

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ต้องการศึกษาเปรียบเทียบการทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทริทเมนต์ สำหรับแผนการทดลองแบบกลุ่มสมบูรณ์ เมื่อค่าสังเกตอยู่ที่อิทธิพลของทริทเมนต์และตัวแปรร่วม ด้วยสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ 2 ชนิด คือ Quade's Rank และ Rank Transformation โดยศึกษาอำนาจการทดสอบและความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบทั้ง 2 ชนิด ซึ่งในขั้นแรกจะพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของแต่ละวิธีก่อน คือ ให้ความน่าจะเป็นที่ยอมให้เกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ไม่เกิน α ที่กำหนดไว้ และเมื่อเป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าวแล้ว จึงพิจารณาเลือกสถิติทดสอบที่มีโอกาสน้อยที่สุดที่จะยอมรับสมมติฐาน H_0 เมื่อสมมติฐาน H_0 นั้นผิด นั่นคือ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ทั้งนี้เทคนิคที่ใช้ในการหาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบ คือ วิธีมอนติคาร์โลซิมูเลชัน ซึ่งเป็นเทคนิคอย่างหนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะกรณีที่ไม่สามารถหาคำตอบโดยทางทฤษฎีได้

3.1 แผนการทดลอง

ในการวิจัย จะจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ ขึ้นโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชัน จากเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM 370/3031 โดยสร้างประชากรที่มีการแจกแจงแบบเดียวกัน ซึ่งการแจกแจงที่สนใจศึกษา คือ การแจกแจงแบบโลจิสติก แบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล และแบบปกติปลอมปน ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

กำหนดสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน 3 ขนาด คือ 10% 15% และ 20%

การกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง จะกำหนดให้ขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 มีขนาดเท่ากันและไม่เท่ากันดังตารางที่ 3.1

กำหนดสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรร่วม 10 ขนาด คือ

0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 และ 1.0

ตารางที่ 3.1 แสดงขนาดตัวอย่างเมื่อกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่มมีขนาดเท่ากันและไม่เท่ากัน

ขนาดตัวอย่าง	เท่ากัน	ไม่เท่ากัน
$n = 12$	(4, 4, 4)	(3, 4, 5)
$n = 15$	(5, 5, 5)	(4, 5, 6)
$n = 18$	(6, 6, 6)	(4, 6, 8)
$n = 24$	(8, 8, 8)	(6, 8, 10)
$n = 30$	(10, 10, 10)	(8, 10, 12)

สำหรับการแจกแจงแบบปโลมปน จะกำหนดเปอร์เซ็นต์ของการปโลมปนเป็น 10% และ 25% และสเกลแฟคเตอร์ 2 ระดับ คือ 3 และ 10 ซึ่งสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 แสดงค่าสเกลแฟคเตอร์ และเปอร์เซ็นต์ของการปโลมปนทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

(3, 0.10)	(3, 0.25)
(10, 0.10)	(10, 0.25)

3.2 ขั้นตอนในการวิจัย

1. สร้างความคลาดเคลื่อนให้มีการแจกแจงตามที่กำหนด โดยเรียกใช้โปรแกรมย่อย LOGIST (หรือ DOUEXP, SCALE)
2. สร้างข้อมูล (X, Y) ให้เป็นไปตามแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์
3. สร้างโปรแกรมย่อย สำหรับคำนวณตัวสถิติทดสอบแบบ Quade's Rank และสถิติทดสอบแบบ Rank Transformation
4. หาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบ สำหรับสถิติทดสอบดังกล่าว

ซึ่งรายละเอียดสำหรับแต่ละขั้นตอนเป็นดังนี้

3.2.1 การสร้างความคลาดเคลื่อนให้มีการแจกแจงตามที่กำหนด

การสร้างลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนทุกรูปแบบตามที่กำหนดไว้ในแผนการทดลองนั้นใช้ตัวเลขสุ่ม ซึ่งมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง (0,1) เป็นพื้นฐานในการสร้าง โดยใช้โปรแกรมย่อย RAND ดังนี้

```

SUBROUTINE RAND (IY,RD)
COMMON IX,KK
IY = IX * 16807
IF (IY) = 70,80,80
70 IY = IY + 2147483647 + 1
80 RD = IY
RD = RD * 0.4656613E - 9
IX = IY
RETRUN
END

```

โดยที่ IX คือ เลขสุ่มตัวแรก ซึ่งจะต้องเป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขคี่ และน้อยกว่า 2147483648 ในที่นี้ค่าเริ่มต้นที่ใช้ คือ IX = 16807 ซึ่ง IX นี้เป็นค่าเริ่มต้นที่จะให้โปรแกรมย่อยคำนวณ IY ออกมา ดังนั้น IY จึงเป็นเลขสุ่มจำนวนเต็มของโปรแกรมย่อยนี้ และจะใช้เป็นตัวคำนวณ IY ตัวต่อ ๆ ไป

รายละเอียดในการสร้างการแจกแจงแบบต่าง ๆ เป็นดังนี้

3.2.1.1 การแจกแจงแบบโลจิสติก

จะมีฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}}{\beta \left[1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}} \right]^2} ; \begin{matrix} -\infty < x < +\infty \\ -\infty < \alpha < +\infty \\ \beta > 0 \end{matrix}$$

การสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบโลจิสติก ใช้วิธี Inverse Transformation

ดังนี้

$$F(X) = \int_{-\infty}^x \frac{e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}}{\beta \left[1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}} \right]^2} dx$$

$$F(X) = \int_{-\infty}^x \frac{e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}}{\beta \left[1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}} \right]^2} d \left(\frac{x-\alpha}{\beta} \right)$$

$$F(X) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\beta \left[1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}} \right]^2} d \left(1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}} \right)$$

$$= \frac{1}{\beta \left[1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}} \right]} \Big|_{-\infty}^x$$



$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{-(x - \alpha)}{\beta}}}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \left[\frac{-(x - \alpha)}{\beta} \right]_{1 + e} &= \frac{1}{F(x)} \\ \left[\frac{-(x - \alpha)}{\beta} \right]_e &= \frac{1}{F(x)} - 1 \\ &= \frac{1 - F(x)}{F(x)} \end{aligned}$$

$$\frac{-(x - \alpha)}{\beta} = \ln \left[\frac{1 - F(x)}{F(x)} \right]$$

$$-x + \alpha = \beta \ln \left[\frac{1 - F(x)}{F(x)} \right]$$

$$-x + \alpha = \beta [\ln (1 - F(x)) - \ln (F(x))]$$

$$x = \alpha + \beta [\ln F(x) - \ln (1 - F(x))]$$

หรือ $x = \alpha + \beta [\ln (Y) - \ln (1 - Y)]$

เมื่อ Y มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$

ดังนั้น โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างการแจกแจงแบบโลจิสติก ใช้วิธี Inverse Transformation การใช้โปรแกรมย่อยนี้ใช้คำสั่ง CALL LOGIST(ALPHA,BETA,ECC(I,J)) โดยค่า ALPHA และ BETA เป็นค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดขึ้นเพื่อให้ได้ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนตามที่กำหนด ค่า ALPHA และ BETA นี้จะถูกส่งมาจากโปรแกรมหลักส่วนผลลัพธ์ที่ได้ คือ ECC(I,J) จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบโลจิสติก ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น ALPHA และความแปรปรวนเป็น $(1/3) \pi^2 (BETA)^2$ ซึ่งโปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างการแจกแจงแบบโลจิสติก เป็นดังนี้

```

SUBROUTINE LOGIST (ALPHA,BETA,ERR)
COMMON IX, KK
CALL RAND(IY, RD)
S = ALOG(RD) - ALOG (1-RD)
ERR = ALPHA + S * BETA
RETURN
END

```

3.2.1.2 การแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล จะมีฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{2\beta} e^{-\left| \frac{x - \alpha}{\beta} \right|} ; \begin{matrix} -\infty < x < +\infty \\ -\infty < \alpha < +\infty \\ \beta > 0 \end{matrix}$$

$$\text{ถ้า } \alpha = 0 \quad \left| \frac{x}{\beta} \right|$$

$$f(x) = \frac{1}{2\beta} e^{-\left| \frac{x}{\beta} \right|} ; \begin{matrix} -\infty < x < +\infty \\ \beta > 0 \end{matrix}$$

การสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบค้ำเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล เมื่อ $\alpha = 0$ ใช้วิธี
Inverse Transformation ซึ่งแสดงได้ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 F(x) &= \int_{-\infty}^x \frac{1}{2\beta} e^{-|x/\beta|} dx \\
 &= \frac{1}{2} \left[\int_{-\infty}^{x/\beta} e^{-u} d\left(\frac{x}{\beta}\right) + \int_0^x e^{-u} d\left(\frac{x}{\beta}\right) \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[e^{-u} \Big|_{-\infty}^{x/\beta} - e^{-u} \Big|_0^x \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[e^{-x/\beta} - e^{-x/\beta} + e^0 - e^0 \right]
 \end{aligned}$$

$$F(x) = \frac{1}{2} (2 - e^{-x/\beta})$$

ดังนั้น $e^{-x/\beta} = 2 [1 - F(x)]$

$$-x/\beta = \ln 2 + \ln [1 - F(x)]$$

$$x = \beta [\ln 2 + \ln (1 - F(x))]$$

หรือ $x = \beta [\ln 2 + \ln (1 - Y)]$

เมื่อ Y มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$

ดังนั้น โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างการแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียลใช้วิธี Inverse Transformation การใช้โปรแกรมย่อยนี้ใช้คำสั่ง CALL DOUEXP(ALPHA, BETA, ECC(I,J)) โดยค่า ALPHA, BETA เป็นค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดขึ้นเพื่อให้ได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ตามที่กำหนด ค่า ALPHA และ BETA นี้ จะถูกส่งมาจากโปรแกรมหลัก ส่วนผลลัพธ์ที่ได้ คือ ECC(I,J) จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียลที่มีค่าเฉลี่ยเป็น ALPHA และความแปรปรวนเป็น $2(BETA)^2$ ซึ่งโปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างการแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล เป็นดังนี้

```

SUBROUTINE DOUEXP(ALPHA,BETA,ERR)
COMMON IX, KK
CALL RAND (IY, RD)
PRD = ALOG(2.) + ALOG(1.-RD)
ERR = -1 * BETA*PRD
RETURN
END

```

3.2.1.3 การแจกแจงแบบปกติปลอมปน

โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ใช้วิธีการแปลงข้อมูลจากการแจกแจงแบบปกติ โดยพิจารณาการแจกแจงแบบปกติปลอมปนของ ERR ซึ่งมาจาก $F = (1-PC)N(\mu, \sigma^2) + (PC)N(\mu, C^2\sigma^2)$ การเรียกใช้โปรแกรมย่อยนี้ใช้คำสั่ง CALL SCALE(C, PC, ALPHA, SD, ECC(I,J)) ค่า C และ PC เป็นค่าที่กำหนดสเกลแฟคเตอร์และเปอร์เซ็นต์ของการปลอมปน ส่วนค่า ALPHA และ $(SD)^2$ เป็นค่าที่กำหนดขึ้นเพื่อให้ได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนตามที่กำหนด โดยค่าเหล่านี้จะถูกส่งมาจากโปรแกรมหลักส่วนผลลัพธ์ที่ได้ คือ ECC(I,J) จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนที่มีค่าเฉลี่ยเป็น ALPHA และความแปรปรวนเป็น $(SD)^2$ ซึ่งโปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างการแจกแจงแบบปกติปลอมปนเป็นดังนี้


```

SUBROUTINE SCALE(C,PC,ALPHA,SD,ERR)
COMMON IX, KK
CSD = C*SD
CALL RAND(IY, RD)
IF(RD-PC) 503, 503, 504
503 CALL NORMAL(ALPHA, CSD, ERR)
GO TO 505
504 CALL NORMAL(ALPHA, SD, ERR)
505 RETURN
END

```

การสร้างตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบปกติ ในที่นี้จะเลือกใช้วิธีการแจกแจงแบบเกาส์ (Gaussian Distribution) เพราะว่าเป็นวิธีที่ง่าย วิธีนี้อาศัยทฤษฎีลิมิตส่วนกลาง (Central Limit Theorem) โดยหาผลรวมของตัวเลขสุ่ม n ค่า จะได้ตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 โดยทั่ว ๆ ไปจะถือขนาด n ที่เหมาะสม คือ ค่า 10 หรือ 12 แต่ในที่นี้เลือก $n = 12$ ซึ่งแสดงเป็นโปรแกรมย่อย ได้ดังนี้

```

SUBROUTINE NORMAL(ALPHA, SD, ERR)
A = 0.0
DO 333 L = 1, 12
CALL RAND(IY, RD)
333 A = A + RD
ERR = A(-6.0) * SD + ALPHA
RETURN
END

```

3.2.2 การสร้างข้อมูล (x, y) ให้เป็นไปตามแผนการทดลองแบบกลุ่มสมบูรณ์

3.2.2.1 สร้างความคลาดเคลื่อน (ϵ_{ij}) ให้มีรูปแบบการแจกแจงแบบต่าง ๆ ก่อน ดังได้กล่าวมาแล้วใน 3.2.1

3.2.2.2 สร้างค่า X_{ij} ซึ่งเป็นค่าคงที่

3.2.2.3 สร้างค่า Y_{ij} ตามตัวแบบดังนี้

$$Y_{ij} = \mu + T_i + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \epsilon_{ij}$$

เมื่อค่าพารามิเตอร์ μ, β และ T_i ถูกกำหนดขึ้นมา ดังได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 1

3.2.3 การหาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจของการทดสอบ

เมื่อสร้างข้อมูล (X, Y) ตามรูปแบบที่ต้องการแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือ การหาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจของการทดสอบ ซึ่งสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. กำหนดค่าอิทธิพลของทรีทเมนต์ (T_i) โดยกำหนดค่า T_i ให้มีค่าเป็น 0 ทุกค่า เมื่อพิจารณาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และจะกำหนดให้ T_i มีค่าไม่เท่ากับ 0 ในบางค่า (แต่ผลรวมของ T_i ต้องเป็น 0 : $\sum T_i = 0$) เมื่อพิจารณาอำนาจของการทดสอบ

2. กำหนดค่าคงที่ $\mu = 100$ และค่าคงที่ $\beta = 1.2$

3. กำหนดขนาดตัวอย่าง และสร้างค่าความคลาดเคลื่อน (ϵ_{ij}) จากการแจกแจงตามที่กำหนด โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และค่าความแปรปรวนเป็น σ^2 ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์ของความแปรปรวน (C.V.) 3 ขนาด คือ 10% 15% และ 20%

4. สร้างข้อมูลตามรูปแบบ $Y_{ij} = \mu + T_i + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \epsilon_{ij}$

5. คำนวณค่าสถิติทดสอบของแต่ละวิธี แล้วนำค่าสถิติทดสอบไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤต (Critical Value) ซึ่งได้จากตาราง F ที่ระดับนัยสำคัญ 2 ระดับ คือ 0.01 และ 0.05 เพื่อที่จะตัดสินใจว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐาน H_0 ถ้าปฏิเสธให้นับจำนวนครั้งที่ปฏิเสธเอาไว้ จากนั้นก็ย้อนกลับไปสร้างค่าข้อมูลชุดใหม่ จนครบ 1,000 ครั้ง

6. คำนวณค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1
เมื่อ $T_1 = 0$ ทุกค่า และคำนวณค่าอำนาจของการทดสอบ เมื่อ T_1 ไม่เท่ากับ 0 ในบางค่า

7. เปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (C.V.) จนกระทั่งครบทุกค่าตามที่ต้องการ โดยในแต่ละค่าจะสร้างข้อมูลซ้ำ ๆ กัน 1,000 ครั้ง เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนครบทุกค่าแล้ว ก็จะเปลี่ยนลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนจนครบทุกการแจกแจง จากนั้น จะเปลี่ยนขนาดตัวอย่างจนครบทุกขนาด โดยในแต่ละขนาดตัวอย่างจะคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบจนครบทุกค่าของการแจกแจงและครบทุกค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนที่ต้องการศึกษา

จากขั้นตอนเหล่านี้สามารถสรุปเป็นผังงานได้ดังรูปที่ 3.1

รูปที่ 3.1 ผังงานสำหรับการหาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ



