บทที่ 3

การศึกษาสมการโหลดโฟลว์

3.1 คำนำ

การศึกษาโหลดโฟลว์ (Load Flow) หรือเพาเวอร์โฟลว์ (Power Flow) นั้นเป็นการศึกษาพื้นฐานของเรื่องต่างๆ ในระบบไฟฟ้ากำลัง การศึกษาโหลดโฟลว์ เป็นการวิเคราะห์ใช้คำนวณหาการไหลของกำลังไฟฟ้าในสายส่ง หม้อแปลงไฟฟ้าและแรงดันที่บัสต่างๆ และเพื่อความสะดวกในการศึกษา จึงได้มีการใช้ระบบต่อหน่วย (Per Unit System) เข้ามาช่วยในการคำนวณ

การศึกษาเรื่องต่างๆในระบบไฟฟ้ากำลัง ได้แก่

1. การศึกษาความผิดปรกติของระบบไฟฟ้ากำลัง (Fault Analysis)
2. การศึกษาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง (Stability)
3. การศึกษาการกระจายและจัดสรรโหลดอย่างประหยัด (Ecomonic Load Dispatch)
4. การวางแผนระบบไฟฟ้ากำลัง (Power System Planning)

การศึกษาเรื่องพวกนี้ จำเป็นจะต้องรู้ว่าในสภาวะต่างๆระบบไฟฟ้ามีลักษณะเป็นเช่นไร กล่าวคือต้องอาศัยการศึกษาโหลดโฟลว์เป็นพื้นฐานนั่นเอง ในบทนี้จะกล่าวถึงการศึกษาโหลดโฟลว์โดยใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton - Raphson Load Flow) ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้กันมากในการศึกษาโหลดโฟลว์[14,15]

3.2 การกำหนดชนิดของบัส

ในการศึกษาโหลดโฟลว์จะเห็นได้ว่าในแต่ละบัสเราจะสนใจว่าขนาดของมุมของแรงดัน

(V_i และ θ_i) ที่บัส i นั้นมีค่าเท่าใดและบัสนั้นมีกำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟ(P_i และ Q_i) เป็นจำนวนเท่าใด การศึกษาโฟลดโฟลว์ในแต่ละบัสจะมีสมการอยู่ 2 สมการ คือสมการหาค่ากำลังจริง (P_i) และกำลังรีแอกทีฟ (Q_i) โดยใช้ความสัมพันธ์ของตัวแปรในแต่ละบัส คือขนาดและมุมของแรงดัน (V_i และ θ_i) จะเห็นได้ว่าถ้าระบบไฟฟ้ากำลังมี NB บัส จะมีสมการอยู่ 2NB สมการ แต่มีตัวแปรในสมการถึง 4NB ตัว ทำให้คำตอบที่ได้มีหลายค่า วิธีที่จะทำให้ได้คำตอบเดียว ก็คือลดจำนวนตัวแปรลงมาให้เท่ากับจำนวนสมการ โดยจะต้องกำหนดตัวแปรในแต่ละบัส 2 ตัว และคำนวณหาตัวแปรที่เหลืออีก 2 ตัว

ในทางปฏิบัติบัสที่มีแต่โหลดต่ออยู่จะทราบค่า P_i และ Q_i แต่เราจะไม่ทราบค่า V_i และ θ_i ส่วนบัสที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่ออยู่จะกำหนดค่า P_i และ V_i แต่เนื่องจากไม่ทราบค่ากำลังสูญเสียในระบบไฟฟ้ากำลัง ดังนั้นจะต้องให้ค่า P_i ของบัสที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่ออยู่ลอยตัวอยู่บัสหนึ่ง และให้บัสนั้นเป็นบัสอ้างอิง คือมี θ_i เท่ากับศูนย์ และจะเรียกบัสนี้ว่า สวิงบัส (Swing Bus) หรือบัสอ้างอิง (Reference Bus) นั่นเอง

ชนิดของบัสสามารถแยกได้เป็น 3 ชนิดดังนี้ คือ

1. โหลดบัส (Load Bus หรือ PQ Bus) เป็นบัสที่กำหนดค่า P_i และ Q_i และต้องการหาค่า V_i และ θ_i

2. บัสควบคุมแรงดัน (Voltage Controlled Bus หรือ PV bus) เป็นบัสที่กำหนดค่า P_i และ V_i และต้องการหาค่า Q_i และ θ_i

3. บัสอ้างอิง (Reference Bus) หรือสวิงบัส(Swing Bus) เป็นบัสที่กำหนดค่า V_i และ θ_i และต้องการหาค่า P_i และ Q_i

3.3 สมการโหลดโฟลว์

สมการกำลังไฟฟ้าที่ไหลเข้าบัสจะมีค่าเท่ากับแรงดันที่บัสคูณด้วยกระแสคอนจูเกตที่บัสนั้นหรือ

$$S_i = P_i - jQ_i = E_i^* I_i \tag{3.1}$$

และจากความสัมพันธ์ระหว่างกระแสบัสและแรงดันบัส จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ ซึ่งเป็นไปตามสมการที่ 2.11 เราสามารถเขียนสมการกำลังไฟฟ้าที่ไหลเข้าบัส ในรูปของ

เมทริกซ์ได้ดังนี้

จาก $[S^*] = [E^*][I]^T$ (3.2)

และ $[I] = [Y_{bus}][E]$ จากสมการ (2.11)

ดังนั้น $[S^*] = [E^*][Y_{bus}][E]$ (3.3)

ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปสมาชิกของเมทริกซ์ ดังนี้

$$P_i - jQ_i = E_i^* \sum_{j=1}^{NB} Y_{ij} E_j \tag{3.4}$$

เมื่อ NB คือจำนวนบัสทั้งหมดในระบบไฟฟ้ากำลัง

* คือการคอนจูเกตของตัวแปรเชิงซ้อน(Complex)

โดยที่
$$P_i = \mathrm{Real}(E_i^* \sum_{j=1}^{NB} Y_{ij} E_j) = P_{Gi} - P_{Di} \tag{3.5}$$

$$Q_i = -\mathrm{Im}(E_i^* \sum_{j=1}^{NB} Y_{ij} E_j) = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad i=1,\_\_\_,NB \tag{3.6}$$

เมื่อ P_{Gi} และ Q_{Gi} เป็นกำลังไฟฟ้าที่ผลิตและกำลังรีแอกทีฟที่ผลิตที่บัส i ตามลำดับ

P_{Di} และ Q_{Di} เป็นโหลดจริงและโหลดรีแอกทีฟที่บัส i ตามลำดับ

3.4 วิธีของนิวตัน-ราฟสัน(Newton-Ralphson Method)

เนื่องจากสมการโหลดโฟลว์หรือสมการ P,Q ตามสมการที่ 3.5 และ 3.6 เป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Equation) การแก้สมการโหลดโฟลว์จึงควรใช้วิธี Numerical วิธี Numerical ที่นิยมใช้คือวิธีของนิวตัน-ราฟสัน

สมมติว่ามีฟังก์ชันหนึ่งคือ f(x) และต้องการรากของฟังก์ชันนี้หรือคือต้องการหาค่า x ที่ทำให้ค่าของฟังก์ชัน f(x) เท่ากับ 0 ตามวิธีของนิวตัน-ราฟสันจะมีการสมมติค่าของ x ขึ้นและให้เท่ากับ $x^{\cdot}$ และให้ $\Delta x^{\cdot}$ เป็นค่าผิดพลาด(Error)ซึ่งคือค่าแตกต่างระหว่างค่า x กับค่า $x^{\cdot}$

ที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(x)$ มีค่าเป็น 0 ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$f(x^{\cdot} + \Delta x) \quad = \quad 0 \qquad (3.7)$$

ใช้อนุกรมเทย์เลอร์กระจายรอบๆจุด x จะได้ว่า

$$f(x^{\cdot}) + (\Delta x^{\cdot})(\partial f(x^{\cdot})/\partial x) + (1/2)(\Delta x^{\cdot})^{2}(\partial^{2} f(x^{\cdot})/\partial x^{2}) = 0 \qquad (3.8)$$

ถ้าตัดพจน์ที่มีอันดับสูงกว่าหนึ่งออกจะได้

$$f(x^{\cdot}) + (\Delta x^{\cdot})(\partial f(x^{\cdot})/\partial x) \quad = \quad 0 \qquad (3.9)$$

หรือ

$$\Delta x^{\cdot} \quad = \quad -(f(x^{\cdot}))/(\partial f(x^{\cdot})/\partial x) \qquad (3.10)$$

เมื่อคำนวณค่า $\Delta x^{\cdot}$ จากสมการที่ 2.33 ได้แล้วจะนำไปปรับค่าสมมติของ x ใหม่ตามสมการ

$$\begin{aligned} x^{1} &= x^{\cdot} + \Delta x^{\cdot} \\ &= x^{\cdot} - (f(x^{\cdot}))/(\partial f(x^{\cdot})/\partial x) \end{aligned} \qquad (3.11)$$

นำเอาค่า x^{1} ไปทดลองแทนในฟังก์ชัน $f(x)$ และทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆจนได้ค่าx ที่ถูกต้อง ดังนั้นสมการที่ 3.11 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^{k} + \Delta x^{k} \\ &= x^{k} - (f(x^{k}))/(\partial f(x^{k})/\partial x) \end{aligned} \qquad (3.12)$$

เมื่อ k เป็นหมายเลขประจำอิทเทอร์เรชัน (Iteration)

ในระบบไฟฟ้ากำลังตัวแปรที่ต้องการหา(x) จะอยู่ในรูปของเวกเตอร์[x] ค่าผิดพลาด (Δx) จะอยู่ในรูปของเวกเตอร์ [Δx] ซึ่งมิติของ [Δx] จะเท่ากับมิติของ [x] ส่วนฟังก์ชั่น $f(x)$ จะอยู่ในรูปของเวกเตอร์ [$f(x)$] เช่นเดียวกันกับค่า$\partial f/\partial x$จะอยู่ในรูปของเมทริกซ์ [$\partial f/\partial x$] กล่าวคือ วิธีของนิวตัน-ราฟสัน สามารถเขียนได้ในรูปเมทริกซ์ดังนี้

$$[f(x)] \quad = \quad [\partial f/\partial x][\Delta x] \qquad (3.13)$$

หรือ $\quad [\Delta S] \quad = \quad [J][\Delta E]$ นั่นเอง $\qquad (3.14)$

โดยที่ [J] หรือ [[$\partial f/\partial x$] คือ จาโคเบียน เมทริกซ์ (Jacobian Matrix)ของระบบ ซึ่งเขียนได้เป็นเมทริกซ์ย่อยๆ ดังนี้

$$[J] = \left[\begin{array}{c|c} J_1 & J_2 \\ \hline J_3 & J_4 \end{array}\right] \tag{3.15}$$

สำหรับค่า [J] และ [Δ S] ได้จากการคำนวณตามสมการที่จะกล่าวต่อไปเพื่อหาค่า [Δ E] และค่าสมมุติค่า [E] ใหม่ซึ่งได้จากสมการ

$$[E]^{new} = [E]^{old} - [\Delta E] \tag{3.16}$$

แล้วนำเอาค่า $[E]^{new}$ นี้ไปทดลองแทนใน [Δ S] และทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนได้ค่า [E] ที่ถูกต้อง

ในการศึกษาสมการโหลดโฟลว์ โดยวิธีนิวตัน-ราฟสัน ซึ่งเป็นแบบที่นิยมในการโหลดโฟลว์มากที่สุด

3.4.1 การวิเคราะห์นิวตันราฟสันโหลดโฟลว์

จากสมการ (3.4) ซึ่งเป็นแบบที่นิยมใช้ในการวิเคราะห์โหลดโฟลว์มากที่สุด สามารถเขียนในรูปพิกัดเชิงขั้ว (Polar Coordinate) ได้ดังนี้

ให้ $E_i = |E_i| \exp(j\delta_i)$ (3.17)

และ $Y_{ij} = |Y_{ij}| \exp(-j\theta_{ij})$ (3.18)

เวกเตอร์ [Δ S] นั้นสามารถเขียนแบ่งเป็น เมทริกซ์ย่อยๆ ได้ 2 ส่วนคือ

$$[\Delta S] = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i - (P_{Gi} - P_{Di}) \\ Q_i - (Q_{Gi} - Q_{Di}) \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

โดย $[\Delta P_i]$ มีมิติเท่ากับ (NB-1)*1

$[\Delta Q_i]$ มีมิติเท่ากับ (NLOAD)*1

เมื่อ P_{Gi} และ Q_{Gi} คือกำลังไฟฟ้าที่ผลิตและกำลังรีแอกทีฟที่ผลิตที่บัส i ซึ่งเป็นค่าที่กำหนด

P_{Di} และ Q_{Di} คือโหลดจริงและโหลดรีแอกทีฟที่บัส i ซึ่งเป็นค่าที่กำหนด

ส่วนค่าของ P_i และ Q_i หรือค่าของ กำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟที่บัส i นั้นสามารถคำนวนจากสมการที่ (3.4) คือ

$$P_i = \sum_{j=1}^{NB} |E_i E_j Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad (3.20)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^{NB} |E_i E_j Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad (3.21)$$

สำหรับวิธีนี้ จาโคเบียนเมทริกซ์ [J] ของระบบสามารถแบ่งออกเป็นส่วนย่อยได้ 4 ส่วน คือ

$$[J] = \left[\begin{array}{c|c} J_1 & J_2 \\ \hline J_3 & J_4 \end{array}\right] \qquad (3.22)$$

โดย $[J_1]$ มีมิติเท่ากับ (NB-1)*(NB-1)

$[J_2]$ มีมิติเท่ากับ (NB-1)*NLOAD

$[J_3]$ มีมิติเท่ากับ NLOAD*(NB-1)

$[J_4]$ มีมิติเท่ากับ NLOAD*(NLOAD)

สำหรับวิธีโพล่าโคออดิเนต สามารถหาค่าของสมาชิกของจาโคเบียนเมทริกซ์ได้ดังนี้

ก. สมาชิกของ $[J_1]$

$$J_{1ij} = \partial P_i / \partial \delta_j = |E_i||E_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad i \neq j \qquad (3.23)$$

$$J_{1ii} = \partial P_i / \partial \delta_i = \sum_{j=1, j\neq i}^{NB} |E_i||E_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$$

ข. สมาชิกของ $[J_2]$

$$J_{2ij} = \partial P_i / \partial E_j = |E_i||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \quad i \neq j \qquad (3.24)$$

$$J_{2ii} = \partial P_i / \partial E_i = 2|E_i||Y_{ii}|\cos(\theta_{ii}) + \sum_{j=1, j\neq i}^{NB} |E_i||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$$

ค. สมาชิกของ $[J_3]$

$$J_{3ij} = \partial Q_i / \partial \delta_j = -|E_i||E_j||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \qquad i \neq j \qquad (3.25)$$

$$J_{3ii} = \partial Q_i / \partial \delta_i = \sum_{j=1, j\neq i}^{NB} |E_i||E_j||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$$

ง. สมาชิกของ $[J_4]$

$$J_{4ij} = \partial Q_i / \partial E_j = |E_i||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \quad i \neq j \qquad (3.26)$$

$$J_{4ii} = \partial Q_i / \partial E_i = 2|E_i||Y_{ii}|\sin(\theta_{ii}) + \sum_{j=1, j\neq i}^{NB} |E_i||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$$

เช่นเดียวกับค่าของ $[\Delta E]$ หรือ $[\Delta x]$ นั่นสามารถแบ่งออกเป็นเมทริกซ์ย่อย ได้ 2 ส่วนคือ

$$[\Delta E] = \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \hline \Delta |E_i| \end{bmatrix} \qquad (3.27)$$

โดย $[\Delta S]$ มีมิติสูงสุดเท่ากับ 2(NB-1)*1

$[J]$ มีมิติสูงสุดเท่ากับ 2(NB-1)*2(NB-1)

$[E]$ มีมิติสูงสุดเท่ากับ 2(NB-1)*1

แต่ถ้าในระบบมีโหลดบัส (PQ-Bus) และบัสควบคุมแรงดัน (PV-Bus) ผสมกัน ค่าของ$[\Delta S]$ และ $[E]$ จะมีมิติเท่ากับ M*1 และ $[J]$ จะมีมิติเท่ากับ 2M*2M โดยที่

M = NB- 1 + NLOAD

เช่นเดียวกันเราสามารถหาค่า δ_i และ $|E_i|$ ได้จากสมการ

$$\delta_i^{new} = \delta_i^{old} - \Delta \delta_i \qquad (3.29)$$

$$|E_i|^{new} = |E_i|^{old} - \Delta |E_i| \qquad (3.30)$$

จากสมการที่3.19 และ3.27 จะเห็นว่ามิติของ $[\Delta P_i]$ จะเท่ากับมิติของ$[\Delta \delta_i]$ และมิติของ $[\Delta Q_i]$เท่ากับมิติของ $[\Delta |E_i|]$ สมการที่ 3.19 นี้เรียกว่าสมการความผิดพลาดของกำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟที่บัส (Bus Real And Reactive Power Mismatch

Equations) ซึ่งค่าของสมการนี้เท่ากับผลต่างของค่าของกำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟที่กำหนดให้ (P_{G1} ,P_{D1} ,Q_{G1} ,Q_{D1}) กับค่ากำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟที่ได้จากการคำนวนโดยใช้ตัวแปร (δ_1 ,$|E_1|$) ที่เราสมมุติขึ้น ถ้าตัวแปรที่สมมุติขึ้นนี้มีค่าถูกต้อง ค่าของสมการที่ 3.19 (P_1 ,Q_1 หรือ f(x))นี้จะมีค่าเป็น ศูนย์ หรือใกล้เคียงกับศูนย์มากที่สุด

การวิเคราะห์โหลดโฟลว์แบบนิวตันราฟสันสามารถสรุปได้ดังนี้

ก. คำนวณ Pi ,Q_1 จากค่าแรงดันบัสที่สมมุติขึ้นในตอนเริ่มต้น หรือจากค่าแรงดันบัสที่คำนวนได้จากการอิทเทอเรทีฟถัดกัน

ข. คำนวณ ΔP_1 ,ΔQ_1 ถ้าค่าความแตกต่างนี้น้อยกว่าค่าที่ยอมรับได้ (Tolerance)แสดงว่าค่าแรงดันบัสซึ่งใช้คำนวณ P_1 ,Q_1 นี้คือผลลัพธ์ของการวิเคราะห์โหลดโฟลว์

ค. ถ้า ΔP_1 ,ΔQ_1 มีค่ามากกว่าค่าที่ยอมรับได้ จะต้องคำนวน $\Delta \delta_1$,$\Delta |E_1|$ เพื่อคำนวณแรงดันบัสค่าใหม่จากสมการ

$$\delta_1^{k+1} = \delta_1^{k} + \Delta \delta_1^{k} \tag{3.31}$$

$$|E_1|^{k+1} = |E_1|^{k} + \Delta |E_1|^{k}$$

ซึ่ง k คือหมายเลขอิทเทอเรทีฟ

ง. กลับไปทำขั้นตอน (ก) ใหม่จนกระทั่งได้ผลลัพธ์

3.4.2 อัลกอริทึมของโหลดโฟลว์โดยวิธีนิวตัน-ราฟสัน

จากหัวข้อ 3.4.1 สามารถสรุปการทำโหลดโฟลว์โดยวิธีของนิวตัน-ราฟสันแบบโพล่าโคออดิเนต เป็นอัลกอริทึมดังแสดงในรูปที่ 3.1

1) กำหนดค่าเริ่มต้นของ θ_1 และ$|E_1|$

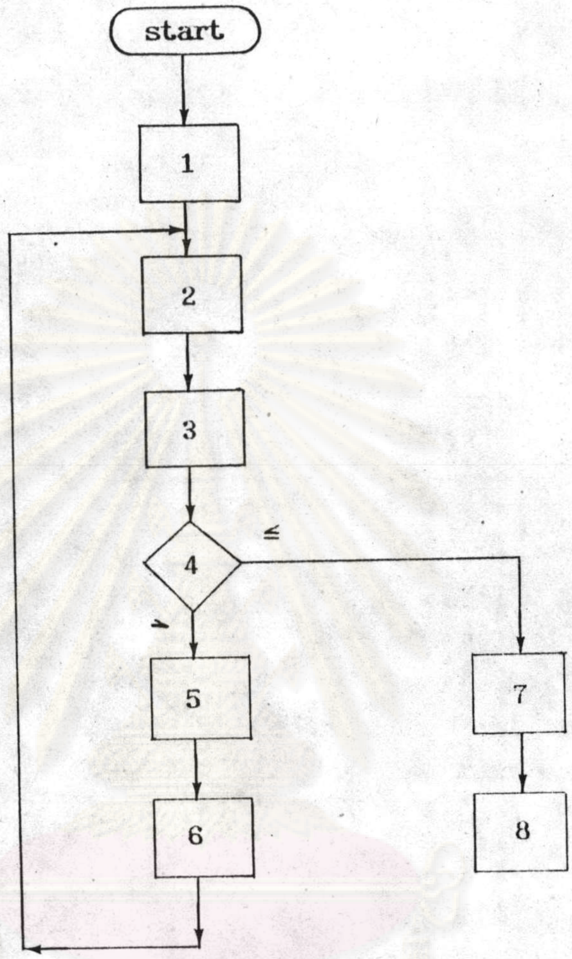
2) คำนวณค่า P_1 และ Q_1 โดยใช้สมการที่ 3.20และ 3.21

3) คำนวณค่า[ΔP_1] และ[ΔQ_1] โดยใช้สมการที่ 3.19

4) หาค่าผิดพลาด(ขนาดของ ΔP_1 หรือ ΔQ_1)ที่มากที่สุดแล้วเปรียบเทียบว่ามากหรือน้อยกว่าค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้ถ้าน้อยกว่าแสดงว่าได้คำตอบแล้ว(f(x) =0) ให้ข้ามไปทำขั้นที่ 7 ถ้ามากกว่าให้ทำขั้นที่ 5 ต่อไป

5) คำนวณ [J] ตามสมการที่ 3.23-3.26 และแก้สมการ3.24เพื่อหาค่า[$\Delta \delta_1$] และ $\Delta |E_1|$

6) ปรับค่า δ_1 และ $|E_1|$ โดยใช้สมการที่3.29 และ 3.30แล้วย้อนไปทำตาม

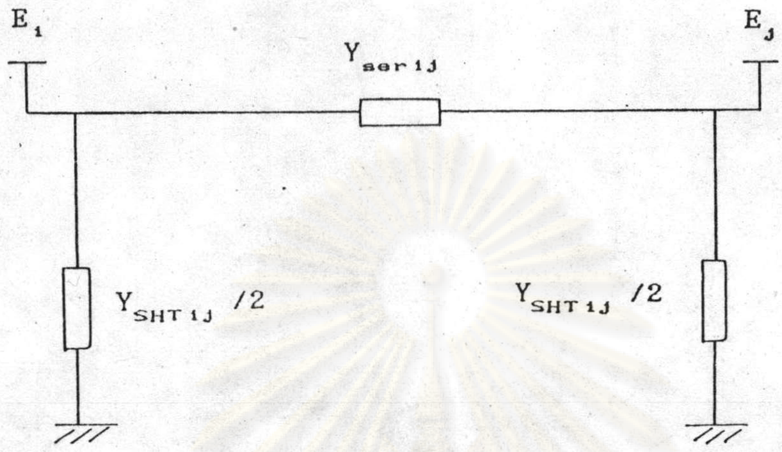


รูปที่ 3.1 อัลกอริทึมของโหลดโฟลว์โดยนิวตัน–ราฟสัน

ข้อ 2 ใหม่

7) คำนวนค่าอื่นที่ต้องการ เช่น Line Flow หรือพิมพ์ผล

8) หยุดหรือกลับสู่โปรแกรมหลัก



รูปที่ 3.2 วงจรสมมูลของสายส่งที่เชื่อมต่อระหว่างบัส i และบัส j

3.5 กำลังที่ไหลในสายส่งและหม้อแปลง

เมื่อคำนวณมุมและขนาดของแรงดันได้แล้ว จะทำการคำนวนหากำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟที่ไหลในสายส่งและหม้อแปลงต่อไป

3.5.1 กำลังที่ไหลในสายส่ง

พิจารณาวงจรสมมูลของสายส่งที่เชื่อมต่อระหว่างบัส i และบัส j ดังรูปที่ 3.2 กระแสที่ไหลจากบัสi ไปยังบัส j (I_{ij}) หาได้จาก

$$I_{ij} = (E_i - E_j)Y_{serij} + (E_i Y_{SHTij} /2) \tag{3.31}$$

ดังนั้นกำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟที่ไหลจากบัส i ไปยังบัส j (P_{ij} และ Q_{ij})หาได้จาก

$$\begin{aligned} P_{ij} - jQ_{ij} &= E_i^* I_{ij} \\ &= E_i^*(E_i - E_j)Y_{serij} + (E_i^2 Y_{SHTij} /2) \end{aligned} \tag{3.32}$$

ในทำนองเดียวกันกำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟที่ไหลจากบัส j ไปยังบัส i (P_{ji} และ Q_{ji}) หาได้จาก

$$P_{ji} - jQ_{ji} = E_j^* I_{ji}$$

$$= E_j^{*} (E_j - E_i)Y_{ser\,ij} + (E_j^{2}\, Y_{SHT\,ij} /2) \qquad (3.33)$$

กำลังสูญเสียในสายส่ง ij (P_{Lij}) หาได้จาก

$$P_{Lij} = P_{ij} + P_{ji} \qquad (3.34)$$

3.5.2 **กำลังไหลในหม้อแปลง**

พิจารณาวงจรสมมูลของหม้อแปลงในรูปที่ 2.3 กระแสที่ไหลจากบัส i ไปยังบัส j (I_{ij}) ซึ่งก็คือ I_i หาได้จาก

$$I_{ij} = (aE_i - E_j)Y_T \qquad (3.35)$$

จากสมการที่ 2.5 กระแสที่ไหลจากบัส j ไปยังบัส i (I_{ji}) หาได้จาก

$$I_{ji} = (E_j - aE_i)Y_T \qquad (3.36)$$

ดังนั้นกำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟที่ไหลจากบัส i ไปยังบัส j (P_{ij} และ Q_{ij}) หาได้จาก

$$P_{ij} - jQ_{ij} = a^{*}E_i^{*} (aE_i - E_j)Y_T \qquad (3.37)$$

ในทำนองเดียวกัน กำลังจริงและกำลังรีแอกทีฟที่ไหลจากบัส j ไปยังบัส i(P_{ji} และ Q_{ji}) หาได้จาก

$$P_{ji} - jQ_{ji} = (E_j^{*})(E_j - aE_i)Y_T \qquad (3.38)$$

กำลังสูญเสียในหม้อแปลง ij หาได้จากสมการที่ 3.34 เช่นเดียวกับสายส่ง