บทที่ 3

การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีลักษณะเป็นแบบการวิจัยเชิงทดลอง ซึ่งจำลองขึ้นด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ เพื่อหาผลสรุปในการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติ 5 ตัว โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชั่น

หลักสำคัญของเทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชั่นก็คือการใช้เลขสุ่ม (Random Number) มาช่วยหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา ซึ่งเทคนิคดังกล่าวนี้ถูกคิดขึ้นครั้งแรกในกลางศตวรรษที่ 19 และได้มีผู้นำไปใช้อย่างแพร่หลายในเวลาต่อมา เพื่อนำมาตอบปัญหาต่างๆที่ยังขัดแย้งกันอยู่ เนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถนำมาใช้ตอบปัญหาเหล่านั้นได้ดี และเมื่อมีการพัฒนาทางด้านวิชาการมากขึ้น ปัญหาต่างๆที่เกิดขึ้นในทางปฏิบัติซึ่งไม่สามารถหาคำตอบโดยวิธีทางทฤษฎีก็จะมีมากยิ่งขึ้น จึงทำให้เทคนิคมอนติคาร์โลมีความจำเป็นมากขึ้น

ขั้นตอนของวิธีมอนติคาร์โล แบ่งได้ 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างเลขสุ่ม การใช้เลขสุ่มเป็นสิ่งสำคัญมากในวิธีมอนติคาร์โล เพราะว่าหลักการของวิธีมอนติคาร์โลนั้นจะใช้เลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหา ลักษณะของเลขสุ่มจะมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) สำหรับวิธีการสร้างเลขสุ่มนั้นมีผู้เสนอไว้หลายวิธี แต่วิธีที่ดีนั้นลักษณะของเลขสุ่มที่เกิดขึ้นจะต้องมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) และเป็นอิสระต่อกัน

ขั้นตอนที่ 2 ประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษามาใช้กับตัวเลขสุ่มซึ่งขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับปัญหาที่ต้องศึกษา บางปัญหาอาจจะใช้เลขสุ่มโดยตรง ในขณะที่บางปัญหาอาจจะต้องใช้ขั้นตอนอื่นๆ หลายขั้นตอน ซึ่งบางขั้นตอนอาจจะต้องใช้ตัวเลขสุ่ม

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองกระทำ เมื่อประยุกต์ปัญหาที่สนใจให้ใช้เลขสุ่มได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือการทดลอง โดยใช้กระบวนการของการสุ่ม (Random Process) มากระทำในลักษณะซ้ำๆ กัน (Replication) เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา

015705

การวางแผนการทดลอง

กำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ สำหรับหาค่าความน่าจะเป็นของความเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทั้ง 5 ตัว ดังนี้

1. เลือกสุ่มตัวอย่างจากประชากร โดยกำหนดให้ประชากรมีการแจกแจงเป็น

1.1 การแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1)

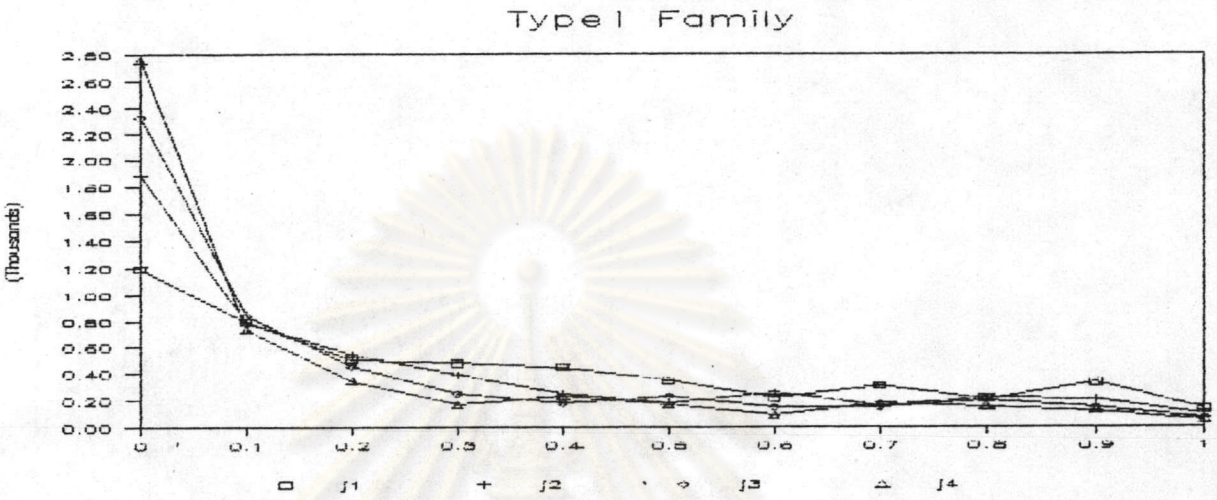
1.2 การแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน แบ่งเป็น 3 รูปแบบดังนี้

รูปแบบที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ที่มีค่าเฉลี่ยเปลี่ยนแปลง แต่ความแปรปรวนคงเดิม รูปแบบนี้จะทำให้ได้ค่าสังเกตของประชากรส่วนมากตกอยู่ด้านใดด้านหนึ่งของการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ซึ่งในการทดลองครั้งนี้จะให้ค่าสังเกตส่วนมากเข้าใกล้ 0 กราฟของข้อมูลในรูปแบบที่ 1 นี้แสดงได้ดังรูปที่ 3.1

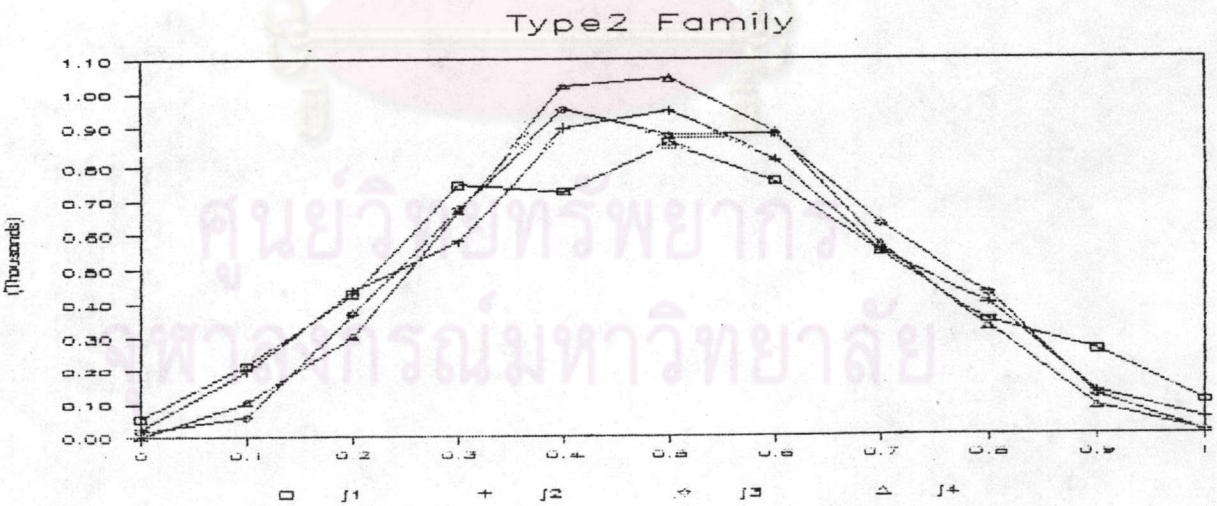
รูปแบบที่ 2 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ที่มีค่าเฉลี่ยคงเดิม แต่ความแปรปรวนลดลง รูปแบบนี้จะทำให้ได้ค่าสังเกตของประชากรส่วนมากตกอยู่ตรงกลางๆ ของการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) นั่นก็คือค่าสังเกตส่วนมากจะเข้าใกล้ 0.5 กราฟของข้อมูลในรูปแบบที่ 2 นี้ แสดงได้ดังรูป 3.2

รูปแบบที่ 3 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ที่มีค่าเฉลี่ยคงเดิม แต่ความแปรปรวนเพิ่มขึ้น รูปแบบนี้จะทำให้ได้ค่าสังเกตของประชากรส่วนมากตกอยู่ทั้ง 2 ด้านของการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) นั่นคือค่าสังเกตส่วนมากจะเข้าใกล้ 0 และ 1 กราฟของข้อมูลในรูปแบบที่ 3 นี้ แสดงได้ดังรูปที่ 3.3

รูปที่ 3.1 กราฟแสดงลักษณะการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) รูปแบบที่ 1

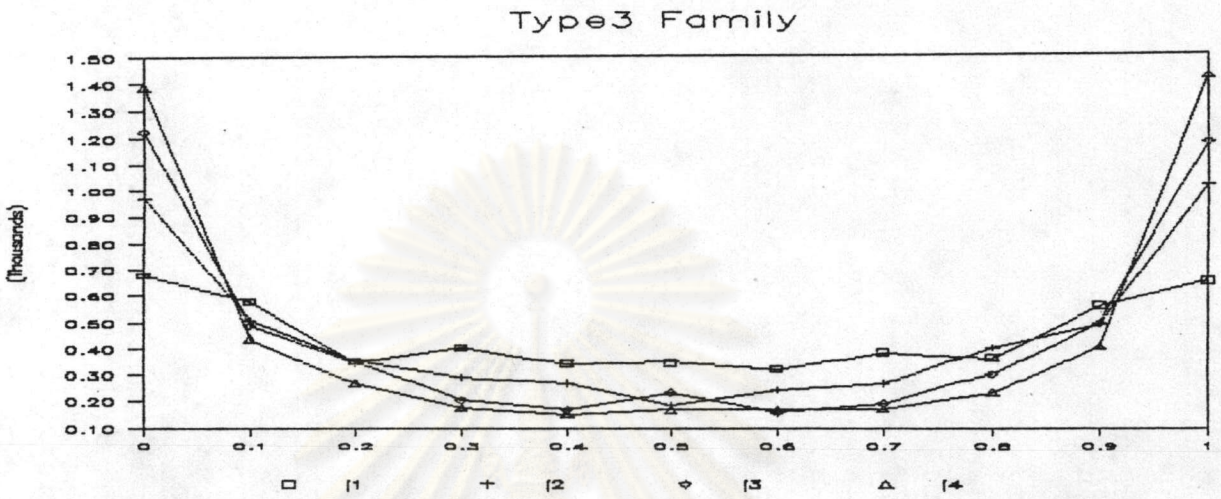


รูปที่ 3.2 กราฟแสดงลักษณะการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) รูปแบบที่ 2



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 3.3 กราฟแสดงลักษณะการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) รูปแบบที่ 3



2. การกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (Sample size) กำหนดให้กลุ่มตัวอย่างมี 7 ขนาด คือ 5 10 15 20 30 50 และ 100 กำหนดพารามิเตอร์ j คือค่าที่จะทำให้การแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ทั้ง 3 รูปแบบมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนเปลี่ยนแปลงเมื่อ j มีค่าเพิ่มขึ้นก็จะทำให้ข้อมูลในแต่ละรูปแบบมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ลดลงตามลำดับ และเมื่อกำหนดให้ j=0 ข้อมูลทั้ง 3 รูปแบบก็จะมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) เหมือนกันหมด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>วิธีการทดลอง</u>

เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาปาสคาล (Pascal) โดยใช้กับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ PC/XT , PC/AT เพื่อสร้างข้อมูลให้เป็นไปตามแผนการทดลอง และคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 พร้อมทั้งคำนวณอำนาจการทดสอบของตัวสถิติด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ซึ่งวิธีการทดลองจะแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. สร้างรูปแบบของการแจกแจงของประชากรให้เป็นไปตามแผนการทดลอง ดังต่อไปนี้

1.1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ซึ่งกรณีนี้จะได้ข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยเข้าใกล้ 1/2 (หรือ 0.5000) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเข้าใกล้ $\sqrt{1/12}$ (หรือ 0.2887) ซึ่งข้อมูลดังกล่าวนี้สร้างโดยใช้ procedure generate data ซึ่งจะทำให้ได้ข้อมูลค่าตั้งแต่ 0-1 โดยมีทศนิยมถึง 8 ตำแหน่ง นั่นคือจะได้ข้อมูลที่ไม่ซ้ำกันประมาณ 10^8 ค่า แต่ในการวิจัยครั้งนี้ใช้ทศนิยมเพียง 4 ตำแหน่งเท่านั้น และสัญลักษณ์ที่ใช้แทนข้อมูลดังกล่าวนี้ก็คือ Y0J0

1.2 แปลงข้อมูล Y0J0 ให้มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1)ทั้ง 3 รูปแบบ ดังต่อไปนี้

1.2.1 รูปแบบที่ 1 จะได้ข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยน้อยกว่า 0.5000 เนื่องจากข้อมูลส่วนมากจะตกอยู่ทางด้าน 0.0000 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีค่าคงเดิมคือใกล้เคียงกับ 0.2887 ข้อมูลดังกล่าวสร้างโดยใช้ Procedure Transform 1 ซึ่งการแปลงข้อมูลจะทำได้ดังนี้

ให้ U_i มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) จะได้ว่า

$$Y_{1ji} = (U_i)^{1+j} \quad ; i = 1,2,\ldots,n \quad j = 1,2,3,4$$

ซึ่ง Y_{1ji} ก็คือข้อมูลที่มีการแจกแจงรูปแบบที่ 1 และในที่นี้จะใช้สัญลักษณ์ Y1Jj ;j=1,2,3,4 แทนข้อมูลที่ Transform ในรูปแบบนี้

1.2.2 รูปแบบที่ 2 จะได้ข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยใกล้เคียงกับ 0.5000 แต่ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานจะน้อยกว่า 0.2887 เนื่องจากข้อมูลมีการกระจายน้อยลง ข้อมูลแบบนี้จะสร้างโดยใช้ Procedure Transform 2 ซึ่งการแปลงข้อมูลจะทำได้ดังนี้

ให้ U_i มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) จะได้ว่า

Y_{2ji} = ค่าเฉลี่ยของ U_i จำนวน 1+j ค่า ; i = 1,2,...,n j = 1,2,3,4

ซึ่ง Y_{2ji} ก็คือข้อมูลที่มีการแจกแจงรูปแบบที่ 2 ซึ่งจะใช้สัญลักษณ์แทนด้วย Y2Jj ; j = 1,2,3,4

1.2.3 รูปแบบที่ 3 จะได้ข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยใกล้เคียงกับ 0.5000 แต่ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมากกว่า 0.2887 เนื่องจากข้อมูลจะตกอยู่ทาง 0.0000 และ 1.0000 เป็นส่วนมาก จึงทำให้การกระจายของข้อมูลเพิ่มมากขึ้น ข้อมูลแบบนี้จะสร้างโดยใช้ Procedure Transform 3 ซึ่งการแปลงข้อมูลทำได้ดังนี้

ให้ U_i มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1)

กำหนดให้ S เป็นตัวแปรอิสระที่ทำให้ P(S=0) = P (S=1) = 1/2 ดังนั้นจะได้ว่า

$$Y_{3ji} = S(U_i)^{1+j} + (1-S) (1-(U_i)^{1+j}) \quad ; i = 1,2,\ldots,n \quad j = 1,2,3,4$$

ซึ่ง Y_{3ji} ก็คือข้อมูลที่มีการแจกแจงรูปแบบที่ 3 ซึ่งจะใช้สัญลักษณ์แทนด้วย Y3Jj ; j = 1,2,3,4

อนึ่งค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน ของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ทั้ง 3 รูปแบบ จะแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าเฉลี่ย (Mean) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D) และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (C.V.) ของข้อมูลแต่ละรูปแบบที่ต้องการศึกษา

Y	J	Mean	S.D.	C.V.
0	0	0.4985	0.2882	0.5781
1	1	0.3316	0.2971	0.8959
	2	0.2482	0.2822	1.1372
	3	0.1982	0.2653	1.3387
	4	0.1649	0.2498	1.5146
2	1	0.4987	0.2085	0.4181
	2	0.4949	0.1759	0.3555
	3	0.4990	0.1498	0.3002
	4	0.5005	0.1384	0.2766
3	1	0.5012	0.3415	0.6814
	2	0.4965	0.3782	0.7619
	3	0.4976	0.4018	0.8076
	4	0.5007	0.4179	0.8347

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. คำนวณค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทั้ง 5 ตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 เมื่อสร้างข้อมูลได้ตามแผนการทดลองแล้ว นำข้อมูลที่ได้มาคำนวณค่าสถิติและนำค่าสถิติที่คำนวณได้มาเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตเพื่อจะได้ตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานว่าง ในกรณีที่ปฏิเสธสมมติฐานว่างให้นับจำนวนไว้ด้วย ทำการคำนวณและนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างจนครบทุกตัวสถิติทดสอบ จากนั้นก็ย้อนกลับไปสุ่มตัวอย่างชุดใหม่จนครบ 1,000 ครั้ง

2.2 คำนวณความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) เมื่อทำครบวงจรแล้วต่อไปก็เปลี่ยนขนาดตัวอย่างจนครบทุกรูปแบบที่ต้องการศึกษา จากนั้นก็คำนวณค่าอำนาจการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ให้ครบทั้ง 3 รูปแบบ และทำให้ครบทุกขนาดของตัวอย่างที่ต้องการศึกษา ซึ่งจะสรุปเป็นผังงานได้ดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัย