อความแต่ละข้อต่อไปนี้

ก. แม้ค้ำชาชละมุด.....กิโลกรัม ในราคา.....บาท

อัตราส่วนของน้ำพริกละมุด (กิโลกรัม) ต่อราคา (บาท) เป็น.....

ข.ได้เป็นระยะทาง.....ในเวลา.....

อัตราส่วนของ.....เป็น.....

ค.วันละ.....

.....

ง.

.....

จ.

.....

2. จงเขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบจำนวนของสิ่งต่าง ๆ ในรูปต่อไปนี้

ก.

อัตราส่วนของจำนวนรูป.....ต่อจำนวนรูป.....เป็น.....

ข.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค.

แบบฝึกหัด 3

1. จงเขียนอัตราส่วนที่เท่ากันแทนอัตราในข้อต่อไปนี้อยู่ละ 4 อัตราส่วน

- (1) สืบประรด 2 ผล 9 บาท
- (2) ทำงาน 5 วัน ต่อสัปดาห์
- (3) มะม่วง 3 ผล 20 บาท
- (4) นักเรียนหญิง 4 คน ต่อนักเรียนชาย 3 คน

2. จงหาอัตราส่วนที่เท่ากันต่อไปอีก 3 อัตราส่วน

(1) $\frac{7}{2}, \frac{14}{4}, \frac{21}{6}, \frac{28}{8}, \dots$

(2) $\frac{35}{42}, \frac{30}{36}, \frac{25}{30}, \frac{20}{24}, \dots$

3. อัตราส่วนในแต่ละข้อต่อไปนี้อยู่เท่ากันหรือไม่

(1) $\frac{7}{12}, \frac{21}{24}$

(4) $\frac{6}{7}, \frac{7}{8}$

(2) $\frac{6}{12}, \frac{18}{36}$

(5) $\frac{0.5}{10}, \frac{2}{40}$

(3) $\frac{18}{11}, \frac{36}{22}$

(6) $\frac{1.8}{2}, \frac{3.6}{6}$

4. ในการทำน้ำมะนาวปรุงรส ใช้ส่วนผสม น้ำมะนาว 4 ช้อนโต๊ะ น้ำตาล 8 ช้อน

เกลือปน $\frac{1}{4}$ ช้อนโต๊ะ น้ำสุก 10 ช้อนโต๊ะ แบ่งใส่แก้ว 6 แก้ว แล้วใส่น้ำแข็งทบ

- (1) ถ้าต้องการน้ำมะนาวปรุงรสเพิ่มอีกเท่าหนึ่ง จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างละเท่าไร
- (2) ถ้าต้องการน้ำมะนาวปรุงรสเพียงครึ่งหนึ่ง จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างละเท่าไร

แผนการสอนที่ 4

เรื่อง สัดส่วน

เวลา 3 คาบ

จุดประสงค์ทั่วไป

นักเรียนสามารถนำสัดส่วนไปใช้ได้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. หาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรในสัดส่วนที่กำหนดให้
2. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สัดส่วน

สาระสำคัญ

1. สัดส่วนเป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วน เช่น

สัดส่วน $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ อ่านว่า สามต่อสี่ เท่ากับ หกต่อแปด

2. การหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรในสัดส่วนที่กำหนดให้ สามารถทำได้โดย

2.1 ใช้หลักการคูณ เช่น การหาค่าของ a ในสัดส่วน $\frac{3}{4} = \frac{6}{a}$

เนื่องจาก $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$ ดังนั้น $a = 8$

2.2 ใช้หลักการหาร เช่น การหาค่าของ b ในสัดส่วน $\frac{36}{24} = \frac{b}{2}$

เนื่องจาก $\frac{36}{24} = \frac{36 \div 12}{24 \div 12} = \frac{3}{2}$ ดังนั้น $b = 3$

2.3 ใช้หลักการเท่ากันของผลคูณไขว้และการแก้สมการ

เช่น การหาค่าของ a ในสัดส่วน $\frac{3}{4} = \frac{6}{a}$

เนื่องจาก $\frac{3}{4} = \frac{6}{a}$ ดังนั้น $3 \times a = 4 \times 6$

แก้สมการจะได้ $a = 8$

3. การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สัดส่วน มีขั้นตอน ดังนี้

3.1 กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ต้องการหา

3.2 เขียนสัดส่วนแสดงอัตราส่วนที่กำหนดให้สองอัตราส่วน โดยมีลำดับของสิ่ง
ที่เปรียบเทียบกันเป็นลำดับเดียวกัน เช่น

$$\begin{array}{ccc} & \text{จำนวนไข่} & \\ \downarrow & \text{---} & \downarrow \\ \frac{3}{5} & = & \frac{18}{a} \\ \uparrow & \text{---} & \uparrow \\ & \text{จำนวนเงิน} & \end{array}$$

3.3 แก้สมการ หาค่าของตัวแปร

ความรู้พื้นฐาน

1. การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้โดยใช้หลักการคูณ และหลักการหาร
2. การใช้ผลคูณไขว้ในการตรวจสอบความเท่ากันของอัตราส่วน
3. การหาค่าตอบของสมการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
1	<p>1. <u>ขั้นสร้างความขัดแย้งทางปัญหา</u></p> <p>1.1 ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหา 1 เป็นรายบุคคล</p> <p>ปัญหา 1 : นักเรียนห้องหนึ่ง มีจำนวนนักเรียนชายต่อจำนวนนักเรียนหญิงเป็น 5 ต่อ 6 ถ้ามีนักเรียนชาย 20 คน จะมีนักเรียนหญิงกี่คน ?</p> <p>1.2 นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน สมาชิกกลุ่มแลกเปลี่ยนกันวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ของสมาชิกแต่ละคน</p> <p>2. <u>ขั้นดำเนินการกิจกรรมได้ตรง</u></p> <p>2.1 กลุ่มช่วยกันตรวจสอบวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ที่สมาชิกกลุ่มเสนอมา ดังนี้</p> <p>2.1.1 ค้นหาอัตรา อัตราส่วนที่แทนอัตรานั้น และอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่แทนอัตรานั้น จากผลงานในคาบก่อน ๆ มาสร้างเป็นโจทย์ปัญหาที่มีโครงสร้างทำนองเดียวกับปัญหา 1 เช่น นำอัตรา "ไร่ 3 ฟอง ราคา 5 บาท" และ "อัตราส่วน 3 : 5, 6 : 10, 9 : 15, และ 12 : 20" จากคาบก่อน มาสร้างเป็นปัญหา 2 ที่มีโครงสร้างทำนองเดียวกับปัญหา 1 ดังนี้</p> <p>ปัญหา 2: แม้ค่าคนหนึ่งกำหนดจำนวนไร่ (ฟอง) ต่อราคา (บาท) เป็น 3 ต่อ 5 ถ้าชายไร่ 12 ฟอง จะได้เงินกี่บาท ?</p> <p>[นักเรียนทราบคำตอบแล้วจากการเรียนในคาบก่อนว่า ไร่ 12 ฟองราคา 20 บาท]</p>	<p>กระดาษสำหรับรายบุคคลในการหาคำตอบของปัญหา 1</p> <p>อัตรา อัตราส่วน และอัตราส่วนที่เท่ากันจากผลงานของนักเรียนเองในคาบก่อนๆ</p>	<p>สังเกตว่านักเรียนหาคำตอบโดยวิธีใด</p> <p>พิจารณาปัญหา 2 ที่นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างขึ้นว่ามีโครงสร้างทำนองเดียวกับปัญหา 1 หรือไม่</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.1.2 นำวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมาลองใช้กับปัญหา 2 ดูว่า จะได้คำตอบเท่ากับคำตอบที่นักเรียนทราบอยู่แล้วหรือไม่ วิธีที่นำมาใช้กับปัญหา 2 แล้วได้คำตอบตรงกับคำตอบที่ทราบอยู่แล้ว จะเป็นที่ยอมรับ ซึ่งอาจมีได้มากกว่า 1 วิธี ส่วนวิธีที่นำมาใช้กับปัญหา 2 แล้วได้ผลไม่ตรงกับคำตอบที่ทราบอยู่แล้ว ก็จะตกไป</p> <p>2.2 ถ้าไม่มีวิธีของสมาชิกคนใดในกลุ่มสามารถนำมาใช้หาคำตอบของปัญหา 2 ให้ได้คำตอบตรงกับคำตอบที่ทราบอยู่แล้ว ให้กลุ่มช่วยกันปรับเปลี่ยนจนได้วิธีที่นำมาใช้กับปัญหา 2 แล้วได้คำตอบตรงกับคำตอบที่ทราบอยู่แล้วด้วย ซึ่งอาจหาได้มากกว่า 1 วิธี</p> <p>2.3 กลุ่มทำการตกลงเลือกวิธีที่ดีที่สุดตามความเห็นของกลุ่ม และเป็นวิธีที่สมาชิกทุกคนในกลุ่มยอมรับ แล้วช่วยกันทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความพร้อมที่จะเป็นตัวแทนในการนำเสนอผลงานของกลุ่ม ตอบข้อซักถาม และชี้แจงเหตุผลต่อกลุ่มใหญ่ได้</p> <p>2.4 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มย่อยที่เลือกวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ต่างกัน มาเสนอวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ต่อกลุ่มใหญ่ กลุ่มอื่นช่วยกันซักถามและเสนอตัวอย่างค้าน มาค้านวิธีหาคำตอบที่ค้านได้ โดยการแสดงให้เห็นว่าวิธีที่บางกลุ่มเสนอมานั้น เมื่อนำมาใช้หาคำตอบของปัญหา 2 ของกลุ่มผู้ค้าน ได้คำตอบไม่ตรงกับคำตอบซึ่งทราบแล้วจากผลงานในคาบก่อน</p>	<p>วิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ของสมาชิกแต่ละคน</p> <p>วิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ของสมาชิกแต่ละคน</p>	<p>สังเกตการช่วยเหลือกันในกลุ่ม, การแสดงความคิดเห็น และการรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น</p> <p>ตรวจผลงานกลุ่มย่อย</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนการสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.5 ครูเสนอวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 โดยการใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ต้องการทราบ เขียนสัดส่วนแสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน แล้วหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรในสัดส่วนนั้น ดังนี้ (เมื่อพบว่าไม่มีกลุ่มใดเสนอวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 โดยวิธีนี้ ถ้ามีก็ค่าเนนกิจกรรมตามข้อ 2.5.1 ต่อไป)</p> <p>ถ้ามีนักเรียนชาย 20 คน จะมีนักเรียนหญิง a คน</p> $\begin{array}{ccc} \swarrow \text{จำนวนนักเรียนชาย} & & \searrow \\ \frac{5}{6} & = & \frac{20}{a} \\ \swarrow \text{จำนวนนักเรียนหญิง} & & \searrow \end{array}$ <p>ผลคูณไขว้ของอัตราส่วนที่เท่ากันย่อมเท่ากัน</p> <p>เนื่องจาก $\frac{5}{6} = \frac{20}{a}$</p> <p>ดังนั้น $5 \times a = 6 \times 20$</p> <p>นำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ</p> <p>จะได้ $\frac{5 \times a}{5} = \frac{6 \times 20}{5}$</p> $a = 24$ <p>ดังนั้น ถ้ามีนักเรียนชาย 20 คน จะมีนักเรียนหญิง 24 คน</p> <p>ซึ่งได้คำตอบตรงกันกับการหาโดยใช้หลักการคูณ ดังนี้</p> $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$ <p>ดังนั้น $a = 24$</p>	<p>ครูใช้คำถามประกอบการนำเสนอ</p>	<p>พิจารณาคำตอบของนักเรียน</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.5.1 ให้นักเรียนจับคู่กันหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร c ในสัดส่วน $\frac{7}{9} = \frac{c}{12}$ ด้วยวิธีข้างต้นทั้งสองวิธี</p> <p>(นักเรียนจะไม่มีปัญหาในการหาด้วยวิธีใช้หลักการเท่ากันของผลคูณไขว้ แต่จะมีปัญหาเมื่อหาโดยวิธีใช้หลักการคูณ เนื่องจากไม่สามารถหาจำนวนเต็มมาคูณ 9 ให้ได้ผลลัพธ์เป็น 12)</p> <p>2.5.2 ครูสุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้แสดงวิธีหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร c ในสัดส่วน $\frac{7}{9} = \frac{c}{12}$ โดยให้หลักการเท่ากันของผลคูณไขว้ บนกระดาน นักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยคำนวณจุดที่ขัดแย้งและช่วยกันแก้ไขจนถูกต้อง ดังนี้</p> $\text{เนื่องจาก } \frac{7}{9} = \frac{c}{12}$ <p>ดังนั้น $7 \times 12 = 9 \times c$</p> <p>นำ 9 มาหารทั้งสองข้างของสมการ</p> $\text{จะได้ } \frac{7 \times 12}{9} = \frac{9 \times c}{9}$ $\frac{1}{3} = c$ <p>2.5.3 ครูสุ่มนักเรียนอีกคนหนึ่งให้แสดงวิธีหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร c ในสัดส่วน $\frac{7}{9} = \frac{c}{12}$ โดยให้หลักการคูณ</p> <p>ถ้านักเรียนทำไม่ได้ ครูให้นักเรียนที่ทำได้อาสาออกมาทำแทน ถ้าไม่มีนักเรียนคนใดทำได้ ครูใช้คำถามช่วย ดังนี้</p>		<p>สังเกตกระบวนการคิดคำนวณของนักเรียน</p> <p>สังเกตการซักถาม การคำนวณ การชี้แจงแสดงเหตุผลและการยอมรับข้อผิดพลาด</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>(1) นักเรียนหาจำนวนเต็มมาคูณ 9 ให้ได้ผลลัพธ์เป็น 12 ได้หรือไม่ [ไม่ได้]</p> <p>(2) จำนวนที่นักเรียนรู้จัก นอกจากจำนวนเต็มแล้ว มีจำนวนชนิดใดอีกบ้าง [ทศนิยม, เศษส่วน]</p> <p>(3) นักเรียนลองนึกดูว่า เศษส่วนจำนวนใดที่นำมาคูณกับ 9 แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 12 สมมติว่าเศษส่วนจำนวนนั้น คือ $\frac{a}{b}$</p> $9 \times \frac{a}{b} = 12$ <p>ให้นักเรียนหาจำนวนที่แทน a และ b ในสมการข้างบนนี้ ถ้านักเรียนยังนึกไม่ออก ครูถามต่อไปว่า จำนวนอะไรที่หาร 9 แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 1 [9]</p> <p>เอา 9 มาเขียนแทน b ดังนี้</p> $9 \times \frac{a}{9} = 12$ <p>ครูถามต่อไปว่า 1 คูณอะไร ได้ 12 [12]</p> <p>เอา 12 มาเขียนแทน a ดังนี้</p> $9 \times \frac{12}{9} = 12$ <p>(4) ในการหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร c ในสัดส่วน $\frac{7}{9} = \frac{c}{12}$ โดยใช้หลักการคูณ ทำอย่างไร</p> <p>[นำ $\frac{12}{9}$ มาคูณจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน $\frac{7}{9}$]</p>		<p>ประเมินความสามารถในการนำเศษส่วนมาใช้ในการคำนวณให้ได้จำนวนที่ต้องการ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.5.4 ครูให้นักเรียนคนหนึ่งมาเขียนวิธีหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร c ในสัดส่วน $\frac{7}{9} = \frac{c}{12}$ โดยให้หลักการคูณบนกระดาษ นักเรียนคนอื่นช่วยกันแก้ไขจนถูกต้อง ดังนี้</p> $\frac{7}{9} = \frac{7 \times \frac{12}{9}}{9 \times \frac{12}{9}} = \frac{28}{12} = \frac{1}{9} \frac{28}{3} = \frac{1}{12} \frac{28}{3}$ <p>ดังนั้น $\frac{c}{12} = \frac{1}{12} \frac{28}{3}$</p> $c = \frac{1}{3} \frac{28}{1} = \frac{28}{3}$ <p>2.5.5 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงข้อได้เปรียบเสียเปรียบของวิธีหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรในสัดส่วนข้างต้น และความเหมาะสมของการนำไปใช้ ว่าวิธีใดเหมาะที่จะนำไปใช้ในกรณีใด</p> <p>2.6 นักเรียนสร้างโจทย์ ทำโจทย์ที่สร้างเอง แลกเปลี่ยนกันทำโจทย์ที่เพื่อนสร้าง ตรวจสอบคำตอบกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยน และตรวจสอบในกลุ่มใหญ่ ดังรายละเอียดต่อไปนี้</p>		<p>ประเมินความสามารถในการใช้หลักการคูณ</p> <p>ประเมินความสามารถในการวิเคราะห์วิธีการที่เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์</p>



คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
2	<p>2.6.1 นักเรียนตั้งโจทย์โดยการทำใบงาน 4.1 เป็นการบ้าน</p> <p>2.6.2 นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์ที่สร้างเองกับเพื่อน 1 คน หาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรในโจทย์ที่เพื่อนสร้าง แล้วตรวจสอบความถูกต้องกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน ซักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูจะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p> <p>2.6.3 ครูเลือกโจทย์ที่นักเรียนสร้างเอง ซึ่งสามารถหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรในสัดส่วน โดยการคูณจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนแรกด้วยจำนวนเต็ม</p> <p>เช่น จงหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร m ในสัดส่วน $\frac{2}{7} = \frac{m}{21}$</p> <p>ซึ่งสามารถหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร m ได้ดังนี้</p> $\frac{2}{7} = \frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{6}{21}$ <p>ดังนั้น $m = 6$</p> <p>ครูเปลี่ยนโจทย์ดังนี้</p> <p>จงหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร m ในสัดส่วน $\frac{m}{7} = \frac{6}{21}$</p> <p>2.6.4 ให้นักเรียนจับคู่หาวิธีหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร m ซึ่งนักเรียนทราบคำตอบอยู่แล้วคือ 2</p>	<p>ใบงาน 4.1</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนสร้างเอง</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนสร้างเอง</p>	<p>ประเมินโจทย์ที่นักเรียนสร้างขึ้น</p> <p>ประเมินความสามารถในการจัดข้อขัดแย้งระหว่างบุคคล</p> <p>ประเมินความเข้าใจในความหมายของอัตรา</p> <p>สังเกตว่านักเรียนใช้หลักการหาหรือไม่</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.6.5 ครูเลือกนักเรียนสองคนให้แสดงวิธีหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร m ในสัดส่วน $\frac{m}{7} = \frac{6}{21}$ บนกระดาน</p> <p>คนละวิธี คนอื่นช่วยคำนวณในจุดที่ขัดแย้งและช่วยกันปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้อง ได้วิธีหา ดังนี้</p> <p><u>วิธีที่ 1</u> $\frac{6}{21} = \frac{6 \div 3}{21 \div 3} = \frac{2}{7}$</p> <p>ดังนั้น $\frac{m}{7} = \frac{2}{7}$</p> <p>$m = 2$</p> <p><u>วิธีที่ 2</u> เนื่องจาก $\frac{m}{7} = \frac{6}{21}$</p> <p>ดังนั้น $m \times 21 = 7 \times 6$</p> <p>นำ 21 มาหารทั้งสองข้างของสมการ</p> <p>จะได้ $\frac{m \times 21}{21} = \frac{7 \times 6}{21}$</p> <p>$m = 2$</p> <p>2.6.6 นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหา โดยการทำ</p> <p>ใบงาน 4.2</p>	<p>ใบงาน 4.2</p>	<p>ตรวจผลงาน</p> <p>ประเมินโจทย์ที่นักเรียนสร้างขึ้น</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
3	<p>2.6.7 นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์ที่สร้างเองกับเพื่อน 1 คน ทำโจทย์ที่เพื่อนสร้าง แล้วตรวจสอบความถูกต้องกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน ชักถาม อภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง และช่วยกันปรับแก้วิธีทำหรือโจทย์ให้ถูกต้องเหมาะสม ครูจะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p> <p>3. <u>ขั้นสรุปการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา</u></p> <p>3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปข้อความรู้ตามสาระสำคัญข้อ 1 - ข้อ 3 โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนค้นหาข้อสรุปจากการพิจารณาผลงานที่ผ่านมาในคาบที่ 1 และคาบที่ 2 แล้วให้นักเรียนจัดข้อสรุปลงในสมุด</p> <p>3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4 ครูเดินตรวจและใช้คำถามหรือตัวอย่างคำถามให้นักเรียนตระหนักถึงวิธีทำหรือคำตอบที่ขัดแย้งกับโจทย์หรือขัดแย้งกับเหตุผล</p> <p>นักเรียนนำแบบฝึกหัดที่เหลือไปทำต่อเป็นการบ้าน</p>	<p>โจทย์ที่นักเรียนสร้างเอง</p> <p>ผลงานของนักเรียนในคาบที่ 1 และคาบที่ 2</p>	<p>ประเมินความสามารถในการจัดข้อขัดแย้งระหว่างบุคคล</p> <p>สังเกตการตอบคำถาม</p> <p>ตรวจแบบฝึกหัด</p>

ชื่อผู้ตั้งโจทย์..... ชื่อผู้ทำ.....

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ โดยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้ ในกระดาษทด

- กำหนดอัตราส่วนขึ้นมาจำนวนหนึ่ง เช่น $\frac{8}{15}$
- หาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนในข้อ 1 มา 3 - 4 อัตราส่วน เช่น

$$\frac{8}{15} = \frac{8 \times 3}{15 \times 3} = \frac{24}{45}$$

$$\frac{8}{15} = \frac{8 \times 5}{15 \times 5} = \frac{40}{75}$$

$$\frac{8}{15} = \frac{8 \times 10}{15 \times 10} = \frac{80}{150}$$

ดังนั้น $\frac{8}{15} = \frac{24}{45} = \frac{40}{75} = \frac{80}{150}$

- เลือกอัตราส่วนในข้อ 2 จำนวน 2 อัตราส่วน มาเขียนเป็นสัดส่วน ดังตัวอย่าง

$$\frac{24}{45} = \frac{40}{75}$$

- สร้างโจทย์โดยนำตัวแปรมาแทนจำนวนใดจำนวนหนึ่งของสัดส่วนในข้อ 3 เช่น

จงหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร a ในสัดส่วน $\frac{24}{45} = \frac{40}{a}$

ให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นตอนที่ 1 ถึง 4 ในกระดาษทด แล้วนำโจทย์ที่ได้มาเขียนลงในกรอบข้างล่างนี้ และแลกเปลี่ยนกันหาคำตอบกับเพื่อน 1 คน

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาโดยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้ ในกระดาษทด

- กำหนดอัตราส่วนขึ้นมาจำนวนหนึ่ง เช่น $\frac{7}{20}$
- หาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนในข้อ 1 มา 3 - 4 อัตราส่วน เช่น

$$\frac{7}{20} = \frac{7 \times 2}{20 \times 2} = \frac{14}{40}$$

$$\frac{7}{20} = \frac{7 \times 5}{20 \times 5} = \frac{35}{100}$$

$$\frac{7}{20} = \frac{7 \times 9}{20 \times 9} = \frac{63}{180}$$

ดังนั้น $\frac{7}{20} = \frac{14}{40} = \frac{35}{100} = \frac{63}{180}$

- เลือกอัตราส่วนในข้อ 2 จำนวน 2 อัตราส่วน มาเขียนเป็นสัดส่วน ดังตัวอย่าง

$$\frac{14}{40} = \frac{63}{180}$$

- สร้างโจทย์ปัญหาจากสัดส่วนในข้อ 3 เช่น "ในวันหยุด มาลีรับจ้างตัดกระดุมเสื้อ ในอัตรา 14 ตัว คือ 40 บาท ถ้ามาลีตัดกระดุมเสื้อได้ 63 ตัว มาลีจะได้เงินกี่บาท"

ให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นตอนที่ 1 ถึง 4 ในกระดาษทด แล้วนำโจทย์ปัญหาที่ได้ไป

เขียนในหน้า 2 และแลกเปลี่ยนกันแก้โจทย์ปัญหากับเพื่อน 1 คน

ชื่อผู้ตั้งปัญหา.....

ชื่อผู้ทำ.....

โจทย์ปัญหา

วิธีทำ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัด 4

1. จงหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรในสัดส่วนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$(1) \frac{28}{7} = \frac{x}{21}$$

$$(2) \frac{24}{30} = \frac{8}{c}$$

$$(3) \frac{19}{a} = \frac{38}{14}$$

$$(4) \frac{4}{b} = \frac{1}{9}$$

$$(5) \frac{c}{21} = \frac{24}{28}$$

$$(6) \frac{15}{20} = \frac{9}{m}$$

2. ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียนชาย 4 คนต่อนักเรียนหญิงทุก ๆ 3 คน

(1) จงเขียนอัตราส่วนของจำนวนนักเรียนชายต่อจำนวนนักเรียนหญิง

(2) ถ้าห้องเรียนห้องนี้มีนักเรียนชาย 16 คน จะมีนักเรียนหญิงกี่คน

(3) ถ้าห้องเรียนห้องนี้มีนักเรียนหญิง 27 คน จะมีนักเรียนชายกี่คน

(4) ถ้าห้องเรียนห้องนี้มีนักเรียนทั้งหมด 35 คน จะมีนักเรียนชายกี่คน และนักเรียนหญิงกี่คน

3. หลังจากการออกกำลังกาย ชีพจรของนภาเต้น 28 ครั้ง ในเวลา 15 วินาที จงหาว่าชีพจรของนภาเต้นกี่ครั้งต่อนาที

4. แคลเซียมเป็นธาตุชนิดหนึ่งที่ช่วยเสริมสร้างกระดูกและฟันให้แข็งแรง นมแก้วหนึ่งมีปริมาณ 200 กรัม ให้แคลเซียม 288 มิลลิกรัม ถ้าเราต้องการแคลเซียมจากนมวันละ 1,080 มิลลิกรัม จะต้องดื่มนมวันละกี่แก้ว

5. บนแผนที่โลกแผ่นหนึ่ง วัดระยะระหว่างปารีสและโรมได้ 5.5 เซนติเมตร ถ้าระยะที่เครื่องบินบินตรงระหว่างเมืองทั้งสองประมาณ 1,100 กิโลเมตร จงหาว่า ในการเขียนแผนที่โลกแผ่นนี้ ใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตรต่อกี่กิโลเมตร

แผนการสอนที่ 5

เรื่อง ร้อยละ

เวลา 6 คาบ

จุดประสงค์ทั่วไป

นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. เปลี่ยนร้อยละให้อยู่ในรูปอัตราส่วน และเปลี่ยนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละได้
2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ

สาระสำคัญ

1. ร้อยละ หรือ เปอร์เซนต์ (percent) แปลว่า ต่อร้อย แทนด้วยสัญลักษณ์ %
2. ความหมายของร้อยละ หรือ เปอร์เซนต์ ในรูปของอัตราส่วน หมายถึง อัตราส่วนที่จำนวนหลังเป็น 100 เช่น 65% หมายถึง 65 : 100 ดังนั้นการเขียนร้อยละให้อยู่ในรูปอัตราส่วน จึงเป็นการเขียนตามความหมาย เช่น

$$80\% = \frac{80}{100} = \frac{8}{10}$$

3. การเขียนอัตราส่วนใดให้อยู่ในรูปร้อยละ ทำได้โดยการเขียนอัตราส่วนนั้นให้อยู่ในรูปของอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังเป็น 100 ก่อน เช่น

$$\frac{18}{25} = \frac{18 \times 4}{25 \times 4} = \frac{72}{100} = 72\%$$

4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ พิจารณาตามโครงสร้างของโจทย์เมื่อเขียนให้อยู่ในรูปสัดส่วน แบ่งได้เป็น 3 กรณี ได้แก่

กรณีที่ 1 กำหนดร้อยละ และจำนวนหลังของอัตราส่วนอัตราส่วนหนึ่ง แล้วให้หาจำนวนแรกของอัตราส่วนนั้น เช่น

โจทย์ปัญหา: บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงาน 350 คน มีพนักงานที่สมัครทำงานวันเสาร์ 22% ในวันเสาร์จะมีพนักงานทำงานกี่คน

แทนจำนวนที่ต้องการหาด้วย a เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{a}{350} = \frac{22}{100}$$

↓ จำนวนพนักงานที่ทำงานวันเสาร์ ↓
↑ จำนวนพนักงานทั้งหมด ↑

กรณีที่ 2 กำหนดจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนอัตราส่วนหนึ่ง แล้วให้หาร้อยละ เช่น

โจทย์ปัญหา: ทีมฟุตบอลของโรงเรียนแห่งหนึ่งลงแข่งขัน 20 ครั้ง ชนะ 18 ครั้ง จำนวนครั้งที่ชนะคิดเป็นร้อยละเท่าใด
แทนจำนวนที่ต้องการหาด้วย b เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{18}{20} = \frac{b}{100}$$

↓ จำนวนครั้งที่ชนะ ↓
↑ จำนวนครั้งที่ลงแข่งขัน ↑

กรณีที่ 3 กำหนดร้อยละ และจำนวนแรกของอัตราส่วนอัตราส่วนหนึ่ง แล้วให้หาจำนวนหลังของอัตราส่วนนั้น เช่น

โจทย์ปัญหา: ช็อกโกแลตเป่าใบหนึ่งได้ส่วนลด 65 บาท ซึ่งคิดเป็น 25% ของราคาที่คิดไว้ จงหาราคาที่คิดไว้
แทนจำนวนที่ต้องการหาด้วย c เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{65}{c} = \frac{25}{100}$$

↓ ส่วนลด ↓
↑ ราคาที่คิดไว้ ↑

5. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละโดยใช้สัดส่วน มีขั้นตอน ดังนี้
- 5.1 กำหนดตัวแปรตามจำนวนที่ต้องการหา
 - 5.2 เขียนสัดส่วนแสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน ซึ่งมีอัตราส่วนอัตราส่วนหนึ่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 100 แล้วหาค่าของตัวแปรในสัดส่วนโดยใช้หลักการคูณ หลักการหาร หรือหลักการเท่ากันของผลคูณไขว้

ความรู้พื้นฐาน

1. การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละด้วยวิธีเปลี่ยน ร้อยละ a ของ b ให้อยู่ในรูป $\frac{a}{100} \times b$ เมื่อ a, b แทนค่าคงตัว หรือด้วยวิธีเทียบปัญญัตติไตรยางศ์
2. การเขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบจำนวนของสิ่งสองสิ่ง
3. การหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรในสัดส่วนที่กำหนดให้ โดยใช้หลักการคูณ หลักการหาร หรือ หลักการเท่ากันของผลคูณไขว้
4. การแก้สมการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่	กิจกรรมการเรียนการสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
1	<p>1. <u>ขั้นสร้างความรู้ความเข้าใจทางปัญหา</u></p> <p>1.1 ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหา 1 เป็นรายบุคคล</p> <p>ปัญหา 1 : บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงาน 350 คน มีพนักงานที่สมัครทำงานวันเสาร์ 22% ของจำนวนพนักงานทั้งหมด ในวันเสาร์มีพนักงานทำงานกี่คน</p> <p>1.2 นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน สมาชิกกลุ่มแลกเปลี่ยนกันวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ของสมาชิกแต่ละคน</p> <p>2. <u>ขั้นดำเนินกิจกรรมได้ตรง</u></p> <p>2.1 กลุ่มช่วยกันตรวจสอบวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ที่สมาชิกกลุ่มเสนอมา ดังนี้</p> <p>2.1.1 สร้างโจทย์ปัญหา 2 ที่มีโครงสร้างแบบเดียวกับปัญหา 1 ประกอบด้วยเรื่องราวและจำนวนที่คุ้นเคยซึ่งนักเรียนทราบคำตอบอยู่แล้ว หรือมั่นใจว่าหาคำตอบได้ถูกต้องแน่นอน มาตรวจสอบวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ของสมาชิกแต่ละคน เช่น</p> <p>ปัญหา 2: ในการสอบกลางภาควิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 30 คะแนน นักเรียนที่สอบได้ต่ำกว่า 50% ของคะแนนเต็มต้องสอบแก้ตัว นักเรียนที่ต้องสอบแก้ตัววิชาคณิตศาสตร์คือนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่ากี่คะแนน</p> <p>[นักเรียนทราบคำตอบอยู่แล้วจากประสบการณ์ในชีวิตจริง]</p>	<p>กระดาษสำหรับรายบุคคลในการหาคำตอบของปัญหา 1</p>	<p>สังเกตว่านักเรียนหาคำตอบโดยวิธีใด</p> <p>พิจารณาปัญหา 2 ที่นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างขึ้นว่ามีโครงสร้างที่เหมือนกันกับปัญหา 1 หรือไม่</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.1.2 นำวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมาลองใช้กับปัญหา 2 ว่าจะได้คำตอบเท่ากับคำตอบที่นักเรียนทราบอยู่แล้วหรือไม่ วิธีที่นำมาใช้กับปัญหา 2 แล้วได้คำตอบตรงกับคำตอบที่ทราบอยู่แล้ว จะเป็นที่ยอมรับ ซึ่งอาจมีได้มากกว่า 1 วิธี ส่วนวิธีที่นำมาใช้กับปัญหา 2 แล้วได้ผลไม่ตรงกับคำตอบที่ทราบอยู่แล้ว ก็จะตกไป</p> <p>2.2 ถ้าไม่มีวิธีของสมาชิกคนใดในกลุ่มสามารถนำมาใช้หาคำตอบของปัญหา 2 ให้ได้คำตอบตรงกับคำตอบที่ทราบอยู่แล้ว ให้กลุ่มช่วยกันปรับเปลี่ยนวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ใหม่ จนได้วิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ที่นำมาหาคำตอบของปัญหา 2 ได้คำตอบตรงกับคำตอบที่ทราบอยู่แล้วด้วย ซึ่งอาจหาได้มากกว่า 1 วิธี</p> <p>2.3 กลุ่มทำการตกลงเลือกวิธีที่ดีที่สุดตามความเห็นของกลุ่ม และเป็นวิธีที่สมาชิกทุกคนในกลุ่มยอมรับ แล้วช่วยกันทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความพร้อมที่จะเป็นตัวแทนในการนำเสนอผลงานของกลุ่ม ตอบข้อซักถาม และชี้แจงเหตุผลต่อกลุ่มใหญ่ได้</p> <p>2.4 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มย่อยที่เลือกวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ต่างกัน มาเสนอวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ต่อกลุ่มใหญ่ กลุ่มอื่นช่วยกันซักถามและเสนอตัวอย่างค้าน มาค้านวิธีหาคำตอบที่ค้านได้ โดยการแสดงให้เห็นว่าวิธีที่บางกลุ่มเสนอมานั้น เมื่อนำมาใช้หาคำตอบของปัญหา 2 ของกลุ่มผู้ค้าน ได้คำตอบไม่ตรงกับคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานั้น</p>	<p>วิธีหาคำตอบของปัญหา 1 ของสมาชิกแต่ละคน</p> <p>วิธีหาคำตอบของปัญหา 1</p> <p>วิธีหาคำตอบของปัญหา 1</p>	<p>สังเกตการช่วยเหลือกันในกลุ่ม, การแสดงความคิดเห็น และการรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น</p> <p>ตรวจผลงานกลุ่มย่อยที่ต่างกันของกลุ่มย่อยต่าง</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.5 ครูเสนอวิธีหาคำตอบของปัญหา 1 โดยการให้ตัวแปร a แทนจำนวนพนักงานที่ทำงานในวันเสาร์ เขียนสัดส่วนแสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน ซึ่งอัตราส่วนหนึ่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนพนักงานที่ทำงานในวันเสาร์ต่อจำนวนพนักงานทั้งหมด อัตราส่วนอีกอัตราส่วนหนึ่งแสดงความหมายของ 22% แล้วหาค่าของ a ในสัดส่วนดังนี้ (เมื่อพบว่าไม่มีกลุ่มใดเสนอวิธีนี้ในการหาคำตอบของปัญหา 1 ถ้ามีก็ดำเนินการตามข้อ 2.5.1 ต่อไป)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>ให้ a แทนจำนวนพนักงานที่ทำงานในวันเสาร์</p> <p>จากโจทย์จะได้ $\frac{a}{350} = \frac{22}{100}$</p> <p>คูณไขว้จะได้ $a \times 100 = 350 \times 22$</p> $\frac{a \times 100}{100} = \frac{350 \times 22}{100}$ $a = 77$ <p>ดังนั้น จะมีพนักงานทำงานในวันเสาร์ 77 คน</p> </div> <p>ให้นักเรียนลองใช้วิธีหาคำตอบข้างบนนี้กับปัญหา 2 ของนักเรียนว่าจะได้คำตอบตรงกับคำตอบของปัญหา 2 ของนักเรียนหรือไม่ ถ้าไม่ตรง ให้นักเรียนเสนอปัญหา 2 ของนักเรียนมาเป็นตัวอย่างคำนวณวิธีทำข้างบนนี้ ถ้านักเรียนไม่สามารถหาตัวอย่างมาคำนวณได้ นักเรียนต้องยอมรับว่าวิธีนี้เป็นวิธีหนึ่งซึ่งใช้ในการหาคำตอบของปัญหาเกี่ยวกับร้อยละได้ และให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย</p>	<p>ปัญหา 2</p> <p>ให้นักเรียนสร้างชิ้นเอง</p>	<p>สังเกตการซักถามข้อสงสัยของนักเรียน</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.5.1 ครูถามเกี่ยวกับอัตราส่วนในข้อ 2.5 ดังนี้</p> <p>(1) $\frac{a}{350}$ แทนอะไรในโจทย์ [จำนวนพนักงานที่ทำงานวันเสาร์ต่อจำนวนพนักงานทั้งหมด]</p> <p>(2) $\frac{22}{100}$ (อ่านว่า 22 ต่อ 100) แทนอะไรในโจทย์ [22%]</p> <p>(3) % แทนได้ด้วยอะไร [ต่อร้อย]</p> <p>(4) เขียน 18% ให้อยู่ในรูปอัตราส่วนได้อย่างไร $\left[\frac{18}{100} \right]$</p>	<p>คำถาม</p> <p>วิธีทำในข้อ 2.5</p>	<p>สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน</p>
2	<p>2.5.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5 ข้อ 1, 3, 4</p> <p>2.6 นักเรียนสร้างโจทย์ ทำโจทย์ที่สร้างเอง แลกเปลี่ยนกันทำโจทย์ที่เพื่อนสร้าง ตรวจสอบคำตอบกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน และตรวจสอบในกลุ่มใหญ่ ดังรายละเอียดต่อไปนี้</p> <p>2.6.1 นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาที่มีโครงสร้างแบบเดียวกับปัญหา 1 โดยการทำใบงาน 5.1</p> <p>2.6.2 นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์ที่สร้างเองกับเพื่อน 1 คน แก้ปัญหาในโจทย์ที่เพื่อนสร้าง แล้วตรวจสอบความถูกต้องกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน ซักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูจะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p>	<p>แบบฝึกหัด 5</p> <p>ใบงาน 5.1</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนสร้างเอง</p>	<p>ตรวจแบบฝึกหัด</p> <p>ประเมินโจทย์ที่นักเรียนสร้าง</p> <p>ประเมินความสามารถในการจัดข้อขัดแย้งระหว่างบุคคล</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.6.3 ให้นักเรียนเปลี่ยนโจทย์ปัญหาที่นักเรียน สร้างเองในใบงาน 5.1 มาเขียนโจทย์ปัญหาใหม่ใน ใบงาน 5.2 โดยเปลี่ยนจากการหาจำนวนแรกของอัตราส่วน ที่มีจำนวนหลังไม่เท่ากับ 100 มาเป็นการหาจำนวนแรกของ อัตราส่วนที่มีจำนวนหลังเท่ากับ 100 เช่น เปลี่ยนจาก</p> <p>"ในการสอบถามวัยรุ่นในกรุงเทพมหานครจำนวน 300 คน พบว่า มีผู้พบกบฏโทรศัพท์คิดตัว 64% วัยรุ่นที่ถูกสอบถามพบ กบฏโทรศัพท์คิดตัวกี่คน" ซึ่งนักเรียนทราบคำตอบจากการทำ ใบงานแล้วว่า มี 192 คน มาเป็นโจทย์ใหม่ ดังนี้</p> <p>"ในการสอบถามวัยรุ่นในกรุงเทพมหานครจำนวน 300 คน พบว่ามีผู้พบกบฏโทรศัพท์คิดตัวจำนวน 192 คน คิด เป็นร้อยละเท่าไร" [นักเรียนทราบคำตอบอยู่แล้ว จากโจทย์ เดิม คือ ร้อยละ 64]</p> <p>2.6.4 ให้นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์ปัญหากับเพื่อนคนใหม่ ที่ไม่ใช่คนที่แลกเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเดิม นำวิธีทำที่ใช้กับปัญหาเดิมมา ใช้กับปัญหาใหม่ในข้อ 2.6.3 โดยย้ายตำแหน่งของตัวแปร มาแทนจำนวนแรกของอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังเท่ากับ 100 แล้วแก้สมการหาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรตัวนั้น แล้วตรวจสอบ คำตอบกับเจ้าของปัญหา</p> <p>2.6.5 เลือกนักเรียน 2 คนที่มีวิธีทำต่างกันให้ แสดงวิธีหาคำตอบของปัญหาในข้อ 2.6.3 บนกระดาน นักเรียนคนอื่นช่วยคำนวณในจุดที่ขัดแย้งและช่วยกันปรับปรุงแก้ไข ให้ถูกต้อง ดังตัวอย่างต่อไปนี้</p>	<p>ใบงาน 5.2</p> <p>โจทย์ปัญหา ที่นักเรียน สร้างเองใน ใบงาน 5.1</p> <p>ปัญหาซึ่ง นักเรียน สร้างเอง</p>	<p>ประเมินความ สามารถในการ อ่านโจทย์หาคำ ถามของวิธีหา จำนวนแรกของ อัตราส่วนที่มี จำนวนหลัง ไม่เท่ากับ 100 มาใช้ในการหา จำนวนแรกของ อัตราส่วนที่มี จำนวนหลังเท่า กับ 100</p> <p>สังเกตการคำนวณ การขึ้นจงแสดง เหตุผลและ ปฏิบัติวิชาของ นักเรียนเมื่อถูก คำถามหรือเมื่อได้ รับการยอมรับ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>วิธีทำของนักเรียนคนที่ 1:</p> $\frac{192}{300} = \frac{a}{100}$ <p style="text-align: center;">↑ จำนวนวิธรุ่นที่ถูกลบตาม ↓</p> <p>คูณไขว้จะได้</p> $192 \times 100 = 300 \times a$ $\frac{192 \times 100}{300} = \frac{300 \times a}{300}$ $64 = a$ <p>ดังนั้น $\frac{a}{100} = \frac{64}{100} = 64\%$</p> <p>วิธีทำของนักเรียนคนที่ 2:</p> $\frac{192}{300} = \frac{a}{100}$ <p style="text-align: center;">↑ จำนวนวิธรุ่นที่ถูกลบตาม ↓</p> $\frac{192}{300} = \frac{192 \div 3}{300 \div 3} = \frac{64}{100}$ <p>ดังนั้น $\frac{a}{100} = \frac{64}{100} = 64\%$</p>		
	2.6.6 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5 ข้อ 2, 5, 6	แบบฝึกหัด 5	ตรวจแบบฝึกหัด

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
3	<p>2.6.7 นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนที่ต้องการหาเป็นจำนวนหลังของอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังไม่เท่ากับ 100 โดยการทำใบงาน 5.3</p> <p>2.6.8 นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์ที่สร้างเองกับเพื่อน 1 คน แก้ปัญหาในโจทย์ที่เพื่อนสร้าง แล้วตรวจสอบความถูกต้องกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน ซักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูจะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p> <p>2.6.9 สุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้แสดงวิธีหาคำตอบของปัญหาในใบงาน 5.3 บนกระดาน นักเรียนคนอื่นช่วยคำนวณในจุดที่ขัดแย้งและช่วยกันปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้อง ดังตัวอย่างต่อไปนี้</p> <p>โจทย์ปัญหา: ซื้อเสื้อตัวหนึ่งได้ส่วนลด 65 บาท ซึ่งคิดเป็น 25% ของราคาที่คิดไว้ จงหาราคาที่คิดไว้</p> <div style="text-align: center;"> $\frac{25}{100} = \frac{65}{a}$ <p>คุณไขว้จะได้</p> $25 \times a = 65 \times 100$ $\frac{25 \times a}{25} = \frac{65 \times 100}{25}$ $a = 260$ <p>ดังนั้น ราคาที่คิดไว้คือ 260 บาท</p> </div>	<p>ใบงาน 5.3</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนสร้างเอง</p> <p>ปัญหาซึ่งนักเรียนสร้างเอง</p>	<p>ประเมินโจทย์ที่นักเรียนสร้าง</p> <p>ประเมินความสามารถในการจัดข้อขัดแย้งระหว่างบุคคล</p> <p>สังเกตการคำนวณที่แจ่มชัดและเหตุผลและปฏิบัติวิธานักเรียนเมื่อถูกคำนวณหรือเมื่อได้รับการยอมรับ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
4	<p>2.6.10 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5 ข้อ 7, 8</p> <p>3. <u>ขั้นสรุปการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา</u></p> <p>3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปข้อความสาระสำคัญข้อ 1 - ข้อ 5 โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนค้นหาข้อสรุปจากการพิจารณาผลงานที่ผ่านมาในคาบที่ 1 ถึงคาบที่ 3 แล้วให้นักเรียนจดข้อสรุปลงในสมุด</p> <p>3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัด</p> <p>3.2.1 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5 ข้อ 9-14</p>	<p>แบบฝึกหัด 5</p> <p>ผลงานของนักเรียนในคาบที่ 1 ถึง คาบที่ 3</p>	<p>ตรวจแบบฝึกหัด</p> <p>สังเกตการตอบคำถาม</p>
5	<p>3.2.2 สุ่มนักเรียน 5 คน แสดงวิธีทำแบบฝึกหัด 5 ข้อ 9-14 คนละ 1 ข้อบนกระดาน นักเรียนคนอื่น ๆ และครูช่วยกันในจุดที่ขัดแย้งและช่วยกันปรับปรุงแก้ไขให้ถูก</p> <p>3.2.3 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5 ข้อ 15-18 ต่อ</p> <p>ครูเดินดูและใช้คำถามหรือตัวอย่างคำถามให้นักเรียนตระหนักถึงวิธีทำหรือคำตอบที่ขัดแย้งกับโจทย์หรือขัดแย้งกับเหตุผล</p>	<p>แบบฝึกหัด 5</p>	<p>ตรวจแบบฝึกหัด</p> <p>สังเกตการดำเนินการชี้แจงและปฏิบัติวิชาของนักเรียนเมื่อถูกคำถามหรือเมื่อได้รับการยอมรับ</p>
6		<p>แบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ฯ ข้อ 14-33</p>	<p>วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วน และร้อยละ เป็นเวลา 40 นาที</p>

ชื่อผู้ตั้งโจทย์..... ชื่อผู้ทำ.....

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ โดยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

- กำหนดอัตราส่วนขึ้นมาอัตราส่วนหนึ่ง
- เปลี่ยนอัตราส่วนในข้อ 1 ให้อยู่ในรูปร้อยละ โดยใช้หลักการคูณ หรือหลักการหาร ให้ได้อัตราส่วนใหม่ที่มีจำนวนหลังเป็น 100 เช่น

$$\frac{11}{20} = \frac{11 \times 5}{20 \times 5} = \frac{55}{100} = 55\%$$

$$\frac{9}{15} = \frac{9 \times \frac{100}{15}}{15 \times \frac{100}{15}} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{15}{480} = \frac{15 \times \frac{100}{480}}{480 \times \frac{100}{480}} = \frac{3.125}{100} = 3.125\%$$

$$\frac{192}{300} = \frac{192 \div 3}{300 \div 3} = \frac{64}{100} = 64\%$$

- นำอัตราส่วนและร้อยละในข้อ 2 มาเขียนเป็นสัดส่วน แล้วใช้ตัวแปรแทนจำนวนแรก ของอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังไม่เท่ากับ 100 และสร้างโจทย์ปัญหาขึ้น ดังตัวอย่าง

นำ $\frac{192}{300} = 64\%$ มาเขียนเป็นสัดส่วน $\frac{192}{300} = \frac{64}{100}$

นำตัวแปร a มาแทน 192 จะได้ $\frac{a}{300} = \frac{64}{100}$

สร้างเป็นโจทย์ปัญหาได้ดังนี้:

ในการสอบถามวัยรุ่นในกรุงเทพมหานครจำนวน 300 คน พบว่ามีผู้พกบัตร
โทรศัพท์ที่ติดตัว 64% วัยรุ่นที่ถูกสอบถามพกบัตรโทรศัพท์ที่ติดตัวที่คน

ให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นตอนที่ 1 ถึง 3 ในกระดาษทด แล้วนำโจทย์ที่ได้มาเขียนลง
ในกรอบข้างล่างนี้ และแลกเปลี่ยนกันหาคำตอบกับเพื่อน 1 คน

โจทย์ปัญหา



วิธีทำ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อผู้ตั้งโจทย์..... ชื่อผู้ทำ.....

ให้นักเรียนเปลี่ยนโจทย์ปัญหาในใบงาน 5.1 เป็นโจทย์ปัญหาใหม่ โดยย้ายตัวแปร
ในข้อ 3 ของใบงาน 5.1 มาแทนจำนวนแรกของอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังเท่ากับ 100 เช่น

จากสัดส่วน $\frac{a}{300} = \frac{64}{100}$ ซึ่งได้มาจาก $\frac{192}{300} = \frac{64}{100}$ นั้น

ย้ายตัวแปร a มาแทน 64 จะได้ $\frac{192}{300} = \frac{a}{100}$

เปลี่ยนโจทย์ปัญหาในใบงาน 5.1 เป็นโจทย์ปัญหาใหม่ ได้ดังนี้

ในการสอบถามวัยรุ่นในกรุงเทพมหานครจำนวน 300 คน พบว่ามีผู้พกบัตร
โทรศัพท์มือถือ 192 คน วัยรุ่นที่ถูกสอบถามพกบัตรโทรศัพท์มือถือร้อยละเท่าไร

ให้นักเรียนดำเนินขั้นตอนการเปลี่ยนโจทย์ปัญหาในใบงาน 5.1 ตามตัวอย่างข้างบนนี้
ในกระดาษทด แล้วนำโจทย์ที่ได้มาเขียนลงในกรอบข้างล่างนี้ และแลกเปลี่ยนกันหาคำตอบกับ
เพื่อน 1 คนซึ่งไม่ใช่คนเดิมที่เคยแก้โจทย์ปัญหาในใบงาน 5.1 ของนักเรียนมาแล้ว

โจทย์ปัญหา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิธีทำ

ชื่อผู้ตั้งโจทย์..... ชื่อผู้ทำ.....

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ โดยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. กำหนดอัตราส่วนขึ้นมาอัตราส่วนหนึ่งที่มีจำนวนหลังเท่ากับ 100 แล้วเขียนให้อยู่ในรูป

$$\text{ร้อยละ เช่น } \frac{25}{100} = 25\%$$

2. ถ้าอัตราส่วนในข้อ 1 สามารถทอนเป็นอัตราส่วนอย่างต่ำได้ให้ทอนเป็นอัตราส่วน

$$\text{อย่างต่ำ เช่น } \frac{25}{100} = \frac{25 \div 5}{100 \div 5} = \frac{5}{20}$$

3. หาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนในข้อ 1 มา 3 - 4 อัตราส่วน เช่น

$$\frac{5}{20} = \frac{5 \times 2}{20 \times 2} = \frac{10}{40}$$

$$\frac{5}{20} = \frac{5 \times 10}{20 \times 10} = \frac{50}{200}$$

$$\frac{5}{20} = \frac{5 \times 13}{20 \times 13} = \frac{65}{260}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{25}{100} = \frac{5}{20} = \frac{10}{40} = \frac{50}{200} = \frac{65}{260}$$

4. นำอัตราส่วนในข้อ 1 และอัตราส่วนอีกอัตราส่วนหนึ่งที่เลือกมาจากข้อ 3 มาเขียนเป็นสัดส่วน แล้วใช้ตัวแปรแทนจำนวนหลังของอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังไม่เท่ากับ 100

และสร้างโจทย์ปัญหาขึ้น ดังตัวอย่าง

$$\text{นำ } \frac{25}{100} \text{ และ } \frac{65}{260} \text{ มาเขียนเป็นสัดส่วน } \frac{25}{100} = \frac{65}{260}$$

$$\text{นำตัวแปร } a \text{ มาแทน } 260 \text{ จะได้ } \frac{25}{100} = \frac{65}{a}$$

สร้างเป็นโจทย์ปัญหาได้ดังนี้:

ซื้อเสื้อตัวหนึ่งได้ส่วนลด 65 บาท ซึ่งคิดเป็น 25% ของราคาที่คิดไว้ จงหา
ราคาที่คิดไว้

ให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นตอนที่ 1 ถึง 5 ในกระดาษทด แล้วนำโจทย์ที่ได้มา
เขียนลงในกรอบข้างล่างนี้ และแลกเปลี่ยนกันหาคำตอบกับเพื่อน 1 คน

โจทย์ปัญหา:



วิธีทำ:

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัด 5

1. จงเขียนร้อยละในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอัตราส่วน

- | | |
|---------|-----------|
| (1) 18% | (6) 100% |
| (2) 95% | (7) 300% |
| (3) 5% | (8) 65% |
| (4) 14% | (9) 125% |
| (5) 1% | (10) 630% |

2. จงเขียนอัตราส่วนในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปร้อยละ

- | | |
|---------------------|----------------------|
| (1) $\frac{3}{20}$ | (6) $\frac{12}{500}$ |
| (2) $\frac{15}{10}$ | (7) $\frac{1}{3}$ |
| (3) $\frac{9}{15}$ | (8) $\frac{38}{600}$ |
| (4) $\frac{7}{7}$ | (9) $\frac{5}{6}$ |
| (5) $\frac{5}{2}$ | (10) $\frac{3}{8}$ |

3. จงหาผลลัพธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้

- (1) 75% ของ 60 เป็นเท่าไร
(75 ต่อ 100 เท่ากับจำนวนใดต่อ 60)
- (2) 4% ของ 250 เป็นเท่าไร
- (3) 160% ของ 80 เป็นเท่าไร

4. จงเขียนสัดส่วนและแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

- (1) ถ้าทีมบาสเกตบอลของโรงเรียนแห่งหนึ่งแข่งขันชนะ 75% ของจำนวนครั้งที่ลงแข่งขัน เมื่อทีมนี้ลงแข่งขัน 24 ครั้ง จะชนะกี่ครั้ง
- (2) ผงช็อกฟอกกล่องหนึ่งมีน้ำหนักสุทธิ 350 กรัม ถ้าบริษัทผู้ผลิตบรรจุผงช็อกฟอกน้อยลง 15% ผงช็อกฟอกในกล่องใหม่มีน้ำหนักสุทธิเท่าไร
- (3) วินัยจองบ้านพร้อมที่ดิน ราคา 750,000 บาท จะต้องจ่ายเงินดาวน์ 30% ของราคาบ้านและที่ดิน เขาจะต้องจ่ายเงินดาวน์จำนวนเท่าใด
- (4) จากจำนวนผู้สมัครสอบ 500 คน มีคนขาดสอบ 6.4% จงหาจำนวนผู้ขาดสอบ

5. จงหาผลลัพธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้

- (1) 7 เป็นกัเปอร์เซ็นต์ของ 25
(7 คือ 25 เท่ากับจำนวนใดคือ 100)
- (2) 78 เป็นกัเปอร์เซ็นต์ของ 120
- (3) 24 เป็นกัเปอร์เซ็นต์ของ 8

6. จงเขียนสัดส่วนและแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

- (1) ทีมฟุตบอลของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ลงแข่งขัน 20 ครั้ง ชนะ 18 ครั้ง จำนวนครั้งที่ชนะ คิดเป็นร้อยละเท่าใด
- (2) จากรายการโทรทัศน์ในเวลา 60 นาที เป็นรายการโฆษณาสินค้า 9 นาที จงหาร้อยละของเวลาที่ใช้โฆษณา
- (3) โรงเรียนแห่งหนึ่งมีจำนวนกล้องจุลทรรศน์ 12 เครื่อง คือนักเรียน 250 คน จงหาว่า โรงเรียนนี้มีจำนวนกล้องจุลทรรศน์เป็นร้อยละเท่าใดของจำนวนนักเรียน
- (4) ลัคคาซื้อวิทยุเครื่องหนึ่ง ราคาที่คิดไว้ 3,600 บาท ได้รับส่วนลดคิดเป็นเงิน 540 บาท ลัคคาได้รับส่วนลดกัเปอร์เซ็นต์

7. จงหาผลลัพธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้

- (1) 70 เป็น 35% ของจำนวนใด
(70 คือจำนวนใด เท่ากับ 35 ต่อ 100)
- (2) 35 เป็น 25% ของจำนวนใด
- (3) 420 เป็น 70% ของจำนวนใด

8. จงเขียนสัดส่วนและแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

- (1) นครชัยบุรีได้ระยะทาง 24 กิโลเมตร ระยะทางนี้เป็นเพียง 20% ของระยะทางทั้งหมดที่เขาเดินทาง จงหาว่า เขาจะต้องเดินทางทั้งหมดกี่กิโลเมตร
- (2) ธนาคารให้ดอกเบี้ยเงินฝากประเภทประจำร้อยละ 12.5 ต่อปี ถ้าต้องการดอกเบี้ย 800 บาทใน 1 ปี จะต้องฝากเงินเท่าไร
- (3) นครฝากเงินธนาคารเดือนละ 600 บาท ซึ่งคิดเป็น 30% ของเงินรายได้อันต่อเดือนของเขา จงหาว่านครมีรายได้อันต่อเดือนเท่าไร
- (4) ร้านค้าแห่งหนึ่งประกาศลดราคาสินค้าทุกชนิด 15% ถ้านิพนธ์ได้รับส่วนลดเมื่อซื้อพัดลมเครื่องหนึ่งเป็นเงิน 156 บาท จงหาว่าร้านค้าปิดราคาขายพัดลมเครื่องนี้เท่าไร

9. กสิกรผู้หนึ่งกู้เงินจากธนาคารเพื่อการเกษตรและสหกรณ์เป็นเงิน 6,000 บาท ต้องเสียดอกเบี้ยด้วยอัตราร้อยละ 14 ต่อปี จงหาว่า

- (1) เขาต้องเสียดอกเบี้ยแก่ธนาคารปีละเท่าไร
- (2) ถ้ากสิกรผู้นี้นำเงินที่กู้มาไปใช้ในการผลิต 60% ที่เหลือใช้ในการบริโภค อรรถทราบายว่าเขาเอาเงินไปใช้ในการบริโภคเป็นเงินเท่าไร

10. ในปัจจุบัน อำเภอ ๆ หนึ่งมีจำนวนประชากรประมาณ 12,500 คน คาดว่าอีก 10 ปีข้างหน้า จะมีประชากรเพิ่มขึ้น 7% จงหาว่า อีก 10 ปีข้างหน้า จะมีประชากรประมาณกี่คน

11. ถาดใบหนึ่งมีเงินผสมอยู่ 54 กรัม คิดเป็น 13.5% ของน้ำหนักของถาด ถาดใบนี้หนักกี่กรัม

12. บริษัทกำหนดราคาขายหนังสือพิมพ์รายวัน ฉบับละ 5 บาท และให้ส่วนแบ่งแก่ร้านค้าย่อย 35% ของราคาขาย ถ้าร้านค้าย่อยแห่งหนึ่งขายหนังสือพิมพ์ได้วันละ 248 ฉบับ จะได้ส่วนแบ่งวันละเท่าใด
13. โรงงานแห่งหนึ่งให้ค่าจ้างคนงาน 10% ของต้นทุนการผลิต ถ้าต้นทุนการผลิตวัสดุชิ้นหนึ่ง เป็น 328 บาท
- (1) คนงานได้ค่าจ้างผลิตเป็นเงินเท่าใดต่อวัสดุ 1 ชิ้น
 - (2) ถ้าโรงงานเพิ่มค่าจ้างให้อีก 10% ของค่าจ้างเดิม คนงานจะได้ค่าจ้างใหม่เป็นเงินเท่าใดต่อวัสดุ 1 ชิ้น
14. บริษัทผลิตฮาสีฟัน ตั้งราคาฮาสีฟันไว้หลอดละ 20 บาท ให้ส่วนลดแก่ร้านค้าปลีก 30% ของราคาที่ตั้งไว้ ร้านค้าปลีกประกาศลดราคาฮาสีฟัน 5% ของราคาที่ตั้งไว้ จงหาว่าถ้าร้านค้าปลีกขายฮาสีฟัน 100 หลอด จะได้กำไรเท่าไร
15. ร้านค้าเปิดราคาขายรองเท้าคู่หนึ่งไว้ 480 บาท และประกาศลดราคาลง 15% ถ้ารองเท้าคู่นี้มีต้นทุน 300 บาท ร้านค้าขายได้กำไรร้อยละเท่าไร
16. บริษัทแห่งหนึ่งซื้อมีเตอร์มาราคาเครื่องละ 200 บาท จะต้องเสียค่าใช้จ่ายในการนำเข้า 25% ของราคาซื้อ ถ้าบริษัทตั้งราคามีเตอร์เครื่องละ 300 บาท จะได้กำไรที่เปอร์เซ็นต์
17. เครื่องบินลำหนึ่งบินเร็วกว่าอัตราเร็วของเสียง 5% ถ้าอัตราเร็วของเสียงเป็น 1,200 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาอัตราเร็วของเครื่องบินลำนี้
18. รุ่งอรุณต้องการซื้อกระเป๋าแบบหนึ่งซึ่งมีขายที่ร้านถวัลรัตน์และร้านมะลิวัลย์ ร้านถวัลรัตน์เปิดราคาขายที่รวมภาษีมูลค่าเพิ่มไว้แล้วเป็นเงิน 370 บาท ร้านมะลิวัลย์เปิดราคาขายที่ยังไม่รวมภาษีมูลค่าเพิ่มไว้เป็นเงิน 350 บาท ถ้าซื้อกระเป๋าจากร้านมะลิวัลย์ จะต้องเสียภาษีมูลค่าเพิ่มอีก 7% กระเป๋าจากร้านใดราคาถูกลง และถูกลงเท่าไร

แผนการสอนที่ 6

เรื่อง จำนวนเต็มลบ

เวลา 4 คาบ

จุดประสงค์ทั่วไป

ให้นักเรียนรู้จักจำนวนเต็มลบ

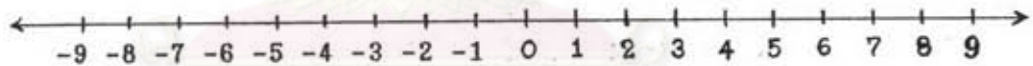
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. เขียนสัญลักษณ์และเรียกชื่อของจำนวนเต็มลบ
2. เขียนจุดบนเส้นจำนวนแทนจำนวนเต็มลบที่กำหนดให้
3. เรียงลำดับจำนวนเต็มลบจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย
4. นำความรู้เรื่องจำนวนเต็มลบไปใช้แก้โจทย์ปัญหา

สาระสำคัญ

1. จำนวนเต็มลบ ได้แก่ $-1, -2, -3, \dots$ อ่านว่า ลบหนึ่ง, ลบสอง, ลบสาม, ... เป็นจำนวนที่นักคณิตศาสตร์สร้างขึ้น แทนด้วยจุดที่อยู่ทางซ้ายของ 0 บนเส้นจำนวน



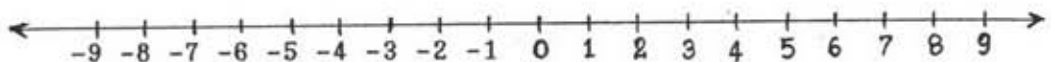
-1 และ 1 อยู่ห่างจาก 0 เท่ากัน

-2 และ 2 อยู่ห่างจาก 0 เท่ากัน

-3 และ 3 อยู่ห่างจาก 0 เท่ากัน

ฯลฯ

2. เมื่อนับไปทางซ้ายของ 0 ทีละหนึ่งจะได้จำนวนที่น้อยลง ๆ แต่ไม่สามารถหาจำนวนที่น้อยที่สุดได้ เพราะสามารถนับไปทางซ้ายได้โดยไม่มีที่สิ้นสุด
3. ในการเปรียบเทียบว่าจำนวนเต็มลบใดมากกว่า จำนวนเต็มลบใดน้อยกว่าทำได้ง่ายโดยให้เส้นจำนวน จำนวนที่อยู่ทางซ้ายจะน้อยกว่าจำนวนที่อยู่ทางขวา ดังตัวอย่าง



-9 น้อยกว่า -8 ใช้สัญลักษณ์ $-9 < -8$, -4 มากกว่า -5 ใช้สัญลักษณ์ $-4 > -5$

ความรู้พื้นฐาน

1. การแทนจำนวนเต็มบวกและศูนย์ด้วยจุดบนเส้นจำนวน
2. การบวกและการลบจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวกบนเส้นจำนวน

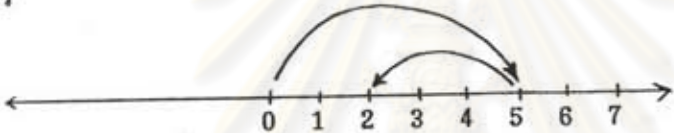
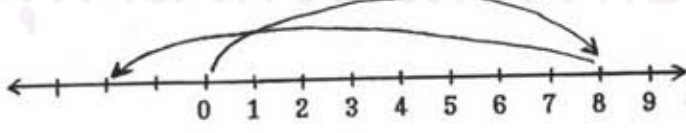


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

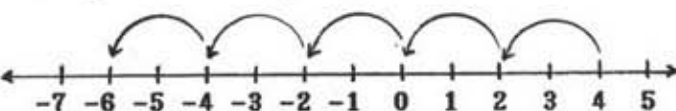
คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
1	<p>1. <u>ขั้นสร้างความขัดแย้งทางปัญญา</u></p> <p>1.1 ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหา ในใบงาน 6.1 เป็นรายบุคคล</p> <p>ปัญหา: รุจิรามีเงินอยู่ 8 บาท ซื้อข้าวผัดไป 10 บาท จะเหลือเงินกี่บาท ?</p> <p>1.2 นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน นักเรียนแต่ละคนรับใบงานของคนที่นั่งทางขวามือของตนมาพิจารณา และแสดงวิธีหาคำตอบของคนที่นั่งหรือต่างจากวิธีหาคำตอบในใบงานที่รับมา เขียนชื่อของคนกำกับไว้ แล้วส่งต่อไปยังคนที่นั่งทางซ้ายของตน</p> <p>2. <u>ขั้นดำเนินกิจกรรมไตร่ตรอง</u></p> <p>2.1 สมาชิกกลุ่มช่วยกันตรวจสอบวิธีหาคำตอบของผู้ร่วมกลุ่มในใบงาน 6.1 ซึ่งคนรับมาจากผู้ที่นั่งทางขวา โดยการสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ที่มีโครงสร้างแบบเดียวกับโจทย์ปัญหาเดิม แต่ประกอบด้วยจำนวนที่นักเรียนหาคำตอบได้ตามปกติ และมั่นใจว่าถูกต้อง แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นเพื่อสนับสนุนหรือค้านวิธีหาคำตอบในใบงานที่รับมา แล้วส่งต่อให้คนที่นั่งอยู่ทางด้านซ้ายของตน และรับใบงาน 6.1 ของสมาชิกคนใหม่จากผู้ที่นั่งอยู่ทางด้านขวาของตนมาดำเนินการแบบเดียวกันกับที่ดำเนินการในใบงานใบก่อน จนกระทั่งใบงานใบเดิมของตนเวียนมาอยู่ในมือของตน</p>	<p>ใบงาน 6.1</p> <p>โจทย์ปัญหา และวิธีหาคำตอบของนักเรียนสร้างขึ้นมาใหม่</p>	<p>สังเกตความรู้ลึกซึ้งที่นักเรียนมีต่อปัญหาในใบงาน 6.1 และต่อวิธีหาคำตอบของเพื่อนร่วมกลุ่ม</p> <p>พิจารณาโจทย์ปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้นมาใหม่ว่ามีโครงสร้างแบบเดียวกันกับโจทย์ปัญหาเดิมหรือไม่</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนการสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.2 เจ้าของชื่อแรกในใบงานอ่านและพิจารณาโจทย์ปัญหาและวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่สมาชิกผู้ร่วมกลุ่มเสนอมาในใบงาน ชักถามข้อสงสัยจากผู้เสนอ แล้วเขียนวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเดิมใหม่ตามแบบของสมาชิกผู้ร่วมกลุ่มที่ตนเห็นด้วยมากที่สุด หรือตามแบบเดิมของตนเมื่อพิจารณาแล้วยังคงเห็นว่าแบบเดิมของตนถูก</p> <p>2.3 กลุ่มทำการตกลงเลือกวิธีหาคำตอบของปัญหาเดิมในใบงาน 6.1 ซึ่งเป็นวิธีที่ไม่มีใครสามารถหาตัวอย่างมาคำนวณได้ ใ้รายงานต่อกลุ่มใหญ่ และช่วยกันทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความพร้อมที่จะเป็นตัวแทนในการนำเสนอผลงานของกลุ่ม ตอบข้อซักถาม และชี้แจงเหตุผลต่อกลุ่มใหญ่ได้</p>	<p>โจทย์ปัญหาและวิธีหาคำตอบซึ่งเสนอโดยสมาชิกผู้ร่วมกลุ่ม</p>	
2	<p>2.4 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มย่อยที่เลือกวิธีหาคำตอบของปัญหาในใบงาน 6.1 ต่างกัน มาเสนอวิธีหาคำตอบต่อกลุ่มใหญ่ กลุ่มอื่นช่วยกันซักถามและเสนอตัวอย่างคำนวณ คำคำนวณวิธีหาคำตอบที่คำนวณได้ โดยการแสดงให้เห็นว่าวิธีที่บางกลุ่มเสนอนั้น เมื่อนำมาใช้หาคำตอบของปัญหาต่าง ๆ ที่มีโครงสร้างแบบเดียวกับปัญหาเดิม ได้คำตอบไม่ตรงกับคำตอบที่ทุกคนทราบดี วิธีที่ไม่มีใครคำนวณได้จะเป็นที่ยอมรับ</p> <p>2.5 ในกรณีที่ไม่มีกลุ่มใดเสนอวิธีหาคำตอบได้ถูกต้อง ครูจะเสนอวิธีหาคำตอบโดยใช้ตัวอย่างและคำถามประกอบการนำเสนอ ดังนี้ (ถ้ามี ก็ดำเนินกิจกรรมตามข้อ 2.5.1 ต่อไป)</p> <p>(1) สรรพสามีของจดหมาย 5 ใบ ให้เพื่อนไป 3 ใบ เหลือกี่ใบ [2 ใบ]</p>	<p>วิธีหาคำตอบของปัญหาในใบงาน 6.1 ที่ต่างกันของกลุ่มย่อย</p>	<p>สังเกตการช่วยเหลือกันในกลุ่ม, การแสดงความคิดเห็น และการรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น</p> <p>ตรวจผลงานกลุ่มย่อย</p> <p>สังเกตการซักถาม การชี้แจง การเสนอ ตัวอย่างคำนวณ และการยอมรับข้อผิดพลาด</p> <p>ตัวอย่างและคำถาม</p>

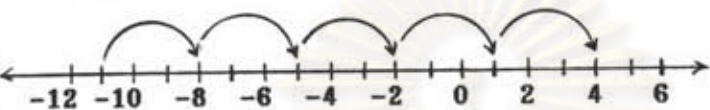


คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>(2) 2 ได้มาอย่างไร [5-3]</p> <p>(3) เราอาจตอบคำถามในข้อ (1) ว่า "ศรรวมเหลือช่องจดหมาย 5-3 ใบ ตัวตั้งคือจำนวนของอะไร ตัวลบคือจำนวนของอะไร [ตัวตั้งคือจำนวนช่องที่มีอยู่ และตัวลบคือจำนวนช่องที่ให้เพื่อนไป]</p> <p>(4) เราหาคำตอบของ 5-3 บนเส้นจำนวนได้อย่างไร</p>  <p>จาก 5 นับย้อนมาทางซ้าย 3 ช่อง</p> <p>(5) เรานำรูปแบบ "ศรรวมเหลือช่องจดหมาย 5-3 ใบ" ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาแรกได้อย่างไร [รุจิระจะเหลือเงิน 8-10 บาท เนื่องจาก 8 เป็นจำนวนเงินที่มีอยู่ จึงเป็นตัวตั้ง และ 10 เป็นจำนวนเงินที่จ่ายไป จึงเป็นตัวลบ]</p> <p>(6) เราสามารถหาคำตอบของ 8-10 ในทำนองเดียวกันกับการหาคำตอบของ 5-3 บนเส้นจำนวนได้อย่างไร</p>  <p>จาก 8 นับย้อนมาทางซ้าย 10 ช่อง</p> <p>(7) จุดที่แทนคำตอบของ 8-10 อยู่ทางซ้ายหรือทางขวาของ 0 บนเส้นจำนวน [ซ้าย]</p>		<p>สังเกตการตอบคำถาม และการนำวิธีหาคำตอบของปัญหาหนึ่งไปใช้ในอีกปัญหาหนึ่งซึ่งมีโครงสร้างแบบเดียวกัน</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.5.1 ครูเขียนสัญลักษณ์ -2 ตรงจุดที่แทนค่าตอบของ 8-10 บนเส้นจำนวน บอกให้นักเรียนทราบว่า นักคณิตศาสตร์ใช้สัญลักษณ์ -2 แทนจุดที่เป็นค่าตอบของ 8-10 ดังนั้น $8-10 = -2$ อ่านว่า ลบสอง</p> <p>ครูถามต่อไปเพื่อให้นักเรียนรู้จักจำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือของ 0 มากขึ้น ดังนี้</p> <p>(1) -2 แทนด้วยจุดที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้าย 2 ช่อง [2 ช่อง]</p> <p>(2) จุดที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้าย 3 ช่อง แทนจำนวนใด [ลบสาม]</p> <p>(3) จุดที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้าย 7 ช่อง แทนจำนวนใด [ลบเจ็ด]</p> <p>(4) จุดที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้าย 20 ช่อง แทนจำนวนใด [ลบยี่สิบ]</p> <p>ครูบอกให้นักเรียนทราบว่านักคณิตศาสตร์เรียก ลบสอง ลบสาม ลบเจ็ด ลบยี่สิบ ว่า จำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มลบมีมากมายไม่มีที่สิ้นสุด เช่นเดียวกับจำนวนนับที่อยู่ทางขวาของ 0</p> <p>2.5.2 ครูสุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้เขียนสัญลักษณ์ -1 จนถึง -10 บนเส้นจำนวน นักเรียนคนอื่นช่วยกันด้านในจุดที่ขีดแข็ง และช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้อง</p> <p>2.5.3 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 6 ข้อ 1, 2 เป็นการบ้าน</p>	<p>เส้นจำนวนที่ ยังไม่มีสัญลักษณ์กำกับ จุดที่อยู่ทาง ซ้ายของ 0</p> <p>กระดาษ- กราฟสำหรับ เขียนเส้น- จำนวน</p> <p>แบบฝึกหัด 6</p>	<p>ประเมินความ เข้าใจของ นักเรียนจาก คำตอบของ นักเรียน</p> <p>ประเมินผลการทำงาน เขียนสัญลักษณ์ แทนจำนวนเต็ม ลบบนเส้นจำนวน</p> <p>ตรวจแบบฝึกหัด</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
3	<p>2.6 นักเรียนตั้งโจทย์ ทำโจทย์ที่ตัวเอง แลกเปลี่ยนกันทำโจทย์ที่เพื่อนตั้ง ตรวจสอบคำตอบกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน และตรวจสอบในกลุ่มใหญ่ ดังรายละเอียดต่อไปนี้</p> <p>2.6.1 นักเรียนรับใบงาน 6.2 มาตั้งโจทย์ตามเงื่อนไขที่กำหนด แล้วทำโจทย์ที่ตัวเองในสมุด</p> <p>2.6.2 นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์ที่ตัวเองกับเพื่อน 1 คน หาคำตอบของโจทย์ที่เพื่อนตั้ง แล้วตรวจสอบความถูกต้องกับเจ้าของโจทย์ ซักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูจะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่ไม่สามารถขจัดข้อขัดแย้งเองได้</p> <p>2.6.3 ครูเลือกโจทย์ข้อ 1 ในใบงาน 6.2 ของนักเรียนคนหนึ่งมาเขียนบนกระดาน ดังตัวอย่าง</p> <p>โจทย์: จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก 4 โดยลดลงทีละ 2</p> <p>ให้นักเรียนคนหนึ่งให้แสดงวิธีหาคำตอบบนเส้นจำนวน นักเรียนคนอื่นซักถามหรือช่วยด้านในจุดที่ขัดแย้ง และช่วยกันแก้ไขจนถูกต้อง ดังนี้</p>  <p>จำนวน 5 จำนวนนั้นได้แก่ 2, 0, -2, -4, -6</p>	<p>ใบงาน 6.2</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนตั้งเอง</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนตั้ง</p> <p>เอง</p> <p>กระดาน-กราฟสำหรับเขียนเส้น-จำนวน</p>	<p>ประเมินโจทย์ที่นักเรียนตั้งขึ้น</p> <p>ประเมินความสามารถในการขจัดข้อขัดแย้งระหว่างบุคคล</p> <p>สังเกตการซักถาม การดำเนินการที่แจ้งและปฏิบัติวิธษของนักเรียนเมื่อถูกถามหรือได้รับ การยอมรับ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>ครูถามนักเรียนด้วยคำถามต่อไปนี้</p> <p>(1) การหาจำนวนที่ต่อจาก 4 บนเส้นจำนวน โดยลดลงทีละ 2 เรานับไปทางซ้ายหรือทางขวาของ 4 [ทางซ้าย]</p> <p>(2) การนับไปทางซ้ายจะได้จำนวนที่น้อยลงหรือมากขึ้น [น้อยลง]</p> <p>(3) 2 อยู่ทางซ้ายหรือทางขวาของ 4 [ซ้าย]</p> <p>(4) 2 น้อยกว่า หรือ มากกว่า 4 [น้อยกว่า]</p> <p>(5) 0 อยู่ทางซ้ายหรือทางขวาของ 2 [ซ้าย]</p> <p>(6) 0 น้อยกว่า หรือ มากกว่า 2 [น้อยกว่า]</p> <p>(7) จำนวนที่อยู่ทางซ้ายน้อยกว่าหรือมากกว่า จำนวนที่อยู่ทางขวา [น้อยกว่า]</p> <p>(8) -4 อยู่ทางซ้ายหรือทางขวาของ -2 [ซ้าย]</p> <p>(9) -4 น้อยกว่าหรือมากกว่า -2 [น้อยกว่า]</p> <p>2.6.4 ครูเลือกโจทย์ข้อ 3 ในใบงาน 6.2 ของนักเรียนคนหนึ่งมาเขียนบนกระดาน ดังตัวอย่าง</p> <p>โจทย์: จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก -11 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 3</p>	<p>คำถาม</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนตั้งเอง</p>	<p>สังเกตการตอบคำถาม</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>ให้นักเรียนคนหนึ่งให้แสดงวิธีหาคำตอบบนเส้นจำนวน นักเรียนคนอื่นซักถามหรือช่วยด้านในจุดที่ขีดแย้ง และช่วยกันแก้ไขจนถูกต้อง ดังนี้</p>  <p>จำนวน 5 จำนวนนั้นได้แก่ $-8, -5, -2, 1, 4$</p> <p>ครูถามนักเรียนด้วยคำถามต่อไปนี้</p> <p>(1) การหาจำนวนที่ต่อจาก 1 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 3 เรานับไปทางซ้ายหรือทางขวาของ 1 [ทางขวา]</p> <p>(2) การนับไปทางขวาจะได้จำนวนที่น้อยลงหรือมากขึ้น [มากขึ้น]</p> <p>(3) 4 อยู่ทางไหนของ 1 [ทางขวา]</p> <p>(4) 4 น้อยกว่าหรือมากกว่า 1 [มากกว่า]</p> <p>(5) 1 อยู่ทางไหนของ 0 [ทางขวา]</p> <p>(6) 1 น้อยกว่าหรือมากกว่า 0 [มากกว่า]</p> <p>(7) จำนวนที่อยู่ทางขวาน้อยกว่าหรือมากกว่าจำนวนที่อยู่ทางซ้าย [มากกว่า]</p> <p>(8) -8 อยู่ทางไหนของ -11 [ทางขวา]</p> <p>(9) -8 น้อยกว่าหรือมากกว่า -11 [มากกว่า]</p> <p>ครูบอกให้นักเรียนทราบว่า เราใช้สัญลักษณ์ $<$ แทน "น้อยกว่า" และ $>$ แทน "มากกว่า" เช่น</p> <p>$-3 < 0$ แทน -3 น้อยกว่า 0</p> <p>$-3 > -4$ แทน -3 มากกว่า -4</p>	<p>กระดาน</p> <p>กราฟสำหรับเขียนเส้นจำนวน</p> <p>จำนวน</p> <p>คำถาม</p>	<p>สังเกตการถามการคำนวณ การชี้แจงและปฏิบัติวิธของนักเรียนเมื่อถูกถามหรือได้รับคำตอบรับ</p> <p>สังเกตการตอบคำถาม</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนการสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
4	<p>2.6.5 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 6 ข้อ 3, 4, 5</p> <p>3. <u>ขั้นสรุปการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา</u></p> <p>3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปข้อความรู้ความสาระสำคัญข้อ 1 - ข้อ 3 โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนค้นหาข้อสรุปจากการพิจารณาผลงานที่ผ่านมาในคาบที่ 1 ถึง คาบที่ 3 และแบบฝึกหัด แล้วให้นักเรียนจดข้อสรุปลงในสมุด</p> <p>3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 6 ข้อ 6, 7 ครูเดินดูและใช้คำถามหรือตัวอย่างด้านให้นักเรียนระหนักถึงวิธีทำหรือคำตอบที่ขัดแย้งกับโจทย์หรือขัดแย้งกับเหตุผล</p>	<p>แบบฝึกหัด 6</p> <p>ผลงานของนักเรียนในคาบที่ 1 ถึงคาบที่ 3</p> <p>แบบฝึกหัด 6</p>	<p>ตรวจแบบฝึกหัด</p> <p>สังเกตการตอบคำถาม</p> <p>ตรวจแบบฝึกหัด</p>

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

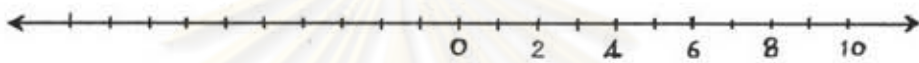
ปัญหา รุจิรามีเงินอยู่ 8 บาท จ่ายค่าข้าวผัดไป 10 บาท จะเหลือเงินกี่บาท ?
จงแสดงวิธีหาคำตอบ และหาจุดบนเส้นจำนวนที่แทนจำนวนเงินที่เหลือ

ชื่อผู้แก้ปัญหา.....

วิธีทำ (ให้นักเรียนเติมตัวเลขลงใน และเติมเครื่องหมายบวก ลบ คูณ หรือหาร ฯลฯ ใน)

รุจิราจะเหลือเงิน บาท

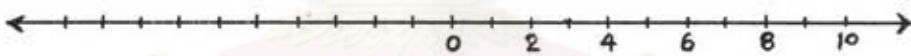
หาคำตอบของ บนเส้นจำนวนได้ดังนี้



ชื่อผู้ร่วมกลุ่ม..... ข้าพเจ้ามีวิธีทำ () เหมือน () แตกต่างกับคุณ.....

ดังนี้ รุจิราจะเหลือเงิน บาท

หาคำตอบของ บนเส้นจำนวนได้ดังนี้



ชื่อผู้ร่วมกลุ่ม..... พิจารณาวิธีหาคำตอบของคนที่ 1 และคนที่ 2 แล้ว

() เห็นด้วยกับวิธีหาคำตอบของคุณ.....

() ไม่เห็นด้วยกับวิธีหาคำตอบของคุณ.....

และขอยกตัวอย่าง () สนับสนุน วิธีที่เห็นด้วย () คัดค้าน วิธีที่ไม่เห็นด้วย ดังนี้

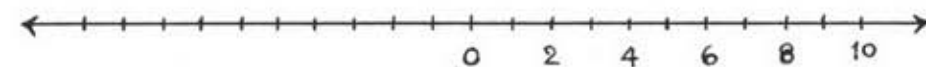
ตัวอย่างที่ 1 มี..... อยู่..... ไป.....

จะเหลือ..... (ให้นักเรียนเติมข้อความและตัวเลขให้เป็นโจทย์

ธรรมดาแบบง่าย ๆ ที่นักเรียนเคยทำมาก่อน และมั่นใจว่าสามารถทำได้ถูกต้องแน่)

วิธีทำ จำนวนที่เหลือคือ

หาคำตอบของ บนเส้นจำนวนได้ดังนี้



ชื่อผู้ร่วมกลุ่ม.....

พิจารณาวิธีหาคำตอบของคนที่ 1 และคนที่ 2 เปรียบเทียบกับตัวอย่างของคนที่ 3 แล้ว () เห็นด้วยกับวิธีหาคำตอบของคุณ.....

() ไม่เห็นด้วยกับวิธีหาคำตอบของคุณ.....

และขอยกตัวอย่าง () สนับสนุนวิธีที่เห็นด้วย () คัดค้าน วิธีที่ไม่เห็นด้วย ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2มี.....อยู่.....ไป.....

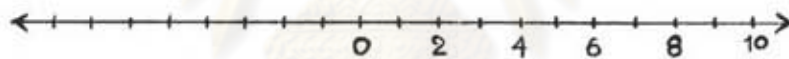
จะเหลือ..... (ให้นักเขียนเติมข้อความและตัวเลขที่ไม่ซ้ำกับ

ตัวอย่างที่ 1 ให้เป็นโจทย์ธรรมดาแบบที่นักเรียนเคยทำมาแล้ว และมั่นใจว่าทำถูก)

วิธีทำ

จำนวนที่เหลือคือ

หาคำตอบของ บนเส้นจำนวนได้ดังนี้



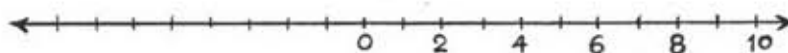
(โปรดส่งใบงานคืนเจ้าของชื่อแรกของใบงานนี้)

เจ้าของชื่อแรก อ่านและพิจารณาใบงานใบนี้ (อ่านในใจ) ตั้งแต่ต้นจนจบ ชักถามข้อสงสัยจากเจ้าของชื่ออื่น ๆ แล้วตัดสินใจว่า จะแก้ปัญหา

"รุจิรา มีเงินอยู่ 8 บาท จ่ายค่าข้าวผัดไป 10 บาท จะเหลือเงินกี่บาท ?" ดังนี้

รุจิรา จะเหลือเงิน บาท

หาคำตอบของ บนเส้นจำนวนได้ดังนี้



ชื่อผู้ตั้งโจทย์..... ชื่อผู้หาคำตอบ.....

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ โดยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เลือกจำนวนจำนวนหนึ่งที่แสดงไว้บนเส้นจำนวนข้างล่างนี้ ไปเติมลงในช่องว่างของโจทย์ข้อ 1)



2. ตั้งโจทย์ข้อ 2) ซึ่งมีโครงสร้างแบบเดียวกับโจทย์ข้อ 1 โดยเติมจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเดียวกับจำนวนในโจทย์ข้อ 1)

3. เลือกจำนวนจำนวนหนึ่งที่แสดงไว้บนเส้นจำนวนข้างล่างนี้ ไปเติมลงในช่องว่างของโจทย์ข้อ 3)



4. ตั้งโจทย์ข้อ 4) ซึ่งมีโครงสร้างแบบเดียวกับโจทย์ข้อ 3) โดยเติมจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเดียวกับจำนวนในโจทย์ข้อ 3)

ให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นตอนที่ 1 ถึง 4 ในกระดาษทด และลองหาคำตอบดูก่อน แล้วจึงเขียนโจทย์ต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ และแลกเปลี่ยนกันหาคำตอบกับเพื่อน 1 คน

- 1) จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก..... โดยลดลงทีละ 2

- 2) จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก.....

- 3) จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก..... โดยเพิ่มขึ้นทีละ 3

- 4) จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัด 6

1. จงเขียนเส้นจำนวนแสดง ศูนย์ และ จำนวนเต็มลบ ถึง -20
2. จงเติมจำนวนอีก 3 จำนวนตามลำดับ ตามแบบที่กำหนดให้
 - (1) $0, -2, -4, -6, \dots$
 - (2) $0, -5, -10, \dots$
 - (3) $0, -7, -14, \dots$
 - (4) $-3, -7, -11, -15, \dots$
 - (5) $-9, -14, -19, \dots$
 - (6) $-20, -16, -12, \dots$
 - (7) $-41, -36, -31, \dots$
3. จงเรียงจำนวนต่อไปนี้ จากน้อยไปมาก
 - (1) $-3, -7, -31, -1, 0, -6, -13$
 - (2) $-8, -10, -2, 3, -5, 4$
 - (3) $7, 0, -2, -17, -4, -9$
 - (4) $99, -80, 76, 67, -50, -60$
4. จงหาจำนวนที่น้อยที่สุดและจำนวนที่มากที่สุด
 - (1) $-3, -4, -5, -2, 0$
 - (2) $12, -3, -1, 1, -12$
 - (3) $-13, -15, -2, -6, -4$
 - (4) $-3, 0, 3, -4, -5$
5. จงใส่เครื่องหมาย < หรือ > เพื่อให้เป็นประโยคที่เป็นจริง
 - (1) $(-3) \dots (-4)$
 - (2) $(-7) \dots (-8)$
 - (3) $(-8) \dots (-5)$
 - (4) $0 \dots (-1)$
 - (5) $(-10) \dots 0$
 - (6) $(-20) \dots (-30)$

6. จงเรียงสารต่อไปนี้ตามลำดับจุดเดือดจากต่ำไปสูง

คลอรีน	-35 องศาเซลเซียส
ออกซิเจน	-183 องศาเซลเซียส
ไฮโดรเจน	-253 องศาเซลเซียส
ไนโตรเจน	-196 องศาเซลเซียส

7.

น้ำ	เอทิลแอลกอฮอล์	คาร์บอนไดออกไซด์	ออกซิเจน	ไฮโดรเจน	ปรอท
0	-114	-57	-219	-259	-39

ตารางข้างบนแสดงอุณหภูมิเป็นองศาเซลเซียสที่สารเปลี่ยนสภาพเป็นของแข็ง

- (1) จงหาว่าสารชนิดใดแข็งตัวเร็วที่สุด
- (2) จงเรียงลำดับสารตามอุณหภูมิแข็งตัวเร็วที่สุดไปหาแข็งตัวช้าที่สุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการสอนที่ 7

เรื่อง จำนวนเต็ม

เวลา 2 คาบ

จุดประสงค์ทั่วไป

นักเรียนรู้จักจำนวนเต็ม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเต็มหรือไม่
2. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ

สาระสำคัญ

1. จำนวนนับ 1, 2, 3, 4, 5, ... ซึ่งแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจากศูนย์ไปทางขวา 1 หน่วย, 2 หน่วย, 3 หน่วย, 4 หน่วย, 5 หน่วย, ... ตามลำดับ เรียกว่า จำนวนเต็มบวก
2. จำนวน -1, -2, -3, -4, -5, ... ซึ่งแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจากศูนย์ไปทางซ้าย 1 หน่วย, 2 หน่วย, 3 หน่วย, 4 หน่วย, 5 หน่วย, ... ตามลำดับ เรียกว่า จำนวนเต็มลบ
3. 0 เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นจำนวนเต็มบวกและไม่เป็นจำนวนเต็มลบ
4. จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และ ศูนย์ เรียกว่า จำนวนเต็ม

ความรู้พื้นฐาน

การแทนจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบด้วยจุดบนเส้นจำนวน

คาบที่	กิจกรรมการเรียนการสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
1	<p>1. <u>ขั้นสร้างความคิดแย้งทางปัญญา</u></p> <p>1.1 ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหา ในใบงาน 7.1 เป็นรายบุคคล</p> <p>ปัญหา: จงเขียนจำนวนเต็มทั้งหมด แล้วหาว่าจำนวนเต็มจำนวนใดแทนได้ด้วย $\frac{3}{6}$</p> <p>1.2 นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน นักเรียนแต่ละคนรับใบงานของคนหนึ่งทางขวามือของคนมาพิจารณา และเขียนคำตอบของคนที่เหมาะสมหรือต่างจากคำตอบในใบงานที่รับมา เขียนชื่อของคนกำกับไว้ แล้วส่งต่อไปยังคนหนึ่งทางซ้าย</p> <p>2. <u>ขั้นดำเนินกิจกรรมไตร่ตรอง</u></p> <p>2.1 สมาชิกกลุ่มช่วยกันตรวจสอบคำตอบของผู้ร่วมกลุ่มในใบงาน 7.1 ซึ่งคนรับมาจากผู้หนึ่งทางขวา โดยการหาตัวอย่างเศษส่วนจำนวนใหม่ที่แทนได้ด้วยจำนวนเต็ม แล้วส่งต่อให้คนที่นั่งอยู่ทางด้านซ้ายของตน และรับใบงาน 7.1 ของสมาชิกคนใหม่จากผู้หนึ่งอยู่ทางด้านขวาของตนมาดำเนินการแบบเดียวกันกับที่ดำเนินการในใบงานของสมาชิกคนก่อนจนกระทั่งใบงานใบเดิมของตนเวียนมาอยู่ในมือของตน</p> <p>2.2 เจ้าของชื่อแรกในใบงานอ่านและพิจารณาคำตอบและตัวอย่างเศษส่วนที่แทนได้ด้วยจำนวนเต็มซึ่งสมาชิกผู้ร่วมกลุ่มเสนอมาในใบงาน ชักถามข้อสงสัยจากผู้เสนอ แล้วเขียนคำตอบของปัญหาเดิมใหม่ หรือเขียนตามคำตอบเดิมในกรณีที่พิจารณาแล้วยังคงเห็นว่าคำตอบเดิมของตนถูก</p>	<p>ใบงาน 7.1</p> <p>ตัวอย่าง เศษส่วนที่ นักเรียนหา เอง</p> <p>คำตอบและ ตัวอย่างเศษ ส่วนที่สมาชิก ผู้ร่วมกลุ่ม เสนอมา</p>	<p>สังเกตความรู้ลึกซึ้งที่นักเรียนมีต่อปัญหาในใบงาน 7.1 และคำตอบของเพื่อนร่วมกลุ่ม</p> <p>พิจารณา ตัวอย่างเศษส่วนที่นักเรียนหาเองว่าแทนได้ด้วยจำนวนเต็มหรือไม่</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.3 กลุ่มทำการตกลงเลือกหรือปรับปรุงจนได้คำตอบซึ่งเป็นที่ยอมรับของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ใ้รายงานต่อกลุ่มใหญ่ และช่วยกันทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความพร้อมที่จะเป็นตัวแทนในการนำเสนอผลงานของกลุ่ม ตอบข้อซักถาม และชี้แจงเหตุผลต่อกลุ่มใหญ่ได้</p> <p>2.4 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มย่อยที่มีคำตอบของปัญหาในใบงาน 7.1 ต่างกัน มาเสนอวิธีหาคำตอบต่อกลุ่มใหญ่ กลุ่มอื่นช่วยกันซักถามและค้านคำตอบที่ค้านได้ โดยการเสนอตัวอย่างเศษส่วนมาเปรียบเทียบกับเศษส่วนที่แทนได้ด้วยจำนวนเต็มต่างกับเศษส่วนที่แทนไม่ได้ด้วยจำนวนเต็มอย่างไร คำตอบที่กลุ่มอื่นและครูไม่สามารถค้านได้จะเป็นที่ยอมรับ</p> <p>2.5 ในกรณีที่ไม่มียกเลิกเสนอคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีคำตอบที่ถูกเพียงบางส่วน เช่น</p> <p>คำตอบของกลุ่ม 1 "จำนวนเต็มทั้งหมดได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10"</p> <p>คำตอบของกลุ่ม 2 "จำนวนเต็มทั้งหมดได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ..."</p> <p>ครูจะใช้คำถามประกอบการหลอมรวมคำตอบให้ครอบคลุม</p> <p>คั้งนี้</p>	<p>คำตอบของปัญหาในใบงาน 7.1 ที่ต่างกันของกลุ่มย่อย</p>	<p>สังเกตการช่วยเหลือกันในกลุ่ม, การแสดงความคิดเห็น และ การรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น</p> <p>ตรวจสอบผลงานกลุ่มย่อย</p> <p>สังเกตการซักถาม การชี้แจง ตัวอย่างค้าน และการยอมรับข้อผิดพลาด</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>(1) เมื่อนับไปทางขวาของ 0 บนเส้นจำนวนทีละหนึ่งหน่วย จะได้จำนวนชนิดใด [จำนวนนับ]</p> <p>(2) ต่อไปนี้ เราจะเรียกจำนวนนับว่า <u>จำนวนเต็มบวก</u> เมื่อนับไปทางขวาของ 0 ทีละหนึ่งหน่วย จะได้จำนวนเต็มบวกที่มากขึ้น ๆ จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดคือจำนวนใด [ไม่สามารถหาจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดได้ เพราะจะมีจำนวนเต็มบวกที่มากขึ้น ๆ อย่างไม่มีที่สิ้นสุด แทนได้ด้วยสัญลักษณ์ 1, 2, 3, 4, 5, ...]</p> <p>(3) เมื่อนับไปทางซ้ายของ 0 บนเส้นจำนวนทีละหนึ่งหน่วย จะได้จำนวนชนิดใด [จำนวนเต็มลบ]</p> <p>(4) เมื่อนับไปทางซ้ายของ 0 ทีละหนึ่งหน่วยจะได้จำนวนเต็มลบที่น้อยลง ๆ จำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุดคือจำนวนใด [ไม่สามารถหาจำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุดได้ เพราะจะมีจำนวนเต็มลบที่น้อยลง ๆ อย่างไม่มีที่สิ้นสุด แทนได้ด้วยสัญลักษณ์ ... , -5, -4, -3, -2, -1]</p> <p>(5) เมื่อนำ จำนวนเต็มลบในข้อ (4), 0 และจำนวนเต็มบวกในข้อ (2) มาเรียงตามลำดับจากน้อยไปหามาก จะได้<u>จำนวนเต็มทั้งหมด</u> ดังนี้ ... , -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...</p> <p>จำนวนเต็มประกอบด้วยจำนวนชนิดใดบ้าง [จำนวนเต็มบวก ศูนย์ และ จำนวนเต็มลบ]</p> <p>ดังนั้น ค่าตอบสำหรับปัญหาในใบงาน 7.1 จึงเป็นดังนี้</p>	<p>คำถาม</p> <p>กระดาษ- กราฟสำหรับ เขียนเส้น จำนวน</p>	<p>สังเกตการตอบ คำถาม</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>จำนวนเต็มทั้งหมด ได้แก่ ..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...</p> <p>และไม่มีจำนวนเต็มจำนวนใดแทนได้ด้วย $\frac{3}{6}$</p> <p>เพราะ $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$ มีค่ามากกว่า 0 แต่ น้อยกว่า 1</p> <p>และจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 0 คือ 1</p> <p>ดังนั้น จำนวนที่อยู่ระหว่าง 0 และ 1 จึงไม่ใช่จำนวนเต็ม</p> <p>2.5.1 ครูสุ่มนักเรียนคนหนึ่งให้เขียนตัวอย่างเศษส่วนที่แทนได้ด้วยจำนวนเต็ม บนกระดาน ดังตัวอย่างต่อไปนี้</p> <p>$\frac{28}{7}$ แทนได้ด้วย 4 เพราะ $\frac{28}{7} = 4$</p> <p>ดังนั้น $\frac{28}{7}$ จึงเป็นจำนวนเต็ม</p> <p>2.5.2 ให้นักเรียนหาข้อแตกต่างระหว่างเศษส่วนในข้อ 2.5.1 ซึ่งแทนได้ด้วยจำนวนเต็ม กับเศษส่วนในใบงาน 7.1 ซึ่งแทนไม่ได้ด้วยจำนวนเต็ม</p> <p>[เศษส่วนในข้อ 2.5.1 เป็นเศษส่วนที่นำส่วนไปหารเศษได้ลงตัว ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็ม มีทศนิยมเป็น 0 เศษส่วนในใบงานนั้น เมื่อนำส่วนไปหารเศษจะได้ผลลัพธ์เป็นทศนิยมที่ไม่ใช่ 0]</p>	<p>ตัวอย่าง</p> <p>เศษส่วนที่</p> <p>นักเรียนหา</p> <p>เอง</p>	<p>ประเมินตัวอย่าง</p> <p>เศษส่วนที่</p> <p>นักเรียนหามา</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
2	<p>2.6 นักเรียนตั้งโจทย์ ทำโจทย์ที่ตั้งเอง แลกเปลี่ยนกันทำโจทย์ที่เพื่อนตั้ง ตรวจสอบคำตอบกับเพื่อนที่แลกโจทย์กัน และตรวจสอบในกลุ่มใหญ่ ดังรายละเอียดต่อไปนี้</p> <p>2.6.1 นักเรียนตั้งโจทย์โดยการทำใบงาน 7.2 และหาคำตอบของโจทย์ที่นักเรียนตั้งเอง</p> <p>2.6.2 นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์ที่ตั้งเองกับเพื่อน 1 คน หาคำตอบของโจทย์ที่เพื่อนตั้ง แล้วตรวจสอบความถูกต้องกับเจ้าของโจทย์ ชักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูจะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่ผู้ที่ไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p> <p>2.6.3 ครูเลือกโจทย์ 1 ข้อในใบงาน 7.2 ของนักเรียนคนหนึ่งมาเขียนบนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนอีกคนหนึ่งให้หาคำตอบของโจทย์นั้น นักเรียนคนอื่นชักถามหรือช่วยคำนวณในจุดที่ขัดแย้ง และช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้อง</p>	<p>ใบงาน 7.2</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนตั้งเอง</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนตั้งเอง</p>	<p>สังเกตโจทย์ที่นักเรียนตั้งขึ้น</p> <p>ประเมินความสามารถในการจัดข้อขัดแย้งระหว่างบุคคล</p> <p>สังเกตการชักถาม การคำนวณที่แจ่มและปฏิบัติวิชาของนักเรียนเมื่อถูกถามหรือได้รับการยอมรับ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>3. <u>ขั้นสรุปการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา</u></p> <p>3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปข้อความรู้ตามสาระสำคัญข้อ 1 - ข้อ 4 โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนค้นหาข้อสรุปจากการพิจารณาผลงานที่ผ่านมาในคาบที่ 1 ถึง คาบที่ 2 แล้วให้นักเรียนจดข้อสรุปลงในสมุด</p> <p>3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 7 ครูเดินดูและใช้คำถามหรือตัวอย่างคำถามให้นักเรียนตระหนักถึงคำตอบที่ขัดแย้งกับโจทย์หรือขัดแย้งกับเหตุผล</p>	<p>ผลงานของนักเรียนในคาบที่ 1 ถึงคาบที่ 2</p> <p>แบบฝึกหัด 7</p>	<p>สังเกตการตอบคำถาม</p> <p>ตรวจแบบฝึกหัด</p>

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อผู้ตอบปัญหา.....

ปัญหา จงเขียนจำนวนเต็มทั้งหมด แล้วหาว่าจำนวนเต็มจำนวนใดแทนได้ด้วย $\frac{3}{6}$

ตอบ จำนวนเต็มทั้งหมดได้แก่

จำนวนเต็มที่แทนได้ด้วย $\frac{3}{6}$ คือ

ชื่อผู้ร่วมกลุ่มคนที่หนึ่ง.....

ตอบ จำนวนเต็มทั้งหมดได้แก่

จำนวนเต็มที่แทนได้ด้วย $\frac{3}{6}$ คือ

ชื่อผู้ร่วมกลุ่มคนที่สอง.....

เศษส่วนที่แทนได้ด้วยจำนวนเต็ม เช่น แทนได้ด้วย

ชื่อผู้ร่วมกลุ่มคนที่สาม.....

เศษส่วนที่แทนได้ด้วยจำนวนเต็ม เช่น แทนได้ด้วย

เจ้าของข้อแรก อ่านและพิจารณาใบงานใบนี้ตั้งแต่ต้นจนจบ ชักถามข้อสงสัยจากเจ้าของข้ออื่น ๆ แล้วตอบปัญหาเดิมใหม่ ดังนี้

จำนวนเต็มทั้งหมดได้แก่

จำนวนเต็มที่แทนได้ด้วย $\frac{3}{6}$ คือ

ชื่อผู้ตั้งโจทย์..... ชื่อผู้หาคำตอบ.....

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ โดยกำหนดจำนวนชนิดต่าง ๆ ี้อละ 5 จำนวน ที่มี จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ ศูนย์ ทศนิยม และเศษส่วน ผสมปนกันอยู่ในลำดับที่ต่าง ๆ กัน ดังตัวอย่าง โจทย์และวิธีต่อไปนี้

ตัวอย่าง: จงเลือกจำนวนเต็ม จากจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ และบอกด้วยว่า เป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ

(1) $0, -2.2, \frac{1}{5}, -6, 12$

ตอบ 0 เป็นจำนวนเต็ม ที่ไม่ใช่จำนวนเต็มบวกและไม่ใช่จำนวนเต็มลบ
 -6 เป็นจำนวนเต็มลบ
 12 เป็นจำนวนเต็มบวก

จงเลือกจำนวนเต็ม จากจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ และบอกด้วยว่าเป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ

(1)

ตอบ

(2)

ตอบ

(3)

ตอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัด 7

1. ข้อความต่อไปนี้จริงหรือไม่
 - (1) 0 เป็นจำนวนเต็ม
 - (2) 500 เป็นจำนวนเต็ม
 - (3) -500 ไม่เป็นจำนวนเต็ม
 - (4) 1.5 เป็นจำนวนเต็ม
 - (5) $\frac{4}{2}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม

2. จงเรียงลำดับจำนวนเต็มต่อไปนี้ จากน้อยไปมาก
2, -2, 5, 1, 0, -15, -10, -8, 3

3. จงเติมจำนวนเต็ม 3 จำนวนตามลำดับตามแบบที่กำหนดให้
 - (1) -8, -6, -4, ...
 - (2) -7, -4, -1, ...
 - (3) 4, 2, 0, ...
 - (4) 15, 10, 5, ...
 - (5) 6, 2, -2, ...
 - (6) -9, -4, 1, ...

4. จงใส่เครื่องหมาย < หรือ > เพื่อให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง
 - (1) $(-4) \dots (-5)$
 - (2) $7 \dots (-7)$
 - (3) $0 \dots 5$
 - (4) $0 \dots (-5)$
 - (5) $18 \dots (-12)$
 - (6) $20 \dots (-2)$
 - (7) $(-15) \dots 3$
 - (8) $(-8) \dots 1$

5. จงเลือกจำนวนเต็ม จากจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ และบอกว่าจำนวนเต็มนั้น ๆ เป็นจำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบ
 - (1) $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 2$
 - (2) -1, -2, 3, -3
 - (3) $-\frac{1}{2}, -4, 0.1, 3.78$
 - (4) $5, -5, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, 6, \frac{1}{6}$



แผนการสอนที่ 8

เรื่อง กราฟบนระนาบจำนวน

เวลา 3 คาบ

จุดประสงค์ทั่วไป

นักเรียนสามารถนำจำนวนเต็มไปใช้ในการเขียนกราฟ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. หาพิกัดของจุดที่กำหนดให้บนระนาบจำนวน
2. เขียนกราฟของคู่อันดับ (x, y) โดยใช้แกน x และแกน y ที่แสดงจำนวนเต็ม

สาระสำคัญ

1. บนระนาบจำนวน เราใช้เส้นจำนวนสองเส้นเป็นแกนในการเขียนกราฟ เส้นจำนวนที่อยู่ในแนวอนเรียกว่า แกน x และเส้นจำนวนที่อยู่ในแนวตั้งเรียกว่า แกน y
2. แกน x และแกน y แบ่งระนาบจำนวนออกเป็น 4 ส่วน แต่ละส่วนเรียกว่า จุดภาค กำหนดให้มีลำดับเป็น จุดภาคที่ 1 จุดภาคที่ 2 จุดภาคที่ 3 และจุดภาคที่ 4

ดังรูป



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

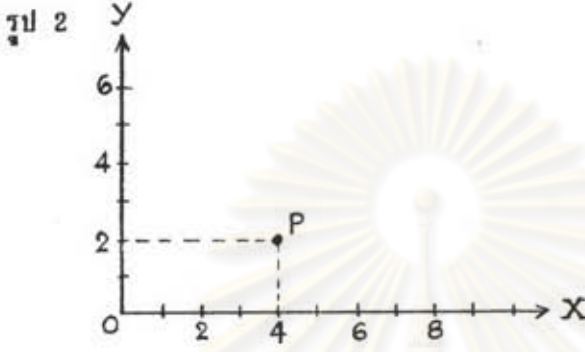
3. จุดแต่ละจุดที่อยู่บนระนาบจำนวนจะแทนคู่อันดับเพียงคู่เดียวเท่านั้น
4. รูปทั่วไปของคู่อันดับใด ๆ คือ (x, y) x แทนด้วยจำนวนที่อยู่บนแกน x y แทนด้วยจำนวนที่อยู่บนแกน y
5. ถ้า P เป็นจุด ๆ หนึ่งบนระนาบจำนวน ที่เป็นกราฟของคู่อันดับ (x, y) เรากล่าวว่า P มีพิกัดเป็น (x, y) เขียนแทนด้วย $P(x, y)$ เช่น P เป็นกราฟของคู่อันดับ $(-2, 6)$ เรากล่าวว่า P มีพิกัดเป็น $(-2, 6)$ เขียนแทนด้วย $P(-2, 6)$

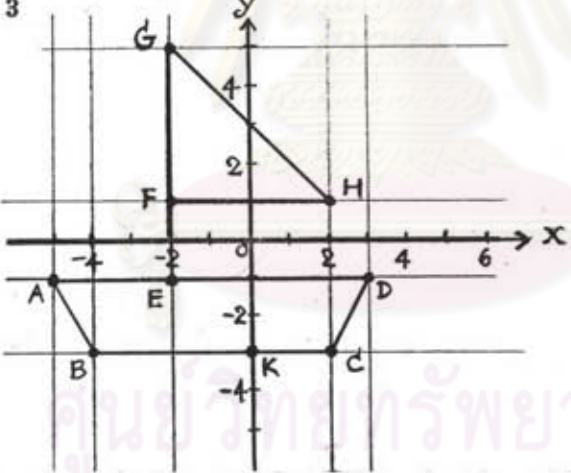
ความรู้พื้นฐาน

1. การแทนจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบด้วยจุดบนเส้นจำนวน
2. การเขียนกราฟของคู่อันดับ (x, y) โดยใช้แกน x และ แกน y ที่แสดงเฉพาะ ศูนย์และจำนวนเต็มบวก


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
1	<p>1. <u>ขั้นสร้างความคิดเชิงทฤษฎี</u></p> <p>1.1 ให้นักเรียนทำใบงาน 8.1 เป็นรายบุคคล</p> <p>1.2 นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน นักเรียนแต่ละคนรับใบงานของคนที่นั่งทางขวามือของตนมาพิจารณา แล้วส่งต่อให้คนที่นั่งทางซ้ายมือ และรับใบใหม่จากคนที่นั่งทางขวามือมาพิจารณา จนกระทั่งใบงานใบเดิมของตนเวียนมาอยู่ในมือของตน</p> <p>2. <u>ขั้นดำเนินกิจกรรมได้ตรง</u></p> <p>2.1 สมาชิกกลุ่มช่วยกันตรวจสอบผลงานในใบงาน 8.1 ของสมาชิกกลุ่ม ด้วยการค้นหาตัวอย่างกราฟของคู่อันดับ (x, y) ที่ นักเรียนเขียนมาแล้ว ซึ่ง x, y แทนจำนวนตั้งแต่ 0 ขึ้นไป มาเปรียบเทียบให้เห็นความคิดเชิงของกราฟในใบงาน 8.1 ที่สมาชิกบางคนเขียนขึ้น เช่น สมาชิกกลุ่มคนหนึ่งเขียนกราฟของจุด $A(-5, -1)$ ดังนี้</p> <div data-bbox="384 1343 980 1758" style="text-align: center;"> <p>รูป 1</p> </div> <p>สมาชิกคนอื่นในกลุ่มสามารถยกตัวอย่างกราฟของคู่อันดับจากความรู้เดิมมาแสดงให้เห็นว่า จุดดังกล่าวเป็นกราฟของคู่อันดับ $(5, 1)$ ไม่ใช่กราฟของคู่อันดับ $(-5, -1)$</p>	<p>ใบงาน 8.1</p> <p>ตัวอย่างกราฟของคู่อันดับ ในเรื่องคู่อันดับ และกราฟ</p> <p>กระดาษกราฟ</p>	<p>สังเกตความรู้เชิงที่นักเรียนมีต่อปัญหาและต่อผลงานของเพื่อนร่วมกลุ่ม</p> <p>สังเกตการเปรียบเทียบกราฟของคู่อันดับในใบงาน 8.1 กับตัวอย่างกราฟของคู่อันดับ จากความรู้เดิมของนักเรียน</p> <p>กระดาษกราฟ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>โดยยกตัวอย่างกราฟของคู่อันดับ $(4, 2)$ มาแสดงให้ดูดังนี้</p> <p>รูป 2</p>  <p>จุด P ในรูปคือกราฟของคู่อันดับ $(4, 2)$</p> <p>4 คือจำนวนบนแกน x ที่ตรงกับตำแหน่งของจุด P</p> <p>2 คือจำนวนบนแกน y ที่ตรงกับตำแหน่งของจุด P</p> <p>โดยหลักการเดียวกันนี้ จุด A ในรูป 1 จึงเป็นกราฟของคู่อันดับ $(5, 1)$ ซึ่งไม่ใช่คู่อันดับเดียวกันกับคู่อันดับ $(-5, -1)$ กราฟของคู่อันดับ $(-5, -1)$ จึงต้องเป็นจุดอื่นที่ไม่ใช่จุดเดียวกับกราฟของคู่อันดับ $(5, 1)$</p> <p>2.2 ถ้าไม่มีกราฟของสมาชิกคนใดในกลุ่มที่ไม่ถูกค้ำด้วยตัวอย่างด้านจากความรู้เดิมของนักเรียน ให้กลุ่มช่วยกันปรับเปลี่ยนกราฟของคู่อันดับที่ถูกค้ำ จนได้กราฟที่ไม่อาจจะค้ำได้อีก</p> <p>2.3 กลุ่มช่วยกันทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความพร้อมที่จะเป็นตัวแทนในการนำเสนอผลงานของกลุ่ม ตอบข้อซักถามและชี้แจงเหตุผลต่อกลุ่มใหญ่ได้</p>		<p>สังเกตการช่วยเหลือนอกกลุ่ม, การแสดงความคิดเห็น และ การรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.4 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มย่อยที่เขียนกราฟของคู่อันดับในใบงาน 8.1 ได้ต่างกัน มาเสนอกราฟที่ได้ต่อกลุ่มใหญ่ กลุ่มอื่นช่วยกันซักถามและคำนวณในจุดที่คำนวณได้ โดยการเสนอตัวอย่างกราฟของคู่อันดับจากความรู้เดิมมาเปรียบเทียบให้เห็นว่ากราฟของคู่อันดับที่ต่างกันจะเป็นจุดเดียวกันไม่ได้ ดังตัวอย่างการคำนวณในข้อ 2.1 กราฟที่กลุ่มอื่นและครูไม่สามารถคำนวณได้จะเป็นที่ขอมวย</p> <p>2.5 ในกรณีที่ไม่มีกลุ่มใดเสนอกราฟของคู่อันดับในใบงานได้ถูกต้องสมบูรณ์ ครูจะเสนอกราฟที่ถูกต้อง ดังนี้</p> <p>รูป 3</p>  <p>2.5.1 ครูใช้คำถามประกอบการนำเสนอ ดังนี้</p> <p>(1) ในการเขียนกราฟของคู่อันดับเราต้องมีแกนอะไรบ้าง [แกนนอนซึ่งเรียกว่า แกน x และแกนตั้งซึ่งเรียกว่า แกน y]</p> <p>(2) สมาชิกตัวที่หนึ่ง และสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับในใบงาน 8.1 เป็นจำนวนชนิดใด [จำนวนเต็มซึ่งมีทั้งจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ]</p>	<p>กราฟของคู่อันดับในใบงาน 8.1 ที่ต่างกันของกลุ่มย่อย</p> <p>กระดาน-กราฟ</p> <p>คำถาม</p>	<p>ตรวจผลงานกลุ่มย่อย</p> <p>สังเกตการซักถาม การชี้แจง การเสนอตัวอย่างคำนวณ</p> <p>สังเกตการตอบคำถาม</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>(3) แกน x และแกน y ที่ใช้สำหรับเขียนกราฟของคู่อันดับในใบงาน 8.1 ได้ จะเหมือนหรือแตกต่างกับแกน x และแกน y ที่เราเคยใช้ในการเขียนกราฟของคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สองเป็นจำนวนตั้งแต่ 0 ขึ้นไปได้อย่างไร [เหมือนกันในส่วนที่ แกน x เป็นแกนนอนและแกน y เป็นแกนตั้ง พบกันที่จุดซึ่งแทนศูนย์บนแกน x และแกน y ต่างกันตรงที่แกน x และแกน y ที่เราเคยใช้ แสดงเฉพาะส่วนที่แทนศูนย์ และจำนวนบวก แต่แกน x และแกน y ที่ใช้ในการเขียนกราฟของคู่อันดับในใบงาน 8.1 ได้ ต้องแสดงทั้งส่วนที่แทนศูนย์ จำนวนบวก และจำนวนลบ]</p> <p>(4) ส่วนที่แทนจำนวนลบของแกน x คือส่วนใด [ส่วนต่อของแกน x เดิม ซึ่งอยู่ทางด้านซ้ายของจุดที่แทนศูนย์บนแกน x]</p> <p>(5) ส่วนที่แทนจำนวนลบของแกน y คือส่วนใด [ส่วนต่อของแกน y เดิม ซึ่งอยู่ทางด้านล่างของจุดที่แทนศูนย์บนแกน y]</p> <p>(6) การลงจุดที่เป็นกราฟของคู่อันดับซึ่งมีสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สองเป็นจำนวนเต็มใด ๆ ต่างกับการลงจุดที่เป็นกราฟของคู่อันดับซึ่งมีสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สองเป็นจำนวนตั้งแต่ 0 ขึ้นไปอย่างไร [ไม่ต่างกัน สมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับยังคงแทนด้วยจำนวนที่อยู่บนแกน x และสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับก็แทนด้วยจำนวนที่อยู่บนแกน y เช่นเดิม]</p>	กระดาน- กราฟ	

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
	<p>2.5.2 ครูบอกให้นักเรียนทราบว่า</p> <p>(1) ที่ ๆ แกน x และแกน y ตั้งอยู่ และ เป็นที่ลงจุดต่าง ๆ ซึ่งเป็นกราฟของคู่อันดับต่าง ๆ นั้น เรียก ว่า ระบายจำนวน จุดแต่ละจุดที่อยู่บนระนาบจำนวนนี้จะแทน คู่อันดับเพียงคู่เดียวเท่านั้น จากรูป 3 จุด A เป็นกราฟ ของคู่อันดับ $(-5, -1)$ เพียงคู่เดียวเท่านั้น เรากล่าวว่า จุด A มีพิกัดเป็น $(-5, -1)$ เขียนแทนด้วย $A(-5, -1)$</p> <p>(2) ระบายจำนวนซึ่งถูกแกน x และแกน y แบ่งออกเป็นสี่ส่วนนั้น แต่ละส่วนเรียกว่า จตุภาค กำหนดให้ มีลำดับเป็นจตุภาคที่ 1 จตุภาคที่ 2 จตุภาคที่ 3 และ จตุภาคที่ 4 ดังรูป</p> 	<p>รูป 3</p> <p>แผนภูมิแสดง ระบาย - จำนวน</p>	

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
2	<p>2.6 นักเรียนตั้งโจทย์ ทำโจทย์ที่ตัวเอง แลกเปลี่ยนกันทำโจทย์ที่เพื่อนตั้ง ตรวจสอบคำตอบกับเพื่อนที่แลกเปลี่ยนกัน และตรวจสอบในกลุ่มใหญ่ ดังรายละเอียดต่อไปนี้</p> <p>2.6.1 นักเรียนตั้งโจทย์โดยการทำใบงาน 8.2</p> <p>2.6.2 นักเรียนแลกเปลี่ยนโจทย์ที่ตัวเองกับเพื่อน 1 คน เขียนกราฟจากโจทย์ที่เพื่อนตั้ง แล้วตรวจสอบความถูกต้องกับเจ้าของโจทย์ ซักถามและอภิปรายเมื่อพบข้อขัดแย้ง ครูจะเข้าช่วยเหลือเฉพาะในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถจัดข้อขัดแย้งเองได้</p> <p>2.6.3 ครูเลือกโจทย์ในใบงาน 8.2 ของนักเรียนคนหนึ่งมาเขียนบนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนอีกคนหนึ่งให้เขียนกราฟจากโจทย์นั้น นักเรียนคนอื่นซักถามหรือช่วยคำนวณในจุดที่ขัดแย้ง และช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้อง</p>	<p>ใบงาน 8.2</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนตั้งเอง</p> <p>โจทย์ที่นักเรียนตั้งเอง</p>	<p>สังเกตโจทย์ที่นักเรียนตั้งขึ้นว่ามีสมาชิกตัวที่หนึ่งและตัวที่สองของคู่อันดับเป็นจำนวนเต็มชนิดต่าง ๆ หรือไม่</p> <p>ประเมินความสามารถในการจัดข้อขัดแย้งระหว่างบุคคล</p> <p>สังเกตการซักถาม การคำนวณ การชี้แจงและปฏิบัติวิธของนักเรียนเมื่อถูกคำนวณหรือได้คำตอบการยอมรับ</p>

คาบที่	กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	สื่อการสอน	การประเมินผล
3	<p>3. <u>ขั้นสรุปการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา</u></p> <p>3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปข้อความรู้ตามสาระสำคัญข้อ 1 - ข้อ 5 โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนค้นหาข้อสรุปจากการพิจารณาผลงานที่ผ่านมาในคาบที่ 1 ถึง คาบที่ 2 แล้วให้นักเรียนจดข้อสรุปลงในสมุด</p> <p>3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัด</p> <p>3.2.1 นักเรียนทำแบบฝึกหัด 8 เป็นการบ้าน</p> <p>3.2.2 นักเรียนและครูอภิปรายร่วมกันในประเด็นที่นักเรียนไม่เข้าใจในแบบฝึกหัด 8</p>	<p>ผลงานของนักเรียนในคาบที่ 1 ถึงคาบที่ 2</p> <p>แบบฝึกหัด 8</p> <p>แบบฝึกหัด 8</p> <p>แบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน</p> <p>วิชาคณิตศาสตร์ - เรื่อง จำนวนเต็มลบ เป็นข้อ 34-50</p>	<p>สังเกตการตอบคำถาม</p> <p>ตรวจแบบฝึกหัด</p> <p>ตรวจแบบฝึกหัด</p> <p>สังเกตการถามและการตอบของนักเรียน</p> <p>วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็มลบ เป็นเวลา 25 นาที</p>

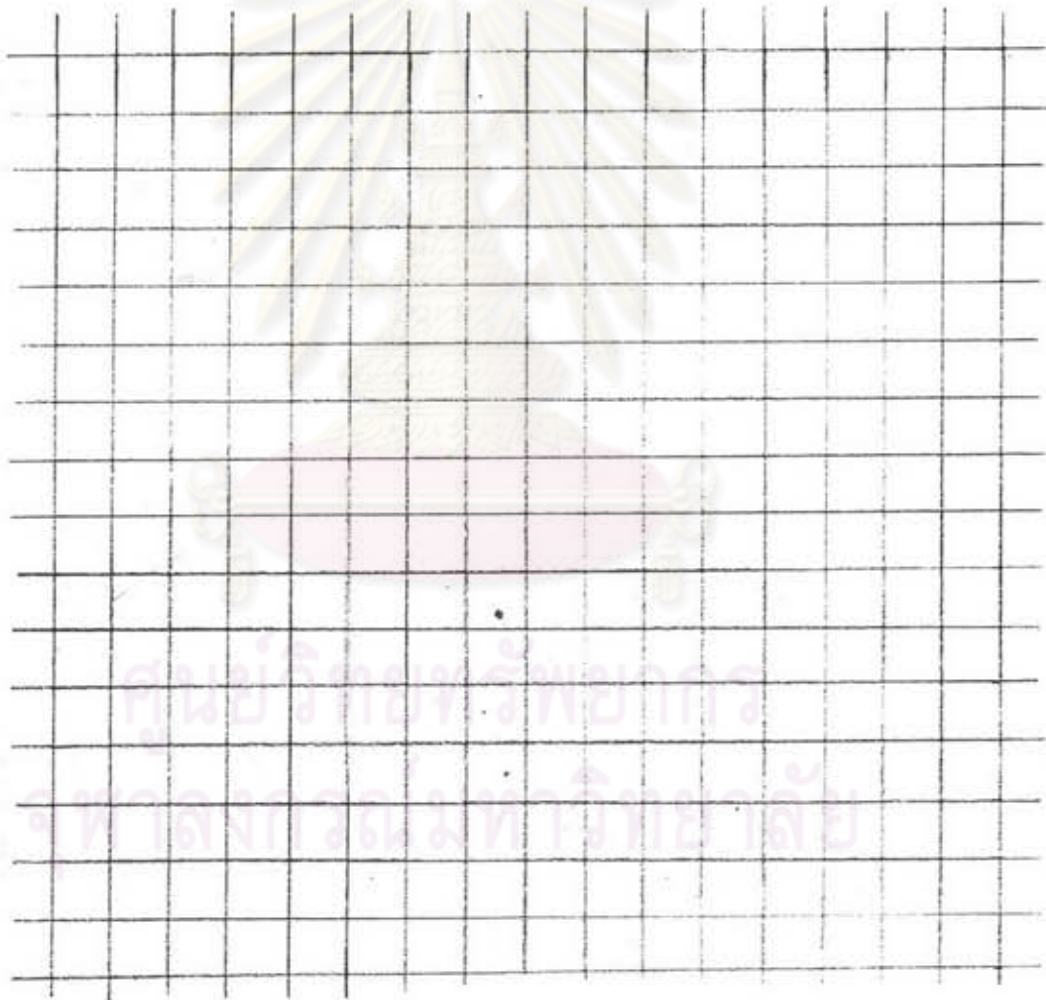
ป.๘.....

ปัญหา จงลงจุดต่อไปนี้บนระนาบจำนวน

A(-5, -1), B(-4, -3), K(0, -3), C(2, -3), D(3, -1),

E(-2, -1), F(-2, 1), G(-2, 5), H(2, 1)

แล้วลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด A และ B, B และ K, K และ C, C และ D,
D และ A, E และ G, G และ H, H และ F



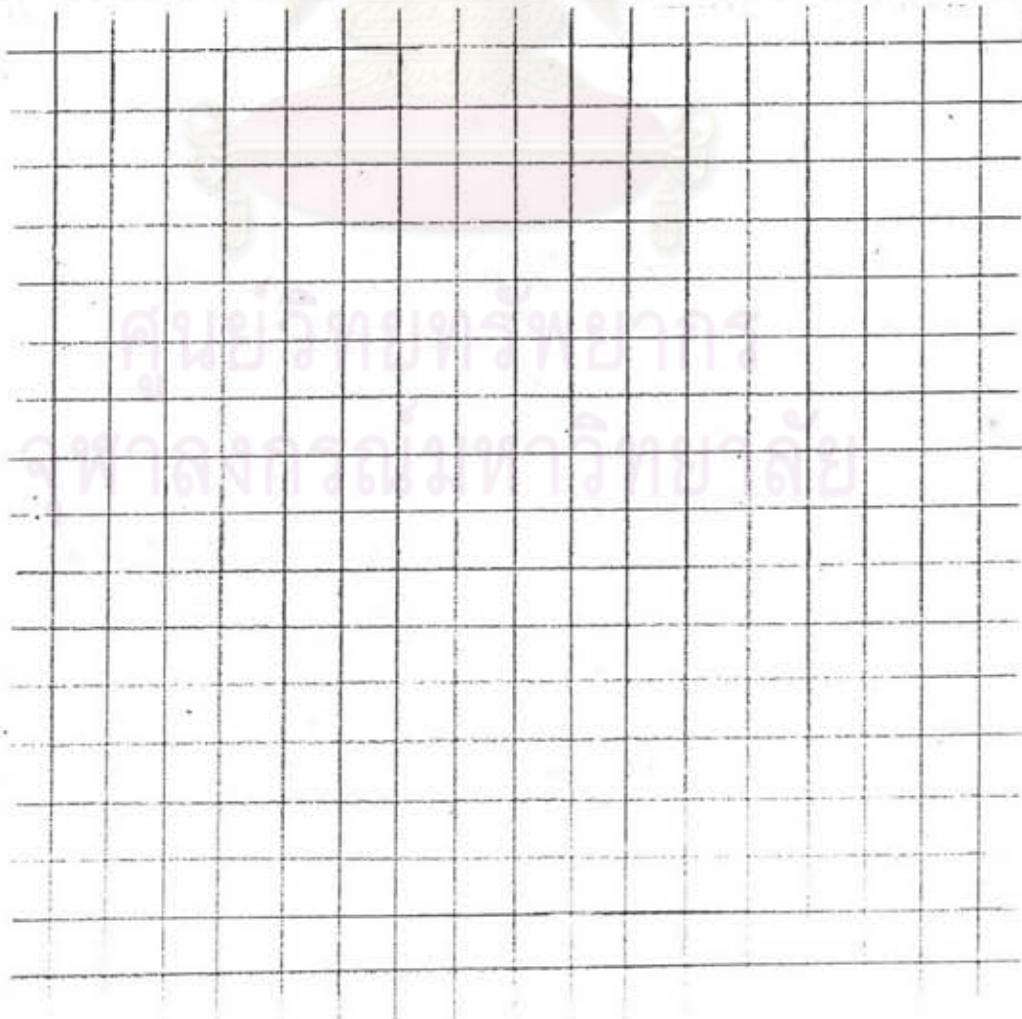
ศูนย์วิจัยและพัฒนา
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อผู้ตั้งโจทย์..... ชื่อผู้ทำ.....

คำแนะนำ ให้นักเรียนตั้งโจทย์โดยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เขียนแกน x และ แกน y ที่แสดงทั้งส่วนที่เป็นจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ ในกระดาษกราฟ
2. ลงจุดต่าง ๆ ที่จะก่อให้เกิดรูปภาพตามที่ต้องการ ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด
3. เขียนคู่อันดับของจุดต่าง ๆ ในข้อ 2
4. นำคู่อันดับในข้อ 2 มาเรียงเรียงเขียนเป็นโจทย์ ที่บอกให้ผู้ทำทราบอย่างชัดเจนว่า เมื่อลงจุด ๆ ต่าง ๆ แล้ว ให้ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดใดกับจุดใด ดังตัวอย่างโจทย์ของปัญหาในใบงานที่ 1

ปัญหา



ศูนย์วิจัยและพัฒนาการ
จฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบฝึกหัด 8

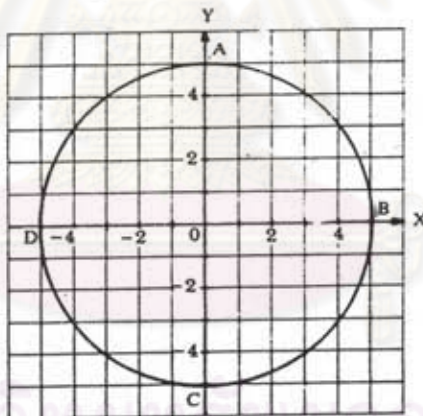
1. จงเขียนจุดต่อไปนี้บนระนาบจำนวน

A(0, 0) B(4, 4) C(1, 3) D(0, -5) E(5, -2) F(-3, -7)

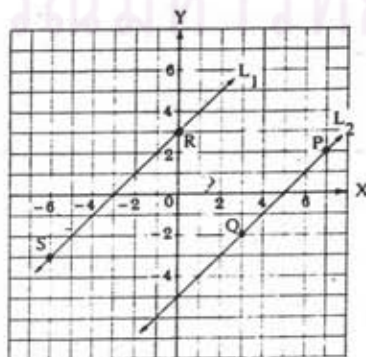
2. จงลงจุด (x, y) จากค่า x และ y ในตารางต่อไปนี้ บนระนาบจำนวนพร้อมทั้งเขียนชื่อจุดกำกับด้วย

x	0	1	-2	3	-4	-5	6
y	0	-1	2	-3	4	5	-6

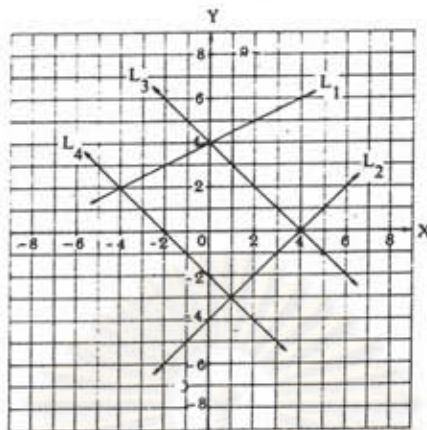
3. จงหาพิกัดของจุด A, B, C และ D ที่อยู่บนกราฟวงกลม



4. จงเขียนพิกัดของจุด P, Q, R และ S ที่อยู่บนเส้นกราฟ L_1 และ L_2



5. เส้นตรง L_1, L_2, L_3 และ L_4 ตัดกันที่จุดใดบ้าง

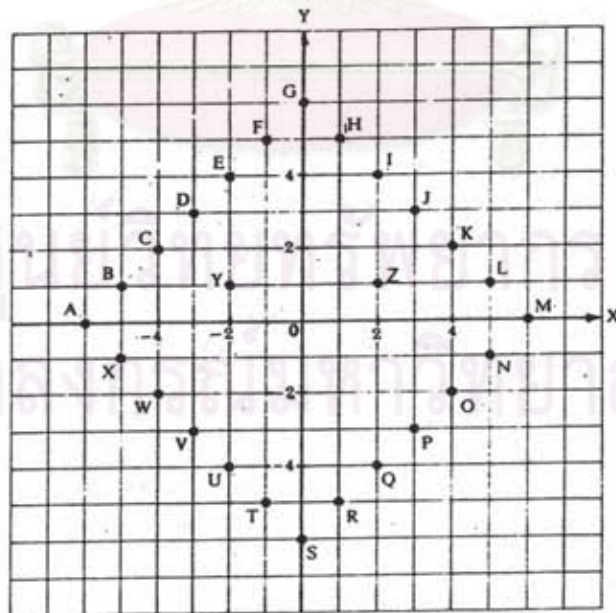



6. จงหาประโยชน์ที่ได้จากการแทนค่านับต่อไปนี้เป็นตามลำดับ ด้วยตัวอักษรที่กำหนดให้บนระนาบจำนวนและให้เว้นวรรคตามที่กำหนด

$(5, -1)(-2, -4)(6, 0)(-5, 1)(-2, 4)(1, -5)$

$(1, -5)(-2, -4)(5, 1)(-2, 4)(0, -6) \quad (-1, -5)(1, 5)(-2, 4)$

$(-2, -4)(5, -1)(2, 4)(-3, -3)(-2, 4)(1, -5)(0, -6)(-2, 4)$





ตัวอย่างแบบสอบตามจุดมุ่งหมายของกระบวนการสอน

และ

คู่มือการใช้แบบสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง คู่อันดับและกราฟ อีตราบส่วนและร้อยละ จำนวนเต็มลบ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำอธิบายวิธีตอบแบบสอบ

1. แบบสอบนี้มีข้อสอบจำนวน 50 ข้อ ให้เวลาในการตอบ 90 นาที
2. คำถามทั้งหมดเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด เพียงข้อละคำตอบเดียว ไปตอบในกระดาษคำตอบ โดยกาเครื่องหมาย X ลงในช่องสี่เหลี่ยมใต้ตัวอักษรที่เป็นข้อคำตอบที่ต้องการ ดังตัวอย่าง

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
90			X		

3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ค เป็นข้อ ง ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
90			X	X	

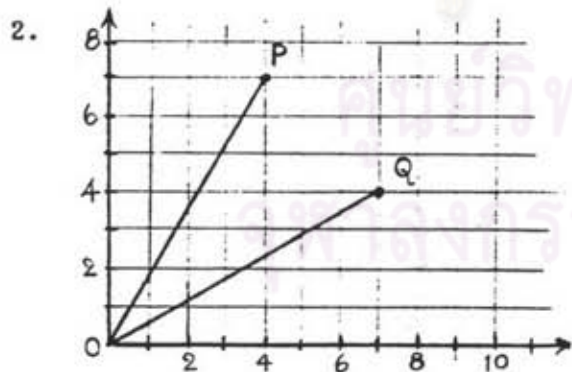
4. ห้ามทำเครื่องหมายหรือขีดเขียนสิ่งใด ๆ ลงในแบบสอบ และห้ามนำแบบสอบออกนอกห้องสอบ
5. การคิดคำนวณและการขีดเขียนใด ๆ ให้ทำในกระดาษทด
6. ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยให้ถามกรรมการคุมสอบ
7. ตั้งใจทำอย่างเต็มความสามารถ ถ้าพบข้อหากให้ผ่านไปทำข้ออื่นก่อน แล้วค่อยย้อนกลับมาพิจารณาใหม่

1. ชายชายเดินทางโดยจักรยานยนต์จากตำบล ก ไปยังตำบล ข ด้วยความเร็วสม่ำเสมอตั้งเวลา และระยะทางบางส่วนที่แสดงในตาราง

เวลา (นาที)	3	6	9	12
ระยะทาง (กม.)	4	8	12	16

ถ้าให้สมาชิกตัวหนึ่งของคู่อันดับแสดงระยะทาง และสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับแสดงเวลา ระยะทางและเวลาบางส่วนในการเดินทางของ ชายชายแสดงได้ด้วยคู่อันดับในข้อใด

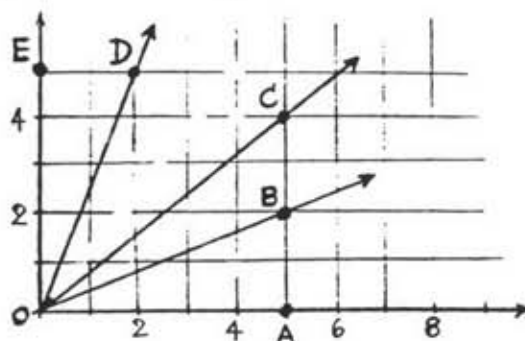
- ก. (0,0), (3,4), (6,8), (9,12)
- ข. (0,0), (6,8), (9,12), (12,16)
- ค. (0,0), (4,3), (8,6), (12,9)
- ง. (0,0), (8,6), (9,12), (16,12)
- จ. (4,3), (8,6), (12,9), (12,16)



จุด P เป็นกราฟของคู่อันดับใด

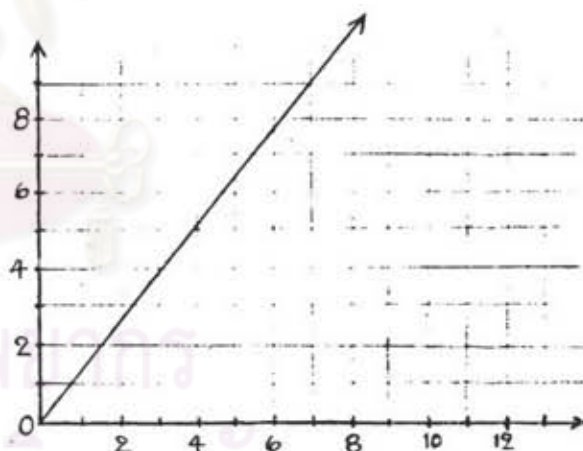
- ก. (0,7)
- ข. (7,0)
- ค. (0,4)
- ง. (7,4)
- จ. (4,7)

3. จุดใดเป็นกราฟของคู่อันดับ (0,5)



- ก. จุด A
- ข. จุด B
- ค. จุด C
- ง. จุด D
- จ. จุด E

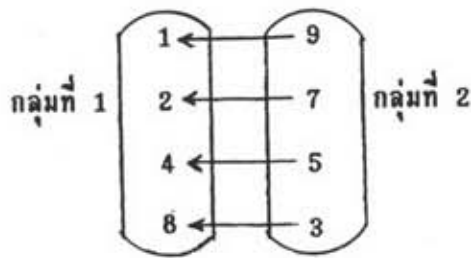
- 4.



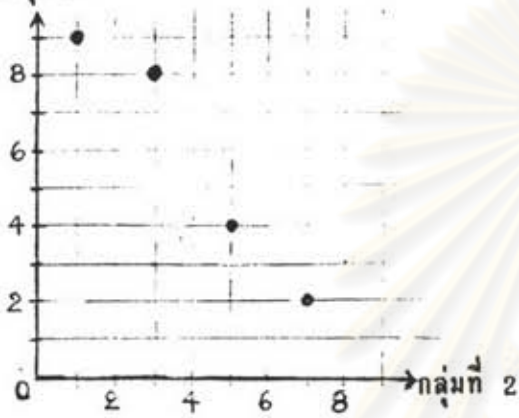
จากกราฟ ถ้าสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับเป็น 4 สมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับนั้น จะเป็นจำนวนใด

- ก. 2
- ข. 3
- ค. 4
- ง. 5
- จ. 6

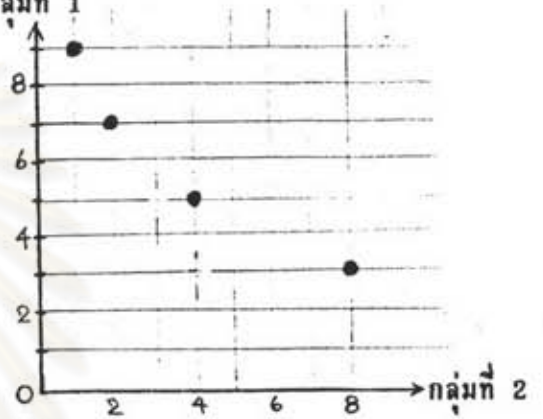
5. ข้อใดเป็นกราฟของแผนภาพต่อไปนี้



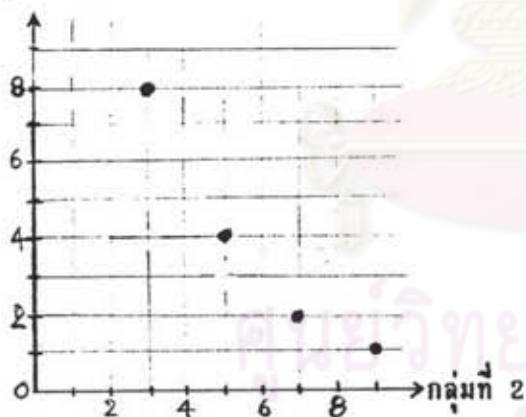
ก. กลุ่มที่ 1



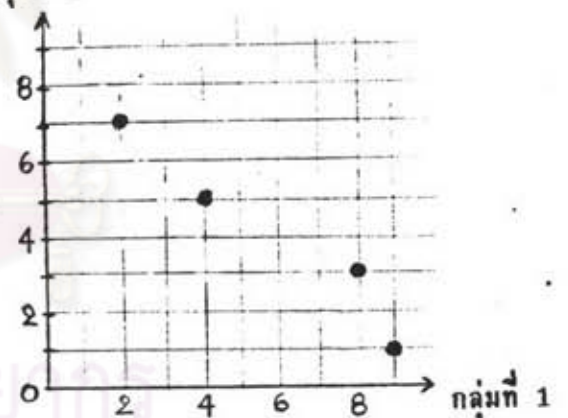
ง. กลุ่มที่ 1



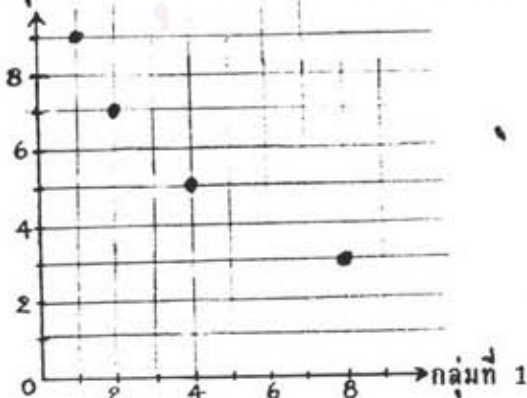
ข. กลุ่มที่ 1



จ. กลุ่มที่ 2



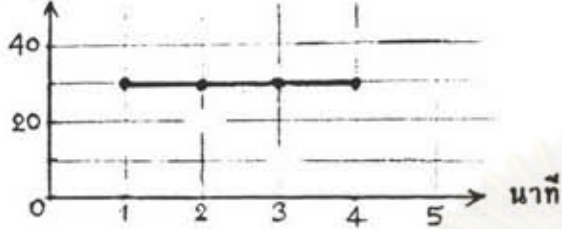
ค. กลุ่มที่ 2



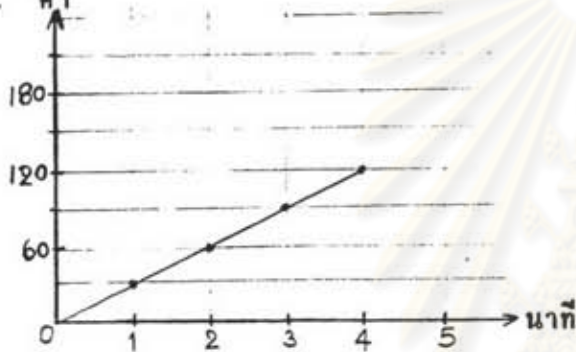


6. ฝนทิพย์พิมพ์หนังสือด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอนาทีละ 30 คำ เขียนกราฟแสดงจำนวนคำที่ฝนทิพย์พิมพ์ ตลอดช่วง 4 นาทีแรก ได้อย่างไร

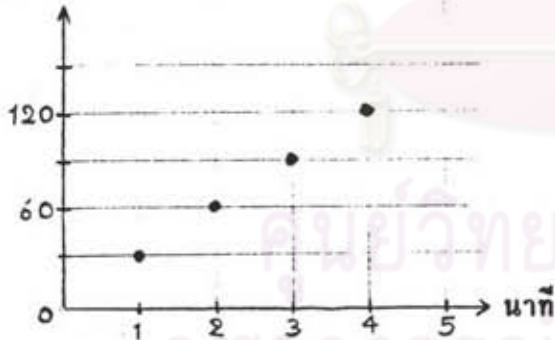
ก. คำ



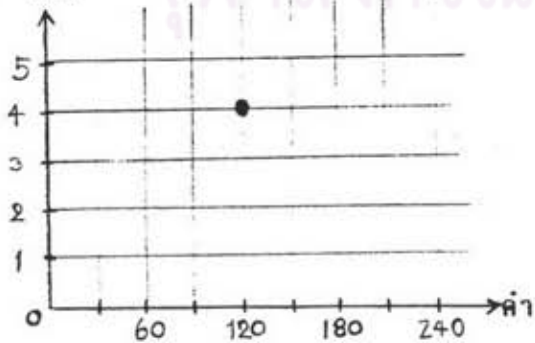
ข. คำ



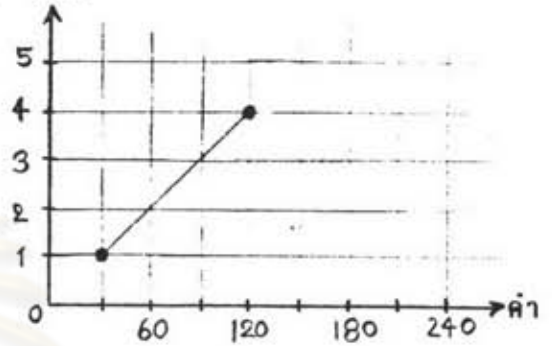
ค. คำ



ง. นาที

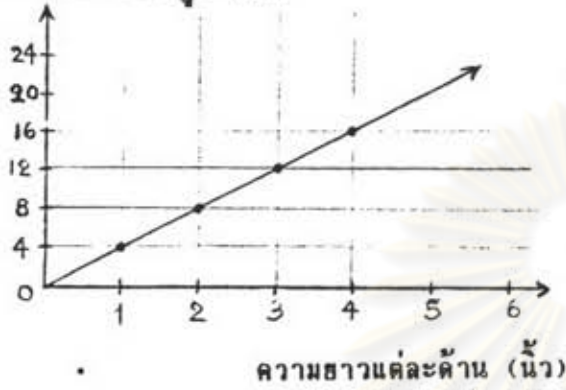


จ. นาที

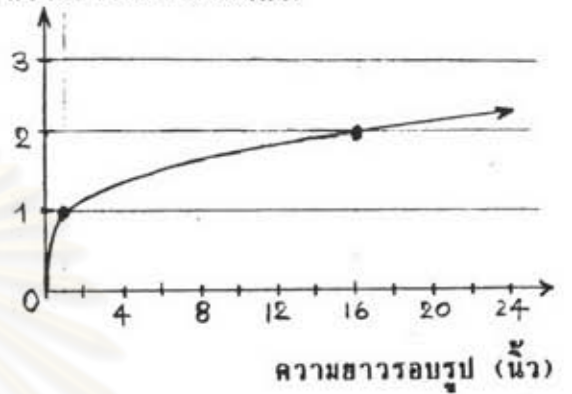


7. กราฟในข้อใดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวแต่ละด้านกับความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

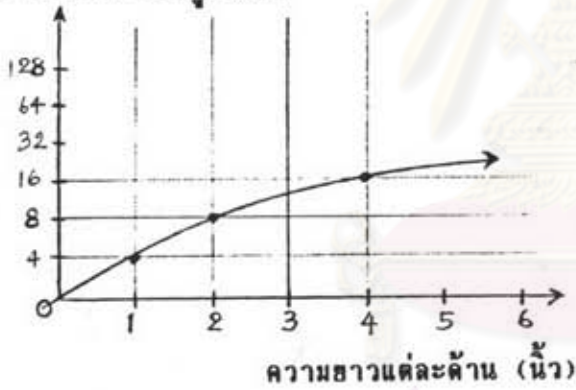
ก. ความยาวรอบรูป (นิ้ว)



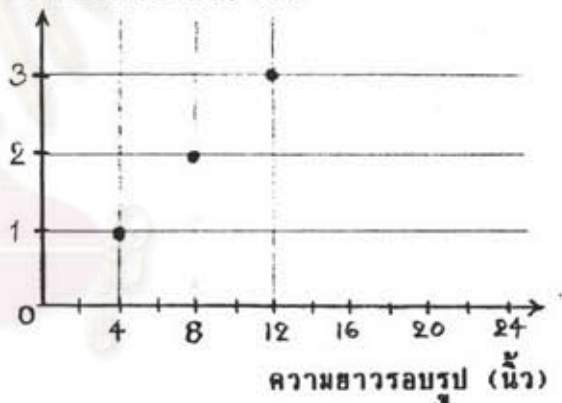
ง. ความยาวแต่ละด้าน (นิ้ว)



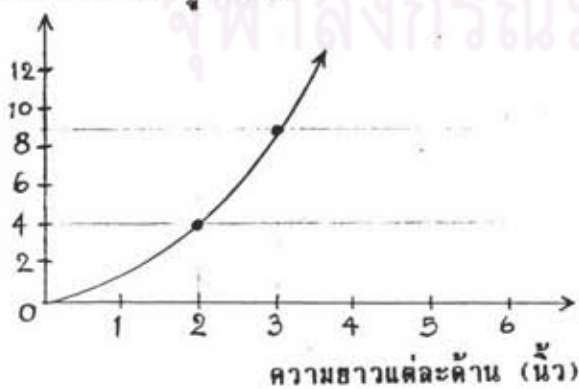
ข. ความยาวรอบรูป (นิ้ว)



จ. ความยาวแต่ละด้าน (นิ้ว)



ค. ความยาวรอบรูป (นิ้ว)



ศูนย์วิทยารัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

8. จากสมการ $y = 4(x + 1)$

ถ้า $x = \frac{1}{6}$ แล้ว $y = ?$

ก. $4\frac{2}{3}$

ข. $2\frac{3}{4}$

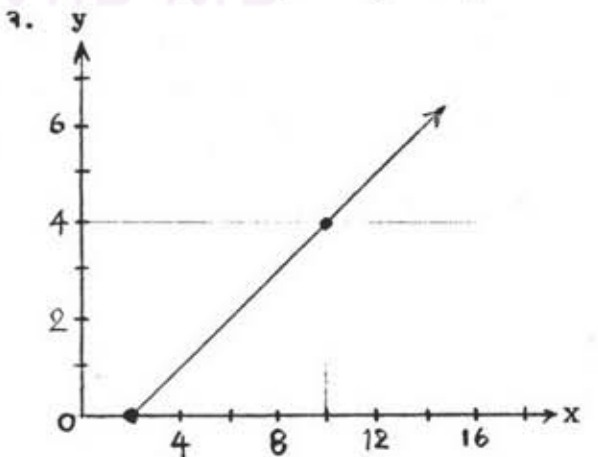
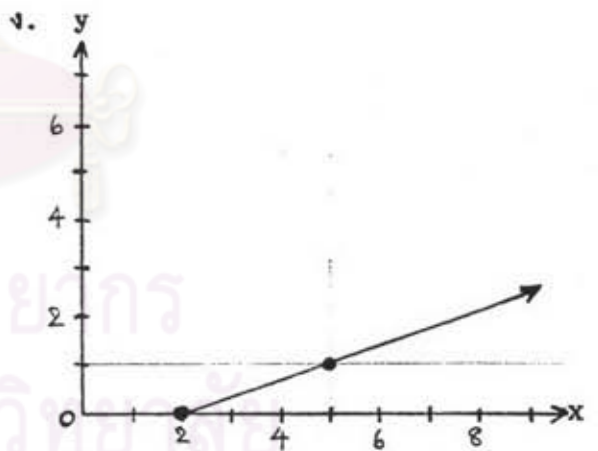
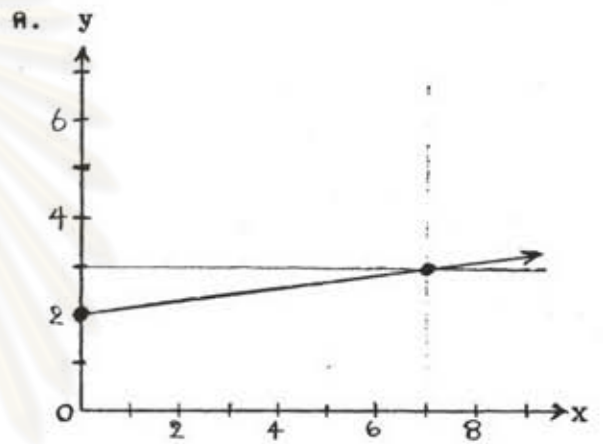
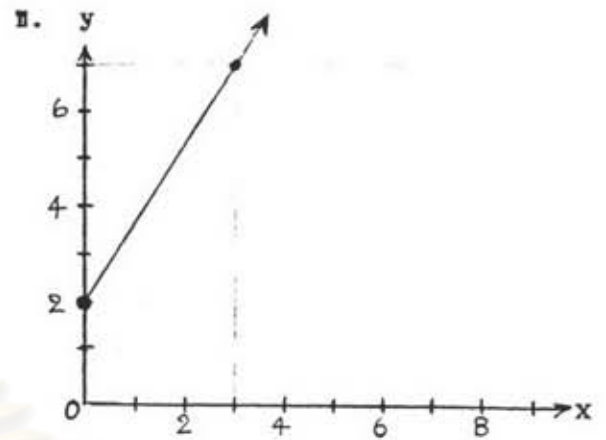
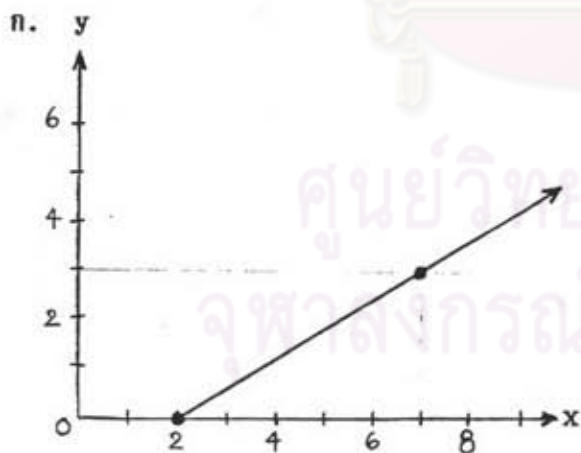
ค. $3\frac{1}{2}$

ง. $1\frac{2}{3}$

จ. $1\frac{1}{3}$

9. สมการ $y = \frac{3}{5}(x-2)$ เขียนกราฟได้ดังข้อใด

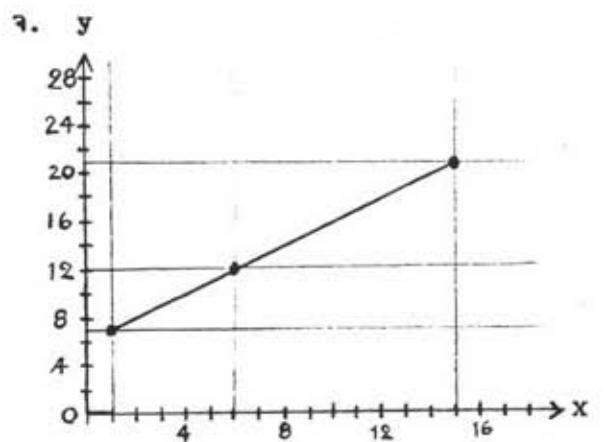
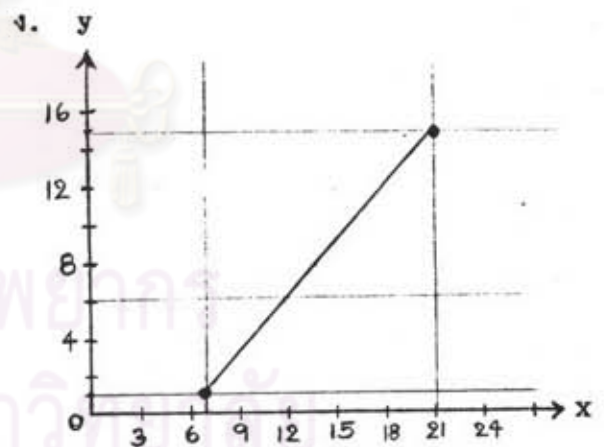
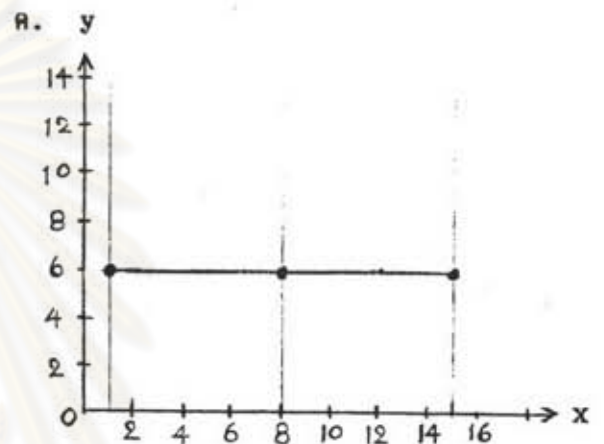
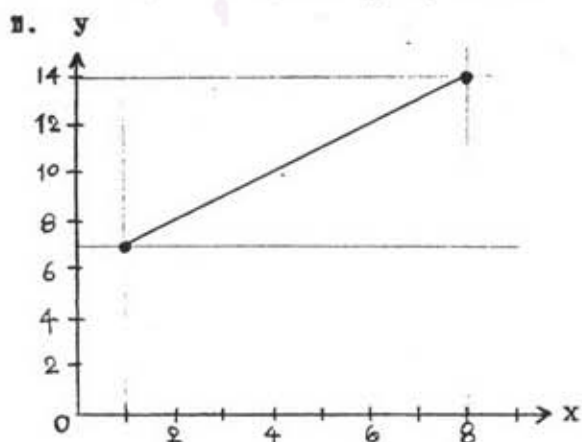
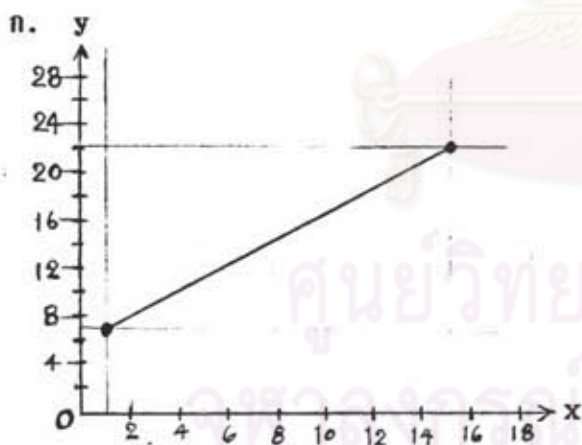
เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 2 ขึ้นไป



10. ก้อนและกอบต่างก็มีตุ๊กตาซึ่งรวมกันได้ 7 ตัว
จงหาจำนวนตุ๊กตาที่ก้อนอาจจะมีได้ทั้งหมด

- ก. 3 ถึง 4 ตัว
ข. 0 ถึง 7 ตัว
ค. 1 ถึง 6 ตัว
ง. 1 ถึง 7 ตัว
จ. 2 ถึง 5 ตัว

11. พี่น้องคู่หนึ่งมีอายุต่างกัน 6 ปี กราฟแสดงอายุ
ของพี่น้องคู่นี้ในช่วงที่คนน้องมีอายุ 1 ปีบริบูรณ์ ถึง
15 ปีบริบูรณ์ สามารถเขียนได้ดังข้อใด
ถ้าให้ x แทน อายุของน้อง (ปี)
 y แทน อายุของพี่ (ปี)



12. โน้ตตัวขาว (♩) 1 ตัว มีความยาวของเสียง
เท่ากับโน้ตตัวดำ (♩) 2 ตัว

$$\text{♩} = \text{♩} \text{ ♩}$$

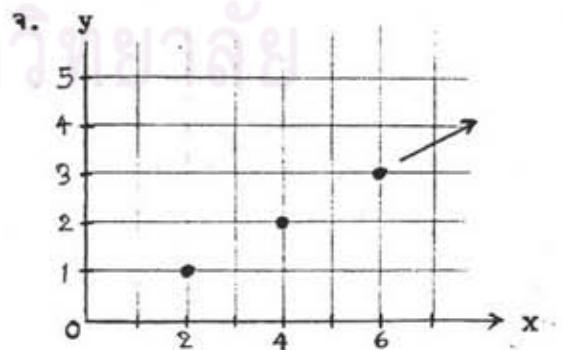
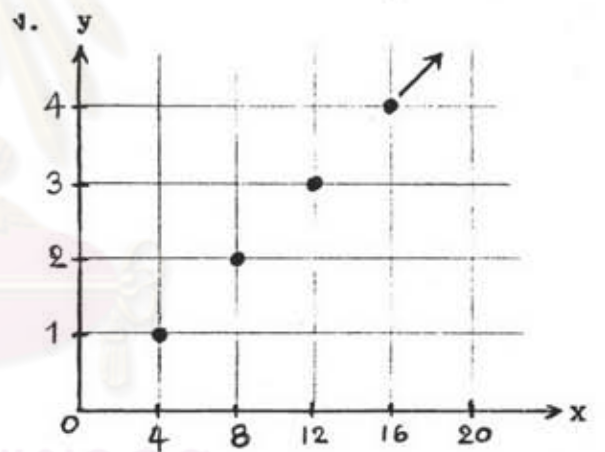
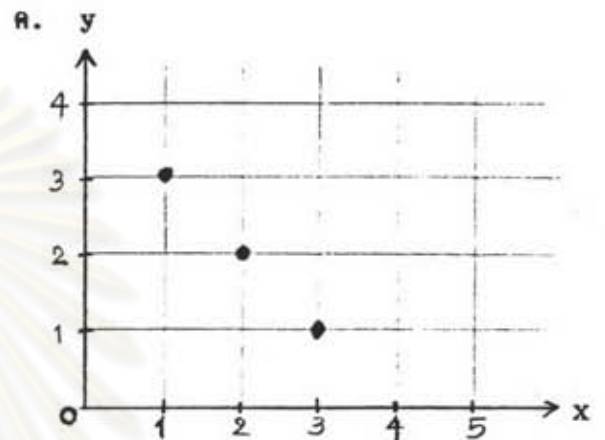
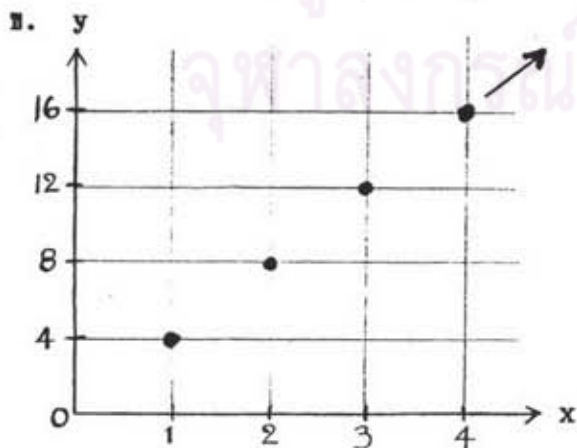
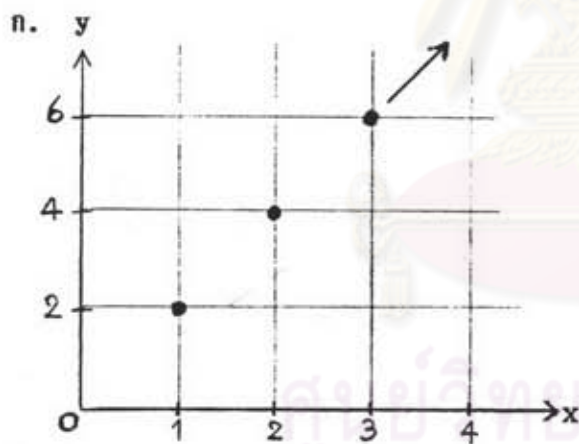
- โน้ตตัวดำ (♩) 1 ตัว มีความยาวของเสียง
เท่ากับตัวเข้บคหนึ่งซัน (♪) 2 ตัว

$$\text{♩} = \text{♪} \text{ ♪}$$

จะเขียนกราฟแสดงการใช้จำนวนตัวเข้บคหนึ่งซัน
แทนจำนวนโน้ตตัวขาวให้ได้ความยาวของเสียง
เท่ากัน ได้ดังข้อใด

ถ้าให้ x แทนจำนวนโน้ตตัวขาว (ตัว)

y แทนจำนวนตัวเข้บคหนึ่งซัน (ตัว)

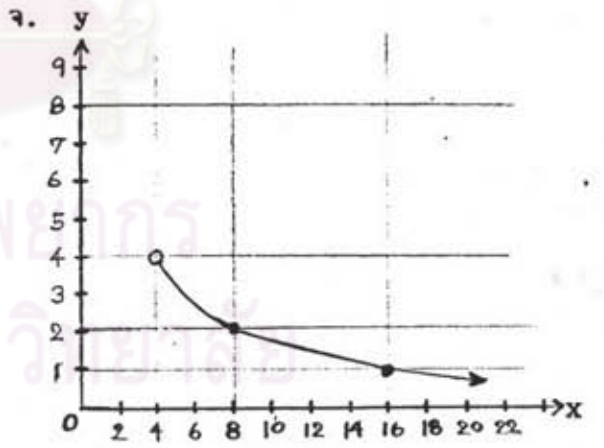
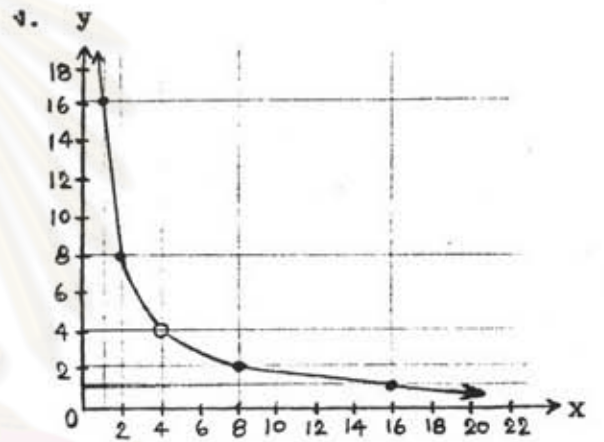
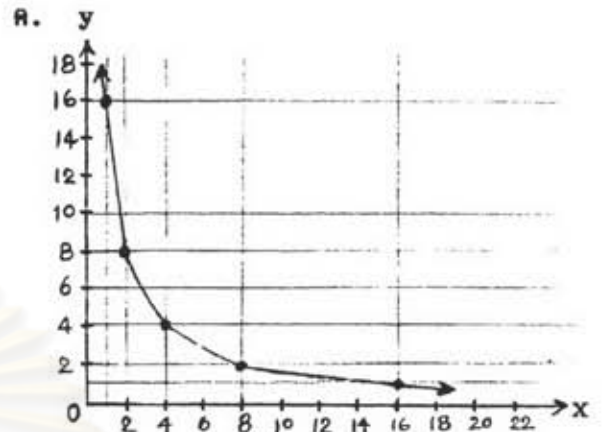
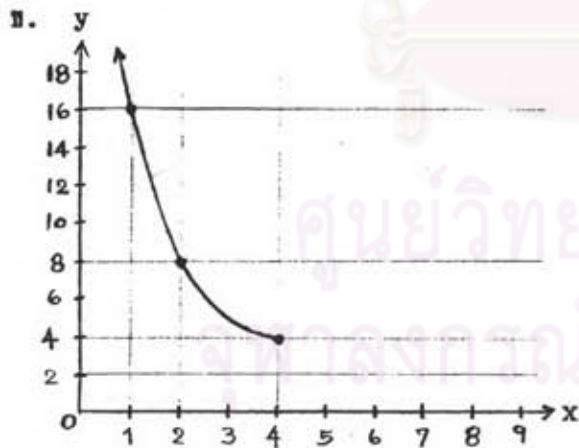
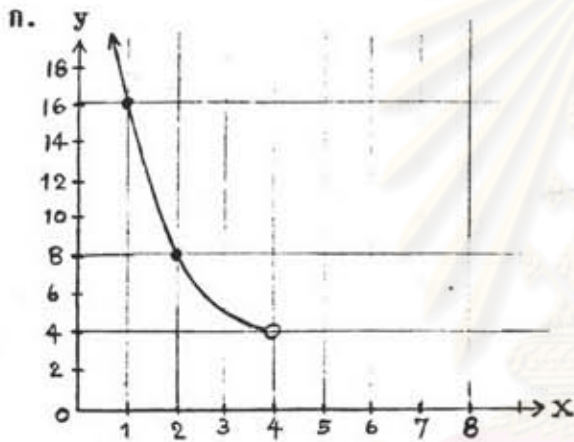


13. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 16 ตารางเซนติเมตร จะแสดงความยาวของด้านกว้างและด้านยาวที่เป็นไปได้ทั้งหมดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนั้นได้ดังกราฟในข้อใด

ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง (ซม.)

y แทนความยาวของด้านยาว (ซม.)

ดังนั้น x ต้องสั้นกว่า y



14. นิตยสารรายสัปดาห์เล่มหนึ่ง ภาชนะเล่มมีนวนิยาย เรื่องยาว 4 เรื่อง เรื่องสั้น 3 เรื่อง และ สารคดี 9 เรื่อง เขียนอัตราส่วนแสดงการ เปรียบเทียบจำนวนเรื่องของสารคดีต่อจำนวน เรื่องของนวนิยายเรื่องยาว ต่อจำนวนเรื่องของ เรื่องสั้นได้อย่างไร

ก. $3 : 4 : 9$

ข. $4 : 3 : 9$

ค. $9 : 3 : 4$

ง. $4 : 9 : 3$

จ. $9 : 4 : 3$

15. "สมัยก่อน เมื่อเด็กผู้หญิงชาวบาห์มีอายุครบ 10 ขวบ แม่และญาติฝ่ายหญิงจะต้องสอนให้ รู้จักทอผ้า ผ้าทอมือยาว 2 เมตร ใช้เวลา ทอ 3 สัปดาห์" เขียนอัตราส่วนแทนอัตราใน ข้อความที่ยกมานี้ได้อย่างไร

ก. $10 : 2$

ข. $2 : 10$

ค. $2 : 3$

ง. $10 : 5$

จ. $10 : 3$

16. อัตราส่วนใดเท่ากับอัตราส่วน $64 : 96$

ก. $54 : 86$

ข. $66 : 98$

ค. $6 : 9$

ง. $8 : 12$

จ. $12 : 18$

17. ข้อใดแสดงอัตราส่วนที่เท่ากันได้ถูกต้อง

ก. $\frac{9}{15} = \frac{6}{10}$ เพราะ $\frac{9 \times 10}{15 \times 10} = \frac{6 \times 15}{10 \times 15}$

ข. $\frac{59}{45} = \frac{27}{13}$ เพราะ $\frac{59 - 32}{45 - 32} = \frac{27}{13}$

ค. $\frac{5}{7} = \frac{65}{67}$ เพราะ $\frac{5 + 60}{7 + 60} = \frac{65}{67}$

ง. $\frac{0}{6} = \frac{0}{0}$ เพราะ $\frac{0 \times 0}{6 \times 0} = \frac{0}{0}$

จ. $\frac{1.4}{1} = \frac{1}{1.4}$ เพราะ $\frac{1.4 \div 1.4}{1 \times 1.4} = \frac{1}{1.4}$

18. อัตราส่วนคู่ใดเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ก. $\frac{6}{4}, \frac{7}{5}$

ข. $\frac{7}{9}, \frac{3}{5}$

ค. $\frac{5.1}{2}, \frac{5}{1.9}$

ง. $\frac{54}{36}, \frac{72}{48}$

จ. $\frac{0.8}{7}, \frac{3}{26}$

19. จากสัดส่วน $\frac{2}{1.2} = \frac{10}{a}$ ค่าของ a เป็นเท่าไร

- ก. $1.2 + 8$
- ข. 1.2×5
- ค. $1.2 + 10$
- ง. 1.2×10
- จ. $1.2 \div 2$

20. จากสัดส่วน $\frac{4.8}{69} = \frac{b}{23}$ ค่าของ b เป็นเท่าไร

- ก. 0.2
- ข. 1.6
- ค. 1.8
- ง. 2.5
- จ. 11.7

21. "สมศรีทำงานพิเศษนอกเวลาเรียนมา 3 วัน
ได้ค่าจ้างรวมเป็นเงิน 225 บาท ถ้าเขากำ
ต่อไปอีก 7 วัน โดยได้ค่าจ้างในอัตราเท่าเดิม
เขาจะได้เงินอีก a บาท "

ข้อความนี้ตรงกับสัดส่วนใด

- ก. $\frac{3}{225} = \frac{7}{a}$
- ข. $\frac{3}{225} = \frac{10}{a}$
- ค. $\frac{3}{225} = \frac{a}{7}$
- ง. $\frac{225}{3} = \frac{10}{a}$
- จ. $\frac{7}{225} = \frac{3}{a}$

22. บุญมีแบ่งเงินที่มีอยู่ให้แก่มูลุกลและหลาน
โดยอัตราส่วนของจำนวนเงินที่ให้แก่ลูกต่อ
จำนวนเงินที่ให้แก่หลานเป็น $11 : 7$ ถ้าลูก
และหลานได้รับส่วนแบ่งต่างกันอยู่ 2,800 บาท
บุญมีให้เงินแก่ลูกและหลานรวมเป็นจำนวนเท่าใด

- ก. 4,400 บาท
- ข. 7,200 บาท
- ค. 7,700 บาท
- ง. 12,600 บาท
- จ. 32,400 บาท

23. เขียนอัตราส่วน $\frac{1}{16}$ ให้อยู่ในรูปร้อยละได้อย่างไร

$$\text{ก. } \frac{1}{16} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{100}{100}} = \frac{0.0625}{100}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{1}{16} = 0.0625\%$$

$$\text{ข. } \frac{1}{16} = \frac{a}{100}$$

$$16 \times a = 100 \times 1$$

$$a = \frac{16}{100} = 0.16$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{1}{16} = \frac{0.16}{100} = 0.16\%$$

$$\text{ค. } \frac{1}{16} = \frac{a}{100}$$

$$16 \times a = 100 \times 1$$

$$a = \frac{100}{16} = 6.25$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{1}{16} = \frac{6.25}{100} = 6.25\%$$

$$\text{ง. } \frac{1}{16} = \frac{a}{100}$$

$$16 \times a = 100 \times 1$$

$$a = \frac{100}{16} = 6.25$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{1}{16} = \frac{6.25}{100}\%$$

$$\text{จ. } \frac{1}{16} = \frac{a}{100}$$

$$16 \times a = 100 \times 1$$

$$a = \frac{100}{16} = 6.25$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{1}{16} = \frac{6.25}{100} = 0.0625\%$$

$$= 0.0625\%$$

24. เขียน $\frac{47}{10}$ ให้อยู่ในรูปร้อยละได้ดังคำตอบใด

$$\text{ก. } 470\%$$

$$\text{ข. } 47\%$$

$$\text{ค. } 4.7\%$$

$$\text{ง. } \frac{470}{100}\%$$

$$\text{จ. } \frac{4.7}{100}\%$$

25. เขียน $\frac{75}{75}$ ให้อยู่ในรูปร้อยละได้ดังคำตอบใด

- ก. 1%
 ข. $\frac{75}{100}$ %
 ค. $\frac{100}{100}$ %
 ง. 75%
 จ. 100%

26. เขียน 72% ให้อยู่ในรูปอัตราส่วนได้ดังคำตอบใด

- ก. 18 : 7
 ข. 18 : 25
 ค. 25 : 18
 ง. 18 : 100
 จ. 25 : 100

27. เขียน 620% ให้อยู่ในรูปอัตราส่วนได้ดังคำตอบใด

- ก. 62 : 100
 ข. 6.2 : 10
 ค. 620 : 1000
 ง. 31 : 5
 จ. 31 : 10

28. เพชรคูลินาน (cullinan) เป็นเพชรเม็ดใหญ่ที่สุดในโลกเท่าที่เคยพบมาหนัก 3,106 กะรัต เมื่อเจียรระไนแล้ว ได้เพชรสวยเม็ดใหญ่เล็กหลายเม็ดรวมน้ำหนักได้เพียง 1,063.65 กะรัต น้ำหนักที่เหลือนี้ คิดเป็นร้อยละเท่าไรของน้ำหนักก่อนเจียรระไน

ให้น้ำหนักที่เหลือคิดเป็นร้อยละ n ของน้ำหนักก่อนเจียรระไน

$$ก. \frac{1063.65}{3106} = \frac{n}{100}$$

$$n = \frac{1063.65 \times 100}{3106}$$

$$ข. \frac{n}{3106} = \frac{1063.65}{100}$$

$$n = \frac{1063.65 \times 3106}{100}$$

$$ค. \frac{3106}{1063.65} = \frac{n}{100}$$

$$n = \frac{3106 \times 100}{1063.65}$$

$$ง. \frac{3106}{1063.65} = \frac{n}{100}$$

$$n = \frac{3106}{1063.65 \times 100}$$

$$จ. \frac{1063.65}{3106} = \frac{n}{100}$$

$$n = \frac{1063.65}{3106 \times 100}$$

29. นิสิตสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 56% ของคะแนนเต็ม ถ้าจำนวนข้อสอบในครั้งนั้นมี 50 ข้อ และให้คะแนนสำหรับข้อที่ตอบถูกข้อละ 1 คะแนน นิสิตตอบถูกกี่ข้อ

ให้นิสิตตอบถูก x ข้อ

$$\text{ก. } \frac{56}{100} = \frac{x}{50}$$

$$x = \frac{100 \times 50}{56}$$

$$\text{ข. } \frac{50}{100} = \frac{x}{56}$$

$$x = \frac{100 \times 50}{56}$$

$$\text{ค. } \frac{100}{50} = \frac{x}{56}$$

$$x = \frac{56 \times 100}{50}$$

$$\text{ง. } \frac{56}{100} = \frac{x}{50}$$

$$x = \frac{56 \times 50}{100}$$

$$\text{จ. } \frac{50}{56} = \frac{x}{100}$$

$$x = \frac{50 \times 100}{56}$$

30. มูลนิธิการกุศลต้องการฝากเงินไว้กับธนาคารจำนวนหนึ่ง เพื่อนำดอกเบี้ยในแต่ละปีมาใช้เป็นทุนการศึกษาให้แก่เด็กยากจน ธนาคารให้ดอกเบี้ยในอัตราร้อยละ 8 ต่อปี มูลนิธิต้องนำเงินไปฝากธนาคารเป็นจำนวนเท่าไร จึงจะได้ดอกเบี้ย 20,000 บาทเมื่อครบปี

ให้ n แทนจำนวนเงินที่ต้องนำไปฝาก

$$\text{ก. } \frac{8}{100} = \frac{20,000}{n}$$

$$n = \frac{20,000 \times 100}{8}$$

$$\text{ข. } \frac{8}{100} = \frac{20,000}{n}$$

$$n = \frac{20,000 \times 8}{100}$$

$$\text{ค. } \frac{8}{n} = \frac{20,000}{100}$$

$$n = \frac{8 \times 100}{20,000}$$

$$\text{ง. } \frac{8}{20,000} = \frac{n}{100}$$

$$n = \frac{8 \times 100}{20,000}$$

$$\text{จ. } \frac{n}{20,000} = \frac{8}{100}$$

$$n = \frac{20,000 \times 8}{100}$$

31. วิทยุ-เทป เครื่องหนึ่ง ซื้อเงินสดได้ในราคา 2,500 บาท แต่ถ้าเช่าซื้อ ต้องชำระเงินเมื่อตกลงทำสัญญาเป็นเงิน 500 บาท และต้องผ่อนชำระทุกเดือน เป็นเวลา 10 เดือน เมื่อรวมเงินที่ต้องชำระทั้งสิ้นแล้ว ราคาเช่าซื้อแพงกว่าราคาเงินสด 32% ของราคาเงินสด อซากทราบว่า ในการเช่าซื้อ ต้องผ่อนชำระเดือนละกี่บาท

- ก. 250 บาท
- ข. 280 บาท
- ค. 320 บาท
- ง. 330 บาท
- จ. 350 บาท

32. บริษัทกำหนดราคาขายหนังสือพิมพ์รายวันฉบับละ 5.00 บาท และให้ส่วนแบ่งแก่ร้านค้าร้อยละ 20% ของราคาขาย ร้านค้าร้อยละได้ส่วนแบ่งฉบับละเท่าไร ถ้าบริษัทเพิ่มส่วนแบ่งให้ร้านค้าร้อยละอีก 20% ของส่วนแบ่งเดิม ร้านค้าร้อยละได้ส่วนแบ่งฉบับละเท่าไร

- ก. ส่วนแบ่งเดิม ฉบับละ 1.20 บาท
ส่วนแบ่งใหม่ ฉบับละ 2.00 บาท
- ข. ส่วนแบ่งเดิม ฉบับละ 1.20 บาท
ส่วนแบ่งใหม่ ฉบับละ 1.40 บาท
- ค. ส่วนแบ่งเดิม ฉบับละ 1.00 บาท
ส่วนแบ่งใหม่ ฉบับละ 2.00 บาท
- ง. ส่วนแบ่งเดิม ฉบับละ 1.00 บาท
ส่วนแบ่งใหม่ ฉบับละ 1.40 บาท
- จ. ส่วนแบ่งเดิม ฉบับละ 1.00 บาท
ส่วนแบ่งใหม่ ฉบับละ 1.20 บาท

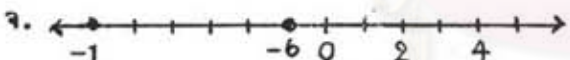
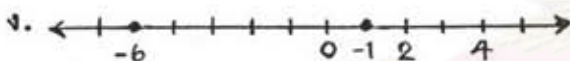
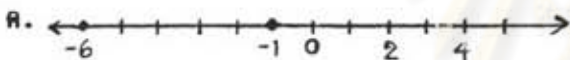
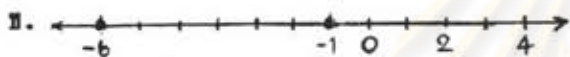
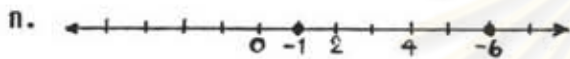
33. ร้านหวานใจและร้านฮั่วฮวดขายรองเท้าซึ่งผลิตจากโรงงานเดียวกัน ร้านหวานใจได้ประกาศลดราคารองเท้าแบบหนึ่งลง 40% ของราคาเดิมซึ่งปิดไว้คู่ละ 500 บาท แต่ผู้ซื้อต้องเสียภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% ของราคาที่ลดลงแล้ว ส่วนร้านฮั่วฮวดได้ประกาศขายรองเท้าแบบเดียวกันนี้ในราคาคู่ละ 359 บาท โดยผู้ซื้อไม่ต้องเสียภาษีมูลค่าเพิ่ม ร้านใดขายถูกกว่า และถูกกว่ากันคู่ละกี่บาท

- ก. ร้านฮั่วฮวดขายถูกกว่าอยู่ 38 บาท
- ข. ร้านฮั่วฮวดขายถูกกว่าอยู่ 35 บาท
- ค. ร้านหวานใจขายถูกกว่าอยู่ 29 บาท
- ง. ร้านหวานใจขายถูกกว่าอยู่ 35 บาท
- จ. ร้านหวานใจขายถูกกว่าอยู่ 38 บาท

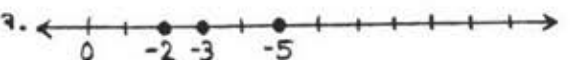
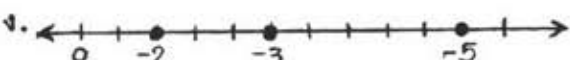
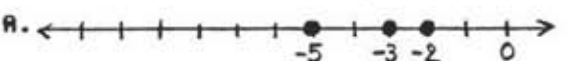
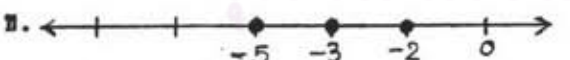
34. จำนวนชนิดใดแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ทางซ้ายของ 0

- ก. จำนวนเฉพาะ
- ข. จำนวนเต็มบวก
- ค. จำนวนเต็มลบ
- ง. จำนวนเต็ม
- จ. จำนวนนับ

35. จุดในข้อใดแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $-1, -6$



36. เขียนจุดแทน $-5, -3, -2$ ได้ดังข้อใด



37. จำนวนในข้อใดเรียงลำดับจากน้อยไปมาก

- ก. $-15, -11, -7, -4$
- ข. $-9, -14, -19, -20$
- ค. $-4, -6, 0, 5, 10$
- ง. $0, 7, -14, -21$
- จ. $-8, -10, -12, 14$

38. จำนวนในข้อใดเรียงลำดับจากมากไปน้อย

- ก. $-21, -28, -35, 0$
- ข. $31, -27, -23, -19,$
- ค. $0, -8, -10, -12,$
- ง. $-25, -20, -15, -10$
- จ. $34, 29, -24, -19$

39. ออกซิเจนเดือดที่อุณหภูมิ -183 องศาเซลเซียส
 ไนโตรเจนเดือดที่อุณหภูมิ -196 องศาเซลเซียส
 คลอรีนเดือดที่อุณหภูมิ -35 องศาเซลเซียส
 ไฮโดรเจนเดือดที่อุณหภูมิ -253 องศาเซลเซียส
 ส่วนน้ำเดือดที่อุณหภูมิ 100 องศาเซลเซียส
 สารชนิดใดมีจุดเดือดต่ำที่สุด

- ก. ออกซิเจน
- ข. ไนโตรเจน
- ค. คลอรีน
- ง. ไฮโดรเจน
- จ. น้ำ

40. ในการฝึกให้เด็กเล็ก ๆ ขว้างลูกบอลไปยังเป้าที่อยู่ข้างหน้าห่างจากตัวเด็ก 2 เมตร ปรากฏผลในการขว้างครั้งหนึ่ง ดังนี้

เด็กชายเอ	ขว้างได้ -29 ซม.
เด็กหญิงอ้อ	ขว้างได้ -40 ซม.
เด็กหญิงอุ๊ย	ขว้างได้ -28 ซม.
เด็กชายโอ๊ะ	ขว้างได้ 95 ซม.
เด็กชายคึก	ขว้างได้ 57 ซม.

ลูกบอลของใครตกห่างจากเป้าหมายมากที่สุด

- เด็กชายเอ
- เด็กหญิงอ้อ
- เด็กหญิงอุ๊ย
- เด็กชายโอ๊ะ
- เด็กชายคึก

41. จำนวนในข้อใดเป็นจำนวนเต็มทุกจำนวน

- 30, 25, 20.5, 15
- 10, -8, -6, -4.2
- 0, -15, 2.5, 4
- 0, 200, -200, $\frac{6}{2}$
- 2, $\frac{2}{5}$, 5, 1

42. จำนวนต่อไปนี้ จำนวนใดเป็นจำนวนเต็ม

- จำนวนที่หมายถึงร้อยละ 40 หรือ 40%
- จำนวนที่คูณกับ 6 แล้วได้ผลลัพธ์ 1
- จำนวนที่ลบด้วย 0.3 แล้วได้ผลลัพธ์ 7
- จำนวนที่บวกกับ 9.5 แล้วได้ผลลัพธ์ 11
- จำนวนที่หารด้วย $\frac{1}{2}$ แล้วได้ผลลัพธ์ 10

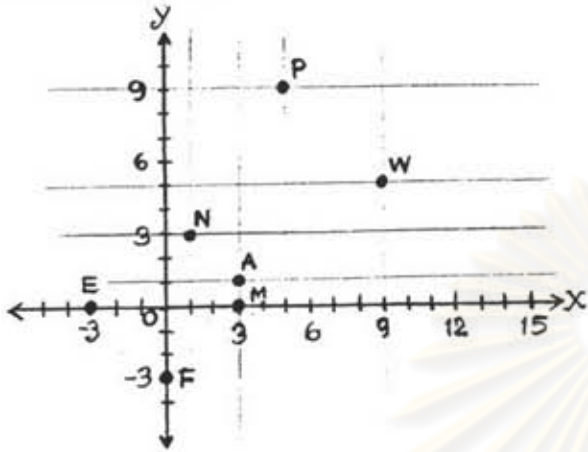
43. จำนวนใดเป็นจำนวนเต็มบวก

- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก -10 ไปทางขวา 1 หน่วย
- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก -6 ไปทางขวา 6 หน่วย
- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 8 ไปทางซ้าย 9 หน่วย
- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 2 ไปทางซ้าย 2 หน่วย
- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 11 ไปทางซ้าย 2 หน่วย

44. จำนวนใดเป็นจำนวนเต็มลบ

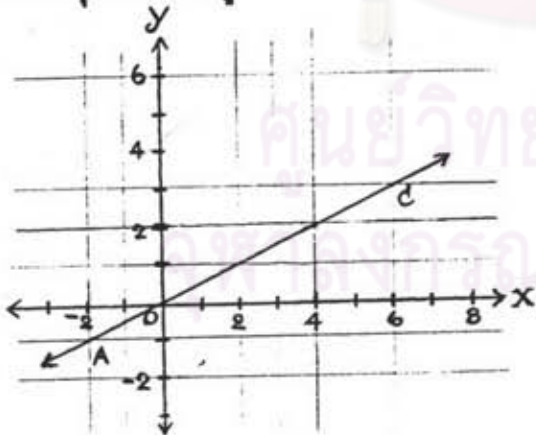
- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 3 ไปทางซ้าย 6 หน่วย
- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 5 ไปทางซ้าย 1 หน่วย
- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก -7 ไปทางขวา 7 หน่วย
- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก -3 ไปทางขวา 9 หน่วย
- จำนวนบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 8 ไปทางซ้าย 8 หน่วย

45. จากกราฟ จงหาว่าคู่อันดับในข้อใดแทนจุดที่นำมาเรียงกันตามลำดับของคู่อันดับในข้อนี้ได้เป็นคำว่า "NEW"



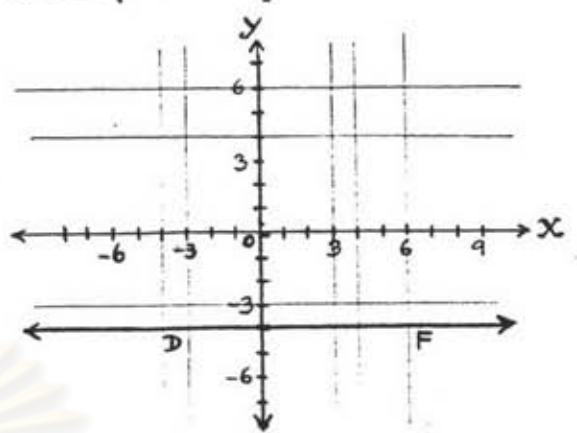
- ก. (3, 1), (-3, 0), (9, 5)
- ข. (1, 3), (-3, 0), (9, 5)
- ค. (1, 3), (3, 0), (9, 5)
- ง. (1, 3), (-3, 0), (5, 9)
- จ. (1, 3), (0, -3), (9, 5)

46. พิกัดของจุดในข้อใดอยู่บนกราฟเส้นตรง AC



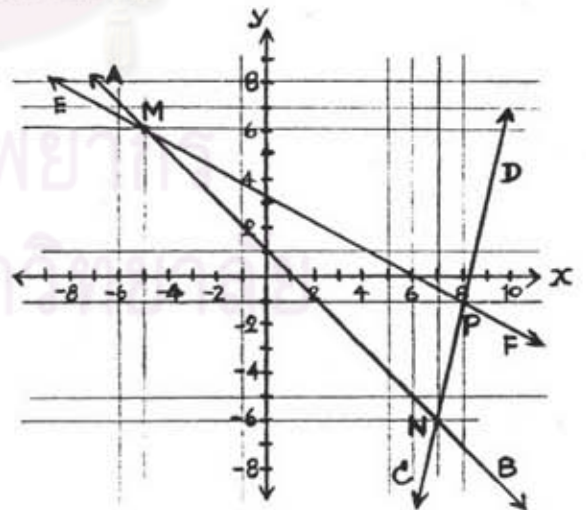
- ก. A(-2, 1), B(0, 0), C(6, 3)
- ข. A(2, -1), B(2, 1), C(6, 3)
- ค. A(-2, -1), B(1, 2), C(3, 6)
- ง. A(-1, -2), B(2, 4), C(6, 3)
- จ. A(-2, -1), B(4, 2), C(6, 3)

47. พิกัดของจุดในข้อใดอยู่บนกราฟเส้นตรง DF



- ก. D(-3, -4), E(4, 4), F(6, 4)
- ข. D(-4, -3), E(-4, 4), F(-4, 6)
- ค. D(-4, 3), E(-4, 4), F(-4, 6)
- ง. D(-3, -4), E(4, -4), F(6, -4)
- จ. D(-4, -3), E(4, -4), F(6, -4)

48. พิกัดของจุดในข้อใดเป็นจุดตัดของเส้นตรง AB, CD และ EF



- ก. M(-5, 6), P(8, -1), N(7, 6)
- ข. M(6, -5), P(-1, 8), N(-6, 7)
- ค. M(-5, 6), P(8, -1), N(7, -6)
- ง. M(5, 6), P(8, -1), N(7, -6)
- จ. M(-5, 6), P(8, 1), N(7, -6)

49. คู่อันดับในข้อใด เมื่อนำมาเขียนกราฟบนระนาบ แล้วลากส่วนของเส้นตรงต่อระหว่างจุดเหล่านั้น จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

- ก. $(0, 7), (-3, -1), (-3, 7)$
- ข. $(0, -7), (-3, -1), (-3, 7)$
- ค. $(0, 7), (3, -1), (-3, 7)$
- ง. $(0, 7), (-3, -1), (3, 7)$
- จ. $(0, 7), (-3, -1), (-7, 3)$

50. จุดในข้อใดเรียงเป็นแนวเส้นตรง

- ก. $P(-6, -7), Q(2, -3), R(-6, -4)$
- ข. $P(-6, -7), Q(2, -3), R(-4, -6)$
- ค. $P(6, -7), Q(2, -3), R(-4, -6)$
- ง. $P(-6, -7), Q(2, 3), R(-4, -6)$
- จ. $P(-6, -7), Q(2, -3), R(4, -6)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กระดาษคำตอบ

แบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น.....

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					
31					
32					
33					

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
34					
35					
36					
37					
38					
39					
40					
41					
42					
43					
44					
45					
46					
47					
48					
49					
50					

คู่มือการใช้แบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องคู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวนเต็มลบ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำนำ

คู่มือนี้จะแสดงให้เห็นถึงลักษณะ โครงสร้างของแบบสอบ ผลการวิเคราะห์คุณภาพ
ของแบบสอบและรายละเอียดเกี่ยวกับการใช้แบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องคู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวนเต็มลบ ในรายวิชา ค 102
คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ในเรื่องดังกล่าวซึ่ง
แยกได้เป็น 3 กลุ่ม คือกลุ่มที่วัดความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ระดับความรู้ความจำและความ
เข้าใจ กลุ่มที่วัดความสามารถในการคิดคำนวณระดับความเข้าใจ และกลุ่มที่วัดความสามารถ
ในการแก้โจทย์ปัญหาระดับการนำไปใช้

ลักษณะและโครงสร้างของแบบสอบ

แบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชุดนี้ประกอบด้วยข้อสอบปรนัยแบบเลือก
ตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ ซึ่งสร้างขึ้นตามตารางวิเคราะห์โครงสร้างของแบบสอบ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องคู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวน
เต็มลบ ได้ข้อสอบที่ใช้วัดความสามารถตามจุดประสงค์การเรียนรู้ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ
จำนวน 13 ข้อ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 20 ข้อ และเรื่องจำนวนเต็มลบ จำนวน
17 ข้อ โดยเป็นข้อสอบที่วัดความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ระดับความรู้ความจำ จำนวน 5 ข้อ
และระดับความเข้าใจ จำนวน 17 ข้อ วัดความสามารถในการคิดคำนวณระดับความเข้าใจ
จำนวน 12 ข้อ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาระดับการนำไปใช้ จำนวน 16 ข้อ
ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางวิเคราะห์โครงสร้างของแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่องคู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวนเต็มลบ

เรื่อง/หัวข้อ/จุดประสงค์การเรียนรู้	กลุ่มลักษณะจุดประสงค์ฯ	รู้-เข้าใจ মনটর্স্ন	คิดคำนวณ	แก้ปัญหา	จำนวน ข้อสอบ	จำนวน คาบสอน
1. <u>คู่อันดับและกราฟ</u>					13	9
1.1 <u>คู่อันดับและกราฟ</u> นักเรียนสามารถ					7	4
1.1.1 เขียนคู่อันดับจากแผนภาพหรือตารางที่กำหนดให้		ข(1)				
1.1.2 อ่านคู่อันดับจากจุดบนกราฟ		ข(1)				
1.1.3 หาจุดบนกราฟได้เมื่อบอกคู่อันดับให้		ข(1)				
1.1.4 อ่านสมาชิกตัวที่หนึ่งหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับจากกราฟเมื่อกำหนดสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งให้		ข(1)				
1.1.5 เขียนกราฟได้เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มมาให้		ข(1)		น(2)		
1.2 <u>กราฟของสมการชั้นเดียวสองตัวแปร</u> นักเรียนสามารถ					6	5
1.2.1 หาคำตอบของสมการชั้นเดียวสองตัวแปรและเขียนกราฟของสมการนั้น			ข(2)	น(4)		

เรื่อง/หัวข้อ/จุดประสงค์การเรียนรู้	กลุ่มลักษณะจุดประสงค์ รู้-เข้าใจ มนทัศน์	คิดคำนวณ	แก้ปัญหา	จำนวน ข้อสอบ	จำนวน คาบสอน
2. <u>อัตราส่วนและร้อยละ</u>				<u>20</u>	<u>12</u>
2.1 <u>อัตราส่วน</u> นักเรียนสามารถ				2	1
2.1.1 เขียนอัตราส่วนแทน	จ(1)				
การเปรียบเทียบ					
2.1.2 เขียนอัตราส่วนแทนอัตรา	จ(1)				
2.2 <u>อัตราส่วนที่เท่ากัน</u> นักเรียนสามารถ				3	2
2.2.1 หาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่		ช(1)			
กำหนดให้					
2.2.2 ตรวจสอบว่าอัตราส่วนที่กำหนด		ช(2)			
ให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่					
2.3 <u>สัดส่วน</u> นักเรียนสามารถ				4	3
2.3.1 หาจำนวนที่แทนด้วยตัวแปรใน		ช(2)			
สัดส่วนที่กำหนดให้					
2.3.2 แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สัดส่วน			น(2)		
2.4 <u>ร้อยละ</u> นักเรียนสามารถ				11	6
2.4.1 เปลี่ยนอัตราส่วนเป็นร้อยละและ		ช(5)			
เปลี่ยนร้อยละเป็นอัตราส่วน					
2.4.2 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ			น(6)		
3. <u>จำนวนเต็มลบ</u>				<u>17</u>	<u>9</u>
3.1 <u>จำนวนเต็มลบ</u> นักเรียนสามารถ				3	2
3.1.1 เขียนสัญลักษณ์และเรียกชื่อของ	จ(1)				
จำนวนเต็มลบ					
3.1.2 เขียนจุดบนเส้นจำนวนแทนจำนวน	ช(2)				
เต็มลบที่กำหนดให้					

เรื่อง/หัวข้อ/จุดประสงค์การเรียนรู้	กลุ่มลักษณะจุดประสงค์การเรียนรู้-เข้าใจ มโนทัศน์	คิดคำนวณ	แก้ปัญหา	จำนวน ข้อสอบ	จำนวน คาบสอน
3.2 <u>การเปรียบเทียบจำนวนเต็มลบ</u> นักเรียนสามารถ				4	2
3.2.1 เรียงลำดับจำนวนเต็มลบจากน้อย ไปมากหรือจากมากไปน้อย	ช(2)				
3.2.2 นำความรู้เรื่องจำนวนเต็มลบไป ใช้แก้โจทย์ปัญหา			น(2)		
3.3 <u>จำนวนเต็ม</u> นักเรียนสามารถ				4	2
3.3.1 บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็น จำนวนเต็มหรือไม่	ช(2)				
3.3.2 บอกได้ว่าจำนวนเต็มที่กำหนดให้ เป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวน เต็มลบ	จ(2)				
3.4 <u>กราฟ</u> นักเรียนสามารถ				6	3
3.4.1 หาพิกัดของจุดที่กำหนดให้บน ระนาบจำนวน	ช(4)				
3.4.2 เขียนกราฟของคู่อันดับ	ช(2)				
รวม	จ(5) ช(17)	ช(12)	น(16)	50	30

หมายเหตุ 1. ตัวอักษร "จ ช และ น" ในตารางแทนระดับความสามารถทางพุทธิพิสัย ดังนี้

จ = ความรู้ความจำ ช = ความเข้าใจ น = การนำไปใช้

2. ตัวเลขในวงเล็บหลังตัวอักษรแทนจำนวนข้อสอบ เช่น ช(2) = ความเข้าใจ 2 ข้อ

ข้อสอบแต่ละข้อในแบบสอบมุ่งวัดความสามารถตามจุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งจำแนกได้ตามกลุ่มลักษณะจุดประสงค์การเรียนรู้ และระดับความสามารถทางพุทธิพิสัย ดังแสดงในตารางต่อไป

ตารางจำแนกข้อสอบตามจุดประสงค์การเรียนรู้ กลุ่มลักษณะจุดประสงค์การเรียนรู้ และระดับความสามารถทางพุทธิพิสัย

ข้อที่	จุดประสงค์ที่	กลุ่มฯ	ระดับฯ	ข้อที่	จุดประสงค์ที่	กลุ่มฯ	ระดับฯ
1	1.1.1	ม	ท	19-20	2.3.1	ค	ท
2	1.1.2	ม	ท	21-22	2.3.2	ป	น
3	1.1.3	ม	ท	23-27	2.4.1	ค	ท
4	1.1.4	ม	ท	28-33	2.4.2	ป	น
5	1.1.5	ม	ท	34	3.1.1	ม	จ
6-7	1.1.5	ป	น	35-36	3.1.2	ม	ท
8-9	1.2.1	ค	ท	37-38	3.2.1	ม	ท
10-13	1.2.1	ป	น	39-40	3.2.2	ป	น
14	2.1.1	ม	จ	41-42	3.3.1	ม	ท
15	2.1.2	ม	จ	43-44	3.3.2	ม	จ
16	2.2.1	ค	ท	45-48	3.4.1	ม	ท
17-18	2.2.2	ค	ท	49-50	3.4.2	ม	ท

- หมายเหตุ 1. ตัวอักษรในช่อง "กลุ่มฯ" แทน กลุ่มลักษณะจุดประสงค์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้: ม = ความรู้ความเข้าใจในนิทศน์ ค = ความสามารถในการคิดคำนวณ ป = ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
2. ตัวอักษรในช่อง "ระดับฯ" แทน ระดับความสามารถทางพุทธิพิสัย ดังนี้: จ = ความรู้ความจำ ท = ความเข้าใจ น = การนำไปใช้

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบ

จากการทดลองใช้แบบสอบนี้กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 104 คน ได้ค่าความเที่ยง (r_{tt}) เท่ากับ 0.91 ค่าความยาก (p) และ ค่าอำนาจจำแนก (r) ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบสอบ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ข้อ	p	r	ข้อ	p	r	ข้อ	p	r
1	0.57	0.50	18	0.73	0.46	35	0.66	0.46
2	0.61	0.64	19	0.71	0.25	36	0.66	0.61
3	0.66	0.46	20	0.61	0.71	37	0.79	0.36
4	0.38	0.54	21	0.64	0.29	38	0.80	0.39
5	0.39	0.43	22	0.52	0.61	39	0.71	0.29
6	0.43	0.57	23	0.38	0.46	40	0.54	0.21
7	0.54	0.43	24	0.63	0.46	41	0.48	0.61
8	0.59	0.68	25	0.39	0.71	42	0.39	0.36
9	0.55	0.32	26	0.54	0.86	43	0.61	0.50
10	0.57	0.50	27	0.43	0.79	44	0.73	0.54
11	0.43	0.57	28	0.50	0.50	45	0.61	0.64
12	0.54	0.79	29	0.63	0.46	46	0.36	0.57
13	0.32	0.21	30	0.59	0.68	47	0.54	0.79
14	0.64	0.36	31	0.46	0.21	48	0.45	0.39
15	0.80	0.39	32	0.27	0.54	49	0.45	0.54
16	0.73	0.54	33	0.41	0.75	50	0.55	0.82
17	0.64	0.36	34	0.80	0.25			

การใช้แบบสอบ

แบบสอบนี้ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องคู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และเรื่องจำนวนเต็มลบ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ครูผู้สอนสามารถนำแบบสอบนี้ไปใช้ได้หลายโอกาส ดังต่อไปนี้

1. ใช้ก่อนสอนและหลังสอนแต่ละเรื่อง ในกรณีที่ครูผู้สอนต้องการเปรียบเทียบผลการเรียนของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนแต่ละเรื่อง

2. ใช้หลังสอนแต่ละเรื่อง ในกรณีที่ครูผู้สอนต้องการทราบผลการเรียนของนักเรียนหลังเรียนแต่ละเรื่อง

แบบสอบนี้แยกไว้เป็น 3 ส่วน ส่วนละเรื่อง เพื่อความสะดวกแก่ครูผู้สอนในการนำไปใช้ก่อนสอนหรือหลังสอนแต่ละเรื่อง ดังนี้

เรื่อง	จำนวนข้อ	ข้อที่	กำหนดเวลาสอบ (นาที)
คู่อันดับและกราฟ	13	1 - 13	25
อัตราส่วนและร้อยละ	20	14 - 33	45
จำนวนเต็มลบ	17	34 - 50	30

กำหนดเวลาสอบที่ให้ไว้เป็นกำหนดเวลาโดยประมาณ อาจยืดหยุ่นได้ตามความเหมาะสม สิ่งที่สำคัญคือ ครูควรกำชับให้นักเรียนได้คิดและทำทุกข้อ

ก่อนดำเนินการสอบ ครูต้องเตรียมสิ่งที่จำเป็นต้องใช้ในการสอบไว้ให้ครบถ้วน ได้แก่

1. แบบสอบ จำนวนเท่ากับจำนวนนักเรียนบวกครูผู้ดำเนินการสอบ

2. กระดาษคำตอบ จำนวนมากกว่าจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ เพื่อสำรองไว้

ใช้ในกรณีที่มีการผิดพลาดต้องการเปลี่ยนกระดาษคำตอบใหม่

3. กระดาษทด เป็นกระดาษเปล่า จำนวน 2-3 เท่าของจำนวนนักเรียนที่

เข้าสอบ สำหรับให้นักเรียนใช้คิดคำนวณ วางแผนและดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาก่อนที่จะนำคำตอบไปตอบลงในกระดาษคำตอบ

4. กระดาษสำหรับทดลองเขียนกราฟ จำนวนมากกว่าจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ
ลักษณะเป็นตาราง สำหรับให้นักเรียนใช้ทดลองเขียนกราฟในการสอบเรื่องคู่อันดับและกราฟ และ
เรื่องจำนวนเต็มลบ

ครูควรจัดสิ่งต่าง ๆ ดังกล่าวข้างต้นนี้รวมไว้เป็นชุดสำหรับนักเรียนแต่ละคน เพื่อความ
สะดวกและประหยัดเวลาในการแจกจ่ายให้แก่ นักเรียน

เกณฑ์การให้คะแนน ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบเกิน
1 คำตอบในข้อเดียวกันให้ 0 คะแนน เฉลยคำตอบที่ถูกต้องอยู่ในหน้าต่อไป



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง คู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวนเต็มลบ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ข้อ	คำตอบที่ถูกต้อง	ข้อ	คำตอบที่ถูกต้อง	ข้อ	คำตอบที่ถูกต้อง
1	ค	14	จ	34	ค
2	จ	15	ค	35	ค
3	จ	16	ง	36	ค
4	ข	17	ก	37	ก
5	ข	18	ง	38	ค
6	ข	19	ข	39	ง
7	ก	20	ข	40	ข
8	ก	21	ก	41	ง
9	ก	22	ง	42	จ
10	ค	23	ค	43	จ
11	จ	24	ก	44	ก
12	ข	25	จ	45	ข
13	ก	26	ข	46	จ
		27	ง	47	ง
		28	ก	48	ค
		29	ง	49	ก
		30	ก	50	ข
		31	ข		
		32	จ		
		33	จ		

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบสอบความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์
เรื่องลำดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวนเต็มลบ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำอธิบายวิธีตอบแบบสอบ

- แบบสอบนี้มี 3 ตอน ให้เวลาในการตอบ 90 นาที
 - ข้อ 1 เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 10 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อละคำตอบเดียว ไปตอบในกระดาษคำตอบ โดยกาเครื่องหมาย X ทับตัวอักษรซึ่งเป็นคำตอบที่ต้องการ
ตัวอย่าง: คำตอบที่ต้องการคือ ข้อ ค
90. ก ข X ง จ
ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ค เป็นข้อ ง ให้ทำดังนี้
90. ก ข ✕ ✕ จ
 - ข้อ 2 เป็นข้อสอบแบบกึ่งปรนัย จำนวน 3 ข้อ
ข้อ 1 และ ข้อ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณบนเส้นจำนวนของข้อย่อยแต่ละข้อ แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างของข้อย่อยแต่ละข้อ
ข้อ 3 ให้นักเรียนคำนวณหาคำตอบของข้อย่อยแต่ละข้อโดยไม่ต้องใช้เส้นจำนวน แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างของข้อย่อยแต่ละข้อ
 - ข้อ 3 เป็นข้อสอบแบบกึ่งปรนัย จำนวน 2 ข้อ ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างของข้อย่อยแต่ละข้อ
- ห้ามทำเครื่องหมายหรือขีดเขียนสิ่งใด ๆ ลงในแบบสอบตอนที่ 1 ให้ทำในกระดาษคำตอบและกระดาษทดแทนจกให้
- ห้ามนำแบบสอบออกนอกห้องสอบ
- ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยให้ถามกรรมการคุมสอบ
- ตั้งใจทำอย่างเต็มความสามารถ

ตอนที่ 1 วัดความสามารถในการสร้างมโนทัศน์ใหม่



พิจารณาสมการและกราฟต่อไปนี้ แล้วตอบคำถามข้อ 1 ถึง ข้อ 2

สมการ $x + y = 5$ เมื่อ x, y แทนจำนวนใด ๆ

สามารถเขียนใหม่เป็น $(1)x + (1)y = 5$

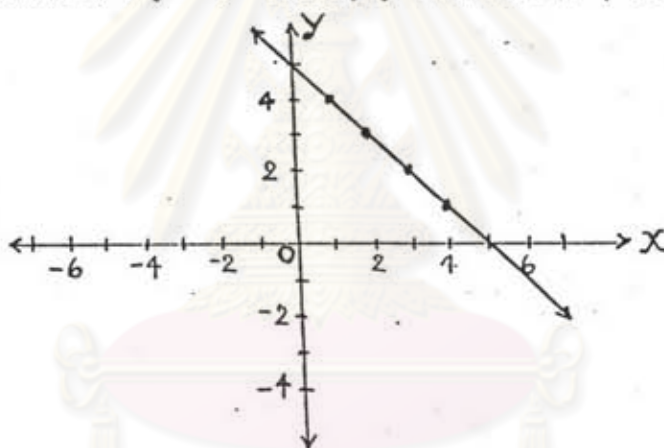
ถ้าแทน x ด้วย 1 จะได้ $y = 4$

ถ้าแทน x ด้วย 2 จะได้ $y = 3$

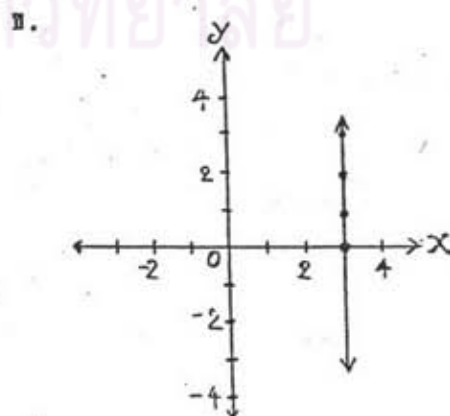
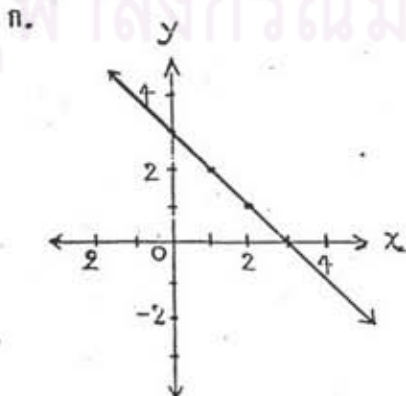
ถ้าแทน x ด้วย 3 จะได้ $y = 2$

ถ้าแทน x ด้วย 4 จะได้ $y = 1$

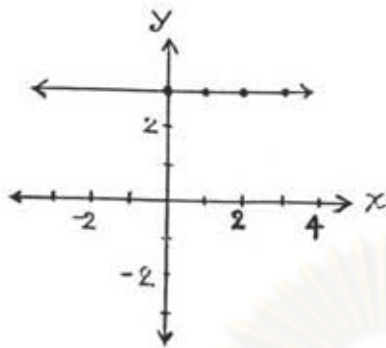
ดังนั้น สมการ $x + y = 5$ เมื่อ x, y แทนจำนวนใด ๆ เขียนกราฟได้ ดังนี้



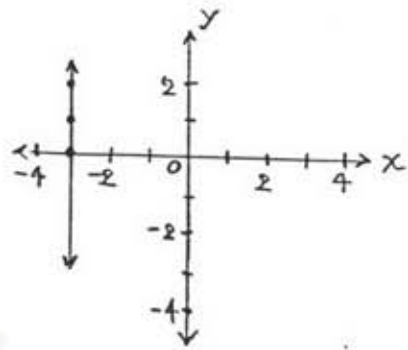
1. สมการ $x = 3$ เมื่อ y แทนจำนวนใด ๆ เขียนใหม่ได้เป็น $(1)x + (0)y = 3$
 ถ้า $y = 0$, $x = ?$ ถ้า $y = 1$, $x = ?$ ถ้า $y = 2$, $x = ?$ ถ้า $y = 3$, $x = ?$
 เมื่อเขียนกราฟจะได้กราฟดังข้อใด



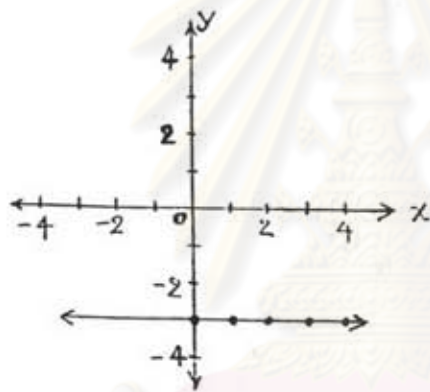
ก.



ง.



จ.



2. กราฟต่อไปนี้ เป็นกราฟของสมการในข้อใด



ก. $y = x - 2$

ข. $x = 0$

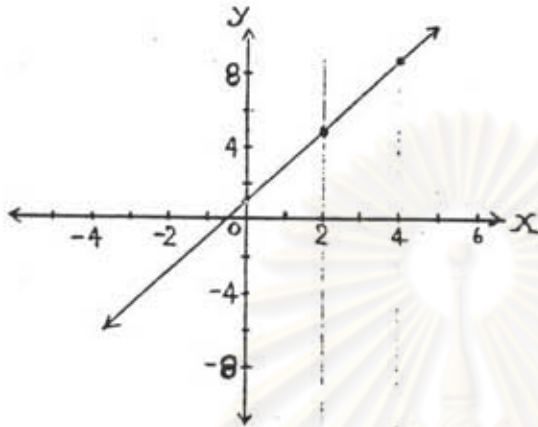
ค. $y = 0$

ง. $y = -2$

จ. $y = x$

พิจารณาสมการและกราฟต่อไปนี้ แล้วตอบคำถามข้อ 3 ถึง ข้อ 5

สมการ $y = 2x + 1$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ เขียนกราฟได้ดังนี้



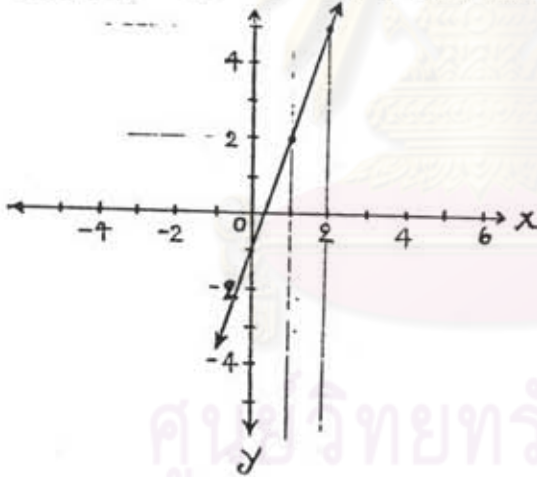
ถ้า $x = 0$, $y = 1$

ถ้า $x = 2$, $y = 5$

ถ้า $x = 4$, $y = 9$

กราฟตัดแกน y ที่จุด $(0, 1)$

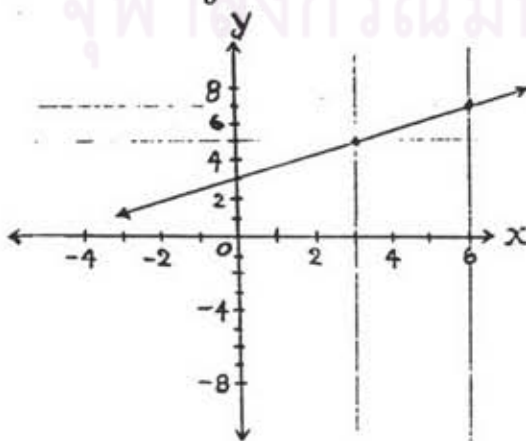
สมการ $y = 3x - 1$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ เขียนกราฟได้ดังนี้



กราฟตัดแกน y ที่จุด $(0, -1)$

x	0	1	2
y	-1	2	5

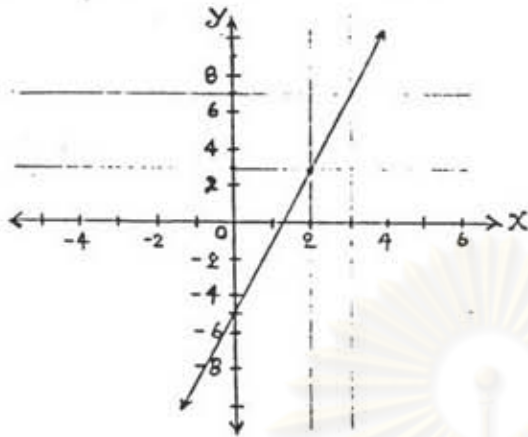
สมการ $y = \frac{2}{3}x + 3$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ เขียนกราฟได้ดังนี้



คู่อันดับบางคู่ที่เป็นคำตอบของสมการ ได้แก่ $(0, 3)$, $(3, 5)$, $(6, 7)$

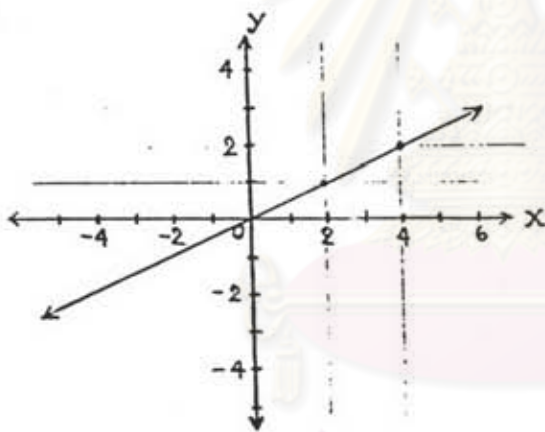
กราฟตัดแกน y ที่จุด $(0, 3)$

สมการ $y = 4x - 5$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ เขียนกราฟได้ดังนี้



กราฟตัดแกน y ที่จุด $(0, -5)$

สมการ $y = \frac{1}{2}x$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ เขียนกราฟได้ดังนี้



สมการ $y = \frac{1}{2}x$

เขียนใหม่ได้ดังนี้ $y = \frac{1}{2}x + 0$

กราฟตัดแกน y ที่จุด $(0, 0)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ให้ x ในข้อ 3 ถึงข้อ 5 แทนจำนวนใด ๆ

3. กราฟของสมการ $y = 5x - 7$ ตัดแกน y ที่จุดใด

ก. $(0, 5)$

ข. $(5, 0)$

ค. $(0, 7)$

ง. $(0, -7)$

จ. $(0, 0)$

6. แบ่งเงินจำนวนหนึ่งให้ตี๋ม ต้อย และตุ๋ โดยให้

อัตราส่วนของจำนวนเงินที่ตี๋มได้รับต่อจำนวนเงินที่ต้อยได้รับเป็น $4 : 7$ และ

อัตราส่วนของจำนวนเงินที่ต้อยได้รับต่อจำนวนเงินที่ตุ๋ได้รับเป็น $7 : 6$

ข้อใดแสดงอัตราส่วนของจำนวนเงินที่ตี๋ม ต้อย และตุ๋ได้รับ ?

ก. $4 : 7 : 7 : 6$

ข. $4 : 6 : 7$

ค. $7 : 6 : 4$

ง. $6 : 7 : 4$

จ. $4 : 7 : 6$

7. อัตราส่วนของจำนวนเสื้อต่อจำนวนกระโปรง และอัตราส่วนของจำนวนกระโปรงต่อจำนวนกางเกง ของสมหญิง เป็นดังนี้

(1) จำนวนเสื้อต่อจำนวนกระโปรงเป็น $5 : 4$

(2) จำนวนกระโปรงต่อจำนวนกางเกงเป็น $8 : 7$

อัตราส่วนในข้อ (1) และข้อ (2) จะนำมาเขียนรวมกันเป็น อัตราส่วนของจำนวนเสื้อต่อจำนวนกระโปรงต่อจำนวนกางเกง ได้ ก็ต่อเมื่อ

ก. จำนวนกระโปรงในข้อ (1) เท่ากับจำนวนกระโปรงในข้อ (2)

ข. จำนวนเสื้อในข้อ (1) เท่ากับจำนวนกางเกงในข้อ (2)

ค. จำนวนเสื้อในข้อ (1) เท่ากับจำนวนกระโปรงในข้อ (2)

ง. จำนวนกระโปรงในข้อ (1) เท่ากับจำนวนกางเกงในข้อ (2)

จ. จำนวนเสื้อในข้อ (1) ไม่เท่ากับจำนวนกางเกงในข้อ (2)

8. จากข้อ 7 เขียนอัตราส่วนแสดงจำนวนเสื้อต่อจำนวนกระโปรงต่อจำนวนกางเกงได้ดังนี้

ก. $5 : 4 : 8 : 7$

ข. $5 : 4 : 8$

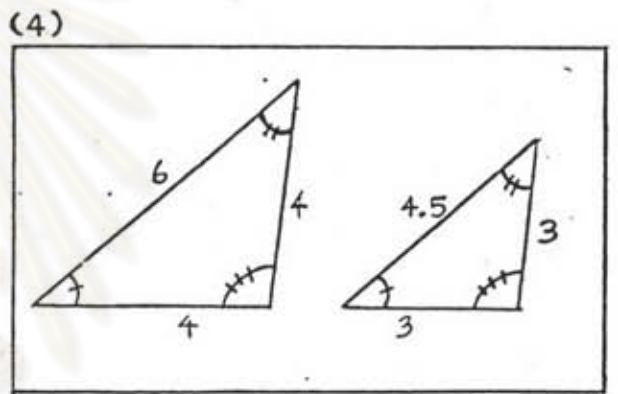
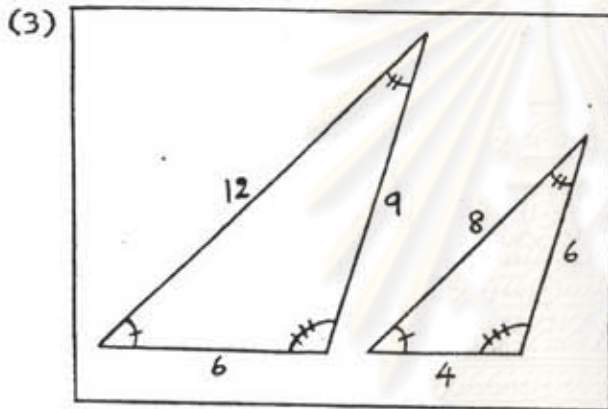
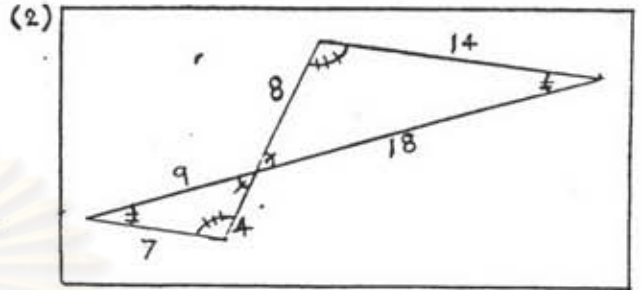
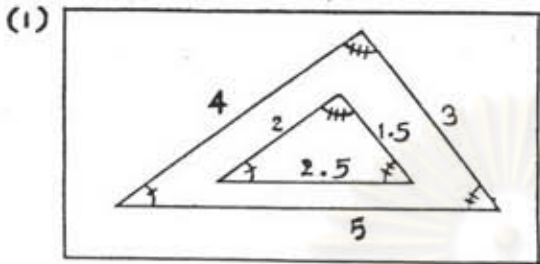
ค. $10 : 8 : 7$

ง. $4 : 8 : 7$

จ. $9 : 8 : 7$

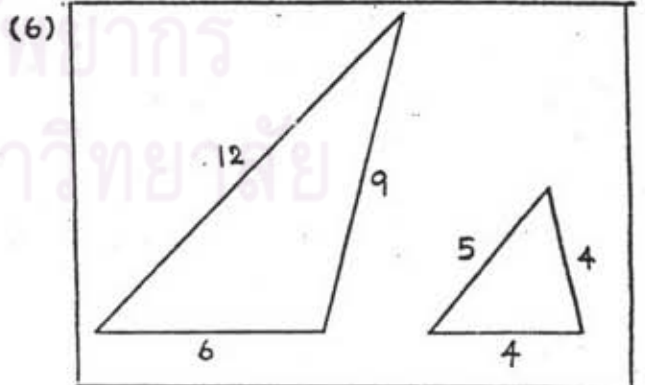
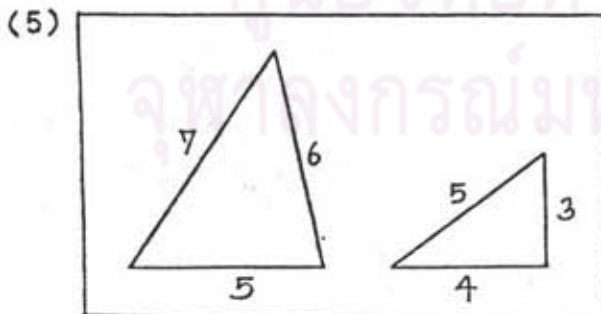
พิจารณารูปต่อไปนี้ แล้วตอบคำถามข้อ 9 - ข้อ 10

รูป (1) ถึง รูป (4) แสดงสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ตัวเลขบนแต่ละด้านแสดงความยาวของด้านนั้น ๆ จากหน่วยวัดเดียวกัน

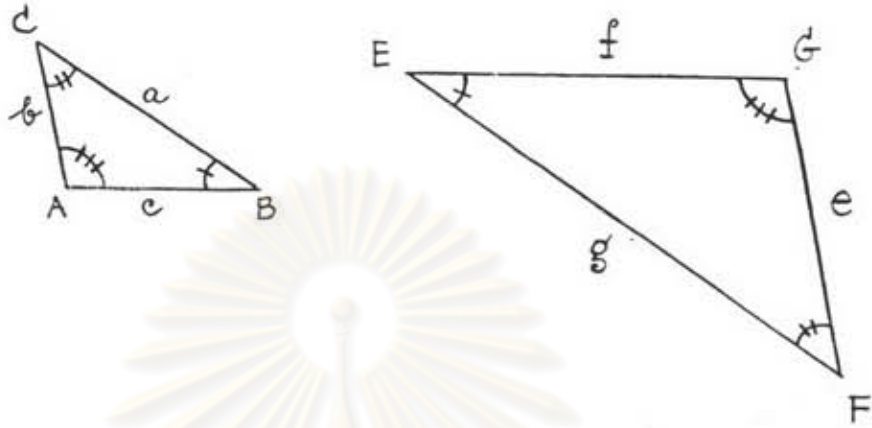


มุมที่มีสัญลักษณ์เหมือนกันในแต่ละรูป หมายถึงมีขนาดของมุมเท่ากัน

รูป (5) - รูป (6) แสดงสามเหลี่ยมที่ไม่คล้ายกัน



9. กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle EFG$ (\sim แทน คล้ายกับ)



ข้อใดแสดงสัดส่วนได้ถูกต้อง

ก. $\frac{a}{e} = \frac{b}{f} = \frac{c}{g}$

ข. $\frac{a}{f} = \frac{b}{g} = \frac{c}{e}$

ค. $\frac{a}{g} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$

ง. $\frac{a}{f} = \frac{b}{e} = \frac{c}{g}$

จ. $\frac{a}{g} = \frac{e}{b} = \frac{c}{f}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

10. กำหนดให้

- (1) จำนวนแรกของแต่ละอัตราส่วนในข้อ ก. - ข้อ จ. เป็นความยาวของด้านแต่ละด้านของสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง
- (2) จำนวนหลังของแต่ละอัตราส่วนในข้อ ก. - ข้อ จ. เป็นความยาวของด้านแต่ละด้านของสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่ง
- (3) $\triangle PQR$ คล้ายกับ $\triangle XYZ$

อัตราส่วนในข้อใดแสดงความยาวของด้านแต่ละด้านของ $\triangle PQR$ ต่อความยาวของด้านแต่ละด้านของ $\triangle XYZ$

ก. $\frac{12}{6}, \frac{18}{9}, \frac{10}{4}$

ข. $\frac{16}{20}, \frac{10}{8}, \frac{12}{15}$

ค. $\frac{10}{15}, \frac{8}{10}, \frac{6}{9}$

ง. $\frac{8}{6}, \frac{12}{9}, \frac{15}{11}$

จ. $\frac{20}{8}, \frac{10}{4}, \frac{15}{6}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กระดาษคำตอบ

แบบสอบความสามารถในการถ่ายทอดโยงการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น..... โรงเรียน.....

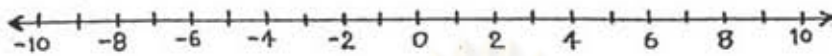
ตอนที่ 1 กาเครื่องหมาย X ทับตัวอักษรซึ่งเป็นคำตอบที่ต้องการ

- | | |
|--------------|---------------|
| 1. ก ข ค ง จ | 6. ก ข ค ง จ |
| 2. ก ข ค ง จ | 7. ก ข ค ง จ |
| 3. ก ข ค ง จ | 8. ก ข ค ง จ |
| 4. ก ข ค ง จ | 9. ก ข ค ง จ |
| 5. ก ข ค ง จ | 10. ก ข ค ง จ |

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 วัดความสามารถในการคำนวณในระดับที่สูงขึ้น

พิจารณาเส้นจำนวนและข้อความต่อไปนี้ แล้วทำข้อ 1 - ข้อ 2



- 1 แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางขวามือ 1 หน่วย
 -1 แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้ายมือ 1 หน่วย
 4 แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางขวามือ 4 หน่วย
 -4 แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้ายมือ 4 หน่วย
 8 แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางขวามือ 8 หน่วย
 -8 แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้ายมือ 8 หน่วย

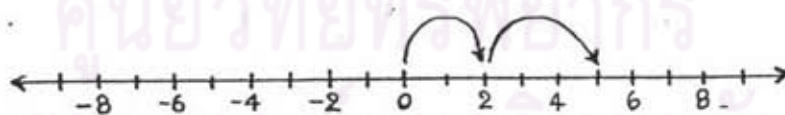
ขวา ตรงข้ามกับ ซ้าย

1 ตรงข้ามกับ -1

4 ตรงข้ามกับ -4

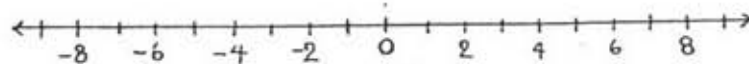
8 ตรงข้ามกับ -8

1. ในการหาคำตอบของ $2 + 3$ บนเส้นจำนวน ทำได้ดังนี้



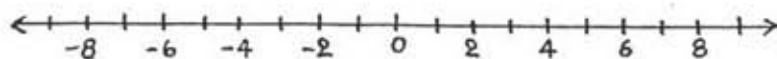
จาก 2 นับไปทางขวามือ 3 หน่วย คำตอบที่ได้ คือ 5

- 1.1 หาคำตอบของ $(-2) + 3$ บนเส้นจำนวน ได้ดังนี้



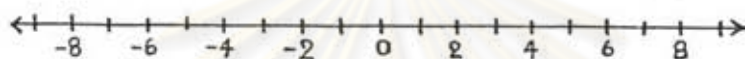
จาก..... นับไปทางขวามือ 3 หน่วย คำตอบที่ได้ คือ

1.2 หาคำตอบของ $(-4) + 7$ บนเส้นจำนวน ได้ดังนี้



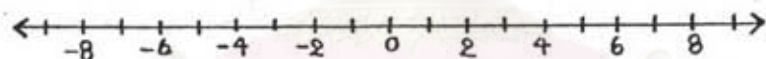
คำตอบที่ได้ คือ

1.3 หาคำตอบของ $(-4) + 4$ บนเส้นจำนวน ได้ดังนี้



คำตอบที่ได้ คือ

1.4 หาคำตอบของ $(-7) + 4$ บนเส้นจำนวน ได้ดังนี้

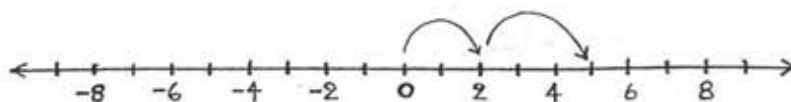


คำตอบที่ได้ คือ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

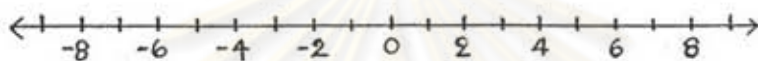


2. ในการหาคำตอบของ $2 + 3$ บนเส้นจำนวน ทำได้ดังนี้



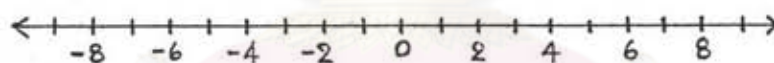
จาก 2 นับไปทางขวามือ 3 หน่วย คำตอบที่ได้ คือ 5

2.1 หาคำตอบของ $2 + (-3)$ บนเส้นจำนวน ได้ดังนี้



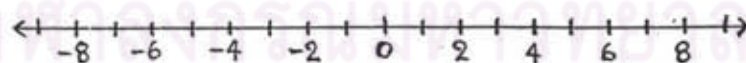
จาก นับไปทาง.....มือ 3 หน่วย คำตอบที่ได้ คือ

2.2 หาคำตอบของ $0 + (-4)$ บนเส้นจำนวน ได้ดังนี้



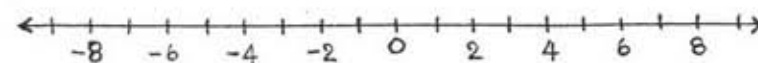
คำตอบที่ได้ คือ

2.3 หาคำตอบของ $8 + (-5)$ บนเส้นจำนวน ได้ดังนี้



คำตอบที่ได้ คือ

2.4 หาคำตอบของ $(-2) + (-3)$ บนเส้นจำนวน ได้ดังนี้



คำตอบที่ได้ คือ

3. นำคำตอบจากข้อ 1 และข้อ 2 มาเติมลงในช่องว่าง

$$(-2) + 3 = \dots\dots$$

$$2 + (-3) = \dots\dots$$

$$(-4) + 7 = \dots\dots$$

$$0 + (-4) = \dots\dots$$

$$(-4) + 4 = \dots\dots$$

$$8 + (-5) = \dots\dots$$

$$(-7) + 4 = \dots\dots$$

$$(-2) + (-3) = \dots\dots$$

หาคำตอบของข้อ 3.1 ถึงข้อ 3.6 โดยพิจารณาเปรียบเทียบกับโจทย์และคำตอบข้างบนนี้

3.1 $(-112) + 234 = \dots\dots\dots$

3.2 $(-331) + 331 = \dots\dots\dots$

3.3 $(-98) + 76 = \dots\dots\dots$

3.4 $0 + (-841) = \dots\dots\dots$

3.5 $545 + (-155) = \dots\dots\dots$

3.6 $(-280) + (-45) = \dots\dots\dots$

ศูนย์วิทยพัชกร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 3 วัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใหม่

อ่านข้อความต่อไปนี้ แล้วแก้โจทย์ปัญหา ข้อ 1 และข้อ 2

เด็กชายปิ่นช่วยแม่ขายผักและผลไม้ที่ตลาดในช่วงปิดภาคเรียนฤดูร้อน และแม่มีตารางราคาขายมะนาว ให้ปิ่นดูดังนี้

จำนวนมะนาว (ลูก)	6	8	10
ราคาขาย (บาท)	9	12	15

แต่ในการขายจริง ปิ่นก็ประสบกับปัญหาที่มีบางคนซื้อในจำนวนที่ไม่ปรากฏในตาราง เช่น บางคนต้องการซื้อ 5 ลูก บางคนต้องการซื้อมากกว่า 10 ลูก ซึ่งปิ่นได้นำความรู้เรื่องสัดส่วนที่เรียนมาจากโรงเรียนมาหาราคาขายมะนาว 5 ลูก ดังนี้

- วิธีหา (1) ให้ B แทนราคาของมะนาว 5 ลูก
(2) จากข้อมูลในตาราง เขียนสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{6}{9} = \frac{5}{B}$$

(3) คูณไขว้ จะได้ $6B = 9 \times 5$

(4) หารด้วย 6 ทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{6B}{6} = \frac{9 \times 5}{6}$$

(5) จะได้ $B = \frac{9}{6} \times 5 = 7.50$

ดังนั้น มะนาว 5 ลูก ราคา 7.50 บาท

ลูกค้าคนแรกหงุดหงิดมากที่สุดที่ปิ่นใช้เวลาคิดนาน แต่ปิ่นเป็นเด็กฉลาด ดังนั้น ลูกค้ารายต่อ ๆ มาจึงไม่ต้องรอนาน เพราะปิ่นได้ค้นพบวิธีลัดว่า เธอสามารถนำขั้นตอนการหาราคามะนาว เพียงขั้นตอนเดียวจากขั้นตอนทั้งห้าขั้นที่ทามาแล้ว มาหาราคามะนาวที่ขายให้แก่ลูกค้ารายต่อไป โดยไม่ต้องเสียเวลาทำใหม่หมดทั้งห้าขั้นตอน

1. สมมติว่าท่านเป็นปิ่น ขอให้ท่านเติมข้อความลงในช่องว่าง ตามแนววิธีลัดที่ปิ่นค้นพบ

1.1 เมื่อ ลูกค้าซื้อมะนาว 7 ลูก ปิ่นหาราคาขายได้ด้วยขั้นตอนเพียงขั้นตอนเดียว ดังนี้

1.2 วิธีลัดของปิ่น สามารถเขียนเป็นสูตรได้ ดังนี้
ถ้าให้ P แทน ราคาขาย (บาท) Q แทน จำนวนมะนาว (ลูก)
สูตรการหาราคาขายมะนาวของปิ่น คือ

1.3 เมื่อ ลูกค้าต้องการซื้อมะนาว 27 บาท ปิ่นหาจำนวนมะนาวได้โดยนำ 27 ไปแทนค่าของ.....ในสูตร แล้วคำนวณหาค่า.....
จะได้จำนวนมะนาว.....ลูก

ปิ่นขายของด้วยความสนุก และได้สร้างสูตรสำหรับขายชอคชอมเป็นก้าด้วย จากราคาแม่บอกไว้ว่า ชอคชอม 250 บาท

1.4 ชอคชอม 100 ก้า ราคา 250 บาท ชอคชอม 2 ก้า ราคา....บาท

1.5 ถ้าให้ y แทนราคาขาย (บาท) x แทนจำนวนชอคชอม (ก้า)
สูตรการหาราคาขายชอคชอมของปิ่น คือ

2. ถ้าลูกค้าต้องการซื้อมะนาวเป็นจำนวนเท่ากับยอดชะอม (เช่น ซื้อมะนาว 5 ลูก และ ยอดชะอม 5 กำ) ในราคารวมทั้งสิ้น 40 บาท ลูกค้าจะได้จำนวนมะนาว และจำนวนยอดชะอมอย่างละเท่าไร

2.1 ถ้าป้าใจัดมะนาวให้ลูกค้าไปจำนวน a ลูก ลูกค้าจะได้ยอดชะอมจำนวน...กำ

2.2 มะนาว a ลูก ราคาบาท (ตอบเป็นสัญลักษณ์ซึ่งยังไม่สามารถ

คำนวณออกมาเป็นจำนวนได้ เช่น $\frac{2}{5} \times a$ หรือ $\frac{3}{2} \times a$ หรือ $2 \times a$

หรือ $\frac{3 \times 2}{a}$ หรือ ...)

2.3 จำนวนยอดชะอมในข้อ 2.1 ราคาบาท (ตอบเป็นสัญลักษณ์ซึ่งยังไม่สามารถคำนวณออกมาเป็นจำนวนได้)

2.4 เขียนสมการแสดงว่า ราคาดมะนาว a ลูก กับราคายอดชะอมในข้อ 2.3 รวมกันเป็นเงิน 40 บาท ลงในกรอบสี่เหลี่ยม

2.5 ลูกค้าได้จำนวนมะนาวและจำนวนยอดชะอม ดังต่อไปนี้ (ตอบเป็นจำนวน)

มะนาว ลูก

ยอดชะอม..... กำ

คู่มือการใช้

แบบสอบความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์
เรื่องคู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวนเต็มลบ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำนำ

คู่มือนี้จะแสดงให้เห็นถึงลักษณะ โครงสร้าง ผลการวิเคราะห์คุณภาพ และรายละเอียด
เกี่ยวกับการใช้แบบสอบความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสร้างขึ้นเพื่อ
วัดความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการ
คิดคำนวณหรือกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาที่นักเรียนได้เรียนรู้หรือประสบมาแล้วจากการเรียนเรื่อง
คู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และเรื่องจำนวนเต็มลบ มาเป็นฐานในการสร้างมโนทัศน์
กระบวนการคิดคำนวณและกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาใหม่

ลักษณะและโครงสร้างของแบบสอบ

แบบสอบแบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ มี 5 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ แต่ละข้อ
วัดความสามารถของนักเรียนในการสร้างมโนทัศน์ใหม่โดยอาศัยมโนทัศน์เดิมเป็นฐาน ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มโนทัศน์เดิม	มโนทัศน์ใหม่	ข้อที่
<p>กราฟของสมการขึ้นเดี่ยสองตัวแปรในรูป $ax + by + c = 0$ เมื่อ x, y แทนจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 0 ขึ้นไป และ a, b, c เป็นค่าคงตัว จะมีลักษณะเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรง</p>	<p>กราฟของสมการขึ้นเดี่ยสองตัวแปรในรูป $ax + by + c = 0$ เมื่อ x, y แทนจำนวนใด ๆ ที่ทำให้สมการเป็นจริง a, b, c เป็นค่าคงตัว และ a หรือ b ตัวใดตัวหนึ่งเท่ากับ 0 จะมีลักษณะเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่ขนานกับแกน x หรือแกน y</p>	1-2
<p>กราฟของสมการขึ้นเดี่ยสองตัวแปรในรูป $y = ax + b$ เมื่อ x, y แทนจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 0 ขึ้นไป และ a, b เป็นค่าคงตัว จะมีลักษณะเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรง</p>	<p>กราฟของสมการขึ้นเดี่ยสองตัวแปรในรูป $y = ax + b$ เมื่อ x, y แทนจำนวนใด ๆ และ a, b เป็นค่าคงตัว จะมีลักษณะเป็นเส้นตรงที่ตัดแกน y ณ จุด $(0, b)$</p>	3-5
<p>1. อัตราส่วนใช้แสดงการเปรียบเทียบจำนวนของสิ่งต่าง ๆ</p> <p>2. การใช้อัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบจำนวนของสิ่งต่าง ๆ ต้องคำนึงถึงตำแหน่งของจำนวนของสิ่งเหล่านั้น</p> <p>3. เรียก a ในอัตราส่วน $\frac{a}{b}$ ว่าจำนวนแรก และเรียก b ว่าจำนวนหลัง</p>	<p>อัตราส่วนตั้งแต่สองอัตราส่วนขึ้นไปที่มีตัวร่วม สามารถเขียนรวมกันเป็นอัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวนได้โดยการทำจำนวนของสิ่งที่เป็นตัวร่วมให้เป็นจำนวนที่เท่ากันก่อน</p>	6-8

มโนทัศน์เดิม	มโนทัศน์ใหม่	ข้อที่
<p>4. เมื่อคูณจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนใดด้วยจำนวนที่เท่ากัน ยกเว้น 0 จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม</p> <p>5. เมื่อหารจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนใดด้วยจำนวนที่เท่ากัน ยกเว้น 0 จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม</p>		
<p>1. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน</p> <p>2. เรียก a ในอัตราส่วน $\frac{a}{b}$ ว่าจำนวนแรก และเรียก b ว่าจำนวนหลัง</p> <p>3. เมื่อคูณจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนใดด้วยจำนวนที่เท่ากัน ยกเว้น 0 จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม</p> <p>4. เมื่อหารจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วนใดด้วยจำนวนที่เท่ากัน ยกเว้น 0 จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม</p>	<p>ถ้าสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคูที่เท่ากันจะเท่ากัน</p>	9-10

มโนทัศน์เดิม	มโนทัศน์ใหม่	ข้อที่
<p>5. สัดส่วนเป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วน</p> <p>6. ถ้าผลคูณไขว้ของอัตราส่วนสองอัตราส่วนเท่ากันแล้วอัตราส่วนสองอัตราส่วนนั้นย่อมเท่ากัน</p> <p>7. ถ้าผลคูณไขว้ของอัตราส่วนสองอัตราส่วนไม่เท่ากันแล้วอัตราส่วนสองอัตราส่วนนั้นย่อมไม่เท่ากัน</p>		

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบกึ่งปรนัยแบบไม่มีคำตอบให้เลือก จำนวน 3 ข้อ แต่ละข้อประกอบด้วยข้อย่อยที่มีความเกี่ยวข้องกัน ข้อสอบในตอนนี้วัดความสามารถของนักเรียนในการคำนวณในระดับที่สูงขึ้นโดยอาศัยมโนทัศน์และการคำนวณเดิมเป็นฐาน ดังนี้

มโนทัศน์/ การคำนวณ เดิม	การคำนวณในระดับที่สูงขึ้น	ข้อที่
1. จำนวนเต็มลบแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ทางซ้ายของ 0	การบวกจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวกบนเส้นจำนวน	1 (1.1-1.4)
2. การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวกบนเส้นจำนวน	การบวกจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็มลบบนเส้นจำนวน	2 (2.1-2.4)
	การบวกจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็มโดยไม่ต้องใช้เส้นจำนวน	3 (3.1-3.6)

ตอนที่ 3 เป็นข้อสอบกึ่งปรนัยแบบไม่มีคำตอบให้เลือก จำนวน 2 ข้อ แต่ละข้อ ประกอบด้วยข้อย่อยที่มีความเกี่ยวข้องกัน ข้อสอบในตอนนี้วัดความสามารถของนักเรียนในการ แก้ไขโจทย์ปัญหาด้วยวิธีใหม่โดยอาศัยการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีเดิมเป็นฐาน ดังนี้

การแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีเดิม	การแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใหม่	ข้อที่
การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สัดส่วน	การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สูตรในรูป สมการของการแปรผันโดยตรง	1 (1.1-1.5) 2 (2.1-2.5)

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบ

จากการทดลองใช้แบบสอบนี้กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 81 คน ได้ค่าความยาก (p)
ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยง (r_{tt} , α) ดังแสดงในตาราง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค่าความชาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยง ($r_{\alpha\alpha}, \alpha$)
ของแบบสอบความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

ตอนที่	ข้อที่	ค่าความชาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยง ($r_{\alpha\alpha}, \alpha$)
1	1	0.34	0.23	$r_{\alpha\alpha} = 0.62$
	2	0.48	0.41	
	3	0.75	0.50	
	4	0.54	0.82	
	5	0.61	0.68	
	6	0.79	0.32	
	7	0.54	0.82	
	8	0.29	0.41	
	9	0.79	0.41	
	10	0.45	0.82	
2	1	0.67	0.50	$\alpha = 0.71$
	2	0.65	0.47	
	3	0.71	0.26	
3	1	0.54	0.64	
	2	0.47	0.48	

การใช้แบบสอบ

แบบสอบฉบับนี้กำหนดให้นักเรียนมีเวลาในการทำ 90 นาที เหตุที่ให้เวลามาก เนื่องจากแบบสอบนี้ไม่ใช่แบบสอบที่ใช้วัดความเข้าใจโมโนทัศน์และความสามารถในการใช้กระบวนการที่นักเรียนได้เรียนรู้และฝึกฝนจนเกิดทักษะมาก่อน แต่เป็นแบบสอบที่ใช้วัดความสามารถในการสร้างมโนทัศน์และกระบวนการที่นักเรียนยังไม่ได้เรียนรู้มาก่อน นักเรียนจึงต้องใช้เวลาในการสังเกต พิจารณา ค้นหาและตรวจสอบเพื่อสร้างมโนทัศน์และกระบวนการใหม่ด้วยตัวของนักเรียนเอง

ก่อนดำเนินการสอบ ครูต้องเตรียมสิ่งที่จำเป็นต้องใช้ในการสอบให้ครบถ้วน ได้แก่

1. แบบสอบ จำนวนเท่ากับจำนวนนักเรียนบวกครูผู้ดำเนินการสอบ
2. กระดาษคำตอบสำหรับข้อสอบในตอนแรก 1 จำนวนมากกว่าจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ เพื่อสำรองไว้ใช้ในกรณีที่มีการผิดพลาดต้องการเปลี่ยนกระดาษคำตอบใหม่
3. กระดาษทด เป็นกระดาษเปล่าจำนวน 2-3 เท่าของจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ สำหรับให้นักเรียนใช้คิดคำนวณ ทดลองเขียนรูป และทดลองวิธีดำเนินการแก้ปัญหา ก่อนที่จะตอบลงในกระดาษคำตอบ

ครูควรจัดสิ่งต่าง ๆ ดังกล่าวข้างต้นไว้เป็นชุดสำหรับนักเรียนแต่ละคน เพื่อความสะดวกและประหยัดเวลาในการแจกจ่ายให้นักเรียน

สำหรับแบบสอบตอนที่ 1 นั้น ให้นักเรียนตอบลงในกระดาษคำตอบต่างหาก ส่วนแบบสอบตอนที่ 2 และตอนที่ 3 ให้นักเรียนเขียนตอบลงในแบบสอบ

เกณฑ์การให้คะแนน กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ให้คะแนนข้อที่ตอบถูกข้อละ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด หรือไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบในข้อเดียวกัน ให้ 0 คะแนน

ตอนที่ 2 ให้คะแนนดังนี้

ข้อ 1.1 - 1.4 และข้อ 2.1 - 2.4 ให้คะแนนข้อที่ตอบถูกข้อละ 0.5 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ ข้อละ 0 คะแนน

ข้อ 3.1 - 3.6 ให้คะแนนข้อที่ตอบถูกข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 3 ให้คะแนนข้อย่อยที่ตอบถูก ข้อละ 1 คะแนน ข้อย่อยที่ตอบผิดหรือ
ไม่ตอบ ข้อละ 0 คะแนน

เฉลยคำตอบที่ถูกต้องอยู่ในหน้าต่อไป



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

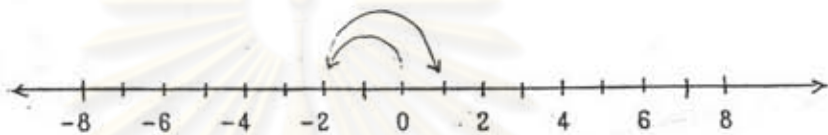
เลขแบบสอบความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์
เรื่องคู่อันดับและกราฟ อัตราส่วนและร้อยละ และจำนวนเต็มลบ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตอนที่ 1

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
คำตอบที่ถูกต้อง	ข	ง	ง	ก	ข	จ	ก	ค	ค	จ

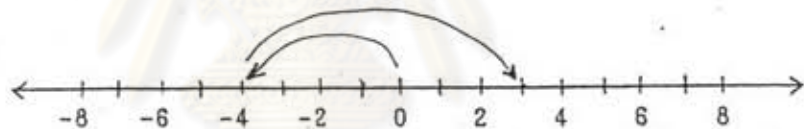
ตอนที่ 2

1.1



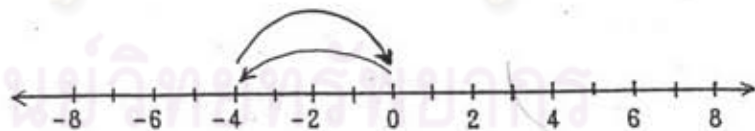
จาก -2 นับไปทางขวามือ 3 หน่วย คำตอบที่ได้คือ 1

1.2



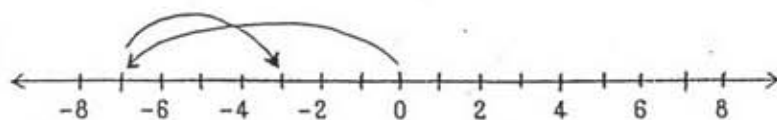
คำตอบที่ได้คือ 3

1.3



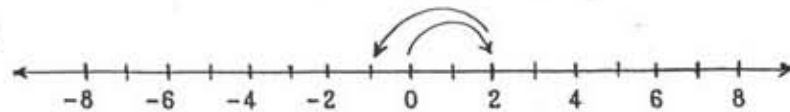
คำตอบที่ได้คือ 0

1.4



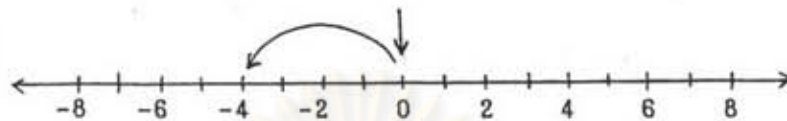
คำตอบที่ได้คือ -3

2.1



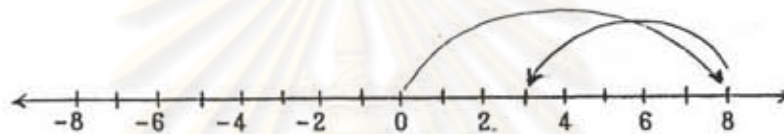
จาก 2 นัมไปทาง ซ้าย มี 3 หน่วย คำตอบที่ได้ คือ -1

2.2



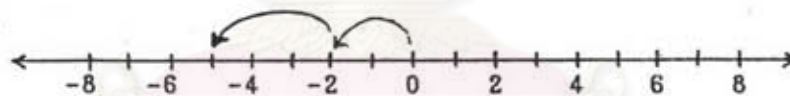
คำตอบที่ได้คือ -4

2.3



คำตอบที่ได้คือ 3

2.4



คำตอบที่ได้คือ -5

3.1 122 3.2 0 3.3 -22 3.4 -841 3.5 390 3.6 -325

ศูนย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 3

$$1.1 \quad B = \frac{9}{6} \times 7 \quad \text{หรือ} \quad \frac{9 \times 7}{6} \quad \text{หรือ} \quad \frac{3}{2} \times 7 \quad \text{หรือ} \quad \frac{3 \times 7}{2}$$

$$1.2 \quad P = \frac{9}{6} \times Q \quad \text{หรือ} \quad \frac{9 \times Q}{6} \quad \text{หรือ} \quad \frac{3}{2} \times Q \quad \text{หรือ} \quad \frac{3 \times Q}{2}$$

$$1.3 \quad P, Q, 18$$

$$1.4 \quad 5$$

$$1.5 \quad Y = \frac{5}{2} \times X \quad \text{หรือ} \quad \frac{5 \times X}{2} \quad \text{หรือ} \quad 2.5 \times X$$

$$2.1 \quad a$$

$$2.2 \quad \frac{9}{6} \times a \quad \text{หรือ} \quad \frac{9 \times a}{6} \quad \text{หรือ} \quad \frac{3}{2} \times a \quad \text{หรือ} \quad \frac{3 \times a}{2}$$

$$2.3 \quad \frac{5}{2} \times a \quad \text{หรือ} \quad \frac{5 \times a}{2} \quad \text{หรือ} \quad 2.5 \times a$$

$$2.4 \quad \left(\frac{9}{6} \times a\right) + \left(\frac{5}{2} \times a\right) = 40$$

$$2.5 \quad 10, 10$$



ภาคผนวก ค

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย

1. รองศาสตราจารย์ ดร. ทวีวัฒน์ ปิตยานนท์ รองศาสตราจารย์ภาควิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. รองศาสตราจารย์ ดร. สุวิธนา อุตยรัตน์ รองศาสตราจารย์ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. รองศาสตราจารย์ ดร. ศิริรัช กัญจนวาลี รองศาสตราจารย์ภาควิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นิตร ทองชั้น ผู้อำนวยการสำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
5. รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ รองศาสตราจารย์ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียน



นางสาวไพจิตร สดวกการ เกิดวันที่ 5 กุมภาพันธ์ 2491 ที่อำเภอเมือง
จังหวัดศรีสะเกษ สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา ในปีการศึกษา 2519 สำเร็จการศึกษาปริญญาโท
การศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ในปีการศึกษา 2530 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตร
ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2533 ปัจจุบันรับราชการที่หน่วย
ศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 4



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย