บทที่ 2

การศึกษาระบบการบอกตำแหน่ง

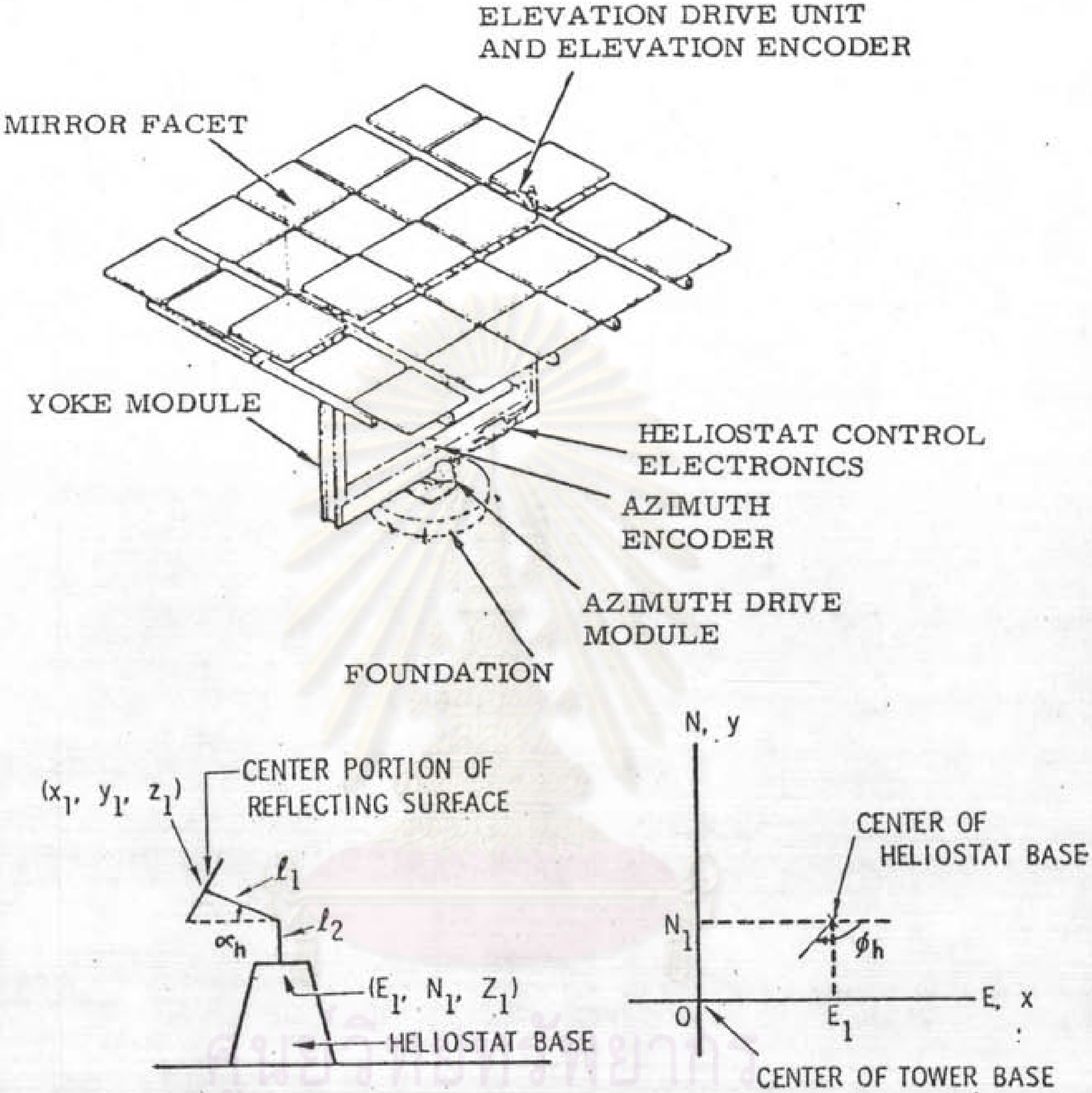
<u>การบอกตำแหน่งของวัตถุโดยใช้ระบบแกนพิกัดจากหอรับแสง</u>

การบอกตำแหน่งของวัตถุใด ๆ ด้วยระบบนี้ซึ่งใช้ระบบแกนพิกัดฉาก (Cartesian Coordinate System) โดยมีจุดกำเนิด (Origin) ของแกนทั้งสามอยู่ที่ฐานหอรับแสง มีแกน x ชี้ไปทางทิศตะวันออก แกน y ชี้ไปทางทิศเหนือ และแกน z ชี้ในทิศตั้งฉากกับพื้น ให้ $\bar{i}$, $\bar{j}$, และ $\bar{k}$ เป็นหน่วยเวกเตอร์ (Unit vector) ในทิศของแกน x, y และ z ตามลำดับ

ก. <u>การหาตำแหน่งจุดกึ่งกลางของโครงสะท้อนแสง</u>

เนื่องจากโครงสะท้อนแสงจะเคลื่อนที่สัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์ เพื่อให้รังสีสะท้อนเข้าสู่ตัวรับตลอดเวลา ด้วยเหตุนี้ตำแหน่งจุดกึ่งกลางของโครงสะท้อนแสงจึงเปลี่ยนพิกัดตามไปด้วย พิจารณารูปที่ 2.1 ให้พิกัด (E_1, N_1, Z_1) เป็นตำแหน่งของฐานอีลีโอสแตทจุดที่ 1 โดยมีจุดกึ่งกลางของโครงสะท้อนแสงอยู่ที่พิกัด (x_1, y_1, z_1) ซึ่งจะสัมพันธ์กับตำแหน่งที่ตั้งฐานอีลีโอสแตทและทิศทางการหมุนตามดวงอาทิตย์ จะได้ดังสมการที่ (2.1)

$$
\begin{aligned}
x_1 &= E_1 + l_1.\cos\alpha_h.\cos\phi_h \\
y_1 &= N_1 + l_1.\cos\alpha_h.\sin\phi_h \qquad \text{..... (2.1)} \\
z_1 &= Z_1 + l_2 + l_1.\sin\alpha_h
\end{aligned}
$$



รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะและตำแหน่งต่าง ๆ ของฮีลิโอสแตท

ด้วยระบบการหันตามแบบ Altazimuth Mounting

เมื่อ l_1 = ระยะจากระนาบโครงสะท้อนแสงถึงแกนปรับมุมเงย

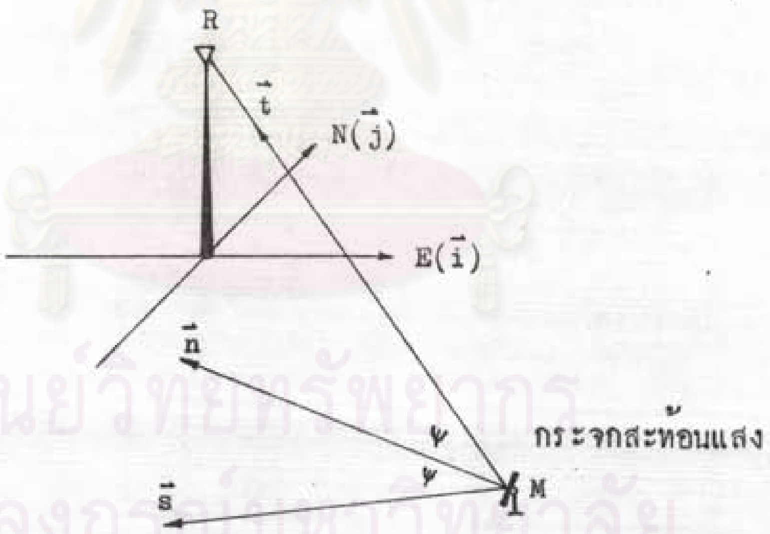
l_2 = ระยะจากพิกัดฐานธีลีโอสแตทถึงแกนปรับมุมเงย

ϕ_h = มุมอาซิมุทของเส้นแนวฉากโครงสะท้อนแสง (วัดจากแกนทวนเข็มเป็นบวก)

α_h = มุมเงยของเส้นแนวฉากโครงสะท้อนแสง

ข. <u>การหาทิศทางของรังสีตก รังสีสะท้อนและเส้นแนวฉาก</u>

จากกฎการสะท้อนของแสง (The law of Reflection) สามารถหาความสัมพันธ์ของรังสีตก, รังสีสะท้อนและเส้นแนวฉาก (Normal line) ของผิวกระจกได้ ให้ $\vec{s}$ เป็นหน่วยเวกเตอร์ (Unit vector) ของรังสีตกกระทบ, $\vec{t}$ เป็นหน่วยเวกเตอร์ของรังสีสะท้อน และ $\vec{n}$ เป็นหน่วยเวกเตอร์ของเส้นแนวฉาก โดยมีทิศทางดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แสดงทิศทางของหน่วยเวกเตอร์ $\vec{s}$, $\vec{t}$ และ $\vec{n}$ ซึ่งแทนแนวของรังสีตก, รังสีสะท้อนและเส้นแนวฉากของผิวกระจก

จากกฎการสะท้อนของแสง จะได้มุมตกเท่ากับมุมสะท้อน ซึ่งจะได้

$$\vec{n}.\vec{s} = \vec{n}.\vec{t} \qquad \text{..........(2.2)}$$

จากสมการที่ (2.2) อาศัยผลรวมทางเวกเตอร์จะได้

$$\vec{n} = \frac{\vec{s} + \vec{t}}{|\vec{s} + \vec{t}|} \qquad \text{..........(2.3)}$$

จากความสัมพันธ์ของ $\vec{n}$, $\vec{s}$ และ $\vec{t}$ ในสมการที่ (2.2), และ (2.3) จะได้

$$\left|\vec{s} + \vec{t}\right| = (2)\cos\psi = (2)\vec{n}.\vec{s} \qquad \text{..........(2.4)}$$

เมื่อแทนในสมการที่ (2.2) จะได้

$$\vec{t} = (2)(\vec{n}.\vec{s})\vec{n} - \vec{s} \qquad \text{..........(2.5)}$$

จากสมการที่ (2.3) และ (2.5) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการทั่ว ๆ ไปคือ

$$\vec{n} = (a_n)\vec{i} + (b_n)\vec{j} + (c_n)\vec{k} \qquad \text{..........(2.6)}$$

$$\vec{t} = (a_t)\vec{i} + (b_t)\vec{j} + (c_t)\vec{k} \qquad \text{..........(2.7)}$$

$$\vec{s} = (a_s)\vec{i} + (b_s)\vec{j} + (c_s)\vec{k} \qquad \text{..........(2.8)}$$

เมื่อ $a_n = (a_t + a_s)/N$, $b_n = (b_t + b_s)/N$, $c_n = (c_t + c_s)/N$

$$N = \left[(a_t + a_s)^2 + (b_t + b_s)^2 + (c_t + c_s)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

และ $a_t = (DNS)a_n - a_s$, $b_t = (DNS)b_n - b_s$, $c_t = (DNS)c_n - c_s$

$$DNS = 2(a_n.a_s + b_n.b_s + c_n.c_s)$$

สำหรับค่า a_s, b_s และ c_s ซึ่งเป็นค่าทิศทางของรังสีตกหรือตำแหน่งของดวงอาทิตย์นั้นขึ้นอยู่กับเวลา, วัน และสถานที่ติดตั้งฮีลีโอสแตท (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก.)

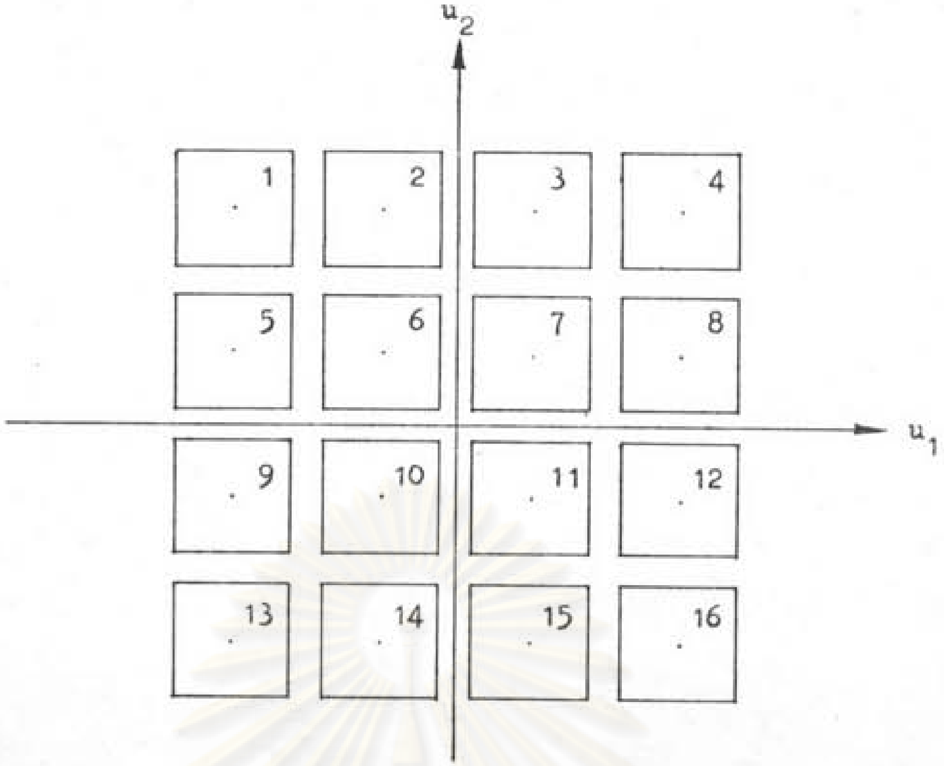
การบอกตำแหน่งของวัตถุโดยใช้ระบบแกนพิกัดจากโครงสะท้อนแสง

เนื่องจากฮีลีโอสแตทที่นำมาศึกษาประกอบด้วยกระจกแผ่นราบประกอบ (Mirror Facets) จำนวน 16 บาน (หรือ 25 บาน ดังรูปที่ 2.1) ยึดติดอยู่บนโครงสะท้อนแสงด้วยมุมเอียงต่าง ๆ กัน ทำให้ทิศทางของรังสีสะท้อนแต่ละบานแตกต่างกัน เพื่อความสะดวกในการคำนวณหาทิศทางของรังสีสะท้อนที่ออกจากกระจกแผ่นราบแต่ละบาน จะกำหนดระบบแกนพิกัดฉากซึ่งมีจุดกำเนิดของแกนทั้งสามอยู่ที่จุดกึ่งกลางของโครงสะท้อนแสง โดยให้แกน u_1 อยู่ในแนวระดับ (Horizontal axis) แกน u_3 อยู่ในทิศของเส้นแนวฉากโครงสะท้อนแสง และแกน u_2 อยู่ในทิศทางตามกฎมือขวา (Right-Handed System) สำหรับการหมุนตามดวงอาทิตย์แบบ Altazimuth Mounting ส่วนการหมุนตามแบบเคลื่อนตามแกนหมุนของโลก (Equatorial Mounting) นั้น แกน u_1 จะอยู่ในระนาบของรังสีตก–สะท้อนเสมอ

ก. การหาตำแหน่งจุดกึ่งกลางของกระจกแผ่นราบประกอบ

ให้จุดกึ่งกลางของกระจกแผ่นราบประกอบอยู่ที่พิกัด (u_{1i}, u_{2i}, u_{3i}) เมื่อ i เป็นหมายเลขของกระจกแผ่นราบบานที่ i ซึ่งยึดอยู่บนโครงสะท้อนแสง ดังรูปที่ 2.3 ซึ่งประกอบด้วยกระจกแผ่นราบจำนวน 16 บาน เนื่องจากตำแหน่ง (x_1, y_1, z_1) เป็นจุดกำเนิดของระบบแกนพิกัดจากโครงสะท้อนแสง (u_1, u_2, u_3) ฉะนั้นเมื่อทราบตำแหน่งของวัตถุใด ๆ ที่บอกด้วยพิกัด (u_1, u_2, u_3) ก็สามารถเปลี่ยนค่าพิกัดมาอยู่ในระบบแกนพิกัดจากหอรับแสง (x, y, z) ได้ พิจารณารูปที่ 2.4 ให้ $\vec{e}_{u1}$, $\vec{e}_{u2}$ และ $\vec{e}_{u3}$ เป็นหน่วยเวกเตอร์ในทิศของแกน u_1, u_2 และ u_3 ตามลำดับ เนื่องจากแกน u_3 อยู่ในทิศเส้นแนวฉากโครงสะท้อนแสง ดังนั้น

$$\vec{e}_{u3} = (a_{n1})\vec{i} + (b_{n1})\vec{j} + (c_{n1})\vec{k} \qquad \ldots\ldots..(2.8)$$



รูปที่ 2.3 แสดงหมายเลขของกระจกแผ่นราบประกอบ
ซึ่งติดตั้งบนโครงสะท้อนแสง

สำหรับแกน u_1 จะวางอยู่ในแนวระดับ ฉะนั้น

$$\vec{e}_{u1} = -\sin(\phi_h)\vec{i} + \cos(\phi_h)\vec{j}$$

$$= (a_{e1})\vec{i} + (b_{e1})\vec{j} \qquad \text{..........(2.9)}$$

เมื่อ ϕ_h = มุมอาซิมุทของเส้นแนวฉากโครงสะท้อนแสง หาได้จาก

$$\cos(\phi_h) = (a_s + a_{t1})/\left[(a_s + a_{t1})^2 + (b_s + b_{t1})^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

โดยที่ $\vec{t}_1$ = เป็นทิศทางของรังสีสะท้อนที่ออกจากจุดกึ่งกลางโครงสะท้อนแสงของฮีลิโอสแตทชุดที่ 1

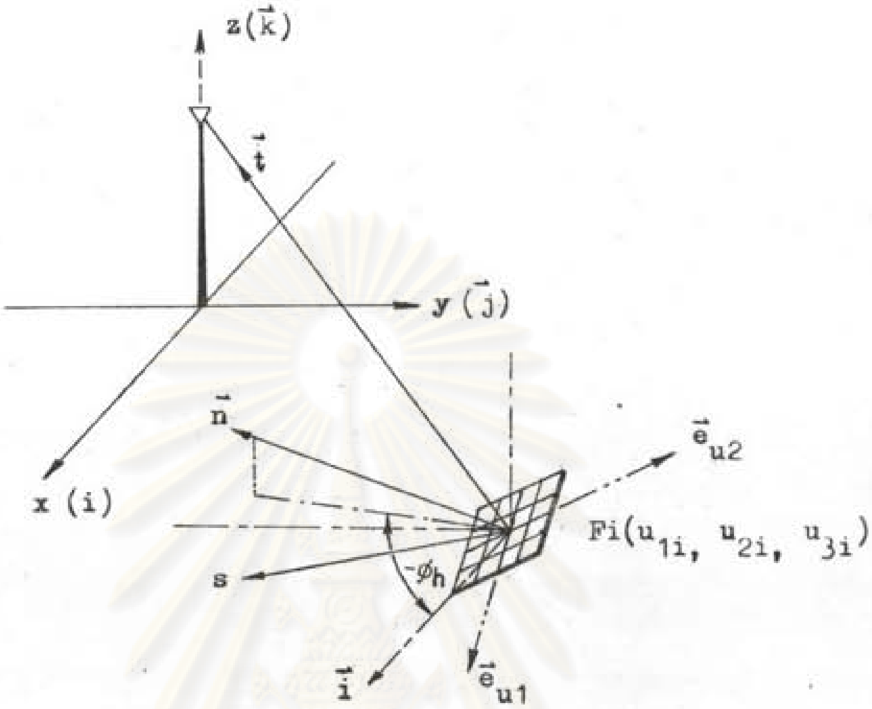
ส่วนทิศทางของ $\vec{e}_{u2}$ ได้จากผลคูณทางเวกเตอร์ของเวกเตอร์ (Cross product) จะได้

$$\vec{e}_{u2} = \vec{e}_{u3} \times \vec{e}_{u1}$$

$$= (a_{e2})\vec{i} + (b_{e2})\vec{j} + (c_{e2})\vec{k} \qquad \text{..........(2.10)}$$

เมื่อ $a_{e2} = -c_{n3}.\cos(\phi_h), \quad b_{e2} = -c_{n3}.\sin(\phi_h)$

$$c_{e2} = b_{n2}.\sin(\phi_h) + a_{n1}.\cos(\phi_h)$$



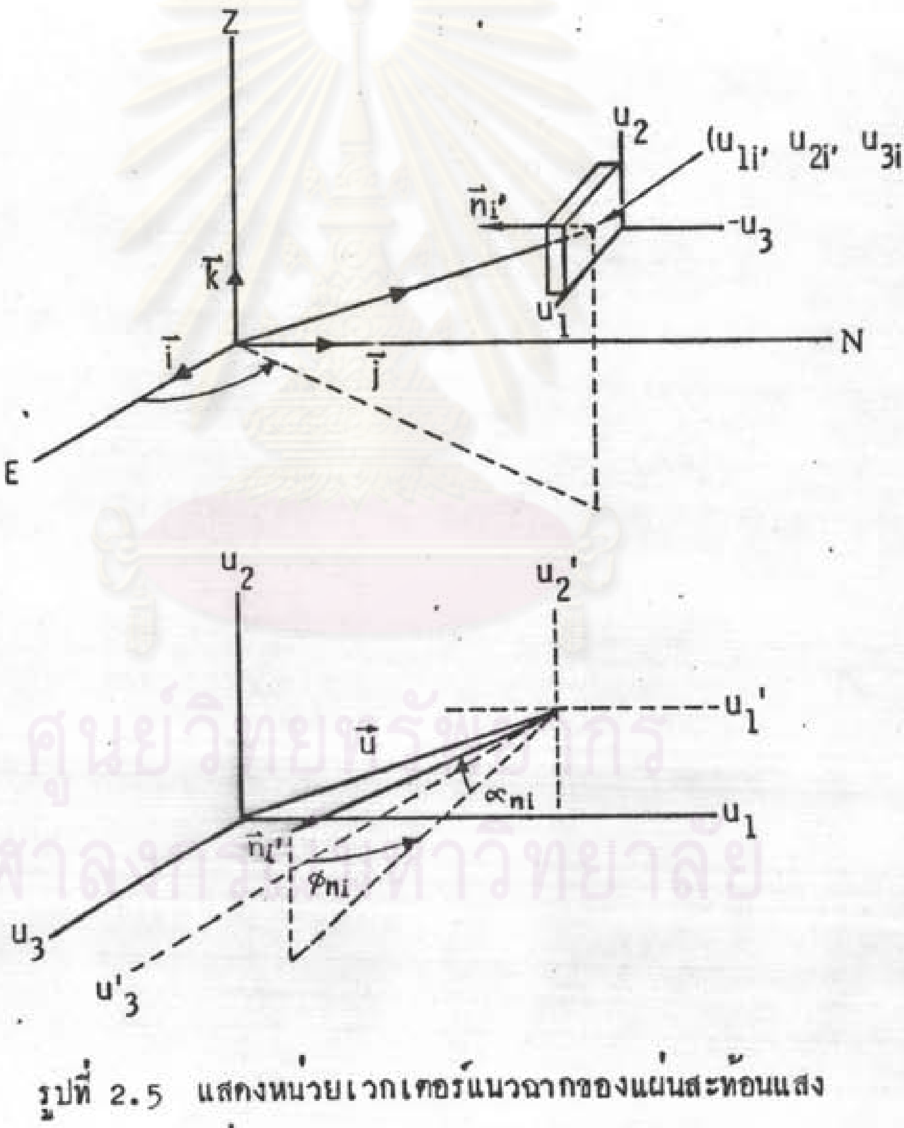
รูปที่ 2.4 แสดงระบบแกนพิกัดจากโครงสะท้อนแสง
เทียบกับระบบแกนพิกัดจากหอรับแสง

ให้จุด F_i เป็นจุดกึ่งกลางของกระจกแผ่นราบประกอบบานที่ i อยู่ที่พิกัด (u_{1i}, u_{2i}, u_{3i}) ดังรูปที่ 2.4 ซึ่งสามารถเปลี่ยนมาอยู่ในระบบแกนพิกัดจากหอรับแสงเป็น (x_{1i}, y_{1i}, z_{1i}) ได้โดยอาศัยวิธีแมพปิ้ง (Mapping) (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ข.) จะได้

$$\begin{aligned} x_{1i} &= x_1 + u_{1i}(a_{e1}) + u_{2i}(a_{e2}) + u_{3i}(a_{n1}) \\ y_{1i} &= y_1 + u_{1i}(b_{e1}) + u_{2i}(b_{e2}) + u_{3i}(b_{n1}) \qquad \text{..........(2.11)} \\ z_{1i} &= z_1 + u_{2i}(c_{e2}) + u_{3i}(c_{n1}) \end{aligned}$$

ข. การหาเวกเตอร์แนวฉากของกระจกแผ่นราบประกอบ

เนื่องจากกระจกแผ่นราบประกอบแต่ละบานยึดรวมอยู่บนโครงสะท้อนแสงในตำแหน่งและมุมเอียงที่แน่นอนทำให้ค่าเวกเตอร์แนวฉากของกระจกแผ่นราบประกอบเหล่านี้มีค่าคงที่เมื่อเทียบกับโครงสะท้อนแสง แต่เนื่องจากโครงสะท้อนแสงต้องเคลื่อนที่สัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์เป็นเหตุให้ค่าหน่วยเวกเตอร์แนวฉากของกระจกแผ่นราบประกอบแต่ละบานเมื่อเทียบกับระบบแกนพิกัดจากหอรับแสงแล้วมีค่าเปลี่ยนไปตลอดเวลา



รูปที่ 2.5 แสดงหน่วยเวกเตอร์แนวฉากของแผ่นสะท้อนแสง
เมื่อเทียบกับระบบแกนพิกัดจากหอรับแสง

พิจารณารูปที่ 2.5 ให้ n_i' เป็นหน่วยเวกเตอร์แนวฉากของกระจกแผ่นราบประกอบบานที่ i ทำมุม α_{ni}' กับระนาบ $u_3 - u_1$ และทำมุม ϕ_{ni}' กับระนาบ $u_2 - u_3$ ดังนั้นค่าของหน่วยเวกเตอร์นี้จะได้

$$\vec{n}_i' = (P_{ni})\vec{e}_{u1} + (Q_{ni})\vec{e}_{u2} + (R_{ni})\vec{e}_{u3} \qquad \text{............(2.12)}$$

เมื่อ $P_{ni} = \cos(\alpha_{ni}).\sin(\phi_{ni})$

$Q_{ni} = \sin(\alpha_{ni})$

$R_{ni} = \cos(\alpha_{ni}).\cos(\phi_{ni})$

จากค่า $\vec{n}_i'$ ซึ่งอยู่ในระบบแกนพิกัดจากโครงสะท้อนแสง (u_1, u_2, u_3) สามารถเขียนให้มาอยู่ในระบบแกนพิกัดจากหอรับแสง (x,y,z,) ได้ โดยใช้วิธีการแมพปิ้ง (Mapping) จะได้

$$\vec{n}_i = (n_{xi})\vec{i} + (n_{yi})\vec{j} + (n_{zi})\vec{k} \qquad \text{............(2.13)}$$

เมื่อ $n_{xi} = a_{e1}(P_{ni}) + a_{e2}(Q_{ni}) + a_{n1}(R_{ni})$

$n_{yi} = b_{e1}(P_{ni}) + b_{e2}(Q_{ni}) + b_{n1}(R_{ni})$

$n_{zi} = c_{e1}(P_{ni}) + c_{e2}(Q_{ni}) + c_{n1}(R_{ni})$

โดยที่ $c_{e1} = 0$

ในทำนองกลับกัน ถ้าทราบค่าของหน่วยเวกเตอร์แนวฉากของกระจกแผ่นราบประกอบซึ่งอยู่ในระบบแกนพิกัดจากหอรับแสงก็สามารถคำนวณย้อนกลับหาค่า P_{ni}, Q_{ni} และ R_{ni} ก่อนแล้วจึงหาค่ามุม α_{ni} และ ϕ_{ni} ได้จากสมการ

$$\alpha_{ni} = \sin^{-1}(Q_{ni})$$

$$\phi_{ni} = \tan^{-1}(P_{ni}/R_{ni}) \qquad \text{............(2.14)}$$

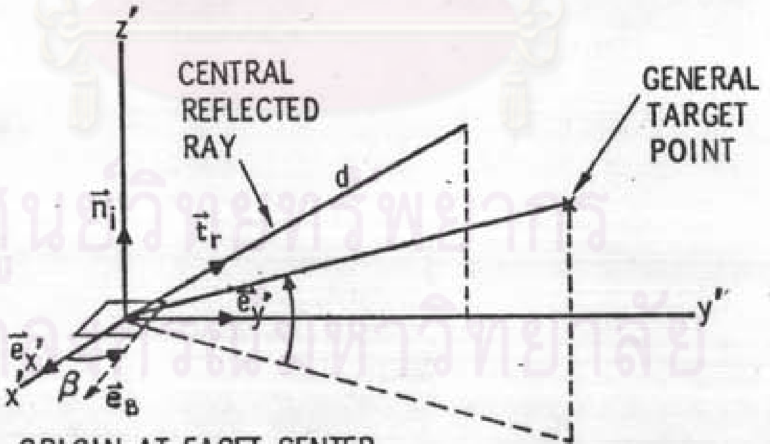
ที่ (2.4) แล้วแทนค่าในสมการที่ (2.12) ก็จะได้ค่าหน่วยเวกเตอร์แนวฉากของกระจกแผ่นราบประกอบแต่ละบานในระบบแกนพิกัดจากโครงสะท้อนแสงได้

การบอกตำแหน่งของวัตถุโดยใช้ระบบแกนพิกัดจากกระจกแผ่นราบประกอบ

เพื่อความสะดวกในการหาลักษณะของภาพสะท้อนและปริมาณพลังงานที่เข้าสู่ตัวรับ จึงได้กำหนดระบบแกนพิกัดจากกระจกแผ่นราบประกอบ (x', y', z') โดยให้จุดกำเนิดของแกนทั้งสามอยู่ที่จุดกึ่งกลางของกระจกแผ่นราบประกอบแต่ละบาน ให้แกน z' อยู่ในทิศเส้นแนวฉากของกระจกแผ่นราบประกอบ แกน y' อยู่ในระนาบของรังสีตกสะท้อน ($y'-z'$) และแกน x' มีทิศตามกฎมือขวา

ให้ $\vec{e}_{x'}$, $\vec{e}_{y'}$ และ $\vec{e}_{z'}$ เป็นหน่วยเวกเตอร์ในทิศของแกน x', y' และ z' ตามลำดับ ดังรูปที่ 2.6 ซึ่งจะได้

$$\vec{e}_{z'} = \vec{n}_i = (n_{xi})\vec{i} + (n_{yi})\vec{j} + (n_{zi})\vec{k} \qquad \text{..........(2.15)}$$



รูปที่ 2.6 แสดงทิศทางของหน่วยเวกเตอร์ $\vec{e}_{x'}$, $\vec{e}_{y'}$, $\vec{e}_{z'}$ และมุม β

จากหน่วยเวกเตอร์แนวฉากและหน่วยเวกเตอร์ของรังสีดวงอาทิตย์ สามารถหาค่าหน่วยเวกเตอร์รังสีสะท้อน ($\vec{t}_r$) ได้จากสมการที่ (2.5) ดังนั้นทิศทาง x' และ y' จะได้จากผลคูณทางเวกเตอร์ของเวกเตอร์ (Cross product) คือ

$$\vec{e}_{x'} = \frac{\vec{t}_r \times \vec{n}_i}{|\vec{t}_r \times \vec{n}_i|} = (a_{x'})\vec{i} + (b_{x'})\vec{j} + (c_{x'})\vec{k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.16)$$

$$\vec{e}_{y'} = \vec{n}_i \times \vec{e}_{x'} = (a_{y'})\vec{i} + (b_{y'})\vec{j} + (c_{y'})\vec{k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.17)$$

พิจารณารูปที่ 2.6 แสดงลักษณะของมุม β ซึ่งเกิดจากวิธีการหมุนตามดวงอาทิตย์ ถ้าเป็นการหมุนตามแบบเคลื่อนตามแกนหมุนของโลก (Equatorial Mounting) แล้ว ค่ามุม β จะมีค่าเท่ากับ 0° เสมอ แต่ถ้าเป็นการหมุนตามแบบ Altazimuth Mounting ค่ามุม β จะมีค่าเปลี่ยนไปตามการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์ ซึ่งหาได้โดยการแตกหน่วยเวกเตอร์แนวฉากของกระจกแผ่นราบประกอบให้อยู่ในแนวระดับจะได้

$$\vec{h}_i = (n_{xi})\vec{i} + (n_{yi})\vec{j} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.18)$$

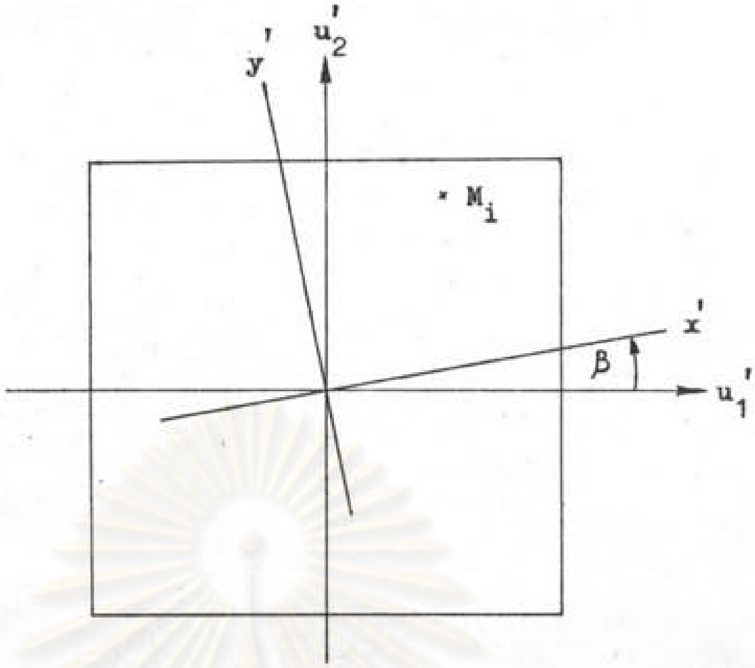
ให้ $\vec{e}_B$ เป็นหน่วยเวกเตอร์ในทิศทางของขอบกระจกแผ่นราบประกอบซึ่งจะได้

$$\vec{e}_B = \frac{\vec{n}_i \times \vec{h}_i}{|\vec{n}_i \times \vec{h}_i|} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.19)$$

ฉะนั้นค่ามุม β จะได้

$$\cos(\beta) = |\vec{e}_B \cdot \vec{e}_{x'}| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.20)$$

เครื่องหมายของมุม β หาได้จากค่าของผลคูณทางสกาลาของเวกเตอร์ (Dot product) ของ $\vec{e}_B \cdot \vec{e}_{y'}$ ถ้ามีค่าเป็นบวก จะได้มุม β มีค่าเป็นลบ (-)



รูปที่ 2.7 แสดงแกน u_1' และ u_2' ซึ่งอยู่ในทิศขนานกับขอบของแผ่นกระจก เทียบกับแกน x' และ y' ซึ่งจะหาจากระนาบของรังสีตกสะท้อน

เพื่อความสะดวกในการหาตำแหน่งของจุดสะท้อนซึ่งอยู่ในระบบแกน (u_1', u_2', u_3') ของผิวกระจกแผ่นราบประกอบให้มาอยู่ในระนาบแกนพิกัดจากหอรับแสง ก่อนอื่นต้องย้ายแกน (u_1', u_2') ให้มาอยู่ในระบบแกน (x', y') ของผิวสะท้อนก่อน ดังรูปที่ 2.7 ให้ M_i เป็นจุดใด ๆ บนผิวกระจกแผ่นราบประกอบอยู่ที่พิกัด $(u_{1i}', u_{2i}', u_{3i}')$ ดังนั้น เมื่อย้ายตำแหน่งมาอยู่ในระบบแกน (x', y', z') จะได้

$$M = (x_i', y_i', z_i') \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.21)$$

เมื่อ

$$x_i' = (u_{1i}')\cos(\beta) + (u_{2i}')\sin(\beta)$$

$$y_i' = -(u_{1i}')\sin(\beta) + (u_{2i}')\cos(\beta)$$

$$z_i' = u_{3i}'$$

จากนั้นใช้วิธีการแมพปิ้ง (Mapping) จุด M ซึ่งอยู่ในระบบแกน (x', y', z') ให้มาเป็นระบบแกนพิกัดจากหอรับแสง (x, y, z) จะได้

$$M = (x_{mi}, y_{mi}, z_{mi}) \qquad \text{..........} \; (2.22)$$

เมื่อ $x_{mi} = x_{1i} + (a_x)x'_i + (a_y)y'_i + (n_{xi})z'_i$

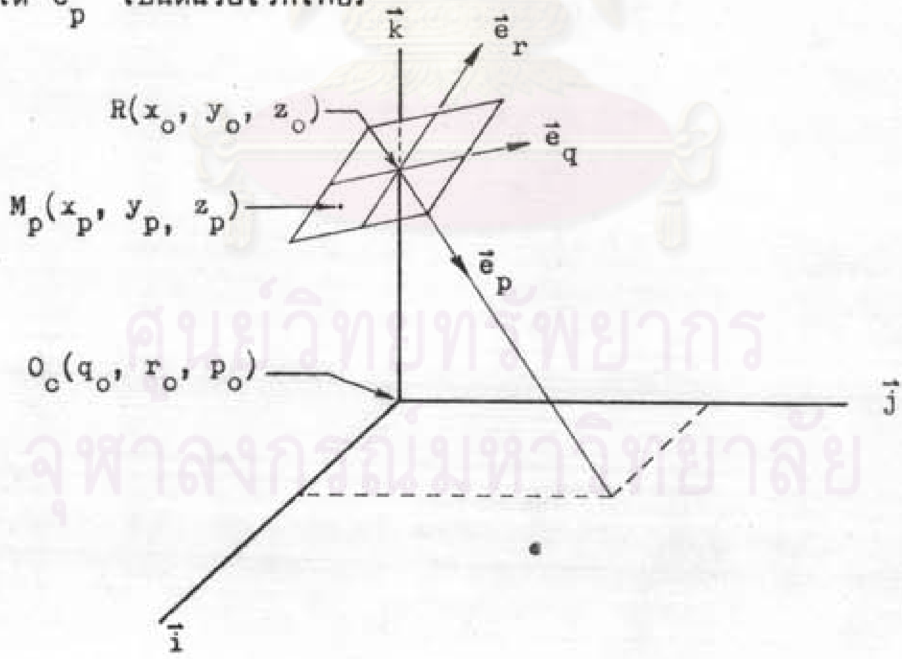
$$y_{mi} = y_{1i} + (b_x)x'_i + (b_y)y'_i + (n_{yi})z'_i$$

$$z_{mi} = z_{1i} + (c_x)x'_i + (c_y)y'_i + (n_{zi})z'_i$$

ตำแหน่งของจุด M จากสมการที่ (2.22) นี้ จะให้เป็นจุดที่รังสีตกกระทบ ดังนั้น สามารถหาตำแหน่งของจุดที่รังสีสะท้อนออกจากจุด M นี้ไปตัดกับระนาบของช่องรับแสงซึ่งจุดทั้งสองก็อยู่ในระบบแกนพิกัดจากหอรับแสงเดียวกัน

<u>การบอกตำแหน่งของวัตถุโดยใช้ระบบแกนพิกัดจากระนาบช่องรับแสง</u>

ในการหาค่าความเข้มของรังสีสะท้อนที่กระจัดกระจายบนระนาบของช่องรับแสงจำเป็นต้องสร้างระบบแกนพิกัดจากระนาบช่องรับแสงขึ้น ซึ่งมีจุดกำเนิดอยู่ที่จุดกึ่งกลางของช่องรับแสง (R) เพื่อใช้หาค่าความเข้มและตำแหน่งของรังสีสะท้อนที่ตกบนระนาบช่องรับแสงนี้ ให้ $\vec{e}_p$ เป็นหน่วยเวกเตอร์



รูปที่ 2.8 แสดงระนาบของช่องรับแสงและระบบแกนพิกัดจากระนาบช่องรับแสง

แนวฉากของระนาบช่องรับแสง ให้ $\vec{e}_q$ และ $\vec{e}_r$ เป็นทิศทางในแกน q และ r ในระบบแกนพิกัดจากระนาบช่องรับแสงซึ่งมีจุดกำเนิดอยู่ที่จุดกึ่งกลางของช่วงรับแสง $R(x_o, y_o, z_o)$ ดังรูปที่ 2.8 โดยให้ $\vec{e}_q$ เป็นหน่วยเวกเตอร์ในแนวนอน และ $\vec{e}_r$ อยู่ในทิศตามกฎมือขวา ให้ $\vec{e}_{h'}$ เป็นเวกเตอร์ของ $\vec{e}_p$ ในแนวนอนจะได้

$$\vec{e}_p = (a_p)\,\vec{i} + (b_p)\,\vec{j} + (c_p)\,\vec{k} \qquad \text{.......... (2.23)}$$

$$\vec{e}_{h'} = (a_p)\,\vec{i} + (b_p)\,\vec{j} + (o)\,\vec{k} \qquad \text{.......... (2.24)}$$

ดังนั้นทิศทางของหน่วยเวกเตอร์ $\vec{e}_q$ และ $\vec{e}_r$ หาได้จากผลคูณทางเวกเตอร์ของเวกเตอร์จะได้

$$\vec{e}_q = \frac{\vec{e}_{h'} \times \vec{e}_p}{\left|\vec{e}_{h'} \times \vec{e}_p\right|} = (a_q)\,\vec{i} + (b_q)\,\vec{j} + (c_q)\,\vec{k} \qquad \text{.......... (2.25)}$$

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{e}_p \times \vec{e}_q}{\left|\vec{e}_p \times \vec{e}_q\right|} = (a_r)\,\vec{i} + (b_r)\,\vec{j} + (c_r)\,\vec{k} \qquad \text{.......... (2.26)}$$

จากรูปที่ 2.8 ให้ M_p เป็นจุดตกกระทบของรังสีสะท้อนบนระนาบช่องรับแสงอยู่ที่พิกัด (x_p, y_p, z_p) ในระบบแกนพิกัดจากหอรับแสงและ O_c เป็นจุดกำเนิดของแกน x,y,z อยู่ที่พิกัด (q_o, r_o, p_o) ในระบบแกนพิกัดจากระนาบช่องรับแสง เพื่อความสะดวกในการหาค่าการแจกแจงความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ (Solar Flux Distribution) ที่ตกบนระนาบนี้โดยเปลี่ยนแกนพิกัดของจุด M_p มาอยู่ในระบบแกนพิกัดจากระนาบช่องรับแสงโดยวิธีการแมพปิ้งจะได้

$$M_p = (a_{mp})\,\vec{e}_q + (b_{mp})\,\vec{e}_r \qquad \text{.......... (2.27)}$$

เมื่อ $a_{mp} = q_o + a_q \cdot x_p + b_q \cdot y_p + c_q \cdot z_p$

$b_{mp} = r_o + a_r \cdot x_p + b_r \cdot y_p + c_r \cdot z_p$