

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตาม (dependent variable) ว่ามีผลมาจากตัวแปรอิสระ (independent variable) ชุดหนึ่งอย่างไรนั้น วิธีการหนึ่งที่ใช้ในการหารูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเหล่านั้นคือ การวิเคราะห์ความถดถอยพหุ (multiple regression analysis) ซึ่งเป็นกรณีหนึ่งของการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้น ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุมีหลักการที่ว่า การใช้ตัวแปรอิสระที่เหมาะสมมากกว่าหนึ่งตัวโดยทั่วไปย่อมทำให้ผลการประมาณค่าตัวแปรตามมีความถูกต้องมากกว่าการใช้ตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียวถ้าตัวแปรอิสระนั้นไม่มีความสัมพันธ์กันและมีอิทธิพลต่อตัวแปรตามมากพอสมควร เราสามารถเขียนตัวแบบทั่วไป (general model) ของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตามเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\underline{y} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$$

เมื่อ \underline{y} เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

\underline{X} เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (p+1)$

$\underline{\beta}$ เป็นเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุขนาด $(p+1) \times 1$

$\underline{\varepsilon}$ เป็นเวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นขนาด $n \times 1$

โดยที่ $E(\underline{\varepsilon}) = \underline{0}$, $\text{cov}(\underline{\varepsilon}) = \sigma^2 \underline{I}_n$

ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุจากตัวแบบดังกล่าวนี้ วิธีที่นิยมใช้กันมากที่สุดคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least squares method) โดยจะได้รูปแบบตัวประมาณเป็น $\hat{\underline{\beta}} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'\underline{y}$ ซึ่งมีคุณสมบัติคือ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงและให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุดในบรรดาตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเชิงเส้น แต่ในการประมาณค่าสัมประ-

สิทธิ์การถดถอยพหุด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีข้อสมมติที่จำเป็นข้อหนึ่ง คือ คิวแปรอิสระจะต้องไม่มีความสัมพันธ์กันในลักษณะเชิงเส้น ซึ่งในทางปฏิบัติเป็นไปได้น้อยมากเพราะคิวแปรต่างๆ ที่นำมาศึกษาอาจมีความสัมพันธ์กัน กล่าวคือ คิวแปรอิสระบางคิวมีพหุสัมพันธ์ (Multicollinearity) กันทำให้การประมาณค่าคิวแปรตามที่ได้ไม่เหมาะสม และมีผลทำให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุมีค่ามากขึ้น นั่นคือ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุที่ได้ขาดความเที่ยงตรง วิธีการแก้ไขอาจทำได้โดยการตัดคิวแปรอิสระบางคิวซึ่งมีความสัมพันธ์กับคิวแปรอื่นออกจากคิวแบบ แต่ในบางครั้งการตัดคิวแปรอิสระตัวใดตัวหนึ่งออกจากคิวแบบทำได้ยากเนื่องจากลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างคิวแปรอิสระที่เกิดขึ้นไม่ชัดเจนพอ และคิวแปรอิสระทุกคิวมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของคิวแปรตามมากพอสมควร

Hoerl and Kennard (1970:55-67) ได้ศึกษาวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยให้ชื่อว่า วิธีริคจ์รีเกรสชัน (Ridge regression method) ซึ่งวิธีนี้ไม่ต้องตัดคิวแปรอิสระออกจากคิวแบบ หลักการของวิธีนี้คือ จะให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำลงโดยจะบวกค่าคงที่ค่าหนึ่งซึ่งมากกว่าศูนย์กับสมาชิกทุกตัวบนเส้นทแยงมุมของเมตริกซ์ $X'X$ เนื่องจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นฟังก์ชันของ $(X'X)^{-1}$ ดังนั้นการที่จะพยายามลดค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองจึงต้องพยายามลดค่า $(X'X)^{-1}$ ให้ต่ำลงซึ่งจะทำได้โดยการบวกค่าคงที่ที่มากกว่าศูนย์กับสมาชิกทุกตัวบนเส้นทแยงมุม จะทำให้ได้คิวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุด้วยวิธีริคจ์รีเกรสชัน คือ

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1} X'y ; k > 0$$

คิวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุด้วยวิธีนี้มีคุณสมบัติคือ มีความเอนเอียง(bias) และจะต้องมีการประมาณค่าพารามิเตอร์ k ซึ่งได้มีผู้เสนอการประมาณค่าพารามิเตอร์ k หลายวิธีเช่น วิธีของ Hoerl Kennard and Baldwin (HKB) วิธีของ TZE-SAN-LEE (TZE) วิธีของ McDonald Galarnau(MC & D) เป็นต้น แต่ยังไม่มีการสรุปแน่นอนว่าวิธีการใดดีที่สุด จากปัญหาที่ได้มีผู้เสนอคิวประมาณใหม่ขึ้นมาโดยอาศัยหลักการของคิวประมาณริคจ์และอาศัยรูปแบบของคิวประมาณอีกคิวประมาณหนึ่ง คือ คิวประมาณสไตน์ (Stein estimator) เนื่องจากรูปแบบของคิวประมาณดังกล่าวสามารถหาค่าพารามิเตอร์ได้ง่าย ซึ่งรูปแบบของคิวประมาณ คือ

$$\underline{\hat{\beta}}_c = c \underline{\hat{\beta}} \quad ; \quad 0 < c < 1$$

Liu Kejian(1993:393-403) ได้เสนอตัวประมาณใหม่ขึ้นมาโดยนำเอาคุณสมบัติข้อดีของทั้งตัวประมาณริคค์และตัวประมาณสไตน์มาใช้และมีรูปแบบของตัวประมาณ คือ

$$\underline{\hat{\beta}}_c = (X'X + I)^{-1}(X'y + c\underline{\hat{\beta}}) \quad ; \quad 0 < c < 1$$

ตัวประมาณใหม่ที่ได้ใช้หลักการของตัวประมาณริคค์คือ การบวกค่าคงที่ค่าหนึ่งเข้ากับสมาชิกในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ $X'X$ ซึ่งค่าคงที่นั้นมีค่าเท่ากับหนึ่ง และใช้รูปแบบของตัวประมาณสไตน์บวกเข้าไปในเทอมหลังเพื่อจะแก้ปัญหาค่าการเกิดพหุสัมพันธ์ให้กับเทอมหลัง เราสามารถพิจารณาได้ชัดเจนเมื่อจัดรูปแบบของตัวประมาณใหม่ โดยใช้สมการปกติของการวิเคราะห์หวิซีกาลังสองน้อยที่สุดซึ่งมีรูปแบบคือ $X'X\underline{\hat{\beta}} = X'y$ จะทำให้ได้รูปแบบของตัวประมาณดังสมการข้างล่างนี้

$$\begin{aligned} \underline{\hat{\beta}}_c &= (X'X + I)^{-1}(X'y + c\underline{\hat{\beta}}) \\ &= (X'X + I)^{-1}(X'y + cI)\underline{\hat{\beta}} \quad ; \quad 0 < c < 1 \end{aligned}$$

เมื่อพิจารณาโดยใช้ค่าเจาะจงของเมทริกซ์ $X'X$ ซึ่งมีคุณสมบัติข้อหนึ่งของค่าเจาะจงของเมทริกซ์ $X'X$ กล่าวคือถ้า λ_i เป็นค่าเจาะจงของเมทริกซ์ $X'X$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, p$ แล้ว $\sum_{i=1}^p \lambda_i = \text{traco}(X'X)$ ดังนั้นเราจะสมมติให้ค่าเจาะจงของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าเท่ากับ λ_i ซึ่ง $\lambda_{\min} = \lambda_1$ เป็นค่าเจาะจงที่มีค่ามากที่สุด และ $\lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq (\lambda_p = \lambda_{\min})$ โดยที่ค่า λ_{\min} เป็นค่าเจาะจงที่มีค่าน้อยที่สุดซึ่งมีค่ามากกว่าศูนย์

ถ้าเกิดปัญหา Multicollinearity จะทำให้เมทริกซ์ $X'X$ มีความเป็นเมทริกซ์เอกฐาน (singularity matrix) มากขึ้น กล่าวคือ ค่าเจาะจงมีค่าน้อย ผลที่ติดตามมาคือ λ_{\min} มีค่าเข้าใกล้ศูนย์จะได้ λ_{\min}^{-1} มีค่าเข้าใกล้อนันต์ ตัวประมาณริคค์ได้แก้ปัญหาค่าการเป็นเอกฐานโดยการบวกค่าคงที่ให้ λ_i แต่ละตัวเท่าๆ กัน ซึ่งคือค่าในเทอมแรก แต่เมื่อพิจารณาในเทอมหลังพบว่าอาจยังมีปัญหาอยู่เนื่องจากมีเทอมที่เกี่ยวข้องกับ $X'X$ ดังนั้นตัวประมาณที่ใช้หลักการของริคค์และสไตน์ได้แก้ปัญหาค่าการบวกค่าคงที่ให้กับสมาชิกในแนวทแยงมุมทุกตัว ซึ่งมีค่าเท่ากับ c

จึงทำให้ได้รูปแบบของตัวประมาณดังกล่าว และจากหลักการที่นำมาสร้างตัวประมาณใหม่ดังกล่าว เพื่อความสะดวกในการวิจัยผู้วิจัยจึงเรียกตัวประมาณใหม่นี้ว่า ตัวประมาณที่ใช้หลักการของริดจ์และสไตน์ (Ridge and Stein estimator) ซึ่งคุณสมบัติของตัวประมาณนี้คือ เป็นตัวประมาณที่เอนเอียงและให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเช่นเดียวกัน

จากคุณสมบัติในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุทั้ง 3 วิธีข้างต้น จึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจว่า เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีริดจ์รีเกรสชัน และวิธีที่ใช้หลักการของริดจ์และสไตน์ วิธีใดจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำที่สุด

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีริดจ์รีเกรสชัน และวิธีที่ใช้หลักการของริดจ์และสไตน์ เมื่อการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเป็นปกติ ปกติปลอมปน และแบบเบ้

สมมติฐานของการวิจัย

เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ปกติปลอมปน และแบบเบ้ และตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันมากๆ วิธีริดจ์รีเกรสชัน วิธีที่ใช้หลักการของริดจ์และสไตน์จะให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุที่มีความถูกต้องมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดภายใต้ขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระ ระดับของสัมประสิทธิ์การแปรผันและชุดของสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยใช้ข้อกำหนดเดียวกัน

ขอบเขตของการวิจัย

1. ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

การแจกแจงความผิดพลาดเป็นไปตามข้อตกลงของสมการถดถอย คือ $\epsilon \sim N(1, \sigma^2 I_n)$ ซึ่งฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปของ

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right], \quad \sigma > 0$$

- ก) จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้ในการศึกษามี 2 ระดับ คือ 3 และ 5
 ข) ขนาดตัวอย่างที่ศึกษามี 3 ขนาด คือ 30, 50 และ 100
 ค) ระดับของสัมประสิทธิ์การแปรผัน(C.V.) ที่ศึกษามี 3 ระดับ คือ 5%, 10% และ 15%
 ง) ระดับพหุสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ

1) กรณีตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ระดับพหุสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่ศึกษา มี 3 ระดับ คือ

$$\text{ระดับต่ำ } \rho = 0.10, 0.30$$

$$\text{ระดับปานกลาง } \rho = 0.50, 0.70$$

$$\text{ระดับสูง } \rho = 0.90, 0.99$$

โดย ρ คือ ความสัมพันธ์ระหว่าง x_1 กับ x_2 , x_1 กับ x_3 , x_2 กับ x_3

2) กรณีตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ระดับพหุสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่ศึกษา มี 3 ระดับ คือ

$$\text{ระดับต่ำ } \rho = (0.10, 0.10), (0.30, 0.30)$$

$$\text{ระดับปานกลาง } \rho = (0.50, 0.50), (0.70, 0.70)$$

$$\text{ระดับสูง } \rho = (0.90, 0.90), (0.99, 0.99)$$

โดย ρ ค่าแรกในวงเล็บ คือ ความสัมพันธ์ระหว่าง x_1 กับ x_2 , x_1 กับ x_3 , x_2 กับ x_3

และ ρ ค่าหลังในวงเล็บ คือ ความสัมพันธ์ระหว่าง x_4 กับ x_5

จ) ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุที่ใช้ศึกษา คือ

ค่าเวกเตอร์เงาของซึ่งสอดคล้องกับค่าเงาของที่มีค่าน้อยที่สุดซึ่งทำให้

$$E[L(R)^2] = E[(\hat{\beta} - \beta)'(\hat{\beta} - \beta)] \text{ มีค่ามากที่สุด}$$

2. ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติปน

(Scale-Contaminated Normal Distribution)

ฟังก์ชันการแจกแจงอยู่ในรูปของ

$$F = (1-p)N(1, \sigma^2) + N(1, c^2\sigma^2)$$

เมื่อ c คือ สเกลแฟคเตอร์ (scale factor) ถ้าสเกลแฟคเตอร์มีค่าสูงจะทำให้เกิดค่าสังเกตที่ผิดปกติมีค่าสูงด้วย ในที่นี้จะใช้ $c = 3$ และ $c = 10$

และ p คือ เปอร์เซนต์การปลอมปน (percent of contaminate) ในกรณีนี้จะใช้ $p = 5$ และ 10

8. ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเบ้

ผู้วิจัยจะศึกษาในกรณีการแจกแจงลอการิทึม (Lognormal Distribution)

โดยที่ฟังก์ชันความหนาแน่นดังกล่าวอยู่ในรูปของ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\ln(x) - \mu)^2}{\sigma^2}\right] & ; x > 0, \sigma > 0 \\ 0 & , \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

เมื่อ μ และ σ^2 เป็นค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ y ตามลำดับ โดยที่ $y = \ln(x)$ จะมีการแจกแจงปกติ ในที่นี้จะศึกษาโดยใช้ C.V. = 22%, 59% และ 100% ซึ่งจะสอดคล้องกับค่าความแปรปรวน $\sigma^2 = 0.05, 0.30$ และ 0.70 ตามลำดับ และกำหนดค่า $\mu = 1$ สาเหตุที่จะไม่เลือกค่า C.V. ที่ต่ำกว่านี้เพราะว่าถ้าค่า C.V. ต่ำกว่านี้กราฟของการแจกแจงจะเข้าสู่การแจกแจงปกติ

เกณฑ์ที่ใช้พิจารณา

เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาจะแบ่งเป็น 2 กลุ่มใหญ่ คือ

1. เปรียบเทียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุดกับวิธีรีดจ์รีเกรสชัน และเปรียบเทียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุดกับวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไตน์ โดยจะใช้ค่า PRR และ PRS ตามลำดับ ซึ่งจะคำนวณได้ดังนี้

$$PRR = \left[\frac{AMSE(OLS) - AMSE(RR)}{AMSE(OLS)} \right] \times 100$$

$$PRS = \left[\frac{AMSE(OLS) - AMSE(RS)}{AMSE(OLS)} \right] \times 100$$

สาเหตุที่ใช้เกณฑ์นี้เนื่องจากในทางทฤษฎีเราทราบว่าวิธีรีดจ์รีเกรสชันและวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไตน์จะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

2. เปรียบเทียบวิธีรีดจ์รีเกรสชันกับวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไตน์จะใช้ค่า RRS ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$RRS = \left[\frac{AMSE(RS) - AMSE(RR)}{AMSE(RS)} \right] \times 100$$

สาเหตุที่เลือกใช้เกณฑ์นี้เนื่องจากผลการวิจัยโดยส่วนใหญ่เราทราบว่าวิธีรีดจ์รีเกรสชันจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนต่ำกว่าวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไตน์

วิธีดำเนินการวิจัย

1. สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระโดยใช้เทคนิคมอนติคาโลตามระดับความสัมพันธ์ต่างๆ ที่กำหนดไว้ในขอบเขตการวิจัย โดยในแต่ละกรณีจะผลิตทั้งสิ้น 500 รอบ
2. สร้างข้อมูลตัวแปรตามจากตัวแปรอิสระที่สร้างขึ้น ณ ระดับพหุสัมพันธ์ที่กำหนดไว้ในขอบเขตการวิจัย และค่าความคลาดเคลื่อนตามการแจกแจงต่างๆ ที่กำหนดไว้
3. ประมาณค่าพารามิเตอร์ตามวิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีรีดจ์รีเกรสชัน และวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไตน์
4. คำนวณหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) ของแต่ละวิธี
5. หาค่าเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา
 - ก) เปรียบเทียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุดกับวิธีรีดจ์รีเกรสชัน และเปรียบเทียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุดกับวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไตน์ โดยใช้ค่า PRR และ PRS ตามลำดับ ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$PRR = \left[\frac{AMSE(OLS) - AMSE(RR)}{AMSE(OLS)} \right] \times 100$$

$$PRS = \left[\frac{AMSE(OLS) - AMSE(RS)}{AMSE(OLS)} \right] \times 100$$

ข) เปรียบเทียบวิธีรีดจ์รีเกรสชันกับวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไคน์ โดยใช้ค่า RRS ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$RRS = \left[\frac{AMSE(RS) - AMSE(RR)}{AMSE(RS)} \right] \times 100$$

6. สรุปและอภิปรายผล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย

1. AMSE(OLS) หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด
2. AMSE(RR) หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อใช้วิธีรีดจ์รีเกรสชัน
3. AMSE(RS) หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อใช้วิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไคน์
4. PRR หมายถึง ร้อยละของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีรีดจ์รีเกรสชันเทียบกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด
5. PRS หมายถึง ร้อยละของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไคน์เทียบกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด
6. RRS หมายถึง ร้อยละของอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไคน์และวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์เทียบกับวิธีที่ใช้หลักการของรีดจ์และสไคน์

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ผลการศึกษาจะเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ปกติปลอมปน และแบบเบ้