บทที่ 4

ตัวอย่างการหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น

ความนำ

ในบทนี้ กล่าวถึงผลของการหาค่าออปติมัมและการวิเคราะห์ผลของการหาค่าออปติมัมตามวิธีการที่ได้เสนอมาแล้วในบทที่ 2 โดยยกตัวอย่างการหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้นขึ้นมา 2 ตัวอย่างเพื่อใช้ในการหาค่าออปติมัม ซึ่งคำนวณด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ 486DX2-66 และแบ่งการหาค่าออปติมัมออกเป็น 3 ส่วนดังนี้คือ

1. การหาค่าออปติมัมและการวิเคราะห์ผลของการหาค่าออปติมัมเมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

2. เส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมและการวิเคราะห์เส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัม โดยที่ค่า μ = 0.8 และค่า λ = 0.01 โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

3. สมรรถนะในการคำนวณหาค่าออปติมัมและการวิเคราะห์สมรรถนะในการคำนวณหาค่าออปติมัม โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตัวอย่างที่ (4.1) การหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น

จงหา $\mathbf{x} \in \Re^2$ สำหรับ Convex Programming Problem ซึ่งทำให้

$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T Q\mathbf{x} + C^T\mathbf{x}$ มีค่าต่ำสุด โดยที่ $g_i(\mathbf{x}) \le 0$, $i = 1,2,3$

ซึ่ง $$Q = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} , \quad C = \begin{bmatrix} -12 \\ -10 \end{bmatrix} ,$$

และ $$g_1(\mathbf{x}) = x_1^2 + (x_2 - 4)^2 - 64 \le 0 ,$$
$$g_2(\mathbf{x}) = (x_1 + 3)^2 + x_2^2 - 36 \le 0 ,$$
$$g_3(\mathbf{x}) = (x_1 - 3)^2 + x_2^2 - 36 \le 0$$

วิธีทำ

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{C}^T\mathbf{x}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}^T\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -12 \\ -10 \end{bmatrix}^T\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$= 2x_1^2 - 12x_1 + x_1x_2 - 10x_2 + x_2^2$$

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\left\{\frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{C}^T\mathbf{x}\right\}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4x_1 + x_2 - 12 \\ x_1 + 2x_2 - 10 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial g_3(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial g_1(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \frac{\partial g_2(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \frac{\partial g_3(\mathbf{x})}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2x_1 & 2(x_1+3) & 2(x_1-3) \\ 2(x_2-4) & 2x_2 & 2x_2 \end{bmatrix}$$

จากนั้นหาคำตอบโดยใช้ **P4** ของวิธี Steepest Descent และหาคำตอบโดยใช้ **P4** ของวิธี Conjugate Gradient โดยค่าออปติมัมที่แท้จริงคือ -31.68 และจุดออปติมัมที่แท้จริง $\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} 1.776 & 3.629 \end{bmatrix}^T$ ซึ่งเป็นจุดต่ำสุดจุดเดียวสำหรับปัญหานี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การหาค่าออปติมัมเมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ

ในส่วนนี้ได้ทำการหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ ซึ่งทำการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) การหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient ผลของการหาค่าออปติมัมนี้แสดงในรูปของตาราง ดังนี้คือ

ตารางที่ 4.1 ตารางแสดงผลการหาจุดออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของจุดออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.01 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.2 ตารางแสดงผลการหาค่าออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่าออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.01 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.3 ตารางแสดงผลการหาจุดออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของจุดออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.05 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.4 ตารางแสดงผลการหาค่าออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่าออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.05 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.5 ตารางแสดงผลการหาจุดออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของจุดออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.6 ตารางแสดงผลการหาค่าออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่าออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.1 ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.01$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	1.776 , 3.629	1.778 , 3.63	0.113 , 0.028	863	4.03	1.779 , 3.628	0.169 , 0.028	980	2.663
0.2	1.776 , 3.629	1.779 , 3.627	0.169 , 0.055	582	2.334	1.781 , 3.625	0.282 , 0.11	419	1.324
0.3	1.776 , 3.629	1.783 , 3.622	0.394 , 0.193	419	1.025	1.799 , 3.601	1.295 , 0.772	185	0.325
0.4	1.776 , 3.629	1.782 , 3.624	0.338 , 0.138	450	0.754	1.78 , 3.627	0.225 , 0.055	605	2.259
0.5	1.776 , 3.629	1.799 , 3.601	1.295 , 0.772	273	0.322	1.781 , 3.625	0.282 , 0.11	530	1.646
0.6	1.776 , 3.629	1.784 , 3.622	0.45 , 0.193	941	0.955	1.785 , 3.62	0.507 , 0.248	475	1.37
0.7	1.776 , 3.629	1.787 , 3.617	0.619 , 0.331	363	0.299	1.802 , 3.597	1.464 , 0.882	121	0.309
0.8	1.776 , 3.629	1.786 , 3.619	0.563 , 0.276	906	0.647	1.8 , 3.6	1.351 , 0.799	116	0.252
0.9	1.776 , 3.629	1.833 , 3.555	3.209 , 2.039	196	0.097	1.777 , 3.616	0.056 , 0.358	384	0.728
1	1.776 , 3.629	1.788 , 3.615	0.676 , 0.386	944	0.493	1.785 , 3.618	0.507 , 0.303	385	0.751
1.1	1.776 , 3.629	1.79 , 3.614	0.788 , 0.413	746	0.369	1.793 , 3.608	0.957 , 0.579	118	0.211
1.2	1.776 , 3.629	1.789 , 3.613	0.732 , 0.441	786	0.324	1.787 , 3.617	0.619 , 0.331	155	0.285
1.3	1.776 , 3.629	1.796 , 3.605	1.126 , 0.661	309	0.127	1.778 , 3.614	0.113 , 0.413	291	0.312
1.4	1.776 , 3.629	1.792 , 3.61	0.901 , 0.524	412	0.147	1.767 , 3.598	0.507 , 0.854	288	0.309
1.5	1.776 , 3.629	1.793 , 3.608	0.957 , 0.579	800	0.284	1.823 , 3.569	2.646 , 1.653	70	0.075
1.6	1.776 , 3.629	1.792 , 3.609	0.901 , 0.551	799	0.24	1.789 , 3.613	0.732 , 0.441	256	0.373
1.7	1.776 , 3.629	1.804 , 3.593	1.577 , 0.992	269	0.089	1.788 , 3.614	0.676 , 0.413	276	0.356
1.8	1.776 , 3.629	1.794 , 3.606	1.014 , 0.634	745	0.204	1.796 , 3.604	1.126 , 0.689	91	0.115
1.9	1.776 , 3.629	1.797 , 3.603	1.182 , 0.716	729	0.2	1.785 , 3.61	0.507 , 0.524	249	0.281
2	1.776 , 3.629	1.797 , 3.604	1.182 , 0.689	527	0.145	1.779 , 3.6	0.169 , 0.799	236	0.259
2.1	1.776 , 3.629	1.8 , 3.6	1.351 , 0.799	407	0.1	1.829 , 3.556	2.984 , 2.012	57	0.064
2.2	1.776 , 3.629	1.805 , 3.594	1.633 , 0.964	295	0.081	1.797 , 3.603	1.182 , 0.716	90	0.109
2.3	1.776 , 3.629	1.812 , 3.584	2.027 , 1.24	259	0.064	1.829 , 3.558	2.984 , 1.956	54	0.061
2.4	1.776 , 3.629	1.803 , 3.596	1.52 , 0.909	367	0.091	1.799 , 3.601	1.295 , 0.772	74	0.085
2.5	1.776 , 3.629	1.839 , 3.548	3.547 , 2.232	194	0.042	1.787 , 3.609	0.619 , 0.551	229	0.157
2.6	1.776 , 3.629	1.803 , 3.594	1.52 , 0.964	865	0.189	1.783 , 3.601	0.394 , 0.772	194	0.128
2.7	1.776 , 3.629	1.801 , 3.592	1.408 , 1.02	872	0.191	1.778 , 3.594	0.113 , 0.964	180	0.119

ตารางที่ 4.1(ต่อ) ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ T/τ = 0.01 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	1.776 , 3.629	1.806 , 3.592	1.689 , 1.02	823	0.18	1.774 , 3.588	0.113 , 1.13	180	0.114
2.9	1.776 , 3.629	1.806 , 3.591	1.689 , 1.047	760	0.167	1.77 , 3.581	0.338 , 1.323	175	0.115
3	1.776 , 3.629	1.84 , 3.542	3.604 , 2.397	193	0.037	1.766 , 3.575	0.563 , 1.488	200	0.132
3.1	1.776 , 3.629	1.807 , 3.588	1.745 , 1.13	738	0.141	1.868 , 3.507	5.18 , 3.362	41	0.027
3.2	1.776 , 3.629	1.806 , 3.586	1.689 , 1.185	809	0.154	1.862 , 3.507	4.842 , 3.362	41	0.027
3.3	1.776 , 3.629	1.817 , 3.577	2.309 , 1.433	274	0.053	1.814 , 3.578	2.14 , 1.405	57	0.036
3.4	1.776 , 3.629	1.81 , 3.585	1.914 , 1.212	764	0.146	1.799 , 3.598	1.295 , 0.854	175	0.154
3.5	1.776 , 3.629	1.806 , 3.579	1.689 , 1.378	699	0.115	1.798 , 3.602	1.239 , 0.744	163	0.125
3.6	1.776 , 3.629	1.813 , 3.583	2.083 , 1.268	789	0.151	1.795 , 3.597	1.07 , 0.882	152	0.117
3.7	1.776 , 3.629	1.813 , 3.582	2.083 , 1.295	370	0.071	1.792 , 3.592	0.901 , 1.02	158	0.117
3.8	1.776 , 3.629	1.807 , 3.574	1.745 , 1.516	752	0.144	1.789 , 3.588	0.732 , 1.13	158	0.122
3.9	1.776 , 3.629	1.815 , 3.58	2.196 , 1.35	747	0.143	1.786 , 3.583	0.563 , 1.268	158	0.122
4	1.776 , 3.629	1.814 , 3.58	2.14 , 1.35	763	0.147	1.839 , 3.546	3.547 , 2.287	43	0.033
4.1	1.776 , 3.629	1.809 , 3.571	1.858 , 1.598	723	0.119	1.819 , 3.573	2.421 , 1.543	49	0.036
4.2	1.776 , 3.629	1.817 , 3.577	2.309 , 1.433	717	0.137	1.805 , 3.593	1.633 , 0.992	139	0.126
4.3	1.776 , 3.629	1.816 , 3.576	2.252 , 1.46	752	0.144	1.797 , 3.598	1.182 , 0.854	139	0.065
4.4	1.776 , 3.629	1.857 , 3.522	4.561 , 2.948	182	0.035	1.795 , 3.595	1.07 , 0.937	133	0.062

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2 ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.01$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	-31.68	-31.682	0.011	863	4.03	-31.682	0.0089	980	2.663
0.2	-31.68	-31.681	0.0058	582	2.334	-31.681	0.0077	419	1.324
0.3	-31.68	-31.681	0.0063	419	1.025	-31.68	0.0028	185	0.325
0.4	-31.68	-31.682	0.0085	450	0.754	-31.682	0.0098	605	2.259
0.5	-31.68	-31.68	0.0028	273	0.322	-31.681	0.0077	530	1.646
0.6	-31.68	-31.682	0.0103	941	0.955	-31.681	0.008	475	1.37
0.7	-31.68	-31.681	0.0066	363	0.299	-31.679	0.0015	121	0.309
0.8	-31.68	-31.682	0.0089	906	0.647	-31.68	0.0035	116	0.252
0.9	-31.68	-31.672	0.0222	196	0.097	-31.667	0.0361	384	0.728
1	-31.68	-31.68	0.0043	944	0.493	-31.679	0.0019	385	0.751
1.1	-31.68	-31.682	0.009	746	0.369	-31.679	0.0019	118	0.211
1.2	-31.68	-31.68	0.002	786	0.324	-31.681	0.0066	155	0.285
1.3	-31.68	-31.68	0.004	309	0.127	-31.667	0.0384	291	0.312
1.4	-31.68	-31.68	0.0043	412	0.147	-31.636	0.135	288	0.309
1.5	-31.68	-31.679	0.0019	800	0.284	-31.675	0.0114	70	0.075
1.6	-31.68	-31.679	0.0011	799	0.24	-31.68	0.002	256	0.373
1.7	-31.68	-31.678	0.0036	269	0.089	-31.679	0.0012	276	0.356
1.8	-31.68	-31.679	0.0006	745	0.204	-31.679	0.0008	91	0.115
1.9	-31.68	-31.679	0.0015	729	0.2	-31.672	0.0231	249	0.281
2	-31.68	-31.68	0.0047	527	0.145	-31.654	0.0789	236	0.259
2.1	-31.68	-31.68	0.0035	407	0.1	-31.668	0.033	57	0.064
2.2	-31.68	-31.68	0.0033	295	0.081	-31.679	0.0015	90	0.109
2.3	-31.68	-31.678	0.0027	259	0.064	-31.671	0.0263	54	0.061
2.4	-31.68	-31.68	0.0021	367	0.091	-31.68	0.0028	74	0.085
2.5	-31.68	-31.671	0.0247	194	0.042	-31.673	0.0183	229	0.157
2.6	-31.68	-31.678	0.0042	865	0.189	-31.66	0.0596	194	0.128
2.7	-31.68	-31.673	0.0182	872	0.191	-31.646	0.1024	180	0.119

ตารางที่ 4.2(ต่อ) ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ T/τ = 0.01 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	-31.68	-31.679	0.0007	823	0.18	-31.635	0.1386	180	0.114
2.9	-31.68	-31.678	0.0025	760	0.167	-31.622	0.1788	175	0.115
3	-31.68	-31.666	0.0415	193	0.037	-31.61	0.2162	200	0.132
3.1	-31.68	-31.676	0.0084	738	0.141	-31.657	0.0691	41	0.027
3.2	-31.68	-31.673	0.0186	809	0.154	-31.651	0.0886	41	0.027
3.3	-31.68	-31.677	0.007	274	0.053	-31.674	0.0147	57	0.036
3.4	-31.68	-31.677	0.0069	764	0.146	-31.677	0.0067	175	0.154
3.5	-31.68	-31.666	0.0413	699	0.115	-31.68	0.0022	163	0.125
3.6	-31.68	-31.678	0.0022	789	0.151	-31.671	0.0252	152	0.117
3.7	-31.68	-31.677	0.0055	370	0.071	-31.662	0.0529	158	0.117
3.8	-31.68	-31.662	0.054	752	0.144	-31.654	0.0777	158	0.122
3.9	-31.68	-31.677	0.0046	747	0.143	-31.645	0.1061	158	0.122
4	-31.68	-31.676	0.0083	763	0.147	-31.669	0.0314	43	0.033
4.1	-31.68	-31.661	0.0563	723	0.119	-31.675	0.0128	49	0.036
4.2	-31.68	-31.677	0.007	717	0.137	-31.679	0.0001	139	0.126
4.3	-31.68	-31.674	0.0139	752	0.144	-31.674	0.0143	139	0.065
4.4	-31.68	-31.662	0.0525	182	0.035	-31.669	0.0316	133	0.062

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.3 ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.05$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	1.776 , 3.629	1.783 , 3.623	0.394 , 0.165	162	0.721	1.803 , 3.592	1.52 , 1.02	64	0.266
0.2	1.776 , 3.629	1.787 , 3.614	0.619 , 0.413	240	0.963	1.806 , 3.591	1.689 , 1.047	56	0.054
0.3	1.776 , 3.629	1.783 , 3.61	0.394 , 0.524	213	0.316	1.81 , 3.586	1.914 , 1.185	42	0.172
0.4	1.776 , 3.629	1.8 , 3.596	1.351 , 0.909	197	0.395	1.874 , 3.492	5.518 , 3.775	24	0.077
0.5	1.776 , 3.629	1.798 , 3.6	1.239 , 0.799	180	0.158	1.795 , 3.605	1.07 , 0.661	121	0.369
0.6	1.776 , 3.629	1.885 , 3.48	6.137 , 4.106	34	0.029	1.759 , 3.57	0.957 , 1.626	101	0.142
0.7	1.776 , 3.629	1.872 , 3.501	5.405 , 3.527	36	0.038	1.73 , 3.526	2.59 , 2.838	95	0.133
0.8	1.776 , 3.629	1.8 , 3.562	1.351 , 1.846	172	0.104	1.703 , 3.486	4.11 , 3.94	92	0.129
0.9	1.776 , 3.629	1.774 , 3.515	0.113 , 3.141	158	0.091	1.946 , 3.376	9.572 , 6.972	15	0.021
1	1.776 , 3.629	1.826 , 3.557	2.815 , 1.984	161	0.119	1.832 , 3.556	3.153 , 2.012	29	0.059
1.1	1.776 , 3.629	1.821 , 3.555	2.534 , 2.039	162	0.076	1.811 , 3.548	1.971 , 2.232	82	0.133
1.2	1.776 , 3.629	1.804 , 3.521	1.577 , 2.976	156	0.068	1.818 , 3.574	2.365 , 1.516	76	0.063
1.3	1.776 , 3.629	1.955 , 3.369	10.079 , 7.165	25	0.011	1.806 , 3.552	1.689 , 2.122	76	0.063
1.4	1.776 , 3.629	1.842 , 3.535	3.716 , 2.59	201	0.121	1.795 , 3.532	1.07 , 2.673	72	0.057
1.5	1.776 , 3.629	1.838 , 3.536	3.491 , 2.563	172	0.061	1.783 , 3.512	0.394 , 3.224	65	0.052
1.6	1.776 , 3.629	1.826 , 3.51	2.815 , 3.279	145	0.052	1.773 , 3.494	0.169 , 3.72	65	0.052
1.7	1.776 , 3.629	1.814 , 3.484	2.14 , 3.996	145	0.052	1.762 , 3.476	0.788 , 4.216	65	0.052
1.8	1.776 , 3.629	1.939 , 3.395	9.178 , 6.448	27	0.01	1.752 , 3.46	1.351 , 4.657	57	0.045
1.9	1.776 , 3.629	1.859 , 3.512	4.673 , 3.224	170	0.079	1.742 , 3.444	1.914 , 5.098	53	0.041
2	1.776 , 3.629	1.855 , 3.514	4.448 , 3.169	139	0.046	1.733 , 3.429	2.421 , 5.511	57	0.045
2.1	1.776 , 3.629	1.847 , 3.493	3.998 , 3.748	139	0.042	1.724 , 3.415	2.928 , 5.897	49	0.038
2.2	1.776 , 3.629	1.838 , 3.473	3.491 , 4.299	148	0.045	1.715 , 3.401	3.435 , 6.283	49	0.038
2.3	1.776 , 3.629	1.83 , 3.454	3.041 , 4.822	140	0.046	1.707 , 3.388	3.885 , 6.641	45	0.035
2.4	1.776 , 3.629	1.933 , 3.414	8.84 , 5.924	29	0.009	1.704 , 3.369	4.054 , 7.165	21	0.016
2.5	1.776 , 3.629	1.878 , 3.49	5.743 , 3.83	131	0.05	1.696 , 3.359	4.505 , 7.44	21	0.016
2.6	1.776 , 3.629	1.874 , 3.493	5.518 , 3.748	146	0.04	1.687 , 3.349	5.011 , 7.716	21	0.033
2.7	1.776 , 3.629	1.868 , 3.477	5.18 , 4.188	137	0.034	1.679 , 3.339	5.462 , 7.991	21	0.017

ตารางที่ 4.3(ต่อ) ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.05$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	1.776 , 3.629	1.863 , 3.461	4.899 , 4.629	155	0.043	1.928 , 3.412	8.559 , 5.98	14	0.007
2.9	1.776 , 3.629	1.857 , 3.445	4.561 , 5.07	129	0.035	1.921 , 3.41	8.164 , 6.035	14	0.008
3	1.776 , 3.629	1.851 , 3.43	4.223 , 5.484	129	0.035	1.915 , 3.408	7.827 , 6.09	14	0.007
3.1	1.776 , 3.629	1.845 , 3.415	3.885 , 5.897	138	0.038	1.909 , 3.407	7.489 , 6.117	14	0.008
3.2	1.776 , 3.629	1.93 , 3.416	8.671 , 5.869	31	0.009	1.825 , 3.441	2.759 , 5.18	25	0.013
3.3	1.776 , 3.629	1.905 , 3.453	7.264 , 4.85	41	0.015	1.82 , 3.432	2.477 , 5.428	25	0.014
3.4	1.776 , 3.629	1.892 , 3.462	6.532 , 4.602	131	0.032	1.815 , 3.424	2.196 , 5.649	25	0.013
3.5	1.776 , 3.629	1.888 , 3.449	6.306 , 4.96	131	0.032	1.81 , 3.415	1.914 , 5.897	25	0.014
3.6	1.776 , 3.629	1.884 , 3.436	6.081 , 5.318	131	0.032	1.805 , 3.407	1.633 , 6.117	25	0.014
3.7	1.776 , 3.629	1.88 , 3.424	5.856 , 5.649	121	0.03	1.801 , 3.399	1.408 , 6.338	25	0.014
3.8	1.776 , 3.629	1.875 , 3.412	5.574 , 5.98	121	0.03	1.796 , 3.392	1.126 , 6.531	25	0.013
3.9	1.776 , 3.629	1.871 , 3.399	5.349 , 6.338	122	0.03	1.791 , 3.384	0.845 , 6.751	25	0.014
4	1.776 , 3.629	1.867 , 3.387	5.124 , 6.669	132	0.033	1.767 , 3.398	0.507 , 6.365	15	0.008
4.1	1.776 , 3.629	1.993 , 3.291	12.218 , 9.314	22	0.005	1.759 , 3.394	0.957 , 6.476	15	0.008
4.2	1.776 , 3.629	1.918 , 3.437	7.995 , 5.291	117	0.035	1.752 , 3.391	1.351 , 6.558	15	0.008
4.3	1.776 , 3.629	1.914 , 3.439	7.77 , 5.236	121	0.03	1.745 , 3.388	1.745 , 6.641	15	0.015
4.4	1.776 , 3.629	1.911 , 3.429	7.601 , 5.511	121	0.03	1.738 , 3.385	2.14 , 6.724	15	0.008

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.4 ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ T/τ = 0.05 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา
		Calculated	% error		(วินาที)	Calculated	% error		(วินาที)
0.1	-31.68	-31.682	0.0094	162	0.721	-31.676	0.0106	64	0.266
0.2	-31.68	-31.678	0.0027	240	0.963	-31.678	0.0025	56	0.054
0.3	-31.68	-31.669	0.031	213	0.316	-31.678	0.0037	42	0.172
0.4	-31.68	-31.676	0.0092	197	0.395	-31.646	0.1033	24	0.077
0.5	-31.68	-31.678	0.0041	180	0.158	-31.679	0.0001	121	0.369
0.6	-31.68	-31.643	0.1122	34	0.029	-31.595	0.2639	101	0.142
0.7	-31.68	-31.654	0.0775	36	0.038	-31.502	0.5599	95	0.133
0.8	-31.68	-31.641	0.121	172	0.104	-31.407	0.8592	92	0.129
0.9	-31.68	-31.553	0.3974	158	0.091	-31.571	0.3403	15	0.021
1	-31.68	-31.666	0.0404	161	0.119	-31.672	0.0223	29	0.059
1.1	-31.68	-31.658	0.0652	162	0.076	-31.639	0.1265	82	0.133
1.2	-31.68	-31.6	0.2496	156	0.068	-31.675	0.0131	76	0.063
1.3	-31.68	-31.569	0.3457	25	0.011	-31.637	0.1319	76	0.063
1.4	-31.68	-31.66	0.0585	201	0.121	-31.601	0.246	72	0.057
1.5	-31.68	-31.657	0.069	172	0.061	-31.562	0.3697	65	0.052
1.6	-31.68	-31.614	0.2046	145	0.052	-31.526	0.4825	65	0.052
1.7	-31.68	-31.569	0.3483	145	0.052	-31.487	0.6044	65	0.052
1.8	-31.68	-31.59	0.2818	27	0.01	-31.451	0.7179	57	0.045
1.9	-31.68	-31.653	0.0809	170	0.079	-31.414	0.8353	53	0.041
2	-31.68	-31.651	0.0872	139	0.046	-31.379	0.9469	57	0.045
2.1	-31.68	-31.619	0.1905	139	0.042	-31.344	1.0573	49	0.038
2.2	-31.68	-31.584	0.2983	148	0.045	-31.308	1.1707	49	0.038
2.3	-31.68	-31.551	0.4029	140	0.046	-31.274	1.2768	45	0.035
2.4	-31.68	-31.608	0.2227	29	0.009	-31.24	1.386	21	0.016
2.5	-31.68	-31.648	0.0978	131	0.05	-31.209	1.482	21	0.016
2.6	-31.68	-31.647	0.0997	146	0.04	-31.176	1.5859	21	0.033
2.7	-31.68	-31.623	0.1778	137	0.034	-31.145	1.6859	21	0.017

ตารางที่ 4.4(ต่อ) ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.05$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	-31.68	-31.598	0.2551	155	0.043	-31.602	0.2442	14	0.007
2.9	-31.68	-31.572	0.3384	129	0.035	-31.593	0.2718	14	0.008
3	-31.68	-31.546	0.4203	129	0.035	-31.585	0.2972	14	0.007
3.1	-31.68	-31.519	0.5046	138	0.038	-31.578	0.3191	14	0.008
3.2	-31.68	-31.608	0.223	31	0.009	-31.528	0.475	25	0.013
3.3	-31.68	-31.631	0.1519	41	0.015	-31.51	0.5321	25	0.014
3.4	-31.68	-31.629	0.1571	131	0.032	-31.493	0.5862	25	0.013
3.5	-31.68	-31.61	0.2188	131	0.032	-31.474	0.6455	25	0.014
3.6	-31.68	-31.59	0.282	131	0.032	-31.457	0.7015	25	0.014
3.7	-31.68	-31.57	0.3428	121	0.03	-31.44	0.7541	25	0.014
3.8	-31.68	-31.55	0.4085	121	0.03	-31.423	0.8076	25	0.013
3.9	-31.68	-31.528	0.4764	122	0.03	-31.404	0.8664	25	0.014
4	-31.68	-31.507	0.5416	132	0.033	-31.389	0.9159	15	0.008
4.1	-31.68	-31.492	0.5892	22	0.005	-31.371	0.9734	15	0.008
4.2	-31.68	-31.623	0.1752	117	0.035	-31.355	1.0222	15	0.008
4.3	-31.68	-31.622	0.1789	121	0.03	-31.339	1.0719	15	0.015
4.4	-31.68	-31.607	0.226	121	0.03	-31.323	1.1223	15	0.008

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.5 ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.1$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	1.776 , 3.629	1.772 , 3.601	0.225 , 0.772	175	0.553	1.915 , 3.413	7.827 , 5.952	19	0.062
0.2	1.776 , 3.629	2.079 , 3.181	17.061 , 12.345	10	0.029	1.71 , 3.535	3.716 , 2.59	119	0.37
0.3	1.776 , 3.629	1.787 , 3.543	0.619 , 2.37	104	0.317	1.814 , 3.58	2.14 , 1.35	89	0.404
0.4	1.776 , 3.629	1.776 , 3.535	0 , 2.59	95	0.125	1.785 , 3.555	0.507 , 2.039	73	0.223
0.5	1.776 , 3.629	1.717 , 3.435	3.322 , 5.346	89	0.117	1.832 , 3.555	3.153 , 2.039	17	0.052
0.6	1.776 , 3.629	1.858 , 3.522	4.617 , 2.948	36	0.08	1.779 , 3.544	0.169 , 2.342	56	0.072
0.7	1.776 , 3.629	1.858 , 3.516	4.617 , 3.114	25	0.041	1.749 , 3.494	1.52 , 3.72	50	0.063
0.8	1.776 , 3.629	1.822 , 3.489	2.59 , 3.858	85	0.065	1.721 , 3.45	3.097 , 4.932	50	0.065
0.9	1.776 , 3.629	1.798 , 3.436	1.239 , 5.318	93	0.074	1.694 , 3.409	4.617 , 6.062	47	0.059
1	1.776 , 3.629	1.772 , 3.384	0.225 , 6.751	77	0.059	1.669 , 3.371	6.025 , 7.109	50	0.063
1.1	1.776 , 3.629	2.044 , 3.242	15.09 , 10.664	10	0.008	2.197 , 2.976	23.705 , 17.994	6	0.007
1.2	1.776 , 3.629	1.904 , 3.457	7.207 , 4.74	94	0.137	2.177 , 2.962	22.579 , 18.38	6	0.008
1.3	1.776 , 3.629	1.894 , 3.468	6.644 , 4.436	67	0.072	2.158 , 2.949	21.509 , 18.738	6	0.008
1.4	1.776 , 3.629	1.88 , 3.447	5.856 , 5.015	75	0.041	2.139 , 2.936	20.439 , 19.096	6	0.007
1.5	1.776 , 3.629	1.869 , 3.415	5.236 , 5.897	70	0.038	2.12 , 2.923	19.369 , 19.454	6	0.007
1.6	1.776 , 3.629	1.858 , 3.383	4.617 , 6.779	65	0.034	2.101 , 2.91	18.3 , 19.813	6	0.017
1.7	1.776 , 3.629	1.847 , 3.353	3.998 , 7.605	65	0.036	2.082 , 2.898	17.23 , 20.143	6	0.008
1.8	1.776 , 3.629	1.835 , 3.323	3.322 , 8.432	70	0.038	1.93 , 3.411	8.671 , 6.007	10	0.007
1.9	1.776 , 3.629	1.824 , 3.293	2.703 , 9.259	60	0.031	1.919 , 3.404	8.052 , 6.2	10	0.008
2	1.776 , 3.629	1.812 , 3.265	2.027 , 10.03	65	0.036	1.907 , 3.398	7.376 , 6.365	10	0.007
2.1	1.776 , 3.629	2.022 , 3.276	13.851 , 9.727	11	0.006	1.897 , 3.392	6.813 , 6.531	10	0.007
2.2	1.776 , 3.629	2.014 , 3.264	13.401 , 10.058	11	0.006	1.886 , 3.386	6.194 , 6.696	10	0.008
2.3	1.776 , 3.629	1.941 , 3.4	9.291 , 6.31	71	0.031	1.876 , 3.381	5.631 , 6.834	10	0.007
2.4	1.776 , 3.629	1.937 , 3.379	9.065 , 6.889	59	0.024	1.866 , 3.376	5.068 , 6.972	10	0.008
2.5	1.776 , 3.629	1.932 , 3.359	8.784 , 7.44	59	0.024	1.857 , 3.372	4.561 , 7.082	10	0.007
2.6	1.776 , 3.629	1.928 , 3.34	8.559 , 7.964	59	0.024	1.848 , 3.368	4.054 , 7.192	10	0.008
2.7	1.776 , 3.629	1.923 , 3.32	8.277 , 8.515	59	0.024	1.84 , 3.364	3.604 , 7.302	10	0.008

ตารางที่ 4.5(ต่อ) ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.1$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	1.776 , 3.629	1.918 , 3.301	7.995 , 9.038	53	0.022	1.832 , 3.361	3.153 , 7.385	10	0.008
2.9	1.776 , 3.629	1.913 , 3.282	7.714 , 9.562	53	0.022	1.824 , 3.358	2.703 , 7.468	10	0.007
3	1.776 , 3.629	1.907 , 3.264	7.376 , 10.058	53	0.022	1.817 , 3.355	2.309 , 7.55	10	0.008
3.1	1.776 , 3.629	1.902 , 3.246	7.095 , 10.554	53	0.022	1.81 , 3.352	1.914 , 7.633	10	0.008
3.2	1.776 , 3.629	1.897 , 3.228	6.813 , 11.05	47	0.019	1.803 , 3.35	1.52 , 7.688	10	0.008
3.3	1.776 , 3.629	1.891 , 3.21	6.475 , 11.546	59	0.024	1.797 , 3.348	1.182 , 7.743	10	0.008
3.4	1.776 , 3.629	1.886 , 3.193	6.194 , 12.014	47	0.019	1.791 , 3.347	0.845 , 7.771	10	0.008
3.5	1.776 , 3.629	1.88 , 3.176	5.856 , 12.483	47	0.019	2.145 , 3.081	20.777 , 15.101	7	0.005
3.6	1.776 , 3.629	1.875 , 3.159	5.574 , 12.951	47	0.019	2.138 , 3.075	20.383 , 15.266	7	0.006
3.7	1.776 , 3.629	1.869 , 3.142	5.236 , 13.42	47	0.019	2.132 , 3.069	20.045 , 15.431	7	0.006
3.8	1.776 , 3.629	2.023 , 3.277	13.908 , 9.7	12	0.005	2.126 , 3.063	19.707 , 15.597	7	0.005
3.9	1.776 , 3.629	2.001 , 3.312	12.669 , 8.735	47	0.015	2.12 , 3.057	19.369 , 15.762	7	0.006
4	1.776 , 3.629	1.999 , 3.299	12.556 , 9.093	47	0.015	2.114 , 3.051	19.032 , 15.927	7	0.012
4.1	1.776 , 3.629	1.997 , 3.286	12.444 , 9.452	47	0.017	2.107 , 3.045	18.637 , 16.093	7	0.006
4.2	1.776 , 3.629	1.995 , 3.274	12.331 , 9.782	40	0.014	2.101 , 3.039	18.3 , 16.258	7	0.009
4.3	1.776 , 3.629	1.993 , 3.261	12.218 , 10.141	40	0.013	2.095 , 3.033	17.962 , 16.423	7	0.006
4.4	1.776 , 3.629	1.991 , 3.249	12.106 , 10.471	40	0.013	2.089 , 3.027	17.624 , 16.589	7	0.006

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.6 ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.1$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	-31.68	-31.646	0.1043	175	0.553	-31.591	0.2772	19	0.062
0.2	-31.68	-31.381	0.9389	10	0.029	-31.481	0.6256	119	0.37
0.3	-31.68	-31.603	0.2394	104	0.317	-31.676	0.0083	89	0.404
0.4	-31.68	-31.579	0.3145	95	0.125	-31.614	0.2054	73	0.223
0.5	-31.68	-31.361	1.0045	89	0.117	-31.671	0.0257	17	0.052
0.6	-31.68	-31.663	0.0492	36	0.08	-31.594	0.2693	56	0.072
0.7	-31.68	-31.657	0.0701	25	0.041	-31.491	0.5933	50	0.063
0.8	-31.68	-31.585	0.2978	85	0.065	-31.388	0.9171	50	0.065
0.9	-31.68	-31.486	0.6078	93	0.074	-31.283	1.251	47	0.059
1	-31.68	-31.376	0.9558	77	0.059	-31.177	1.5842	50	0.063
1.1	-31.68	-31.455	0.7071	10	0.008	-31.076	1.9046	6	0.007
1.2	-31.68	-31.635	0.1399	94	0.137	-31.044	2.0054	6	0.008
1.3	-31.68	-31.638	0.1288	67	0.072	-31.012	2.1067	6	0.008
1.4	-31.68	-31.599	0.2521	75	0.041	-30.977	2.2152	6	0.007
1.5	-31.68	-31.547	0.4169	70	0.038	-30.941	2.3309	6	0.007
1.6	-31.68	-31.491	0.592	65	0.034	-30.902	2.4537	6	0.017
1.7	-31.68	-31.436	0.7681	65	0.036	-30.863	2.5771	6	0.008
1.8	-31.68	-31.376	0.9577	70	0.038	-31.602	0.2426	10	0.007
1.9	-31.68	-31.314	1.1526	60	0.031	-31.583	0.3015	10	0.008
2	-31.68	-31.251	1.351	65	0.036	-31.564	0.3617	10	0.007
2.1	-31.68	-31.491	0.5938	11	0.006	-31.546	0.418	10	0.007
2.2	-31.68	-31.468	0.6651	11	0.006	-31.527	0.4795	10	0.008
2.3	-31.68	-31.598	0.2565	71	0.031	-31.509	0.5353	10	0.007
2.4	-31.68	-31.567	0.3523	59	0.024	-31.491	0.5928	10	0.008
2.5	-31.68	-31.536	0.4502	59	0.024	-31.475	0.6439	10	0.007
2.6	-31.68	-31.507	0.5442	59	0.024	-31.458	0.6964	10	0.008
2.7	-31.68	-31.473	0.6488	59	0.024	-31.443	0.7461	10	0.008

ตารางที่ 4.6(ต่อ) ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.1$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	-31.68	-31.441	0.7521	53	0.022	-31.428	0.7924	10	0.008
2.9	-31.68	-31.407	0.8587	53	0.022	-31.413	0.8397	10	0.007
3	-31.68	-31.373	0.967	53	0.022	-31.399	0.8837	10	0.008
3.1	-31.68	-31.338	1.0749	53	0.022	-31.385	0.9285	10	0.008
3.2	-31.68	-31.303	1.1857	47	0.019	-31.372	0.9693	10	0.008
3.3	-31.68	-31.266	1.3033	59	0.024	-31.36	1.0063	10	0.008
3.4	-31.68	-31.231	1.4146	47	0.019	-31.35	1.039	10	0.008
3.5	-31.68	-31.193	1.5328	47	0.019	-31.247	1.3645	7	0.005
3.6	-31.68	-31.156	1.6495	47	0.019	-31.234	1.4046	7	0.006
3.7	-31.68	-31.117	1.7734	47	0.019	-31.221	1.4446	7	0.006
3.8	-31.68	-31.493	0.5873	12	0.005	-31.208	1.4854	7	0.005
3.9	-31.68	-31.527	0.4784	47	0.015	-31.195	1.5272	7	0.006
4	-31.68	-31.508	0.5398	47	0.015	-31.182	1.5698	7	0.012
4.1	-31.68	-31.488	0.6025	47	0.017	-31.167	1.6151	7	0.006
4.2	-31.68	-31.469	0.6618	40	0.014	-31.153	1.6597	7	0.009
4.3	-31.68	-31.449	0.727	40	0.013	-31.139	1.7052	7	0.006
4.4	-31.68	-31.429	0.7886	40	0.013	-31.124	1.7516	7	0.006

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากผลของการหาค่าออปติมัมในตารางที่ 4.1-4.6 สามารถนำมาแสดงในรูปกราฟดังต่อไปนี้คือ

รูปที่ 4.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent

รูปที่ 4.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient

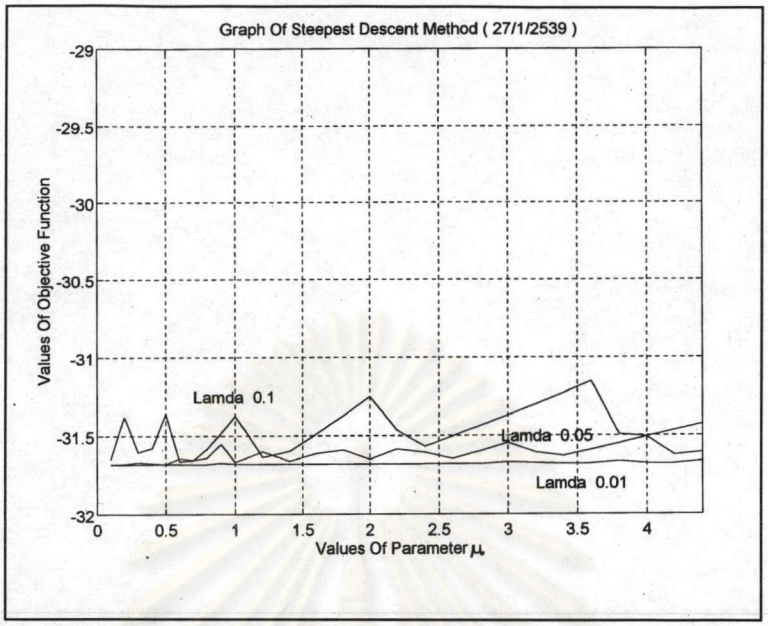
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent

รูปที่ 4.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient

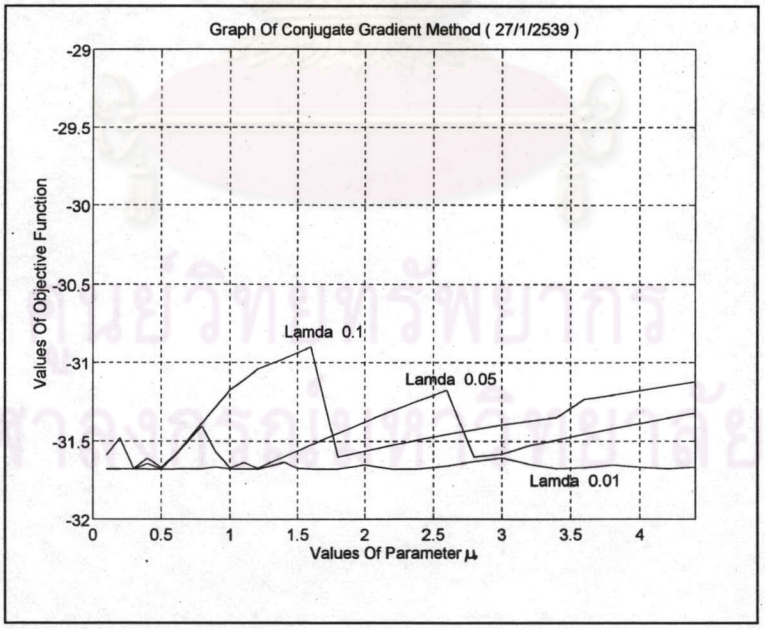
รูปที่ 4.5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent

รูปที่ 4.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient

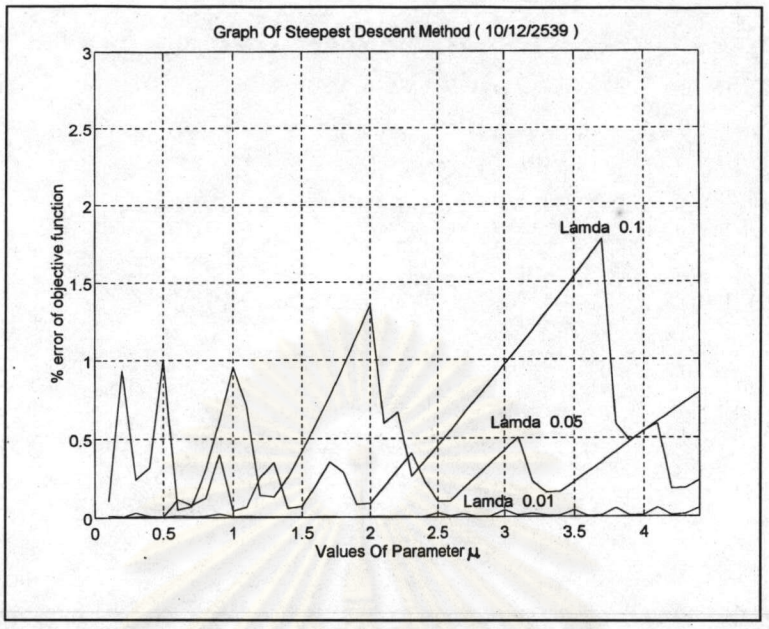
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



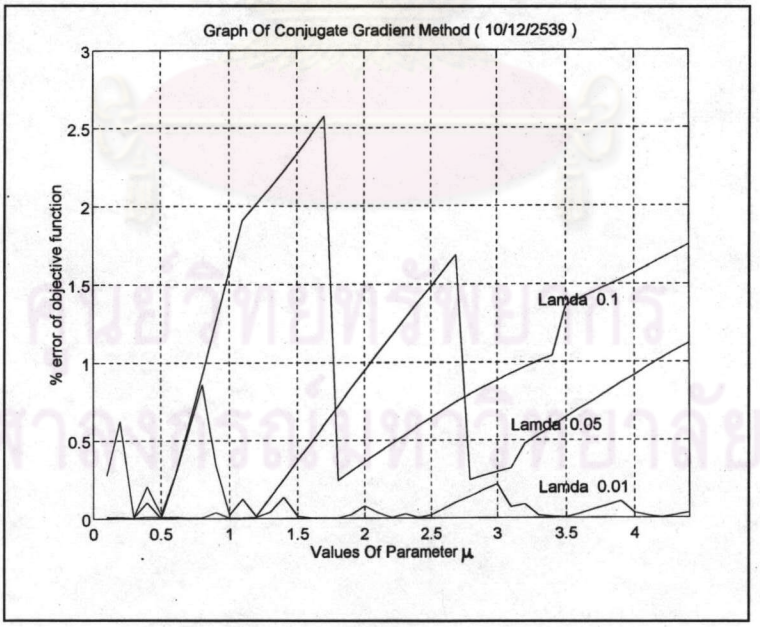
รูปที่ 4.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent ในตัวอย่างที่ (4.1)



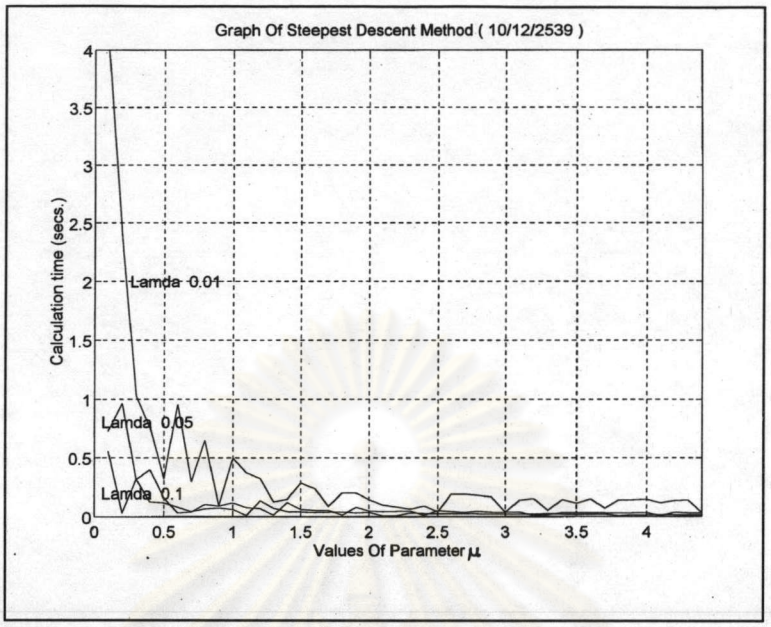
รูปที่ 4.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient ในตัวอย่างที่ (4.1)



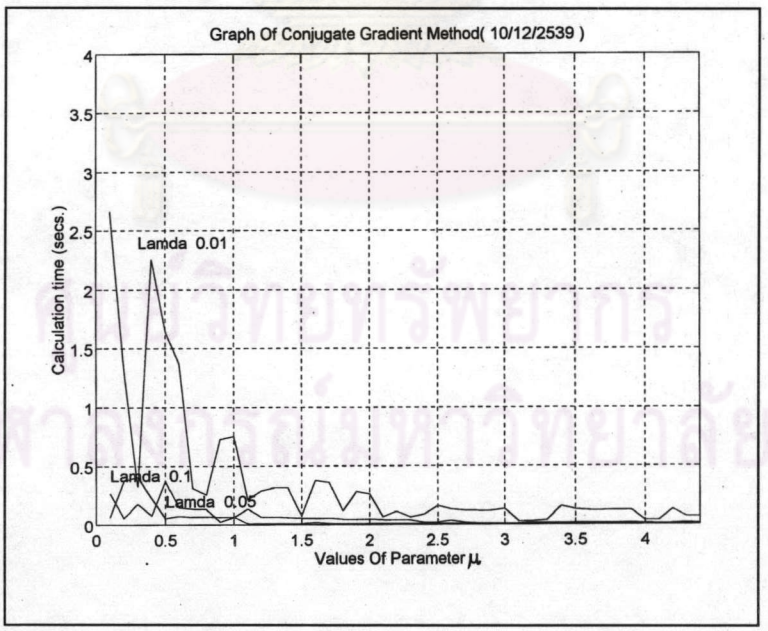
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent ในตัวอย่างที่ (4.1)



รูปที่ 4.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient ในตัวอย่างที่ (4.1)



รูปที่ 4.5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent ในตัวอย่างที่ (4.1)



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient ในตัวอย่างที่ (4.1)

การวิเคราะห์ผลของการหาค่าออปติมัมเมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ

จากผลของการหาค่าออปติมัมซึ่งได้แสดงดังตารางที่ 4.1-4.6 และในการหาค่าออปติมัมนี้มีการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์คือ μ และ λ โดยให้ μ มีค่าเพิ่มขึ้นต่างๆกัน ส่วน λ มีค่าเป็น 0.01, 0.05 และ 0.1 ตามลำดับ และเพื่อสะดวกต่อการวิเคราะห์ผลของการหาค่าออปติมัมจึงนำข้อมูลจากตารางดังกล่าวข้างต้นมาสร้างเป็นกราฟดังแสดงในรูปที่ 4.1-4.6

จากรูปที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า Cost Function ของวิธี Steepest Descent และรูปที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า Cost Function ของวิธี Conjugate Gradient พบว่าเมื่อค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 สามารถหาค่าออปติมัมได้ในทุกค่าพารามิเตอร์ μ

จากรูปที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost Function ของวิธี Steepest Descent และรูปที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost Function ของวิธี Conjugate Gradient พบว่าเมื่อค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 0.01 ค่าออปติมัมที่หาได้มีความผิดพลาดจากค่าออปติมัมจริงน้อยกว่าเมื่อค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 0.05 และ 0.1

จากรูปที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณของวิธี Steepest Descent และรูปที่ 4.6 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณของวิธี Conjugate Gradient พบว่าเมื่อค่าพารามิเตอร์ λ เพิ่มขึ้นมีผลให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัมมีแนวโน้มลดลง และยังพบว่าในวิธี Conjugate Gradient ใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธี Steepest Descent

จากผลของการหาค่าออปติมัมดังตารางที่ 4.1-4.6 และรูปกราฟแสดงการเปรียบเทียบในรูปที่ 4.1-4.6 พบว่าค่าพารามิเตอร์ μ และค่าพารามิเตอร์ λ มีผลต่อการหาค่าออปติมัม ซึ่งถ้าค่าพารามิเตอร์มีค่ามากอาจทำให้ค่าออปติมัมที่หาได้นั้นมีความผิดพลาดสูง แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์มีค่าน้อยเกินไปมีผลให้เวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัมมากขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัม

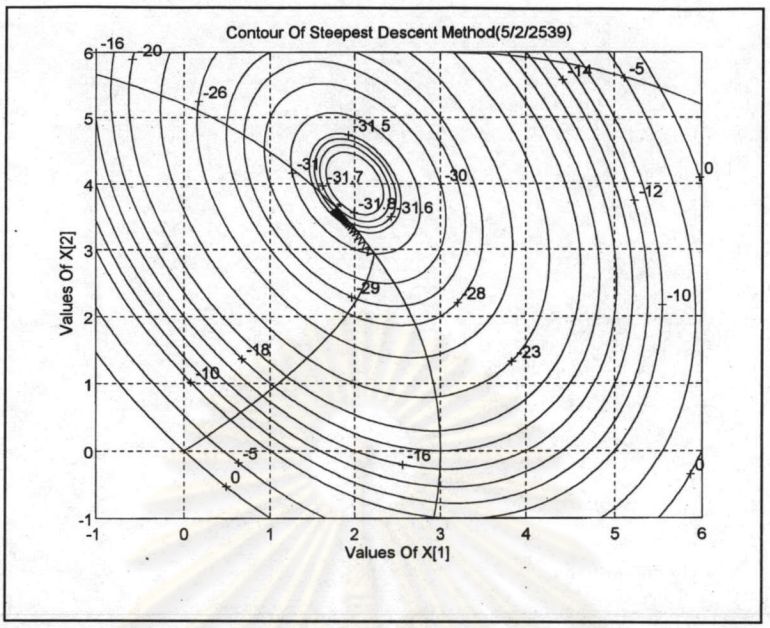
ในส่วนนี้ ได้แสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมที่ค่า μ เท่ากับ 0.8 และค่า λ เท่ากับ 0.01 ซึ่งจากการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างนี้พบว่าเป็นค่าที่ดีของทั้งวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient ในที่นี้ได้ยกตัวอย่างการหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตัวอย่างที่ (4.1) เป็นตัวอย่างการหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น โดยค่าออปติมัมคือ -31.68 และจุดออปติมัม $\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} 1.776 & 3.629 \end{bmatrix}^T$ ซึ่งเป็นจุดต่ำสุดจุดเดียวสำหรับปัญหานี้ นอกจากนี้ยังพบว่าจุดออปติมัม $\mathbf{x}^* \in \Delta_2$ ดังแสดงในรูปต่อไปนี้คือ

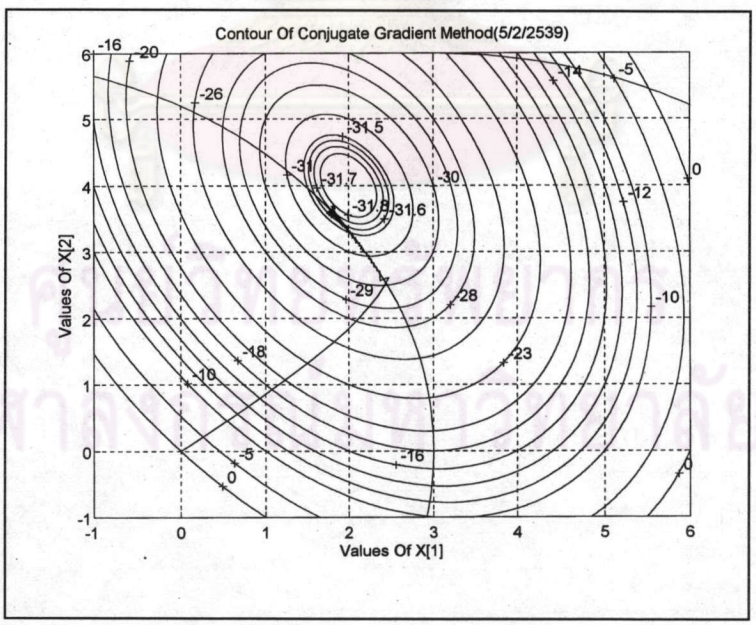
รูปที่ 4.7 และ 4.9 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) ของวิธี Steepest Descent ที่ค่า μ = 0.8 และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.01

รูปที่ 4.8 และ 4.10 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) ของวิธี Conjugate Gradient ที่ค่า μ = 0.8 และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.01

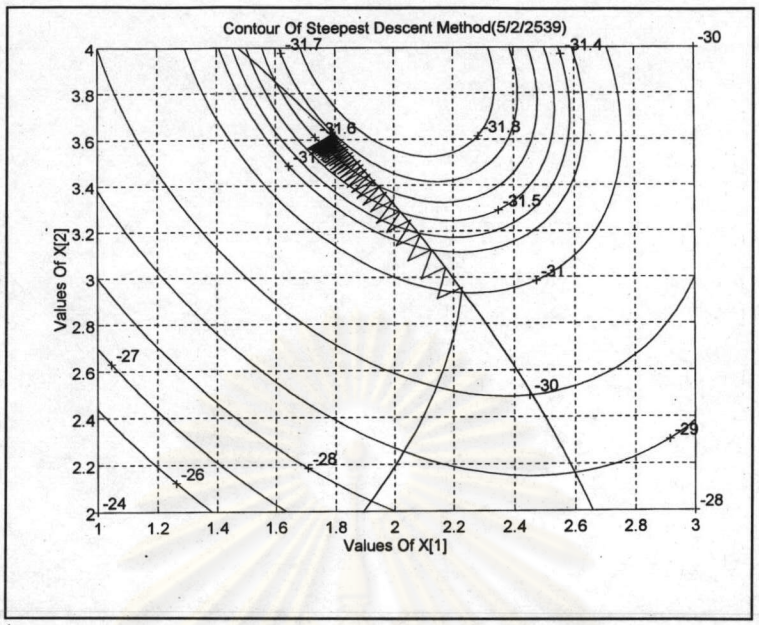
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



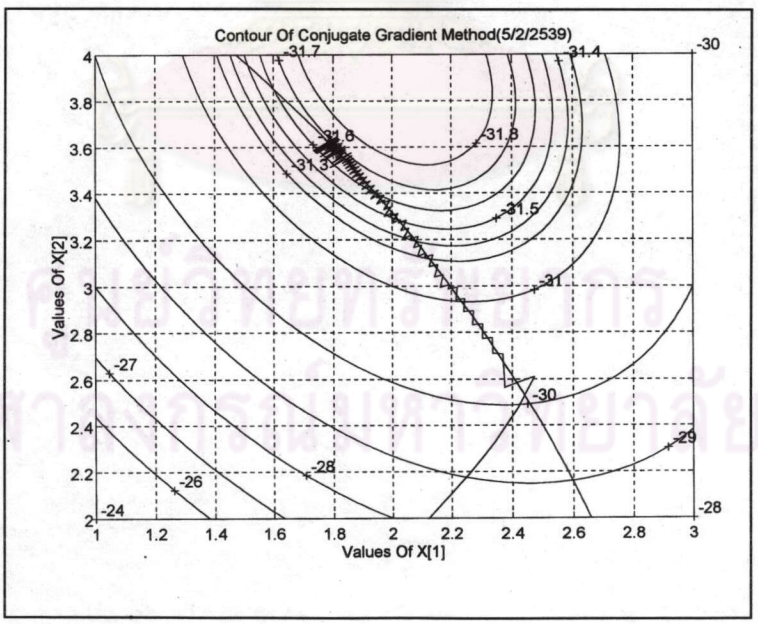
รูปที่ 4.7 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) โดยวิธี Steepest Descent ที่ค่า $\mu = 0.8$ และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau} = 0.01$



รูปที่ 4.8 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) โดยวิธี Conjugate Gradient ที่ค่า $\mu = 0.8$ และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau} = 0.01$



รูปที่ 4.9 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) โดยวิธี Steepest Descent ที่ค่า $\mu = 0.8$ และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau} = 0.01$



รูปที่ 4.10 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) โดยวิธี Conjugate Gradient ที่ค่า $\mu = 0.8$ และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau} = 0.01$

การวิเคราะห์เส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัม

จากเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.1) ซึ่งเป็นการหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น พบว่าเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมของวิธี Steepest Descent จะเคลื่อนที่ (slide) ไปตามสมการเงื่อนไขที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 4.7 และ 4.9 ซึ่งจากตัวอย่างสังเกตได้ว่า ระยะห่างของแต่ละจุดค่อนข้างคงที่ และเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอ แต่เมื่อเริ่มเข้าใกล้จุดออปติมัมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วที่ช้าลงมาก ส่วนเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมของวิธี Conjugate Gradient จะเคลื่อนที่ไปตามสมการเงื่อนไขที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 4.8 และ 4.10 ซึ่งจากตัวอย่างสังเกตได้ว่า ระยะห่างของแต่ละจุดไม่เท่ากัน และในช่วงเริ่มต้นจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราที่เร็วมาก และเมื่อเริ่มเข้าใกล้จุดออปติมัมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วที่ช้าลง

จากการเปรียบเทียบเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient พบว่าเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมของวิธี Conjugate Gradient นั้นเคลื่อนที่เร็วกว่าเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมของวิธี Steepest Descent

สมรรถนะในการคำนวณหาค่าออปติมัม

ในส่วนนี้ แสดงถึงความผิดพลาดของ State $\mathbf{x}$ ความผิดพลาดของ Cost Function จำนวนรอบในการหาค่าออปติมัม และเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม ในที่นี้ได้ยกตัวอย่างที่ (4.1) การหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น ซึ่งเขียนและ Run โปรแกรมด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ 486DX2-66 โดยทำการเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient ที่ค่า μ เท่ากับ 0.8 และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ เท่ากับ 0.01 ดังแสดงในตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7 การเปรียบเทียบสมรรถนะระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient ในตัวอย่างที่ (4.1)

		Steepest Descent Method	Conjugate Gradient Method
State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)	True Value	1.776 , 3.629	1.776 , 3.629
	Calculated	1.786 , 3.619	1.8 , 3.6
	% error	0.563 , 0.276	1.351 , 0.799
Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$	True Value	-31.68	-31.68
	Calculated	-31.681713	-31.68
	% error	0.008870257	0.003462872
จำนวนรอบ		906	116
เวลา (วินาที)	จากจุดเริ่มต้น	0.647	0.252
	ต่อรอบ	0.000714	0.00217

การวิเคราะห์สมรรถนะในการคำนวณหาค่าออปติมัม

จากผลของการหาค่าออปติมัมในตารางที่ 4.7 ของตัวอย่างที่ (4.1) การหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น ซึ่งจากการเปรียบเทียบสมรรถนะระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient พบว่าจากวิธี Steepest Descent ความผิดพลาดของ cost function จำนวนรอบและเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัมมากกว่าวิธี Conjugate Gradient แต่ความผิดพลาดของ State $\mathbf{x}$ ในวิธี Steepest Descent น้อยกว่าความผิดพลาดของ State $\mathbf{x}$ ในวิธี Conjugate Gradient

นอกจากนี้ยังพบว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณต่อรอบของวิธี Steepest Descent น้อยกว่าของวิธี Conjugate Gradient ประมาณ 3 เท่าตัว แต่เนื่องจาก step size ของวิธี Steepest Descent มีขนาดเล็กเมื่อเปรียบเทียบกับ step size ของวิธี Conjugate Gradient ดังนั้นจึงมีผลให้จำนวนรอบในการคำนวณหาค่าออปติมัมของวิธี Steepest Descent มากกว่าของวิธี Conjugate Gradient ซึ่งทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัมของวิธี Steepest Descent มากกว่าของวิธี Conjugate Gradient

ตัวอย่างที่ (4.2) การหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น

จงหา $\mathbf{x} \in \Re^2$ ซึ่งทำให้ $5+4.5x_1-4x_2+x_1^2+2x_2^2-2x_1x_2+x_1^4-2x_1^2x_2$ มีค่าต่ำสุด โดยที่ $g_i(\mathbf{x}) \le 0$, $i = 1,2,3$

ซึ่ง
$$g_1(\mathbf{x}) = x_1 - x_2 + 1 \le 0,$$
$$g_2(\mathbf{x}) = (x_1+4)^2 + x_2^2 - 64 \le 0,$$
$$g_3(\mathbf{x}) = (x_1-4)^2 + x_2^2 - 64 \le 0$$

วิธีทำ
$$f(\mathbf{x}) = 5+4.5x_1-4x_2+x_1^2+2x_2^2-2x_1x_2+x_1^4-2x_1^2x_2$$

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 4.5+2x_1-2x_2+4x_1^3-4x_1x_2 \\ -4+4x_2-2x_1-2x_1^2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial g_3(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial g_1(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \frac{\partial g_2(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \frac{\partial g_3(\mathbf{x})}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 2(x_1+4) & 2(x_1-4) \\ -1 & 2x_2 & 2x_2 \end{bmatrix}$$

จากนั้นหาคำตอบโดยใช้ **P4** ของวิธี Steepest Descent และหาคำตอบโดยใช้ **P4** ของวิธี Conjugate Gradient โดยค่าออปติมัมที่แท้จริงคือ 0.4866 และจุดออปติมัมที่แท้จริง $\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} -1.053 & 1.028 \end{bmatrix}^T$ ซึ่งเป็นจุดต่ำสุดจุดเดียวสำหรับปัญหานี้

การหาค่าออปติมัมเมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ

ในส่วนนี้ได้ทำการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ ซึ่งทำการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) การหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient ผลของการหาค่าออปติมัมนี้แสดงในรูปของตาราง ดังนี้คือ

ตารางที่ 4.8 ตารางแสดงผลการหาจุดออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของจุดออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.01 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.9 ตารางแสดงผลการหาค่าออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่าออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.01 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.10 ตารางแสดงผลการหาจุดออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของจุดออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.05 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.11 ตารางแสดงผลการหาค่าออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่าออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.05 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.12 ตารางแสดงผลการหาจุดออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของจุดออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.13 ตารางแสดงผลการหาค่าออปติมัม เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่าออปติมัม จำนวนรอบ และเวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตารางที่ 4.8 ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.01$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.049 , 0.114	690	3.187	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.06	70	0.33
0.2	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.108	441	2.253	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.062	60	0.33
0.3	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.049 , 0.114	356	1.923	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.061	56	0.275
0.4	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.108	316	1.813	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.059	54	0.33
0.5	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	292	1.703	-1.053 , 1.027	0.026 , 0.054	53	0.33
0.6	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	275	1.593	-1.053 , 1.027	0.031 , 0.066	50	0.275
0.7	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	263	1.538	-1.053 , 1.027	0.031 , 0.066	49	0.275
0.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	254	1.538	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.06	49	0.275
0.9	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	247	1.484	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.062	48	0.275
1	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.05 , 0.116	239	1.484	-1.053 , 1.027	0.031 , 0.066	47	0.275
1.1	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.049 , 0.114	235	1.484	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.068	46	0.275
1.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	233	1.484	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.059	47	0.33
1.3	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.11	229	1.429	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.063	46	0.275
1.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	227	1.429	-1.053 , 1.027	0.026 , 0.054	47	0.275
1.5	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.05 , 0.116	222	1.429	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.059	46	0.275
1.6	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.109	222	1.374	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.057	46	0.275
1.7	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.05 , 0.116	218	1.374	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.061	45	0.22
1.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	219	1.429	-1.053 , 1.027	0.026 , 0.054	46	0.275
1.9	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.109	217	1.429	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.06	45	0.275
2	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.108	216	1.429	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.058	45	0.275
2.1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	215	1.429	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.063	44	0.275
2.2	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.049 , 0.114	212	1.374	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.061	44	0.275
2.3	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.049 , 0.114	211	1.374	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.064	43	0.22
2.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	212	1.374	-1.053 , 1.027	0.026 , 0.054	45	0.275
2.5	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.108	211	1.374	-1.053 , 1.027	0.026 , 0.054	45	0.22
2.6	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.111	209	1.374	-1.053 , 1.027	0.031 , 0.066	43	0.275
2.7	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.109	209	1.374	-1.053 , 1.027	0.031 , 0.064	43	0.275

ตารางที่ 4.8(ต่อ) ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.01$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	209	1.374	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.063	43	0.22
2.9	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.111	207	1.319	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.061	43	0.275
3	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.05 , 0.116	205	1.319	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.06	43	0.275
3.1	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.11	206	1.319	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.064	42	0.22
3.2	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.109	206	1.374	-1.053 , 1.027	0.032 , 0.062	42	0.22
3.3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.107	206	1.374	-1.053 , 1.027	0.036 , 0.066	41	0.275
3.4	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.05 , 0.116	203	1.319	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.062	43	0.275
3.5	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.11	204	1.319	-1.053 , 1.027	0.026 , 0.054	44	0.22
3.6	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	205	1.319	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.059	43	0.275
3.7	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.108	204	1.319	-1.053 , 1.027	0.028 , 0.058	43	0.275
3.8	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.109	203	1.319	-1.053 , 1.027	0.031 , 0.064	42	0.275
3.9	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.11	203	1.374	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.063	42	0.275
4	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.048 , 0.111	202	1.374	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.062	42	0.275
4.1	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.05 , 0.115	200	1.319	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.061	42	0.22
4.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.108	203	1.319	-1.053 , 1.027	0.03 , 0.06	42	0.275
4.3	-1.053 , 1.028	-1.052 , 1.027	0.049 , 0.112	201	1.319	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.064	41	0.275
4.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.047 , 0.107	202	1.319	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.063	41	0.275

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.9 ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ T/τ = 0.01 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	0.4866	0.487	0.0002	690	3.187	0.487	0.0002	70	0.33
0.2	0.4866	0.487	0.0002	441	2.253	0.487	0.0002	60	0.33
0.3	0.4866	0.487	0.0002	356	1.923	0.487	0.0002	56	0.275
0.4	0.4866	0.487	0.0002	316	1.813	0.487	0.0002	54	0.33
0.5	0.4866	0.487	0.0002	292	1.703	0.487	0.0002	53	0.33
0.6	0.4866	0.487	0.0002	275	1.593	0.487	0.0002	50	0.275
0.7	0.4866	0.487	0.0002	263	1.538	0.487	0.0002	49	0.275
0.8	0.4866	0.487	0.0002	254	1.538	0.487	0.0002	49	0.275
0.9	0.4866	0.487	0.0002	247	1.484	0.487	0.0002	48	0.275
1	0.4866	0.487	0.0002	239	1.484	0.487	0.0002	47	0.275
1.1	0.4866	0.487	0.0002	235	1.484	0.487	0.0002	46	0.275
1.2	0.4866	0.487	0.0002	233	1.484	0.487	0.0002	47	0.33
1.3	0.4866	0.487	0.0002	229	1.429	0.487	0.0002	46	0.275
1.4	0.4866	0.487	0.0002	227	1.429	0.487	0.0002	47	0.275
1.5	0.4866	0.487	0.0002	222	1.429	0.487	0.0002	46	0.275
1.6	0.4866	0.487	0.0002	222	1.374	0.487	0.0002	46	0.275
1.7	0.4866	0.487	0.0002	218	1.374	0.487	0.0002	45	0.22
1.8	0.4866	0.487	0.0002	219	1.429	0.487	0.0002	46	0.275
1.9	0.4866	0.487	0.0002	217	1.429	0.487	0.0002	45	0.275
2	0.4866	0.487	0.0002	216	1.429	0.487	0.0002	45	0.275
2.1	0.4866	0.487	0.0002	215	1.429	0.487	0.0002	44	0.275
2.2	0.4866	0.487	0.0002	212	1.374	0.487	0.0002	44	0.275
2.3	0.4866	0.487	0.0002	211	1.374	0.487	0.0002	43	0.22
2.4	0.4866	0.487	0.0002	212	1.374	0.487	0.0002	45	0.275
2.5	0.4866	0.487	0.0002	211	1.374	0.487	0.0002	45	0.22
2.6	0.4866	0.487	0.0002	209	1.374	0.487	0.0002	43	0.275
2.7	0.4866	0.487	0.0002	209	1.374	0.487	0.0002	43	0.275

ตารางที่ 4.9(ต่อ) ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ T/τ = 0.01 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	0.4866	0.487	0.0002	209	1.374	0.487	0.0002	43	0.22
2.9	0.4866	0.487	0.0002	207	1.319	0.487	0.0002	43	0.275
3	0.4866	0.487	0.0002	205	1.319	0.487	0.0002	43	0.275
3.1	0.4866	0.487	0.0002	206	1.319	0.487	0.0002	42	0.22
3.2	0.4866	0.487	0.0002	206	1.374	0.487	0.0002	42	0.22
3.3	0.4866	0.487	0.0002	206	1.374	0.487	0.0002	41	0.275
3.4	0.4866	0.487	0.0002	203	1.319	0.487	0.0002	43	0.275
3.5	0.4866	0.487	0.0002	204	1.319	0.487	0.0002	44	0.22
3.6	0.4866	0.487	0.0002	205	1.319	0.487	0.0002	43	0.275
3.7	0.4866	0.487	0.0002	204	1.319	0.487	0.0002	43	0.275
3.8	0.4866	0.487	0.0002	203	1.319	0.487	0.0002	42	0.275
3.9	0.4866	0.487	0.0002	203	1.374	0.487	0.0002	42	0.275
4	0.4866	0.487	0.0002	202	1.374	0.487	0.0002	42	0.275
4.1	0.4866	0.487	0.0002	200	1.319	0.487	0.0002	42	0.22
4.2	0.4866	0.487	0.0002	203	1.319	0.487	0.0002	42	0.275
4.3	0.4866	0.487	0.0002	201	1.319	0.487	0.0002	41	0.275
4.4	0.4866	0.487	0.0002	202	1.319	0.487	0.0002	41	0.275

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.10 ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.05$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.059	141	0.549	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.041	30	0.11
0.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	92	0.385	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.04	26	0.11
0.3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	75	0.33	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.04	24	0.11
0.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	66	0.275	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.039	23	0.055
0.5	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	61	0.22	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.041	22	0.055
0.6	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	58	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	22	0.055
0.7	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.032 , 0.053	56	0.22	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.041	21	0.055
0.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.032 , 0.053	54	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	21	0.11
0.9	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.057	52	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.036	21	0.11
1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	51	0.22	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.034	21	0.055
1.1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.056	50	0.22	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.04	20	0.055
1.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.057	49	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	20	0.055
1.3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.032 , 0.053	49	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	20	0.11
1.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.056	48	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.036	20	0.055
1.5	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.032 , 0.053	48	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.035	20	0.055
1.6	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.056	47	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.04	19	0.055
1.7	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	47	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.034	20	0.11
1.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.057	46	0.22	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.04	19	0.055
1.9	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.055	46	0.22	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.039	19	0.055
2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	46	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	19	0.11
2.1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.032 , 0.053	46	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	19	0.055
2.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.056	45	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	19	0.055
2.3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.055	45	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.036	19	0.11
2.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	45	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.035	19	0.055
2.5	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	45	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.035	19	0.055
2.6	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.032 , 0.053	45	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.034	19	0.11
2.7	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.057	44	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	18	0.055

ตารางที่ 4.10(ต่อ) ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.05$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.056	44	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	18	0.055
2.9	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	44	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.036	18	0.055
3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	44	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.034	18	0.055
3.1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.057	43	0.165	-1.053 , 1.028	0.027 , 0.032	18	0.11
3.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.056	43	0.165	-1.053 , 1.028	0.027 , 0.034	17	0.055
3.3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	43	0.165	-1.053 , 1.028	0.026 , 0.037	16	0.055
3.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	44	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.034	19	0.055
3.5	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.032 , 0.053	44	0.165	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.041	18	0.055
3.6	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.057	43	0.165	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.04	18	0.055
3.7	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.056	43	0.165	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.039	18	0.055
3.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.055	43	0.165	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.039	18	0.11
3.9	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	43	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	18	0.055
4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	43	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	18	0.055
4.1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.034 , 0.058	42	0.165	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	18	0.055
4.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.032 , 0.052	43	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	18	0.055
4.3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.055	42	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	18	0.11
4.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.027	0.033 , 0.054	42	0.22	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	18	0.055

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.11 ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ T/τ = 0.05 และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	0.4866	0.487	0.0002	141	0.549	0.487	0.0002	30	0.11
0.2	0.4866	0.487	0.0002	92	0.385	0.487	0.0002	26	0.11
0.3	0.4866	0.487	0.0002	75	0.33	0.487	0.0002	24	0.11
0.4	0.4866	0.487	0.0002	66	0.275	0.487	0.0002	23	0.055
0.5	0.4866	0.487	0.0002	61	0.22	0.487	0.0002	22	0.055
0.6	0.4866	0.487	0.0002	58	0.22	0.487	0.0002	22	0.055
0.7	0.4866	0.487	0.0002	56	0.22	0.487	0.0002	21	0.055
0.8	0.4866	0.487	0.0002	54	0.22	0.487	0.0002	21	0.11
0.9	0.4866	0.487	0.0002	52	0.22	0.487	0.0002	21	0.11
1	0.4866	0.487	0.0002	51	0.22	0.487	0.0002	21	0.055
1.1	0.4866	0.487	0.0002	50	0.22	0.487	0.0002	20	0.055
1.2	0.4866	0.487	0.0002	49	0.22	0.487	0.0002	20	0.055
1.3	0.4866	0.487	0.0002	49	0.165	0.487	0.0002	20	0.11
1.4	0.4866	0.487	0.0002	48	0.22	0.487	0.0002	20	0.055
1.5	0.4866	0.487	0.0002	48	0.22	0.487	0.0002	20	0.055
1.6	0.4866	0.487	0.0002	47	0.165	0.487	0.0002	19	0.055
1.7	0.4866	0.487	0.0002	47	0.22	0.487	0.0002	20	0.11
1.8	0.4866	0.487	0.0002	46	0.22	0.487	0.0002	19	0.055
1.9	0.4866	0.487	0.0002	46	0.22	0.487	0.0002	19	0.055
2	0.4866	0.487	0.0002	46	0.165	0.487	0.0002	19	0.11
2.1	0.4866	0.487	0.0002	46	0.165	0.487	0.0002	19	0.055
2.2	0.4866	0.487	0.0002	45	0.165	0.487	0.0002	19	0.055
2.3	0.4866	0.487	0.0002	45	0.22	0.487	0.0002	19	0.11
2.4	0.4866	0.487	0.0002	45	0.22	0.487	0.0002	19	0.055
2.5	0.4866	0.487	0.0002	45	0.22	0.487	0.0002	19	0.055
2.6	0.4866	0.487	0.0002	45	0.22	0.487	0.0002	19	0.11
2.7	0.4866	0.487	0.0002	44	0.165	0.487	0.0002	18	0.055

ตารางที่ 4.11(ต่อ) ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.05$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	0.4866	0.487	0.0002	44	0.165	0.487	0.0002	18	0.055
2.9	0.4866	0.487	0.0002	44	0.165	0.487	0.0002	18	0.055
3	0.4866	0.487	0.0002	44	0.165	0.487	0.0002	18	0.055
3.1	0.4866	0.487	0.0002	43	0.165	0.487	0.0002	18	0.11
3.2	0.4866	0.487	0.0002	43	0.165	0.487	0.0002	17	0.055
3.3	0.4866	0.487	0.0002	43	0.165	0.487	0.0002	16	0.055
3.4	0.4866	0.487	0.0002	44	0.165	0.487	0.0002	19	0.055
3.5	0.4866	0.487	0.0002	44	0.165	0.487	0.0002	18	0.055
3.6	0.4866	0.487	0.0002	43	0.165	0.487	0.0002	18	0.055
3.7	0.4866	0.487	0.0002	43	0.165	0.487	0.0002	18	0.055
3.8	0.4866	0.487	0.0002	43	0.165	0.487	0.0002	18	0.11
3.9	0.4866	0.487	0.0002	43	0.165	0.487	0.0002	18	0.055
4	0.4866	0.487	0.0002	43	0.165	0.487	0.0002	18	0.055
4.1	0.4866	0.487	0.0002	42	0.165	0.487	0.0002	18	0.055
4.2	0.4866	0.487	0.0002	43	0.22	0.487	0.0002	18	0.055
4.3	0.4866	0.487	0.0002	42	0.22	0.487	0.0002	18	0.11
4.4	0.4866	0.487	0.0002	42	0.22	0.487	0.0002	18	0.055

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.12 ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.1$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	71	0.275	-1.053 , 1.028	0.019 , 0.007	20	0.11
0.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	45	0.165	-1.053 , 1.028	0.019 , 0.008	17	0.11
0.3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	37	0.11	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.01	16	0.11
0.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	33	0.11	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.01	15	0.055
0.5	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	30	0.11	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.014	15	0.055
0.6	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	29	0.11	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.01	14	0.11
0.7	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	28	0.055	-1.053 , 1.028	0.019 , 0.011	14	0.055
0.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	27	0.11	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.032	13	0.055
0.9	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	26	0.11	-1.053 , 1.028	0.018 , 0.006	13	0.055
1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	25	0.055	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.01	13	0.055
1.1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	25	0.055	-1.053 , 1.028	0.019 , 0.009	13	0.055
1.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.036	25	0.11	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.013	13	0.055
1.3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	24	0.11	-1.053 , 1.028	0.027 , 0.027	11	0.055
1.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	24	0.11	-1.053 , 1.028	0.026 , 0.03	13	0.055
1.5	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.036	24	0.11	-1.053 , 1.028	0.026 , 0.029	13	0.055
1.6	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.041	23	0.11	-1.053 , 1.028	0.027 , 0.031	12	0.055
1.7	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	23	0.11	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.015	13	0.055
1.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	23	0.055	-1.053 , 1.028	0.018 , 0.006	12	0.055
1.9	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.03 , 0.044	22	0.055	-1.053 , 1.028	0.019 , 0.009	12	0.055
2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.036	23	0.055	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.01	12	0.055
2.1	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.042	22	0.055	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.01	12	0.055
2.2	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.04	22	0.055	-1.053 , 1.028	0.019 , 0.009	12	0.055
2.3	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	22	0.11	-1.053 , 1.028	0.019 , 0.01	12	0.055
2.4	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	22	0.11	-1.053 , 1.028	0.02 , 0.013	12	0
2.5	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.039	22	0.11	-1.053 , 1.028	0.022 , 0.017	12	0.055
2.6	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	22	0.11	-1.053 , 1.028	0.027 , 0.027	10	0.055
2.7	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038	22	0.11	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.033	11	0.055

ตารางที่ 4.12(ต่อ) ผลการหาจุดออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.1$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	(x_1^*, x_2^*)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.037	22	0.11	-1.053 , 1.028	0.026 , 0.03	12	0.055
2.9	-1.053 , 1.028	0.03 , 0.044		21	0.11	0.022	-1.053 , 1.028	0.025 , 0.029	12	0.055
3	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.036		22	0.055	0.022	-1.053 , 1.028	0.026 , 0.029	12	0.055
3.1	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.042		21	0.055	0.022	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.034	11	0
3.2	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.041		21	0.055	0.019	-1.053 , 1.028	0.027 , 0.031	11	0.055
3.3	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.04		21	0.055	0.024	-1.053 , 1.028	0.026 , 0.028	11	0.055
3.4	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.039		21	0.055	0.019	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.033	9	0.055
3.5	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038		21	0.055	0.019	-1.053 , 1.028	0.023 , 0.014	9	0.055
3.6	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038		21	0.11	0.019	-1.053 , 1.028	0.022 , 0.015	10	0
3.7	-1.053 , 1.028	0.03 , 0.044		20	0.11	0.019	-1.053 , 1.028	0.024 , 0.016	11	0.055
3.8	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.042		20	0.055	0.005	-1.053 , 1.028	0.024 , 0.012	11	0
3.9	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.041		20	0.055	0.015	-1.053 , 1.028	0.025 , 0.018	12	0.055
4	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.04		20	0.055	0.015	-1.053 , 1.028	0.025 , 0.017	12	0.055
4.1	-1.053 , 1.028	0.028 , 0.038		20	0.11	0.017	-1.053 , 1.028	0.025 , 0.016	12	0.055
4.2	-1.053 , 1.028	0.03 , 0.044		19	0.055	0.014	-1.053 , 1.028	0.025 , 0.015	12	0.055
4.3	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.042		19	0.055	0.013	-1.053 , 1.028	0.022 , 0.019	13	0.055
4.4	-1.053 , 1.028	0.029 , 0.039		19	0.055	0.013	-1.053 , 1.028	0.022 , 0.019	13	0.055

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.13 ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.1$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
0.1	0.4866	0.487	0.0002	71	0.275	0.487	0.0002	20	0.11
0.2	0.4866	0.487	0.0002	45	0.165	0.487	0.0002	17	0.11
0.3	0.4866	0.487	0.0002	37	0.11	0.487	0.0002	16	0.11
0.4	0.4866	0.487	0.0002	33	0.11	0.487	0.0002	15	0.055
0.5	0.4866	0.487	0.0002	30	0.11	0.487	0.0002	15	0.055
0.6	0.4866	0.487	0.0002	29	0.11	0.487	0.0002	14	0.11
0.7	0.4866	0.487	0.0002	28	0.055	0.487	0.0002	14	0.055
0.8	0.4866	0.487	0.0002	27	0.11	0.487	0.0002	13	0.055
0.9	0.4866	0.487	0.0002	26	0.11	0.487	0.0002	13	0.055
1	0.4866	0.487	0.0002	25	0.055	0.487	0.0002	13	0.055
1.1	0.4866	0.487	0.0002	25	0.055	0.487	0.0002	13	0.055
1.2	0.4866	0.487	0.0002	25	0.11	0.487	0.0002	13	0.055
1.3	0.4866	0.487	0.0002	24	0.11	0.487	0.0002	11	0.055
1.4	0.4866	0.487	0.0002	24	0.11	0.487	0.0002	13	0.055
1.5	0.4866	0.487	0.0002	24	0.11	0.487	0.0002	13	0.055
1.6	0.4866	0.487	0.0002	23	0.11	0.487	0.0002	12	0.055
1.7	0.4866	0.487	0.0002	23	0.11	0.487	0.0002	13	0.055
1.8	0.4866	0.487	0.0002	23	0.055	0.487	0.0002	12	0.055
1.9	0.4866	0.487	0.0002	22	0.055	0.487	0.0002	12	0.055
2	0.4866	0.487	0.0002	23	0.055	0.487	0.0002	12	0.055
2.1	0.4866	0.487	0.0002	22	0.055	0.487	0.0002	12	0.055
2.2	0.4866	0.487	0.0002	22	0.055	0.487	0.0002	12	0.055
2.3	0.4866	0.487	0.0002	22	0.11	0.487	0.0002	12	0.055
2.4	0.4866	0.487	0.0002	22	0.11	0.487	0.0002	12	0
2.5	0.4866	0.487	0.0002	22	0.11	0.487	0.0002	12	0.055
2.6	0.4866	0.487	0.0002	22	0.11	0.487	0.0002	10	0.055
2.7	0.4866	0.487	0.0002	22	0.11	0.487	0.0002	11	0.055

ตารางที่ 4.13(ต่อ) ผลการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) เมื่อค่า λ หรือ $T/\tau = 0.1$ และ μ มีค่าต่างๆ โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ค่า μ	TRUE VALUE	STEEPEST DESCENT METHOD				CONJUGATE GRADIENT METHOD			
	$f(x_1^*, x_2^*)$	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)	Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$		จำนวนรอบ	เวลา (วินาที)
		Calculated	% error			Calculated	% error		
2.8	0.4866	0.487	0.0002	22	0.11	0.487	0.0002	12	0.055
2.9	0.4866	0.487	0.0002	21	0.11	0.487	0.0002	12	0.055
3	0.4866	0.487	0.0002	22	0.055	0.487	0.0002	12	0.055
3.1	0.4866	0.487	0.0002	21	0.055	0.487	0.0002	11	0
3.2	0.4866	0.487	0.0002	21	0.055	0.487	0.0002	11	0.055
3.3	0.4866	0.487	0.0002	21	0.055	0.487	0.0002	11	0.055
3.4	0.4866	0.487	0.0002	21	0.055	0.487	0.0002	9	0.055
3.5	0.4866	0.487	0.0002	21	0.055	0.487	0.0002	9	0.055
3.6	0.4866	0.487	0.0002	21	0.11	0.487	0.0002	10	0
3.7	0.4866	0.487	0.0002	20	0.11	0.487	0.0002	11	0.055
3.8	0.4866	0.487	0.0002	20	0.055	0.487	0.0002	11	0
3.9	0.4866	0.487	0.0002	20	0.055	0.487	0.0002	12	0.055
4	0.4866	0.487	0.0002	20	0.055	0.487	0.0002	12	0.055
4.1	0.4866	0.487	0.0002	20	0.11	0.487	0.0002	12	0.055
4.2	0.4866	0.487	0.0002	19	0.055	0.487	0.0002	12	0.055
4.3	0.4866	0.487	0.0002	19	0.055	0.487	0.0002	13	0.055
4.4	0.4866	0.487	0.0002	19	0.055	0.487	0.0002	13	0.055

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากผลของการหาค่าออปติมัมในตารางที่ 4.8-4.13 สามารถนำมาแสดงในรูปกราฟดังต่อไปนี้คือ

รูปที่ 4.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent

รูปที่ 4.12 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient

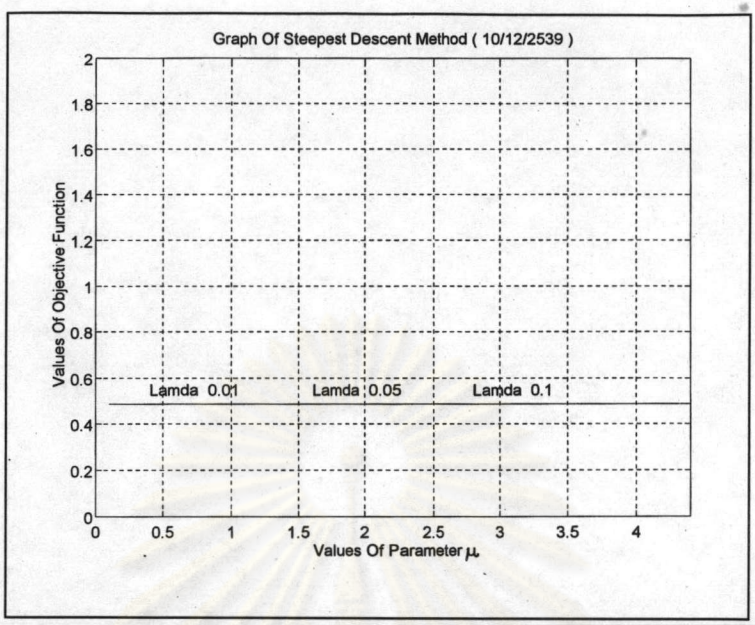
รูปที่ 4.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent

รูปที่ 4.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient

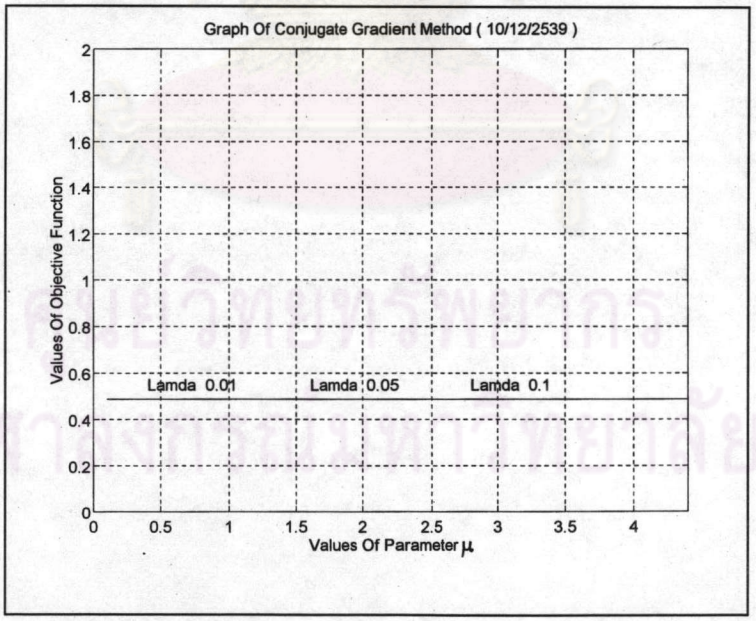
รูปที่ 4.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent

รูปที่ 4.16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient

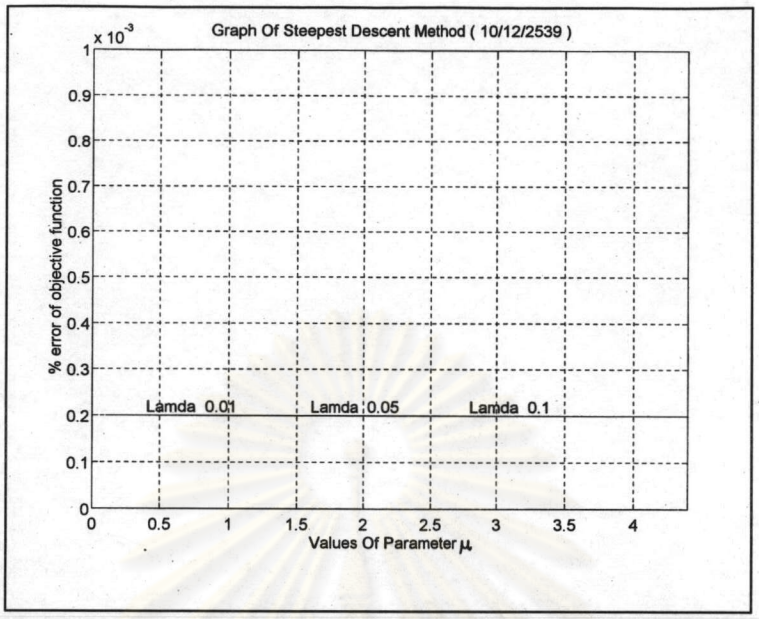
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



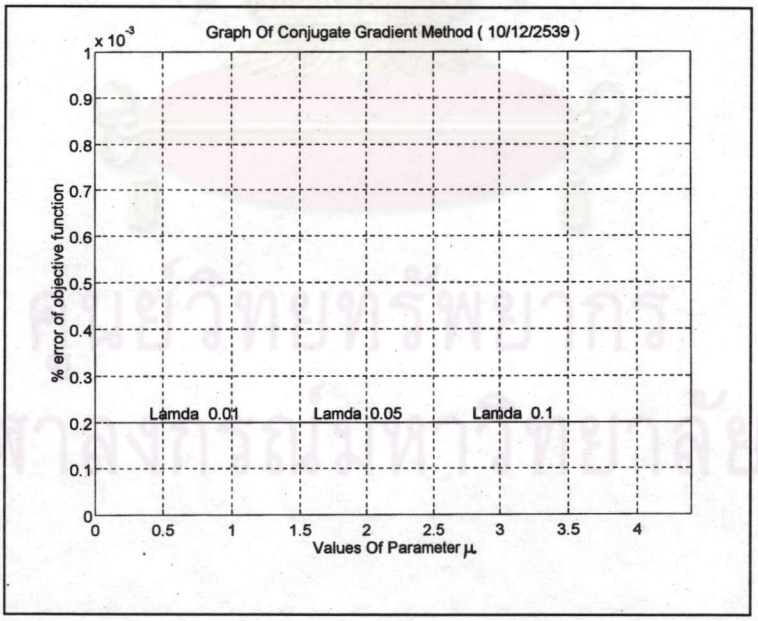
รูปที่ 4.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent ในตัวอย่างที่ (4.2)



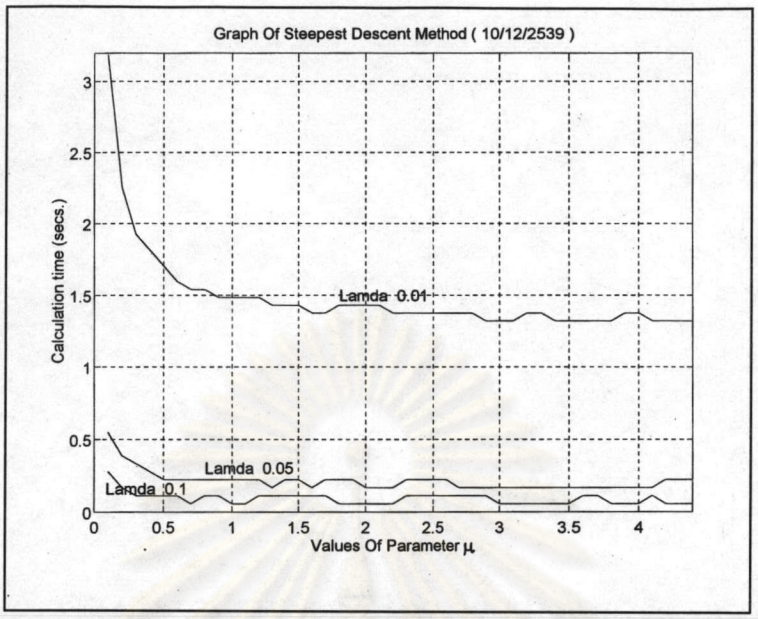
รูปที่ 4.12 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient ในตัวอย่างที่ (4.2)



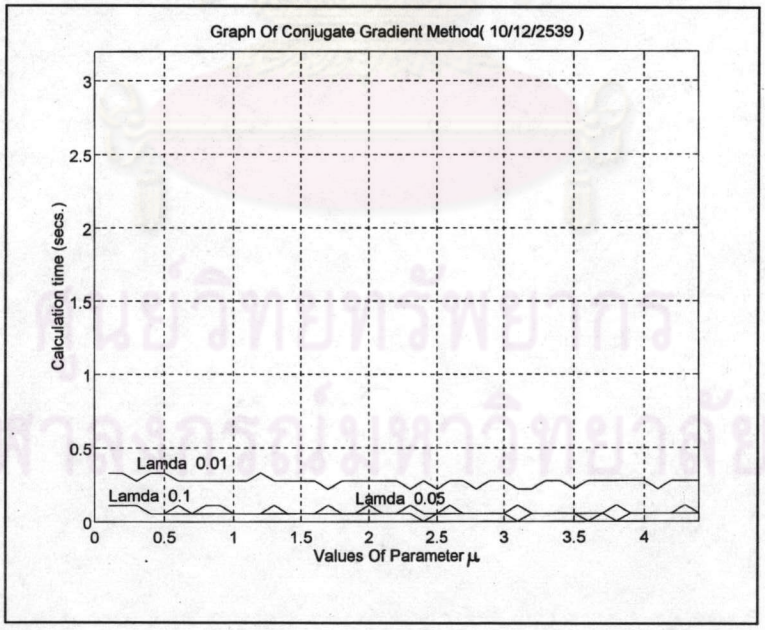
รูปที่ 4.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent ในตัวอย่างที่ (4.2)



รูปที่ 4.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost function เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient ในตัวอย่างที่ (4.2)



รูปที่ 4.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Steepest Descent ในตัวอย่างที่ (4.2)



รูปที่ 4.16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม เมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆของวิธี Conjugate Gradient ในตัวอย่างที่ (4.2)

การวิเคราะห์ผลของการหาค่าออปติมัมเมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และ μ มีค่าต่างๆ

จากผลของการหาค่าออปติมัมซึ่งได้แสดงดังตารางที่ 4.8-4.13 และในการหาค่าออปติมัมนี้มีการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์คือ μ และ λ โดยให้ μ มีค่าเพิ่มขึ้นต่างๆกัน ส่วน λ มีค่าเป็น 0.01, 0.05 และ 0.1 ตามลำดับ และเพื่อสะดวกต่อการวิเคราะห์ผลการหาค่าออปติมัมจึงนำข้อมูลจากตารางดังกล่าวข้างต้นมาสร้างเป็นกราฟดังแสดงในรูปที่ 4.11-4.16

จากรูปที่ 4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่า Cost Function ของวิธี Steepest Descent และรูปที่ 4.12 แสดงการเปรียบเทียบค่า Cost Function ของวิธี Conjugate Gradient พบว่าเมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 สามารถหาค่าออปติมัมได้ในทุกค่า μ

จากรูปที่ 4.13 แสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost Function ของวิธี Steepest Descent และรูปที่ 4.14 แสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของ Cost Function ของวิธี Conjugate Gradient พบว่าเมื่อค่า λ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 ค่าออปติมัมที่หาได้มีความผิดพลาดน้อยมาก

จากรูปที่ 4.15 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัมของวิธี Steepest Descent และรูปที่ 4.16 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัมของวิธี Conjugate Gradient พบว่าเมื่อค่า λ เพิ่มขึ้นมีผลให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัมมีแนวโน้มลดลง และยังพบว่าในวิธี Conjugate Gradient ใช้เวลาในการคำนวณหาค่าออปติมัมน้อยกว่าวิธี Steepest Descent

จากผลของการหาค่าออปติมัมดังตารางที่ 4.8-4.13 และรูปกราฟแสดงการเปรียบเทียบในรูปที่ 4.11-4.16 พบว่าค่าพารามิเตอร์ μ และค่าพารามิเตอร์ λ มีผลต่อการหาค่าออปติมัม ซึ่งถ้าค่าพารามิเตอร์มีค่าน้อยเกินไปมีผลให้เวลาที่ใช้ในการหาค่าออปติมัมมากขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัม

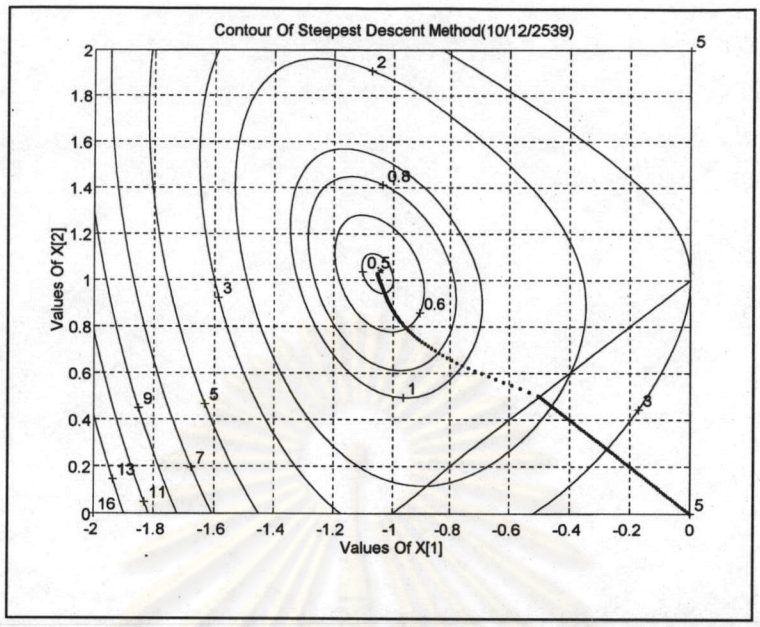
ในส่วนนี้ ได้แสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัม ที่ค่า μ เท่ากับ 0.8 และค่า λ เท่ากับ 0.01 ซึ่งจากการหาค่าออปติมัมในตัวอย่างนี้พบว่าเป็นค่าที่ดีของทั้งวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient ในที่นี้ได้ยกตัวอย่างที่ (4.2) การหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient

ตัวอย่างที่ (4.2) เป็นตัวอย่างการหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น โดยค่าออปติมัมคือ 0.4866 และจุดออปติมัม $\mathbf{x}^* = \left[-1.053 \quad 1.028\right]^T$ ซึ่งเป็นจุดต่ำสุดจุดเดียวสำหรับปัญหานี้ ดังแสดงในรูปต่อไปนี้คือ

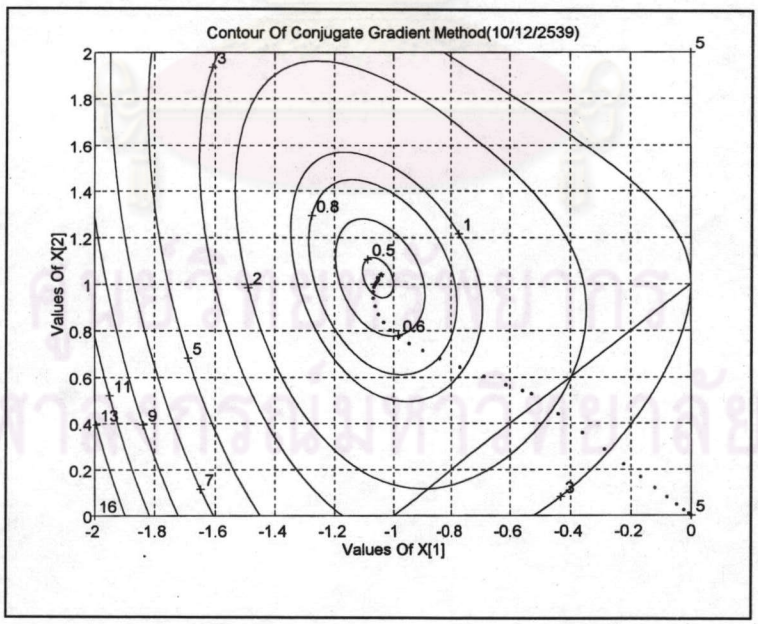
รูปที่ 4.17 และ 4.19 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) ของวิธี Steepest Descent ที่ค่า μ = 0.8 และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.01

รูปที่ 4.18 และ 4.20 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) ของวิธี Conjugate Gradient ที่ค่า μ = 0.8 และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ = 0.01

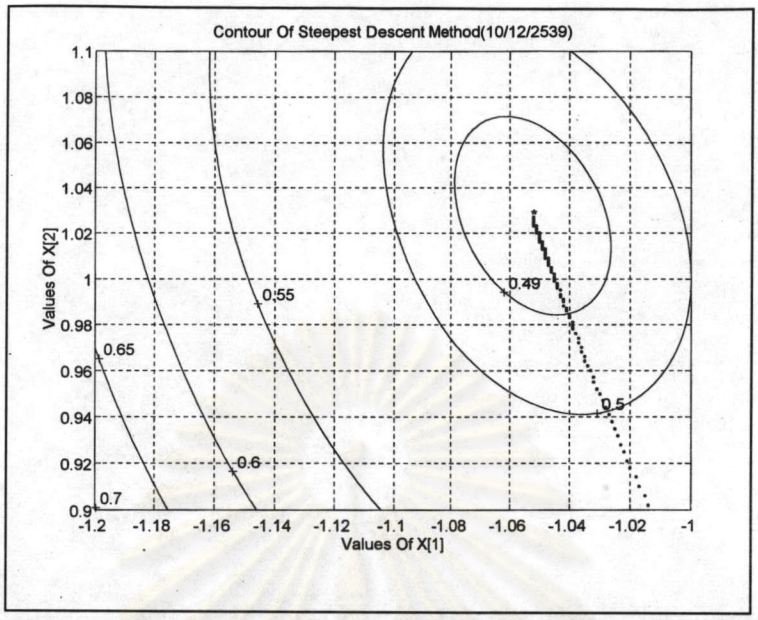
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



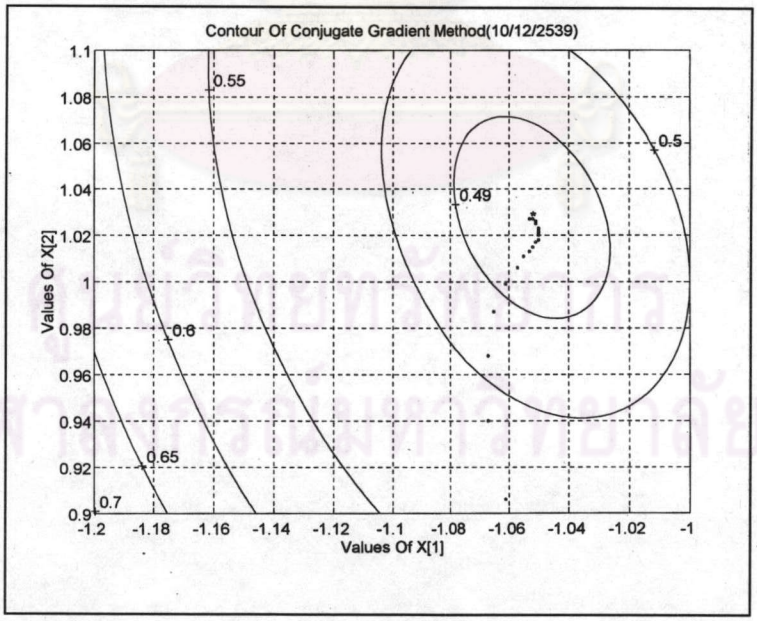
รูปที่ 4.17 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) โดยวิธี Steepest Descent ที่ค่า $\mu = 0.8$ และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau} = 0.01$



รูปที่ 4.18 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) โดยวิธี Conjugate Gradient ที่ค่า $\mu = 0.8$ และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau} = 0.01$



รูปที่ 4.19 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) โดยวิธี Steepest Descent ที่ค่า $\mu = 0.8$ และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau} = 0.01$



รูปที่ 4.20 กราฟแสดงเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมในตัวอย่างที่ (4.2) โดยวิธี Conjugate Gradient ที่ค่า $\mu = 0.8$ และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau} = 0.01$

การวิเคราะห์เส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัม

จากเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมของวิธี Steepest Descent ในรูปที่ 4.17 และ 4.19 พบว่า ในช่วงต้นซึ่งอยู่นอกเงื่อนไข เส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมเคลื่อนที่ด้วยอัตราที่ช้ามาก และเคลื่อนที่ด้วยอัตราที่เร็วขึ้นเมื่ออยู่ภายในเงื่อนไข แต่เมื่อเริ่มเข้าใกล้จุดออปติมัมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราที่ช้าลงมาก และจากเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมของวิธี Conjugate Gradient ในรูปที่ 4.18 และ 4.20 พบว่า ในช่วงต้นนั้นเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมเคลื่อนที่ด้วยอัตราที่เร็วมาก และเคลื่อนที่ด้วยอัตราที่ช้าลงเมื่อเริ่มเข้าใกล้จุดออปติมัม

จากการเปรียบเทียบเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient พบว่าเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมของวิธี Conjugate Gradient นั้นเคลื่อนที่เร็วกว่าเส้นทางการลู่เข้าหาค่าออปติมัมของวิธี Steepest Descent

การทดสอบสมรรถนะในการคำนวณหาค่าออปติมัม

ในส่วนนี้ แสดงถึงความผิดพลาด จำนวนรอบในการหาค่าออปติมัม และเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัม ในที่นี้ได้ยกตัวอย่างที่ (4.2) การหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น ซึ่งเขียนและ Run โปรแกรมด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ 486DX2-66 โดยเปรียบเทียบระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient ที่ค่า μ เท่ากับ 0.8 และค่า λ หรือ $\frac{T}{\tau}$ เท่ากับ 0.01 ดังแสดงในตารางที่ 4.14

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.14 การเปรียบเทียบสมรรถนะระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient ในตัวอย่างที่ (4.2)

		Steepest Descent Method	Conjugate Gradient Method
State $\mathbf{x}$ (x_1^*, x_2^*)	True Value	-1.053 , 1.028	-1.053 , 1.028
	Calculated	-1.0525 , 1.02689	-1.0527 , 1.02738
	% error	0.047 , 0.108	0.028 , 0.06
Cost Function $f(x_1^*, x_2^*)$	True Value	0.4866	0.4866
	Calculated	0.48659	0.48659
	% error	0.0002	0.0002
จำนวนรอบ		254	49
เวลา (วินาที)	จากจุดเริ่มต้น	1.53846	0.27473
	ต่อรอบ	0.00606	0.00561

การวิเคราะห์สมรรถนะในการคำนวณหาค่าออปติมัม

จากผลของการหาค่าออปติมัมในตารางที่ 4.14 ซึ่งเป็นตารางแสดงการเปรียบเทียบสมรรถนะระหว่างวิธี Steepest Descent และวิธี Conjugate Gradient พบว่าจากวิธี Steepest Descent ความผิดพลาดของ State $\mathbf{x}$ จำนวนรอบและเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัมมากกว่าวิธี Conjugate Gradient แต่ความผิดพลาดของ Cost Function ในวิธี Steepest Descent กับวิธี Conjugate Gradient เท่ากัน

จากตารางที่ 4.14 ของตัวอย่างการหาค่าออปติมัมแบบมีเงื่อนไขไม่เชิงเส้น พบว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณต่อรอบของวิธี Steepest Descent ใกล้เคียงกับของวิธี Conjugate Gradient แต่เนื่องจาก step size ของวิธี Steepest Descent มีขนาดเล็กเมื่อเปรียบเทียบกับ step size ของวิธี Conjugate Gradient ดังนั้นจึงมีผลให้จำนวนรอบในการคำนวณหาค่าออปติมัมของวิธี Steepest Descent มากกว่าของวิธี Conjugate Gradient ซึ่งทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณหาค่าออปติมัมของวิธี Steepest Descent มากกว่าของวิธี Conjugate Gradient