

วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นศิลปะและภาษาอย่างหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับความคิด มีแบบแผนและโครงสร้างในตัวเองที่เกี่ยวข้องกับ จำนวน พีชคณิต การวัด เรขาคณิต และสถิติ ซึ่งได้รับการถ่ายทอดมาจากคนรุ่นก่อนสืบต่อกันมาให้มีคุณสมบัติ นิสัย ทศนคติ และสติปัญญาที่ดี เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ ทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งใช้เป็นเครื่องมือในการคิดวิเคราะห์และเรียนรู้มวลประสบการณ์ในการดำรงชีวิตต่อไป โดยครูมีบทบาทที่สำคัญในการถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ ประสบการณ์ ใช้เทคนิค และลำดับขั้นในการสอนเป็นระบบ อาศัยการจัดกิจกรรมและวิธีสอนที่เหมาะสมในการนำเข้าสู่บทเรียน เร้าให้นักเรียนอยากเรียน สอนตามเนื้อหา กิจกรรม ใช้สื่อประกอบการเรียน สรุปถึงการนำไปใช้ หลังจากนั้นจึงวัดผลประเมินผลถึงความก้าวหน้าของนักเรียน ซึ่งลำดับขั้นตอนการสอนจะเสนอจากรูปธรรมไปหานามธรรม โดยกระบวนการเรียนการสอนจะต้องสอดคล้องกันทุกขั้นตอน เน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ หลักการ และพื้นฐานทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ สามารถที่จะนำความรู้ไปใช้ในวิชาอื่น ๆ และในชีวิตประจำวันได้ แต่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีปัญหาจากผู้บริหาร ครูผู้สอน และผู้เรียน ซึ่งมีความแตกต่างทางด้านร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญา ตลอดจนปัญหาจากสิ่งแวดล้อมก็มีอิทธิพลต่อการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนด้วย โดยเฉพาะโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงมีหัวข้อดังต่อไปนี้

ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

อุปสรรคในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
 การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีสอนแบบใช้ขั้นตอนที่แนะความเข้าใจโจทย์  
 ปัญหาตามเทคนิคการสอนของสติฟ  
 การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์  
 สรุป

## โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

### โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา มีจุดมุ่งหมายที่จะพัฒนาผู้เรียนให้มีความ  
 สามารถในการคิด การคำนวณ สามารถที่จะนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียน  
 รู้สิ่งต่าง ๆ และดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ ซึ่งเนื้อหาสำคัญในวิชาคณิตศาสตร์ที่จะฝึกให้ผู้เรียนรู้  
 จักคิดหาเหตุผลและรู้วิธีการต่าง ๆ ที่จะนำมาคำนวณ มาแก้ปัญหา คือ บทเรียนโจทย์ปัญหา  
 ซึ่งครูจะต้องดูแลเอาใจใส่ในการทำโจทย์ปัญหาของนักเรียนเป็นพิเศษ ดังที่มาร์ค (Marks,  
 1970) และคนอื่น ๆ กล่าวไว้ว่า "การเตรียมผู้เรียนให้เป็นคนที่รู้จักแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้  
 นั้น นับเป็นความรับผิดชอบอันสำคัญยิ่งของการจัดหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน"

มีผู้ที่ให้ความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้พอสรุปได้ดังนี้

แอนเดอร์สัน, ฟริงกรี และ อัดัมส์, บีสัน (Anderson and Pingry, 1973;  
 Adam and Beeson, 1977) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์  
 ที่เกี่ยวกับการหาข้อสรุป คำตอบ ในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้ต้องมี  
 กระบวนการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจ ประกอบ  
 ว่าจะใช้วิธีการใดแก้โจทย์ปัญหา แต่ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ต้องอาศัยทักษะและ  
 ความสามารถมาประกอบกัน เช่น ทักษะการอ่านและวิเคราะห์ปัญหา การคำนวณ การมอง  
 เห็น ความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ เป็นต้น (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2526)

สมนมาศ ลันโธษ (2520) ได้ให้ความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นคำถามทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องตีความหมายโจทย์ออกมาเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ก่อน จึงจะสามารถดำเนินการหาคำตอบได้

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้นนี้ พอจะสรุปความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยจำนวน ตัวเลข ข้อความที่ต้องการหาคำตอบ ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน การตัดสินใจ ลงมือแก้ปัญหาเองโดยจะต้องแปลความหมาย วิเคราะห์ความหมายโจทย์ปัญหาก่อนที่จะดำเนินการหาคำตอบ

#### ลักษณะของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เลอบลองค์, ชาลส์, แอชลอค และคณะ และบาร์ดูดี (LeBlance, 1977; Charles, 1982; Ashlock and others, 1983; Baroody, 1987) ได้แบ่งลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. โจทย์ที่มีรูปแบบหรือโจทย์ปัญหานั้นขั้นตอนเดียว ซึ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในลักษณะนี้ต้องการคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก เช่น นายทวี ต้องการจัดคนน้อยหน้าจำนวน 548 ผล โดยใส่กระถง ๆ ละ 8 ผลเท่า ๆ กัน อยากทราบว่าจะต้องใช้กระถงกี่ใบ

2. โจทย์ที่ไม่มีรูปแบบหรือโจทย์ปัญหาที่มีหลายขั้นตอน เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่าง ๆ ในการหาคำตอบ ซึ่งจะต้องใช้แผนภาพ แผนภูมิ รูปภาพ ประกอบโจทย์ปัญหานี้ อาจมีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน การแก้โจทย์ปัญหาประเภทนี้ยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 เพราะต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้นตอนคือ

- 2.1 ความเข้าใจปัญหา
- 2.2 การพัฒนาและการหากลวิธีในการแก้ปัญหา
- 2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในลักษณะที่ไม่มีรูปแบบ หรือที่แก้ด้วยกระบวนการ หรือที่ไม่ปกติต้องการคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ ซึ่งจะเน้นการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นเหตุเป็นผล เช่น มีผู้ชาย 6 คน ในงานเลี้ยง ถ้าผู้ชายคนนี้ต้องการจับมือกับกับคนอื่น ๆ ให้ครบทุกคน อยากราวว่า จะต้องมีการจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง

นอกจากนี้โจทย์ปัญหาอาจจะมีลักษณะที่เป็นโจทย์ปัญหาโดยตรง และโจทย์ปัญหาโดยอ้อม หรืออาจเป็นโจทย์ปัญหามีสองขั้นตอนและโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน ซึ่งโจทย์ปัญหาโดยตรงหรือโจทย์ปัญหามีสองขั้นตอน แก้ง่ายกว่าโจทย์ปัญหาโดยอ้อมและโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน ซึ่งโจทย์ปัญหามีสองขั้นตอน โดยอยู่ในลักษณะของคำทาย รูปภาพ สัญลักษณ์ และข้อความ (สุร กาญจนเมธูร, 2533) แต่ลักษณะของโจทย์ปัญหาก็มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาอันมีลักษณะดังนี้ (Hudgins, 1977; Fleischner, Nuzum and Marzols, 1987)

1. ภาษาที่ใช้ เป็นภาษาที่เข้าใจง่ายหรือยาก มีคำศัพท์เฉพาะทางคณิตศาสตร์ มากน้อยเพียงใด
2. ขนาดของตัวหนังสือและตัวเลข เหมาะสมกับวัยของผู้เรียนหรือไม่
3. ความยาวของโจทย์ปัญหา
4. รูปแบบและโครงสร้างของโจทย์ เป็นโจทย์โดยตรงหรือโดยอ้อม เป็นโจทย์ที่ใช้ขั้นตอนในการแก้ปัญหาขั้นตอนเดียวหรือหลายขั้นตอน
5. ใช้ทักษะการคิดคำนวณคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานหลายวิธีหรือไม่
6. เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยมาก่อนหรือไม่

ในงานวิจัยของ สุมาลี รัตนพันธ์ (2524) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานกับความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยตัวอย่างประชากรที่ใช้ทดลองเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนในสังกัดการประถมศึกษาจังหวัดชุมพร กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 3 โรงเรียน รวมตัวอย่างประชากรทั้งหมด 300 คน เครื่องมือที่ใช้ คือ แบบทดสอบทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานกับแบบทดสอบการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า ทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานกับความสามารถ

ในการแก้ปัญหา มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และคะแนนสอบทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานกับคะแนนแบบทดสอบการแก้ปัญหา สามารถใช้พยากรณ์คะแนนซึ่งกันและกันได้ ซึ่งผลการศึกษานี้สอดคล้องกับความสามารถในการเข้าใจหลักคณิตศาสตร์พื้นฐาน (บวก ลบ คูณ หาร) เน้นองค์ประกอบที่มีความสำคัญและสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจากการศึกษาของ เพส (Pace, 1958) ได้ศึกษาผลของความเข้าใจหลักเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ คือ การบวก ลบ คูณ และหาร ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 สรุปผลการศึกษาได้ว่า ความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์พื้นฐาน คือ การบวก ลบ คูณ และ หาร เป็นองค์ประกอบที่สำคัญเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนจะมีทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานและความเข้าใจหลักเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่ดีได้นั้น ย่อมจะต้องรู้คำศัพท์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดย จอห์นสัน (Johnson, 1966) ได้ทำการศึกษามผลของการสอนคำศัพท์ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 28 ห้องเรียน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 316 คน กลุ่มควบคุม 282 คน โปรแกรมการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่มประกอบด้วย เรื่องทศนิยม ร้อยละ การวัดและกราฟ ใช้เวลาในการทดลอง 14 สัปดาห์ ซึ่งแบ่งเป็น 3 ระยะ แต่ละระยะมีการทดสอบคำศัพท์และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาศัยพื้นฐานมาจากสิ่งที่สอนในระหว่างระยะเวลานั้น ๆ การเรียนคำศัพท์ของกลุ่มควบคุมอาศัยจากแบบเรียนและการอภิปรายในชั้น ส่วนกลุ่มทดลองเรียนคำศัพท์โดยมีอุปกรณ์ทำแบบฝึกหัด ซึ่งมีคำศัพท์ที่สัมพันธ์กับเรื่องที่เรียนเข้าใจเป็นหมวดหมู่ มีการอภิปรายร่วมกันเพื่อให้ได้ความหมายของคำศัพท์แต่ละคำเพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน สรุปข้อค้นพบที่สำคัญ ๆ ได้ดังนี้

1. การใช้อุปกรณ์ช่วยสอนคำศัพท์ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจคำศัพท์ต่างๆ ได้ดีขึ้น และช่วยนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้คำศัพท์เหล่านั้นได้ดีขึ้น
2. การที่จะให้การเรียนที่เกิดจากอุปกรณ์คงอยู่ได้นาน จำเป็นต้องใช้อยู่เสมอ และใช้อย่างมีระบบอย่างเป็นส่วนหนึ่งของวิธีการเรียนในห้องเรียน

โคลด์ (Clyde, 1967) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

ดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสัมพันธ์กับผู้ที่แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราว หรือเหตุการณ์ หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันจริงที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหา
2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยาย ในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาไม่ประสพการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆ ไป

จากลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา ในการจัดการเรียนการสอน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยครูผู้สอนจะต้องสร้างโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย มีความยากง่าย เหมาะสมกับระดับความรู้ พื้นฐานของนักเรียน แต่สิ่งที่สำคัญควรให้นักเรียนช่วยกันสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นเอง (Fehr, 1972) ซึ่งจะเป็นการกระทำความสนใจและความกระตือรือร้นที่จะแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ให้บรรลุจุดมุ่งหมายเพื่อให้รอบรู้ในเรื่องทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และมุ่งเน้นการนำไปใช้กับสภาพความเป็นจริง แต่โจทย์ปัญหาจึงมักจะถูกใช้เพื่อฝึกทักษะขั้นพื้นฐานมากกว่าที่จะมุ่งพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา (Baroody, 1987; Nuzum 1987) ตลอดจนการคำนวณก็ฝึกความชำนาญในทักษะนั้น ๆ และโจทย์ปัญหาที่เน้นคำตอบเพียงคำตอบเดียว ซึ่งไม่สอดคล้องกับการแก้ปัญหาในชีวิตความเป็นจริง ปัญหาในชีวิตจริงมักจะมีข้อมูลมากมายที่มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบก็ได้

#### อุปสรรคในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ปัญหาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากมีอุปสรรคหลายประการ (Brueckner and Grossnickle, 1974; ประยูร อาษานาม, 2528) ดังนี้

1. ครูสอนเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการแก้ปัญหาหรือกระบวนการแก้ปัญหา
2. นักเรียนขาดทักษะในการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา
3. ภาษาและคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหา ไม่กระตุนหรือส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดเชิงวิเคราะห์ หรือไม่เหมาะสมกับวัยและสติปัญญาของเด็ก ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจคำค้นหรือโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

4. นักเรียนขาดความสามารถในการคิดคำนวณ ขาดทักษะการบวก ลบ คูณและหาร
5. นักเรียนค้อสมรรถภาพในการคิดในใจ ไม่รู้จักคะเนหรือประมาณคำตอบ
6. นักเรียนขาดการคิดหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้
7. นักเรียนใช้วิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาผิด เพราะไม่ได้นำเอาทฤษฎี กฎเกณฑ์ สูตรต่าง ๆ หรือความรู้ที่เรียนมาไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
8. นักเรียนขาดความสนใจและตั้งใจที่จะแก้โจทย์ปัญหา อาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนไม่สนใจ
9. เวลาเรียนในการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาไม่เหมาะสมหรือไม่เพียงพอ
10. นักเรียนมีความสะเพร่า นำตัวเลขหรือโจทย์ปัญหามาคิดคำนวณผิด

ในการศึกษาความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มักพบว่า มีอุปสรรคต่อการบวก ลบ คูณ และหาร ดังงานวิจัยของ บุรินทร์ ทองแมน (2534) ได้ศึกษาความสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ตัวอย่างประชากรทั้งหมด 907 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนที่ไม่มีปัญหาทางภาษาไทยได้คะแนนเฉลี่ยแต่ละฉบับสูงกว่านักเรียนที่มีปัญหาทางภาษาและแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลการวินิจฉัยจุดบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พบว่า

1. การแก้โจทย์ปัญหาการบวกมีจุดบกพร่องมาก คือ ใช้วิธีลบในการคิดคำนวณหาคำตอบ รองลงมาบกพร่องในการคิดคำนวณ
2. การแก้โจทย์ปัญหาการลบมีจุดบกพร่อง คือ ใช้วิธีบวกในการคิดคำนวณหาคำตอบ รองลงมาบกพร่องในการคิดคำนวณ
3. การแก้โจทย์ปัญหาการคูณมีจุดบกพร่องมาก คือ ใช้วิธีหารและวิธีบวกในการคิดคำนวณหาคำตอบ รองลงมาบกพร่องในการคิดคำนวณ

4. การแก้โจทย์ปัญหาการหารมีจุดบกพร่อง คือ ใช้วิธีบวกและวิธีลบในการคิดคำนวณหาคำตอบ รองลงมาบกพร่องในการคิดคำนวณ

นอกจากนี้ ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา นักเรียนยังขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา รวมทั้งบรรยากาศในห้องเรียน ไม่ส่งเสริมการเรียนรู้ เด็กไม่กล้าแสดงออก กลัวทำผิด เป็นอุปสรรคอย่างหนึ่งต่อการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เช่นกัน

จากอุปสรรคและสาเหตุดังกล่าว นอจะสรุปได้ว่า การที่นักเรียนประสบปัญหาไม่สามารถที่จะทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากนักเรียนขาดประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องและเพียงพอ รวมทั้งขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องการวิเคราะห์ความหมายโจทย์ปัญหา จึงเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องหาวิธีการเพิ่มพูนประสบการณ์ให้กับนักเรียนอย่างต่อเนื่อง โดยพุท (Putt, 1979) ได้ทำการศึกษาถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อมีขบวนการแก้ปัญหาต่างกัน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนกลวิธีแก้ปัญหา อีกห้องหนึ่งให้นักเรียนได้รับประสบการณ์โดยตรงจากการพยายามให้แก้ปัญหาต่าง ๆ เอง ใช้เวลาทำการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม พบว่านักเรียนทั้ง 2 กลุ่มมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนที่ไม่เข้าใจ จึงทำให้ไม่รู้จะเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไรดี ซึ่งอาจจะเกิดจากสาเหตุที่ต่างกันไป ไคลด์ ไอเมอร์ กับ ทรูปลัด และชาเลฟสกี (Clyde, 1967; Heimer and Trueblood, 1977; Zalewski, 1978) ได้กล่าวไว้ว่า องค์ประกอบที่จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจปัญหาและการแก้ปัญหาในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้มีดังนี้

1. ความสามารถในการคิดคำนวณ
2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์



3. ความเข้าใจในการอ่าน การตีความกราฟและตาราง
4. ความสามารถในการรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ แยกแยะข้อมูลที่ไม่

เกี่ยวข้องออก

5. ความสามารถในการรู้ เข้าใจ คำศัพท์ และสัญลักษณ์
6. ความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ไปเป็นประโยคสัญลักษณ์
7. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลและเลือกใช้วิธีการจัดการกระทำข้อมูลอย่างถูกต้อง รวมทั้งหาข้อมูลเพิ่มเติมด้วย
8. ความสามารถในการคะเนคำตอบอย่างมีเหตุผล
9. ความมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ ฮันนี่ (Hunney, 1971) ได้ศึกษาความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีองค์ประกอบที่สำคัญดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
2. ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา
3. การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณ

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ต้องอาศัยองค์ประกอบหลาย ๆ อย่าง โดยเฉพาะนักเรียนควรจะต้องได้รับการสอน ผูกฝน ฝึกฝน ให้น้ำหนักความรู้ความสามารถพื้นฐาน และมีทัศนคติที่จะเป็นพลังสำคัญยิ่งในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จากการวิจัยของ วัลลภา หงษ์ภู (2522) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติทางคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความแตกต่างเกี่ยวกับทัศนคติทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนชายและนักเรียนหญิง ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตัวอย่างประชากรทั้งหมดมีจำนวน 748 คน เป็นชาย 351 คน หญิง 397 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดทัศนคติทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ทัศนคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีทัศนคติทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน แต่คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์

### ปัญหาจิตศาสตร์ ดังนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และมีทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ หากความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เก่า
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบและการหาข้อมูล
6. มีความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อธิากรู้จักเรียน
7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

นอกจากนั้น เทร่าต์แมน และลิชเตนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1974) ได้สรุปความสามารถเฉพาะที่ส่งผลในการแก้โจทย์ปัญหาจิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการแปลภาษาจิตศาสตร์เป็นประโยคจิตศาสตร์
2. ความสามารถในการหาลักษณะที่เหมือนกันและต่างกันในโจทย์ปัญหา
3. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา
4. ความสามารถในการวางหลักเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป
5. ความสามารถในการกะประมาณคำตอบ

การแก้โจทย์ปัญหาจิตศาสตร์ต้องมีความรู้ในเนื้อหาจิตศาสตร์ มีความเข้าใจ มีทักษะในการแปลภาษาจิตศาสตร์เป็นประโยคจิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาที่รวดเร็วและแม่นยำขึ้น โดย คลาร์กสัน (Clarkson, 1979) ได้วิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะในการแปลความหมายโจทย์วิชาจิตศาสตร์ กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาจิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นปีที่ 1 ที่เรียนนิชคณิต จำนวน 5 ห้องเรียน นำมาทดสอบความสามารถในการแปลความหมาย 3 แบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์ และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ แล้วนำคะแนนไปหาความสัมพันธ์กับคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาจิตศาสตร์ ปรากฏว่า การแปลความหมายทั้ง 3 แบบ มีความ

สัมพันธ์ กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกัน จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังพบว่า ทักษะในการแปลความหมายเป็นองค์ประกอบหนึ่งของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และมีความสอดคล้องกับความสามารถในการคิดเอกลัทธิทางสัญลักษณ์ จากการวิจัยของ วิชัย พาณิชย์สวีย์ (2522) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดแบบเอกลัทธิทางสัญลักษณ์ กับ การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ตัวอย่างประชากรทั้งหมด 240 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบความคิดเอกลัทธิทางสัญลักษณ์กับแบบทดสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดแบบเอกลัทธิทางสัญลักษณ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวก และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ปัญหากับด้านการนำไปใช้ต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .496 ซึ่งความคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์ สมรรถภาพสมองทางสัญลักษณ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดย สมบูรณ์ แซ่กู่ (2524) ได้หาความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์ สมรรถภาพสมองทางสัญลักษณ์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตัวอย่างประชากรจำนวน 412 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ของ มินเนโซตา แบบทดสอบสมรรถภาพสมองทางสัญลักษณ์ และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความคิดสร้างสรรค์และสมรรถภาพสมองทางสัญลักษณ์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กับทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในการคิดจะมีหลายรูปแบบทางการคิดแบบวิเคราะห์ การคิดแบบจำแนกประเภทและการคิดแบบโยงความสัมพันธ์ โดยมีความคิดที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจในทัศน์ของคณิตศาสตร์ ซึ่ง โสภพรณ ศิริรัตน์ (2527) ได้ทำการวิจัยการเปรียบเทียบความเข้าใจในทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีแบบการคิดต่างกันในปีการศึกษา 2527 ตัวอย่าง ประชากรจำนวน 559 คน เป็นชาย 280 คน หญิง 279 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบการคิด แบบทดสอบสมรรถภาพทางสมอง และแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงใช้การคิดแบบจำแนกประเภทมากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาปานกลางและต่ำ แต่นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำใช้การคิดแบบโยงความสัมพันธ์

มากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูง ซึ่งนักเรียนชายและนักเรียนหญิงใช้การคิดแต่ละแบบไม่แตกต่างกัน และนักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในกระบวนการทางความคิดและสมรรถภาพทางสมอง สามารถที่จะสร้างมโนภาพ มีจินตนาการในการหาคำตอบที่ถูกต้องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ องค์ประกอบเหล่านี้ กมล ชื่นทองคำ (2527) ได้หาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในปีการศึกษา 2527 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 401 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งความคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองด้านจำนวน ด้านภาษา ด้านเหตุผล ด้านมิติสัมพันธ์ ด้านความจำ ด้านการรับรู้ทางตา และด้านความคล่องแคล่วในการใช้คำ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากงานวิจัยของ สมบัติ วงษ์อ่อนน้อย (2529) ได้ศึกษากับตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 304 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบความสามารถทางสมอง และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถด้านจำนวน ด้านภาษา ด้านเหตุผล ด้านมิติสัมพันธ์ ด้านความจำ ด้านการรับรู้ทางตา และด้านความคล่องแคล่วในการใช้คำ มีความสัมพันธ์ในทางบวก กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์หาคู่เท่ากับ .76906 นอกจากความสามารถทางสมอง ยังมี เพศ อายุ ความสนใจทางคณิตศาสตร์ สถิติการมาเรียนของนักเรียน อาชีพและระดับการศึกษาของผู้ปกครอง รายได้ของครอบครัว ขนาดของครอบครัวและการใช้สื่อมวลชนของครอบครัวก็มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย จากงานวิจัยของ อรุณี จักรสิรินนท์ (2525) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีองค์ประกอบคัดสรรที่เกี่ยวข้องกับตัวนักเรียนต่างกัน ปีการศึกษา

2525 ตัวอย่างประชากร จำนวน 388 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับแบบสอบถามข้อมูลเกี่ยวกับตัวนักเรียนและข้อมูลสภาพทางเศรษฐกิจและสังคมครอบครัว ผลการวิจัยพบว่า อายุ ความสนใจทางคณิตศาสตร์ สถิติการมาเรียน อาชีพของผู้ปกครอง ระดับการศึกษาของผู้ปกครอง และการใช้สื่อมวลชนของครอบครัว ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

จากองค์ประกอบข้างต้น อาจสรุปได้ว่า นักเรียนที่จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้น ขึ้นอยู่กับครูซึ่งมีบทบาทสำคัญยิ่งในการฝึก และพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในโจทย์ปัญหา ต้องฝึกฝนให้นักเรียนเกิดทักษะ โดยอาศัยองค์ประกอบทางสติปัญญาในการคิดวิเคราะห์หิวจรณ์ต่าง ๆ ความสามารถในการอ่าน การคิดคำนวณ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ถ้าทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ จะส่งผลไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้องและรวดเร็ว

### ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการสอนที่เป็นไปอย่างมีลำดับขั้นตอน ถ้ามีกระบวนการสอนดีและครูมีทักษะในการสอน จะทำให้นักเรียนมีความสามารถในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอวิธีการหรือขั้นตอนในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะสามารถนำไปดัดแปลงประยุกต์ใช้ในการสอน ซึ่งจะให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบและถูกต้องมากยิ่งขึ้น โพลยา (Polya, 1957) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นการทำความเข้าใจปัญหา โดยจะต้องทำความเข้าใจในสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสรุปปัญหา วิเคราะห์ปัญหาอยู่ตรงไหน แปลความ ทำความเข้าใจให้ได้ว่า โจทย์ถามหาอะไร ข้อมูลที่โจทย์ให้มามีอะไรบ้าง ข้อมูลมีเพียงพอหรือไม่

ขั้นที่ 2 เป็นการวางแผนในการแก้ปัญหา แยกแยะปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อสะดวกต่อการลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา และวางแผนจะใช้วิธีการลองผิดลองถูก การ

หารูปแบบ การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ตลอดจนความคล้ายคลึงของปัญหาเดิมที่เคยทำใน การแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 เป็นการลงมือทำแผน ซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตาม แผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคิดคำนวณ โดยให้รู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้ ถ้าขาดทักษะใดจะต้อง เพิ่มเติม เพื่อนำไปใช้ให้เกิดผลดี ขั้นนี้จะรวมถึงวิธีการแก้ปัญหาด้วย

ขั้นที่ 4 เป็นการตรวจสอบวิธีการและหาคำตอบ เพื่อความแน่ใจว่าถูกต้อง สมบูรณ์ ซึ่งนักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขาและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา เข้าด้วยกันเพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

ขั้นตอนทั้งสี่ของโพลยา มีความสอดคล้องกับงานวิจัยของ ชูรวัดน์ คล้ายมงคล (2533) ที่ได้ทำการศึกษากระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ตัวอย่างประชากรทั้งหมด 102 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แบบวัดกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา แบบสังเกต กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา และแบบสัมภาษณ์การใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ผลการวิจัย พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาเพียง 3 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา และการดำเนินการตามแผนแก้ปัญหา ตลอดจนมีวิธีการ เปรียบเทียบ วิธีการหาทางเลือกที่มากที่สุด วิธีการเขียนรายการและวิธีการลองผิดลองถูก แต่นักเรียนที่มีวิธีการคิดย้อนหลังมีจำนวนน้อยและนักเรียนยังขาดวิธีการสร้างตาราง

ในการแก้โจทย์ปัญหาต้องใช้การคิดวิเคราะห์ตามรูปแบบของ โพลยา ซึ่ง บาร์ดูดี (Baroody, 1987) ได้เสนอแนะว่า การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น จำเป็นต้อง อาศัยสิ่งต่อไปนี้ คือ

1. ความเข้าใจปัญหาอย่างแจ่มชัดว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการ วิธีอะไร ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
2. ทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นเครื่องชี้แนะที่ช่วยในการวิเคราะห์ปัญหาคิดขึ้น คือ การวาดรูป แผนผัง แผนภูมิ จะช่วยให้ทราบปัญหาและเลือกวิธีแก้ปัญหาได้อย่างเป็น ระบบ

3. แรงขับ จะสร้างพลังในการคิดวิเคราะห์ ซึ่งมาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายาม และความสนใจ

4. ความยืดหยุ่น เป็นหัวใจของการแก้ปัญหาในการที่จะเชื่อมโยงหรือบูรณาการความรู้กับปัญหาใหม่ ๆ เพื่อที่จะแก้ปัญหาใหม่ ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

แต่ทั้งนี้ มาร์ก, คิวท์ และปีเตอร์ (Marks, 1965; Dwight, 1966; Peter, 1984) ได้เสนอแนะขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

1. อ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์เพื่อทำความเข้าใจอย่างคร่าว ๆ
2. อ่านโจทย์ให้เข้าใจเพื่อหาว่าโจทย์ให้อะไรมาบ้าง โจทย์ต้องการให้หาอะไรอะไรเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบ
3. พิจารณาความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณที่เกี่ยวข้องกันของจำนวนที่รู้ค่าและไม่รู้ค่า หรือกำหนดสัญลักษณ์เป็นตัวแทนของตัวไม่ทราบค่า ระหว่างสิ่งที่โจทย์ให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการหา โดยแสดงออกเป็นคำพูดหรือประโยคที่ชัดเจน และพิจารณาว่าจะใช้วิธีใดแก้ปัญหา
4. เขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาคำตอบ เพื่อคะเนคำตอบที่เป็นไปได้
5. ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบโดยการคำนวณหรือหาตัวเลขที่จะทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
6. ตรวจสอบคำตอบ เพื่อความมั่นใจว่าถูกต้อง
7. ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3, 4 และ 5 เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดที่ทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดี คือ จะต้องฝึกให้นักเรียนแยกแยะ และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา ฝึกให้เขียนประโยคสัญลักษณ์ และมีทักษะในการคิดคำนวณอย่างถูกต้อง

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทั่วไปดังกล่าว สอดคล้องกับข้อสรุปวิธีการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (Kruilik, 1977) ที่สรุปได้ว่าการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีจะต้องเป็นไปตามลำดับขั้นดังนี้

1. อ่านโจทย์และทำความเข้าใจโจทย์ว่าถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอก แล้วเริ่มเขียนรูป หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอกกับข้อมูลที่โจทย์ต้องการทราบ ด้วยวิธีการคิดย้อนกลับว่า เราเคยพบปัญหาเช่นนี้มาก่อนหรือไม่ แล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลายๆ ข้อ เพื่อหาทางทดสอบสมมติฐานนั้น ๆ

3. หาวิธีการที่ถูกต้อง เพื่อทดสอบสมมติฐาน

4. ตรวจสอบผลลัพธ์ว่า สิ่งที่คุณพบนั้นเป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องแน่นอนเพียงใด

ถึงแม้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหานี้จะเริ่มด้วยการทำความเข้าใจโจทย์ พิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ ทดลองแก้ปัญหาจากสมมติฐานและตรวจสอบผลลัพธ์ แต่ก็ เป็นวิธีที่ใกล้เคียงกับวิธีการทางวิทยาศาสตร์ แต่คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอน และผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524) และอัญชลี แจ่มเจริญ และคณะ (2525) ได้เสนอวิธีการสอนให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

1. อ่านปัญหา ทำความเข้าใจกับข้อความในปัญหานั้นว่า โจทย์กำหนดอะไรบ้าง โจทย์ต้องการหาอะไร

2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาลองแปลงเป็นรูปภาพ แผนภาพ เพื่อให้เป็นรูปธรรม

3. จากรูปภาพในข้อ 2 หาเงื่อนไขเพิ่มเติมโดยอาศัยนิยาม คุณสมบัติ ทฤษฎีบทต่าง ๆ

4. ในบรรดาสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และเงื่อนไข มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร

5. คิดหาวิธีแก้ปัญหา

6. จัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

7. ทดสอบคำตอบว่าถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่

8. ถ้าการแก้ปัญหาโจทย์นี้ได้หลายวิธี ก็ควรพิจารณาวิธีที่สั้นที่สุดและง่ายที่สุด จากขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ อาจสรุปเป็นขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 3 ขั้นตอนใหญ่ ๆ ในแต่ละขั้นตอนดังนี้ (กมล ชื่นทองคำ, 2527)

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นที่ตีความและทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย

1.1 การทำความเข้าใจความหมายของคำและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ใน

โจทย์ปัญหา



- 1.2 การมองปัญหาในหลาย ๆ แง่มุมเพื่อความเป็นไปได้ของปัญหา
- 1.3 การวิเคราะห์ประกอบปัญหา ถ้าเป็นไปได้
- 1.4 การหาส่วนที่สำคัญของปัญหา เช่น สิ่งที่เกี่ยวข้องตาม ข้อมูลที่ให้มา และเงื่อนไขต่าง ๆ
- 1.5 การค้นหาความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ ของปัญหา

### ขั้นที่ 2 เป็นขั้นตอนวางแผนในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

- 2.1 การทบทวนความรู้เดิมที่มี ซึ่งจะต้องใช้ในการแก้ปัญหา
- 2.2 การคิดถึงวิธีการให้เหตุผลเพื่อจะระบุสิ่งที่ต้องการ
- 2.3 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา ว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ อะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องหาอะไรก่อน อะไรหลัง
- 2.4 พิจารณาปัญหาที่ใกล้เคียงกัน เพื่อจะดูว่ามีอะไรร่วมหรือคล้ายคลึงกันบ้างจะได้แก้ปัญหาในลักษณะที่คล้าย ๆ กัน
- 2.5 การพิจารณาว่า ข้อมูลที่ให้มาในโจทย์นั้นเพียงพอหรือไม่
- 2.6 การเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสม

### ขั้นที่ 3 เป็นขั้นปฏิบัติการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย

- 3.1 การลงมือคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2
- 3.2 การคาดคะเนคำตอบที่ใกล้เคียง
- 3.3 การตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ รวมทั้งการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ
- 3.4 การตรวจสอบว่า คำตอบสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ให้มาหรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่าง ๆ ในการหาคำตอบ
- 3.5 การปรับปรุงคำตอบให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

ลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ กมล ชื่นทองคำ (2527) มีความสอดคล้องกับงานวิจัยของกินนีน (Giffune, 1979) ได้ศึกษาผลการสอนโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นความเข้าใจโจทย์ปัญหา สิกทักษะการอ่านโจทย์ที่มีต่อการเขียนสมการ การหาคำตอบ

ความคงทนในการเขียนสมการ พบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถทั้งสามด้านสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่สามารถแปลความหมายโจทย์ปัญหาได้ สอดคล้องกับ พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2527) ได้วิจัยผลของการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 118 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดทักษะการแปลความหมายโจทย์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์และความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์และความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วิจัย พาณิชย์สวย (2532) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ที่ใช้แบบฝึกหัดเสริมการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ในชั้นเรียน ตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2531 จำนวน 64 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ แบบทดสอบทักษะการคิดคำนวณ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองซึ่งใช้แบบฝึกหัดมีความสามารถในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมซึ่งไม่ใช้แบบฝึกหัดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องใช้ความสามารถขั้นสูงสุดที่ลับซับซ้อนจำเป็นต้องอาศัยการบูรณาการทางด้านความสามารถในการอ่าน ความสามารถในการคิดคำนวณขั้นพื้นฐาน ความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และความสามารถในการหาวิธีแก้โจทย์ปัญหาโดย สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์ (2534) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์โจทย์ปัญหาว่าส่วนใดของโจทย์คือสิ่งที่โจทย์ต้องการ ส่วนใดของโจทย์คือสิ่งที่โจทย์กำหนด หรือสิ่งที่โจทย์ให้มา และวิเคราะห์ว่าโจทย์นั้นมีข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ข้อมูลใดจำเป็น ข้อมูลใดไม่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นหาวิธีแก้โจทย์ปัญหาให้นักเรียนมีมโนคติเกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร สามารถวิเคราะห์โจทย์ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล ตีความโจทย์และแปลงโจทย์เป็นรูปแผนภาพและประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง โดยไม่ควรให้นักเรียนจำค่าหลัก ควรให้อาศัยหลักเหตุผลและความจริงเป็นสำคัญ

ขั้นที่ 3 ขั้นคิดคำนวณ ให้นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณ มีความแม่นยำและมีความรอบคอบในการคิดคำนวณ

ขั้นที่ 4 ขั้นพิจารณาความเป็นไปได้ของคำตอบ หลังจากให้นักเรียนหาคำตอบได้แล้วควรให้นักเรียนรู้จักสังเกต คิดวิเคราะห์ว่าคำตอบที่ได้นั้นมีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยพิจารณาเชื่อมโยงกับสิ่งที่โจทย์ให้มา

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ โดยให้นักเรียนรู้จักตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ 3 วิธี คือ ให้การประมาณคำตอบ คือ การฝึกให้นักเรียนคิดประมาณคำตอบอย่างคร่าว ๆ ใช้วิธีใหม่ และใช้วิธีเดิม



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปเป็นแผนภูมิได้ดังนี้



แผนภูมิที่ 1 โครงสร้างขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นอกจากนั้นการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ยังสอนให้เป็นไปตามลำดับขั้นได้อีก (โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์, 2520)

1. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน เพื่อให้สอดคล้องกันระหว่างบทเรียนกับปัญหารอบตัวเด็ก
2. ให้เด็กได้อภิปราย แสดงความคิดเห็นในโจทย์ปัญหาต่าง ๆ แล้วแปลเป็นประโยคคณิตศาสตร์
3. ให้เด็กแสดงเหตุการณ์ต่าง ๆ ก่อนแล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือที่เรียกว่าวิธีอนุমানพยายามให้เด็กได้ศึกษาอย่างมีเหตุผล ก่อนที่จะสรุปเป็นกฎเกณฑ์ใด ๆ ขึ้นมา
4. ไม่จำกัดวิธีการคิดคำนวณของเด็ก คณิตศาสตร์แต่ละข้ออาจคำนวณและมีวิธีการคิดได้หลายวิธี แต่ครูแนะวิธีที่รวดเร็วกว่าและดีที่สุดได้
5. ให้เด็กรู้จักการตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง ไม่ว่าจะคำตอบที่คิดออกมาได้นั้นเป็นอย่างไร ให้เด็กรู้จักทำกลับจากคำตอบกลับออกมา
6. หากทางส่งเสริมให้เด็กได้นำความรู้และหลักเกณฑ์จากความรู้ต่าง ๆ ที่เด็กได้เรียนมาแล้ว หรือวิธีอนุমানไปใช้

การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องดำเนินการไปตามลำดับขั้นตอนต่าง ๆ ขึ้นอยู่กับนักเรียนที่จะต้องมีความรู้ ความเข้าใจและมีทักษะในการคิดคำนวณเป็นสำคัญ เพื่อนำไปใช้กับโจทย์ปัญหาในวิชาอื่น ๆ และในชีวิตประจำวัน แต่สิ่งที่สำคัญที่สุดที่นักเรียนจะต้องมี คือสมรรถภาพพื้นฐานที่จำเป็นเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในขั้นตอน 4 ขั้นตอนใหญ่ (จรรยา จิยโชค, 2531) คือ

1. ขั้นการอ่านเพื่อวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
2. ขั้นของการกำหนดทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้โจทย์ปัญหา
3. ขั้นการคิดคำนวณ
4. ขั้นการตรวจสอบคำตอบ

ซึ่งในแต่ละขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นที่กล่าวมา นักเรียนจะปฏิบัติได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนมีสมรรถภาพพื้นฐานที่จำเป็นบางประการ เพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา โดยสรุปจากแผนภูมิดังต่อไปนี้

สมรรถภาพพื้นฐาน  
ที่จำเป็น

ขั้นตอนในการแก้ปัญหา  
ของนักเรียน

กิจกรรมการสอน



แผนภูมิที่ 2 แสดงขั้นตอนการอ่านเพื่อวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

### ตัวอย่างคำถาม

- โจทย์ต้องการอะไร
- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- สิ่งที่จะต้องหาคืออะไร
- ส่วนใดในโจทย์ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน
- ข้อความตรงไหนที่แสดงให้เห็นว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร
- ในโจทย์ข้อนี้มีอะไรที่จำเป็นต่อการหาคำตอบบ้าง
- ก่อนที่จะได้คำตอบของข้อนี้ต้องหาอะไรก่อน
- โจทย์ข้อนี้มีตอนไหนที่สัมพันธ์เกี่ยวข้องกันบ้างและสัมพันธ์กันอย่างไร

- ส่วนใดในโจทย์ที่ไม่เกี่ยวข้อง  
กับการหาคำตอบ

- มีข้อความไหนที่โจทย์ใส่หลอกไว้  
ไม่เกี่ยวกับการหาคำตอบ

- ลองเล่าโจทย์ข้อนี้ด้วยภาษาของ  
นักเรียนเองว่า โจทย์ต้องการ  
อะไรและกำหนดอะไรให้บ้าง

สมรรถภาพพื้นฐาน  
ที่จำเป็น

ขั้นตอนในการแก้โจทย์  
ปัญหาของนักเรียน

กิจกรรมการสอน



แผนภูมิที่ 3 แสดงขั้นตอนของการกำหนดทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้โจทย์ปัญหา

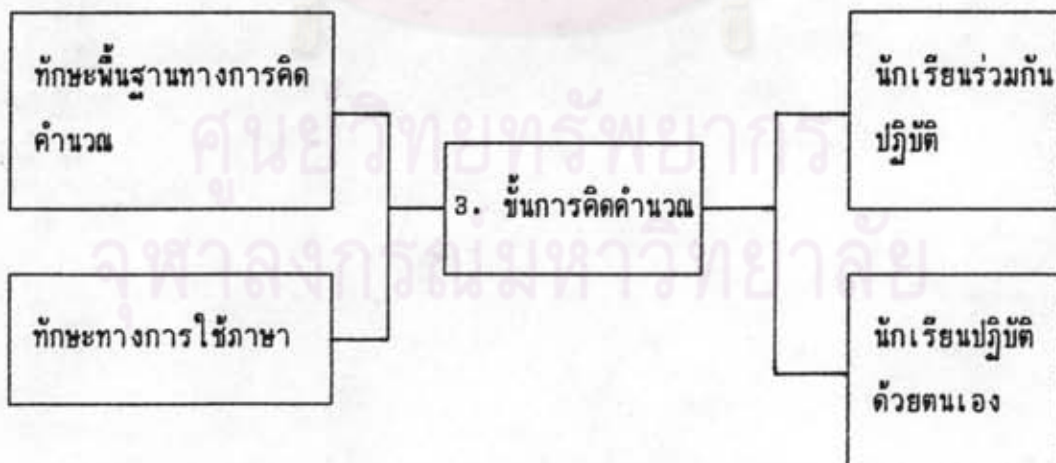
ตัวอย่างคำถาม

- โจทย์ข้อนี้ต้องทำกี่ขั้นตอน
- เขียนขั้นตอนการแก้โจทย์ข้อนี้เป็นขั้น ๆ
- ต้องทำขั้นใดก่อน/ขั้นใดหลัง
- นักเรียนเคยพบโจทย์ที่มีลักษณะเช่นนี้หรือไม่/ที่พบทำอย่างไร
- วิธีทำโจทย์ข้อนี้คล้ายกับเคยพบมาบ้างหรือไม่
- ใครมีวิธีทำโจทย์ที่ง่ายและสั้นกว่านี้
- โจทย์ข้อนี้หาคำตอบได้กี่วิธี
- วิธีที่ง่ายและคิดคำตอบได้เร็วที่สุด
- นักเรียนเขียนประโยชน์คุณลักษณะ
- นักเรียนเขียนประโยชน์คุณลักษณะเพื่อหาคำตอบของโจทย์ข้อนี้

สมรรถภาพพื้นฐาน  
ที่จำเป็น

ขั้นตอนในการแก้โจทย์  
ปัญหาของนักเรียน

กิจกรรมการสอน

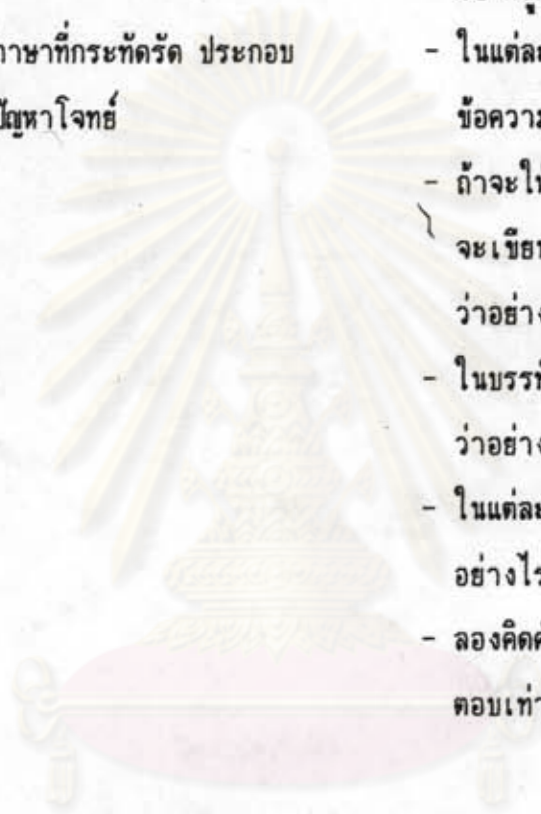


แผนภูมิที่ 4 แสดงขั้นตอนการคิดคำนวณ



ตัวอย่างคำถาม

- การประมาณคำตอบที่ใกล้เคียง
- โจทย์ข้อนี้ น่าจะ ได้คำตอบ  
อย่างต่ำไม่เกินเท่าไรและ  
อย่างสูงไม่เกินเท่าไร
- การใช้ภาษาที่กระชับรัด ประกอบ
- ในแต่ละบรรทัดที่คิดจะใช้  
ข้อความว่าอย่างไร
- การแก้ปัญหา โจทย์
- ถ้าจะให้สั้นและ ได้ใจความ  
จะเขียนข้อความนี้ใหม่ได้  
ว่าอย่างไร
- ในบรรทัดนี้ ควร เขียนบรรยาย  
ว่าอย่างไร
- ในแต่ละบรรทัดจะมีหน่วยว่า  
อย่างไร
- ลองคิดคำตอบข้อนี้ว่าจะ ได้คำ  
ตอบเท่าไร

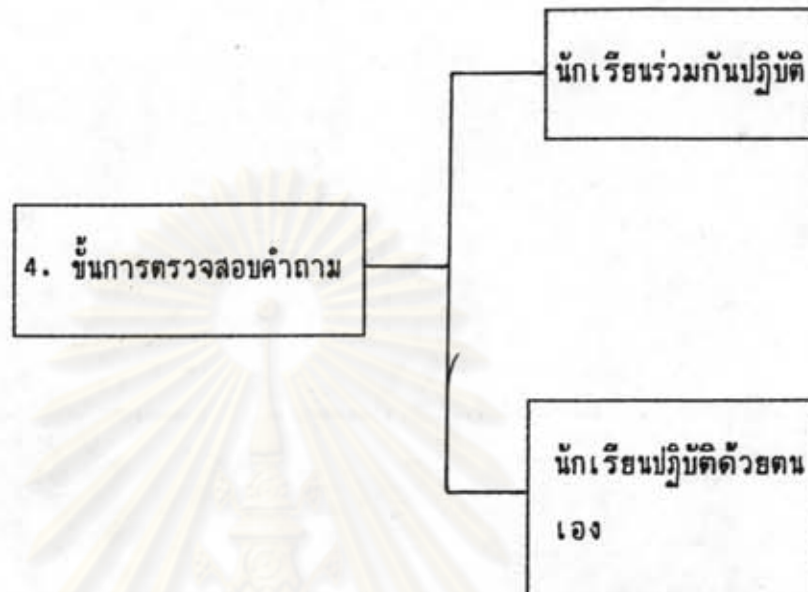


ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สมรรถภาพพื้นฐาน  
ที่จำเป็น

ขั้นตอนในการแก้โจทย์  
ปัญหาของนักเรียน

กิจกรรมการสอน



แผนภูมิที่ 5 แสดงขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบ

#### ตัวอย่างคำถาม

- การตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ
- คำตอบที่ได้ใกล้เคียงกับที่กะประมาณไว้หรือไม่
- คำตอบข้อนี้เป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่
- การปรับปรุงคำตอบให้สมบูรณ์
- ถ้าจะให้คำตอบของข้อนี้สมบูรณ์จะต้องตอบว่าอย่างไร

การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น เมื่อนักเรียนมีสมรรถภาพพื้นฐานที่จำเป็นแล้วนักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ซึ่งจะมีผลต่อการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามมา แต่ทั้งนี้ก็ยังขึ้นอยู่กับครูที่จะเป็นผู้แนะนำ กระตุ้นความสามารถของนักเรียนให้บังเกิดขึ้นดังที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2526) ได้เสนอแนะลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. ให้เด็กอ่านโจทย์ปัญหาด้วยตนเองให้อ่านเป็นตอน ๆ ขณะที่อ่านโจทย์จะต้องให้เด็กคิดหาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อความของโจทย์แต่ละตอน ไม่ใช่คร้อ่านให้ฟัง
2. ใช้เส้นจำนวนหรือโคออดิเนตช่วยในการหาคำตอบ ในเมื่อเด็กอ่านโจทย์ไปแล้ว 1 จบ ยังไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อความของโจทย์ได้
3. ฝึกการสังเกตลักษณะของโจทย์แบบต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้เด็กรู้จักแยกแยะโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
4. แปลงโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ และแปลงประโยคสัญลักษณ์เป็นโจทย์ปัญหา
5. ฝึกให้เด็กประมาณคำตอบ
6. ให้คิดคำนวณตามวิธีการ แสดงวิธีการ แสดงวิธีทำ เปรียบเทียบคำตอบที่ให้ กับคำตอบที่กะประมาณไว้ ถ้าเกิดมีปัญหาในการคิดคำนวณขึ้น ครูควรแสดงบนกระดานคำและให้นักเรียนช่วยกันคิดวิเคราะห์แยกแยะโจทย์ นิยามการระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้คำตอบออกมา
7. สอนให้รู้จักตรวจสอบคำตอบ
8. ฝึกให้เด็กมีโอกาสแต่งโจทย์ปัญหาเองโดยใช้ภาพ ตัวเลข ประโยคเลข ฯลฯ
9. ตั้งโจทย์ปัญหาให้สัมพันธ์กันระหว่างบวกกับลบ คูณกับหาร
10. ฝึกให้เด็กรู้จักคิดตามลำดับขั้น โดยครูใช้คำถามนำ ดังต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

| ลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหา  | คำถามนำ   |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจเป็นตอน ๆ และพยายามใช้อุปกรณ์ประกอบเรื่องราวตามโจทย์</li> <li>2. ทหาว่าโจทย์ถามอะไร</li> <li>3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง เลือกข้อความที่ไม่เกี่ยวข้องกับการทำเลขข้อนี้ออก</li> <li>4. เลือกกระบวนการที่ใช้กับโจทย์ข้อนี้</li> <li>5. แปลงโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์</li> <li>6. ประมาณคำตอบ</li> <li>7. คิดคำนวณและเปรียบเทียบกับที่คาดคะเนคำตอบไว้</li> <li>8. ตรวจสอบคำตอบ</li> <li>9. ใส่คำตอบ</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนเล่าเรื่องราวของโจทย์ปัญหาข้อนี้เป็นคำพูดของนักเรียนเองว่าอย่างไร</li> <li>2. โจทย์ข้อนี้ให้หาอะไร โจทย์ไม่กำหนดอะไรให้</li> <li>3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง เราต้องรู้ทข้อความที่โจทย์กำหนดหรือไม่</li> <li>4. นักเรียนต้องใช้วิธีการใดบ้าง</li> <li>5. เขียนประโยคสัญลักษณ์ข้อนี้ว่าอย่างไร</li> <li>6. คำตอบควรได้ประมาณเท่าไร</li> <li>7. ให้นักเรียนลงมือคิดเลขข้อนี้และดูว่าคำตอบที่ได้ใกล้เคียงกับที่ประมาณไว้หรือไม่</li> <li>8. คำตอบที่ได้สมเหตุผลสมผลหรือไม่ เราจะตรวจสอบคำตอบได้อย่างไร มีวิธีหาคำตอบเลขข้อนี้ด้วยวิธีอื่นอีกหรือไม่</li> <li>9. คำตอบที่ได้เกี่ยวข้องกับข้อความในโจทย์ตอนไหน</li> </ol> |

แผนภูมิที่ 6 แสดงลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหาและการใช้คำถามนำ

นอกจากลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการใช้คำถามนำของครูแล้ว ครูควรจะปฏิบัติในสิ่งต่อไปนี้ควบคู่ไปกับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) ดังนี้

1. แต่งโจทย์ปัญหาที่สัมพันธ์กับวิถีชีวิตของนักเรียนและชุมชน โดยโจทย์ปัญหาควรทำทลายความคิดและควรเป็นโจทย์ปกติและไม่ปกติ เพื่อฝึกความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง

2. ในการจัดการเรียน ควรยึดหลักการจัด 5 ชั้น ได้แก่ 1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน 2. ชี้นำการเรียนการสอน 3. ชี้นำฝึกและตรวจสอบความเข้าใจ 4. ชี้นำสรุปบทเรียน และ 5. ชี้นำประเมินผลการเรียนการสอน โดยเฉพาะครูควรให้ความสำคัญกับชั้นฝึกและตรวจสอบความเข้าใจเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกฝนอย่างเต็มที่ ซึ่งไม่จำเป็นต้องใช้เวลาส่วนใหญ่ไปกับขั้นการเรียนการสอน

3. ฝึกให้นักเรียน

3.1 แต่งโจทย์ปัญหาจากรูปภาพที่ครูกำหนดให้

3.2 แต่งโจทย์ปัญหาเองตามเงื่อนไขที่ครูกำหนดให้ เป็นโจทย์ปกติขั้นตอนเดียว โจทย์ไม่ปกติสองขั้นตอน

3.3 แต่งโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้

3.4 แข่งขันตอบปัญหาในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา หาวิธีแก้โจทย์ปัญหา และแก้โจทย์ปัญหาโดยได้คำตอบที่ถูกต้อง

3.5 แต่งโจทย์ปัญหาตามความนึกคิดและจินตนาการของตนเอง

การสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นไปตามลำดับขั้น เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ทั่วไปของการสอนคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2533) ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงหลักสำคัญของ การแก้ปัญหา ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (น้อมศรี เคท, 2526) ดังนี้

1. การวิเคราะห์ปัญหา ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ว่า โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนี้กำหนดสิ่งใดบ้าง และต้องการทราบอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นั้น มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

2. การเขียนประโยคสัญลักษณ์ เมื่อนักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปควรมีให้นักเรียนมีความสามารถในการเขียนประโยคสัญลักษณ์ ตัวอย่างกิจกรรมที่ครูอาจใช้ในการสอน เขียนประโยคสัญลักษณ์ เช่น

- อ่านโจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟัง แล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ของโจทย์ปัญหาแต่ละข้อ

- เขียนโจทย์ปัญหาบนกระดานคำ หรือนิมนต์โจทย์ปัญหาแจกให้นักเรียนแล้วให้นักเรียนเขียนแต่ละปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์

- เขียนประโยคสัญลักษณ์บนกระดานคำ แล้วให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหาตามประโยคสัญลักษณ์

3. การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูควรใช้ประกอบในการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะสื่อจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมในโจทย์ปัญหามากขึ้น

4. ความสามารถในการอ่าน เนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข ดังนั้นนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของคำศัพท์ต่าง ๆ และสามารถตีความว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดให้และต้องการทราบอะไร ซึ่งต่างจากการอ่านโดยทั่ว ๆ ไป ดังนั้นถ้าครูได้เตรียมพร้อมในเรื่องภาษา โดยเฉพาะเรื่อง การอ่านให้แก่นักเรียนก่อนที่จะสอนเรื่องโจทย์ปัญหาจะช่วยให้เขาได้เข้าใจปัญหาง่ายขึ้น

5. ทักษะการคำนวณในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการคำนวณ คือ สามารถบวก ลบ คูณ และหาร ได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว ครูควรหาทางช่วยนักเรียนจัดกิจกรรมหลาย ๆ อย่างที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการคำนวณ

6. การประมาณคำตอบ ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักการประมาณคำตอบในเรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะการประมาณคำตอบช่วยทำให้นักเรียนทราบว่า วิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหานั้น และการคำนวณถูกหรือผิดได้โดยเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากการประมาณกับคำตอบจริงซึ่งควรใกล้เคียงกัน

7. การใช้วิธีแก้ปัญหาหลายวิธี ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธีแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี เพราะช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่กว้าง ไม่ถูกจำกัดว่าจะต้องใช้วิธีเดียวตามที่ครูสอน และการสอนให้นักเรียนได้รู้จักวิธีแก้ปัญหาหลายวิธีมีประโยชน์ในการตรวจคำตอบ

เพราะโจทย์ปัญหาเดียวกันจะต้องได้คำตอบเท่ากัน

8. การเลือกโจทย์ปัญหาไปสอนนักเรียนครูควรพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้คือ

8.1 โจทย์ปัญหาควรมีความสำคัญทางคณิตศาสตร์ เพื่อนักเรียนจะได้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์

8.2 สถานการณ์ในโจทย์ปัญหา ควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อเป็นของจริงหรือของจำลองประกอบการสอนได้

8.3 เนื้อเรื่องในโจทย์ปัญหา ควรเป็นเรื่องที่นักเรียนสนใจและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

8.4 ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัยของนักเรียน และไม่ควรรใช้ถ้อยคำที่คลุมเครือ

ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สิ่งที่สำคัญที่สุดคือทักษะการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งทักษะการอ่านมีความสำคัญมาก ถ้าหากนักเรียนไม่มีทักษะการอ่านที่ดีพอก็ไม่สามารถจะแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ ดังที่ เทรซี (Treacy, 1966) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ของทักษะการอ่าน ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยศึกษาจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 224 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการอ่าน ผลการวิจัยพบว่า การอ่านมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ถ้ามีทักษะในการอ่านที่ดี ก็จะมีความสามารถในการคิดคำนวณตามไปด้วย จากการศึกษาของ เบโล (Below, 1964) ได้ทำการศึกษาถึงความสำคัญของความสามารถในการอ่านและความสามารถในการคิดคำนวณที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนและการควบคุมระดับสติปัญญา กับนักเรียนจำนวน 468 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะเพิ่มขึ้น ถ้าความสามารถในการอ่านและความสามารถในการคิดคำนวณเพิ่มขึ้น ซึ่งมีความสอดคล้องไปถึงความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นุญราย ชูรักษา (2524) ซึ่งใช้ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2523 จำนวน 335 คน เป็นชาย 163 คน เป็นหญิง 172 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความเข้าใจในการอ่านและแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจในการอ่านกับ

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .613 เมื่อมีทักษะและความสามารถในการอ่าน จะมีความเข้าใจในการอ่านที่ติดตามไปด้วย จึงจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้โดย มูราสกี (Muraski, 1979) ได้วิจัยเรื่องการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 13 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์ 3 บทเรียน แต่ละบทเรียนจะแบ่งออกเป็น 5 เรื่อง ใช้เวลา 5 สัปดาห์ ต่อจากนั้นวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ผลการทดลองปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งมีส่วนที่สัมพันธ์กับการเขียนโจทย์ปัญหา โดยสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดในเขตการศึกษา 6 ประกอบด้วยสระบุรี ลพบุรี สิงห์บุรี อ่างทอง อุทัยธานี ชัยนาท และนครศรีธรรมราช (2531) ได้ร่วมกันวิจัยการเปรียบเทียบผลการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ระหว่างวิธีสอนที่เน้นให้เขียนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ กับวิธีสอนที่ไม่เน้นโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ของโรงเรียนประถมศึกษาในเขตการศึกษา 6 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 2,677 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ คู่มือการสอนโจทย์ปัญหาแบบทดสอบกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ใช้วิธีสอนที่เน้นให้เขียนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ใช้วิธีสอนไม่เน้นให้เขียนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์

จากขั้นตอนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ก็สรุปได้ว่า นักเรียนจะเรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้คั้นนั้น นักเรียนจะต้องมีทักษะและสมรรถภาพพื้นฐานที่จำเป็นหลายประการ เช่น การมีความรู้ ความเข้าใจในการแปลงโจทย์ปัญหามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ เป็นต้น ประกอบกับวิธีการ ขั้นตอนในการสอนของครู ต้องให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ตลอดจนสามารถที่จะกระตุ้นให้นักเรียนค้นพบได้ด้วยตนเอง แต่การสอนโจทย์ปัญหาให้ได้ผลดี ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกแก้โจทย์ปัญหาอยู่เสมอ



โดยเฉพาะอย่างยิ่งในขั้นการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เป็นสิ่งสำคัญยิ่งซึ่งจะเปรียบเสมือนเป็น  
การวางแผนในการแก้ปัญหา เพื่อที่นักเรียนจะได้ค้นพบแนวทางการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง  
โดยให้มีความถูกต้องและแม่นยำ รวมทั้งจะเป็นการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น ตลอดจนยังจะเสริมสร้างทัศนคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ให้กับ  
นักเรียนอีกด้วย

การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีสอนแบบใช้ขั้นตอนชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหา  
ตามเทคนิคการสอนของสติฟ

รูปแบบการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

รูปแบบการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เป็นการฝึกแก้โจทย์ปัญหาที่มุ่งเสริมความเข้าใจ  
ในการอ่านโจทย์ปัญหา ช่วยในการวิเคราะห์โจทย์คำถาม โดยครูจะเป็นผู้เตรียมตัวเลือก  
เป็นประโยคทั่วไปและประโยคสัญลักษณ์จากโจทย์คำถามข้อนั้น ๆ ซึ่งมุ่งตอบคำถามดังนี้

(Earle, 1976)

1. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
2. โจทย์ถามหาอะไร
3. จากโจทย์เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ตรงกับข้อใด
4. คำตอบที่ถูกต้องคือข้อใด

ในขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอน แต่ละขั้นจะมีประโยคที่อธิบายโจทย์  
หรือสถานการณ์ของปัญหา ให้นักเรียนเลือกตอบว่าประโยคนั้นถูกหรือผิด สอดคล้องกับปัญหา  
หรือไม่ ซึ่งประโยคที่ใช้ในการอธิบายต้องเพียงพอที่จะให้นักเรียนสามารถสรุปตอบปัญหาได้  
ทีละขั้นตอนจนครบทั้ง 4 ขั้นตอน โจทย์ที่ให้นักเรียนแก้ปัญหามิควรซ้ำซ้อน ควรมีลักษณะที่  
แตกต่างกัน ให้นักเรียนมีโอกาสได้คิดวิเคราะห์ แยกแยะปัญหาที่แตกต่างกันช่วยให้นักเรียน  
ได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา สร้างช่องว่างในการก้าวให้สั้นและถี่ขึ้น นักเรียน  
สามารถคิดก้าวไปด้วยตนเองและจะประสบผลสำเร็จมากกว่าการคิดแบบลองผิดลองถูก

การแก้โจทย์ปัญหาโดยครูใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น อธิบายจากตัวอย่าง ให้นักเรียน  
วิเคราะห์จากโจทย์ โดยครูใช้คำถามชักถาม มีนักเรียนเพียงบางส่วนเท่านั้นที่สามารถเข้าใจ

หรือนำเอาขั้นตอนการแก้ปัญหาทั่วไปมาใช้แก้ปัญหากับโจทย์ โดยให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง มีนักเรียนเพียงบางส่วนเท่านั้นที่สามารถถ่ายโยงขั้นตอนนั้นได้ การจัดให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง ครูจะต้องเน้นที่กระบวนการในการอ่าน การคิดวิเคราะห์เฉพาะโจทย์หรือสถานการณ์อย่างมีลำดับขั้นและต่อเนื่อง

สิ่งที่สำคัญ 2 ประการ ต่อความสำเร็จของนักเรียนในการใช้รูปแบบนี้ คือ

1. ครูช่วยชี้แนะ โดยใช้คำถามตามลำดับเหตุการณ์ของโจทย์นั้น ๆ อย่างต่อเนื่อง โดยเฉพาะที่มีความคล้ายกับโจทย์
2. นักเรียนแต่ละคนจะต้องมีความรับผิดชอบในการตัดสินใจ แต่ละขั้นตอนของกระบวนการอย่างกระตือรือร้น

ตัวอย่าง รูปแบบการฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหาตามแนวของเอิร์ล

แม่รี่ซื้อริบบิ้น 2 หลา ราคาหลาละ 20 เซ็นต์ และซื้อผ้าอีก 50 เซ็นต์ ถ้าเขาจ่ายเงินไป 1 ดอลลาร์ จะได้รับเงินทอนเท่าใด

- ก. ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด ถ้าผิดให้กากบาททับคำหรือกลุ่มคำที่ผิดและแก้ไขให้ถูกต้อง

..... แม่รี่ซื้อริบบิ้น 2 หลา

..... ริบบิ้นราคาหลาละ 15 เซ็นต์

..... ริบบิ้น 2 หลา ราคา 50 เซ็นต์

..... แม่รี่ซื้อผ้า 2 หลา ราคาหลาละ 50 เซ็นต์

..... ผ้าราคา 50 เซ็นต์

..... แม่รี่จ่ายเงินไปจำนวน 5 ดอลลาร์

- ข. จงขีดเส้นใต้สิ่งที่โจทย์ถามมา

- ค. ให้ทำเครื่องหมาย x หน้าคำตอบที่ถูกต้องข้างล่างนี้  
ในการแก้โจทย์ปัญหานี้ อะไรคือสิ่งที่ต้องการทราบ

..... แม่รี่จะได้รับเงินทอนเท่าไร

..... ราคาของริบบิ้นและผ้า

- ง. เรียงขั้นตอนต่อไปนี้ตามลำดับ  
 ..... ใส่คำตอบ  
 ..... รวมจำนวนเงินจ่ายไปแล้ว หักออกจาก 1 ดอลลาร์  
 ..... หาราคาของริบบิ้น  
 ..... หาจำนวนเงินทั้งหมดที่แมรี่จ่ายไป
- จ. จงแสดงวิธีทำโดยใช้ขั้นตอนจากข้อ ง

รูปแบบการฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหาตามแนวของเอิร์ล (Earle) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์ ซึ่ง โรล (Rowe, 1980) ได้นำเอารูปแบบการแก้โจทย์ปัญหาของเอิร์ล มาศึกษาวิจัยเรื่องการศึกษาผลของการใช้รูปแบบของเอิร์ลในการสอนโจทย์ปัญหา เรื่อง สัดส่วนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 2 จำนวน 304 คน จากเมืองลอเรนส์ รัฐจอร์เจีย ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ใช้รูปแบบของเอิร์ลในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้แตกต่างกับกลุ่มที่ไม่ใช้รูปแบบของเอิร์ลในการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีสอนแบบใช้ขั้นตอนชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาตามเทคนิคการสอนของสติน เป็นการสอนที่มุ่งเน้นการฝึกให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาจากเอกสารชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่ครูสร้างขึ้น โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มให้แก้ปัญหาคด้วยตนเอง โดยจะต้องอภิปรายถึงเหตุผลในการเลือกตัดสินใจจากเอกสารชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาก่อนสรุปเป็นประโยคสัญลักษณ์และแสดงวิธีหาคำตอบ ซึ่งในการแบ่งเป็นกลุ่มจะเป็นในรูปของกลุ่มย่อยประมาณ 3-4 คน ครูลิก (Kruilik, 1980) ได้เสนอแนะว่า ควรจะปล่อยให้ให้นักเรียนได้ช่วยกันแก้ปัญหาโดยครูจะเป็นผู้คอยอธิบายเสริมด้วยเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาชัดเจนยิ่งขึ้น ตลอดจนนักเรียนได้มีส่วนร่วมวิพากษ์วิจารณ์ มีโอกาสสนทนาถกเถียงกันก็จะสามารถเข้าใจข้อคิดทางคณิตศาสตร์มากขึ้น (Taylor 1989) จะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา มีความมั่นใจ มีความเข้าใจในการอ่าน ทำงานได้หรือร่วมกันแสดงเหตุผล มีความรับผิดชอบในการเรียน เน้นบทบาทของนักเรียนในการจัดการวางแผนการเรียนการบริหารห้องเรียน เน้นรูปแบบการเรียนคณิต

ศาสตร์ที่น่าสนใจ มีบรรยากาศในการเรียน ใช้สื่ออุปกรณ์การเรียนให้เหมาะสมกับความแตกต่างระหว่างบุคคล (Noddling, 1989) แต่ก็ทำให้นักเรียนสามารถมีโอกาสค้นพบหลักการหรือการแก้ปัญหาได้มากขึ้น

การสอนโดยใช้ขั้นตอนชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหา ตามเทคนิคการสอนของสติฟ เป็นรูปแบบการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดย สติฟ (Stiff, 1986) ได้พิจารณาแก้ไขปรับปรุงหารูปแบบที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหา โดยร่วมมือกับครุคณิตศาสตร์ในรัฐนอร์ทคาโรไลน่า ประเทศสหรัฐอเมริกา ในการทดสอบภาคสนาม ซึ่งพัฒนามาจากรูปแบบของเอิร์ลช่วยเสริมประสบการณ์ลดความคลุมเครือและความวิตกกังวลในการตัดสินใจปัญหา เรียกรูปแบบที่ช่วยวิเคราะห์โจทย์คำถามนี้ว่า Comprehension Guide โดยครูเป็นผู้เตรียมประโยคภาษา (Literal Statement) และประโยคสัญลักษณ์ (Operation Statement) ที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาข้อนั้น ให้นักเรียนเลือกตัดสินใจด้วยตนเอง

### การสอนโดยใช้ขั้นตอนชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหา

การใช้ขั้นตอนชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหา ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาสติปัญญาทักษะการแก้ปัญหา ช่วยกระตุ้นให้เกิดผลสะท้อนหลายรูปแบบทางคณิตศาสตร์ส่งผลให้เป็นนักแก้ปัญหาที่ดี ขั้นตอนในการสอนมีดังนี้

1. แบ่งนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันเข้ากลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน
2. ให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ตัดสินเลือกประโยคที่ถูกต้องด้วยตนเองโดยศึกษาจากเอกสารชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่ครูสร้างขึ้น
3. ให้ทุกกลุ่มศึกษาปัญหาเดียวกัน
4. ให้นักเรียนบอกเหตุผล และอภิปรายยอมรับหรือปฏิเสธในการเลือกตัดสินใจ ประโยคสั้น ๆ กิจกรรมการให้เหตุผลและการยอมรับ ทำให้เกิดชีวิตชีวา
5. กำหนดเวลาที่ใช้ในการอภิปราย ก่อนการอภิปรายจะเริ่มขึ้น
6. สังเกตความก้าวหน้าในขณะที่นักเรียนอภิปราย
7. ช่วยเป็นนี้เลี้ยงและควบคุมไม่ให้เกิดการให้เหตุผล การตัดสินใจผิด ครูต้องเดินไปดูแลทุกกลุ่ม
8. ให้นักเรียนหาคำตอบที่สมบูรณ์ด้วยตนเอง

การสร้างเอกสารชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหา ครุควรกระทำ 3 ขั้นตอน คือ

1. การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา โจทย์ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดและชัดเจนที่สุด คือ โจทย์ในหนังสือแบบเรียนและโจทย์จากครูสร้างขึ้น

2. การสร้างประโยคที่ชัดเจน เพื่อขยายประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ใน โจทย์ปัญหา ประโยคที่ชัดเจนช่วยยืนยันในการอ่านมากยิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนเข้าใจในโจทย์ ปัญหา ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ที่สร้างขึ้นนั้น ถูกสร้างขึ้นเพื่อถามนักเรียนเป็น 2 ตอนดังนี้

2.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามหา ประโยคภาษาที่สร้างขึ้น เป็นการนำเข้าสู่ปัญหา สร้างจากความจริงที่พบในโจทย์ปัญหา ช่วยอธิบายความเป็นจริงใน โจทย์ปัญหา และความจริงที่วิเคราะห์พบในโจทย์ปัญหา ส่วนประโยคคำถามเป็นประโยค คำถามเฉพาะที่จะนำไปสู่คำตอบ

2.2 การคำนวณและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประโยคสัญลักษณ์ที่สร้าง ขึ้นเป็นประโยคที่แสดงวิธีการแก้ปัญหาและการคิดคำนวณ ช่วยอธิบายความคิดรวบยอดที่ถูกต้องเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และสัญลักษณ์ที่จะนำไปสู่คำตอบ

3. ประโยคขยายที่สร้างขึ้นทั้งหมดไม่สามารถขยายข้อมูลได้ครบถ้วนและประโยค เหล่านั้นสร้างทั้งประโยคที่ถูกและผิดในโจทย์ปัญหาตอนที่ 1 และ 2

3.1 ประโยคที่เป็นความจริงในโจทย์ปัญหาและประโยคที่วิเคราะห์จากโจทย์

3.2 ประโยคลองที่แสดงถึงความคิดรวบยอดที่ผิด

3.3 ประโยคที่ไม่สมบูรณ์ แต่เป็นประโยคที่ดีและถูกต้อง อาจไม่สมบูรณ์ใน การคิดคำนวณและวิธีการ ประโยคเหล่านี้ช่วยให้นักเรียนมองเห็นวิธีการแก้ปัญหาซึ่งใช้ได้ บ่อย ๆ โดยการตัดปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ

3.4 ประโยคแสดงวิธีการทั่วไป ประโยคนี้จะทำให้ครุทราบว่า นักเรียน มีความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ จากข้อมูลพื้นฐานที่โจทย์ให้เป็นวิธีการทั่วไป หรือไม่

การปรับปรุงเอกสารชี้แนะความเข้าใจโจทย์ที่สำคัญ คือ การสร้างประโยคลองที่ ดีจากการทดลองชี้ให้เห็นว่า การเลือกตัวลองที่ดี ช่วยกระตุ้นความคิดและการอธิบายทาง

คณิตศาสตร์ ตัวลวงที่ดีจะกระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับข้อมูล จะใช้ข้อมูลอย่างไรและในขณะเดียวกันประโยชน์ลวงที่ดีจะได้จากนักเรียน

### ตัวอย่างเอกสารชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหา

โรงเรียนแห่งหนึ่งต้องการนักเรียน จำนวน 15 คน เพื่อทำความสะอาดสนามกีฬา ในร่มที่ใช้แข่งขันวอลเลย์บอล อัตราค่าจ้าง 10 บาทต่อชั่วโมงต่อคน เขาทำงานทั้งหมดเป็นเวลา 8 ชั่วโมง จงหาค่าจ้างที่โรงเรียนต้องจ่ายทั้งหมด

- ให้นักเรียนเลือกข้อความที่ถูกต้องตรงกับโจทย์ปัญหา ทำเครื่องหมาย x หน้าตัวเลขของข้อความที่โจทย์กำหนดให้

- ..... 1. โรงเรียนต้องการนักเรียนทำงาน 15 คน
- ..... 2. นักเรียนทุกคนได้ค่าจ้าง 10 บาท ต่อการทำงานทุกชั่วโมง
- ..... 3. วอลเลย์บอลแข่งขัน 8 ชั่วโมง
- ..... 4. นักเรียนทำงานเป็นเวลาารวมกัน 8 ชั่วโมง
- ..... 5. นักเรียนทำงานคนละ 8 ชั่วโมง

### โจทย์ตามหาอะไร

- ..... 1. จำนวนชั่วโมงในการทำงานของนักเรียน 15 คน
  - ..... 2. ค่าใช้จ่ายที่โรงเรียนต้องจ่ายในเวลา 1 ชั่วโมง
  - ..... 3. อัตราค่าจ้างของนักเรียน 1 คน 1 ชั่วโมง
  - ..... 4. ค่าใช้จ่ายสำหรับทำความสะอาดสนามกีฬาในร่ม
  - ..... 5. อัตราค่าจ้างของนักเรียน 1 คน 1 สัปดาห์
- ให้นักเรียนเลือกวิธีที่ถูกต้องที่สุดในการแก้โจทย์ปัญหา
    - ..... 1.  $8 \times 15$
    - ..... 2. เวลา = จำนวนนักเรียน  $\times$  เวลาในการทำงาน
    - ..... 3.  $(8 + 15) \times 10$
    - ..... 4.  $15 \times (10 + 8)$
    - ..... 5.  $8 \times 15 \times 10$
    - ..... 6. ค่าใช้จ่าย = อัตราค่าจ้าง  $\times$  เวลา
    - ..... 7.  $10 \times 120$

จากเอกสารเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาและการสอนโจทย์ปัญหา สรุปได้ว่า ในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ขั้นตอนหนึ่งที่น่าจะสำคัญและเป็นขั้นตอนที่จะนำผู้เรียนไปสู่กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง คือ การฝึกให้ผู้เรียนวิเคราะห์ปัญหา เข้าใจปัญหา สามารถแปลความหมายโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ ดังนั้น การจัดกิจกรรมการสอน ผู้เรียนควรได้ฝึกวิเคราะห์ด้วยตนเอง โดยครูช่วยชี้แนะแนวทางโดยใช้เอกสารชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาตามแนวของสติน ก่อนลงมือแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบที่สมบูรณ์ของปัญหา เอกสารชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหานี้ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกคิดอย่างมีระบบ วิเคราะห์โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง และมีการชี้แนะความหมายโจทย์เป็นขั้น ๆ ซึ่งการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เป็นองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จากงานวิจัยของฮอลล์ (Hall, 1977) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลของการสอน การวิเคราะห์ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง กลุ่มละ 30 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วย นักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่ง กลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองได้เรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทำการทดสอบการวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูงมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ
2. นักเรียนที่ได้รับการสอนการวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

ผู้วิจัยนำวิธีการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้ขั้นตอนชี้แนะความเข้าใจ โจทย์ปัญหาตามเทคนิคการสอนของสตินมาทดลองในประเทศ คือ สดสวาท ชันธมุล (2530) ซึ่งได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการสอนโจทย์ปัญหา 2 วิธี ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนโรงเรียนโนนสูงพิทยาคมอำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี จำนวน 2 ห้องเรียน ๆ ละ 34 คน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายจากจำนวนทั้งหมด 5 ห้องเรียน แล้วจับฉลากอีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้ห้องเรียนหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองและอีกห้องหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม ก่อนการทดลองมีการ

ทดสอบความรู้พื้นฐานก่อนเรียนทั้งสองกลุ่ม ด้วยแบบทดสอบความรู้พื้นฐานโจทย์ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ในการทดลองให้กลุ่มทดลองเรียนการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้ขั้นตอนที่แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาตามเทคนิคการสอนของสติน ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนการแก้โจทย์ปัญหาตามคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ใช้เวลาในการสอนกลุ่มละ 12 คาบ ๆ ละ 50 นาที เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้ว ทดสอบอีกครั้งหนึ่งหลังเรียน ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน แต่ความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอุปมานของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ในการสอนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหา มีวิธีการสอนหลายรูปแบบ ซึ่งมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถใช้รูปแบบการแก้โจทย์ปัญหาตามที่ อังคาร วัฒนา และคณะ (2532) ได้กำหนดขึ้นในการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างการสอนตามรูปแบบการแก้โจทย์ปัญหากับการสอนปกติ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2531 จำนวน 758 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แผนการสอนคณิตศาสตร์และแบบสอบถามความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับประสิทธิภาพในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีสมรรถภาพการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งในการสอนโจทย์ปัญหาสามารถใช้สถานการณ์จำลองเข้ามาในการสอนได้ เพื่อนักเรียนสามารถที่จะเข้าใจในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังที่ วันทนา นิยมจันทร์ (2528) ได้วิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยวิธีสอนที่ใช้สถานการณ์จำลองกับวิธีแบบปกติในปีการศึกษา 2528 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 60 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แผนการสอน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความคงทนในการเรียนรู้และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ผล



การวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้นักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับระดับความสามารถทางการเรียนของนักเรียน โดยที่วิลเลอร์ เอ็สวอร์ธ (2531) ได้วิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้อคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ และหาร ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำ ปานกลาง และสูง ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบวรรณิ กับวิธีสอนของสสวท. ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในปีการศึกษา 2531 จำนวน 209 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แผนการสอนและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ และหาร ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณและหาร ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำ ปานกลาง และสูง ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบวรรณิ กับวิธีสอนของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบวรรณิ กับวิธีสอนของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 การสอนโจทย์ปัญหาสามารถสอนได้ตามปกติแล้วยังสอนซ่อมเสริมได้จากงานวิจัยของ คีร์วอร์ธ โนอีส์วอร์ธ (2531) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเพื่อสอนซ่อมเสริมการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 90 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วยแบบทดสอบการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบก่อนเรียนกับหลังเรียนด้วยชุดการเรียนการสอนแต่ละชุดแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 สอดคล้องกับการศึกษาประสิทธิภาพของการสอนแบบเรียนเพื่อรู้แจ้ง เรื่องการบวกและลบของสันทิ อินทรโกศล(2524) ได้ทดลองกับตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 60 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ วิลเลียม (William, 1971) ที่ได้ทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีสอนแบบเรียนเพื่อรู้แจ้งกับวิธีสอนแบบปกติ โดยทดลองกับนักศึกษปีที่ 1 ของมหาวิทยาลัยไนแอการา สหรัฐอเมริกา จำนวน 100 คน แบ่งเป็น 2 ห้องเรียน คือ ห้องแรกสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติ ห้องที่สองสอนด้วยวิธีสอนแบบเรียนเพื่อรู้แจ้ง

ผลการวิจัยพบว่า ทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกันแต่มีแนวโน้มว่าความแตกต่างระหว่างกลุ่มจะมีมากขึ้นเรื่อย ๆ ตั้งแต่เนื้อหาตอนต้นจนถึงเนื้อหาตอนสุดท้าย ซึ่งมีความสอดคล้องกับงานวิจัยของ นิมล วิเศษสังข์ (2532) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ สมรรถภาพการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละระหว่างการสอนแบบห้ำหั่นและการสอนปกติ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 347 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ คู่มือครูคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ แผนการสอนตามรูปแบบการสอนแบบห้ำหั่น แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ใช้รูปแบบการสอนแบบห้ำหั่นสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ใช้รูปแบบการสอนปกติ แต่ ทองคลัง โน้ตวิวัฒน์ (2526) ได้ใช้วิธีสอนแบบสืบสวนในการสอนเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และทัศนคติต่อวิธีสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยวิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวนตามขั้น สน-ส-อ-ท-ก กับวิธีสอนตามแบบปกติ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในปีการศึกษา 2526 จำนวน 80 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และแบบวัดทัศนคติต่อวิธีสอนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติต่อวิธีสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนด้วยบทเรียนใช้สื่อประสมกับการสอนแบบปกติและการศึกษาทัศนคติต่อบทเรียนที่ใช้สื่อประสมของ อรุณ สมชัย (2522) ซึ่งได้ศึกษากับตัวอย่างประชากรที่เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 98 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบวัดทัศนคติต่อบทเรียนที่ใช้สื่อประสมผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนใช้สื่อประสมสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนในกลุ่มทดลองมีทัศนคติเชิงนิมิตต่อบทเรียนที่ใช้สื่อประสมแต่การสอนโดยใช้สื่อยังสัมพันธ์กับการใช้บทเรียนโมดูลของ จีรัตน์ นิชัยภาพ (2532) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้บทเรียนโมดูลกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในปีการศึกษา 2532 จำนวน 72 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบวัดเจตคติต่อวิชา

คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทเรียนโมเดลสามารถเรียนด้วยตนเองจากการวิจัยของธรรชกุล ปานะดิษฐ์ และคณะ (2531) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาจำนวนตัวเลขที่มีหลายหลักที่เรียนด้วยบทเรียนโมเดลสำหรับใช้เรียนด้วยตนเองกับเรียนด้วยวิธีสอนปกติ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2531 จำนวน 61 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย บทเรียนโมเดลสำหรับใช้เรียนด้วยตนเองวิชาคณิตศาสตร์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนโมเดลสำหรับใช้เรียนด้วยตนเองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีความสัมพันธ์กับงานวิจัยของแสง มณีเนตร และนิกุล เลิศมงคลตระกูล (2532) ได้ทำการศึกษาพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2532 จำนวน 1,354 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ ชุดพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แบบประเมินผลการทดลองใช้เพื่อทดสอบคุณภาพการใช้งานของผลิตภัณฑ์ทางการศึกษา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้ผลิตภัณฑ์ทางการศึกษาที่สร้างขึ้นสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่สอนตามปกติ

## สรุป

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีบทบาทและอุปสรรคต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนไม่เข้าใจโจทย์ปัญหา ลำดับขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งนักเรียนไม่สามารถแปลความ ตีความ วิเคราะห์โจทย์ปัญหาออกมาได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาบ้าง โจทย์ถามหาอะไร รวมไปถึงไม่สามารถคำนวณและใช้วิธีการในการแก้โจทย์ได้และครูก็ไม่สามารถหาเทคนิควิธีการใหม่ ๆ มาใช้ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนประสบผลสำเร็จได้ เพราะฉะนั้นจะให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเป็น มีความสามารถในการอ่าน เข้าใจประโยคสัญลักษณ์ มีทักษะในการคำนวณ จึงควรใช้ขั้นตอนชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาตามเทคนิคการสอนของสติน เพื่อที่จะให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาจากเอกสารชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่ครูสร้างขึ้นพร้อม

กับครูได้ชี้แนะให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ ใช้สื่อในการสอนใช้วิธีสอนแก้ปัญห  
 หลาย ๆ วิธี ให้นักเรียนกะประมาณคำตอบและมีทักษะการคำนวณ รวมทั้งสร้างโจทย์ปัญหา  
 ที่นักเรียนสนใจและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ถ้าครูและนักเรียนมีความพร้อมในการเรียน  
 การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แล้ว จะทำให้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่เป็นอุปสรรค  
 ต่อการเรียนการสอนต่อไป และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะ  
 ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะสูงขึ้นตามลำดับต่อไป ตลอดจนสัมฤทธิ์ผลตรงตาม  
 จุดประสงค์ของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์หลักสูตรประถมศึกษา นุทธศักราช 2521 (ฉบับ  
 ปรับปรุง พ.ศ. 2538) ที่กระทรวงศึกษาธิการได้วางไว้



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย