

โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดขึ้นส่วนอัตโนมัติโดยใช้วิธีการปรับเรียบเชิงมุม



นายรัฐพล สุวรรณพฤษ

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2544

ISBN 974-03-1236-5

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

AN AUTOMATIC ADAPTIVE REMESHING FINITE ELEMENT
PROGRAM USING ANGLE-BASED SMOOTHING

Mr. Ratapon Suwanpruk

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering
Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2001
ISBN 974-03-1236-5

นายรัฐพล สุวรรณพุกษ์ : โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติโดยใช้วิธีการปรับเรียบเชิงมุม (AN AUTOMATIC ADAPTIVE REMESHING FINITE ELEMENT PROGRAM USING ANGLE-BASED SMOOTHING) อ. ที่ปรึกษา : ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาติรี 95 หน้า. ISBN 974-03-1236-5.

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ถูกนำมาใช้ร่วมกับวิธีการปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติ ในระหว่างการวิเคราะห์ ขนาดและรูปร่างของชิ้นส่วนจะถูกจัดใหม่โดยอัตโนมัติ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่แม่นยำขึ้น การสร้างชิ้นส่วนจะพิจารณาจากการกระจายความคลาดเคลื่อนให้เท่าๆ กันในทุกบริเวณ โดยมีความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์รวมน้อยกว่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนดให้ ในงานวิจัยนี้ ได้ทำการปรับปรุงให้โครงข่ายมีรูปร่างและขนาดชิ้นส่วนที่ดีขึ้น โดยใช้วิธีสลับการเชื่อมโยงจุดต่อของเส้นขอบชิ้นส่วนสามเหลี่ยมระหว่างจุดต่อปลายและจุดต่อข้างเคียง เพื่อให้จุดต่อเหล่านั้นมีจำนวนเส้นขอบที่เชื่อมโยงด้วยเข้าใกล้ 6 เส้นมากขึ้น จากนั้นจึงทำการปรับตำแหน่งจุดภายในโครงข่ายทั้งหมดใหม่ โดยเริ่มจากการปรับขนาดคู่ของมุมที่อยู่บนจุดต่อข้างเคียงกับจุดที่กำลังพิจารณาให้มีขนาดเท่ากัน โดยวิธีดังกล่าวจะช่วยให้โครงข่ายมีความต่อเนื่องของชิ้นส่วนมากขึ้น ผลการวิเคราะห์เชิงเลขกับปัญหาแรงบนระนาบ แสดงให้เห็นว่า วิธีการที่เสนอสามารถควบคุมความแม่นยำของผลเฉลยให้อยู่ในช่วงความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ 1-5 % ได้อย่างมีประสิทธิภาพและรวดเร็ว โดยใช้ความพยายามในการเตรียมข้อมูลน้อยที่สุด



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา..... ลายมือชื่อนิติ.....
สาขาวิชา..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ปีการศึกษา.....

4370463821 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORD: FEM / ADAPTIVE / MESH GENERATION / DELAUNAY TRIANGULATION / MESH IMPROVEMENT

RATAPON SUWANPRUK : AN AUTOMATIC ADAPTIVE REMESHING FINITE ELEMENT

PROGRAM USING ANGLE-BASED SMOOTHING. THESIS ADVISOR : PROF. THAKSIN

THEPCHATRI, Ph.D. 95 pp. ISBN 974-03-1236-5.

A finite element method is combined with an automatic adaptive remeshing technique. In the analysis, the proposed method will automatically resize and remesh the element shapes to obtain better solution accuracy. The method will construct appropriate mesh size that distributes the error equally in every zone and has the total relative error less than the specified error. In this research, a mesh improvement procedure, angle-based smoothing is incorporated to obtain better mesh size and shape. The method involves swapping the connecting lines between nodes to make lines connected at each node closer to 6. The uniformity of element size is then increased by smoothing. For each interior mesh node, the smoothing begins by comparing all pairs of adjacent angles incident to the node and adjusts these angles so that they become equal. Numerical analysis with the plane stress problems show that the method can quickly and effectively control the result accuracy to within 1-5 percent of the relative error with a minimum effort of data preparation.



Department.....

Student's signature.....

Field of study.....

Advisor's signature.....

Academic year.....

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาอันมีค่าในการให้คำแนะนำอันเป็นประโยชน์ รวมทั้งตรวจสอบและแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ที่เกิดขึ้น ตลอดระยะเวลาในการทำวิจัย รวมทั้งขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เริงเดชา รัชตโพธิ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์มิไชย ที่ได้กรุณาให้ความสนใจในการเป็นคณะกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์ นอกจากนี้วิทยานิพนธ์คงจะไม่สำเร็จลงได้ หากปราศจากความอนุเคราะห์จาก คุณเทอดเกียรติ จันทวัชรกร ที่คอยแนะนำและให้คำปรึกษาอันเป็นประโยชน์

ท้ายที่สุด ประโยชน์อันพึงได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้ ขอมอบแต่ บิดา มารดา ครูบาอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่าน รวมทั้งสมาชิกในครอบครัวซึ่งให้กำลังใจเสมอมา



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

| | |
|---|----|
| บทคัดย่อภาษาไทย | ง |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ | จ |
| กิตติกรรมประกาศ | ฉ |
| สารบัญ | ช |
| สารบัญภาพ | ฌ |
| | |
| บทที่ 1 บทนำ | |
| 1.1 ความนำ | 1 |
| 1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | 2 |
| 1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย | 5 |
| 1.4 ขอบเขตการศึกษา | 5 |
| | |
| บทที่ 2 แนวทางและทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย | |
| 2.1 ความนำ | 6 |
| 2.2 การปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย | 6 |
| 2.3 การปรับปรุงรูปร่างขึ้นส่วนด้วยวิธีการผ่อนปรนโครงข่าย | 11 |
| 2.4 การปรับเทียบเชิงมุม | 13 |
| | |
| บทที่ 3 การพัฒนาโปรแกรม | |
| 3.1 ภาษาคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในโปรแกรม | 22 |
| 3.2 การเลือกใช้โครงสร้างข้อมูล | 23 |
| 3.3 ชนิดของข้อมูล | 24 |
| 3.4 โครงสร้างและลำดับการทำงานของโปรแกรม | 27 |
| 3.5 การแสดงผล | 29 |
| | |
| บทที่ 4 ตัวอย่างการวิเคราะห์ผล | |
| 4.1 ตัวอย่างที่ 1 ปัญหาแผนบางรับแรงดึง | 38 |
| 4.2 ตัวอย่างที่ 2 ปัญหาแผนวงกลมบางรับแรงกระทำเป็นจุด | 40 |
| 4.3 ตัวอย่างที่ 3 ปัญหาคานยื่นรับแรงกระทำที่ปลายคานอิสระ | 41 |
| 4.3 ตัวอย่างที่ 4 ปัญหาคานช่วงเดียวมีช่องเปิดรับแรงกระทำเป็นจุด | 42 |

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

| | |
|--|----|
| บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย | |
| 5.1 สรุปผลการวิจัย | 86 |
| 5.2 ข้อเสนอแนะอื่นๆ | 87 |
| รายการอ้างอิง | 88 |
| ภาคผนวก | |
| ภาคผนวก ก การใช้งานโปรแกรม | 92 |
| ภาคผนวก ข รายละเอียดของรหัสคำนวณ | 94 |
| ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ | 95 |



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

หน้า

| | | |
|--------------|--|----|
| รูปที่ 2.1.1 | แผนภูมิสายงานของกระบวนการปรับขนาดขึ้นส่วนอัตโนมัติ | 16 |
| รูปที่ 2.2.1 | การปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่ด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 17 |
| รูปที่ 2.2.2 | การบิดเบี้ยวของรูปร่างขึ้นส่วนภายในโครงข่ายที่ปรับตำแหน่งของจุดต่อ ด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 17 |
| รูปที่ 2.2.3 | แนวคิดการปรับตำแหน่งจุดต่อด้วยวิธีการปรับเรียบเชิงกายภาพ | 18 |
| รูปที่ 2.2.4 | การสลับเส้นขอบขึ้นส่วนเพื่อปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย | 18 |
| รูปที่ 2.3.1 | โครงข่ายขึ้นส่วนสามเหลี่ยมก่อนการปรับเรียบโครงข่าย | 19 |
| รูปที่ 2.3.2 | โครงข่ายขึ้นส่วนสามเหลี่ยมหลังปรับเรียบด้วยวิธีการหาค่าเฉลี่ย | 19 |
| รูปที่ 2.3.3 | จำนวนจุดต่อที่เกี่ยวข้องกับการสลับขอบขึ้นส่วนที่ i | 20 |
| รูปที่ 2.3.4 | ขอบของขึ้นส่วนภายในโครงข่ายที่ต้องการสลับตำแหน่งการเชื่อมโยง | 20 |
| รูปที่ 2.3.5 | โครงข่ายที่ผ่านการปรับปรุงรูปร่างและการปรับเรียบ | 20 |
| รูปที่ 2.4.1 | คอนทิวรัลของระบบพลังงานศักย์ที่เกิดขึ้นในสปริงรับแรงบิด | 21 |
| รูปที่ 2.4.2 | โครงข่ายขึ้นส่วนรอบจุดต่อที่ต้องการปรับตำแหน่งใหม่ | 21 |
| รูปที่ 3.2.1 | โครงสร้างข้อมูลชนิดแถวลำดับ | 30 |
| รูปที่ 3.2.2 | โครงสร้างข้อมูลชนิดลิงคิลิสต์ | 30 |
| รูปที่ 3.2.3 | การจัดเก็บข้อมูลในโครงสร้างข้อมูล ADT | 31 |
| รูปที่ 3.3.1 | การจัดเก็บข้อมูลของเมตริกซ์ | 32 |
| รูปที่ 3.4.1 | โครงสร้างการทำงานของโปรแกรมหลัก | 33 |
| รูปที่ 3.4.2 | โครงสร้างการปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วน | 34 |
| รูปที่ 3.4.3 | โครงสร้างการคำนวณค่า Evaluate | 35 |
| รูปที่ 3.4.4 | โครงสร้างการปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่ | 36 |
| รูปที่ 3.4.5 | เส้นขอบที่จะต้องคำนวณค่า Evaluate ใหม่ภายหลังได้รับผลกระทบจากการ สลับเส้นขอบ 1 เส้น | 37 |
| รูปที่ 3.4.6 | การพิจารณาเส้นขอบขึ้นส่วนทั้งหมดของจุดต่อที่อยู่บนขอบของโดเมน | 37 |
| รูปที่ 4.1.1 | ปัญหาแผ่นบางรับแรงดึงและแบบจำลองการวิเคราะห์ | 44 |
| รูปที่ 4.1.2 | โครงข่ายขึ้นส่วนสามเหลี่ยมในปัญหาแผ่นบางรับแรงดึงที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วน โดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 45 |
| รูปที่ 4.1.3 | การกระจายค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาแผ่นบางรับแรงดึงที่ปรับปรุงคุณภาพ ขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 46 |
| รูปที่ 4.1.4 | การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง x ของปัญหาแผ่นบางรับแรงดึงที่ปรับปรุงคุณภาพ ขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 47 |

สารบัญญภาพ (ต่อ)

หน้า

| | | |
|---------------|--|----|
| รูปที่ 4.1.5 | การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง y ของปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุงคุณภาพ ชั้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 48 |
| รูปที่ 4.1.6 | การกระจายของหน่วยแรงเฉือนของปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุงคุณภาพชั้นส่วน โดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 49 |
| รูปที่ 4.1.7 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง x ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุง คุณภาพชั้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 50 |
| รูปที่ 4.1.8 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง y ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุง คุณภาพชั้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 51 |
| รูปที่ 4.1.9 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงเฉือนตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุงคุณภาพ ชั้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 52 |
| รูปที่ 4.1.10 | โครงข่ายชั้นส่วนสามเหลี่ยมในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุงคุณภาพชั้นส่วนโดยใช้ วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 53 |
| รูปที่ 4.1.11 | การกระจายค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุงคุณภาพชั้นส่วน โดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 54 |
| รูปที่ 4.1.12 | การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง x ของปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุงคุณภาพ ชั้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 55 |
| รูปที่ 4.1.13 | การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง y ของปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุงคุณภาพ ชั้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 56 |
| รูปที่ 4.1.14 | การกระจายของหน่วยแรงเฉือนของปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุงคุณภาพชั้นส่วน โดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 57 |
| รูปที่ 4.1.15 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง x ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุง คุณภาพชั้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 58 |
| รูปที่ 4.1.16 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง y ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุง คุณภาพชั้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 59 |
| รูปที่ 4.1.17 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงเฉือนตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่งที่ปรับปรุงคุณภาพ ชั้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 60 |
| รูปที่ 4.2.1 | ปัญหาแผ่นวงกลมบางรับแรงกระทำเป็นจุดและแบบจำลองการวิเคราะห์ | 61 |
| รูปที่ 4.2.2 | โครงข่ายชั้นส่วนสามเหลี่ยมในปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพชั้นส่วนโดยใช้ วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 62 |
| รูปที่ 4.2.3 | การกระจายค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพชั้นส่วน โดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 63 |

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

| | | |
|---------------|---|----|
| รูปที่ 4.2.4 | การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง x ของปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพ ขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 64 |
| รูปที่ 4.2.5 | การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง y ของปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพ ขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 65 |
| รูปที่ 4.2.6 | การกระจายของหน่วยแรงเฉือนของปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วน โดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 66 |
| รูปที่ 4.2.7 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง x ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุง คุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 67 |
| รูปที่ 4.2.8 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง y ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุง คุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 68 |
| รูปที่ 4.2.9 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงเฉือนตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพ ขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม | 69 |
| รูปที่ 4.2.10 | โครงข่ายขึ้นส่วนสามเหลี่ยมในปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้ วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 70 |
| รูปที่ 4.2.11 | การกระจายค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วน โดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 71 |
| รูปที่ 4.2.12 | การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง x ของปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพ ขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 72 |
| รูปที่ 4.2.13 | การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง y ของปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพ ขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 73 |
| รูปที่ 4.2.14 | การกระจายของหน่วยแรงเฉือนของปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วน โดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 74 |
| รูปที่ 4.2.15 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง x ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุง คุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 75 |
| รูปที่ 4.2.16 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง y ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุง คุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 76 |
| รูปที่ 4.2.17 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงเฉือนตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบางที่ปรับปรุงคุณภาพ ขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ | 77 |
| รูปที่ 4.3.1 | ปัญหาคานยื่นรับแรงกระทำที่ปลายอิสระและแบบจำลองการวิเคราะห์ | 78 |
| รูปที่ 4.3.2 | ผลการวิเคราะห์ปัญหาคานยื่นในโครงข่ายที่ 4 | 79 |
| รูปที่ 4.3.3 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในแนวแกน x บริเวณขอบล่างของคาน | 80 |
| รูปที่ 4.3.4 | กราฟแสดงระยะการเคลื่อนที่บริเวณขอบล่างของคาน | 80 |

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

| | | |
|--------------|---|----|
| รูปที่ 4.4.1 | ปัญหาคานช่วงเดียวมีช่องเปิดรับแรงกระทำเป็นจุดและแบบจำลองการวิเคราะห์ | 81 |
| รูปที่ 4.4.2 | โครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมในปัญหาคานช่วงเดียวมีช่องเปิด | 82 |
| รูปที่ 4.4.3 | ภาพขยายแสดงการปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนภายในโครงข่ายที่ 5 บริเวณช่องเปิด | 83 |
| รูปที่ 4.4.4 | ผลการวิเคราะห์หน่วยแรงและระยะการเคลื่อนที่ในโครงข่ายที่ 5 | 84 |
| รูปที่ 4.4.5 | กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในแนวแกน x บริเวณขอบบนของคาน | 85 |
| รูปที่ 4.4.6 | กราฟแสดงระยะการเคลื่อนที่ในแนวแกน y บริเวณขอบล่างของคาน | 85 |
| รูปที่ ผ.ก.1 | ตัวอย่างเพื่อนำเข้าข้อมูล | 93 |



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความนำ

การวิเคราะห์ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นการวิเคราะห์โดยสมมติว่าปัญหาที่ต่อเนื่องมีลักษณะเป็นชิ้นส่วนย่อยๆ ไม่ต่อเนื่องกัน (discretization) และใช้สมการคณิตศาสตร์จำลองพฤติกรรมของชิ้นส่วนย่อยเหล่านั้น รวมกับการวิเคราะห์พฤติกรรมของชิ้นส่วนทั้งหมดร่วมกัน เราสามารถหาค่าประมาณของผลเฉลยของปัญหาต่อเนื่องได้ โดยความแม่นยำของผลเฉลยนั้นขึ้นอยู่กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และขนาดของชิ้นส่วนที่ประกอบกัน ยิ่งแบบจำลองคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมของชิ้นส่วนมากเท่าไร ความแม่นยำในการเป็นตัวแทนของชิ้นส่วนก็จะดีขึ้นเท่านั้น ในขณะที่การเพิ่มจำนวนชิ้นส่วนซึ่งเป็นการลดขนาดของช่วงการประมาณ ก็ จะลดความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการประมาณปัญหาต่อเนื่องด้วยชิ้นส่วน

ในการเพิ่มความแม่นยำของผลเฉลย ทำได้โดยการเพิ่มภาวะเชิงซ้อนของสมการคณิตศาสตร์ เพื่อให้สอดคล้องกับพฤติกรรมมากขึ้น หรือโดยการเพิ่มจำนวนของชิ้นส่วน จากทั้ง 2 วิธีนี้ การเพิ่มภาวะเชิงซ้อนของสมการคณิตศาสตร์นั้นทำได้ยาก ทั้งในด้านการวิเคราะห์หาสมการคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม และการนำมาเขียนรหัสคำนวณ ดังนั้นจึงควรใช้สมการคณิตศาสตร์ที่สลับซับซ้อนเฉพาะในปัญหาที่ต้องการความแม่นยำของคำตอบมากๆ เท่านั้น ในโครงการทั่วไปนิยมใช้สมการคณิตศาสตร์ที่ไม่ซับซ้อนมากนัก แต่ใช้ชิ้นส่วนจำนวนมากแทน

ในปัญหาหนึ่งๆ จะมีค่าของผลเฉลยแตกต่างกันไปตามโดเมน (domain) ของปัญหา ในบริเวณใดที่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงของผลเฉลยต่อพื้นที่มาก ก็มีความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยอยู่มากเช่นกัน ดังนั้นในการที่จะวิเคราะห์ปัญหาให้มีประสิทธิภาพที่สุด จำเป็นต้องกระจายความคลาดเคลื่อนเหล่านี้ให้มีค่าใกล้เคียงกันตลอดทั้งโดเมนของปัญหาซึ่งทำได้โดยการใช้ชิ้นส่วนที่มีขนาดเหมาะสมกับพื้นที่ของปัญหา กล่าวคือใช้ชิ้นส่วนขนาดเล็กในพื้นที่ที่มีความคลาดเคลื่อนมากและใช้ชิ้นส่วนขนาดใหญ่ในบริเวณที่มีความคลาดเคลื่อนน้อย การที่จะสร้างชิ้นส่วนให้ได้ดังที่กล่าวมานี้ จำเป็นต้องมีการเตรียมข้อมูลและทำการคำนวณหลายรอบ ซึ่งต้องใช้แรงงานและเวลามาก

กระบวนการสร้างและปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติจึงเข้ามามีบทบาทในงานวิเคราะห์ปัญหาทางไฟไนต์เอลิเมนต์ที่รูปร่างของปัญหาที่มีความซับซ้อนและมีขนาดใหญ่ ซึ่งจะประมาณค่าคลาดเคลื่อนของผลเฉลยและทำการเพิ่มชิ้นส่วนในบริเวณที่มีความคลาดเคลื่อนมากให้โดยอัตโนมัติ ทำให้ลดปริมาณการเตรียมข้อมูลลงได้มาก แต่อย่างไรก็ตาม กระบวนการสร้างชิ้นส่วนอัตโนมัติเหล่านั้นอาจทำให้ผลเฉลยของปัญหาที่ต้องการวิเคราะห์เกิดความคลาดเคลื่อนจากที่ควรจะเป็นเมื่อพิจารณาจากระดับขั้นความเสรี (degree of freedom) ที่เท่ากัน ซึ่งจะมีผลต่อการคำนวณในรอบถัดไปหลังจากผ่านเข้าสู่กระบวนการปรับชิ้นส่วน ทำให้ผลเฉลยที่ได้ลู่เข้าสู่ค่าแม่นยำตรงได้ช้ามาก สาเหตุสำคัญของปัญหานี้คือ ชิ้นส่วนที่ได้จากกระบวนการสร้างชิ้นส่วนอัตโนมัติมีรูปร่างบิดเบี้ยว หรือไม่มีความต่อเนื่องระหว่างชิ้นส่วนที่ติดกัน ทำให้ระบบสมการของปัญหาอยู่ในภาวะไม่ปกติ (ill-conditioned)

ลักษณะบิดเบี้ยวของชิ้นส่วนที่เกิดขึ้นในระหว่างการสร้างชิ้นส่วนของกระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วนโดยอัตโนมัติ นั้น อาจมีสาเหตุมาจากปัจจัยดังต่อไปนี้

- 1) ลักษณะของรูปร่างหรือสัณฐานของโดเมน เช่น บริเวณที่มีมุมแหลม พื้นที่ที่มีขนาดเล็ก รูปร่างขนาดเล็ก และบริเวณที่มีส่วนโค้งมาก
- 2) ขนาดของชิ้นส่วน เพราะโดยปกติแล้วโครงข่ายโดเมนของปัญหาที่มีลักษณะหยาบมาก ๆ แต่ชิ้นส่วนจะมีขนาดใหญ่ มีผลให้ลักษณะรูปร่างของชิ้นส่วนเกิดการบิดเบี้ยวได้
- 3) ความผิดพลาดที่เกิดจากการออกแบบขั้นตอนวิธี (algorithm) ในกระบวนการสร้างและปรับขนาดชิ้นส่วน

จากสาเหตุดังกล่าวข้างต้นพบว่า สัณฐานของโดเมน เป็นสาเหตุที่ไม่อาจหลีกเลี่ยงได้เพราะขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหาที่ต้องการวิเคราะห์ เช่นเดียวกับสาเหตุที่สอง แต่ขนาดของชิ้นส่วนที่หยาบนั้นสามารถปรับแก้ได้เมื่อเข้าสู่กระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วน ดังนั้นความผิดพลาดที่เกิดจากการออกแบบขั้นตอนวิธีจึงเป็นสาเหตุเดียวที่สามารถป้องกันไม่ให้เกิดการบิดเบี้ยวของรูปร่างได้

อย่างไรก็ตาม การคิดหากระบวนการสร้างชิ้นส่วนอัตโนมัติเพื่อให้ได้โครงข่ายชิ้นส่วนที่ประกอบกันทั้งระบบแล้วมีขนาดและรูปร่างที่ดีที่สุด โดยไม่ต้องเพิ่มกระบวนการบางอย่างภายหลังการสร้างชิ้นส่วนเพื่อปรับปรุงคุณภาพโดยรวมของชิ้นส่วนทั้งโดเมนนั้นก็ยังคงเป็นสิ่งที่ยากอยู่ดี กระบวนการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายชิ้นส่วนจึงเข้ามามีบทบาทอย่างมากหลังจากเสร็จสิ้นกระบวนการสร้างชิ้นส่วน เพราะการจัดวางตำแหน่งของจุดต่อที่เหมาะสมจะทำให้ได้ชิ้นส่วนที่มีรูปร่างดี มีความต่อเนื่องทั่วทั้งโครงข่าย การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีความถูกต้องมากขึ้น และมีการกระจายความคลาดเคลื่อนออกไปเท่าๆ กันตลอดทั้งโดเมนของปัญหา ทำให้ได้ผลเฉลยที่ดีที่สุดเมื่อเทียบกับโครงข่ายที่มีระดับขั้นความละเอียดเท่ากัน

1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การปรับขนาดชิ้นส่วนในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น มีขั้นตอนที่สำคัญคือการหาความคลาดเคลื่อนของผลเฉลย เพื่อลดขนาดของชิ้นส่วนในบริเวณที่มีความคลาดเคลื่อนมาก วิธีดั้งเดิมซึ่งสิ้นเปลือง จะทำโดยการเปรียบเทียบผลเฉลยจากการวิเคราะห์ซ้ำเมื่อมีการลดขนาดชิ้นส่วนตลอดทั้งโดเมนของปัญหา แล้วจึงปรับขนาดชิ้นส่วนตามค่าความคลาดเคลื่อนที่คำนวณได้จากการเปรียบเทียบผลเฉลยดังกล่าว

ในช่วงปี 1975 – 1986 Babuska^[1,2] และคณะ ได้คิดค้นและพัฒนาการประมาณค่าคลาดเคลื่อนโดยวิธีเศษตกค้างของแรง ซึ่งเป็นการประมาณค่าคลาดเคลื่อนจากการอินทิเกรตค่ากำลังสองของเศษตกค้างของหน่วยแรงในสมการอนุพันธ์ และกำลังสองของผลต่างของหน่วยแรงระหว่างชิ้นส่วน วิธีของ Babuska นี้ต้องใช้คณิตศาสตร์ที่ยุ่งยากในการพิสูจน์และคำนวณหาค่าคลาดเคลื่อน จึงไม่สะดวกในการใช้งาน

ต่อมาในปี 1987 Zienkiewicz^[3, 4] ซึ่งเป็นหนึ่งในคณะผู้ร่วมงานของ Babuska ได้ร่วมกับ Zue พัฒนาวิธีการประมาณค่าหน่วยแรงที่ดีขึ้นจากหน่วยแรงที่ได้จากไฟไนต์เอลิเมนต์ และประมาณค่าคลาดเคลื่อนจากการเปรียบเทียบหน่วยแรงทั้งสอง หลักการของวิธีนี้คือ ค่าหน่วยแรงที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะมีค่าไม่ต่อเนื่องกันระหว่างชิ้นส่วน ดังนั้นถ้ามีการปรับให้หน่วยแรงมีความต่อเนื่องกันก็จะได้คำตอบที่ดีขึ้น การปรับค่าใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยสุด (least square) วิธีนี้ใช้หลักการง่าย ๆ และมีการคำนวณไม่ยุ่งยากนัก เหมาะสำหรับการเขียนรหัสคำนวณ อย่างไรก็ตามค่าประมาณของหน่วยแรงที่ได้จากวิธีนี้มีความถูกต้องน้อย และมีการลู่เข้าสู่คำตอบช้าโดยเฉพาะในแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีระดับชั้นของพหุนามสูง

ปี 1990 Zienkiewicz และ Zue^[5, 6, 7, 8] ยังคงร่วมกันพัฒนาการประมาณค่าหน่วยแรงให้มีความถูกต้องมากขึ้นและมีอัตราการลู่เข้าสู่คำตอบเร็วขึ้น โดยใช้หลักการของจุดลู่เข้ายิ่งยวด (superconvergent points) หรือจุดเกาส์ (Gauss point) ในแต่ละชิ้นส่วน ซึ่งมีค่าหน่วยแรงที่มีความแม่นยำกว่าที่จุดอื่นๆ และมีอัตราการลู่เข้าสู่คำตอบสูงกว่าระดับชั้นของพหุนามในสมการคณิตศาสตร์ 1 ระดับ ($O(h^{p+1})$) โดยวิธีนี้การประมาณค่าหน่วยแรง ณ จุดใดๆ ก็ได้จากการประมาณจากหน่วยแรง ณ จุดเกาส์รอบๆ จุดที่ต้องการประมาณนั้นโดยระเบียบวิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีนี้มีหลักการที่สามารถเข้าใจง่ายและมีความแม่นยำมากพอสมควร ประกอบกับใช้การคำนวณไม่มากนักจึงเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายจนกระทั่งถึงปัจจุบัน

ในระยะหลังๆ มีนักวิจัยหลายกลุ่มพยายามที่จะพัฒนาวิธีของ Zienkiewicz และ Zue ให้ประมาณค่าหน่วยแรงได้แม่นยำขึ้นโดยเฉพาะในบริเวณขอบเขตของปัญหา โดยการเพิ่มข้อกำหนดในเรื่องความสมดุลของหน่วยแรงเพิ่มเติมเข้าไปในวิธีของ Zienkiewicz และ Zue เช่น Blacker และ Belyschko (1994)^[9] ได้เพิ่มความสมดุลของแรงเชิงปริมาตร (body force) และแรงเชิงผิว (traction) ในขณะที่ Wiberg และคณะ (1993), (1994)^[10, 11] นอกจากจะเพิ่มพจน์ของแรงทั้งสองนี้แล้ว ยังเพิ่มข้อกำหนดในเรื่องเงื่อนไขค่าขอบเขตด้านการเคลื่อนที่ หรือเงื่อนไขค่าขอบเขตจำเป็น (essential boundary conditions) เข้าไปในสมการด้วย ต่อมา Lee และคณะ (1997)^[12] ได้เพิ่มความสมดุลของแรงในลักษณะคล้ายกับ Blacker และ Belyschko แต่อยู่ในรูปของพลังงานเสมือน จึงสามารถนำมาประยุกต์กับชิ้นส่วนที่มีลักษณะโค้งเช่นโครงสร้างเปลือกบางได้ อย่างไรก็ตามในการเพิ่มพจน์ของความสมดุลนี้ ถึงแม้ว่าจะให้คำตอบที่มีความแม่นยำมากขึ้น แต่ส่งผลให้มีการคำนวณมากขึ้นตามไปด้วยเช่นกัน

นอกจากการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนแล้ว ยังมีขั้นตอนที่สำคัญอีกขั้นตอนหนึ่งในกระบวนการปรับขนาดของชิ้นส่วนคือการสร้างชิ้นส่วนโดยอัตโนมัติ (mesh generation) กระบวนการนี้สามารถแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ๆ ได้ 2 ประเภทคือ ประเภทแรกมุ่งที่จะลดการเตรียมข้อมูลโดยมนุษย์แต่เพียงอย่างเดียว ไม่ได้ต้องการเพื่อใช้ในกระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วนแต่อย่างใด การสร้างชิ้นส่วนจึงนิยมใช้วิธีแปลงรูปโดเมนของปัญหาให้มาอยู่ในรูปเรขาคณิตอย่างง่าย^[13] จากนั้นสร้างชิ้นส่วนในรูปอย่างง่ายนี้ แล้วจึงแปลงกลับไปอยู่ในสภาพเริ่มต้น วิธีนี้มีข้อดีคือสามารถสร้างชิ้นส่วนที่มีรูปร่างสามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยมก็ได้ และได้ชิ้นส่วนที่มีรูปร่างค่อนข้างดีมีขนาดต่อเนื่องกัน แต่มีข้อเสียคือใช้ได้กับโดเมนที่มีรูปร่างไม่ซับซ้อนมากนัก และไม่สามารถสร้างชิ้นส่วนให้มีขนาดแตกต่างออกไปในแต่ละบริเวณตามที่กำหนดให้ จึงไม่เหมาะสมอย่างยิ่งที่จะนำมาใช้ในกระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วน

สำหรับประเภทที่ 2 เป็นการสร้างชิ้นส่วนโดยการเพิ่มขึ้นส่วนลงในโดเมนโดยตรง จึงสามารถกระจายขนาดของชิ้นส่วนให้แตกต่างกันออกไปในแต่ละพื้นที่ได้ ดังจะได้กล่าวต่อไป

ต้นไม้แปดภาค (octree)^[14] หรือ ต้นไม้สี่ภาค (quadtree) เป็นการสร้างชิ้นส่วนโดยการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นภาค 8 ภาค หรือ 4 ภาค ตามแต่มิติของปัญหา และในแต่ละภาคเหล่านั้นก็จะทำการแบ่งเป็นภาคย่อยต่อไปเป็นลำดับ จนกระทั่งมีขนาดเท่ากับขนาดของชิ้นส่วนที่เราต้องการ จากนั้นจะเชื่อมชิ้นส่วนเหล่านั้นให้มีความต่อเนื่องและสอดคล้องกับขอบเขตของปัญหา วิธีนี้ค่อนข้างยุ่งยากในการสร้างความต่อเนื่องระหว่างชิ้นส่วน และได้ชิ้นส่วนที่มีรูปร่างไม่ค่อยดี จึงไม่เป็นที่นิยมใช้

วิธีต่อมาคือ วิธีการสร้างฟรอนท์ที่คืบหน้า (advancing front technique)^[6, 15, 16, 17] เป็นการสร้างชิ้นส่วนโดยการเชื่อมขอบเขตของปัญหาทั้งหมดด้วยเส้นๆ หนึ่งเรียกว่าฟรอนท์ (front) จากนั้นสร้างชิ้นส่วนจากขอบเขตเข้ามาพร้อมทั้งปรับขนาดของฟรอนท์ใหม่โดยการกันชิ้นส่วนที่เพิ่งสร้างให้ออกไปนอกฟรอนท์ ทำดังนี้ซ้ำไปจนกระทั่งหมดก็จะได้ชิ้นส่วนเต็มทั้งพื้นที่ การกำหนดขนาดของชิ้นส่วนในวิธีนี้ทำในขณะที่กำลังสร้างชิ้นส่วนนั้นๆ โดยการตรวจสอบจากขนาดที่ได้กำหนดไว้ก่อนในบริเวณนั้น วิธีนี้มีข้อดีคือ เนื่องจากชิ้นส่วนเริ่มจากขอบเขตและมีการสร้างออกไปทีละชิ้นส่วนจึงมั่นใจได้ว่าชิ้นส่วนจะไม่ออกนอกขอบเขตหรือซ้อนทับกัน นอกจากนี้ยังสามารถพัฒนาต่อไปเพื่อสร้างชิ้นส่วนชนิดสี่เหลี่ยมได้ โดยการกำหนดจำนวนชิ้นส่วนที่ขอบเขตและรูปร่างทางเรขาคณิตของชิ้นส่วนอย่างเคร่งครัด

การตัดทอนเป็นรูปสามเหลี่ยมเดอลอน (Delaunay triangulation)^[18, 19, 20, 21] เป็นวิธีเก่าแก่ที่มีจุดประสงค์เพื่อเชื่อมจุดต่อต่างๆ เข้าด้วยกันเป็นรูปสามเหลี่ยมจำนวนมากที่ไม่ซ้อนทับกันเท่านั้น จึงไม่สามารถรับประกันได้ว่าชิ้นส่วนที่สร้างขึ้นจะไม่ออกนอกขอบเขตของปัญหา ในระยะหลังมีผู้พัฒนาวิธีการต่างๆ ขึ้นมากมาย จนกระทั่งสามารถกำหนดได้ว่าให้สร้างขึ้นเฉพาะภายในขอบเขตเท่านั้น การกำหนดขนาดของชิ้นส่วนขึ้นอยู่กับจุดที่สร้างขึ้นโดยกำหนดระยะห่างของจุดตามความต้องการในแต่ละพื้นที่นั้น วิธีนี้มีข้อดีคือตำแหน่ง ขนาด และรูปร่างของชิ้นส่วนขึ้นอยู่กับวิธีการสร้างจุดที่แยกออกมาต่างหาก ในระยะหลังสามารถพัฒนาให้สร้างชิ้นส่วนสามเหลี่ยมที่มีรูปร่างดีมาตลอดทั้งโดเมน มีการกระจายขนาดของชิ้นส่วนตามที่ต้องการ และใช้เวลาในการสร้างน้อย ข้อเสียของวิธีนี้คือไม่สามารถสร้างชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมได้โดยตรง ต้องใช้การแปลงรูปจากชิ้นส่วนสามเหลี่ยมอีกทีหนึ่ง^[22]

จากขั้นตอนต่างๆ ทั้งวิธีการหาความคลาดเคลื่อนของผลเฉลย และการสร้างชิ้นส่วนอัตโนมัติเพื่อใช้ในกระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วน เทอดเกียรติ (1999)^[23] ได้พัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติ โดยเลือกใช้วิธีการประมาณค่าคลาดเคลื่อนจากการเปรียบเทียบผลที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับค่าผลเฉลยที่ได้จากวิธีการฟื้นตัวเป็นหย่อม (patch recovery)^[5, 6, 7, 8] ใช้วิธีการตัดทอนเป็นรูปสามเหลี่ยมเดอลอนโดยวิธีฟรอนท์ที่คืบหน้า และปรับขนาดชิ้นส่วนโดยการเพิ่มจุดลงในบริเวณพื้นที่ที่มีความคลาดเคลื่อนมาก ซึ่งสามารถวิเคราะห์ผลได้ดีในระดับหนึ่งและต้องใช้อัตรารอบในการปรับขนาดชิ้นส่วนมาก ทั้งนี้เพราะว่าหากความคลาดเคลื่อนที่คำนวณได้จากรอบปัจจุบันมีค่ามากกว่าค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับให้เกินกว่า 2 เท่า จะกำหนดเป้าหมายของ

ความคลาดเคลื่อนในรอบถัดไปมีขนาดเท่ากับค่าเฉลี่ยของค่าคลาดเคลื่อนในปัจจุบันและค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ เพื่อหลีกเลี่ยงการเพิ่มจุดต่อในบริเวณที่ไม่จำเป็น ทำให้อัตราการลู่เข้าของผลเฉลยค่อนข้างช้า โดย เทอดเกียรติ ได้ ยกตัวอย่างการวิเคราะห์ด้วยการปรับขนาดชิ้นส่วนเข้าสู่ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้โดยตรง ผลการวิเคราะห์ที่ได้ มีการลู่เข้าของผลเฉลยที่เร็วขึ้น แต่ในโครงข่ายสุดท้ายจะมีการกระจายของชิ้นส่วนที่ไม่ค่อยต่อเนื่องมากนัก ทำให้ การคำนวณค่าหน่วยแรงและการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนที่จุดต่อในบริเวณที่เกิดความไม่ต่อเนื่องยังคงมี ความคลาดเคลื่อนสูงกว่าบริเวณข้างเคียง

ดังนั้น เพื่อลดจำนวนรอบของการปรับขนาดชิ้นส่วนโดยใช้จำนวนจุดต่อและชิ้นส่วนที่เหมาะสม ภายใต้ความคลาดเคลื่อนที่กำหนด งานวิจัยนี้จึงมุ่งพัฒนาโดยการปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนภายในโครงข่ายให้มี รูปร่างดีและมีขนาดต่อเนื่องกัน ซึ่งจะทำให้การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนจากจุดเกาส์มีความถูกต้องมากขึ้น และมีการกระจายความคลาดเคลื่อนเท่ากันทั่วทั้งโครงข่าย อันเป็นเป้าหมายสำคัญของการโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติ

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. ศึกษาวิธีการปรับปรุงคุณภาพของโครงข่ายชิ้นส่วน ก่อนการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
2. พัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติ เพื่อการลู่เข้าสู่คำตอบที่ถูกต้อง ในจำนวนรอบการปรับขนาดที่น้อยลง โดยอาศัยกระบวนการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายชิ้นส่วน

1.4 ขอบเขตการศึกษา

ศึกษาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติ^[23] โดยมุ่งเน้นการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายชิ้นส่วนทั้งระบบจากโครงข่ายเดิมที่มีอยู่ก่อนแล้ว ซึ่งเป็นโครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมชนิดความเครียดคงที่ (constant strain triangle: CST) ที่สร้างจากวิธีการตัดทอนเป็นรูปสามเหลี่ยมเดอลอน โดยใช้ฟรอนท์ที่คืบหน้า ในขั้นตอนการพัฒนาโปรแกรม จะรับข้อมูลจุดต่อและชิ้นส่วนทั้งหมดที่ได้จากกระบวนการสร้างชิ้นส่วนสามเหลี่ยมเข้าสู่การปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนภายในโครงข่าย ซึ่งภายในขั้นตอนนี้จะไม่มีเพิ่ม-ลบจุดต่อ หรือชิ้นส่วนที่มีอยู่เดิม แต่จะทำการคำนวณหาตำแหน่งที่เหมาะสมของจุดต่อ และปรับเปลี่ยนการเชื่อมโยงจุดต่อระหว่างชิ้นส่วนสามเหลี่ยมที่ติดกัน เพื่อให้ชิ้นส่วนภายในโครงข่ายมีความต่อเนื่องกันตลอดทั้งโดเมน ก่อนจะส่งค่าจุดต่อและชิ้นส่วนคืนสู่กระบวนการวิเคราะห์ต่อไป

บทที่ 2

แนวทางและทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

2.1 ความนำ

กระบวนการปรับขนาดขึ้นส่วนอัตโนมัติเริ่มจากข้อมูลจุดต่อบริเวณขอบของปัญหา โดยทั่วไปสามารถแบ่งเป็นขั้นตอนหลักหลังจากได้ข้อมูลที่ขอบออกเป็น 5 ขั้นตอน คือ

- 1) ขั้นตอนการสร้างขึ้นส่วนสามเหลี่ยม
- 2) ขั้นตอนการปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย
- 3) ขั้นตอนการวิเคราะห์หาผลเฉลยโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
- 4) ขั้นตอนการตรวจสอบค่าคลาดเคลื่อน และ
- 5) ขั้นตอนการปรับขนาดขึ้นส่วน

เนื่องจากผลเฉลยและค่าความคลาดเคลื่อนที่ใช้ในการปรับขนาดขึ้นส่วนนั้น จะมีผลโดยตรงจากขั้นตอนการปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย โดยโครงข่ายที่ทุกขึ้นส่วนมีความต่อเนื่องกันและมีรูปร่างขึ้นส่วนดียอมให้ผลเฉลยและค่าความคลาดเคลื่อนที่ค่อนข้างแม่นยำ ดังนั้นการศึกษาเพื่อเพิ่มความแม่นยำและรวดเร็วในการหาค่าผลเฉลย งานวิจัยนี้จึงมุ่งเน้นไปยังการพัฒนาขั้นตอนการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายให้ขึ้นส่วนมีรูปร่างดีและความต่อเนื่องมากขึ้นก่อนเข้าสู่ขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ต่อไป ดังแสดงในรูปที่ 2.1.1 และเพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจถึงหน้าที่การทำงานของกระบวนการปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย จึงขออธิบายวิธีการต่างๆ ที่มีใช้กันอยู่ในปัจจุบัน รวมถึงจุดเด่นและจุดด้อยของวิธีที่ใช้ในงานวิจัยเดิมเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับงานวิจัยนี้ให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

2.2 การปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย

เป้าหมายหลักของการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายขึ้นส่วนสามเหลี่ยมคือ การพยายามทำให้ขึ้นส่วนที่กำลังพิจารณามีด้านทุกด้านเท่ากันให้ได้มากที่สุด (ใกล้เคียงสามเหลี่ยมด้านเท่า) และมีความต่อเนื่องกันทั่วทั้งโครงข่าย ซึ่งส่งผลต่อการวิเคราะห์ค่าคลาดเคลื่อนด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยจะให้ค่าผลเฉลยที่ถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้นเมื่อโครงข่ายมีรูปร่างขึ้นส่วนใกล้เคียงสามเหลี่ยมด้านเท่าและหลีกเลี่ยงการสร้างขึ้นส่วนที่มีมุมภายในใกล้เคียง 180 องศา ซึ่งการสร้างขึ้นส่วนให้มีด้านทั้ง 3 ด้านขนาดใกล้เคียงกันนั้นยอมเป็นการป้องกันการเกิดมุมป้านที่จุดยอดของขึ้นส่วนได้โดยอัตโนมัติ

เทคนิคการปรับปรุงโครงข่ายชั้นส่วนภายหลังการสร้างชั้นส่วนนั้นมีด้วยกันมากมายหลายวิธี โดยในแต่ละวิธีต่างพัฒนาการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายให้เป็นไปโดยอัตโนมัติ ซึ่งสามารถแบ่งประเภทการปรับปรุงโครงข่ายออกได้เป็น 2 ประเภท^[24] คือ

- 1) การปรับเรียบหรือการปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่ (smoothing) เป็นกระบวนการปรับแก้การจัดวางตำแหน่งของจุดต่อที่กำลังพิจารณาเพื่อปรับปรุงรูปร่างของชั้นส่วนโดยรอบที่มีจุดยอดเดียวกัน โดยปราศจากการเพิ่ม-ลบจุดต่อ หรือเปลี่ยนแปลงการเชื่อมโยงของชั้นส่วนระหว่างจุดต่อภายในโครงข่าย
- 2) การจัดระเบียบชั้นส่วนใหม่ (clean-up) เป็นการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติด้านการเชื่อมโยงระหว่างชั้นส่วน ซึ่งอาจมีการเพิ่ม-ลบจุดต่อภายในโครงข่ายได้

2.2.1 การปรับเรียบ

การปรับเรียบหรือการปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่ เป็นกระบวนการที่อาศัยขั้นตอนการทำซ้ำเป็นหลักสำคัญ โดยการเคลื่อนย้ายตำแหน่งจุดต่อแต่ละจุดต่อจนครบทั้งโดเมนของปัญหาซ้ำๆ กันจนกระทั่งไม่เกิดการเคลื่อนที่ของจุดต่อนั้นๆ หรือระยะเวลาการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นน้อยกว่าค่าที่ยอมรับให้ ซึ่งการคำนวณระยะเวลาเคลื่อนที่ของจุดต่อที่ต้องการนั้นขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการเคลื่อนที่ที่สร้างขึ้น แบ่งออกได้เป็น 3 ประเภทหลักๆ ดังนี้

ก. วิธีการหาค่าเฉลี่ย (averaging method) การปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่โดยการหาค่าเฉลี่ยเป็นวิธีที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางรวมทั้งในงานวิจัยเดิม โดยวิธีการปรับตำแหน่งที่ง่ายและตรงไปตรงมาที่สุด คือวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ (Laplacian smoothing, 1988)^[25] เนื่องจากวิธีนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งใหม่ของจุดต่อคำนวณได้จากค่าเฉลี่ยของพิกัดจุดต่อใดๆ ที่มีการเชื่อมโยงกับจุดต่อภายในที่ต้องการคำนวณหาตำแหน่งใหม่ (อยู่บนขอบของชั้นส่วนเดียวกัน) ดังรูปที่ 2.2.1 โดยตำแหน่งใหม่ของจุดต่อสามารถคำนวณได้ด้วยสมการที่ (2.2.1)

$$x' = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \quad (2.2.1a)$$

$$y' = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_i \quad (2.2.1b)$$

เมื่อ (x', y') : พิกัดใหม่ของจุดต่อที่กำลังพิจารณา

(x_i, y_i) : พิกัดของจุดต่อโดยรอบ

k : จำนวนจุดต่อโดยรอบทั้งหมด

จากสูตรการคำนวณหาตำแหน่งใหม่ของจุดต่อที่ไม่ยุ่งยากซับซ้อน หากมีการปรับเปลี่ยนเพียงเล็กน้อยก็สามารถประยุกต์ใช้กับชั้นส่วนที่มีรูปร่างใดๆ ได้ ส่วนประสิทธิภาพในการปรับตำแหน่งของจุดต่อด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ จะให้ผลที่ค่อนข้างดีทีเดียวสำหรับการปรับเรียบชั้นส่วนของโครงข่ายภายในบริเวณที่ขอบของปัญหาที่มีลักษณะโค้งนูน โดยจะทำการคำนวณซ้ำเพียงไม่กี่รอบ แต่ในบางกรณีชั้นส่วนที่ปรับปรุงคุณภาพแล้วอาจพลิกกลับหรือมีรูปร่างบิดเบี้ยวอย่างรุนแรงได้ในบริเวณใกล้กับขอบของโดเมนที่มีลักษณะโค้งเว้า ดังแสดงในรูปที่ 2.2.2

เมื่อพิจารณาสูตรการคำนวณจากสมการที่ (2.2.1) และผลลัพธ์ที่ได้จากการปรับตำแหน่งของจุดต่อใหม่ ด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ สามารถสรุปข้อดีและข้อเสียของวิธีนี้ได้ดังนี้

ข้อดี :

- ใช้เวลาในการปรับเรียบขึ้นส่วนทั้งโครงข่ายน้อยมาก
- ง่ายต่อการทำความเข้าใจและการนำไปเขียนรหัสคำนวณ

ข้อเสีย :

- ไม่ได้ย้ายตำแหน่งของจุดต่อไปยังจุดที่ดีที่สุดเพื่อให้ได้มาซึ่งคุณภาพของชิ้นส่วนที่ดีที่สุด
- อาจทำให้เกิดชิ้นส่วนที่มีรูปร่างบิดเบี้ยวอย่างรุนแรงได้
- ชิ้นส่วนภายในโครงข่ายอาจขาดความต่อเนื่องกัน ทำให้ชิ้นส่วนที่ได้มีคุณภาพต่ำลงไปด้วยหากทำการปรับเรียบหลายๆ ครั้ง โดยทั่วไปมักจะทำการปรับเรียบโดยวิธีนี้เพียง 2 – 3 รอบเท่านั้น

ดังนั้นเพื่อลดข้อเสียที่อาจเกิดขึ้นจากการปรับตำแหน่งจุดต่อด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ แนวความคิดเรื่องการตรวจสอบคุณภาพชิ้นส่วนทั้งก่อนและหลังจากการปรับตำแหน่งจุดต่อจึงถูกนำมาใช้ เรียกว่าวิธีการปรับเรียบแบบมีเงื่อนไขบังคับของลาปลาซ (constrained Laplacian smoothing) หรือ การปรับเรียบแบบอัจฉริยะของลาปลาซ (smart Laplacian smoothing) หากคุณภาพของชิ้นส่วนภายหลังจากเคลื่อนย้ายตำแหน่งจุดต่อมีค่าลดลง ก็จะไม่มีการเคลื่อนย้ายจุดต่อนั้นไปยังตำแหน่งใหม่หรืออาจยอมให้เคลื่อนย้ายได้โดยคิดเป็นสัดส่วนจากระยะทางทั้งหมด นับเป็นวิธีการที่ป้องกันการบิดเบี้ยวหรือพลิกกลับของชิ้นส่วนที่ได้ผลวิธีหนึ่ง แต่ที่ส่งผลให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณเพิ่มขึ้นด้วย ยกตัวอย่างเช่น หากพิจารณาให้ขนาดของมุมที่เล็กที่สุดเป็นเงื่อนไขที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพ จำเป็นต้องคำนวณค่ามุมที่จุดยอดของชิ้นส่วนสามเหลี่ยม $3n$ ค่า (เมื่อ n คือจำนวนชิ้นส่วนที่ใช้จุดยอดร่วมกัน n จุดต่อที่กำลังพิจารณา) ทั้งก่อนและหลังการปรับตำแหน่งของจุดต่อใหม่ด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ รวมเป็น $6n$ ค่า ต่อการตัดสินใจปรับเปลี่ยนตำแหน่งของจุดต่อ 1 จุด แต่วิธีการปรับเรียบแบบมีเงื่อนไขบังคับของลาปลาซนี้เป็นเพียงการป้องกันการเกิดการพลิกกลับของชิ้นส่วน ซึ่งยังคงใช้สูตรการคำนวณแบบเดิม ทำให้คุณภาพโครงข่ายชิ้นส่วนไม่ต่างอะไรกับวิธีเดิมมากนักเมื่อเทียบกับเวลาการคำนวณที่เสียไป และอาจทำให้ประสิทธิภาพการปรับเรียบลดลงได้

ข. วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization-based methods) เป็นกระบวนการที่ใช้วิธีตรวจสอบคุณภาพของชิ้นส่วนที่อยู่รอบๆ จุดต่อที่กำลังพิจารณาและคำนวณหาตำแหน่งที่เหมาะสมและดีที่สุดสำหรับทุกๆ ชิ้นส่วนที่เกี่ยวข้องโดยอาศัยข้อมูลจากพิกัดจุดต่อซึ่งเป็นจุดยอดของชิ้นส่วนสามเหลี่ยมรอบๆ เข้าร่วมในฟังก์ชันการหาพิกัดใหม่ของจุดต่อ โดยสามารถแบ่งประเภทฟังก์ชันที่ใช้ได้ดังนี้

1) ค่ามุมที่น้อยที่สุดและมากที่สุด (minimum / maximum angle) ^[26, 27, 28] ค่ามุมที่จุดยอดของชิ้นส่วนสามเหลี่ยมจะเป็นตัวบ่งชี้ในการพิจารณาคุณภาพชิ้นส่วน โดยชิ้นส่วนที่มีมุมจุดยอดใกล้เคียงศูนย์ หรือ 180 องศา จะก่อให้เกิดปัญหาในการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังนั้นวิธีหาค่าที่เหมาะสมที่สุดจะพยายามปรับ

ให้มุมขนาดเล็กที่สุดมีขนาดใหญ่ให้ได้มากที่สุด และจะปรับมุมที่ใหญ่ที่สุดให้มีขนาดเล็กที่สุดเท่าที่จะทำได้ เพื่อลดการบิดเบี้ยวของรูปร่างชิ้นส่วน

2) เมตริกซ์การบิดเบี้ยว (distortion matrix) ^[29, 15, 30] อาศัยความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และความยาวเส้นขอบ ในการคำนวณหาคุณภาพของรูปร่างชิ้นส่วนโดยสามเหลี่ยมด้านเท่าจะให้ค่าที่ดีที่สุด ส่วนชิ้นส่วนที่มีรูปร่างบิดเบี้ยวจะให้ค่าใกล้เคียงศูนย์ และมีค่าเป็นลบสำหรับชิ้นส่วนที่มีลักษณะพลิกกลับ เช่นเดียวกับรูปที่ 2.2.2

3) อัตราส่วนกว้างยาว (aspect ratio) ^[31] พิจารณาอัตราส่วนระหว่างรัศมีวงกลมที่มีจุดยอดของชิ้นส่วนทั้งสามอยู่บนเส้นรอบวงกับรัศมีของวงกลมที่บรรจุไว้ภายในสามเหลี่ยมเดียวกัน ซึ่งโดยปกติแล้วชิ้นส่วนสามเหลี่ยมที่มีคุณภาพดี (สามเหลี่ยมด้านเท่า) จะให้ค่าอัตราส่วนระหว่างรัศมีวงนอกและรัศมีวงในเท่ากับสอง ดังนั้นเมื่อชิ้นส่วนเสียรูปมากขึ้น ค่าดัชนีนี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย

ข้อดีของการปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่ด้วยวิธีหาค่าเหมาะที่สุด คือ จะได้ชิ้นส่วนที่มีคุณภาพดีมากและโครงข่ายของชิ้นส่วนทั้งระบบจะไม่มีรูปร่างที่บิดเบี้ยวมาก ๆ รวมทั้งจะไม่มีชิ้นส่วนพลิกกลับอย่างแน่นอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งบริเวณโค้งเว้าเข้าด้านในใกล้ขอบโดเมนของปัญหา แต่ก็ทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณมีค่าสูงมากเช่นกัน โดยสูงกว่าวิธีการปรับเรียบแบบมีเงื่อนไขบังคับของลาปลาซ (ในงาน 2 มิติ) ถึง 5 เท่า^[27] และ 30-40 เท่า^[32] ของการปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่ด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

ดังนั้นจึงได้มีผู้นำเอาการปรับตำแหน่งจุดต่อด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ รวมเข้ากับวิธีหาค่าเหมาะที่สุด เรียกว่า combined smoothing approach ^[27, 29] เพื่อให้ได้โครงข่ายชิ้นส่วนที่มีคุณภาพดีในขณะที่ใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง โดยมีขั้นตอนหลักๆ คือ จะใช้วิธีการปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่ด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ กับชิ้นส่วนในโครงข่ายเกือบทั้งหมดภายหลังจากการสร้างชิ้นส่วนเพื่อประสิทธิภาพด้านเวลาในการคำนวณ และใช้วิธีหาค่าเหมาะที่สุดกับชิ้นส่วนที่มีคุณภาพไม่ดี (เสี่ยงต่อการพลิกกลับ) มากเท่านั้น แม้ว่าผลที่ได้จะไม่ดีเท่าการใช้วิธีหาค่าเหมาะที่สุดเพียงอย่างเดียว แต่สามารถลดระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณลงอย่างเห็นได้ชัด

ก. วิธีการปรับเรียบเชิงกายภาพ (physically-based methods) เนื่องจากโครงข่ายที่ขนาดของชิ้นส่วนมีลักษณะต่อเนื่องกันทั่วทั้งโดเมนเป็นเป้าหมายสำคัญในการปรับตำแหน่งจุดต่อ หลายๆ วิธีต่างมุ่งเน้นไปยังการพัฒนาบนพื้นฐานของการแก้ปัญหาด้วยวิธีทางด้านเรขาคณิต ในขณะที่วิธีการเชิงกายภาพจะพิจารณาโดยการสร้างแบบจำลองแรงตึงและแรงผลักระหว่างจุดต่อภายในโครงข่าย Lohner (1986) ^[33] มองทั้งโครงข่ายเป็นระบบของสปริงที่เชื่อมต่อกันระหว่างจุดต่อที่อยู่ติดกัน กำหนดให้แรงระหว่างจุดต่อเป็นอัตราส่วนระหว่างขนาดชิ้นส่วนปัจจุบันกับขนาดที่ต้องการ นอกจากนี้ Bossen (1996) ^[34] และ Shimada (1997) ^[35] มองจุดต่อทั้งหมดในโครงข่ายเป็นศูนย์กลางของฟองสบู่โดยแต่ละฟองสบู่จะมีแรงกระทำต่อกัน จากนั้นจึงคำนวณหาตำแหน่งของจุดต่อใหม่เพื่อให้ทุกฟองสบู่อยู่ในสภาวะสมดุล ดังแสดงในรูปที่ 2.2.3 ซึ่งวิธีนี้สามารถพัฒนาใช้ได้กับปัญหาที่วัสดุมีคุณสมบัติไม่เหมือนกันตลอดทั้งชิ้นส่วน

ต่อมาในปี 2000 Shimada และ Zhou^[32] ได้นำเสนอวิธีการใหม่ที่เรียกว่าวิธีการปรับเรียบเชิงมุม (angle-based smoothing) เพิ่มเติมจาก 3 วิธีดังที่ได้กล่าวแล้วข้างต้น วิธีการนี้ยังคงอาศัยหลักการเชิงกายภาพ มาใช้อธิบายวิธีการปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย โดยพิจารณาจุดต่อแต่ละจุดให้เชื่อมโยงกันด้วยสปริงรับแรงบิด (torsion spring) แล้วพิจารณาเป็นพลังงานศักย์ของระบบเพื่อหาจุดที่ให้ค่าพลังงานต่ำสุด โดยผลที่ได้จะให้ค่าการปรับปรุงรูปร่างขึ้นส่วนที่ดีกว่าวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ ขณะที่ใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดมาก

จุดเด่นของวิธีการปรับเรียบเชิงมุม คือ ง่ายต่อการทำความเข้าใจ สามารถสร้างรหัสคำนวณที่ไม่ยุ่งยาก ในการพัฒนาโปรแกรมเช่นเดียวกับวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ แต่ได้ขึ้นส่วนที่มีคุณภาพดีกว่าและลดความเสี่ยง ต่อการสร้างขึ้นส่วนพลิกกลับ รวมทั้งได้ขึ้นส่วนที่มีความต่อเนื่องกันทั่วทั้งโครงข่าย แนวคิดสำคัญคือ การลดจำนวน มุมยอดของขึ้นส่วนที่มีขนาดเข้าใกล้ศูนย์หรือ 180 องศา ให้ได้มากที่สุดโดยการเพิ่มขนาดมุมที่เล็กที่สุดที่อยู่ภายใน บริเวณที่กำลังพิจารณาให้มีขนาดโตให้ได้มากที่สุด และการลดขนาดมุมที่โตที่สุดให้มีขนาดลดลงให้ได้มากที่สุดโดยไม่ทำให้มุมยอดของขึ้นส่วนอื่นเสียหาย โดยสร้างฟังก์ชันของมุมที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในรูปของพลังงานศักย์ดังที่ได้ กล่าวมาแล้ว ทำการคำนวณหาตำแหน่งจุดต่อที่ให้ค่าพลังงานต่ำที่สุด ทำให้มุมยอดที่อยู่ติดกันมีขนาดใกล้เคียงกัน และส่งผลให้ขึ้นส่วนมีความต่อเนื่องกันทั่วทั้งโครงข่าย นับว่าเป็นวิธีการที่หยิบเอาจุดเด่นของวิธีการปรับเรียบที่ผ่านมา ในอดีตมาใช้ให้เกิดประสิทธิภาพมากขึ้น ด้วยวิธีการนี้สามารถลดความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยได้โดยประมาณ 20 เปอร์เซ็นต์^[32]

2.2.2 การจัดระเบียบขึ้นส่วนใหม่

เป็นกระบวนการที่มีขั้นตอนเช่นเดียวกับวิธีการปรับตำแหน่งจุดต่อ คือ มีการปรับปรุงคุณภาพของ ขึ้นส่วนโดยจะพิจารณาการปรับเปลี่ยนเฉพาะที่เท่านั้น (พิจารณาเฉพาะขึ้นส่วนที่เกี่ยวข้องรอบจุดต่อที่กำลัง พิจารณา) โดยกระบวนการจัดระเบียบขึ้นส่วนใหม่นี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 วิธี คือ การปรับปรุงคุณภาพด้านรูปร่าง ของขึ้นส่วน (shape improvement) และ การปรับปรุงเชิงโทโพโลยี (topological improvement)

โดยทั่วไปแล้ว การจัดระเบียบขึ้นส่วนใหม่นั้นมักจะอาศัยขั้นตอนการปรับเรียบเข้ามาเสริมด้วย เนื่องจาก ภายหลังที่มีการจัดระเบียบจุดต่อและขึ้นส่วนใหม่จะทำให้รูปร่างและขนาดของขึ้นส่วนเสียรูป ขาดความต่อเนื่องกัน โดยขั้นตอนการปรับเรียบจุดต่อจะช่วยให้โครงข่ายทั้งระบบมีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ก. การปรับปรุงคุณภาพด้านรูปร่างของขึ้นส่วน (shape improvement) สำหรับโครงข่าย ขึ้นส่วนสามเหลี่ยม ขั้นตอนการแลกเปลี่ยนขอบขึ้นส่วนด้านที่ติดกันเป็นแนวคิดหลักในกระบวนการปรับปรุง คุณภาพรูปร่างขึ้นส่วน^[36] โดยจะตรวจสอบขอบของขึ้นส่วนเพื่อหารูปแบบการจัดวางขึ้นส่วนที่เหมาะสมระหว่าง ขึ้นส่วนสามเหลี่ยม 2 ชิ้นที่อยู่ติดกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.2.4 ซึ่งแนวคิดในการสลับขอบของขึ้นส่วนด้านที่ติดกันนี้ยัง นำไปใช้ในกระบวนการตัดทอนเป็นรูปสามเหลี่ยมด้วยวิธีเดอลอนด้วย

ข. การปรับปรุงเชิงโทโพโลยี (topological improvement) เป็นวิธีปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายโดย พยายามปรับจำนวนเส้นขอบ ณ จุดต่อเดียวกันให้มีจำนวนที่เหมาะสมที่สุดสำหรับพื้นที่บริเวณนั้น สำหรับโครงข่าย ขึ้นส่วนสามเหลี่ยมจำนวนเส้นขอบที่เหมาะสมที่สุด ณ จุดต่อเดียวกันมีค่าเท่ากับ 6 เส้น แต่อย่างไรก็ตามใน

โครงข่ายทั่วไปจำเป็นต้องมีจุดต่อที่มีจำนวนเส้นขอบไม่เป็นไปตามอุดมคติ ทำให้คุณภาพของชิ้นส่วนรอบจุดต่อนั้นมีค่าด้อยลงไป ดังนั้นการเพิ่มจุดต่อและการลบจุดต่อหรือชิ้นส่วนจึงเป็นอีกวิธีการหนึ่งในการปรับปรุงโครงข่ายเพื่อให้ได้คุณภาพโดยรวมที่ดีที่สุด^[37]

ดังนั้น ขั้นตอนการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมของโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติที่ต้องการพัฒนา จึงประกอบด้วยการจัดระเบียบชิ้นส่วนใหม่โดยการปรับปรุงคุณภาพด้านรูปร่างของชิ้นส่วน (clean-up: shape improvement) ใช้วิธีที่เรียกว่าการผ่อนปรนโครงข่าย (mesh relaxation)^[36] ซึ่งจะเป็นการปรับปรุงรูปร่างชิ้นส่วนด้วยการสลัดขอบของชิ้นส่วนที่ติดกัน โดยให้ความสำคัญกับขอบชิ้นส่วนแต่ละอันแตกต่างกันไปตามเงื่อนไขที่กำหนด และทำซ้ำไปเรื่อยๆ จากขอบชิ้นส่วนที่วิกฤตมากสลับกับการปรับเรียบซึ่งต้องการพัฒนาจากวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ เป็นการปรับตำแหน่งด้วยวิธีการปรับเรียบเชิงมุม โดยจะปรับตำแหน่งของจุดต่อจนกระทั่งอยู่ในขอบเขตที่ยอมรับได้ ดังจะได้กล่าวในรายละเอียดของการปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนทั้งสองวิธีในหัวข้อต่อไป

2.3 การปรับปรุงรูปร่างชิ้นส่วนด้วยวิธีการผ่อนปรนโครงข่าย

จำนวนเส้นขอบ (degree) ของชิ้นส่วนสามเหลี่ยมที่พบกัน ณ จุดต่อใดๆ เป็นข้อมูลสำคัญในการปรับปรุงรูปร่างชิ้นส่วนด้วยการสลัดขอบของชิ้นส่วน พิจารณาจากรูปที่ 2.3.1 ซึ่งแสดงโครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมก่อนการปรับเรียบ พบว่า จุดต่อ A มีจำนวนเส้นขอบเท่ากับ 5 เส้น, จุดต่อ B มี 7 เส้น และจุดต่อ C มี 6 เส้นด้วยกัน โดยจุดต่อที่มีจำนวนเส้นขอบมากที่สุดคือจุดต่อ D (8 เส้น) และจุด E มีจำนวนเส้นขอบน้อยที่สุดเท่ากับ 4 เส้น เนื่องจากทุกๆ จุดต่อที่เชื่อมโยงระหว่างสามเหลี่ยมด้านเท่าจะมีจำนวนเส้นขอบเท่ากับ 6 เส้น ดังนั้นจึงเรียกจุดต่อประเภทนี้ว่าจุดต่ออุดมคติ (ideal point) จากรูปที่ 2.3.1 จุดต่อที่มีจำนวนเส้นขอบน้อยกว่าหรือมากกว่า 6 เส้น (non-ideal point) จะแสดงไว้ด้วยวงกลมสีขาวและสีดำตามลำดับ โดยจำนวนเส้นขอบที่ต่างจาก 6 เส้นจะแสดงด้วยขนาดของวงกลม

จากรูปที่ 2.3.2 พบว่าภายหลังการปรับเรียบด้วยวิธีการหาค่าเฉลี่ย ชิ้นส่วนโดยรวมมีรูปร่างใกล้เคียงสามเหลี่ยมด้านเท่ามากขึ้น แต่การปรับเรียบก็ไม่สามารถแก้ไขมุมป้านที่เกิดขึ้น ณ จุดต่อ E ได้ เพราะจุดต่อที่มีจำนวนเส้นขอบเท่ากับ 4 จะมีขนาดมุมเฉลี่ย 90 องศา หากมีมุมหนึ่งมุมใดเป็นมุมแหลม อย่างน้อยที่สุดจะต้องมีมุมป้านเกิดขึ้นหนึ่งมุม ซึ่งต่างจากจุดต่อที่มีเส้นขอบมากกว่า 4 เส้น มุมภายในเฉลี่ยจะมีขนาดน้อยกว่า 90 องศา โอกาสที่จะเกิดมุมป้านจึงมีน้อยกว่า ดังนั้นวิธีการสลัดขอบชิ้นส่วน จึงเป็นอีกหนึ่งวิธีการในการปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนที่มีประสิทธิภาพมากกว่าการปรับเรียบเพียงอย่างเดียว จากรูปที่ 2.3.2 มีเส้นขอบบางเส้นที่สามารถสลัดการเชื่อมโยงระหว่างจุดต่อปลายและจุดต่อข้างเคียงได้เพื่อเพิ่มจำนวนจุดต่ออุดมคติให้มีมากขึ้น ตัวอย่างเช่น พิจารณาสี่เหลี่ยม PQRS ซึ่งประกอบด้วยชิ้นส่วนสามเหลี่ยมสองชิ้นส่วนที่ใช้ด้าน PR ร่วมกัน โดยจุดต่อ P และจุดต่อ R มีเส้นขอบจำนวน 7 เส้น และจุดต่อ Q และ จุดต่อ S มีเส้นขอบจำนวน 5 เส้น หากสลัดขอบชิ้นส่วนจาก PR ไปเป็น QS ทำให้ได้ชิ้นส่วนสามเหลี่ยมใหม่ PQS และ SQR และจำนวนเส้นขอบของจุดต่อทั้ง 4 จุดจะเท่ากับ 6 เส้นด้วย

ดังนั้นดัชนีสำคัญในการตรวจสอบว่าขอบของชิ้นส่วนใดสมควรที่จะสลัดเป็นอันดับแรกและรองลงมา จึงเป็นส่วนสำคัญในการปรับปรุงรูปร่างชิ้นส่วนด้วยวิธีนี้ ดัชนีดังกล่าวสามารถพิจารณาได้จากจุดต่อรอบเส้นขอบที่

ต้องการตรวจสอบ ดังรูปที่ 2.3.3 โดยกำหนดให้จำนวนเส้นขอบของแต่ละจุดต่อเป็น d_1, d_2, d_3 และ d_4 และกำหนดให้ผลต่างระหว่างจำนวนเส้นขอบ ณ จุดต่อนั้นๆ กับจำนวนเส้นขอบของจุดต่ออุดมคติ เรียกว่าจำนวนเส้นขอบตกค้าง (degree residual) มีค่าเท่ากับ $d_k - 6$ ดังนั้นเส้นขอบของชิ้นส่วนที่พิจารณาแล้วว่าสมควรแก่การสลับการเชื่อมโยงระหว่างจุดต่อจะให้ค่าจำนวนเส้นขอบตกค้าง ก่อนการสลับเส้นขอบชิ้นส่วนที่จุดต่อ n_1 และจุดต่อ n_2 มีค่าเป็นบวกและมีค่าเป็นลบที่จุดต่อ n_3 และจุดต่อ n_4 และกำหนดค่าการวัดความไม่ปกติของโครงข่าย (mesh irregularity, R) ดังสมการที่ (2.3.1)

$$R \equiv \sum_{k=1}^K (d_k - 6)^2 \quad (2.3.1)$$

เมื่อ K : จำนวนจุดต่อทั้งหมดของโครงข่าย

ค่าความไม่ปกติ, R จะมีค่าเท่ากับศูนย์เพียงกรณีเดียว คือ ทุกๆ จุดต่อเป็นจุดต่ออุดมคติ ซึ่งโครงข่ายโดยทั่วไปจะมีค่ามากกว่าศูนย์และค่าที่ได้สามารถชี้ให้เห็นว่าโครงข่ายดังกล่าวต่างจากโครงข่ายที่สมมาตรแบบมากน้อยเพียงใด เนื่องจากการสลับการเชื่อมโยงเส้นขอบของสองชิ้นส่วนที่ติดกันจะลดค่าของ d_1 และ d_2 และเพิ่มค่าของ d_3 และ d_4 ดังนั้นค่าผลต่างระหว่างความไม่ปกติของโครงข่ายภายหลังการสลับเส้นขอบของชิ้นส่วน (พิจารณาเฉพาะจุดต่อที่มีการเปลี่ยนแปลงเพราะที่จุดต่ออื่นจะให้ค่าหักล้างกัน) หาได้จากสมการที่ (2.3.2)

$$\Delta R \equiv R' - R = [(d_1 - 1) - 6]^2 + [(d_2 - 1) - 6]^2 + [(d_3 + 1) - 6]^2 + [(d_4 + 1) - 6]^2 - \sum_{n=1}^4 (d_n - 6)^2 \quad (2.3.2)$$

หรือ

$$\Delta R = 4 - 2(d_1 + d_2 - d_3 - d_4) \quad (2.3.3)$$

และกำหนดดัชนีการตรวจสอบเส้นขอบที่ i , E_i ดังแสดงในสมการที่ (2.3.4)

$$E_i = d_1 + d_2 - d_3 - d_4 \quad (2.3.4)$$

ดังนั้น

$$\Delta R = 2(2 - E_i) \quad (2.3.5)$$

การเลือกสลับขอบของชิ้นส่วนจึงเลือกกระทำกับเส้นขอบที่มี $E_i \geq 3$ ทำให้ค่า $\Delta R < 0$ ดังนั้นในการปรับปรุงรูปร่างโครงข่ายจากรูปที่ 2.3.4 ด้วยวิธีการผ่อนปรนโครงข่าย ได้แสดงลำดับการสลับเส้นขอบตามตัวเลขที่ปรากฏโดยเส้นประคือเส้นขอบใหม่ที่จะถูกแทนที่ จากโครงข่ายดังกล่าวไม่มีเส้นขอบของชิ้นส่วนสามเหลี่ยมใดที่มีค่า E_i มากกว่า 4 ดังนั้นจึงกำหนดค่าเกณฑ์เริ่มต้นที่ $T = 4$ และทำการสลับเส้นขอบเส้นที่ $1, \dots, 5$ จากนั้น เส้นขอบที่ $6, \dots, 9$ จะถูกสลับที่ $T = 3$

พิจารณาโครงข่ายในรูปที่ 2.3.5 พบว่าหลังจากที่โครงข่ายผ่านกระบวนการปรับปรุงรูปร่างและปรับตำแหน่งของจุดต่อใหม่แล้ว จะได้โครงข่ายที่ขึ้นส่วนมีรูปร่างดีและความต่อเนื่องกันมากกว่าโครงข่ายที่แสดงในรูปที่ 2.3.1

ขั้นตอนการปรับปรุงรูปร่างโครงข่ายขึ้นส่วนสามเหลี่ยมโดยวิธีการผ่อนปรนโครงข่าย ดังที่ได้กล่าวไปแล้ว นั้นเป็นเพียงขั้นตอนสรุปให้เห็นภาพโดยรวมเท่านั้น ซึ่งรายละเอียดในส่วนของการปรับปรุงขึ้นส่วนที่ติดกับจุดต่อบริเวณขอบและการให้ความสำคัญของลำดับการสลับขอบขึ้นส่วน จะเป็นส่วนปลีกย่อยที่ต้องคำนึงถึงในการเขียนรหัสคำนวณดังแสดงในหัวข้อโครงสร้างและลำดับการทำงานของโปรแกรมต่อไป

2.4 การปรับเรียบเชิงมุม

การปรับตำแหน่งของจุดต่อด้วยวิธีนี้นับเป็นวิธีการใหม่ โดยมีแนวความคิดสำคัญคือ การปรับขนาดมุมจุดต่อของสามเหลี่ยมด้านที่อยู่ติดกันให้มีขนาดเท่ากัน ทำให้สามารถลบมุมที่มีขนาดใกล้เคียงศูนย์หรือ 180 องศาให้หมดไปได้ จัดว่าเป็นวิธีการที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจและมีประสิทธิภาพมากกว่าเรียงด้วยวิธีของลาปลาซ ในขณะที่สูญเสียเวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธีหาค่าเหมาะที่สุด

การพิจารณาโครงข่ายทั้งโดเมนให้เป็นระบบสปริง โดยพิจารณาเป็นสปริงรับแรงบิด จะได้ระบบพลังงานศักย์ระหว่างจุดต่อของบริเวณที่กำลังพิจารณา ดังแสดงในสมการที่ (2.4.1)

$$E = \sum_{i=1}^{2k} \frac{1}{2} K \theta_i^2 \quad (2.4.1)$$

เมื่อ k : จำนวนจุดยอดทั้งหมดของรูปหลายเหลี่ยมที่กำลังพิจารณา
 K : ค่าคงที่ของสปริง และ
 θ : ขนาดของมุมที่ขอบของรูปหลายเหลี่ยม

โดยจุดยอดแต่ละจุดของรูปหลายเหลี่ยมที่กำลังพิจารณาประกอบด้วยมุมจำนวน 1 คู่ ที่ใช้จุดยอดร่วมกัน ดังนั้นจึงมีจำนวนมุมทั้งหมด $2k$ ที่ต้องทำการพิจารณา

หากย้อนกลับไปพิจารณารูปหลายเหลี่ยมดังแสดงไว้ในรูปที่ 2.2.1 ซึ่งเป็นการปรับตำแหน่งของจุดต่อใหม่ด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ เป็นตัวอย่างในการพิจารณาระบบพลังงานของสปริง จะได้เส้นคอนทัวร์ของระบบพลังงานในสมการ (2.4.1) ดังแสดงในรูป 2.4.1

ขั้นตอนการทำซ้ำเพื่อหาตำแหน่งของจุดต่อที่ทำให้ค่าพลังงานศักย์ของระบบสปริงต่ำมีค่าต่ำสุดสามารถอธิบายได้ด้วยขั้นตอนทั้ง 4 ดังนี้

1) พิจารณาจากรูปที่ 2.4.2 สำหรับจุดต่อ n_j ใดๆ ซึ่งมีจำนวนของมุมเท่ากับ $2k$ คู่ ที่บรรจุอยู่ภายในจุดยอดของรูปหลายเหลี่ยม โดย k คือ จำนวนจุดต่อข้างเคียงที่อยู่ล้อมรอบจุดต่อ n_j ซึ่งขนาดของมุมคู่ที่อยู่ติดกันคำนวณได้จาก

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left(\frac{v_j \cdot v_{j+1}}{\|v_j\| \|v_{j+1}\|} \right) \quad (2.4.2a)$$

$$\alpha_2 = \cos^{-1} \left(\frac{v_j \cdot v_{j-1}}{\|v_j\| \|v_{j-1}\|} \right) \quad (2.4.2b)$$

เมื่อ v_{j-1}, v_j และ v_{j+1} : เวกเตอร์ที่ใช้จุดต่อ n_j ร่วมกัน
 $\|v_j\|$: ขนาดของเวกเตอร์
 α : ขนาดของมุมที่อยู่บนจุดยอดรูปหลายเหลี่ยม

2) คำนวณค่าเฉลี่ยของผลต่างระหว่างค่ามุมทั้งสองที่อยู่ติดกัน, β_j ซึ่งจะเป็นขนาดของมุมที่เวกเตอร์ v_j จะต้องหมุนไปเพื่อปรับให้มุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน

$$\beta_j = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{2} \quad (2.4.3)$$

3) ทำการหมุนเวกเตอร์ v_j ไปเป็นมุมขนาดเท่ากับ β_j รอบจุดต่อ n_j ดังนั้นจะได้พิกัดใหม่ของจุดต่อ n_j คือ

$$x' = x_0 + (x - x_0) \cos \beta_j - (y - y_0) \sin \beta_j \quad (2.4.4a)$$

$$y' = y_0 + (x - x_0) \sin \beta_j + (y - y_0) \cos \beta_j \quad (2.4.4b)$$

เมื่อ (x_0, y_0) : พิกัดของจุดต่อ n_j
 (x, y) : พิกัดเดิมของจุดต่อ n_j และ
 (x', y') : พิกัดใหม่ของจุดต่อ n_j

4) ทำการคำนวณตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1 - 3 จนกระทั่งครบทุกจุดต่อที่ล้อมรอบจุดต่อ n_i ซึ่งตำแหน่งใหม่ของจุดต่อ n_i นี้จะมีทั้งหมด k พิกัด ดังนั้นค่าตำแหน่งสุดท้ายของจุดต่อที่กำลังพิจารณาจึงหาได้จากการคำนวณค่าเฉลี่ยของพิกัด (x', y') ที่ได้จากทุกจุดต่อรอบๆ ดังแสดงในสมการที่ (2.4.5)

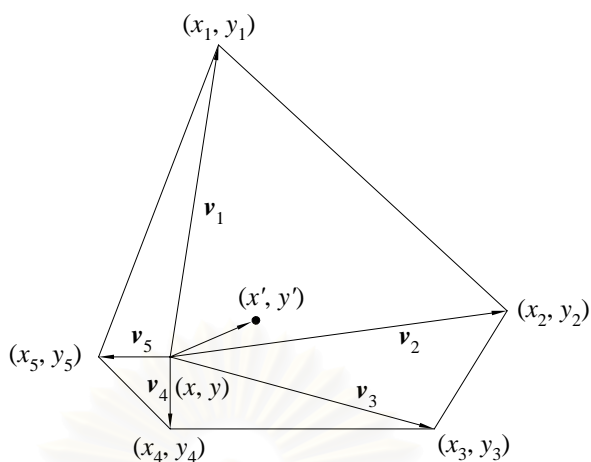
$$x_{new} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x'_i \quad (2.4.5a)$$

$$y_{new} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y'_i \quad (2.4.5b)$$

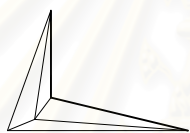
ซึ่งวิธีการปรับตำแหน่งของจุดต่อใหม่ด้วยวิธีการปรับเรียบเชิงมุม จะให้รูปร่างชิ้นส่วนที่น่าพอใจว่าการปรับตำแหน่งของจุดต่อด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ และที่สำคัญคือสามารถป้องกันการปรับตำแหน่งจุดต่อที่อาจก่อให้เกิดการพลิกกลับของชิ้นส่วนบริเวณของปัญหาได้ ^[32] หากนำไปรวมกับการปรับปรุงรูปร่างโครงข่ายชิ้นส่วนด้วยวิธีการผ่อนปรนโครงข่าย จะยิ่งทำให้คุณภาพทั้งรูปร่างและขนาดของชิ้นส่วนดีมากยิ่งขึ้นโดยจะเป็นส่วนสำคัญต่อการปรับปรุงประสิทธิภาพและความถูกต้องแม่นยำของผลการวิเคราะห์



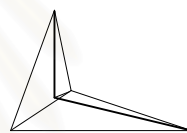
รูปที่ 2.1.1 แผนภูมิสายงานของกระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติ



รูปที่ 2.2.1 การปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่ด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ



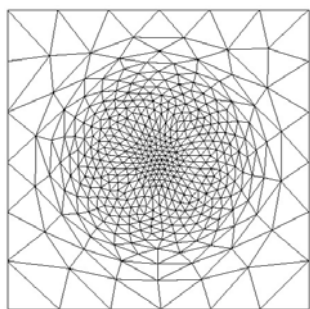
(ก) โครงข่ายเดิม



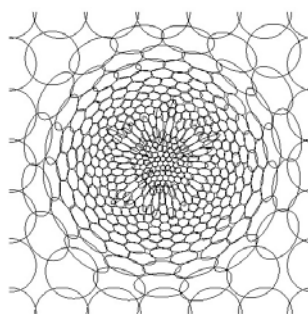
(ข) โครงข่ายของลาปลาซ

— เส้นขอบบริเวณขอบของโดเมน
 — เส้นขอบภายในโดเมน

รูปที่ 2.2.2 การบิดเบี้ยวของรูปร่างชิ้นส่วนภายในโครงข่ายที่ปรับตำแหน่งของจุดต่อด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

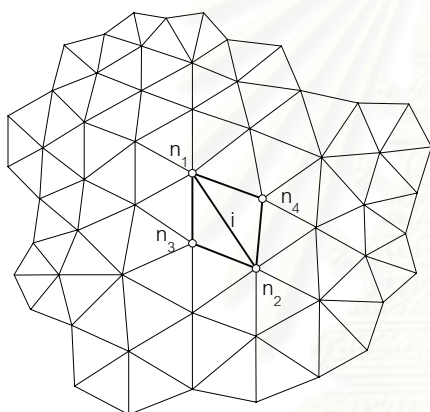


(ก) โครงข่ายที่ประกอบด้วย 430 จุดต่อ

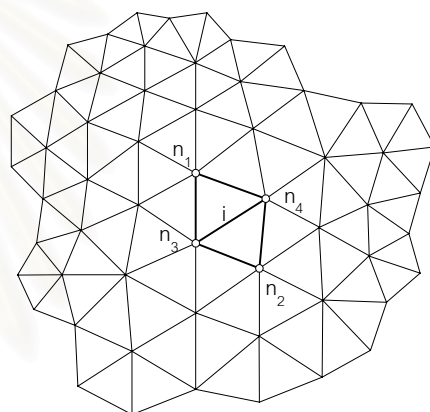


(ข) สมมติแต่ละจุดต่อเป็นศูนย์กลางฟองสบู่

รูปที่ 2.2.3 แนวคิดการปรับตำแหน่งจุดต่อด้วยวิธีการปรับเรียงเชิงกายภาพ

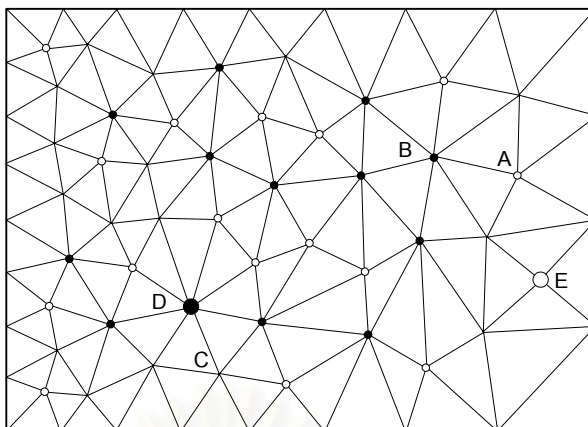


(ก) โครงข่ายก่อนสลับเส้นขอบที่ i

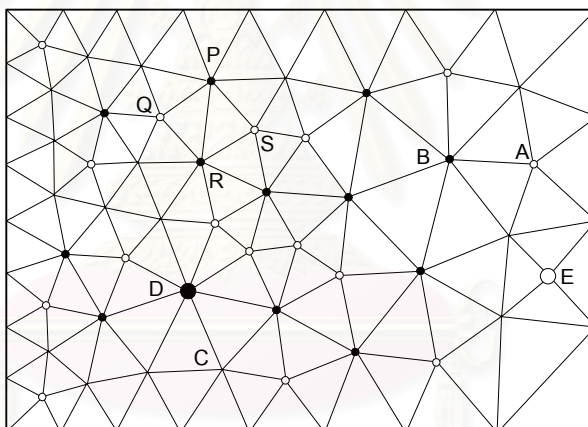


(ข) โครงข่ายภายหลังสลับเส้นขอบที่ i

รูปที่ 2.2.4 การสลับเส้นขอบขึ้นส่วนเพื่อปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย

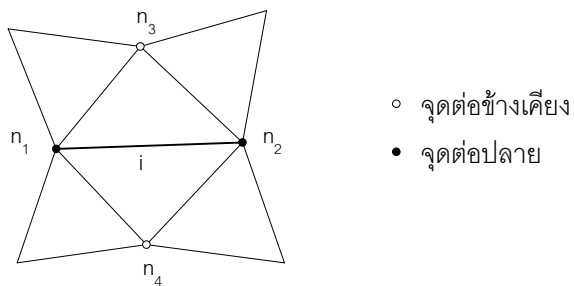


รูปที่ 2.3.1 โครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมก่อนการปรับเรียบโครงข่าย

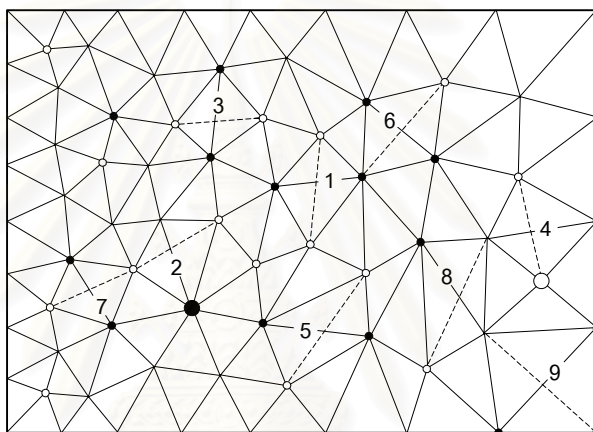


รูปที่ 2.3.2 โครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมหลังปรับเรียบด้วยวิธีการหาค่าเฉลี่ย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

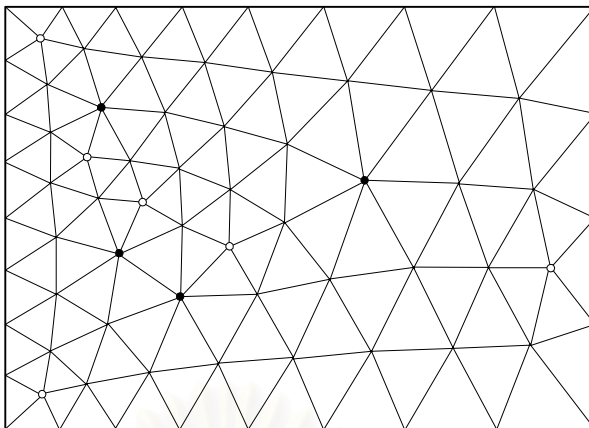


รูปที่ 2.3.3 จำนวนจุดต่อที่เกี่ยวข้องกับการสลับขอบชิ้นส่วนที่ i

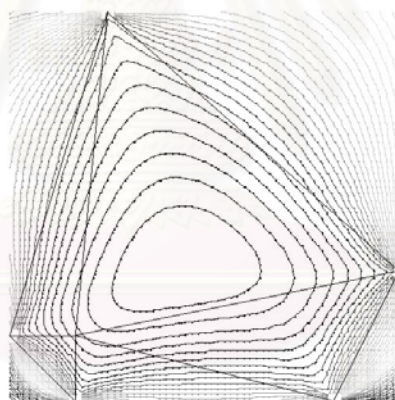


รูปที่ 2.3.4 ขอบของชิ้นส่วนภายในโครงข่ายที่ต้องการสลับตำแหน่งการเชื่อมโยง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

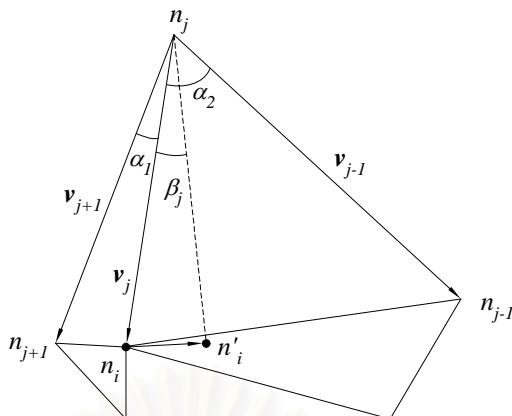


รูปที่ 2.3.5 โครงข่ายที่ผ่านการปรับปรุงรูปร่างและการปรับเรียบ



รูปที่ 2.4.1 คอนทัวร์ของระบบพลังงานศักย์ที่เกิดขึ้นในสปรินจรับแรงบิด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.4.2 โครงข่ายชั้นส่วนรอบจุดต่อที่ต้องการปรับตำแหน่งใหม่



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3 การพัฒนาโปรแกรม

3.1 ภาษาคอมไพเลอร์ที่ใช้ในโปรแกรม

เนื่องจากงานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมคอมไพเลอร์ ซึ่งเดิมเลือกใช้ภาษา C++ ในการเขียนรหัสคำนวณให้ได้โปรแกรมที่มีประสิทธิภาพ ดังนั้นเพื่อให้การทำงานของฟังก์ชันที่ต้องการปรับปรุงสอดคล้องกับโครงสร้างข้อมูลที่มีอยู่เดิมและเกิดประสิทธิภาพสูงสุด ในงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้ภาษา C++ ในการพัฒนาเช่นกัน โดยมีจุดเด่นของภาษาที่เหมาะสมกับกระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วนและปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายดังต่อไปนี้

ประสิทธิภาพของโปรแกรม ภาษา C++ เป็นภาษาที่ประมวลผลได้รวดเร็วที่สุดภาษาหนึ่งในบรรดาภาษาสูงด้วยกันจะเป็นรองเพียง ภาษาฟอร์แทรน และ ภาษา C เพียงเล็กน้อยเท่านั้น จึงมีความเหมาะสมกับการพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งมีการคำนวณและขั้นตอนต่าง ๆ จำนวนมาก

การจองหน่วยความจำแบบพลวัต (dynamic memory allocation) เนื่องจากกระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วนและการสลับขอบของชิ้นส่วนที่มีการขยายและลดขนาดของข้อมูลชนิดต่างๆตลอดเวลา การจัดสรรหน่วยความจำให้มีขนาดเหมาะสมกับข้อมูลแต่ละชนิดในขณะใดๆ ย่อมต้องมีประสิทธิภาพกว่าการจองหน่วยความจำปริมาณมากๆ ให้กับข้อมูลทุกชนิด ตั้งแต่เริ่มต้นโดยไม่สอดคล้องกับหน่วยความจำที่ใช้จริงในขณะใช้งาน

การเรียกใช้ฟังก์ชันชนิดเรียกตัวเองได้ (recursive function) ถึงแม้ว่าฟังก์ชันเรียกตัวเองจะทำให้ประสิทธิภาพของโปรแกรมลดลง แต่ในสถานการณ์ที่ไม่รู้จำนวนรอบของการกระทำซ้ำซึ่งเกิดจากการแยกการกระทำซ้ำลงในแต่ละสาขาของข้อมูลที่มีจำนวนไม่แน่นอน เช่น ในกระบวนการค้นหาจุดต่อในพื้นที่ที่กำหนดในโครงสร้างข้อมูล ADT หรือการตรวจสอบการเพิ่มจุดในชิ้นส่วนโดยรอบชิ้นส่วนที่พิจารณา นั้น ถ้าไม่ใช้ฟังก์ชันเรียกตัวเองก็จะทำให้รหัสคำนวณมีความเยิ่นเย้ออย่างมาก มีผลให้โอกาสผิดพลาดมากขึ้นและอ่านทำความเข้าใจโปรแกรมได้ยาก

การสร้างข้อมูลชนิดใหม่ การสร้างข้อมูลชนิดใหม่ๆ จะส่งผลให้วิธีการเขียนและโครงสร้างของโปรแกรมมีความหลากหลาย การเขียนรหัสคำนวณมีลักษณะเป็นระเบียบมากขึ้น รหัสคำนวณมีความกระชับลดจำนวนตัวแปรที่อาจต้องส่งผ่านให้กับฟังก์ชันจำนวน 10-12 ตัวเหลือเพียง 3-4 ตัว เพิ่มความเข้าใจในโปรแกรมขึ้นอย่างมาก ส่งผลให้การตรวจสอบ ปรับปรุงแก้ไขหรือพัฒนาโปรแกรมต่อไปทำได้ง่าย

การเข้าถึงตำแหน่งของหน่วยความจำโดยตัวชี้ (pointer) ตัวชี้เป็นข้อมูลชนิดหนึ่งซึ่งอ้างอิงถึงตำแหน่งของหน่วยความจำ สามารถตอบสนองต่อคำสั่งและดำเนินการใดๆ ได้เหมือนกับสิ่งที่อ้างอิงไปถึง ซึ่งจะเป็นอะไรก็ได้เช่น ข้อมูลชนิดต่างๆ ฟังก์ชัน โครงสร้างข้อมูล หรือข้อมูลชนิดใหม่ๆ ที่สร้างขึ้นมา ฯลฯ จึงส่งผลให้โปรแกรมมีประสิทธิภาพมากขึ้น ลดจำนวนของหน่วยความจำที่ใช้เก็บข้อมูลลงและสามารถเข้าถึงข้อมูลต่างๆ ได้อย่างรวดเร็ว

จะเห็นว่ามีการใช้คุณสมบัติต่างๆ ของภาษา C++ เป็นจำนวนมาก ดังนั้นในการปรับปรุงโปรแกรมเป็นภาษาอื่นควรคำนึงถึงคุณสมบัติเหล่านี้ด้วย เพื่อไม่ให้เป็นภาระยากลำบากเกินไปในการเขียนรหัสคำนวณใหม่ให้สอดคล้องกับรหัสเดิมที่มีอยู่

3.2 การเลือกใช้โครงสร้างข้อมูล

โครงสร้างข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัยนี้แบ่งเป็นประเภทใหญ่ ๆ ได้ 3 ประเภทดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

1) โครงสร้างข้อมูลชนิดแถวลำดับ (array) เป็นโครงสร้างข้อมูลที่จองหน่วยความจำขนาดใหญ่ มีหน่วยความจำของแต่ละข้อมูลอยู่ติดกันจึงสามารถเข้าถึงข้อมูลแต่ละตัวได้อย่างรวดเร็ว แต่โดยปกติโครงสร้างข้อมูลชนิดนี้ต้องจองหน่วยความจำล่วงหน้าและเปลี่ยนแปลงขนาดไม่ได้ (static memory allocation) จึงไม่เหมาะกับกระบวนการปรับขนาดนักเพราะในขณะที่จองหน่วยความจำยังไม่ทราบขนาดของข้อมูล แต่เนื่องจากความเร็วในการอ้างอิงถึงข้อมูลมีความจำเป็น เช่น ในการดำเนินการต่างๆ เกี่ยวกับเมตริกซ์ จึงต้องจองโครงสร้างข้อมูลชนิดนี้โดยการจองหน่วยความจำขนาดใหญ่แบบพลวัตแทน ดังเช่นที่ใช้กับข้อมูลชนิดเวกเตอร์ การอ้างอิงถึงแต่ละข้อมูลก็อ้างอิงถึงตำแหน่งที่ห่างออกจากหน่วยความจำแรกไปเท่ากับหมายเลขข้อมูลคูณด้วยขนาดของข้อมูลนั้น ลักษณะของโครงสร้างข้อมูลชนิดนี้สามารถแสดงได้ดังในรูปที่ 3.2.1

2) โครงสร้างข้อมูลชนิดลิงคิลิสต์ (link list) เป็นโครงสร้างข้อมูลที่แต่ละข้อมูลอยู่กระจัดกระจายกันออกไปโดยมีการเชื่อมโยงข้อมูลถึงกันข้อมูลต่อข้อมูล ทำให้ไม่สามารถเข้าถึงข้อมูลตัวใดตัวหนึ่งได้ทันที ต้องสืบค้นจากข้อมูลตัวแรกไล่ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งพบตัวที่ต้องการ แต่ข้อดีของโครงสร้างข้อมูลชนิดนี้คือมีความยืดหยุ่นสูงในการเพิ่มลดข้อมูล และถ้าใช้กับกระบวนการที่ต้องกระทำกับข้อมูลทุกตัวไล่กันไป ก็จะมีประสิทธิภาพไม่ยิ่งหย่อนไปกว่าโครงสร้างข้อมูลชนิดแถวลำดับแต่อย่างใด ชนิดของข้อมูลที่เหมาะสมกับโครงสร้างชนิดนี้คือข้อมูลที่มีการเพิ่มหรือลดจำนวนตลอดเวลา และการนำข้อมูลมาใช้ก็มีการเรียงลำดับตั้งแต่ต้นจนจบ ตัวอย่างของชนิดข้อมูลที่ใช้ได้แก่ ข้อมูลชนิดฟรอนท์ (front) ซึ่งจำนวนข้อมูลมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาและการใช้ข้อมูลก็เลือกใช้ตัวใดก่อนก็ได้ไม่จำเป็นต้องจำเพาะลงไป ลักษณะของโครงสร้างข้อมูลชนิดนี้แสดงได้ดังในรูป ที่ 3.2.2

3) โครงสร้างข้อมูลชนิดต้นไม้เชิงตัวเลขสลับ ADT (alternate digital tree) พื้นฐานของโครงสร้างข้อมูลชนิดนี้มาจากโครงสร้างข้อมูลชนิดต้นไม้ทวิภาค (binary tree) ซึ่งแต่ละข้อมูลจะเก็บตำแหน่งของข้อมูลอื่นอีก 2 ตำแหน่ง โดยมีเงื่อนไขในการเก็บข้อมูลต่างกันออกไป เช่น ถ้าต้องการเก็บข้อมูลเพื่อความสะดวกในการค้นหาข้อมูลที่มีค่าอยู่ในช่วงที่ต้องการ ก็อาจตั้งเงื่อนไขว่าถ้าข้อมูลที่เพิ่มมีค่ามากกว่าให้เก็บในฝั่งซ้าย ถ้าน้อยกว่าให้เก็บในฝั่งขวา ดังนั้นถ้าต้องการหาข้อมูลที่มีค่ามากกว่าข้อมูลในตำแหน่งใด ข้อมูลที่เป็นบริวารในฝั่งขวาทั้งหมดของข้อมูลในตำแหน่งนั้นก็ไม่ต้องพิจารณา ส่วน ADT จะแตกต่างจากต้นไม้ทวิภาคตรงที่การค้นหาข้อมูลจะเป็นการค้นหาที่อ้างอิงตำแหน่งทางเรขาคณิต ดังนั้นในแต่ละข้อมูลจะมีการเก็บตำแหน่งพื้นที่ครอบครองของตัวเองไว้ด้วยเพื่อใช้ในการอ้างอิงกับตำแหน่งที่ต้องการค้นหา และข้อมูลที่เป็นบริวารซึ่งอยู่ในพื้นที่นั้นก็จะมีพื้นที่ครอบครองที่แบ่งจากพื้นที่ครอบครองของข้อมูลต้น โดยมีหลักในการเก็บข้อมูลดังนี้

3.2.3 ประกอบ จุดแรกที่เก็บเข้าไว้ในโครงสร้างจะถือว่าครอบครองพื้นที่ทั้งหมด เมื่อมีการเพิ่มจุดต่อออกมาพื้นที่ที่ครอบครองโดยจุดนั้นก็จะถูกแบ่งให้เล็กลงและให้เป็นพื้นที่ครอบครองของจุดที่เพิ่งเข้ามา โดยที่พื้นที่ของจุดต้น

ไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังเช่นจุดที่ 2 ในรูป 3.2.3 ก็จะมีพื้นที่ครอบครองเป็นฝั่งซ้ายของพื้นที่ทั้งหมดและตัวชี้ทางฝั่งซ้ายของจุด 1 ก็อ้างอิงไปยังข้อมูลของจุด 2 เมื่อเพิ่มจุด 3 ซึ่งอยู่ในพื้นที่ของจุด 2 พื้นที่ครอบครองของจุด 3 ก็จะเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ครอบครองของจุด 2 คือพื้นที่ 1 ใน 4 ทางฝั่งซ้ายบนของพื้นที่ทั้งหมดพร้อมทั้งเชื่อมโยงตำแหน่งข้อมูลของจุด 3 ไปเก็บยังฝั่งซ้ายของจุด 2 จุดที่ 4 ก็มีลักษณะเช่นเดียวกับจุด 3 สำหรับจุดที่ 5 เป็นจุดแรกที่มีตำแหน่งอยู่บนฝั่งขวาของพื้นที่ ซึ่งเป็นพื้นที่ที่แบ่งจากจุด 1 และยังไม่มีการครอบครอง จุด 5 ก็ครอบครองพื้นที่ฝั่งขวาทั้งหมดและเชื่อมโยงตำแหน่งข้อมูลของจุด 5 ไปเก็บยังฝั่งขวาของจุด 1 เมื่อมีการจัดเก็บข้อมูลครบทั้งหมด ทุกๆ จุดก็จะมีพื้นที่ครอบครองของตนเอง และเมื่อต้องการค้นหาจุดที่อยู่ในพื้นที่ที่สนใจก็ตรวจสอบจากพื้นที่ครอบครองของจุดไล่ตามลำดับลงมา โดยตรวจสอบเฉพาะจุดที่มีพื้นที่ครอบครองซ้อนทับกับพื้นที่ที่สนใจเท่านั้น สำหรับในจุดที่พื้นที่ไม่ซ้อนทับกันก็ไม่จำเป็นต้องพิจารณาจุดนั้น ๆ และจุดบริวารทั้งหมดของจุดนั้นที่เชื่อมโยงไปถึง เช่น ถ้าพื้นที่ที่สนใจคือพื้นที่ฝั่งซ้ายของพื้นที่ทั้งหมด จำนวนจุดที่ไม่ต้องพิจารณาก็คือทุกจุดที่อยู่ในฝั่งขวาของจุด 1 ในแผนภูมิต้นไม้ในรูป 3.2.3 ยิ่งพื้นที่สนใจมีขนาดเล็กเท่าใดจำนวนจุดที่ไม่ต้องพิจารณาก็ยิ่งมีมากขึ้น

สำหรับโครงสร้างข้อมูลชนิด ADT ที่ใช้ในงานวิจัยนี้จะแตกต่างจากที่กล่าวมาเล็กน้อยคือ ในแต่ละจุดจะเชื่อมโยงไปยังจุดบริวาร 4 จุดในแต่ละภาคของพื้นที่ ทำให้ไม่ต้องคำนวณหาลำดับชั้นและทิศทางของการแบ่งพื้นที่ในแต่ละจุด

3.3 ชนิดของข้อมูล

ชนิดของข้อมูลที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ สามารถใช้ชนิดข้อมูลซึ่งมีอยู่เดิมในการพัฒนาต่อได้ แต่จะเพิ่มชนิดข้อมูลขึ้นมา 1 ชนิดคือ swpline เพื่อให้เข้าใจความสัมพันธ์ในการทำงานของข้อมูลประเภทใหม่นี้และเข้าใจหน้าที่การทำงานของโปรแกรมในส่วนการปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย จึงจำเป็นต้องทราบข้อมูลที่บรรจุอยู่ในข้อมูลชนิดเดิม ดังมีรายละเอียดดังนี้

eline: เป็นข้อมูลที่แทนเส้นเชื่อมระหว่างจุดต่อของชิ้นส่วนโดยมีข้อมูลต่าง ๆ ดังนี้

- 1) ตัวชี้ที่ชี้ไปยังตำแหน่งของจุดต่อที่ต้นและปลายของเส้นเชื่อม
- 2) ตัวชี้ที่ชี้ไปยังชิ้นส่วนทางด้านซ้ายและขวา เพื่อความสะดวกในการอ้างอิงไปยังชิ้นส่วนต่าง ๆ ผ่านทางเส้นเชื่อมจุด จะมีค่าเป็นศูนย์ (null) เมื่อไม่มีชิ้นส่วนทางด้านนั้น
- 3) ตัวชี้ที่ชี้ไปยังสมาชิกในพรอนท์ที่อ้างอิงกลับมา เพื่อประโยชน์ในการปรับปรุงพรอนท์เมื่อมีการสร้างชิ้นส่วน จะชี้ไปยังตำแหน่งศูนย์ (null) ถ้าเส้นเชื่อมไม่ได้อยู่ในพรอนท์
- 4) ตัวชี้ที่ชี้ไปยังสมาชิกในพรอนท์ที่อ้างอิงกลับมา (ข้อมูลใหม่) เพื่อประโยชน์ในการปรับปรุงพรอนท์เมื่อมีการสลับการเชื่อมโยง จะมีค่าเป็นศูนย์ (null) เมื่อเส้นเชื่อมชิ้นส่วนนั้น ไม่จำเป็นต้องทำการสลับการเชื่อมโยงระหว่างจุดต่อ

enode: เป็นข้อมูลที่แทนจุดต่อของชิ้นส่วน มีข้อมูลที่เก็บคือ

- 1) ค่าพิกัด x, y ของจุดต่อ
- 2) ค่าระยะห่างของจุดต่อที่กำหนดไว้เพื่อใช้ตรวจสอบในการสร้างจุดต่อใหม่ และในบางครั้งใช้เก็บหมายเลขของจุดต่อเพื่อใช้อ้างอิงไปยังสมาชิกในเวกเตอร์

- 3) ลิงคิสต์ของ eline ที่เชื่อมกับจุดต่อนี้ทั้งหมด มีประโยชน์เพื่อใช้ในการตรวจสอบการเชื่อมโยงไปยังจุดอื่นๆ และใช้ค้นหาชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อในกรณีคำนวณหน่วยแรงที่จุดต่อดังวิธีที่กล่าวมาข้างต้น การที่เก็บเป็นลิงคิสต์เพราะจำนวนเส้นที่เชื่อมจุดต่อในแต่ละจุดมีจำนวนไม่เท่ากัน การเก็บเป็นลิงคิสต์จะประหยัดเนื้อที่ที่สุด การเก็บข้อมูลจะเก็บเป็นตัวชี้ไปยังตำแหน่งของเส้นเชื่อม และมีการเรียงลำดับในลักษณะทวนเข็มนาฬิกา

element: เป็นข้อมูลแทนชิ้นส่วนโดยมีข้อมูลที่สำคัญคือ

- 1) flag สำหรับใช้ตรวจสอบการเพิ่มจุดต่อที่กึ่งกลางชิ้นส่วน โดยตรวจสอบว่าที่ชิ้นส่วนโดยรอบมีการเพิ่มจุดหรือยัง และมีตำแหน่งใกล้เคียงไปหรือไม่ นอกจากนี้บางครั้งยังใช้เก็บหมายเลขของชิ้นส่วนเพื่อใช้ในการอ้างอิง
- 2) ตัวชี้ไปยัง eline ที่เป็นด้านทั้ง 3 ของชิ้นส่วน การที่เก็บ eline แทน enode เพราะมีความสะดวกกว่าในการอ้างอิงไปยังชิ้นส่วนอื่นๆ เนื่องจากข้อมูลใน eline มีน้อยกว่าทำให้อ้างอิงได้เร็วขึ้น

vector: เป็นข้อมูลที่จำลองโครงสร้างข้อมูลชนิดแถวลำดับ คือมีการเข้าถึงข้อมูลโดยการอ้างอิงหมายเลขของข้อมูลโดยตรง เพื่อให้มีความสะดวกและรวดเร็วในการแก้สมการหลายตัวแปรที่จำเป็นต้องมีการคูณเชิงสเกลาร์และการคูณระหว่างเมตริกซ์และเวกเตอร์

symmat: เป็นข้อมูลที่แทนเมตริกซ์ชนิดสมมาตร การเก็บข้อมูลจะเก็บข้อมูลชนิด dia_ele ซึ่งเป็นข้อมูลที่แทนค่าสมาชิกในแนวทแยงของเมตริกซ์ โดยจะเก็บข้อมูลเป็นเวกเตอร์ทำให้เข้าถึงสมาชิกในแนวทแยงของเมตริกซ์ได้อย่างรวดเร็ว

dia_ele: เป็นข้อมูลที่อยู่ใน symmat จะเก็บค่าสมาชิกในแนวทแยงของเมตริกซ์พร้อมทั้งหมายเลขประจำแถวและเก็บลิงคิสต์ที่เชื่อมโยงไปยังสมาชิกในแนวนอนและแนวตั้งของเมตริกซ์ที่สัมพันธ์กับ dia_ele คือ hor_ele และ ver_ele

hor_ele: เป็นข้อมูลที่เก็บค่าสมาชิกของเมตริกซ์และเก็บหมายเลขสมมาตรของสมาชิกพร้อมทั้งเชื่อมโยงไปยังสมาชิกตัวอื่นๆ ที่อยู่ในแถวเดียวกัน

ver_ele: เป็นข้อมูลที่เก็บตัวชี้ที่ไปยังข้อมูลสมาชิกใน hor_ele และเก็บหมายเลขแถวของสมาชิกนั้น ๆ พร้อมทั้งเชื่อมโยงไปยังสมาชิกอื่นที่อยู่ในสมมาตรเดียวกัน สาเหตุที่ต้องเก็บข้อมูลชนิดนี้ก็เพื่อความสะดวกรวดเร็วในการอ้างอิงถึงสมาชิกในการคูณกับเวกเตอร์

ความสัมพันธ์ของข้อมูลชนิด symmat dia_ele hor_ele และ ver_ele สามารถแสดงได้ดังในรูป

3.3.1 การเก็บข้อมูลของเมตริกซ์ในลักษณะนี้จะประหยัดหน่วยความจำได้มากและการลดรูปของ ICC ก็ทำได้โดยมีประสิทธิภาพเพราะเป็นกระบวนการที่ต้องกระทำเรียงไปตามลำดับในแต่ละสมาชิกอยู่แล้ว การคูณกับเวกเตอร์ก็เช่นกัน สามารถอ้างอิงไปยังสมาชิกในเวกเตอร์ได้โดยตรงโดยใช้หมายเลขประจำแถวและสมมาตรที่เก็บอยู่ในแต่ละสมาชิก

boundary: เป็นข้อมูลแรกที่จะเก็บข้อมูลที่ได้จากการนำเข้ามาจากแฟ้มข้อมูล โดยเป็นข้อมูลของขอบเขตของปัญหา ซึ่งมีข้อมูลย่อยต่อไปนี้

- 1) ค่าพิกัด x, y ของตำแหน่งต้นและปลายของเส้นขอบ
- 2) รัศมีของเส้นขอบในกรณีที่เป็นเส้นโค้ง จะมีค่าศูนย์ถ้าเป็นเส้นตรง มีค่าเป็นบวกเมื่อจุดศูนย์กลางของเส้นโค้งอยู่ทางด้านซ้ายของเส้นขอบ มีค่าเป็นลบเมื่อจุดศูนย์กลางของเส้นโค้งอยู่ทางด้านขวาของเส้นขอบ เพราะฉะนั้นถ้าเส้นขอบของปัญหาใหญ่กว่าครึ่งวงกลมจำเป็นต้องมีการแบ่งเป็น 2 เส้น
- 3) จำนวนของเส้นย่อยที่จะแบ่งจากเส้นขอบ ทั้งนี้เพื่อความกระชับในการเตรียมข้อมูลและสะดวกในการปรับขนาดของชิ้นส่วน
- 4) ตัวชี้ชี้ไปยังข้อมูลชนิด bound_load ซึ่งจะเก็บข้อมูลของแรงที่กระทำต่อขอบเขตของปัญหาโดยจะแยกเป็นแรงที่กระทำเป็นจุดและแรงที่กระจายตลอดแนวขอบ
- 5) ตัวชี้ชี้ไปยังข้อมูลชนิด bound_support ซึ่งจะเก็บข้อมูลของที่รองรับที่ขอบเขตของปัญหา มีทั้งที่รองรับที่เป็นจุดและรองรับตลอดแนวของเส้นขอบ

b_line: เป็นข้อมูลที่ผสมผสานระหว่าง boundary และ eline คือ มีชนิดข้อมูลทั้งหมดของ eline และมีชนิดข้อมูลใน boundary ด้วยยกเว้นจำนวนที่จะแบ่งเป็นเส้นย่อยและค่าพิกัด x, y ซึ่งจะเป็นตัวชี้ไปยัง enode แทน ทั้งนี้ข้อมูลชนิดนี้มีเพื่อใช้เป็นพารามิเตอร์เริ่มต้นในกระบวนการเชื่อมต่อจุดเป็นสามเหลี่ยมหลังการเพิ่มจุดและใช้สร้างขอบของปัญหาใหม่เมื่อมีการลดขนาดของชิ้นส่วนลง

swpline: เป็นข้อมูลที่แทนเส้นเชื่อมระหว่างจุดต่อของชิ้นส่วน ที่ต้องการจะสลับการเชื่อมโยงระหว่างจุดต่อปลายและจุดต่อข้างเคียง โดยมีข้อมูลต่างๆ ดังนี้

- 1) Evaluate เป็นดัชนีที่ใช้สำหรับลำดับความสำคัญของเส้นขอบที่เชื่อมระหว่างจุดต่อของชิ้นส่วน โดยเส้นขอบที่มีค่า Evaluate สูงสุด จะถูกจัดเก็บให้อยู่ในลำดับต้นของพารามิเตอร์และเส้นขอบที่มีค่ารองลงมาก็จะถูกจัดเก็บเรียงต่อกันเป็นลำดับ โดยจะเลือกพิจารณาเฉพาะเส้นขอบที่มีค่า Evaluate มากกว่า 2 เท่านั้น
 - 2) ตัวชี้ชี้ไปยังข้อมูลประเภท eline ที่ต้องสลับการเชื่อมโยงระหว่างจุดต่อปลายและจุดต่อข้างเคียง
- นอกจากข้อมูลที่ได้กล่าวมาแล้วยังมีข้อมูลชนิดอื่นอีกมาก แต่จะไม่กล่าวถึงในที่นี้เพราะสามารถศึกษาจากรหัสคำนวณเองได้ และไม่มีส่วนช่วยในการเข้าใจความสัมพันธ์และลำดับการทำงานของโปรแกรม

3.4 โครงสร้างและลำดับการทำงานของโปรแกรม

โครงสร้างการทำงานของโปรแกรมทั้งในส่วนโปรแกรมหลักและโปรแกรมย่อยซึ่งแสดงเฉพาะในส่วน การปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายที่เพิ่มเติมจากเดิม มีรายละเอียดของลำดับการทำงานดังนี้

โปรแกรมหลัก (รูปที่ 3.4.1) เริ่มจากนำเข้าข้อมูลขอบเขตของปัญหา แรงกระทำและที่รองรับต่าง ๆ เข้ามาเก็บในลิงคิสต์ของข้อมูลเส้นขอบ จากนั้นแบ่งขอบเขตปัญหาเป็นเส้นย่อย ๆ เก็บพิกัดของจุดไว้ใน ADT และเก็บเส้นเชื่อมโยงจุดพร้อมทั้งแรงกระทำและที่รองรับไว้ในลิงคิสต์ของ b_line จากข้อมูลใน ADT และ b_line นำมาสร้างชิ้นส่วนสามเหลี่ยมจะได้สามเหลี่ยมที่มีขนาดสอดคล้องกับระยะห่างของจุดที่ขอบ เก็บข้อมูลของชิ้นส่วนที่ได้ในลิงคิสต์ของเอเลเมนต์ ต่อมาทำการปรับปรุงคุณภาพโครงข่ายโดยใช้ข้อมูลของจุดต่อใน ADT ข้อมูลลิงคิสต์ b_line และข้อมูลลิงคิสต์ eline จากนั้นส่งค่าจุดต่อและชิ้นส่วนที่ได้รับการปรับปรุงคุณภาพสู่ขั้นตอนคำนวณหาการกระจัดของแต่ละจุดต่อ โดยการสร้างสถิติเฟนสจากแต่ละชิ้นส่วน และแก้สมการด้วยวิธีเกรเดียนต์สังยุคแบบมีเงื่อนไขไขว้วงหน้า เก็บการกระจัดที่ได้ในเวกเตอร์ u เมื่อได้การกระจัดมาแล้ว คำนวณหน่วยแรง ค่าคลาดเคลื่อนและขนาดของชิ้นส่วนที่สอดคล้องกับค่าคลาดเคลื่อนในแต่ละจุดต่อจาก หยอดของชิ้นส่วนที่สัมพันธ์กับจุดต่อนั้นๆ แสดงผลที่คำนวณได้ทางเพิ่มข้อมูล จากนั้นตรวจสอบว่าความคลาดเคลื่อนรวมทั้งหมดมีค่าเกินกว่าที่ยอมให้หรือไม่ ถ้าไม่เกินก็หยุดการทำงาน แต่ถ้าเกินก็ปรับขนาดของ ชิ้นส่วนใหม่โดยนำข้อมูลจากลิงคิสต์ของ b_line มาสร้างขอบของปัญหาใหม่เก็บไว้ในลิงคิสต์ของข้อมูลขอบ ก็จะได้ขอบของปัญหาตัวใหม่สำหรับวิเคราะห์ต่อไป กระทำซ้ำในลักษณะเดิมจนกระทั่งค่าคลาดเคลื่อนมีค่าต่ำกว่าที่ยอมให้ก็หยุดการทำงาน

การปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย (รูปที่ 3.4.2) เริ่มจากการสร้างฟรอนท์เพื่อเก็บข้อมูลประเภท swpline ซึ่งจะมีตัวชี้เพื่อชี้ไปยังเส้นขอบของชิ้นส่วน eline เพื่อทำการสลับการเชื่อมโยงระหว่างจุดต่อปลายและจุดต่อข้างเคียง โดยข้อมูล swpline ที่จัดเก็บในฟรอนท์นั้น ในขั้นต้นจำเป็นต้องทำการตรวจสอบค่า Evaluate จากทุกเส้นขอบในลิงคิสต์ของ eline ที่ไม่ได้อยู่บนขอบของโดเมน โดยเส้นขอบชิ้นส่วนใดที่ให้ค่า Evaluate มากกว่า 2 ข้อมูลชนิด swpline ตัวใหม่จะถูกสร้างขึ้นโดยมีข้อมูลเป็นค่า Evaluate และตัวชี้ซึ่งชี้ไปยังเส้นขอบนั้นๆ และข้อมูล swpline จะถูกเพิ่มเข้าเป็นสมาชิกในฟรอนท์โดยจัดเรียงลำดับข้อมูลจากข้อมูล swpline ที่มีค่า Evaluate มากที่สุดไว้ในลำดับแรกของฟรอนท์และจัดเก็บลำดับรองลงมาตามค่า Evaluate ที่ลดลง เพื่อความสะดวกเมื่อเข้าสู่ ขั้นตอนการสลับการเชื่อมโยงระหว่างจุดต่อของเส้นขอบชิ้นส่วนและการปรับปรุงฟรอนท์ซึ่งต้องทำทุกครั้งเมื่อมีการสลับการเชื่อมโยง

ในการคำนวณค่า Evaluate (รูปที่ 3.4.3) ของเส้นขอบชิ้นส่วน eline จะพิจารณาจากจำนวนเส้นขอบทั้งหมดที่อยู่บนจุดต่อปลายและจุดต่อข้างเคียงของเส้นขอบที่กำลังพิจารณาทั้งหมด 4 จุดต่อ แต่จำนวนเส้นขอบที่อยู่บนจุดต่อซึ่งมีพิกัดบนขอบของโดเมน จะพิจารณาเป็นเส้นขอบเสมือน นั่นคือพิจารณาเสมือนว่ามีเส้นขอบอยู่บริเวณภายนอกโดเมนของปัญหา ก่อน จากนั้นจึงนำจำนวนเส้นขอบของทั้ง 4 จุดต่อมาคำนวณหาค่า Evaluate ต่อไป

ภายหลังจากดำเนินการหาค่า Evaluate ครบทุกสมาชิกในลิงค์ลิสต์ของ eline ก็จะมีขั้นตอนการสลับ การเชื่อมโยงจุดต่อของเส้นขอบที่ถูกจัดเก็บเป็นตัวชี้ไว้ในพรอนท์ของ swpline โดยในการสลับเส้นขอบขึ้นส่วน จะไม่ทำการสลับให้หมดในครั้งเดียว แต่จะค่อยๆ ดำเนินการจากเส้นขอบที่มีค่า Evaluate สูงสลับกับการปรับ เรียบจุดต่อ เช่น เลือกลบเฉพาะเส้นขอบขึ้นส่วนที่มีค่า Evaluate มากกว่า 4 เมื่อไม่เหลือเส้นขอบที่ให้ค่า Evaluate มากกว่า 4 จึงทำการปรับเรียบจุดต่อทั้งหมดที่อยู่ภายในโครงข่าย จากนั้นจึงกลับมาทำการสลับขอบขึ้นส่วนโดย เลือกลบกระทำกับเส้นที่ Evaluate มากกว่า 3 ซึ่งจะเรียงต่อกันเป็นลำดับอยู่แล้วในพรอนท์ ทำซ้ำแบบเดิมจนกว่าค่า Evaluate จะลดค่ามาเท่ากับ 2 นั่นคือจะไม่เหลือข้อมูลในพรอนท์ (swpline) ที่มีตัวชี้ไปยังเส้นขอบได้อีก

การปรับเรียบโดยใช้วิธีเชิงมุม (รูปที่ 3.4.4) จะรับข้อมูลจาก ADT และเลือกปรับตำแหน่งจุดต่อ เฉพาะจุดต่อที่อยู่ภายในโครงข่ายเท่านั้น โดยใช้ข้อมูลจุดต่อที่อยู่โดยรอบจุดต่อที่กำลังพิจารณาจากข้อมูล linelist ซึ่งเป็นสมาชิกเส้นขอบขึ้นส่วนที่มีจุดปลายเป็นจุดต่อนั้นๆ เพื่อเชื่อมโยงไปยังจุดต่อโดยรอบที่อยู่บน ปลายอีกด้านหนึ่งของเส้นขอบ โดยการดำเนินการที่ละสมาชิก คำนวณหาขนาดของมุมที่อยู่บนจุดต่อโดยรอบ ทั้งทางด้านซ้ายและขวา จากนั้นจึงคำนวณหาขนาดของมุมที่จะต้องเคลื่อนตำแหน่งจุดต่อที่กำลังพิจารณาให้มุม ทั้งสองข้างต้นมีขนาดเท่ากัน ทำซ้ำโดยสะสมค่าระยะทางที่ต้องเคลื่อนย้ายตำแหน่งจุดต่อจนครบทุกจุดต่อ โดยรอบแล้วจึงเฉลี่ยค่าระยะทางสะสมด้วยจำนวนจุดต่อเหล่านั้น จากนั้นคืนค่าระยะทางสุดท้ายที่คำนวณ ได้เปรียบเทียบกับจุดต่ออื่นจนครบทุกจุดต่อ เพื่อหาค่าระยะทางเคลื่อนที่สูงสุดแล้วจึงตรวจสอบกับค่าที่ยอมให้ หากไม่ผ่านก็จะทำการปรับตำแหน่งจุดต่อซ้ำจนกว่าจะผ่านเกณฑ์ที่กำหนด

ข้อสังเกตในขั้นตอนการสลับการเชื่อมโยงจุดต่อของเส้นขอบขึ้นส่วนคือ ภายหลังจากที่สลับการ เชื่อมโยงระหว่างจุดต่อแล้วจำเป็นจะต้องคำนวณค่า Evaluate ของเส้นขอบที่ได้รับผลจากการสลับการเชื่อมโยง ใหม่อีกครั้ง ดังแสดงในรูป (3.4.5) ดังนั้นในการคำนวณค่า Evaluate ของแต่ละเส้นจึงต้องมีการปรับปรุงพรอนท์ (swpline) ใหม่ทุกครั้ง ซึ่งอาจมีการเพิ่มลบข้อมูล swpline เนื่องมาจากค่า Evaluate ที่ได้จากการคำนวณใหม่

อนึ่ง ในส่วนของการคำนวณค่า Evaluate ของข้อมูล eline ที่เกี่ยวข้องกับพิจารณาเป็นเส้นขอบเสมือน เริ่มจากตรวจสอบจุดต่อที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ (จุดต่อปลายและจุดต่อข้างเคียง) หากจุดต่อเหล่านั้นวางอยู่ บนขอบของโดเมน การเรียกข้อมูลจำนวนเส้นขอบทั้งหมดที่เชื่อมโยงกับจุดต่อนั้นมาพิจารณาจำเป็นต้องมีการ คำนวณเพิ่มเติม นั่นคือการคำนวณค่ามุมที่อยู่ภายนอกโดเมน ณ จุดต่อนั้นๆ จากนั้นตรวจสอบว่าขนาดของมุม ดังกล่าวควรจะมีเส้นขอบได้กี่เส้น (แบ่งให้ใกล้เคียงมุมละ 60 องศา) แล้วคืนค่าเป็นขอบเส้นเสมือนเพื่อนำเป็น รวมกับเส้นขอบที่มีอยู่จริงต่อไป ดังแสดงตัวอย่างจุดต่อขอบในกรณีต่างๆ ดังรูปที่ 3.4.6

นอกจากการพัฒนาในส่วนการปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการเพิ่มรหัสคำนวณในส่วน ของการปรับขนาดขึ้นส่วนใหม่ โดยกำหนดให้การปรับขนาดขึ้นส่วนในรอบถัดไปสามารถลดขนาดขึ้นส่วนลงได้ ไม่เกิน 5 เท่าของระยะทางเดิม เพื่อป้องกันการเพิ่มจุดที่มากเกินไปอันเนื่องมาจากการคำนวณค่าคลาดเคลื่อนที่ ผิดพลาดจากความเป็นจริงในโครงข่ายก่อนหน้า ทำให้สามารถปรับขนาดขึ้นส่วนโดยการเพิ่มจุดต่อแบบค่อย เป็นค่อยไปและได้โครงข่ายสุดท้ายที่ใช้จุดต่อเหมาะสมที่สุดกับค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ โดยยังคงใช้จำนวนรอบ ในการปรับขนาดที่น้อยที่สุดเพื่อการเข้าสู่ผลเฉลยที่ถูกต้องได้รวดเร็ว

3.5 การแสดงผล

การแสดงผลของโปรแกรมอยู่ในรูปแฟ้มข้อมูล (file) 2 ประเภทคือ

1) แฟ้มข้อมูลที่เป็นตัวหนังสือที่สามารถเปิดอ่านและแก้ไขข้อมูลได้ด้วยโปรแกรมแก้ไขคำ (text editor) ทั่วไป แฟ้มประเภทนี้มี 2 แฟ้มคือ

1.1) แฟ้มแสดงตำแหน่งของจุดต่างๆ และแสดงความสัมพันธ์ระหว่างชิ้นส่วนและจุดต่อ เพื่อนำไปปรับปรุงใช้เป็นข้อมูลสำหรับโปรแกรมอื่นเพื่อเปรียบเทียบผลต่อไป

1.2) แฟ้มข้อมูลแสดงผลการคำนวณของแต่ละจุดต่อ โดยจะแสดงหมายเลขจุดต่อ การกระจัด หน่วยแรง และความคลาดเคลื่อนในจุดต่อนั้นๆ

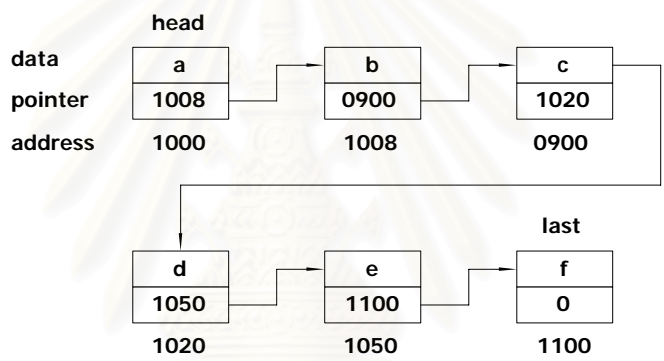
2) แฟ้มข้อมูลแลกเปลี่ยนประเภทกราฟฟิก เพื่อใช้ในกระบวนการแสดงผลทางกราฟฟิกโดยโปรแกรม CAD ต่าง ๆ ในที่นี้เลือกใช้แฟ้มมาตรฐานประเภทแฟ้มแลกเปลี่ยนข้อมูล DXF (data exchange file) ซึ่งจะมี 2 ประเภทคือ ประเภทที่เป็นแฟ้มตัวอักษร (text file) และแฟ้มตัวเลขฐานสอง (binary file) แต่จะเลือกใช้แฟ้มประเภทตัวอักษรเพื่อความสะดวกในการแก้ไขตรวจสอบด้วยโปรแกรมแก้ไขคำ โดยจะแสดงโครงข่ายของชิ้นส่วน การกระจัด หมายเลขจุดต่อ และหมายเลขชิ้นส่วน รวมทั้งแสดงคอนทัวร์ของหน่วยแรงต่าง ๆ พลังงาน และค่าคลาดเคลื่อนของพลังงาน ในการตรวจสอบผลการแสดงก็สามารถเปิดหรือปิดเลเยอร์ในโปรแกรม CAD เพื่อพิจารณาเฉพาะส่วนที่สนใจได้ สำหรับรูปแบบของแฟ้มมาตรฐานชนิดนี้สามารถศึกษาได้ในคู่มือของโปรแกรม CAD ทั่วไป

| | | | | | | | |
|---------|------|------|------|------|------|--|------|
| data | a | b | c | d | e | | char |
| address | 1000 | 1001 | 1002 | 1003 | 1004 | | |

| | | | | | | | |
|---------|------|------|------|------|------|--|-----|
| data | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | int |
| address | 1000 | 1002 | 1004 | 1006 | 1008 | | |

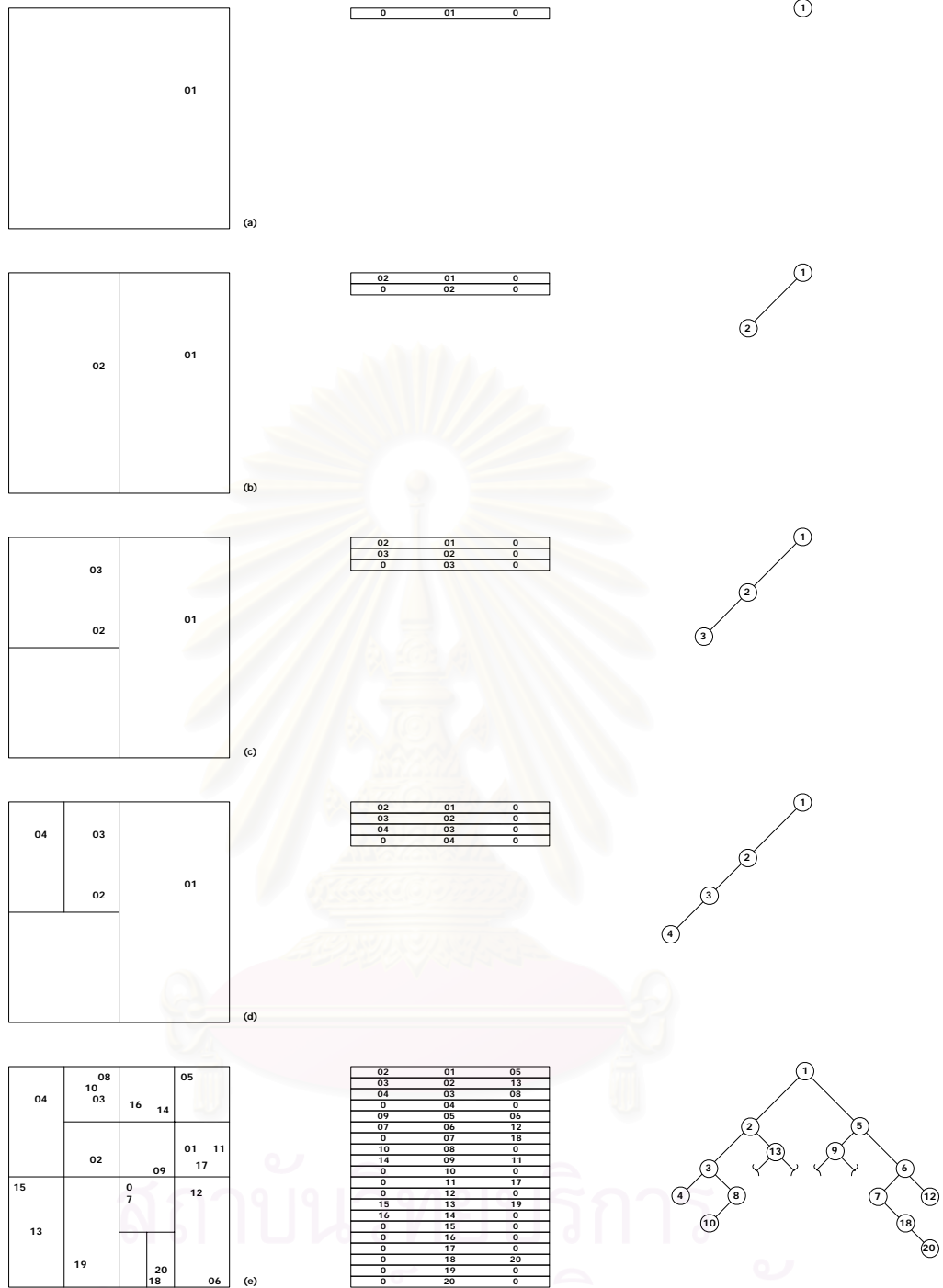
| | | | | | | | |
|---------|------|------|------|------|------|--|----------|
| data | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | long int |
| address | 1000 | 1004 | 1008 | 1012 | 1016 | | |

รูปที่ 3.2.1 โครงสร้างข้อมูลชนิดแถวลำดับ

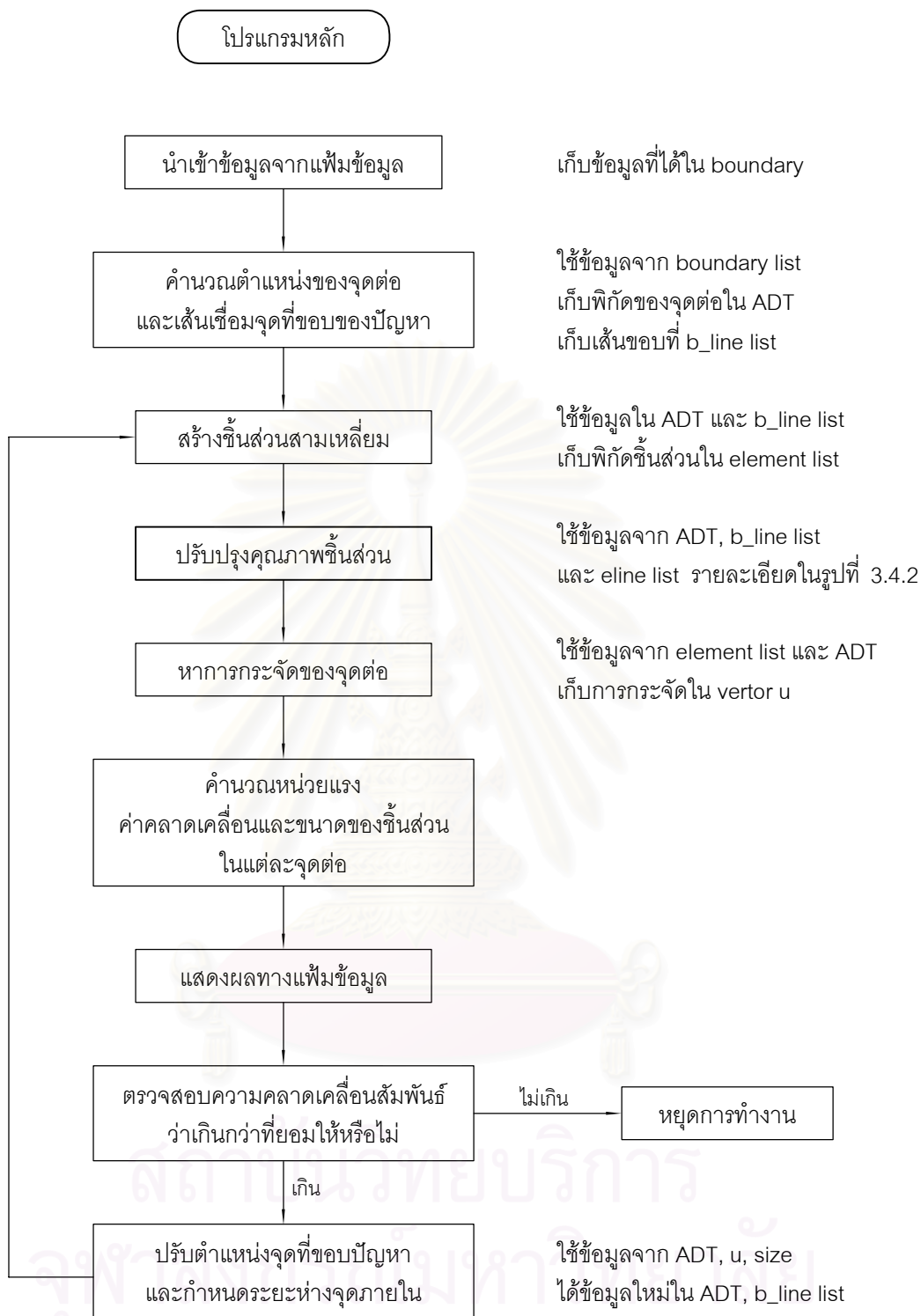


รูปที่ 3.2.2 โครงสร้างข้อมูลชนิดลิงค์ลิสต์

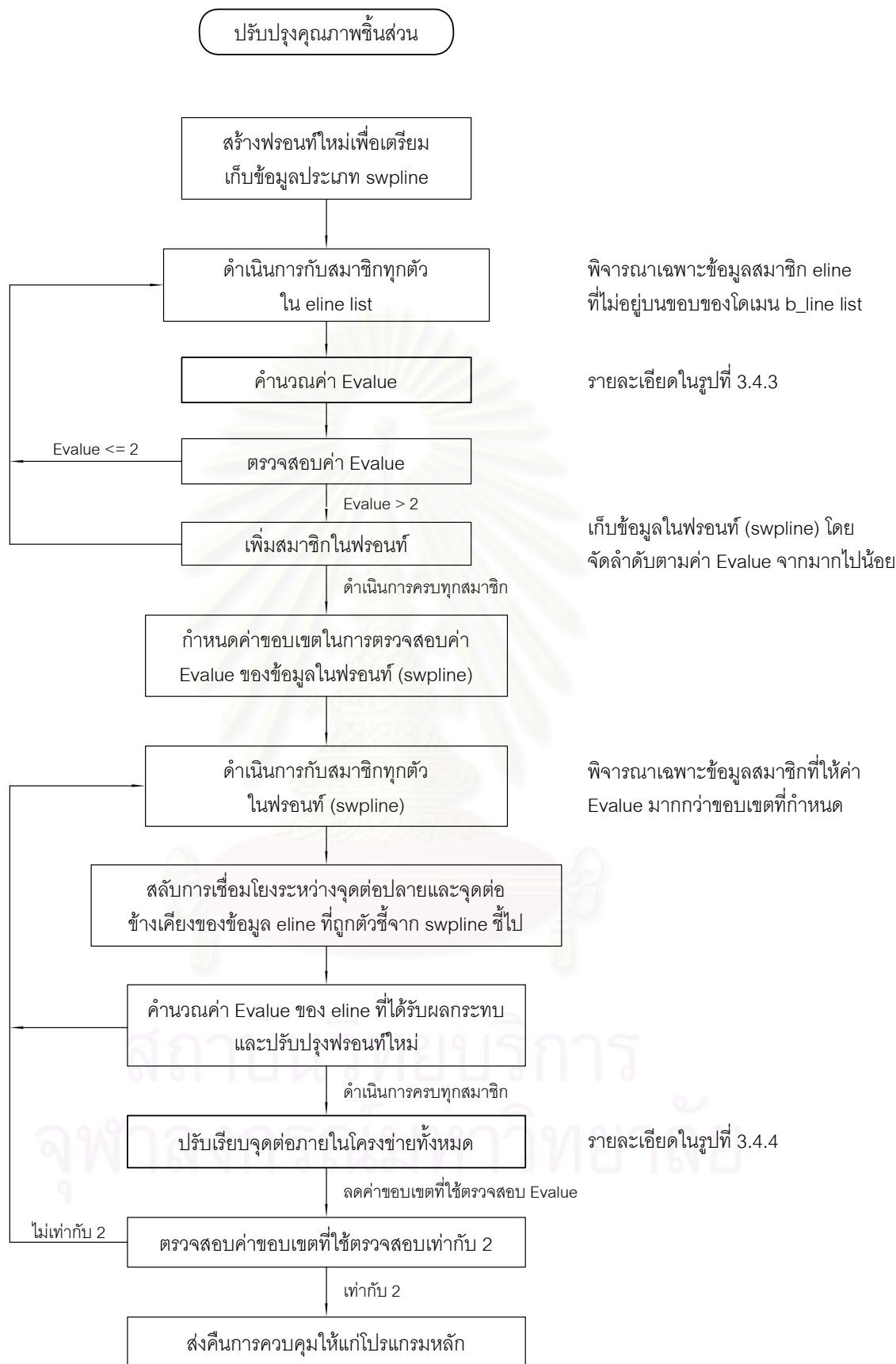
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



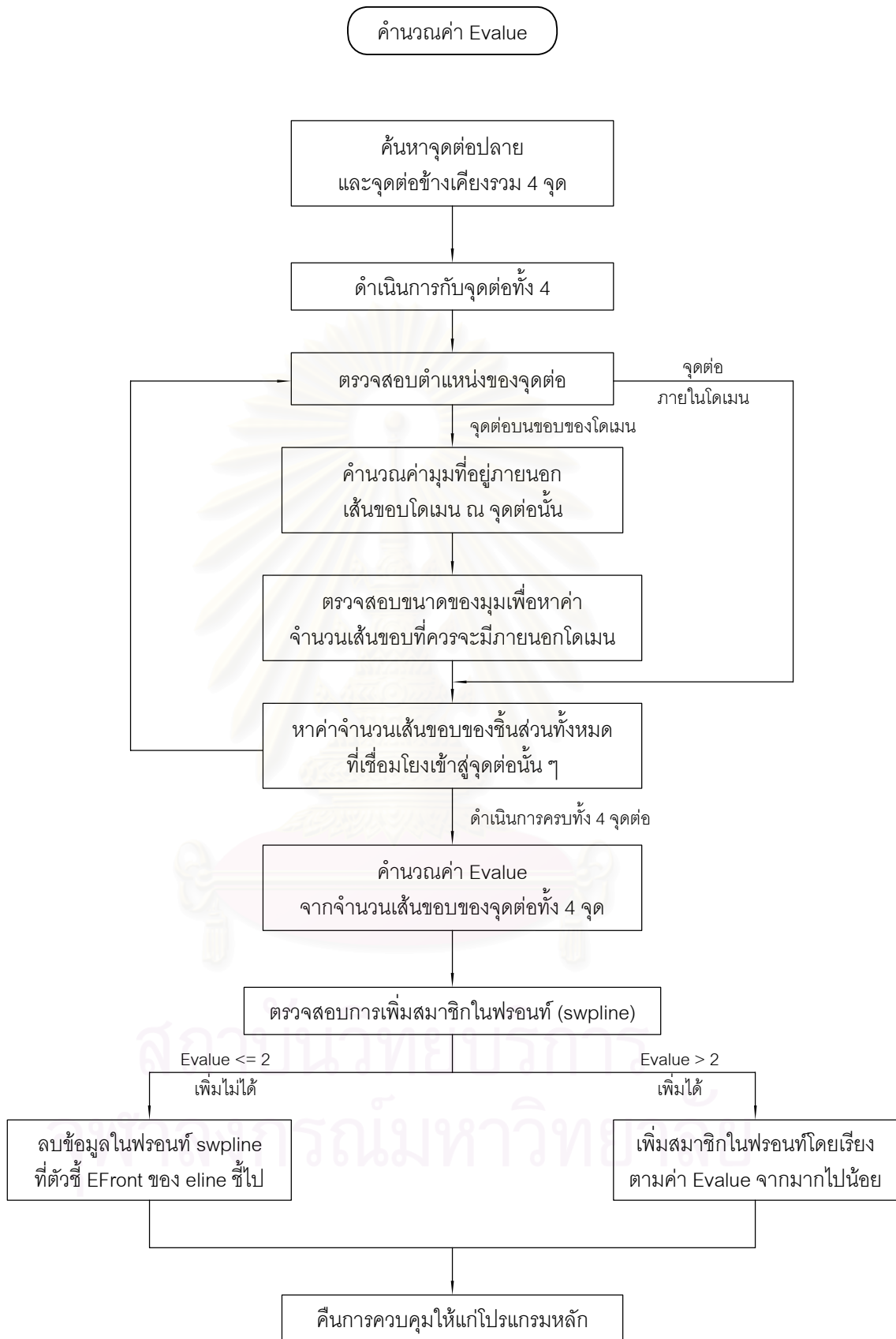
รูปที่ 3.2.3 การจัดเก็บข้อมูลในโครงสร้างข้อมูล ADT



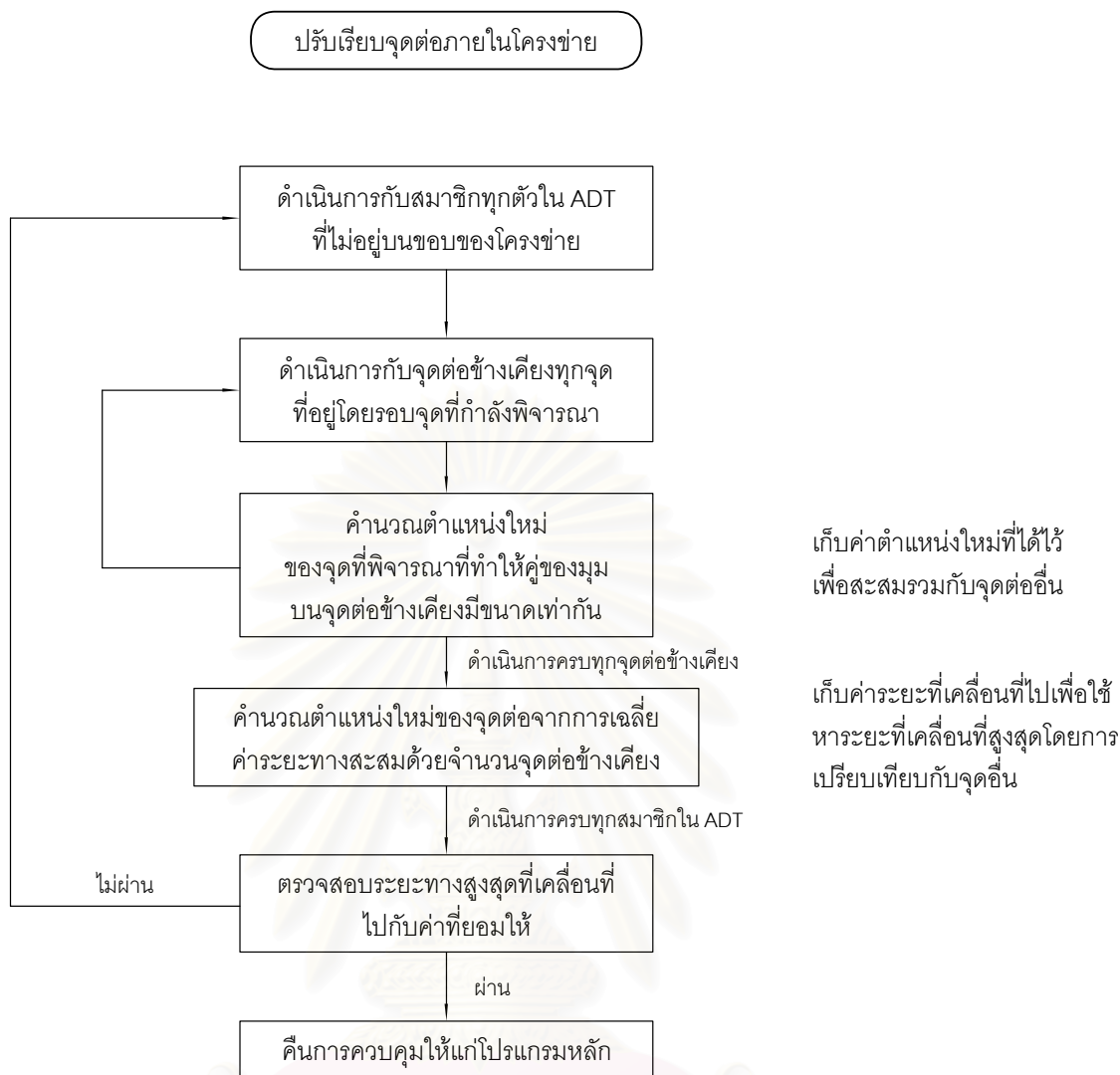
รูปที่ 3.4.1 โครงสร้างการทำงานของโปรแกรมหลัก



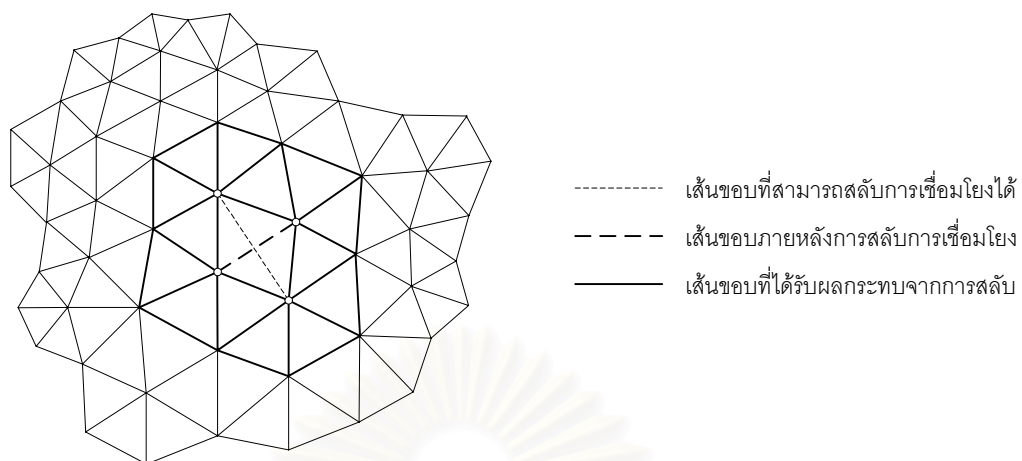
รูปที่ 3.4.2 โครงสร้างการปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วน



รูปที่ 3.4.3 โครงสร้างการคำนวณค่า Evaluate



รูปที่ 3.4.4 โครงสร้างการปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่



รูปที่ 3.4.5 เส้นขอบที่จะต้องคำนวณค่า *Evalue* ใหม่ภายหลังได้รับผลกระทบ
 จากการสลับเส้นขอบ 1 เส้น



รูปที่ 3.4.6 การพิจารณาเส้นขอบชิ้นส่วนทั้งหมดของจุดต่อที่อยู่บนขอบของโดเมน

บทที่ 4

ตัวอย่างการวิเคราะห์ผล

เพื่อเป็นการทดสอบประสิทธิภาพและความน่าเชื่อถือได้ในการทำนาย และกระจายค่าคลาดเคลื่อนของผลเฉลยภายในโครงข่ายชั้นส่วนที่ได้รับการพัฒนาปรับปรุงคุณภาพชั้นส่วน งานวิจัยนี้จึงเลือกตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์ 4 ตัวอย่างด้วยกัน คือ

- 1) แผ่นบางขนาดอนันต์มีรูเจาะที่กึ่งกลางแผ่นและรับแรงดึงแผ่กระจายสม่ำเสมอที่ปลายทั้ง 2 ด้าน
- 2) แผ่นวงกลมบาง รับแรงกระทำเป็นจุด 2 แรง กระทำในทิศทางตรงข้ามผ่านศูนย์กลางของวงกลม
- 3) คานยื่น รับแรงกระทำที่ปลายคานอิสระ
- 4) คานช่วงเดียวมีช่องเปิด รับแรงกระทำเป็นจุด

สำหรับตัวอย่างที่ 1 - 3 เป็นปัญหาที่สามารถหาค่าผลเฉลยแม่นยำตรงได้ ซึ่งมักใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องและประสิทธิภาพในการสร้างชั้นส่วนสามเหลี่ยมของโปรแกรมที่วิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยในตัวอย่างที่ 3 เป็นการวิเคราะห์ปัญหารับแรงดัดเพื่อเป็นการยืนยันความถูกต้องของผลการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นการทดสอบปัญหาในการใช้งานจริงไม่สามารถตรวจสอบผลการวิเคราะห์ที่ได้กับค่าผลเฉลยแม่นยำตรงได้ โดยในการทดสอบโปรแกรมที่ได้รับการพัฒนา ผลการวิเคราะห์ที่ได้จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 จะนำไปเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดชั้นส่วนอัตโนมัติเต็ม ซึ่งใช้การปรับปรุงคุณภาพชั้นส่วนด้วยวิธีการปรับเรียบของลาปลาซทั้งในแง่ของรูปร่างและความต่อเนื่องของชั้นส่วนภายในโครงข่าย การกระจายค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาและค่าผลเฉลยที่ได้จากการวิเคราะห์

4.1 ตัวอย่างที่ 1 ปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง

ตัวอย่างที่ 1 เป็นการวิเคราะห์ปัญหาแผ่นบางขนาดอนันต์มีรูเจาะที่กึ่งกลางแผ่น และรับแรงดึงแผ่กระจายที่ปลายทั้ง 2 ด้าน เนื่องจากเป็นปัญหาที่มีขนาดอนันต์จึงลดรูปให้มีขนาดนับได้ดังแสดงในรูป 4.1.1 (ก) คือมีขนาดกว้าง 40 ซม. ยาว 40 ซม. หนา 0.1 ซม. มีรูเจาะที่กึ่งกลางขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 4 ซม. รับแรงแผ่กระจายตามแนวยาวที่ปลายทั้ง 2 ด้านมีขนาด 1,000 กก./ตร.ซม. วัสดุมีโมดูลัสยืดหยุ่น 2×10^6 กก./ตร.ซม. อัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.3 สามารถสร้างแบบจำลองสำหรับวิเคราะห์ผลโดยอาศัยหลักสมมาตรได้ดังแสดงในรูปที่ 4.1.1 (ข)

กำหนดค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ที่ยอมให้เท่ากับ 0.01 จะได้ผลการวิเคราะห์ทั้งหมด 4 รอบ โดยมีโครงข่ายชั้นส่วนในแต่ละรอบดังแสดงในรูปที่ 4.1.2 จะเห็นว่าชั้นส่วนที่สร้างขึ้นในแต่ละรอบจะมีขนาดต่อเนื่องกัน ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ในรอบปัจจุบันมีค่ามากกว่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ การปรับขนาดชั้นส่วนในรอบถัดไปจะเป็นผลมาจากการตรวจสอบความคลาดเคลื่อนที่จุดต่อต่างๆ ซึ่งใช้ในการคำนวณปรับลดขนาดชั้นส่วนในรอบถัดไป โดยพิจารณาได้จากการกระจายความคลาดเคลื่อนของปัญหาดัง

แสดงในรูปที่ 4.1.3 พบว่าบริเวณที่ให้ความคลาดเคลื่อนสูงจะมีการปรับขนาดชิ้นส่วนในบริเวณนั้นมากเช่นกัน เพื่อให้ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพันธ์ในรอบถัดไปมีการกระจายเท่าๆ กันในทุกบริเวณ

สำหรับการกระจายค่าหน่วยแรงต่างๆ สามารถแสดงได้ในรูปที่ 4.1.4 - 4.1.6 ซึ่งจะมีการต่อเนื่องของเส้นขอบคอนทัวร์ในทุกโครงข่ายชิ้นส่วน เพราะเป็นผลมาจากหน่วยแรงที่จุดต่อที่ได้มีการประมาณจากชิ้นส่วนโดยรอบเรียบร้อยแล้ว เมื่อนำไปเปรียบเทียบกับหน่วยแรงที่คำนวณได้จากผลเฉลยแม่นยำตรงตามแนว AB ในรูปที่ 4.1.1 ได้ผลการเปรียบเทียบในแต่ละโครงข่ายดังแสดงในรูปที่ 4.1.7 - 4.1.9 ซึ่งจะมีลักษณะลู่เข้าสู่ค่าตอบแม่นยำมากขึ้นเมื่อโครงข่ายของชิ้นส่วนมีความละเอียดมากขึ้น และในโครงข่ายสุดท้ายผลเฉลยที่ได้มีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงมาก โดยจะสังเกตเห็นว่าหน่วยแรงในทิศทาง x หลังจากผ่านค่าสูงสุดจะมีค่าลดลงมากกว่าค่าที่ได้จากการคำนวณผลเฉลยแม่นยำตรง และจะลู่เข้าสู่ค่าศูนย์ในบริเวณใกล้จุด B ทั้งนี้เนื่องจากการจำลองแผ่นบางขนาดอนันต์ด้วยแผ่นบางที่มีขนาดนับได้จะมีหน่วยแรงในทิศทาง x เท่ากับศูนย์ที่ขอบของปัญหา ในขณะที่แผ่นบางขนาดอนันต์ไม่มีขอบเมื่อค่าหน่วยแรงลดลงถึงค่าๆ หนึ่งก็จะคงที่ไปตลอด ลักษณะเช่นนี้เกิดขึ้นกับหน่วยแรงในทิศทาง y เช่นกัน โดยที่จุด B หน่วยแรงที่ได้จะมีค่าต่ำกว่าค่าผลเฉลยแม่นยำตรงเล็กน้อยแต่จะส่งผลกระทบต่อในบริเวณแคบๆ ไม่มากเหมือนกับหน่วยแรงในทิศทาง x สำหรับหน่วยแรงเฉือนจะไม่สามารถสังเกตเห็นเพราะผลเฉลยมีค่าเท่ากันทั้งแผ่นบางขนาดอนันต์และแผ่นบางที่มีขนาดนับได้

ในการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์จากกระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติในงานวิจัยนี้กับผลการวิเคราะห์ที่ได้จากกระบวนการปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติเดิม ซึ่งใช้การปรับเรียบด้วยวิธีของลาปลาซ และตั้งเป้าหมายของการปรับขนาดไปที่ค่าเฉลี่ยระหว่างค่าคลาดเคลื่อนปัจจุบันและค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ เพื่อหลีกเลี่ยงการเพิ่มจุดต่อในบริเวณที่ไม่จำเป็น พบว่าได้ผลการวิเคราะห์ทั้งหมด 4 รอบ โดยมีโครงข่ายชิ้นส่วน ค่าการกระจายของหน่วยแรงต่างๆ และค่าการกระจายความคลาดเคลื่อน รวมทั้งผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงในแต่ละรอบ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.1.10 - 4.1.17

ในด้านขนาดและความต่อเนื่องของชิ้นส่วนภายในโครงข่าย พบว่าชิ้นส่วนโดยรวมขนาดความต่อเนื่องกัน มีการสร้างชิ้นส่วนจัดกลุ่มกันในแต่ละบริเวณทำให้การกระจายความคลาดเคลื่อนทำได้ไม่เต็มที่ นั่นคือมีบางบริเวณที่ให้ความคลาดเคลื่อนต่ำแต่ในบางบริเวณยังมีความคลาดเคลื่อนสูงมาก ทำให้ค่าคลาดเคลื่อนสัมพันธ์ที่ใช้เป็นตัวแทนของโครงข่ายในการตรวจสอบกับค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมให้มีประสิทธิภาพไม่ดีเท่าที่ควร ดังจะสังเกตได้จากการกระจายค่าคลาดเคลื่อนที่ให้แผนภาพคอนทัวร์ที่แตกต่างกัน โดยเกิดเป็นหย่อมที่มีค่าคลาดเคลื่อนสูงและต่ำมากกระจายไปทั่ว

เมื่อพิจารณาผลของหน่วยแรงพบว่าคอนทัวร์ของหน่วยแรงต่างๆ ที่บริเวณภายในมีลักษณะเรียกว่าบริเวณใกล้ขอบของปัญหา ต่างจากผลวิเคราะห์ที่ได้จากงานวิจัยนี้ซึ่งจะให้ค่าคอนทัวร์ของหน่วยแรงที่บริเวณภายในและบริเวณขอบมีความต่อเนื่องและเรียบมากกว่า และพบว่าการปรับขนาดชิ้นส่วนโดยการเพิ่มจุดมีการลู่เข้าสู่ค่าคลาดเคลื่อนสัมพันธ์ที่ยอมให้อย่างรวดเร็วเช่นเดียวกับผลการวิเคราะห์ที่ได้ในงานวิจัยนี้ (4 รอบ) ทั้งนี้เนื่องจากค่าคลาดเคลื่อนสัมพันธ์ที่คำนวณได้ในโครงข่ายแรกของงานวิจัยเดิมซึ่งใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซนั้นมีค่าค่อนข้างต่ำ (0.071) ทำให้สามารถปรับเข้าสู่ค่าที่ยอมให้ (0.01) ได้อย่างรวดเร็วแม้ว่าจะใช้วิธีการเฉลี่ยระหว่างค่าคลาดเคลื่อนที่คำนวณได้ในปัจจุบันกับค่าที่ยอมให้ก็ตาม แต่การสร้างความต่อเนื่องของชิ้นส่วน

ภายหลังการเพิ่มจุดทำได้ไม่เป็นที่น่าพอใจนัก ดังสังเกตได้จากชิ้นส่วนในโครงข่ายสุดท้ายไม่ค่อยมีความต่อเนื่องกัน เนื่องจากความสามารถในการปรับเรียบจุดต่อด้วยวิธีของลาปลาซยังทำได้ไม่ดีพอ ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ที่ต้องการพัฒนาให้ดีขึ้นโดยเปลี่ยนมาใช้วิธีการปรับเรียบเชิงมุมแทน

สำหรับการเปรียบเทียบผลเฉลยแม่นยำตรงบริเวณขอบ AB งานวิจัยนี้ยังคงให้ค่าที่ถูกต้อง แม่นยำและต่อเนื่องมากกว่าเช่นกัน ที่เป็นเช่นนี้เพราะงานวิจัยนี้ได้เปลี่ยนรูปแบบการคำนวณค่าหน่วยแรงที่จุดต่อบริเวณขอบของปัญหา จากเดิมใช้การประมาณค่าหน่วยแรงจากจุดต่อด้านในออกมา เปลี่ยนเป็นการเฉลี่ยค่าหน่วยแรงจากชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อนั้นแทน ซึ่งจะให้ค่าหน่วยแรงที่มีความต่อเนื่องระหว่างจุดต่อขอบด้วยกันมากกว่า

ตัวอย่างที่ 2 ปัญหาแผ่นวงกลมบางรับแรงกระทำเป็นจุด

ในตัวอย่างนี้เป็นปัญหาแผ่นวงกลมบางขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 ซม. รับแรงกระทำเป็นจุด 2 แรงในแนวแกน y กระทำในทิศทางตรงกันข้าม ขนาดของแรงเท่ากับ 100 กก. วัสดุมีโมดูลัสยืดหยุ่น 2×10^6 กก.ต่อตร.ซม. และอัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.3 ดังแสดงในรูปที่ 4.2.1 (ก) และโดยอาศัยคุณสมบัติด้านความสมมาตรสามารถจำลองปัญหาได้ดังรูปที่ 4.2.1 (ข) โดยจำลองแรงกระทำให้แผ่กระจายเป็นรูปสามเหลี่ยมเพื่อลดปัญหาเนื่องจากบริเวณที่แรงกระทำเป็นจุดมีความคลาดเคลื่อนมากกว่าในบริเวณอื่นมาก ทำให้การลดขนาดชิ้นส่วนในบริเวณอื่น ๆ ไม่มีผลต่อความคลาดเคลื่อนโดยรวม โดยกำหนดระยะแรงกระทำแผ่กระจายเท่ากับ 4 องศา จากแนวแรงเดิมในที่มีระยะเท่ากับ 0.0698 ซม. จากแนวแกน y ซึ่งอาจจะกำหนดให้มากขึ้นหรือน้อยลงกว่านี้ได้ขึ้นอยู่กับผู้ทำการวิเคราะห์ เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ที่ยอมรับเท่ากับ 0.05 จะได้ผลการวิเคราะห์ทั้งหมด 4 รอบ โดยแสดงโครงข่ายที่ได้ในรูปที่ 4.2.2 - 4.2.9 จะเห็นว่ากรกระจายของชิ้นส่วนยังคงมีความไม่ต่อเนื่องเล็กน้อยในบางบริเวณ ทั้งนี้เนื่องจากหน่วยแรงที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงค่าอย่างรวดเร็วภายในโดเมนของปัญหาทำให้ขั้นตอนการควบคุมการเพิ่มจุดต่อทำได้ลำบาก เพราะการเพิ่มชิ้นส่วนที่น้อยที่สุดคือการแบ่งครึ่งชิ้นส่วน ดังที่ได้กล่าวมาแล้วเมื่อโครงข่ายมีขนาดของชิ้นส่วนที่ใกล้เคียงกับขนาดโครงข่ายที่ความต่อเนื่องที่ยอมรับให้บริเวณกว้าง การปรับลดขนาดจะทำให้ได้ชิ้นส่วนที่มีขนาดละเอียดเกินไปในบริเวณนั้นๆ ดังนั้นเพื่อให้ผลการปรับขนาดในรอบถัดไปมีความเหมาะสมมากขึ้น การกำหนดโครงข่ายเริ่มต้นเพื่อใช้ในการวิเคราะห์จึงมีความจำเป็นที่จะต้องกำหนดให้สอดคล้องกับความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับในแต่ละปัญหา เพราะจะส่งผลต่อการทำนายและกระจายค่าความคลาดเคลื่อนในรอบถัดไปในรูปแบบของการเพิ่มจุดต่อเพียงอย่างเดียว โดยไม่สามารถลบจุดต่อที่เคยสร้างไว้ในรอบที่แล้วได้ ซึ่งเป็นข้อจำกัดของงานวิจัยนี้

เมื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับงานวิจัยเดิมซึ่งใช้การปรับเรียบด้วยวิธีของลาปลาซ และปรับขนาดโดยตั้งเป้าหมายไปที่ค่าเฉลี่ย พบว่าใช้การวิเคราะห์ทั้งหมด 7 รอบ ดังแสดงในรูปที่ 4.2.10 - 4.2.17 โดยงานวิจัยนี้ยังคงให้โครงข่ายที่มีความต่อเนื่องของชิ้นส่วนมากกว่าและมีการกระจายค่าคลาดเคลื่อนที่ดีกว่าด้วย โดยพิจารณาได้จากคอนทัวร์ของค่าคลาดเคลื่อนทั่วทั้งโดเมนที่มีค่าเปลี่ยนแปลงไม่มากนัก

สำหรับคอนทอร์มของหน่วยแรงบริเวณที่รับแรงกระทำ จะมีการกระจายของเส้นชั้นคอนทอร์มที่ค่อนข้างชันมาก ทำให้มีการปรับขนาดชิ้นส่วนบริเวณนี้มากเช่นกัน ผลการวิเคราะห์ที่ได้จากงานวิจัยนี้ สามารถลดจำนวนรอบลงได้เกือบครึ่งหนึ่งจากจำนวนรอบของการปรับขนาดในงานวิจัยเดิม โดยยังคงรักษาความต่อเนื่องของชิ้นส่วนภายในโครงข่ายได้อย่างสม่ำเสมอ

หน่วยแรงที่เกิดขึ้นตามแนว AB เมื่อเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงพบว่าผลการวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้ให้ค่าหน่วยแรงที่มีค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 5 เปอร์เซ็นต์ มีการลู่เข้าของผลเฉลยที่รวดเร็วและมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงมาก ในขณะที่งานวิจัยชิ้นก่อนยังคงมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นอย่างเห็นได้ชัด

ตัวอย่างที่ 3 ปัญหาคานยื่น รับแรงกระทำที่ปลายอิสระ

ในตัวอย่างนี้เป็นการวิเคราะห์ปัญหาหับแรงดัด โดยสามารถตรวจสอบผลการวิเคราะห์ที่ได้ทั้งในด้านหน่วยแรงและระยะการเคลื่อนที่กับผลเฉลยแม่นยำตรง เพื่อยืนยันความถูกต้องของผลการวิเคราะห์ก่อนจะนำไปใช้วิเคราะห์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกัน (รับแรงดัด) ในตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นปัญหาการใช้งานจริง ไม่มีผลเฉลยแม่นยำตรง โดยลักษณะของปัญหาที่ใช้วิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 3 นี้เป็นคานยื่นมีความยาว 300 ซม. ลึก 30 ซม. และกว้าง 20 ซม. กำหนดค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ 2.634×10^5 กก.ต่อ ซม. และมีอัตราส่วนปัวซอง 0.22 รับแรงกระทำที่ปลายคานด้านอิสระ 1,000 กก. ดังแสดงในรูปที่ 4.3.1 (ก) โดยจำลองแรงกระทำให้กระจายทั่วทั้งหน้าตัดคาน ดังแสดงในรูปที่ 4.3.1 (ข)

กำหนดความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ที่ยอมให้เท่ากับ 0.05 จะได้ผลการวิเคราะห์ทั้งหมด 4 รอบ โดยแสดงโครงข่ายสุดท้ายในรูปที่ 4.3.2 (ก) และแสดงคอนทอร์มของหน่วยแรงในแนวแกน x รวมทั้งแสดงการเคลื่อนไปของเส้นขอบโดยรอบคานในโครงข่ายสุดท้าย ดังรูปที่ 4.3.2 (ข) และ 4.3.2 (ค) ตามลำดับ

เมื่อตรวจสอบหน่วยแรงในแนวแกน x ตลอดความยาวช่วงล่างของคานกับผลเฉลยแม่นยำตรง แสดงในรูปที่ 4.3.3 พบว่าผลการวิเคราะห์ที่ได้ยังคงมีความคลาดเคลื่อนอยู่เล็กน้อย ทั้งนี้เนื่องจากกำหนดให้ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์โดยรวมมีค่าไม่เกิน 0.05 และจะมีมากขึ้นบริเวณใกล้กับจุดรองรับ ในขณะที่การเปรียบเทียบค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวแกน x และแนวแกน y กับผลเฉลยแม่นยำตรงบริเวณช่วงล่างของคาน ดังแสดงในรูปที่ 4.3.4 พบว่าค่าที่ได้มีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงมาก

จากตัวอย่างที่ผ่านมาทั้ง 3 ตัวอย่าง ทำให้มั่นใจได้ว่าการใช้งานโปรแกรมไฟไนต์เอเมนต์ที่ปรับขนาดชิ้นส่วนอัตโนมัติในงานวิจัยนี้กับปัญหาในการใช้งานจริง จะให้ผลการวิเคราะห์ที่ถูกต้อง นำเชื่อถือได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับข้อกำหนดค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ที่ยอมให้ และการจำลองปัญหาที่จะใช้วิเคราะห์ให้เหมาะสมกับลักษณะที่เกิดขึ้นจริง

ตัวอย่างที่ 4 ปัญหาคานช่วงเดียวมีช่องเปิด รับแรงกระทำเป็นจุด

ตัวอย่างการวิเคราะห์ปัญหาที่มีค่าหน่วยแรงเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วตลอดทั้งโดเมน และมีหลายบริเวณที่ให้ค่าคลาดเคลื่อนสูง ทำให้ยากแก่การกระจายค่าคลาดเคลื่อนให้เท่ากันทั่วทั้งโดเมน ซึ่งจะมีผลต่อการเพิ่มจุดเพื่อปรับขนาดขึ้นส่วนนั้นได้แสดงโดยการวิเคราะห์คานขนาด 300 ซม. ลึก 40 ซม. หนา 20 ซม. มีฐานรองรับแบบธรรมดาและรับแรงกระทำเป็นจุด ถูกออกแบบให้มีช่องเปิดภายในคาน 2 ช่อง ขนาดช่องละ 40×18 ซม. เจาะห่างจากขอบบนและขอบล่างคานด้านละ 11 ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.4.1 (ก) แต่เนื่องจากการจำลองแบบคานให้มีรูเจาะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจะทำให้ค่าคลาดเคลื่อนบริเวณที่เป็นจุดต่อมุมฉากสูงมาก เมื่อปรับขนาดจึงมีการปรับขนาดเฉพาะในบริเวณนี้เท่านั้นทำให้การปรับขนาดขึ้นส่วนที่บริเวณอื่นทำได้ไม่ดี ผลเฉลยที่ได้ในบางบริเวณยังคงมีความคลาดเคลื่อนสูง การแก้ปัญหาเช่นนี้จึงทำได้เช่นเดียวกับการจำลองแรงกระทำเป็นจุดให้เป็นแรงกระทำแบบแผ่รูปสามเหลี่ยม นั่นคือพยายามหลีกเลี่ยงการสร้างจุดต่อที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าหน่วยแรงกับจุดข้างเคียงที่แตกต่างกันมาก โดยการจำลองช่องเปิดบริเวณมุมฉากให้เป็นส่วนของเส้นโค้ง รัศมี 3 ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.4.1 (ข)

กำหนดค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ที่ยอมให้กับ 0.05 จะได้ผลการวิเคราะห์จากงานวิจัยนี้เท่ากับ 5 รอบ โดยมีโครงข่ายขึ้นส่วนดังแสดงเฉพาะบางโครงข่ายในรูปที่ 4.4.2 โดยแสดงภาพขยายการสร้างขึ้นส่วนบริเวณช่องเปิดทั้งสองและบริเวณขอบภายในช่องเปิดซึ่งมีความคลาดเคลื่อนสูงยังคงมีความต่อเนื่องกัน แม้ว่าจะมีจำนวนขึ้นส่วนและจุดต่อที่หนาแน่นมากก็ตาม ดังแสดงในรูปที่ 4.4.3

จะเห็นว่าจำนวนรอบในการปรับขนาดมีมากกว่า 3 ตัวอย่างที่ผ่านมา เนื่องจากขึ้นส่วนบริเวณรอยต่อระหว่างจุดสิ้นสุดของฐานรองรับและขึ้นส่วนปกติที่ไม่มีฐานรองรับ จะมีความคลาดเคลื่อนจำนวนหนึ่งที่สูงกว่าบริเวณอื่น ๆ โดยสังเกตได้จากคอนทัวร์ของหน่วยแรงในบริเวณที่เริ่มมีฐานรองรับจะเปลี่ยนแปลงเส้นชั้นรวดเร็วมากและมีลักษณะเป็นหย่อมขนาดเล็ก ดังในรูปที่ 4.4.4 (ก) ทำให้ต้องปรับขนาดขึ้นส่วนเพื่อลดค่าคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงอย่างรวดเร็วระหว่างขึ้นส่วนที่ติดกัน จนกระทั่งอยู่ภายในค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมให้

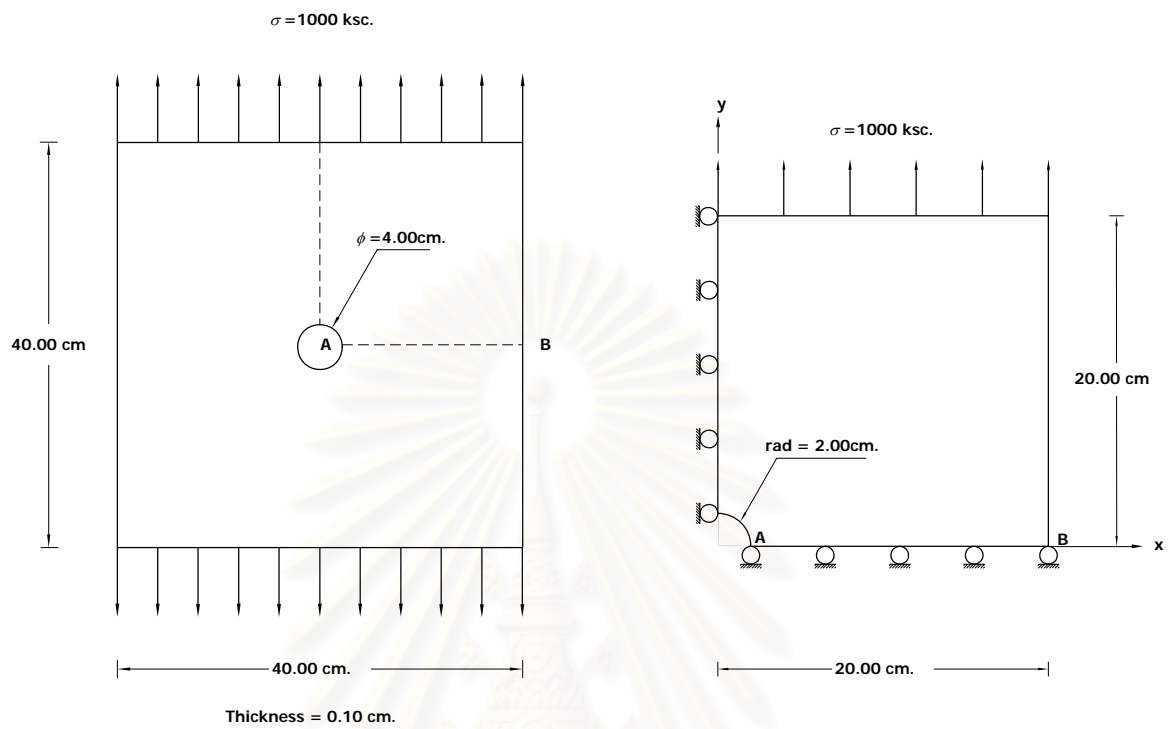
ผลการวิเคราะห์หน่วยแรงในแนวแกน x ในโครงข่ายสุดท้ายจากการกำหนดค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมให้เท่ากับ 0.05 แสดงในรูปที่ 4.4.5 โดยหน่วยแรงในแนวแกน x ที่เกิดขึ้นบริเวณขอบบนของคานมีความต่อเนื่องกันดีและจะเกิดหน่วยแรงอัดในทิศทาง x เท่านั้นโดย (หน่วยแรงในแนวแกน y และหน่วยแรงเฉือนบริเวณขอบบนตลอดความยาวของคานเท่ากับศูนย์จึงไม่นำมาแสดง)

นอกจากนี้ ในรูปที่ 4.4.4 (ข) ได้แสดงระยะการเคลื่อนที่ในโครงข่ายสุดท้ายจากการกำหนดเงื่อนไขการจำลองปัญหา โดยมีการขยายระยะการเคลื่อนที่เป็น 500 เท่าจากระยะที่เคลื่อนไปจริงและแสดงกราฟการเคลื่อนที่บริเวณขอบล่างคานในรูปที่ 4.4.6

จากตัวอย่างการวิเคราะห์ที่ค่าความคลาดเคลื่อนต่างๆ แสดงให้เห็นว่าในการกำหนดความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับให้ควรที่จะพิจารณาลักษณะของปัญหาให้ดี โดยในปัญหาที่หน่วยแรงมีการเปลี่ยนแปลงตลอดทั้งพื้นที่ ควรกำหนดความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับให้ค่อนข้างสูงเพื่อตรวจสอบแนวโน้มการลู่เข้าของผลเฉลยและเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์ เพราะหากกำหนดให้มีค่าต่ำมากๆ อาจทำให้ปัญหามีขนาดใหญ่เกินไปจนกระทั่งผลการวิเคราะห์ซึ่งใช้วิธีการแก้สมการโดยการทำซ้ำ มีการสะสมความคลาดเคลื่อนมากจนผลที่ได้มีความคลาดเคลื่อนสะสมสูงกว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับให้โดยไม่รู้ตัว ดังนั้นควรกำหนดความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ที่ยอมรับให้ 1–5 เปอร์เซ็นต์สำหรับปัญหาที่หน่วยแรงมีลักษณะค่อนข้างคงที่เป็นบริเวณกว้าง และประมาณ 5 เปอร์เซ็นต์ สำหรับปัญหาที่มีการเปลี่ยนแปลงของค่าหน่วยแรงตลอดโดเมนก็จะได้ผลการวิเคราะห์ที่มีความถูกต้องมากขึ้น และถ้าต้องการผลการวิเคราะห์ที่มีความแม่นยำกว่านี้ ควรใช้ชิ้นส่วนที่มีกำลังของพหุนามสูงขึ้น



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

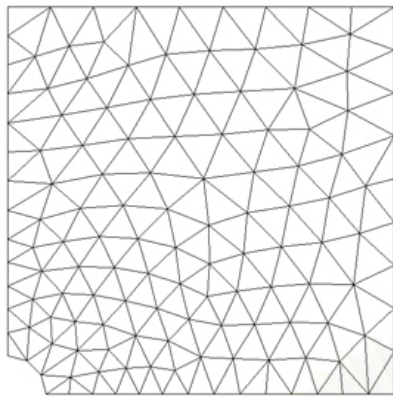


(ก) แผ่นบางมีรูเจาะรับแรงดึงหัวท้าย

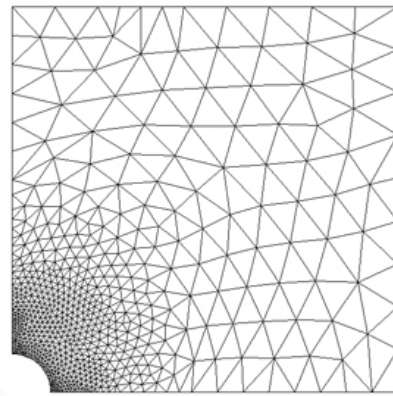
(ข) แบบจำลองการวิเคราะห์

รูปที่ 4.1.1 ปัญหาแผ่นบางรับแรงดึงและแบบจำลองการวิเคราะห์

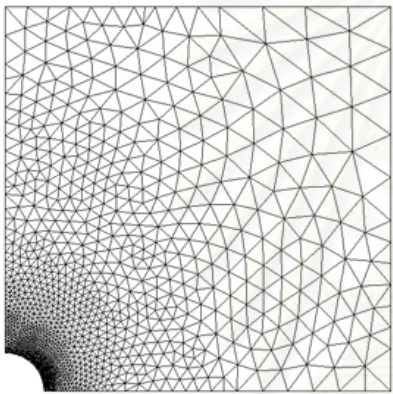
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



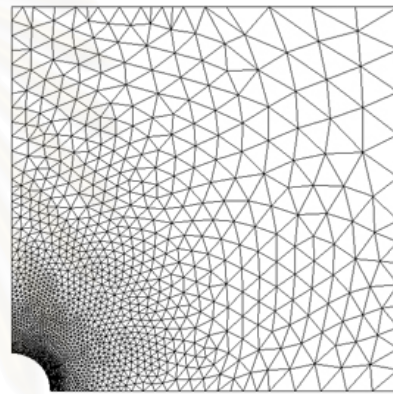
Mesh 1 $\eta=0.0756$ Ne=230 Nn=140



Mesh 2 $\eta=0.0181$ Ne=1288 Nn=710



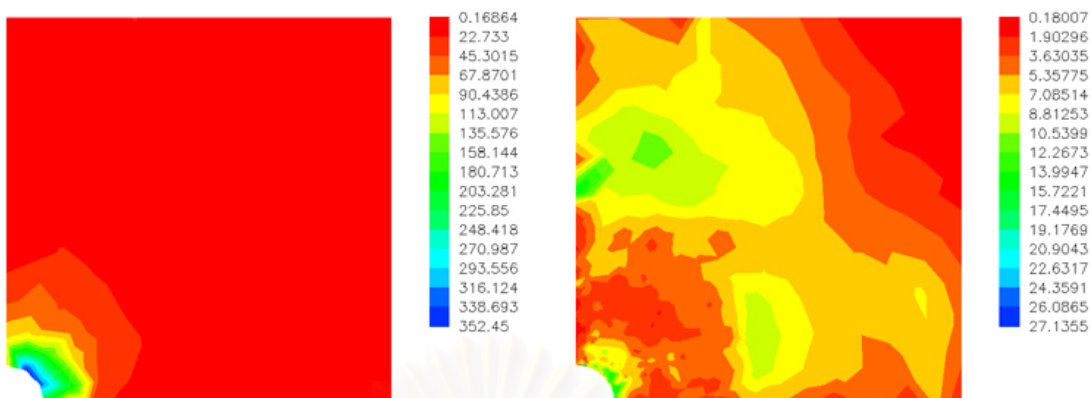
Mesh 3 $\eta=0.0110$ Ne=2911 Nn=1553



Mesh 4 $\eta=0.0098$ Ne=3482 Nn=1848

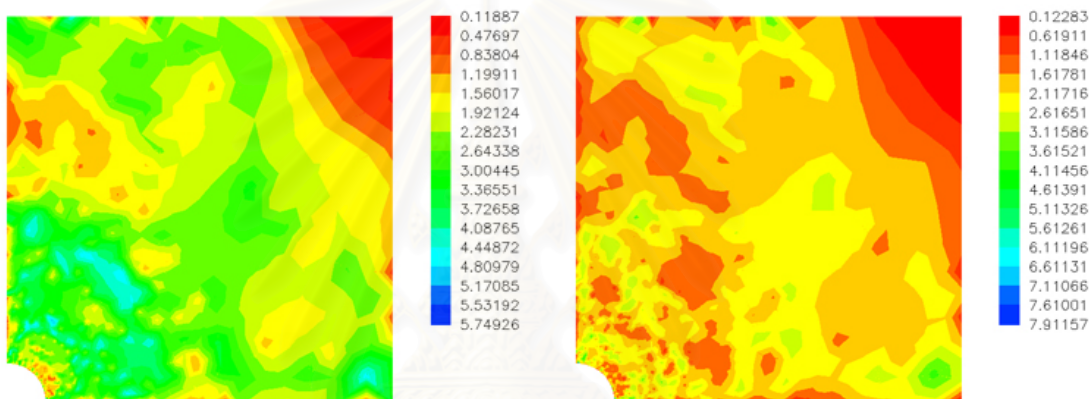
รูปที่ 4.1.2 โครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมในปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\eta=0.0756$ Ne=230 Nn=140

Mesh 2 $\eta=0.0181$ Ne=1288 Nn=710

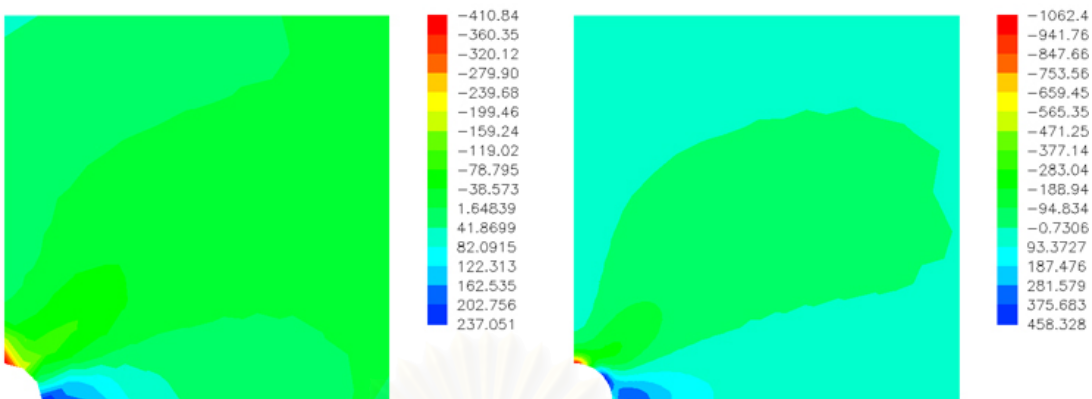


Mesh 3 $\eta=0.0110$ Ne=2911 Nn=1553

Mesh 4 $\eta=0.0098$ Ne=3482 Nn=1848

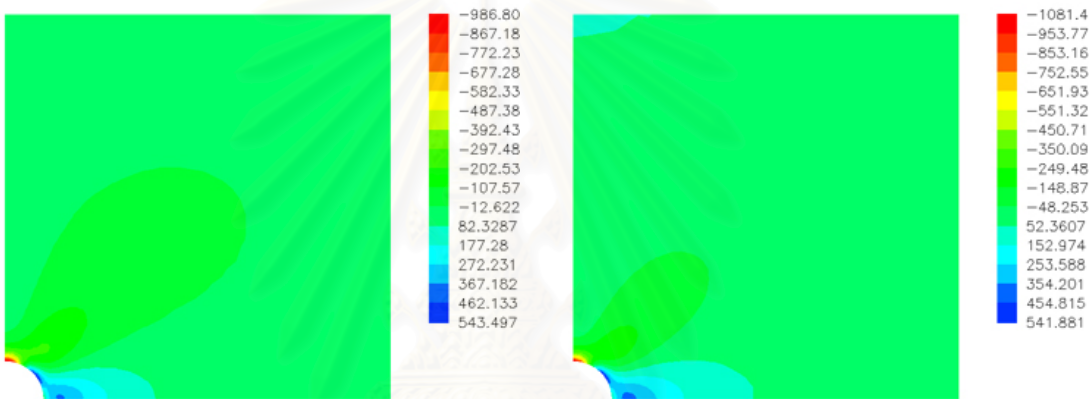
รูปที่ 4.1.3 การกระจายค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\eta=0.0756$ Ne=230 Nn=140

Mesh 2 $\eta=0.0181$ Ne=1288 Nn=710

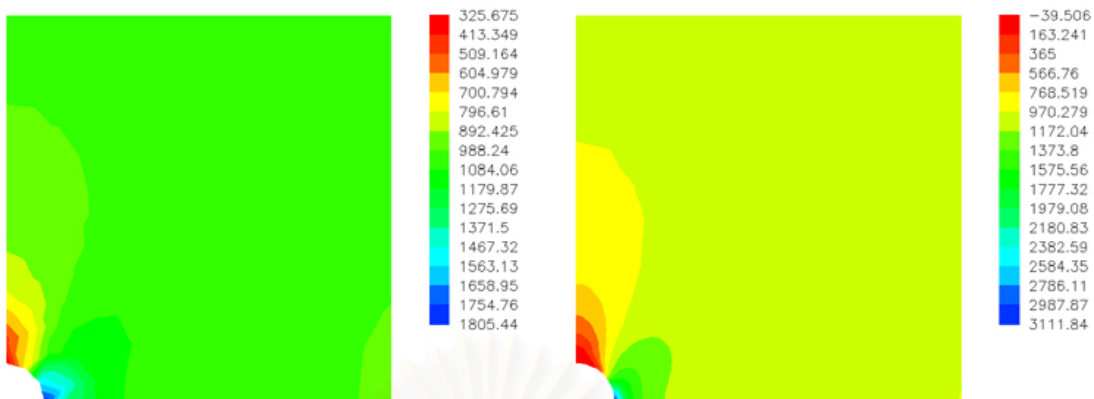


Mesh 3 $\eta=0.0110$ Ne=2911 Nn=1553

Mesh 4 $\eta=0.0098$ Ne=3482 Nn=1848

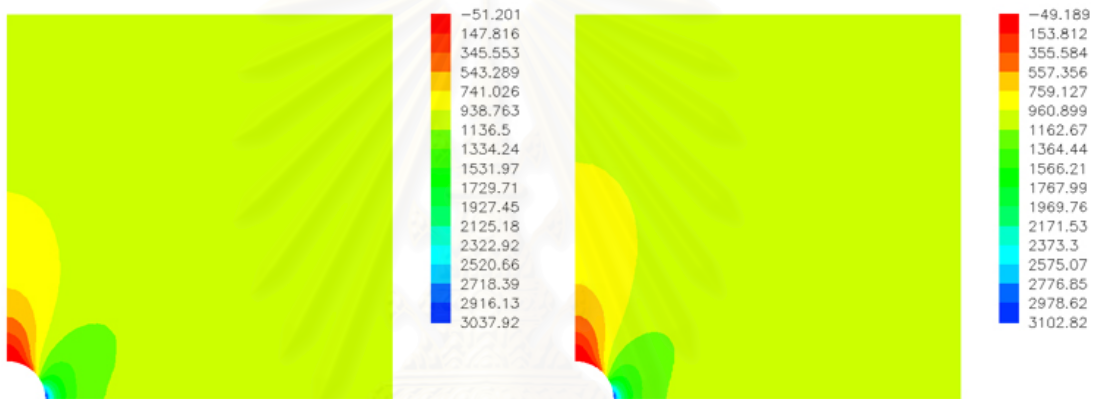
รูปที่ 4.1.4 การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง x ของปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\eta=0.0756$ Ne=230 Nn=140

Mesh 2 $\eta=0.0181$ Ne=1288 Nn=710

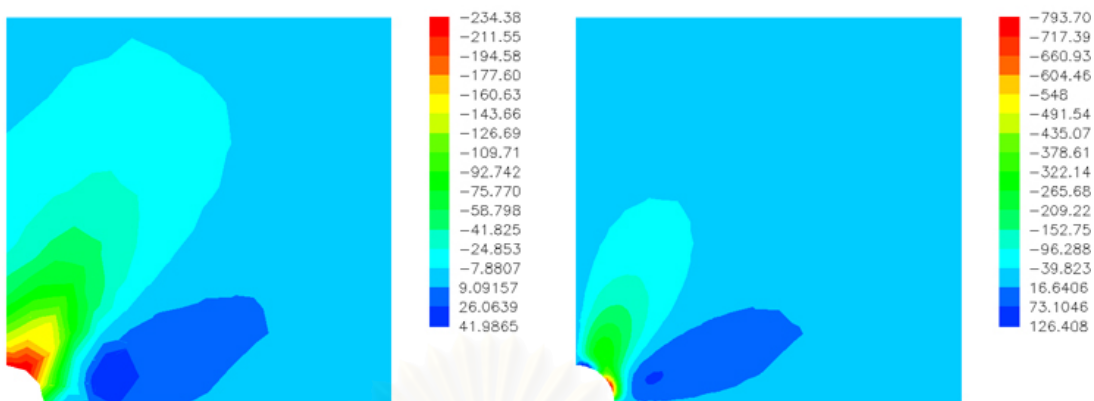


Mesh 3 $\eta=0.0110$ Ne=2911 Nn=1553

Mesh 4 $\eta=0.0098$ Ne=3482 Nn=1848

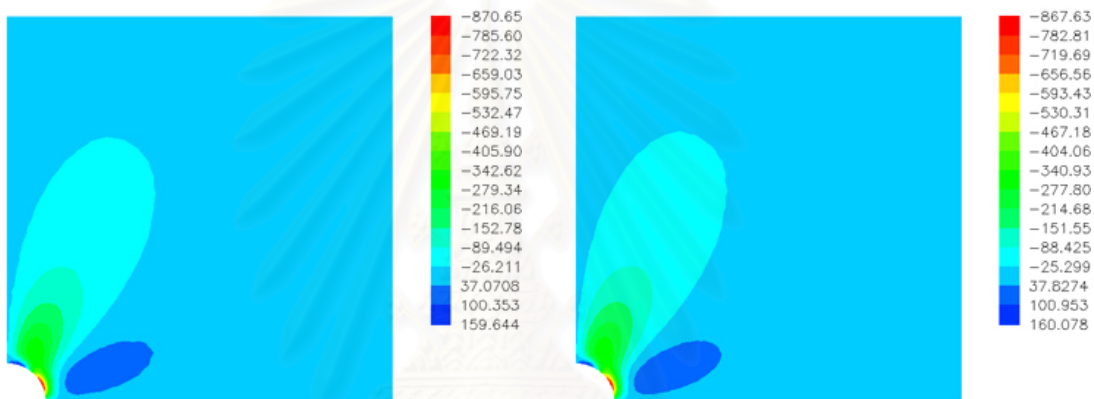
รูปที่ 4.1.5 การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง y ของปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\eta=0.0756$ Ne=230 Nn=140

Mesh 2 $\eta=0.0181$ Ne=1288 Nn=710

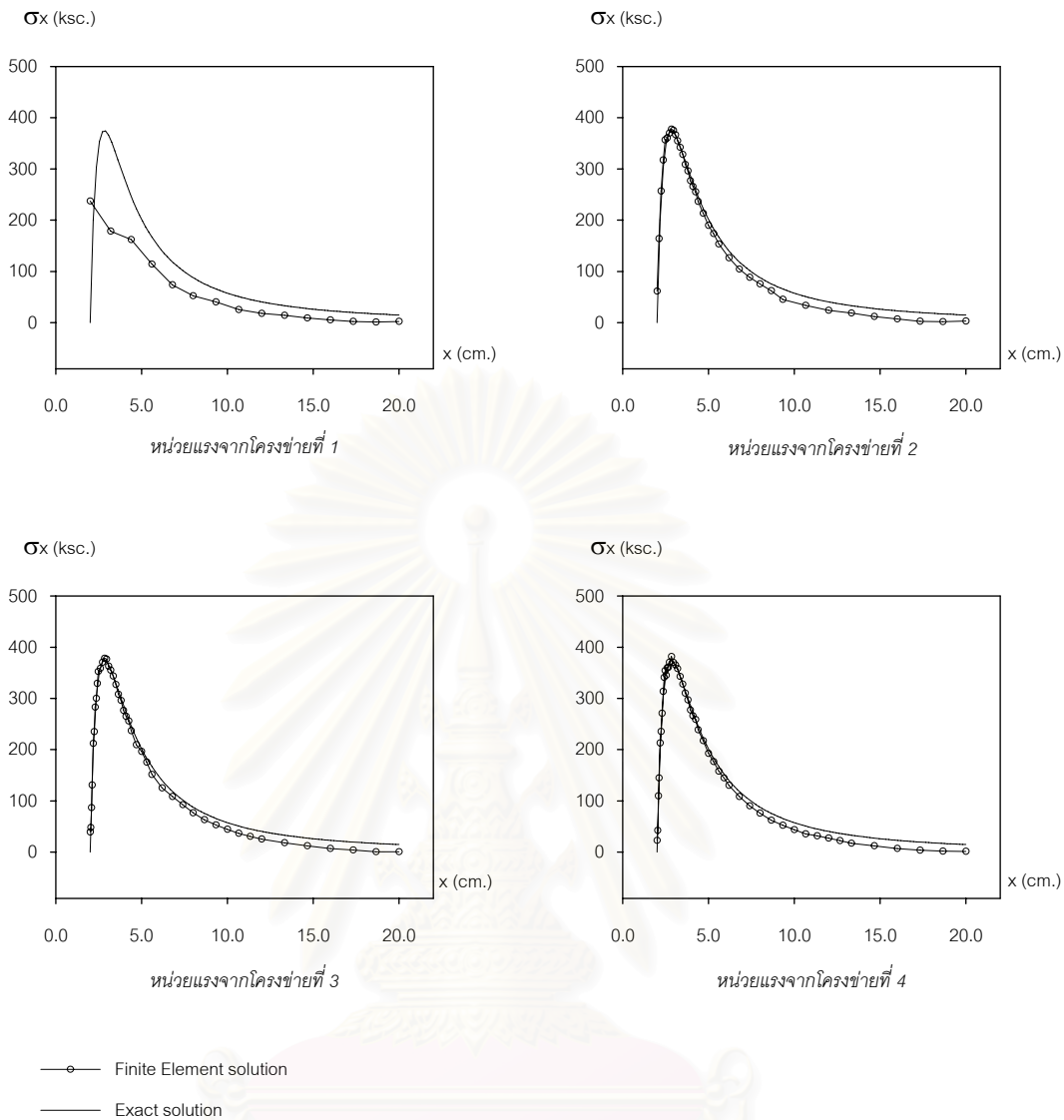


Mesh 3 $\eta=0.0110$ Ne=2911 Nn=1553

Mesh 4 $\eta=0.0098$ Ne=3482 Nn=1848

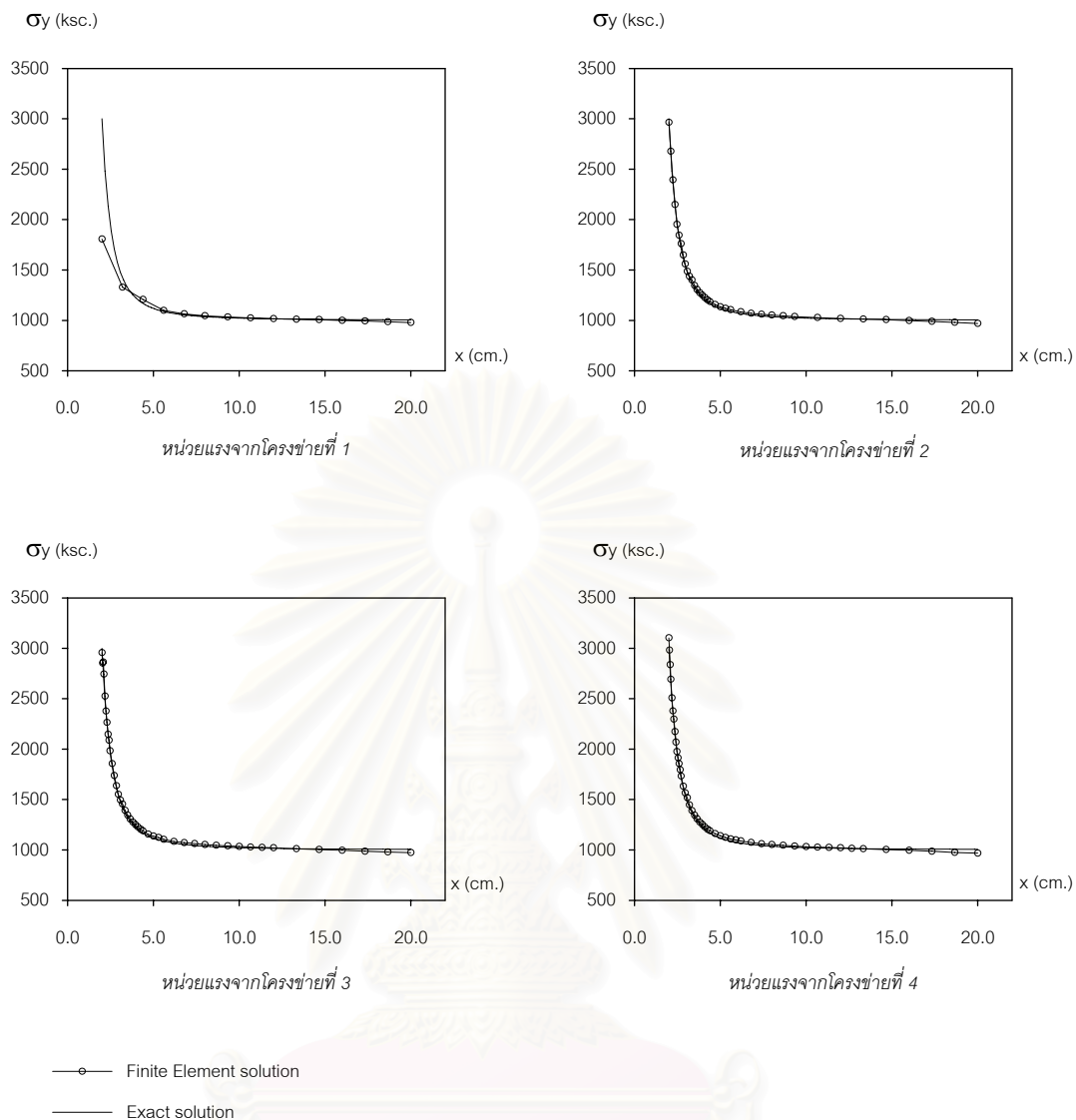
รูปที่ 4.1.6 การกระจายของหน่วยแรงเฉือนของปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่ง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



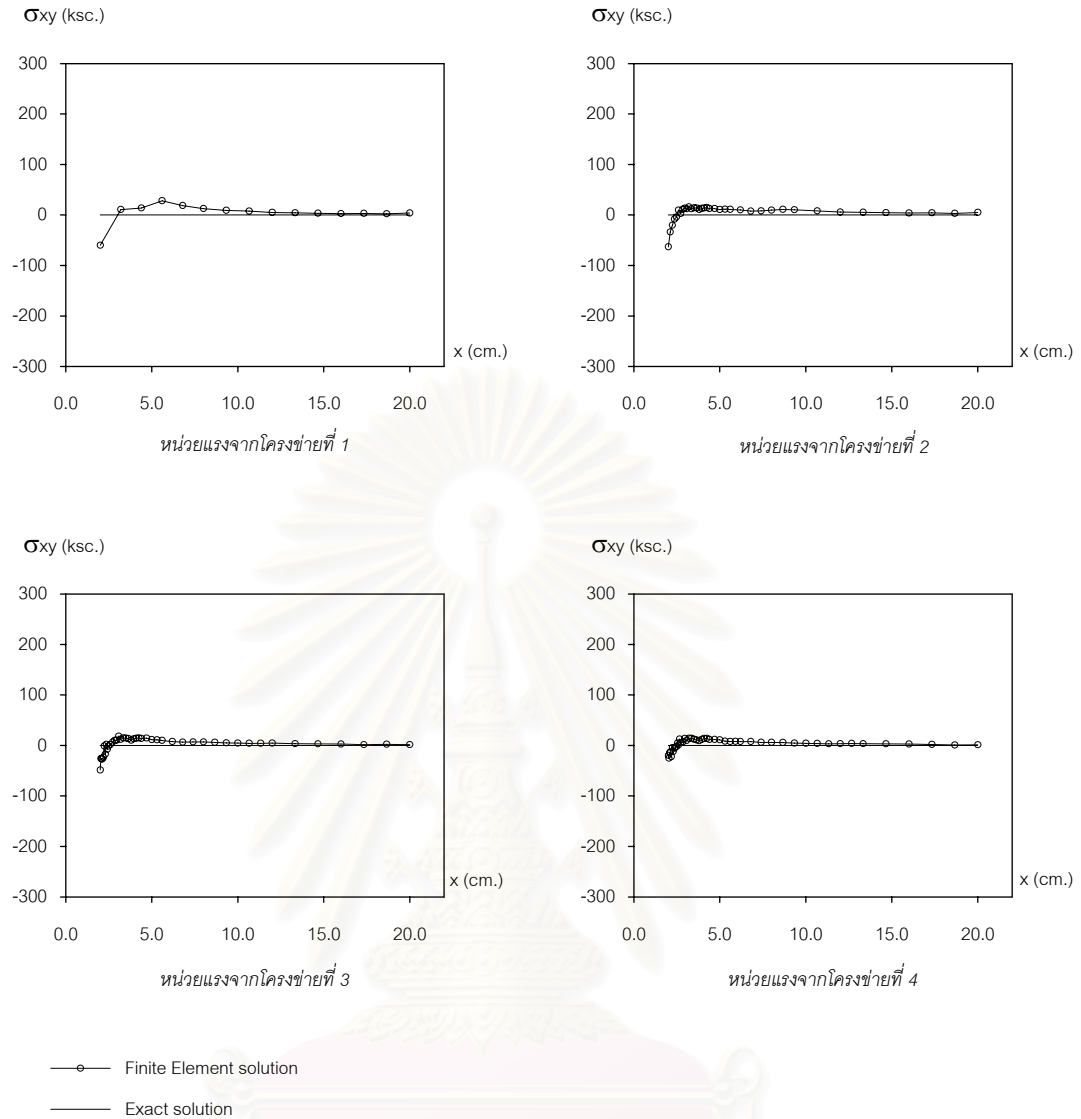
รูปที่ 4.1.7 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง x ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่ง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



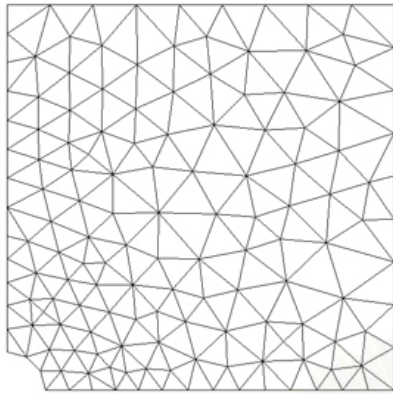
รูปที่ 4.1.8 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง y ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดึงที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

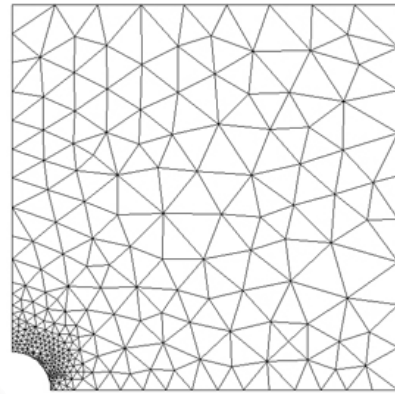


รูปที่ 4.1.9 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงเฉือนตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่ง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีรับเรียบเชิงมุม

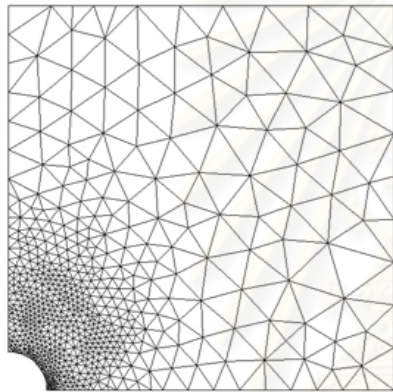
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



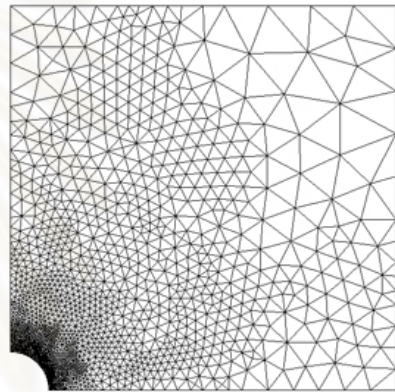
Mesh 1 $\eta=0.0710$ Ne=250 Nn=150



Mesh 2 $\eta=0.0301$ Ne=553 Nn=316



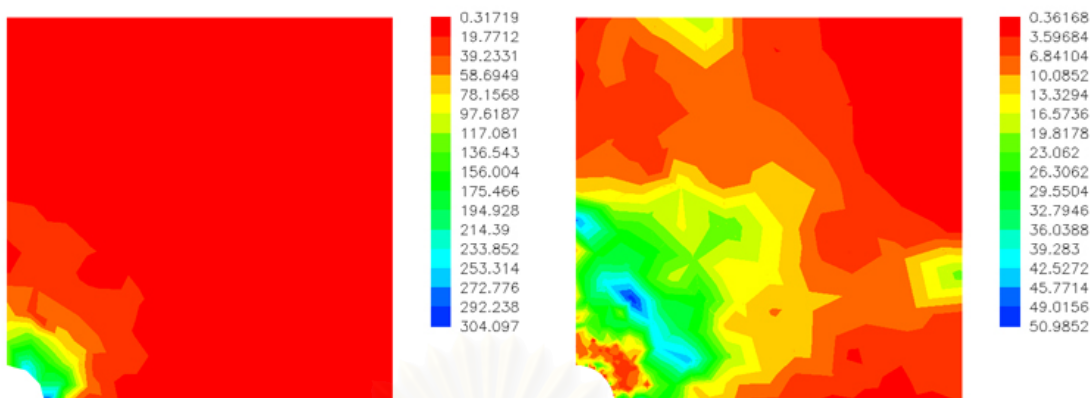
Mesh 3 $\eta=0.0178$ Ne=1295 Nn=702



Mesh 4 $\eta=0.0098$ Ne=3979 Nn=2079

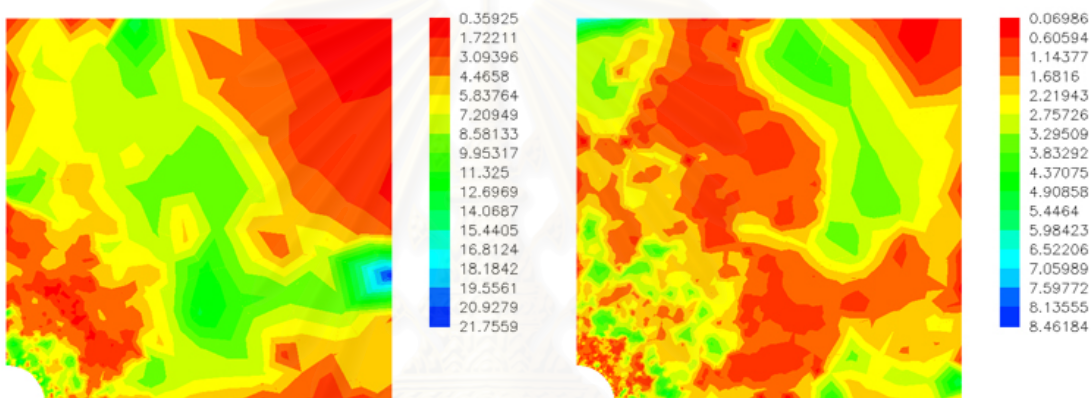
รูปที่ 4.1.10 โครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมในปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\eta=0.0710$ Ne=250 Nn=150

Mesh 2 $\eta=0.0301$ Ne=553 Nn=316

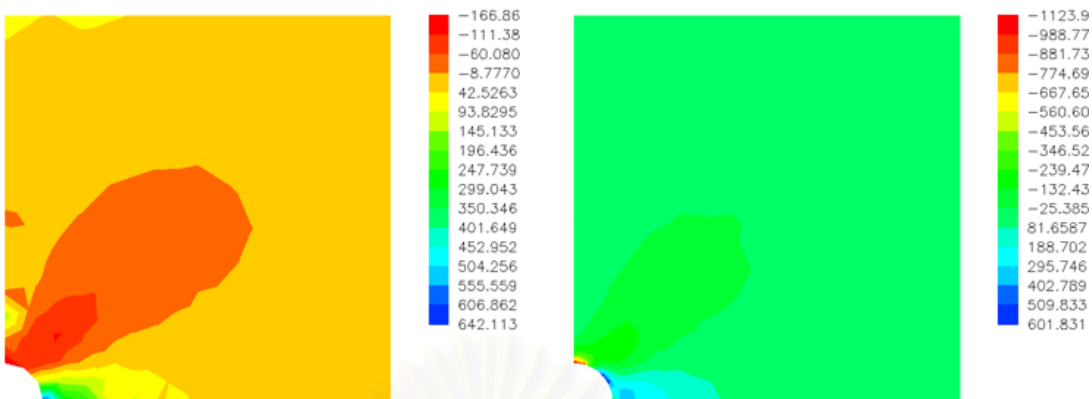


Mesh 3 $\eta=0.0178$ Ne=1295 Nn=702

Mesh 4 $\eta=0.0098$ Ne=3979 Nn=2079

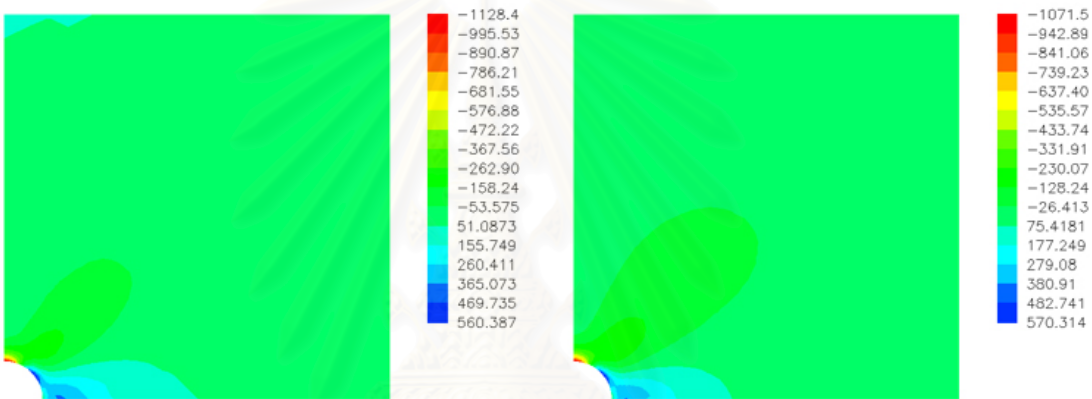
รูปที่ 4.1.11 การกระจายค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\eta=0.0710$ Ne=250 Nn=150

Mesh 2 $\eta=0.0301$ Ne=553 Nn=316

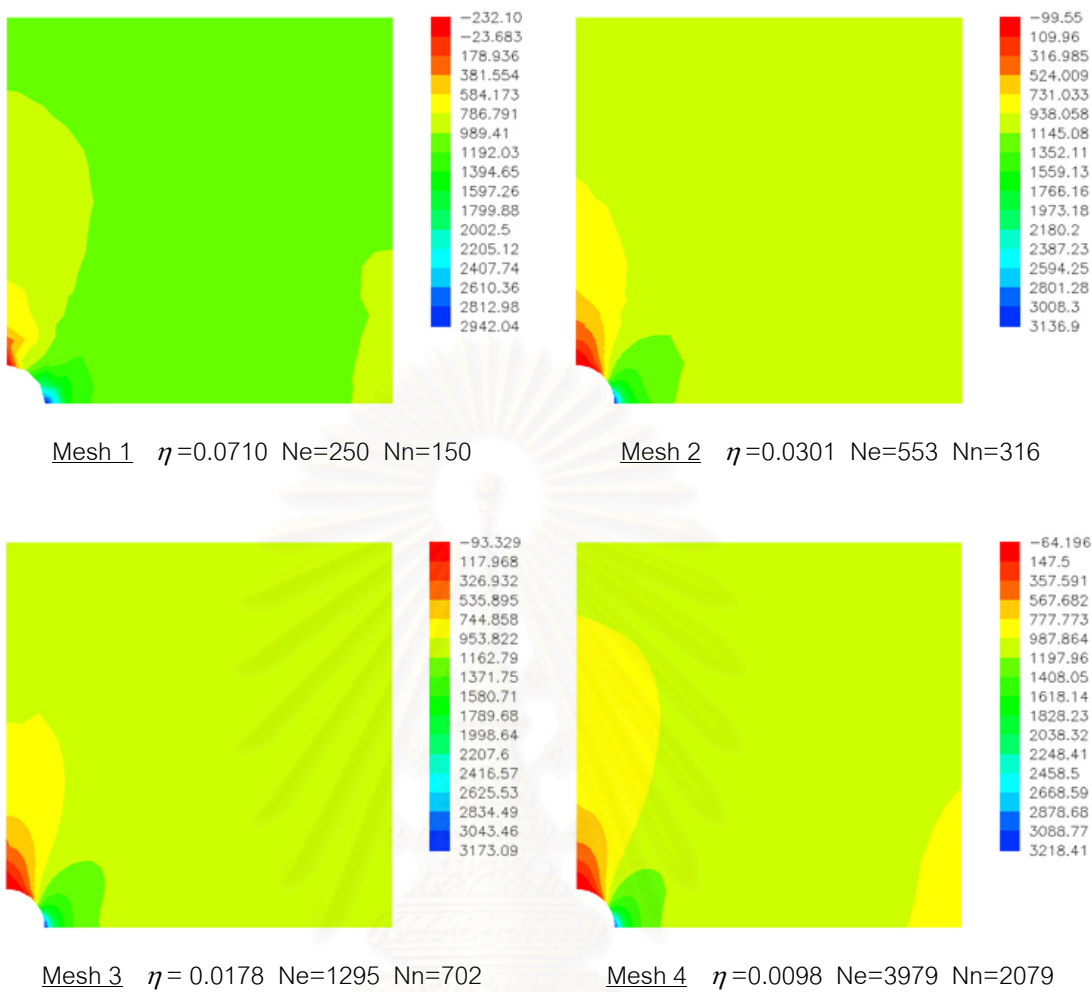


Mesh 3 $\eta=0.0178$ Ne=1295 Nn=702

Mesh 4 $\eta=0.0098$ Ne=3979 Nn=2079

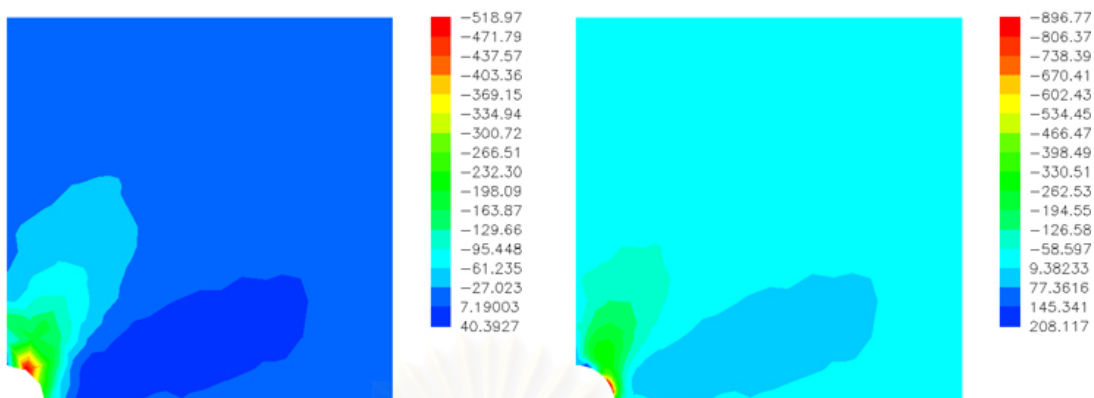
รูปที่ 4.1.12 การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง x ของปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



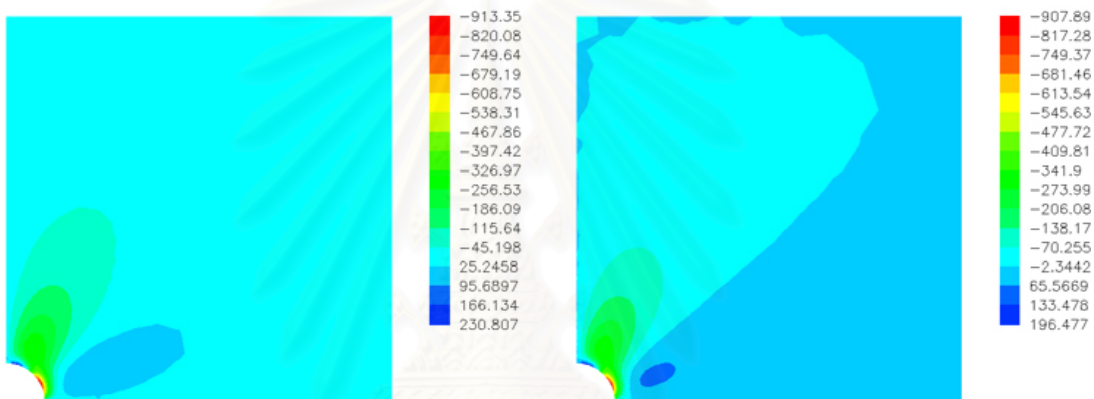
รูปที่ 4.1.13 การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง y ของปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่ง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\eta=0.0710$ Ne=250 Nn=150

Mesh 2 $\eta=0.0301$ Ne=553 Nn=316

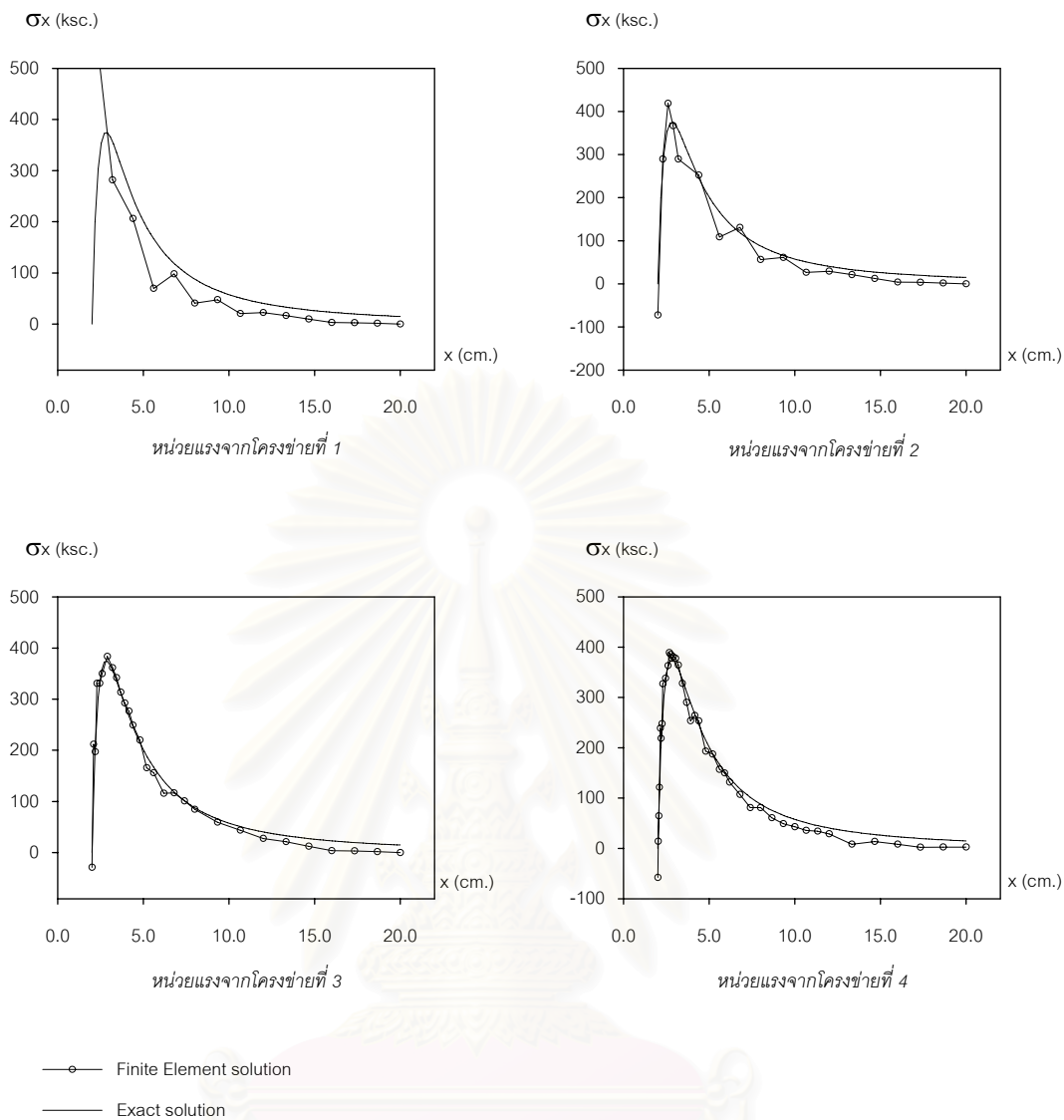


Mesh 3 $\eta=0.0178$ Ne=1295 Nn=702

Mesh 4 $\eta=0.0098$ Ne=3979 Nn=2079

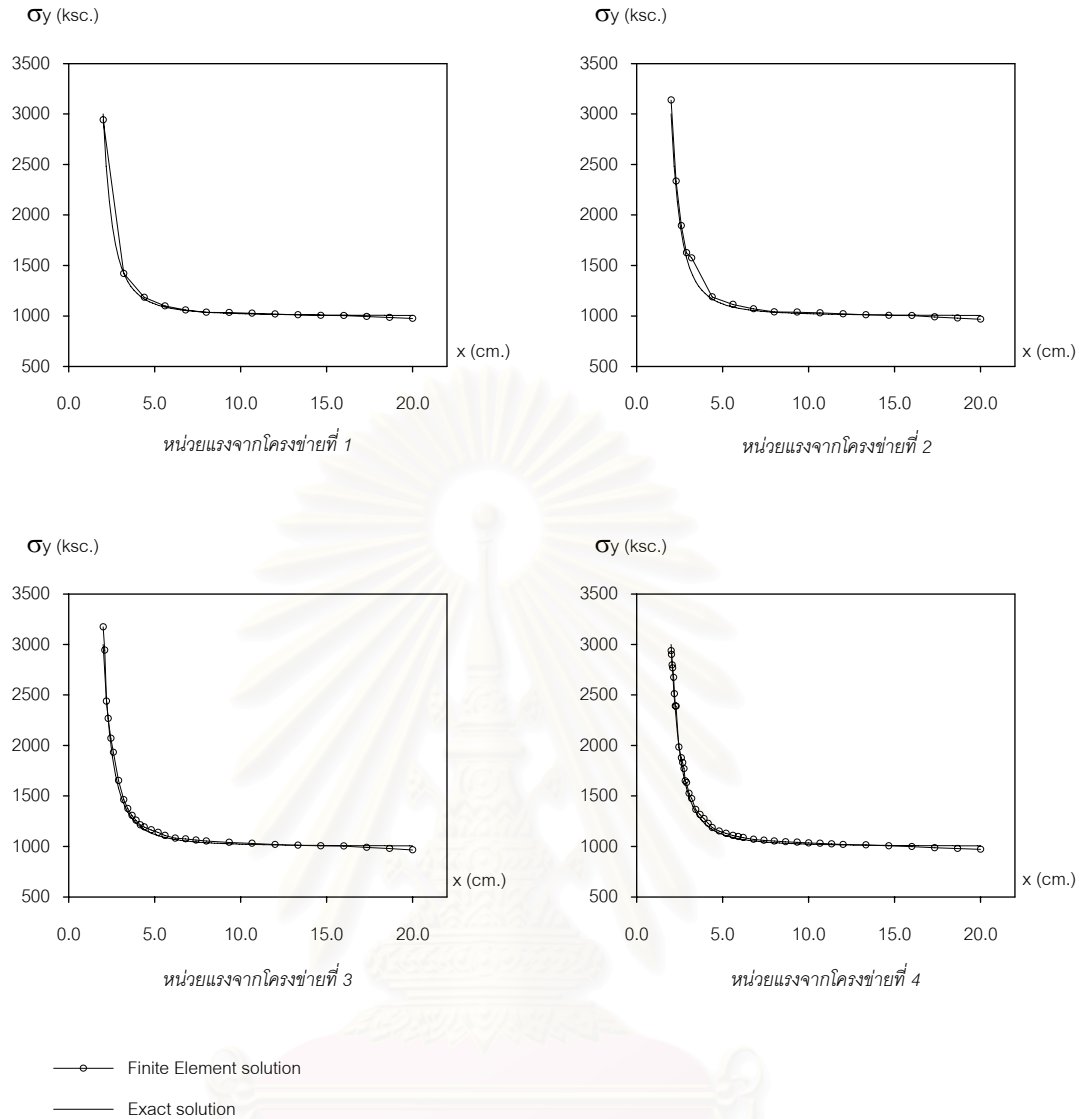
รูปที่ 4.1.14 การกระจายของหน่วยแรงเฉือนของปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่ง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



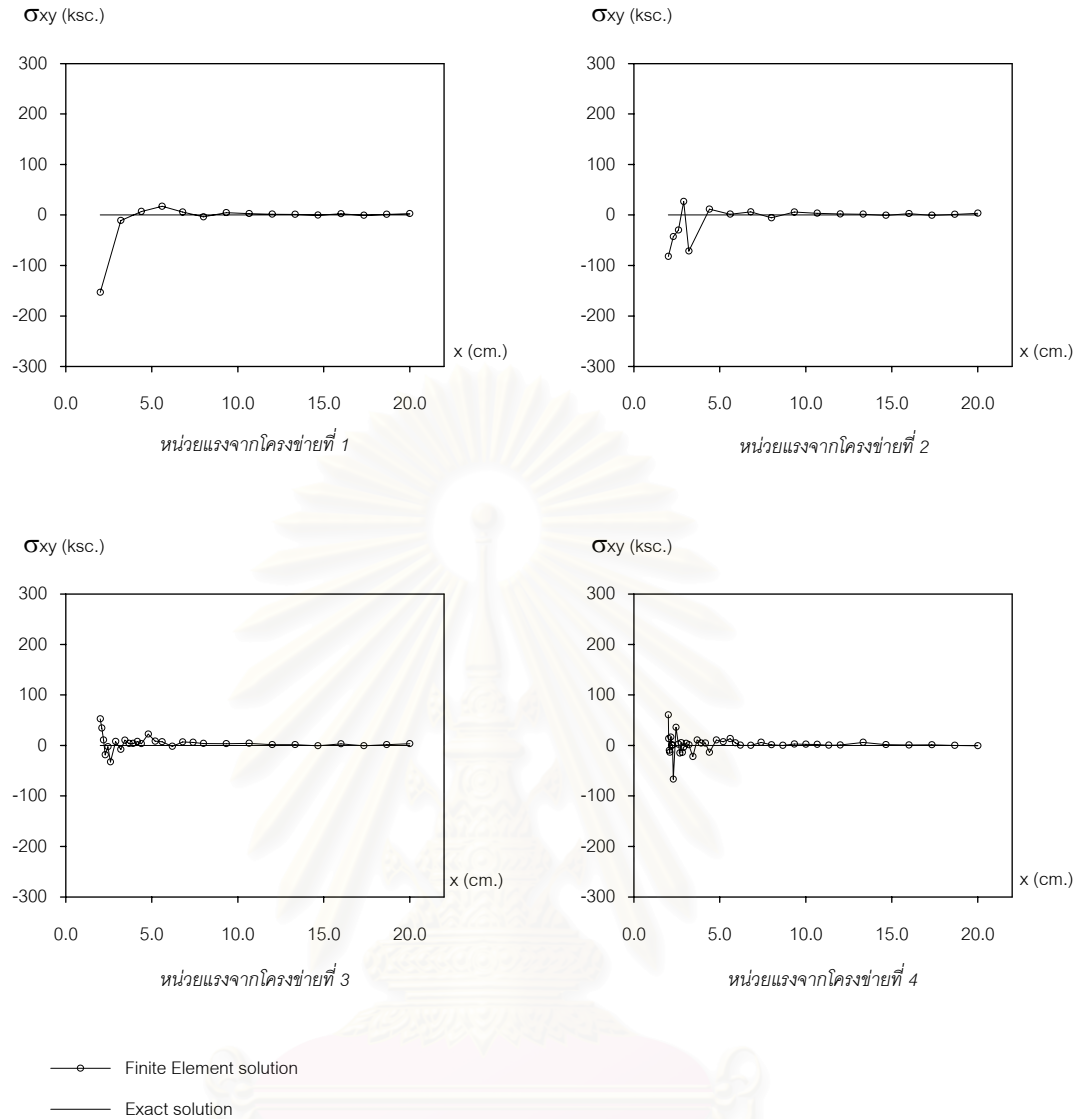
รูปที่ 4.1.15 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง x ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



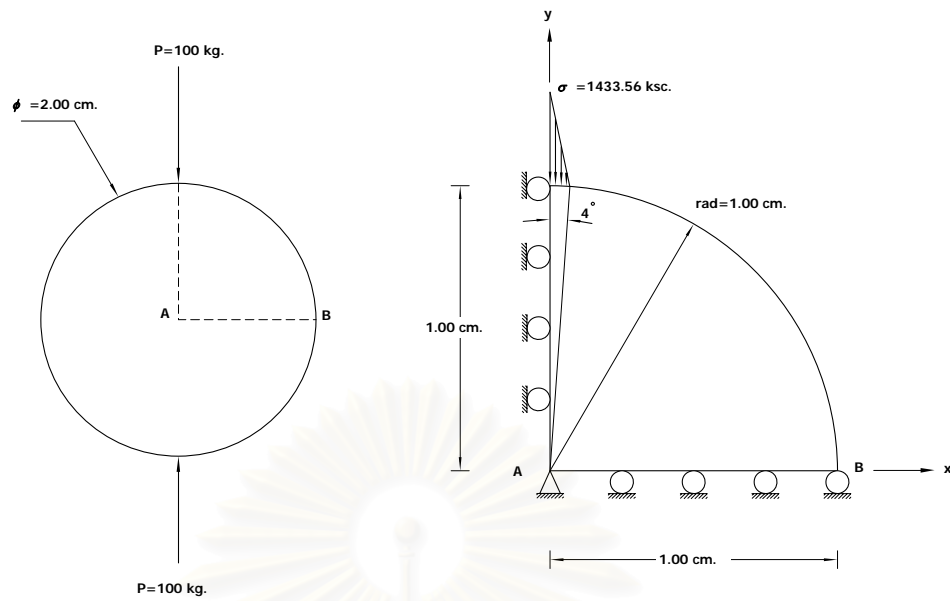
รูปที่ 4.1.16 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง y ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดึง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.1.17 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงเฉือนตามแนว AB ในปัญหาแผ่นบางรับแรงดิ่ง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

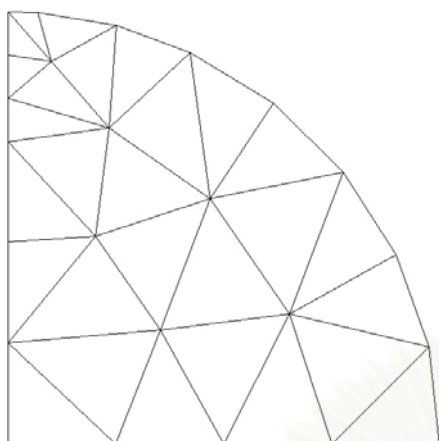


(ก) แผ่นวงกลมบางรับแรงกระทำเป็นจุด

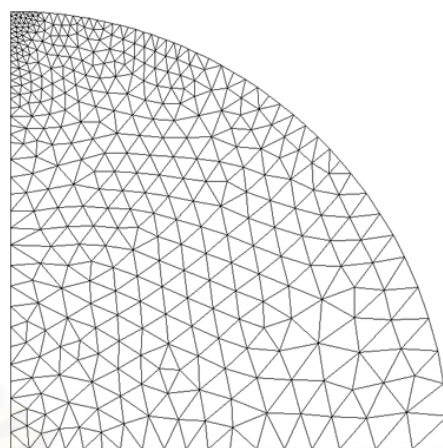
(ข) แบบจำลองการวิเคราะห์

รูปที่ 4.2.1 ปัญหาแผ่นวงกลมบางรับแรงกระทำเป็นจุดและแบบจำลองการวิเคราะห์

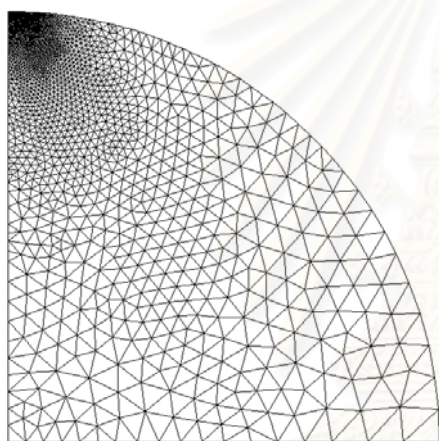
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



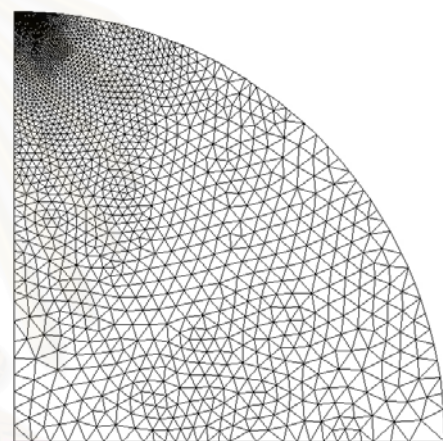
Mesh 1 $\eta = 0.5588$ Ne=28 Nn=24



Mesh 2 $\eta = 0.1398$ Ne=744 Nn=428



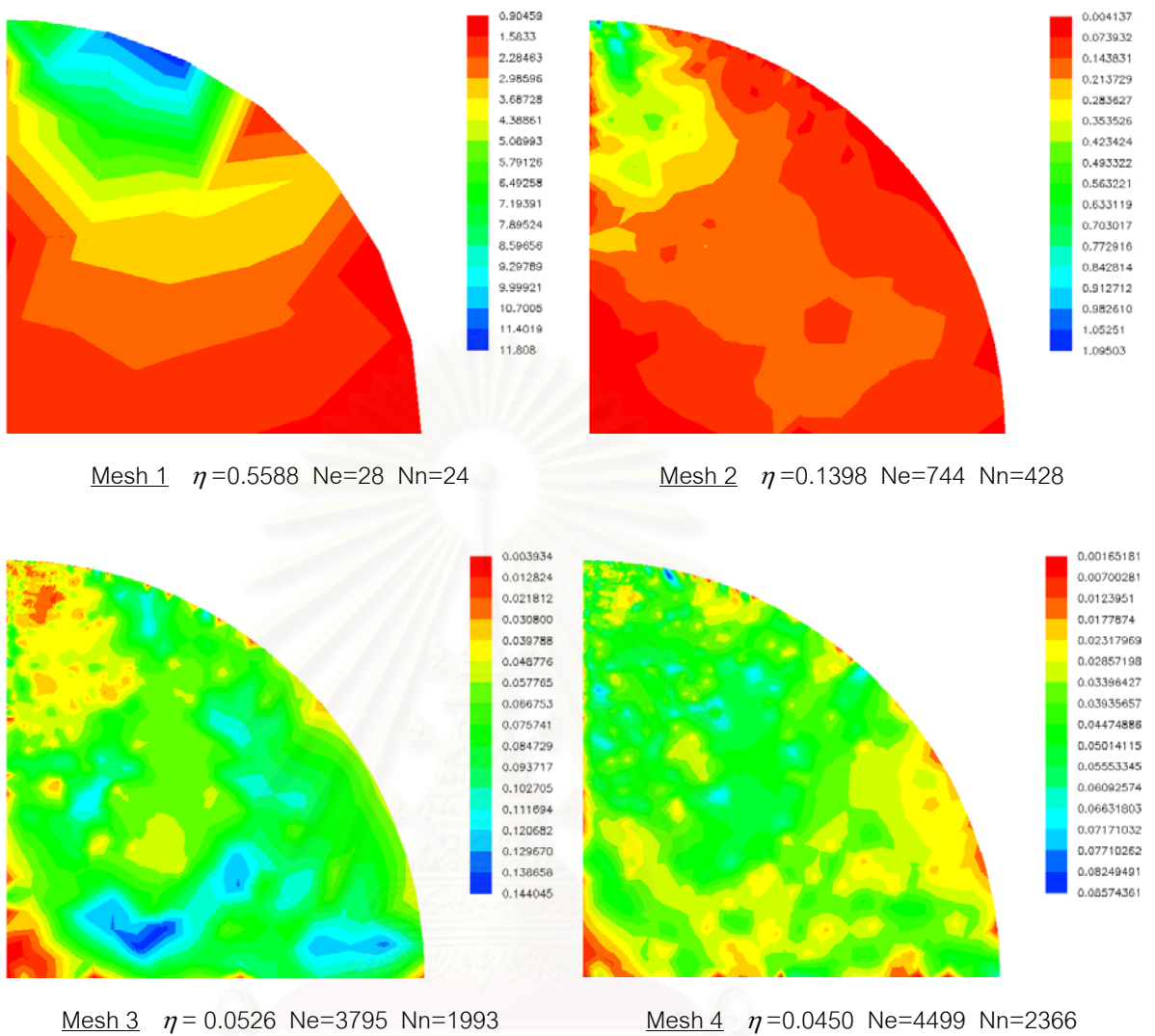
Mesh 3 $\eta = 0.0526$ Ne=3795 Nn=1993



Mesh 4 $\eta = 0.0450$ Ne=4499 Nn=2366

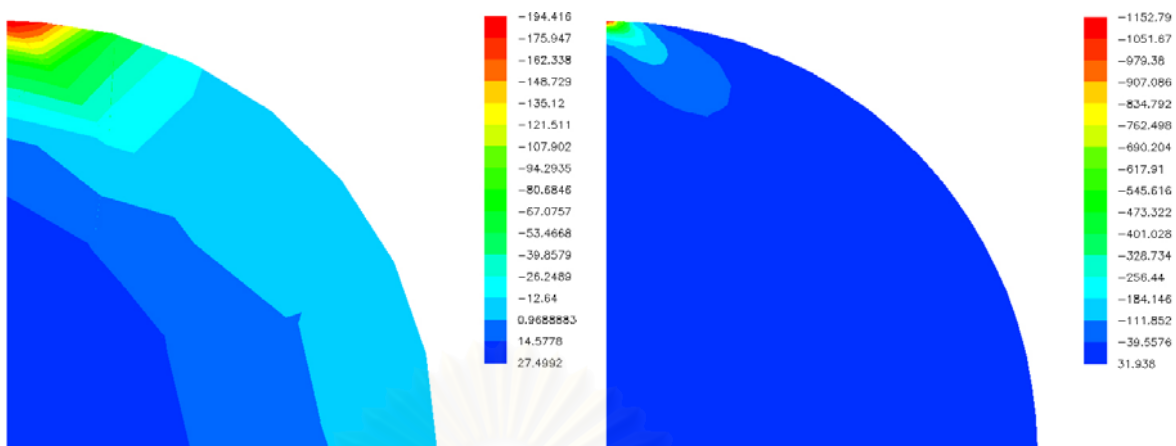
รูปที่ 4.2.2 โครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมในปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



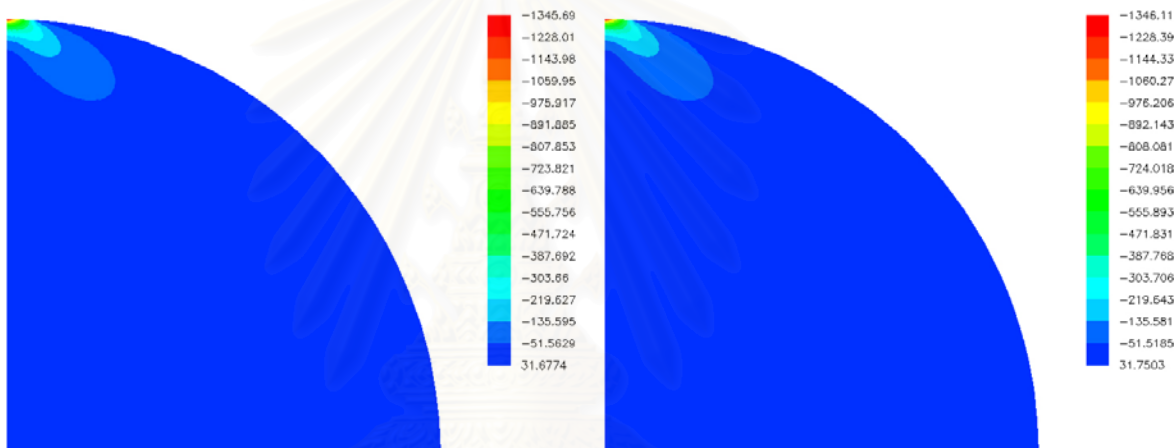
รูปที่ 4.2.3 การกระจายค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\eta=0.5588$ Ne=28 Nn=24

Mesh 2 $\eta=0.1398$ Ne=744 Nn=428

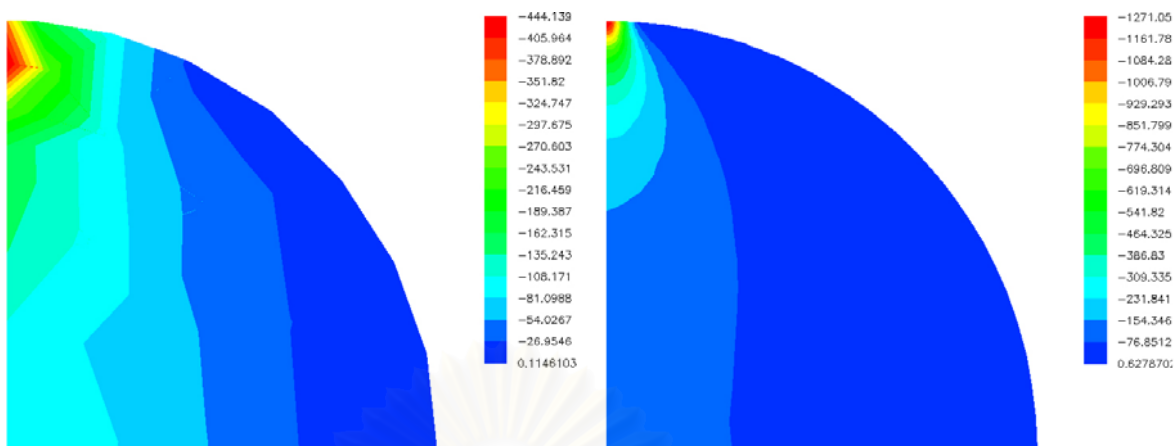


Mesh 3 $\eta=0.0526$ Ne=3795 Nn=1993

Mesh 4 $\eta=0.0450$ Ne=4499 Nn=2366

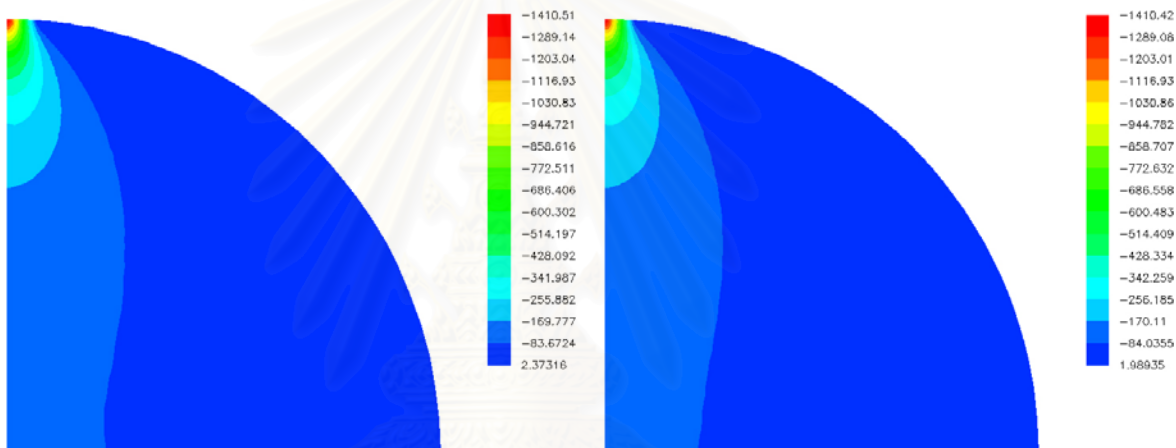
รูปที่ 4.2.4 การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง x ของปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\eta=0.5588$ Ne=28 Nn=24

Mesh 2 $\eta=0.1398$ Ne=744 Nn=428

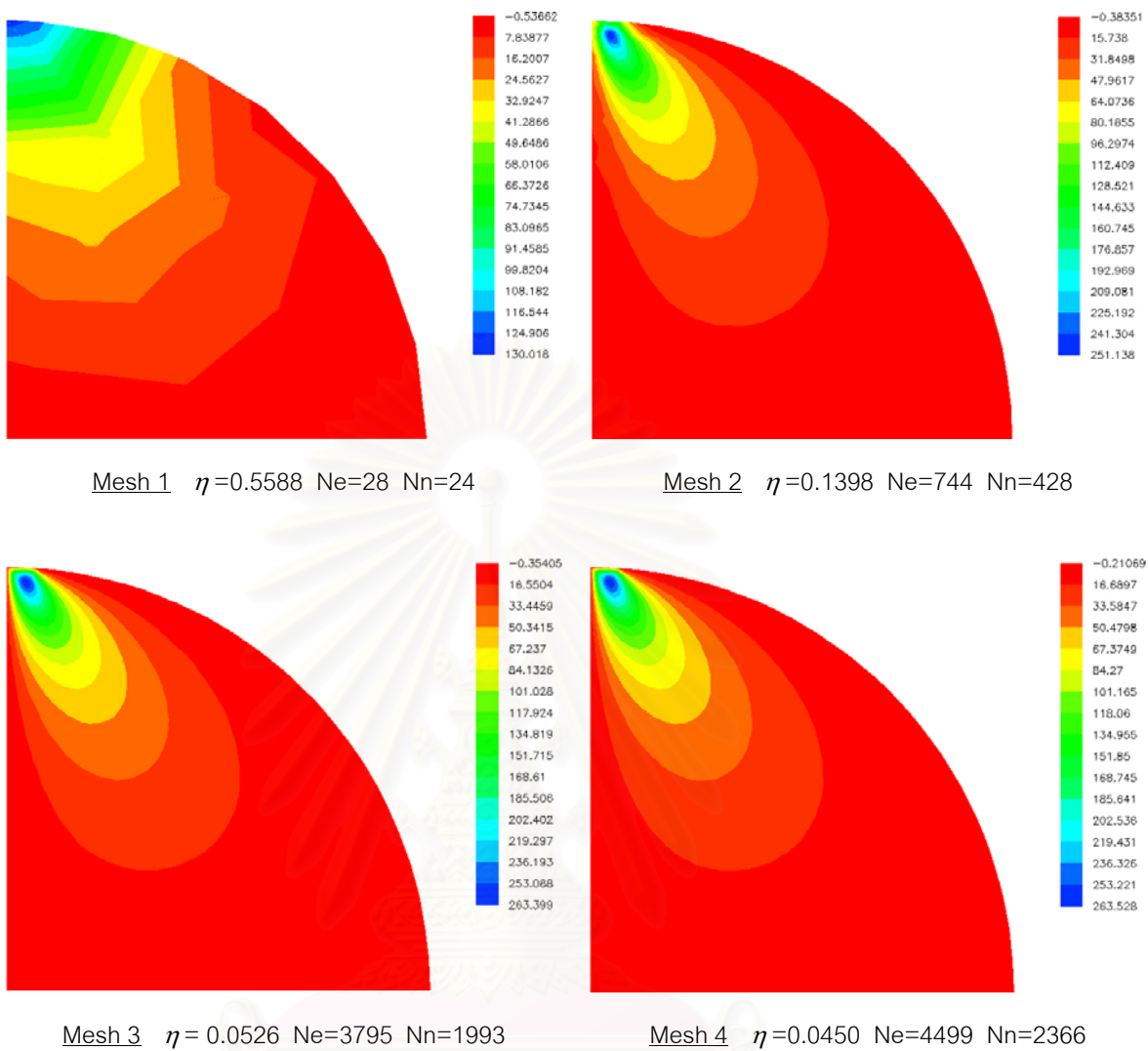


Mesh 3 $\eta=0.0526$ Ne=3795 Nn=1993

Mesh 4 $\eta=0.0450$ Ne=4499 Nn=2366

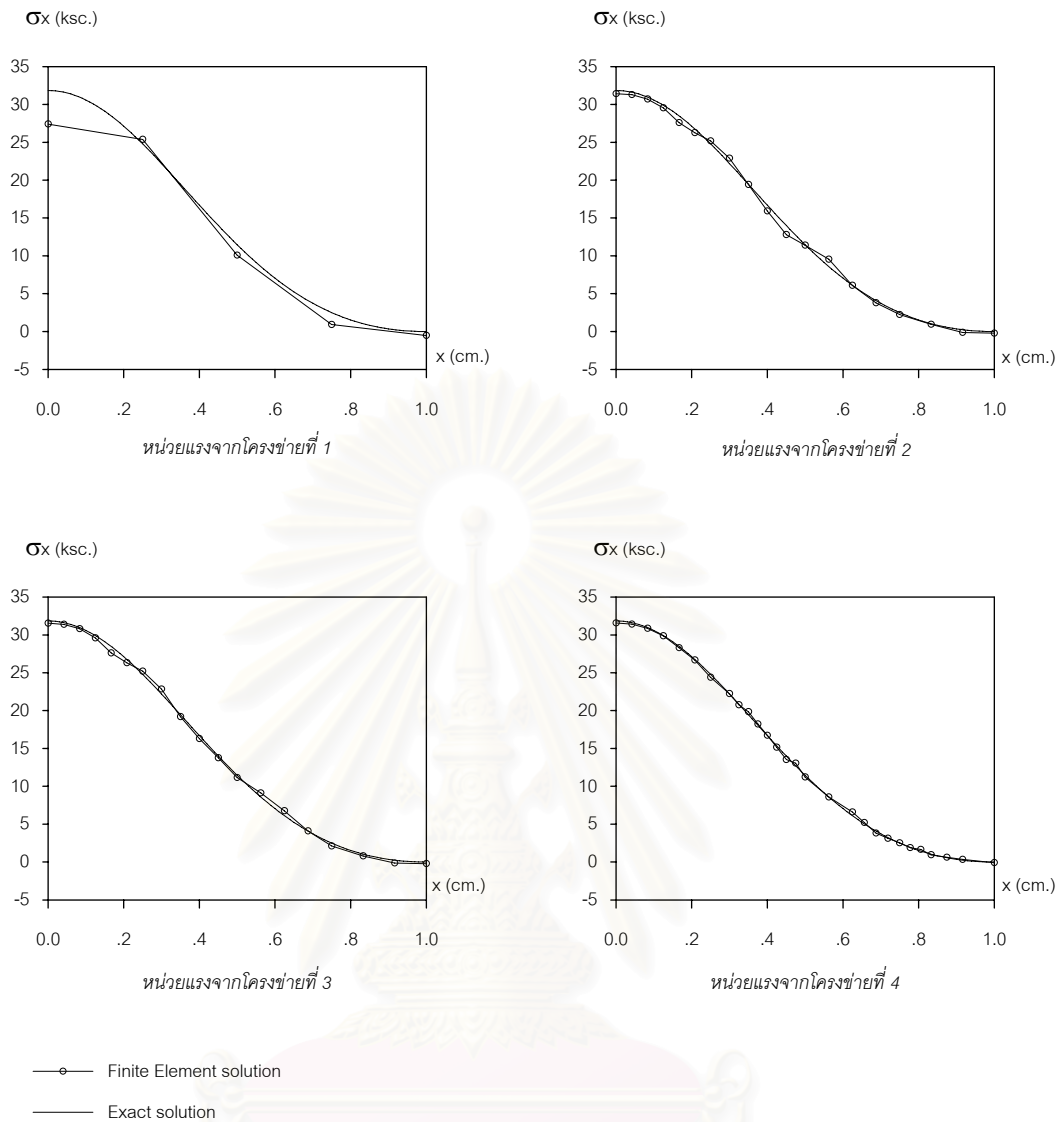
รูปที่ 4.2.5 การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง y ของปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



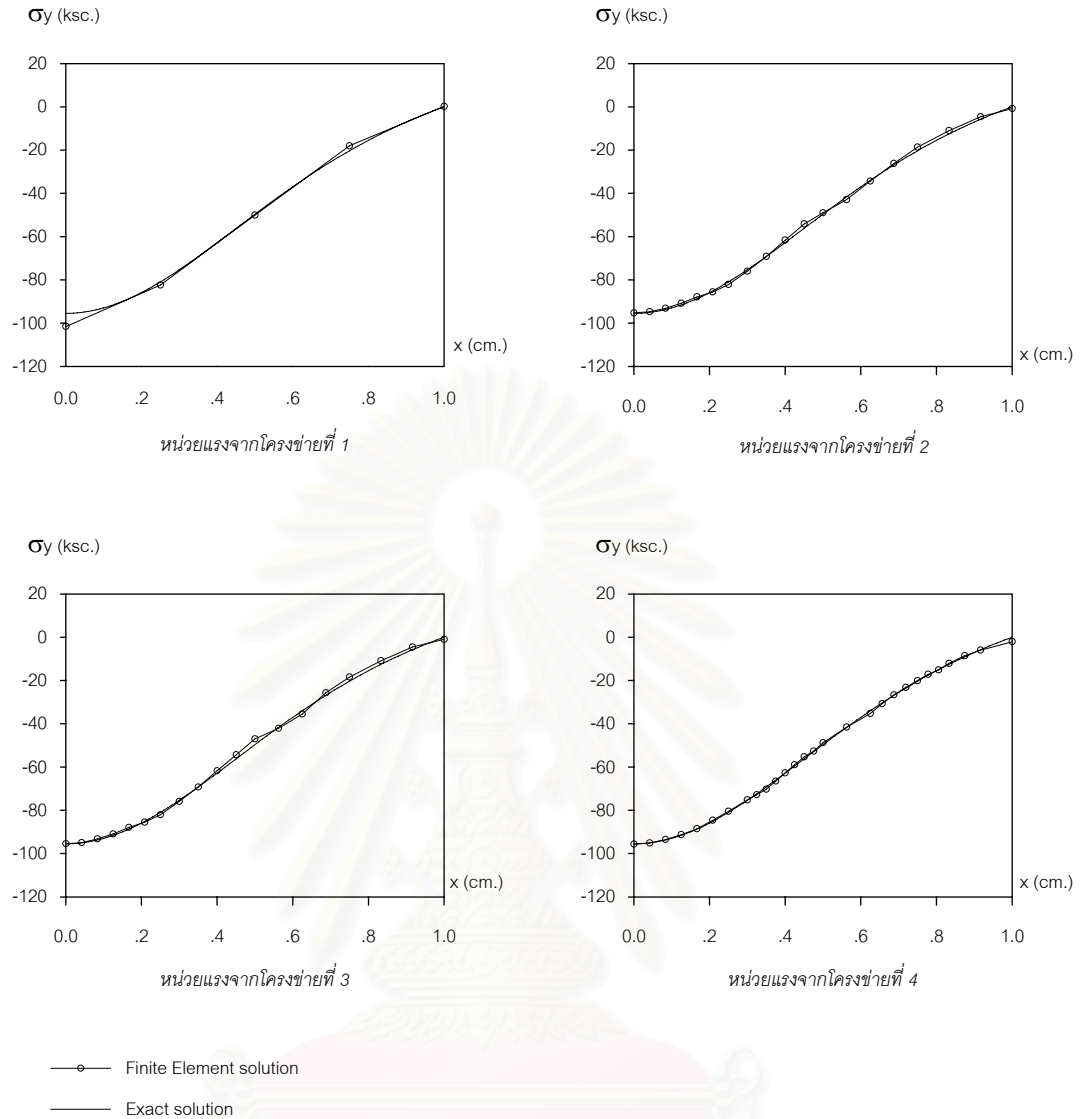
รูปที่ 4.2.6 การกระจายของหน่วยแรงเฉือนของปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



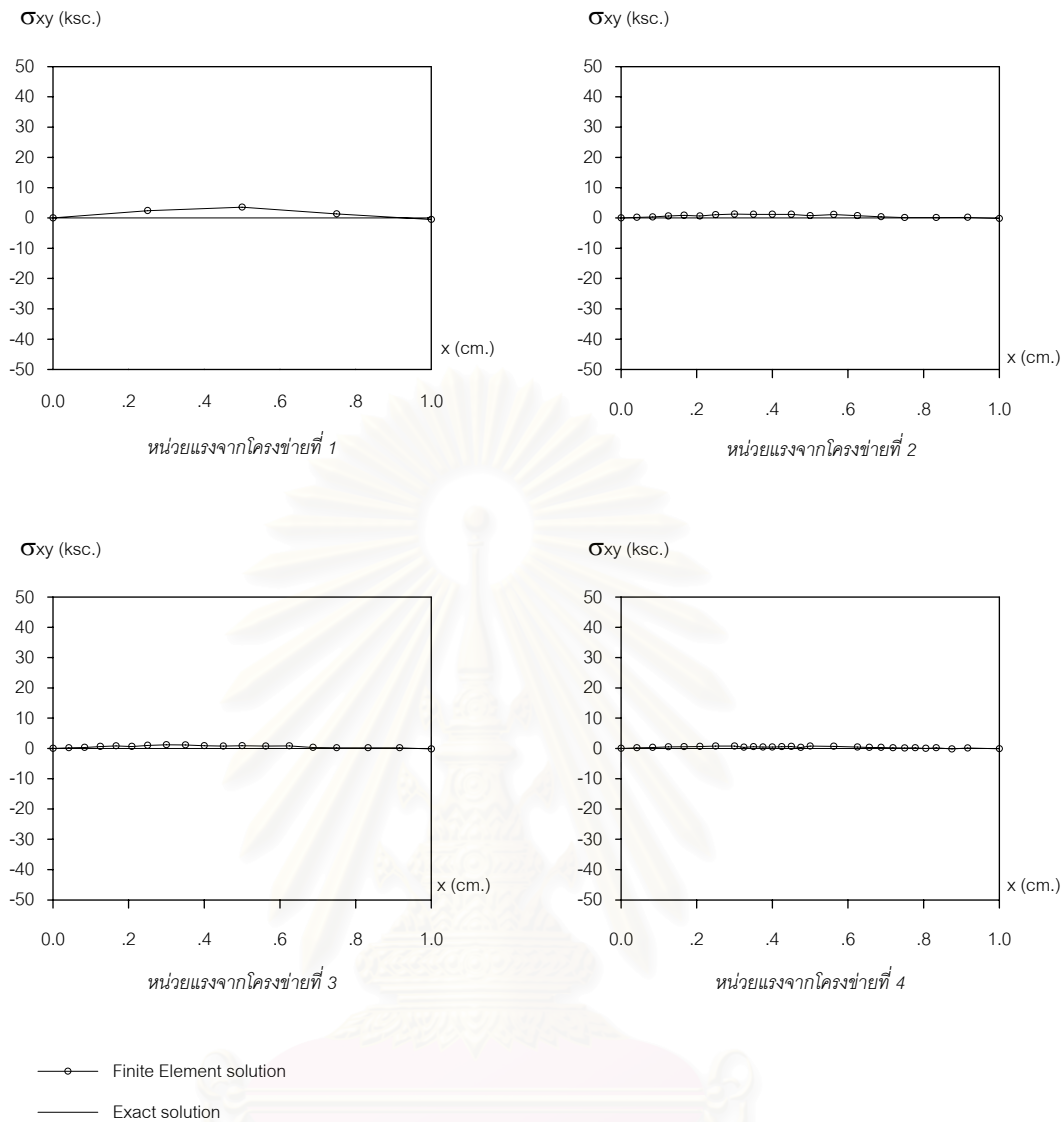
รูปที่ 4.2.7 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง x ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



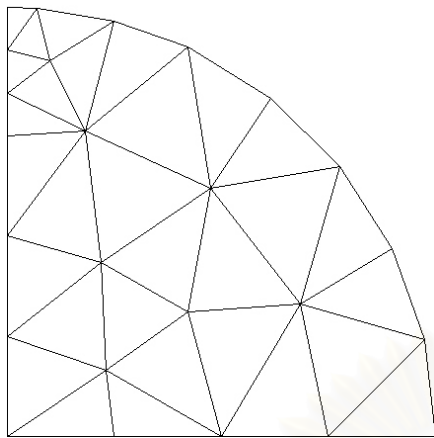
รูปที่ 4.2.8 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง y ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีรับเรียบเชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

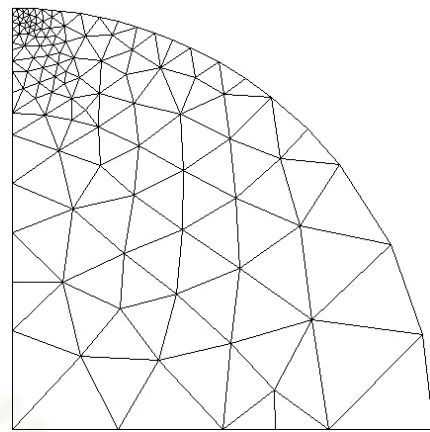


รูปที่ 4.2.9 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงเฉือนตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีปรับเรียบเชิงมุม

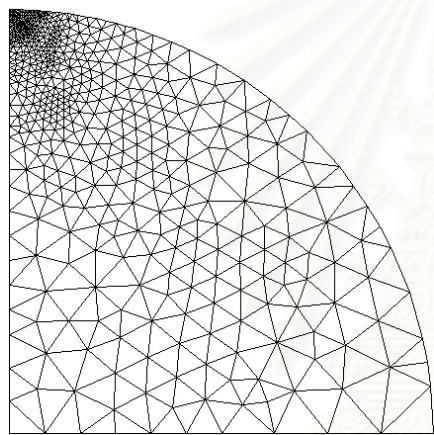
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



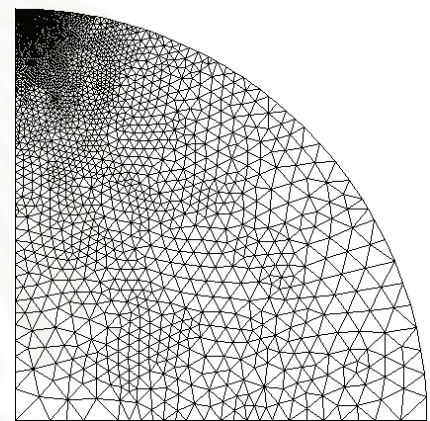
Mesh 1 $\eta=0.6118$ Ne=30 Nn=25



Mesh 3 $\eta=0.2223$ Ne=197 Nn=121



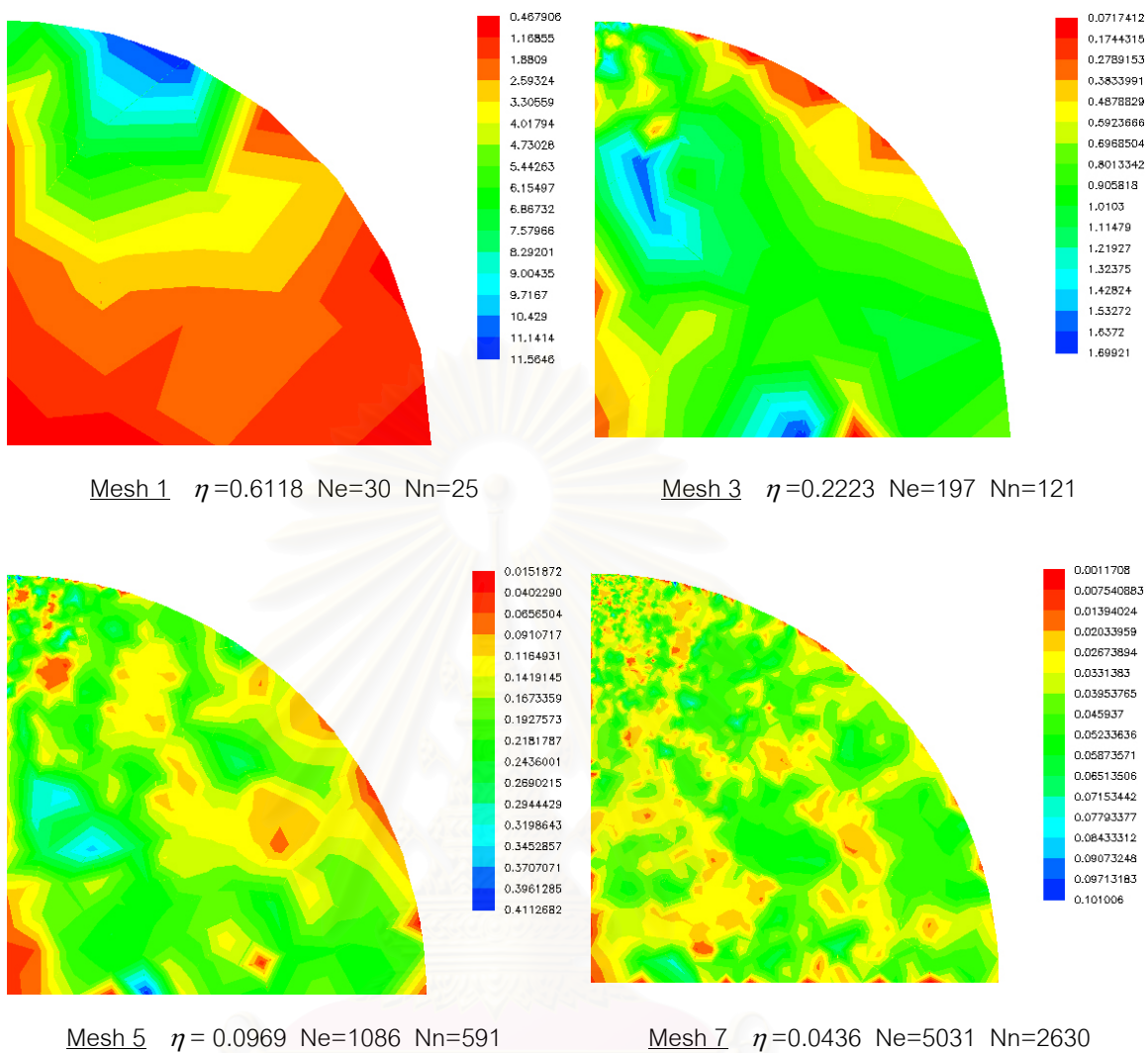
Mesh 5 $\eta=0.0969$ Ne=1086 Nn=591



Mesh 7 $\eta=0.0436$ Ne=5031 Nn=2630

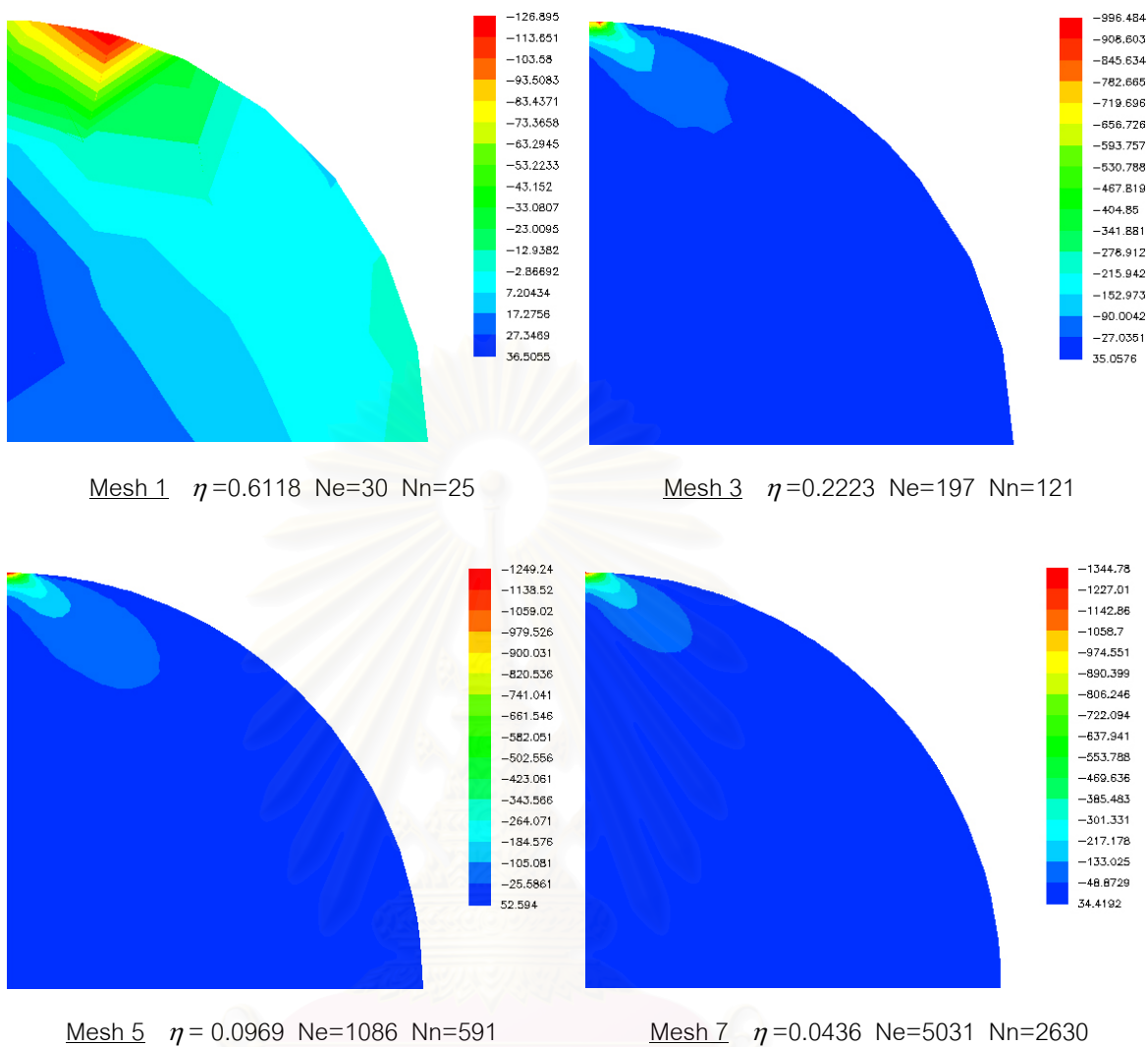
รูปที่ 4.2.10 โครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยมในปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



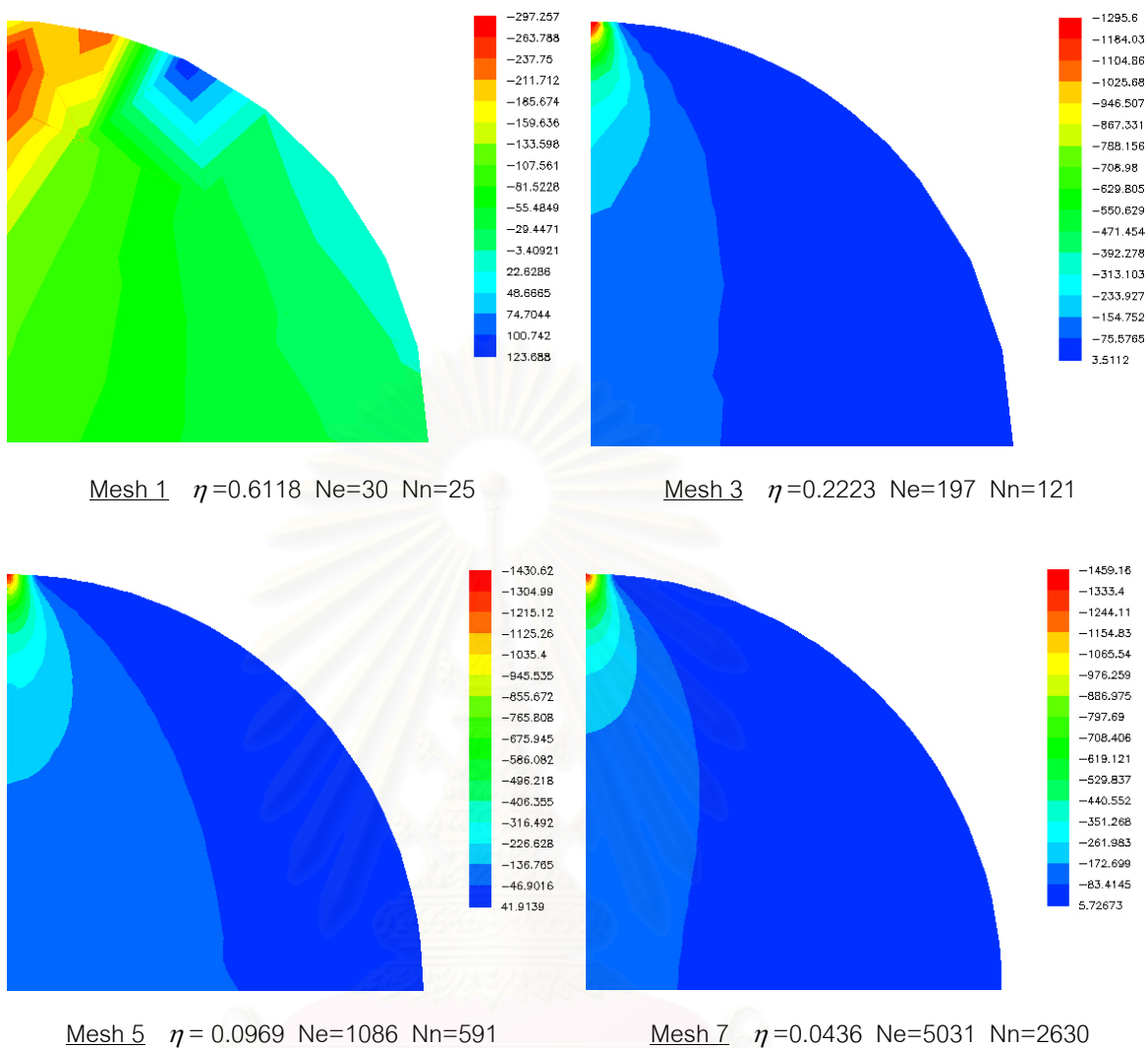
รูปที่ 4.2.11 การกระจายค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



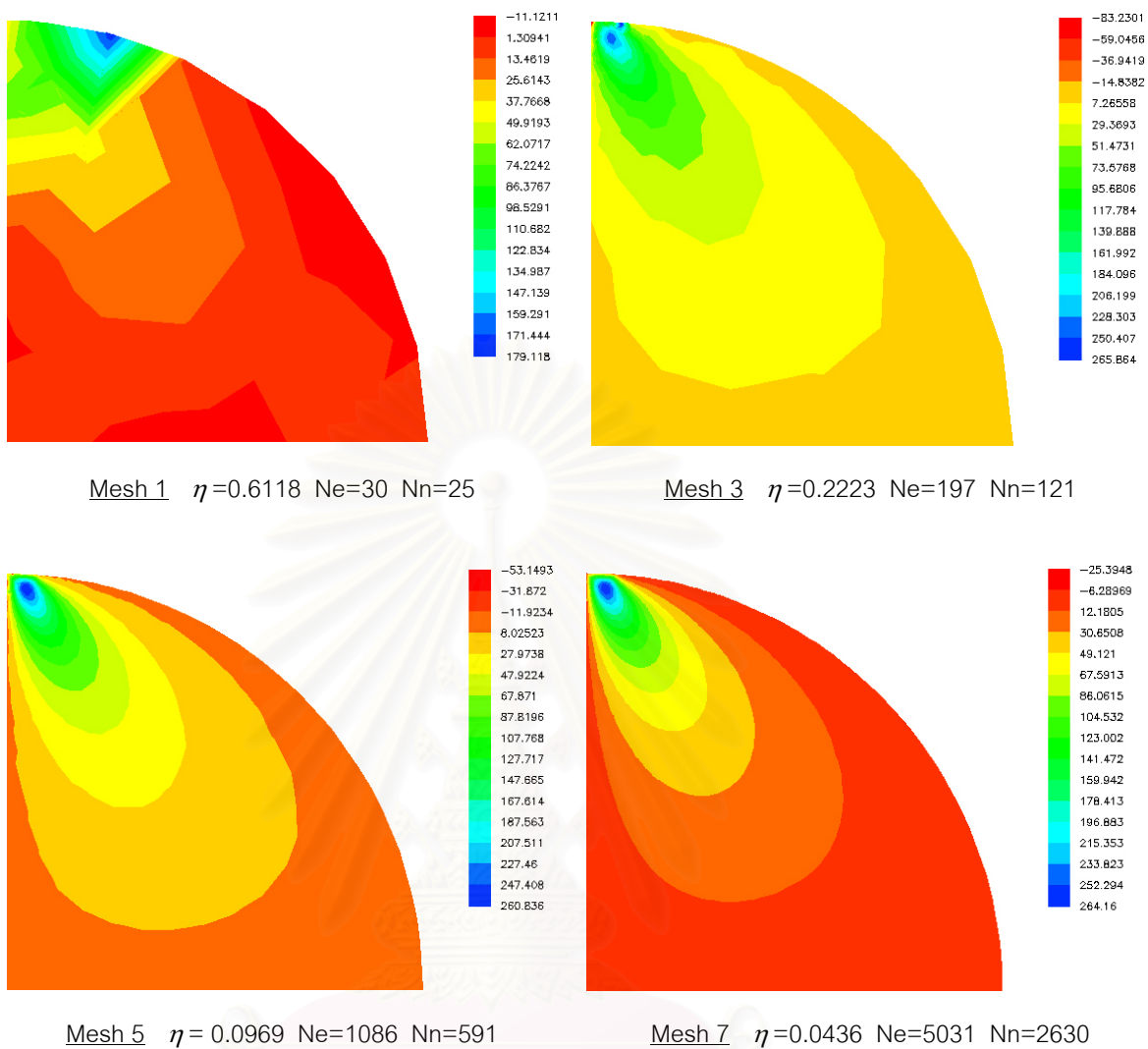
รูปที่ 4.2.12 การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง x ของปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



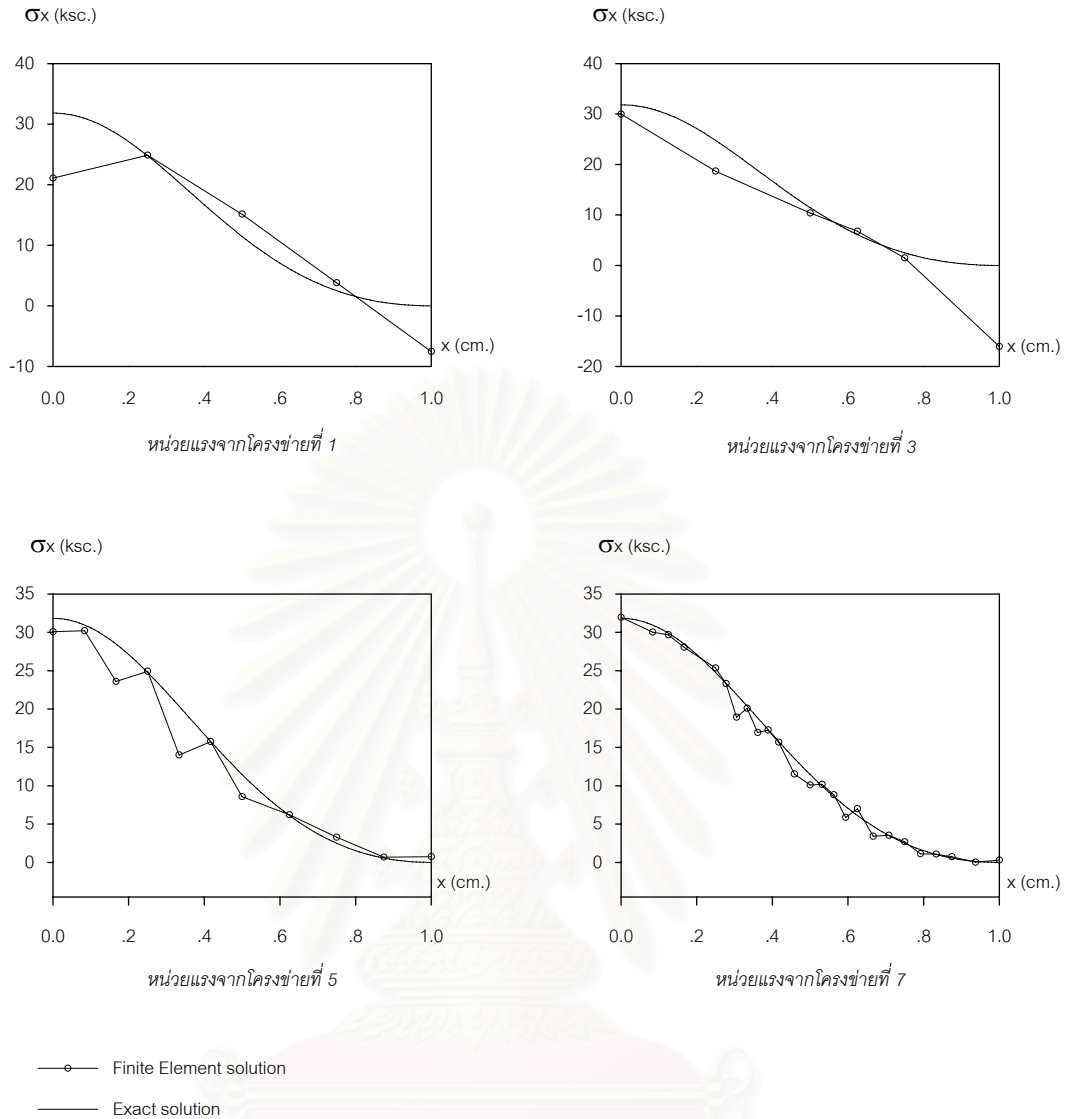
รูปที่ 4.2.13 การกระจายของหน่วยแรงในทิศทาง y ของปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



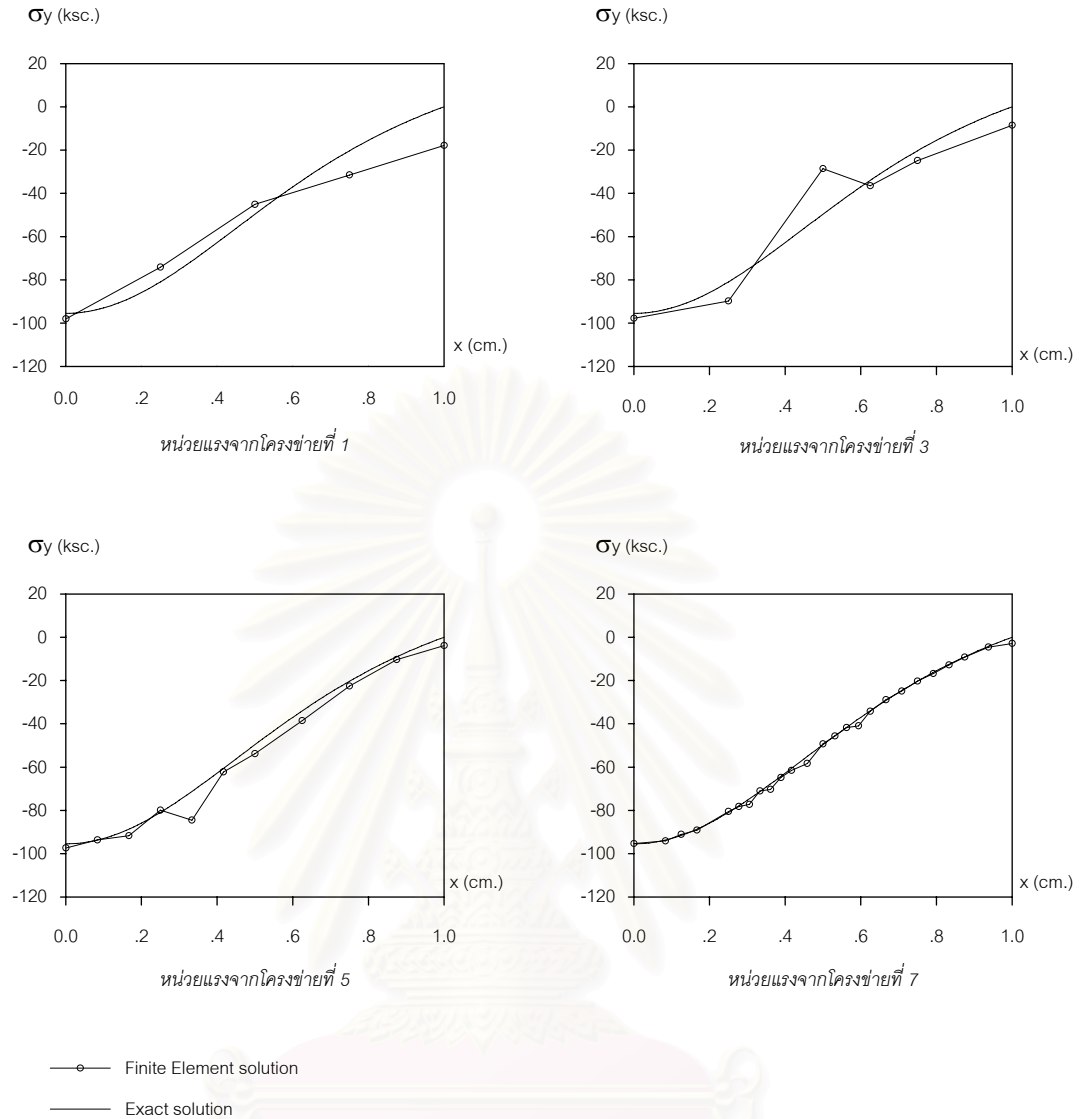
รูปที่ 4.2.14 การกระจายของหน่วยแรงเฉือนของปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพชิ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



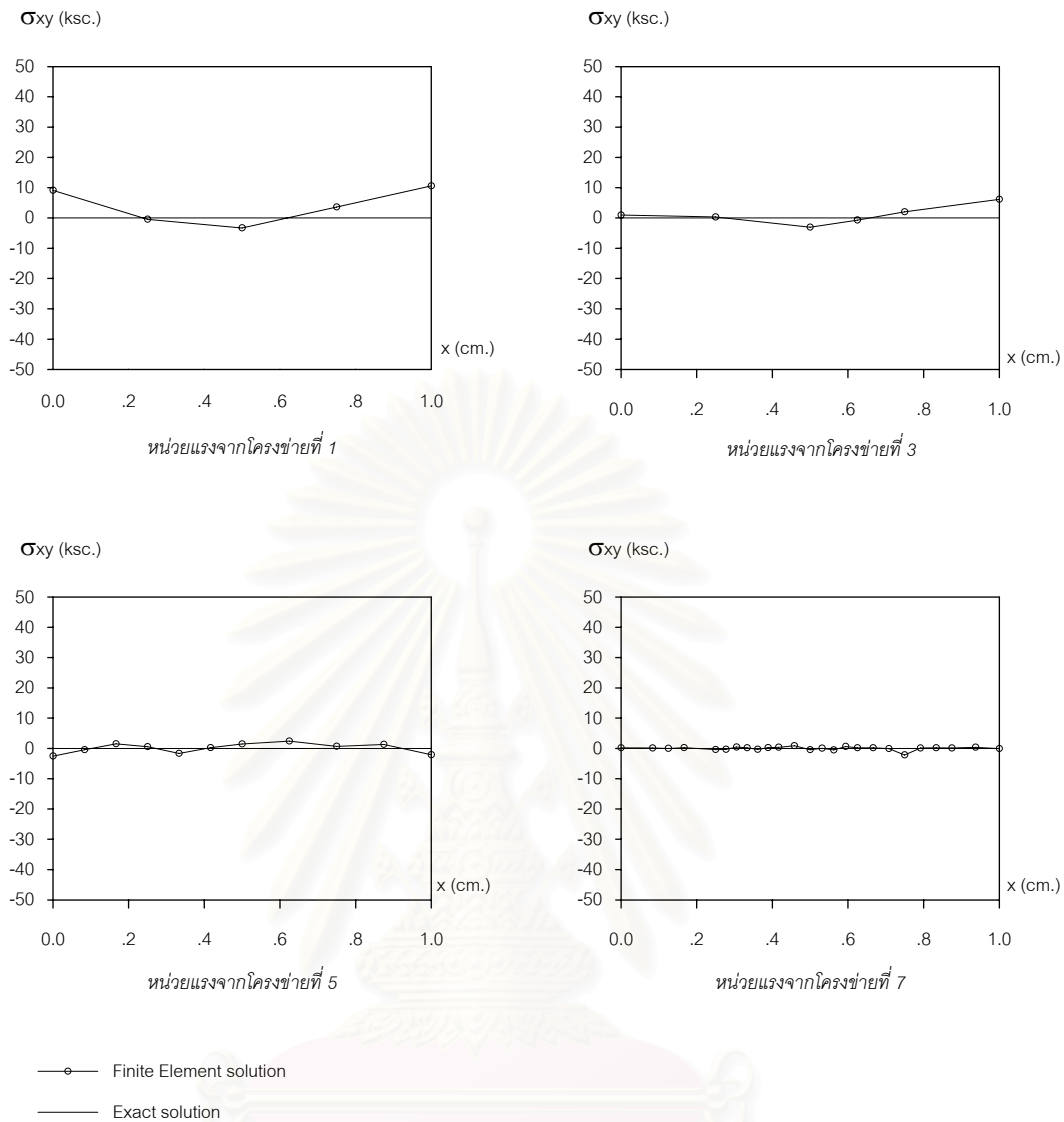
รูปที่ 4.2.15 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง x ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



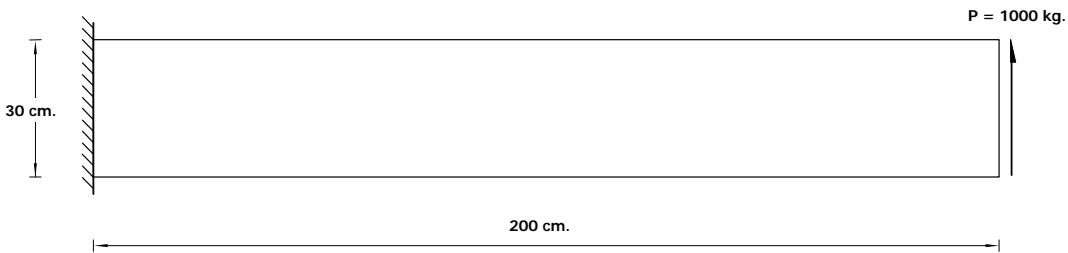
รูปที่ 4.2.16 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในทิศทาง y ตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบาง
 ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

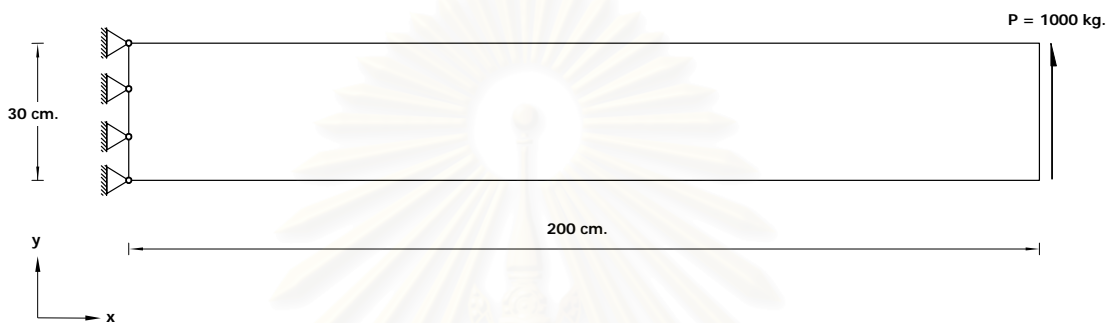


รูปที่ 4.2.17 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงเฉือนตามแนว AB ในปัญหาแผ่นวงกลมบาง
ที่ปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนโดยใช้วิธีการปรับเรียบของลาปลาซ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

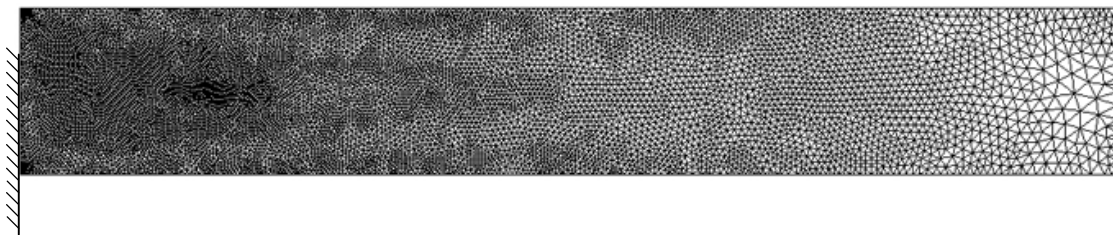


คานายื่นรับแรงกระทำที่ปลายอิสระ



(ข) แบบจำลองการวิเคราะห์

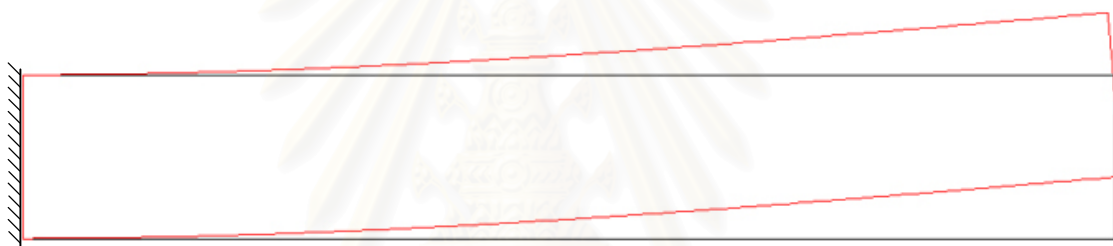
รูปที่ 4.3.1 ปัญหาคานายื่นรับแรงกระทำที่ปลายอิสระและแบบจำลองการวิเคราะห์



(ก) โครงข่ายชิ้นส่วน $\eta = 0.0463$, $Ne = 17679$, $Nn = 9174$



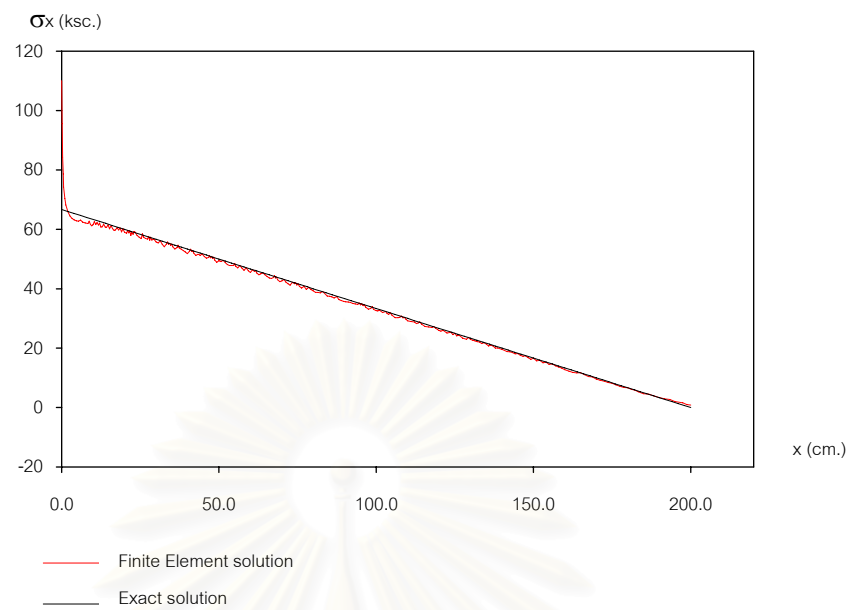
(ข) คอนทัวร์ของหน่วยแรงในแนวแกน x



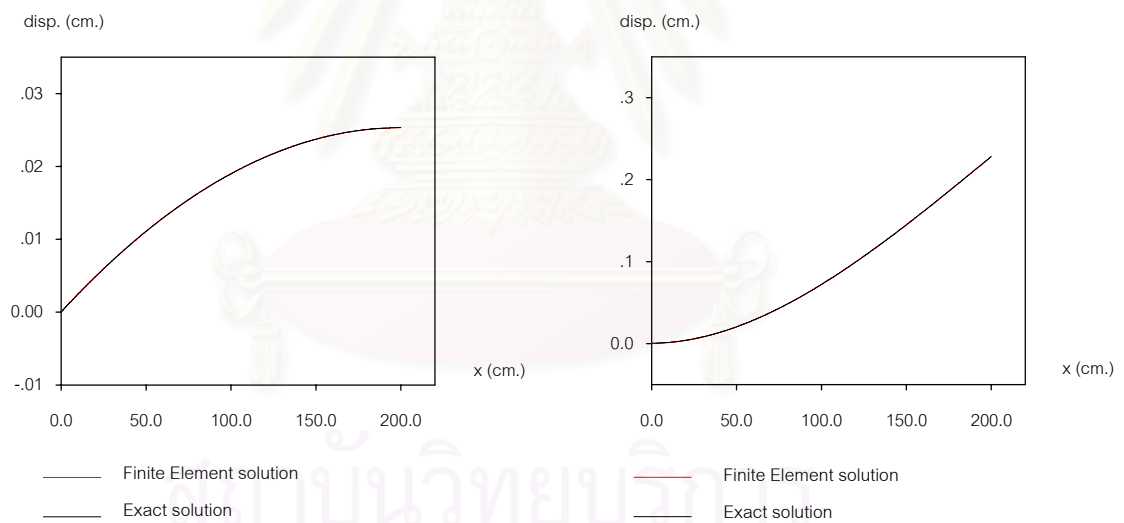
(ค) การเคลื่อนที่โดยรวม (ขยาย 50 เท่า)

รูปที่ 4.3.2 ผลการวิเคราะห์ปัญหาคานยื่นในโครงข่ายที่ 4
(กำหนดค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับให้ 0.05)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



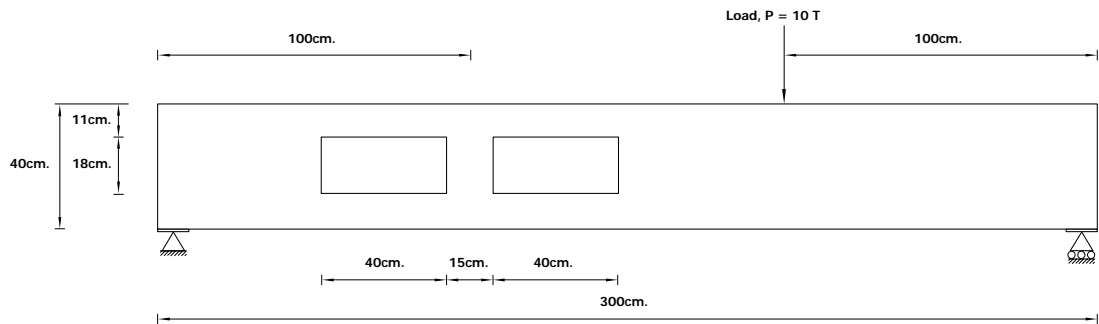
รูปที่ 4.3.3 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในแนวแกน x บริเวณขอบล่างของคาน (โครงข่ายที่ 4)



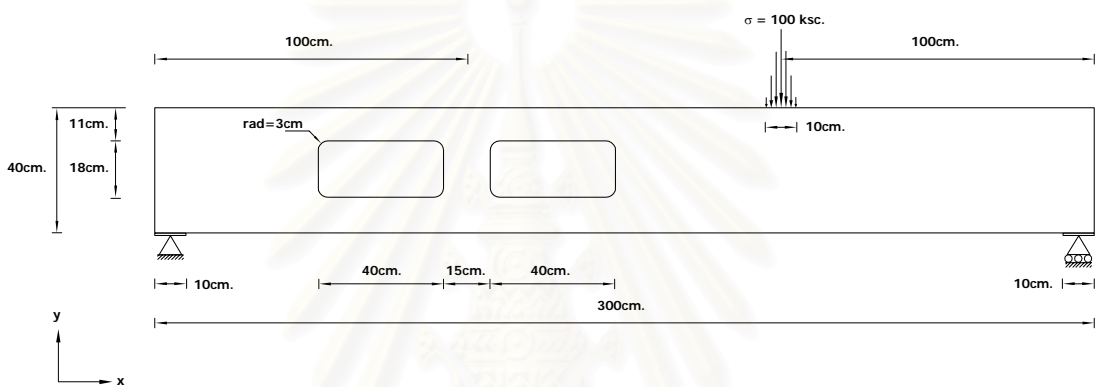
(ก) การเคลื่อนที่ในแนวแกน x

(ข) การเคลื่อนที่ในแนวแกน y

รูปที่ 4.3.4 กราฟแสดงระยะการเคลื่อนที่บริเวณขอบล่างของคาน (โครงข่ายที่ 4)



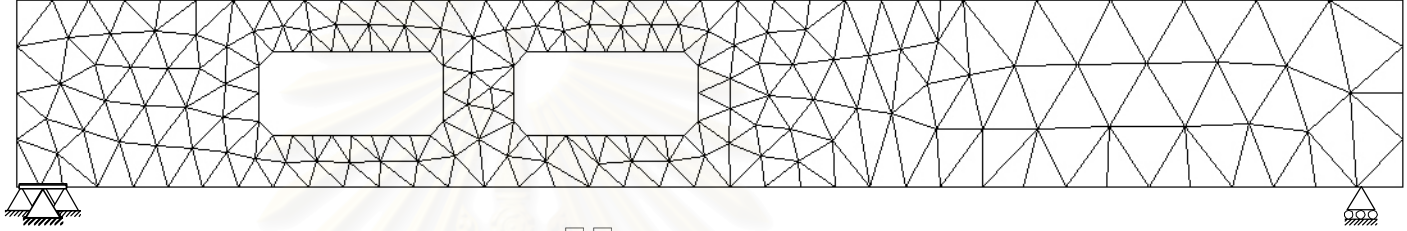
(ก) คานช่วงเดียวมีช่องเปิดรับแรงกระทำเป็นจุด



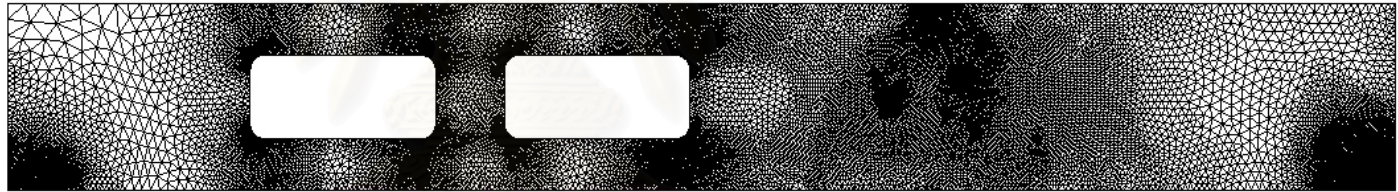
(ข) แบบจำลองการวิเคราะห์

รูปที่ 4.41 ปัญหาคานช่วงเดียวมีช่องเปิดรับแรงกระทำเป็นจุดและแบบจำลองการวิเคราะห์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Mesh 1 $\Delta x = 0.6738$, Ne = 313, Nn = 219

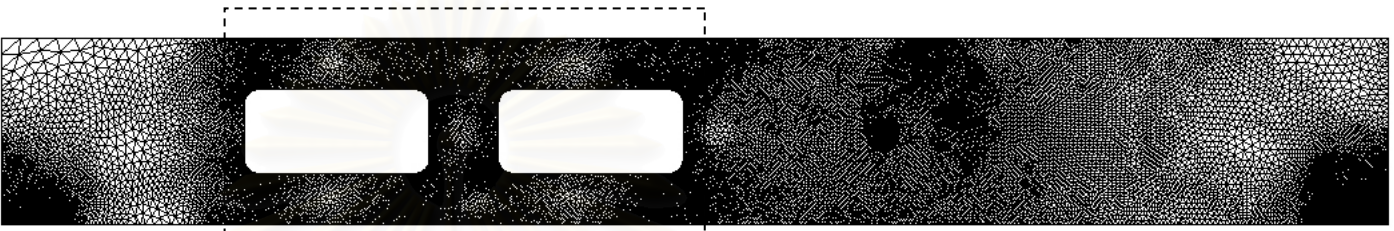


Mesh 3 $\Delta x = 0.0742$, Ne = 41162, Nn = 21421

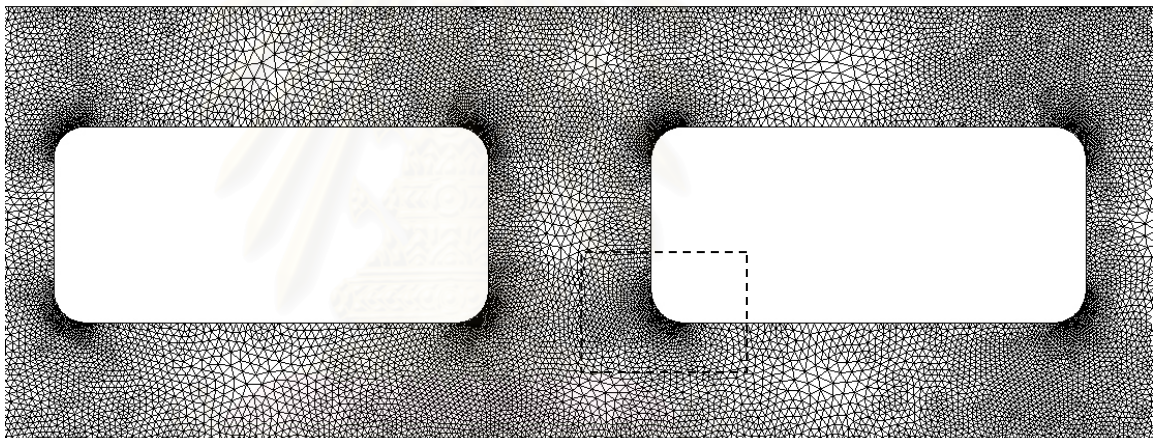


Mesh 5 $\Delta x = 0.0481$, Ne = 60729, Nn = 31611

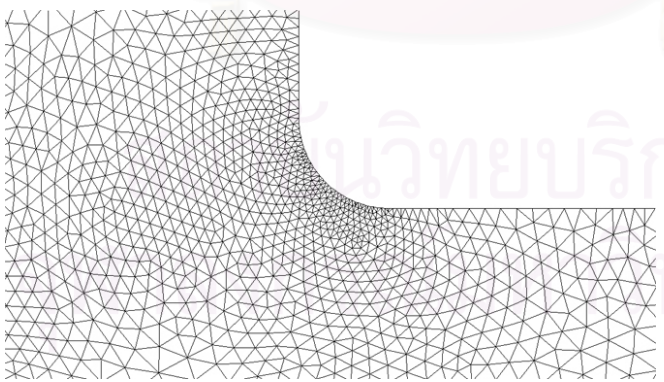
รูปที่ 4.4.2 โครงข่ายที่ปรับตามเหลี่ยมในปัญหาความถี่เดียวที่มีช่องเปิด
(กำหนดค่าลดขนาดเหลี่ยมให้ 0.05)



(ก) โครงข่ายที่ 5



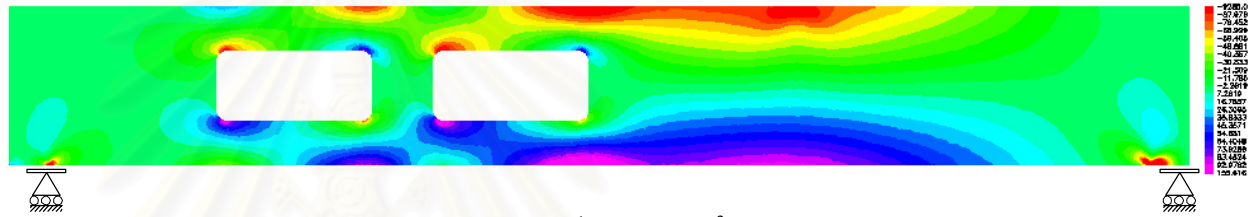
(ข) ภาพขยายบริเวณช่องเปิดทั้งสอง



(ค) ภาพขยายบริเวณมุมภายในช่องเปิด

รูปที่ 4.4.3 ภาพขยายแสดงการปรับคุณภาพชิ้นส่วนภายในโครงข่ายที่ 5 บริเวณช่องเปิด

รูปที่ 4.4.4 ผลการวิเคราะห์หน่วยแรงและระยะการเคลื่อนที่ในโครงขายที่ 5

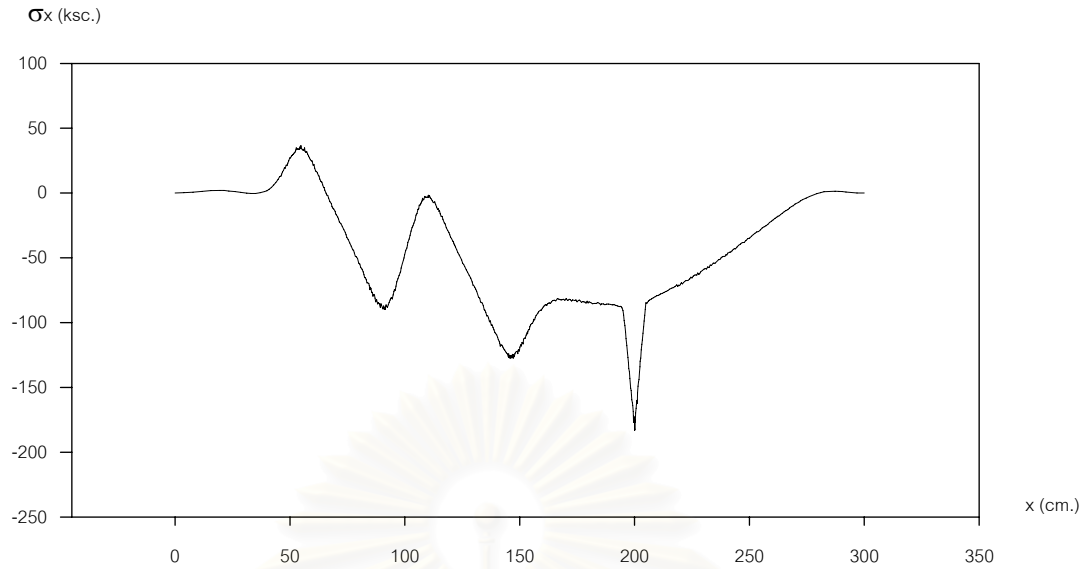


(ก) คอนทัวร์ของหน่วยแรงในแนวแกน x

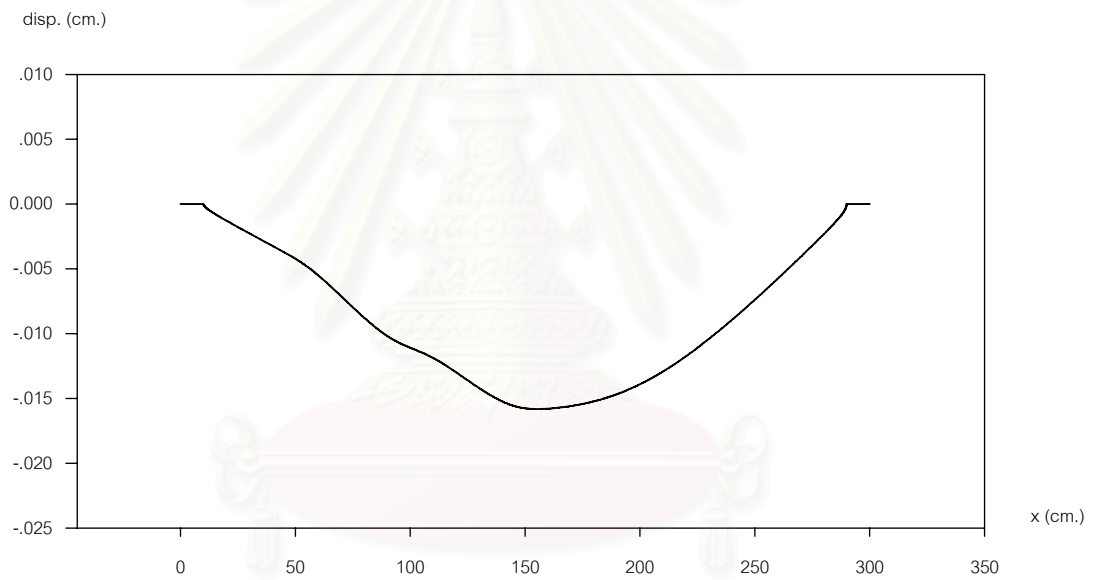


(ข) การเคลื่อนที่โดยรวม (ขยาย 500 เท่า)

สถาบันวิทยสิริเมธี
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.4.5 กราฟแสดงค่าหน่วยแรงในแนวแกน x บริเวณขอบบนของคาน (โครงข่ายที่ 5)



รูปที่ 4.4.6 กราฟแสดงระยะการเคลื่อนที่ในแนวแกน y บริเวณขอบล่างของคาน (โครงข่ายที่ 5)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

5.1 สรุปผลการวิจัย

การพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดขึ้นส่วนอัตโนมัติในงานวิจัยนี้ ยังคงยึดหลักการทำงานตามกระบวนการปรับขนาดขึ้นส่วนเดิม นั่นคือ ใช้การประมาณค่าคลาดเคลื่อนจากการเปรียบเทียบผลที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับค่าประมาณของผลเฉลยที่ได้จากวิธีการฟินด์เป็นหย่อม สร้างขึ้นส่วนสามเหลี่ยมด้วยวิธีการตัดทอนเป็นรูปสามเหลี่ยมเดอลอนโดยวิธีพรอนท์คิบหน้า และปรับขนาดขึ้นส่วนโดยการเพิ่มจุดลงในบริเวณพื้นที่ที่มีความคลาดเคลื่อนมาก โดยคำนวณความหนาแน่นของจุดจากความคลาดเคลื่อนโดยประมาณ

ในส่วนของการพัฒนาโปรแกรมที่เพิ่มเติมเข้ามานั้น จะเป็นการพัฒนากระบวนการปรับปรุงคุณภาพขึ้นส่วนก่อนการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อให้สามารถวิเคราะห์ผลได้แม่นยำและมีการกระจายค่าคลาดเคลื่อนทั่วทั้งโดเมนในจำนวนรอบการปรับขนาดที่ลดลง ซึ่งผลที่ได้จากการพัฒนาสามารถสรุปได้ดังนี้

การประมาณค่าคลาดเคลื่อน ได้ผลค่อนข้างดีทั้งพื้นที่ภายในและบริเวณขอบของปัญหา เนื่องจากขึ้นส่วนที่มีรูปร่างปรับปรุงดีขึ้นและมีขนาดต่อเนื่องกันทั่วทั้งโครงข่าย ย่อมให้ค่าการประมาณหน่วยแรงที่ตำแหน่งเกาส์ได้ถูกต้องและแม่นยำมากยิ่งขึ้น การทำนายและกระจายค่าคลาดเคลื่อนของรอบถัดไปจึงสามารถดำเนินการได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้หากโครงข่ายเริ่มต้นให้ค่าการประมาณความคลาดเคลื่อนมีแนวโน้มต่างไปจากที่ควรจะเป็นมากก็จะส่งผลต่อจำนวนจุดต่อและจำนวนรอบในการปรับขนาดขึ้นส่วนมากขึ้น ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการสร้างแบบจำลองตั้งต้นของปัญหา

การปรับขนาดขึ้นส่วนโดยการเพิ่มจุด สามารถให้ผลการวิเคราะห์ในโครงข่ายสุดท้ายเป็นที่น่าพอใจ นั่นคือมีการเพิ่มจำนวนจุดต่ออย่างเหมาะสมทั่วทั้งโครงข่าย ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าใกล้เคียงกันตลอดทั้งโดเมนของปัญหาดังสังเกตได้จากคอนทัวร์แสดงการกระจายค่าคลาดเคลื่อน ทำให้ได้ขึ้นส่วนที่มีขนาดเหมาะสมกับพื้นที่ของปัญหาและเกิดประสิทธิภาพในการทำงาน

การปรับปรุงคุณภาพโครงข่าย ในงานวิจัยนี้สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ขั้นตอนการทำงานที่สลับกัน คือ การปรับปรุงรูปร่างขึ้นส่วนภายในโครงข่ายด้วยวิธีสลับการเชื่อมโยงระหว่างจุดต่อปลายและจุดต่อข้างเคียงของเส้นขอบขึ้นส่วนสามเหลี่ยมร่วมกับการปรับตำแหน่งจุดต่อใหม่โดยการปรับเรียบเชิงมุม ในการปรับปรุงรูปร่างขึ้นส่วนจะเลือกสลับเส้นขอบขึ้นส่วนซึ่งสุดท้ายแล้วทำให้โครงข่ายของโครงข่ายมีการปรับปรุงขึ้นอย่างเห็นได้ชัด สังเกตได้จากจำนวนจุดต่อที่มีเส้นขอบมากกว่า 6 เส้น มีจำนวนจุดน้อยมาก ทำให้สามารถลดขึ้นส่วนสามเหลี่ยมที่มีขนาดมุมยอดแคบลงได้มากเช่นกัน โดยขึ้นส่วนที่ให้มุมยอดแหลมจะให้ค่าระยะทางจากจุดยอดถึงตำแหน่งเกาส์ (ในงานวิจัยนี้ใช้จุดกึ่งกลางขึ้นส่วน) มีระยะทางมากด้วย ส่งผลให้การประมาณค่าผลเฉลยจากวิธีการฟินด์เป็นหย่อมคลาดเคลื่อนไป จำนวนรอบในการปรับขนาดเพื่อการเข้าสู่ผลเฉลยจึงมากขึ้นด้วย แต่

เมื่อโครงข่ายได้รับการปรับปรุงรูปร่างขึ้นส่วนให้ทุกจุดต่อมีเส้นขอบใกล้เคียง 6 เส้น กระบวนการต่อมาคือ การปรับเรียบเชิงมุม จะเข้ามาช่วยเสริมประสิทธิภาพการทำงานโดยพยายามปรับขนาดของมุมให้มีขนาดเท่ากัน (ใกล้เคียง 60 องศา) ซึ่งจะให้ชิ้นส่วนสามเหลี่ยมที่มีคุณภาพดีที่สุด โดยขั้นตอนการปรับเรียบจะใช้เวลามากกว่าการสลักขอบชิ้นส่วนมาก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับจำนวนจุดต่อที่มีอยู่ภายในโครงข่าย แต่ใช้เวลาในการทำงานโดยรวมใกล้เคียงกับเวลาในการแก้ระบบสมการของโปรแกรม

โปรแกรมที่ได้สามารถวิเคราะห์ผลได้แม่นยำและรวดเร็วขึ้นมาก ในการนำไปใช้จริงผู้ใช้งานจำเป็นต้องมีความรู้ในการกำหนดค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้และการกำหนดโครงข่ายเริ่มต้น รวมทั้งการสร้างแบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์ให้เหมาะสมกับปัญหาซึ่งจะแตกต่างกันไป เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการทำงานของโปรแกรม

5.2 ข้อเสนอแนะอื่นๆ

ในการศึกษาเพื่อการนำไปใช้งานจริง ควรมีการปรับปรุงในส่วนของการปรับขนาดชิ้นส่วนให้สามารถมีการเพิ่มหรือลดจุดต่อได้อย่างอิสระ โดยเฉพาะอย่างยิ่งจุดต่อบริเวณขอบที่ควรจะมีการปรับเปลี่ยนตำแหน่งได้ใหม่ในทุกรอบของการปรับขนาดชิ้นส่วน เพื่อให้สามารถใช้จุดต่อในโครงข่ายสุดท้ายได้อย่างมีประสิทธิภาพและเหมาะสมที่สุด ซึ่งจะช่วยลดเวลาในส่วนของการคำนวณจุดต่อที่ไม่จำเป็นลงได้มาก

นอกจากนี้ในการพัฒนาต่อไป หากยังคงต้องการใช้วิธีการตัดทอนเป็นรูปสามเหลี่ยมเดอลอนโดยวิธีพรอนท์คืบหน้าให้มีประสิทธิภาพ จึงควรจะศึกษาการใช้สัมประสิทธิ์ในการปรับลดระยะห่างระหว่างจุดเพื่อตรวจสอบการเพิ่มจุดต่อ ณ กึ่งกลางของชิ้นส่วน ซึ่งจะส่งผลต่อความหนาแน่นของจุดต่อและความต่อเนื่องของชิ้นส่วนว่าควรมีค่าเท่าใดจึงจะได้รูปร่างชิ้นส่วนที่ดีและต่อเนื่องกันมากที่สุด เช่นเดียวกับการปรับขนาดชิ้นส่วนโดยการเพิ่มจุดในรอบถัดไป ควรศึกษาขีดจำกัดการลดขนาดชิ้นส่วนลงไม่เกินกี่เท่าจากขนาดชิ้นส่วนเดิม เพื่อป้องกันการเพิ่มจุดต่อในบริเวณที่ไม่จำเป็น อันเกิดจากการประมาณค่าคลาดเคลื่อนที่ผิดพลาดจากที่ควรจะเป็นในรอบต้นๆ ซึ่งมีโครงข่ายที่หยาบเกินไป นับเป็นรายละเอียดเล็กๆ น้อยๆ ที่ไม่ควรมองข้ามเพราะจะส่งผลต่อการคำนวณในรอบถัดไป

การประยุกต์กับชิ้นส่วนอื่นๆ ที่ไม่ใช่ชิ้นส่วนสามเหลี่ยม สามารถทำได้เช่นกันโดยการแปลงรูปจากชิ้นส่วนสามเหลี่ยมที่ได้นี้ ซึ่งในปัจจุบันก็มีผู้พัฒนาวิธีการแปลงรูปได้หลายวิธีแล้ว โดยยังคงสามารถประยุกต์ใช้วิธีการปรับเรียบเชิงมุมกับชิ้นส่วนใหม่เหล่านั้นได้

รายการอ้างอิง

1. Kelly D. W., De J. P., Gago S. R., Zienkiewicz O. C., Babuska I. A Posteriori Error Analysis and Adaptive Processes in the Finite Element Method: Part I – Error Analysis. Int. J. Numer. Meth. Engng. 19 (1983): 1593-1619.
2. Kelly D. W., De J. P. Gago S. R., Zienkiewicz O. C., Babuska I. A Posteriori Error Analysis and Adaptive Processes in the Finite Element Method: Part II – Adaptive Mesh Refinement Int. J. Numer. Meth. Engng. 19 (1983): 1621-1656.
3. Zienkiewicz O. C., Zhu J. Z. A Simple Error Estimator and Adaptive Procedure for Practical Engineering Analysis Int. J. Numer. Meth. Engng. 24 (1987): 337-357.
4. Ainsworth M., Zhu J. Z., Craig A. W., Zienkiewicz O. C. Analysis of the Zienkiewicz-Zhu A-Posteriori Error Estimator in the Finite Element Method Int. J. Numer. Meth. Engng. 28 (1989): 2161-2174.
5. Zhu J. Z., Zienkiewicz O. C. Superconvergence Recovery Technique and a Posteriori Error Estimators Int. J. Numer. Meth. Engng. 30 (1990): 1321-1339.
6. Zienkiewicz O. C., Zhu J. Z. Adaptive and Mesh Generation Int. J. Numer. Meth. Engng. 32 (1991): 783-810.
7. Zienkiewicz O. C., Zhu J. Z. The Superconvergent Patch Recovery and a Posteriori Error Estimates. Part I: The Recovery Technique Int. J. Numer. Meth. Engng. 33 (1992): 1331-1364.
8. Zienkiewicz O. C., Zhu J. Z. The Superconvergent Patch Recovery and a Posteriori Error Estimates. Part II: Error Estimates and Adaptivity Int. J. Numer. Meth. Engng. 33 (1992): 1365-1382.

9. Blacker T., Belytschko T. Superconvergent Patch Recovery with Equilibrium and Conjoint Interpolant Enhancements Int. J. Numer. Meth. Engng. 37 (1994): 517-536.
10. Wiberg N. –E., Abdulwahab WF. Patch Recovery Based on Superconvergent Derivatives and Equilibrium Int. J. Numer. Meth. Engng. 36 (1993): 2703-2724.
11. Wiberg N. –E., Abdulwahab WF., Ziukas S. Enhanced Superconvergent Patch Recovery Incorporating Equilibrium and Boundary Conditions Int. J. Numer. Meth. Engng. 37 (1994): 3417-3440.
12. Lee T. Park H. C., Lee S. W. A Superconvergent Stress Recovery Technique with Equilibrium Constraint Int. J. Numer. Meth. Engng. 40 (1997): 1139-1160.
13. Herrmann L. R. Laplacian – Isoparametric Grid Generation Scheme J. Engng. Mech. Div. (October 1976): 749-759.
14. Bachmann P. L., Witthchen S. L., Shephard M. S., Grice K. R. Yerry M. A. Robust, Geometrically Based, Automatic Two Dimensional Mesh Generation Int. J. Numer. Meth. Engng. 24 (1987): 1043-1078.
15. S. H. Lo A New Mesh Generation Scheme for Arbitrary Planar Domains Int. J. Numer. Meth. Engng. 21 (1985): 1403-1426.
16. Peraire J., Peiro J., Farmaggia L., Morgan K., Zienkiewicz O. C. Finite Element Euler Computations in Three Dimensions Int. J. Numer. Meth. Engng. 26 (1988): 2135-2159.
17. J. Z. Zhu, O. C. Zienkiewicz, E. Hinton and J. Wu A New Approach to the Development of Automatic Quadrilateral Mesh Generation Int. J. Numer. Meth. Engng. 32 (1991): 849-866.
18. Cavendish J. C. Automatic Triangulation of Arbitrary Planar Domain for the Finite Element Method Int. J. Numer. Meth. Engng. 8 (1974) 679-696.
19. Lo S. H. Delaunay Triangulation of Non-Convex Planar Domains Int. J. Numer. Meth. Engng. 28 (1989): 2659-2707.
20. Borouchaki H., George P. L. Aspects of 2-D Delaunay Mesh Generation Int. J. Numer. Meth. Engng. 40 (1997): 1957-1975.

21. Alexander F. Almost Regular Delaunay - Triangulations Int. J. Numer. Meth. Engng. 40 (1997): 4595-4610.
22. Johnson B. P., Sullivan J. M. Kwasnik J. R. and A. Automatic Conversion of Triangular Finite Element Meshes to Quadrilateral Elements Int. J. Numer. Meth. Engng. 31 (1991): 67-84.
23. เทอดเกียรติ จันทร์ชรากร. โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดขึ้นส่วนอัตโนมัติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโครงสร้าง บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.
24. Steven J. Owen. Non-Simplicial Unstructured Mesh Generation Pittsburgh. Doctoral dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, Carnegie Mellon University, 1999.
25. D. A. Field. Laplacian smoothing and Delaunay triangulations Communications in Applied Numerical Methods 4 (1988): 709-712.
26. L. Freitag and C. Olliver – Gooch. A Comparison of Tetrahedral Mesh Improvement Techniques Proceedings of the 5th International Meshing Roundtable (October 1996): 87-106.
27. L. Freitag. On Combining Laplacian and Optimization approach to finite element mesh smoothing Finite Elements in Analysis and Design 9 (1997): 37-43.
28. L. Freitag, M. Jones, and P. Plassmann. An Efficient Parallel Algorithm for Mesh Smoothing Proceedings of the 4th International Meshing Roundtable (October 1995): 47-58.
29. S. A. Canann, J. R. Tristano, and M. L. Staten. An Approach to Combined Laplacian and Optimization-Based Smoothing for Triangular, Quadrilateral, and Quad-Dominant Meshes Proceedings of the 7th International Meshing Roundtable (October 1998): 479-494.
30. M. Berzins, Mesh Quality: A Function of Geometry, Error Estimates or Both Proceedings of the 7th International Meshing Roundtable (October 1998): 229-238.
31. V. Parthasarathy and S. Kodiyalam. A constrained optimization approach to finite element mesh smoothing Finite Elements in Analysis and Design 9 (1991): 309-320.

32. Tian Zhou and Kenji Shimada. An Angle-Based Approach to Two-Dimensional Mesh Smoothing Proceedings of the 9th International Meshing Roundtable (October 2000): 373-384.
33. R. Lohner, K. Morgen, and O. C. Zienkiewicz. Adaptive Grid Refinement for Compressible Euler Equations in I. Babuska et. Al. eds. Accuracy Estimates and Adaptive Refinements in Finite Element Computations (1986): 281-297.
34. Frank, J. Bossen, and Paul S. Heckbert, A Pliant Method for Anisotropic Mesh Generation Proceedings of the 5th International Meshing Roundtable (October 1996): 63-76.
35. Kenji Shimada, Atsushi Yamada, and Takayuki Itoh. Anisotropic Triangular Meshing of Parametric Surfaces via Close Packing of Ellipsoidal Bubbles Proceedings of the 6th International Meshing Roundtable (October 1997): 375-390.
36. William H. Frey and David A Field. Mesh Relaxation: a New Technique for Improving Triangulations Int. J. Numer. Meth. Engng. 31 (1991): 1121-1133.
37. S. A. Canann, S. N. Muthukrishnan and R. K. Phillips. Topological Refinement Procedures for triangular Finite Element Meshes Engineering with Computer 12 (1996): 243-255.



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก การใช้งานโปรแกรม

เนื่องจากโปรแกรมมีการทำงานโดยอาศัยการนำเข้าข้อมูลจากแฟ้มข้อมูลเป็นหลัก ดังนั้นแฟ้มข้อมูลจึงเป็นส่วนที่สำคัญที่สุดสำหรับผู้ใช้งาน ซึ่งมีรายละเอียดของแฟ้มดังนี้ โดยยกตัวอย่างแฟ้มจากการวิเคราะห์ปัญหาในตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 4 ดังแสดงในรูปที่ ผ.ก.1 โดยเพิ่มหมายเลขบรรทัดเพื่อความสะดวกในการอ้างอิง

ในส่วนแรกของแฟ้มบรรทัดที่ 1 - 6 จะเป็นการกำหนดลักษณะของปัญหา ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ที่ยอมรับได้ และคุณสมบัติทางวัสดุของปัญหาซึ่งสามารถเข้าใจได้โดยง่าย ลำดับต่อมาในบรรทัดที่ 8 จะเป็นพิกัดที่มุมล่างซ้ายและมุมบนขวาของพื้นที่ที่จะกำหนดให้ ADT เพื่อใช้แบ่งให้กับแต่ละจุดต่อไป ข้อสังเกตคือที่มุมบนขวาต้องอยู่เลยตำแหน่งบนขวาสุดของปัญหาออกไป ในขณะที่ที่มุมล่างซ้ายสามารถกำหนดให้ซ้อนทับกับตำแหน่งล่างซ้ายของปัญหาได้

ส่วนต่อมาในบรรทัดที่ 10 เป็นจำนวนของขอบเขตปัญหาและในบรรทัดที่ 12 - 18 เป็นข้อมูลของแต่ละขอบเขตโดยมีข้อมูลเรียงตามลำดับดังนี้ 1. หมายเลขประจำขอบเขตโดยต้องเริ่มจาก 0 ไล่ตามกันไป 2. ค่าพิกัดในแนวแกน x ของจุดเริ่มต้น 3. ค่าพิกัดในแนวแกน y ของจุดเริ่มต้น 4. ค่าพิกัดในแนวแกน x ของจุดปลาย 5. ค่าพิกัดในแนวแกน y ของจุดปลาย 6. รัศมีของเส้นขอบเขต มีค่าเป็นบวกเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ทางด้านซ้ายของเส้น มีค่าเป็นลบเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ทางด้านขวาของเส้น และจะมีค่า 0 ถ้าเป็นเส้นตรง 7. จำนวนขอบเขตย่อยที่จะแบ่งจากขอบเขตนั้น

ต่อมาเป็นข้อมูลของที่รองรับโดยในบรรทัดที่ 20 เป็นจำนวนของที่รองรับ และมีรายละเอียดของที่รองรับในบรรทัดที่ 22 - 25 โดยมีข้อมูลของที่รองรับเรียงตามลำดับดังนี้ 1. เป็นหมายเลขเส้นขอบเขตที่จะอ้างอิงถึง 2. ชนิดของที่รองรับมีค่า p ถ้ามีการรองรับเฉพาะที่จุดต้นของขอบเขต และมีค่าเป็น l ถ้ามีการรองรับตลอดทั้งเส้นขอบเขต 3. การรองรับในทิศทาง x มีค่าเป็น 1 ถ้าไม่อนุญาตให้มีการเคลื่อนที่ และมีค่าเป็น 0 ถ้าอนุญาตให้เคลื่อนที่ได้ในแนวแกน x ได้ 4. การรองรับในทิศทาง y มีค่าเป็น 1 ถ้าไม่อนุญาตให้มีการเคลื่อนที่ และมีค่าเป็น 0 ถ้าอนุญาตให้เคลื่อนที่ได้ในแนวแกน y ได้

ต่อมาเป็นข้อมูลของแรงกระทำโดยในบรรทัดที่ 27 เป็นจำนวนของแรงกระทำ และบรรทัดที่ 29 เป็นรายละเอียดของแรงกระทำโดยมีข้อมูลเรียงตามลำดับดังนี้ 1. หมายเลขของขอบเขตที่อ้างอิงถึง 2. ชนิดของแรงกระทำ มีค่าเป็น p ถ้าแรงกระทำเป็นจุดกระทำเฉพาะที่จุดต้นของขอบเขต และมีค่าเป็น l ถ้าแรงกระทำเป็นแรงแผ่กระจายตลอดทั้งขอบเขต 3. และ 4. เป็นขนาดของแรงกระทำในทิศทาง x และ y ที่จุดต้นของขอบเขต 5. และ 6. เป็นขนาดของแรงกระทำในทิศทาง x และ y ที่จุดปลายของขอบเขต ถ้าชนิดของข้อมูลเป็น p ข้อมูลที่ 5 และ 6 ต้องไม่มี

ในส่วนสุดท้ายของแฟ้มในบรรทัดที่ 31 เป็นข้อมูลสำหรับการแสดงผลทางกราฟฟิกโดยกำหนดขนาดของตัวหนังสือและมาตราส่วนในการแสดงผลการเปลี่ยนตำแหน่ง

ในการใช้งาน โปรแกรมจะให้ป้อนชื่อแฟ้มข้อมูลสำหรับนำเข้า และหลังจากที่ทำการวิเคราะห์แล้ว โปรแกรมก็จะให้ป้อนชื่อแฟ้มส่งออก โดยในแต่ละรอบของโครงข่ายขึ้นส่วนจะส่งออกแฟ้มข้อมูล 3 แฟ้มคือ

1. แฟ้มข้อมูลทางเรขาคณิตของจุดต่อและชิ้นส่วน
2. แฟ้มข้อมูลแสดงผลการวิเคราะห์ของแต่ละจุด และ
3. แฟ้มแลกเปลี่ยนข้อมูลทางด้านกราฟฟิก

สำหรับการใช้ข้อมูลใน 2 แฟ้มแรกสามารถเปิดใช้ได้ด้วยโปรแกรมแก้ไขค่าทั่วไป ส่วนแฟ้มข้อมูลที่ 3 สามารถนำเข้าแสดงผลในโปรแกรม CAD ทั่วไป เช่น ถ้าใช้โปรแกรม AutoCAD ก็ให้นำเข้าแฟ้มข้อมูลโดยใช้คำสั่ง dxfin จากนั้นก็สามารถจัดการกับข้อมูลได้เหมือนกับข้อมูลที่เขียนขึ้นจาก AutoCAD ทกประการ

```

1 Plane type<plane stress=0 , plane strain=1>
2 0
3 Expected Error
4 0.01
5 Material properties <E nu thickness >
6 2e6 0.3 0.1
7 Limit of search <lowerleft (x,y) upperright (x,y)>
8 0 0 20.01 20.01
9 Number of boundary
10 7
11 BoundaryNo. (x1,y1) (x2,y2) radius segment
12 0 0 20 0 8 0 8
13 1 0 8 0 2 0 5
14 2 0 2 2 0 -2 3
15 3 2 0 8 0 0 5
16 4 8 0 20 0 0 9
17 5 20 0 20 20 0 9
18 6 20 20 0 20 0 9
19 Number of support
20 4
21 BoundaryNo. (Point/Line<p/l>) ( x,y <fix/free:1/0>)
22 0 1 1 0
23 1 1 1 0
24 3 1 0 1
25 4 1 0 1
26 Number of load
27 1
28 BoundaryNo. (Point/Line) (x1,y1) (x2,y2) <if point neglect x2,y2>
29 6 1 0 100 0 100
30 Text size & Displacement scale
31 0.2 50

```

รูปที่ ผ.ก.1 ตัวอย่างแฟ้มนำเข้าข้อมูล

ภาคผนวก ข

รายละเอียดของรหัสคำนวณ

ในการเขียนรหัสคำนวณด้วยภาษา C++ จะแบ่งประเภทแฟ้มข้อมูลเป็น 2 ชนิด คือ แฟ้มส่วนหัว มีชื่อแฟ้มลงท้ายด้วย .h และแฟ้มโปรแกรมมีชื่อแฟ้มลงท้ายด้วย .cpp ในงานวิจัยนี้ได้ รวมแฟ้มโปรแกรมเข้าในแฟ้มส่วนหัวเพื่อลดการพิมพ์ในการคอมไพล์โปรแกรม ดังนั้นถ้าต้องการความรวดเร็วในการคอมไพล์สามารถแยกส่วนดำเนินการ (implementation) ในแฟ้มส่วนหัวออกเป็นแฟ้มโปรแกรมในชื่อเดียวกันแล้วใช้คำสั่ง #include "filename" ในการอ้างอิงถึงแฟ้มส่วนหัว สำหรับรายละเอียดของรหัสคำนวณทั้งหมดได้รวบรวมไว้ในแผ่นดิสเกตประกอบวิทยานิพนธ์



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายรัฐพล สุวรรณพฤษ์ เกิดเมื่อวันที่ 31 ธันวาคม พ.ศ. 2521 ที่จังหวัดตรัง เข้ารับการศึกษา
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่โรงเรียนวิเชียรมาตุ และศึกษาต่อชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่โรงเรียนจุฬาภรณ์
ราชวิทยาลัย จังหวัดตรัง สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ในปีการศึกษา 2542 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2543



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย