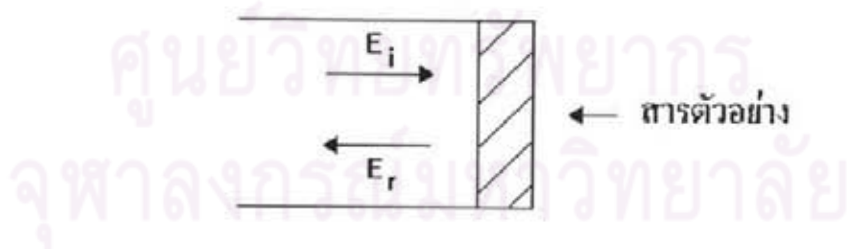


บทที่ 2

ทฤษฎีการวัดค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารโดยวิธีไร้สัมผัสที่ความถี่ไมโครเวฟ

การวัดค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารโดยวิธีไร้สัมผัสที่ความถี่ไมโครเวฟนั้นมีการศึกษาและวิจัยมาก่อน ดังปรากฏตีพิมพ์ลงในวารสารทางวิทยาศาสตร์หลายฉบับ (Subramanian, Sobhanadri, 1994 ; Subramanian, Bellubbi, Sobhanadri, 1993) ในแต่ละวิธีการมีความคล้ายคลึงกันในวิธีการทดลอง คือ มีการสร้างท่อนำคลื่น (Waveguide) เพื่อใช้บรรจุสารตัวอย่างในรูปทรงต่างๆ เช่น แท่งของสารตัวอย่างแข็ง หรือ แผ่นสารตัวอย่างแบนที่สามารถนำไฟฟ้าได้ แล้วนำท่อนำคลื่นดังกล่าวมาประกอบกับอุปกรณ์ผ่านไมโครเวฟ (Microwave Passive Devices) มาตรฐานหลายๆ ชนิด เพื่อตัดแปลงเป็นการทดลองที่ใช้วัดและคำนวณปริมาณทางไฟฟ้าต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก (Dielectric Constant) หรือ ค่าสภาพนำไฟฟ้า (Electrical Conductivity)

การใช้ท่อนำคลื่นแบบมุมฉาก (Rectangular Waveguide) เป็นตัวอย่างหนึ่งของการวัดค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารที่ความถี่ไมโครเวฟ โดยเปิดด้วยสารตัวอย่างแบนซึ่งมีความหนาพอสมควรไว้ที่ปลายของท่อด้านหนึ่ง (Collin, 1966) ดังแสดงไว้ในรูป 2.1



รูป 2.1 แสดงการวัดค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารที่ปิดอยู่ในท่อนำคลื่น

เมื่อ E_i = ความเข้มสนามไฟฟ้าที่ตกกระทบกับสารตัวอย่าง

E_r = ความเข้มสนามไฟฟ้าที่สะท้อนออกจากสารตัวอย่าง

การทดลองข้างต้นนี้สามารถหาค่าสภาพนำไฟฟ้าได้ง่ายๆ โดยวัดอัตราส่วนระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้าที่สะท้อนออกจากสารตัวอย่างต่อความเข้มสนามไฟฟ้าที่ตกกระทบกับสารตัวอย่าง และจากทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวนำไฟฟ้า (Pain, 1978 ; Reitz, Milford, Christy, 1992) ซึ่งมีสมการเป็น

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad \text{----- (2.1)}$$

เมื่อ Z_0 คือ ค่าความขัด (Impedance) ของสุญญากาศซึ่งมีค่าเท่ากับ 377 โอห์ม

Z_1 คือ ค่าความขัดของสารตัวอย่าง

และอาศัยการคำนวณค่าสภาพนำไฟฟ้าจากสมการ

$$Z_1 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{\sigma(\omega) + j\omega\epsilon}} \quad \text{----- (2.2)}$$

เมื่อ $j = \sqrt{-1}$

ถ้าให้ $\sigma(\omega)$ คือ สภาพนำไฟฟ้าของสารที่ความถี่เชิงมุม ω จะสามารถคำนวณหาค่าสภาพนำไฟฟ้าได้จากสมการ

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_{DC}}{1 + j\omega\tau_m} \quad \text{----- (2.3)}$$

เมื่อ τ_m คือ ค่าเวลาผ่อนคลาย (Relaxation Time) ของสารตัวอย่างที่ความถี่ ω นั้น ๆ

σ_{DC} คือ ค่าสภาพนำไฟฟ้ากระแสตรงของสารตัวอย่าง

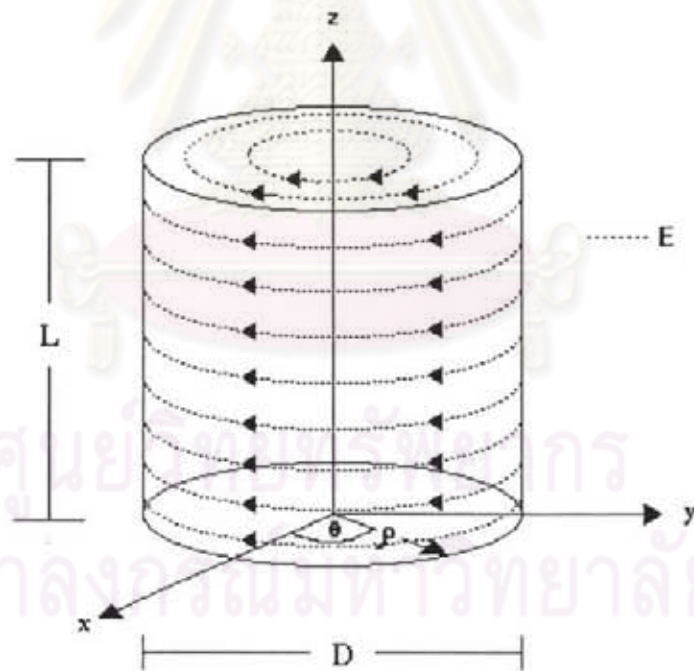
จากตัวอย่างดังกล่าวสามารถจัดการทดลองเพื่อวัดสภาพนำไฟฟ้าของสารตัวอย่าง หรือ วัดค่าเวลาผ่อนคลายที่ความถี่ใดๆ ก็ได้ตามต้องการ แต่การทดลองที่ว่านี้ก็ยังมีข้อบกพร่องอีก เช่น ความเข้มของสนามไฟฟ้าในท่อนำคลื่นชนิดนี้มีค่าน้อยและความเข้มสนามไฟฟ้าที่ตกกระทบกับสารตัวอย่างกับความเข้มสนามไฟฟ้าที่สะท้อนออกมามีค่าใกล้เคียงกัน นอกจากนี้ยังต้องสร้างขั้วสัมผัส (Contact) ระหว่างสารตัวอย่างกับท่อนำคลื่นด้วย ถ้าขั้วสัมผัสไม่ดีจะมีผลโดยตรงกับการวัดอัตราส่วนของความเข้มสนามไฟฟ้าที่สะท้อนออกจากสารตัวอย่างต่อความเข้มสนามไฟฟ้าที่ตกกระทบกับสารตัวอย่าง ส่งผลให้การคำนวณที่ได้มีค่าคลาดเคลื่อนไปด้วย

การแก้ปัญหาความเข้มสนามไฟฟ้าตกกระทบกับสะท้อนออกที่ใกล้เคียงกันภายในท่อนำคลื่นชนิดดังกล่าว สามารถแก้ไขได้โดยการใช้ตัวสั่นพ้องไมโครเวฟ (Microwave Resonator) แทนท่อนำคลื่น ภายในตัวสั่นพ้องจะเกิดปรากฏการณ์ การสั่นพ้อง (Resonance) หรือมีคลื่นนิ่ง (Standing Wave) ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้ากลับไปกลับมาเกิดขึ้น ซึ่งการสั่นพ้องนี้มีการสะสมพลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าไว้ส่วนหนึ่ง ทำให้มีความแตกต่างระหว่างความเข้มของสนามไฟฟ้าตกกระทบและสะท้อนออกก่อให้เกิดความถูกต้องแม่นยำในการวัดมากยิ่งขึ้น

นอกจากนี้ ถ้าเลือกตัวสั่นพ้องให้มีแบบของการสั่นพ้องที่เหมาะสมจะสามารถจัดปัญหาที่เกิดขึ้นจากขั้วสัมผัสได้

ตัวส่งโพรงทรงกระบอก

ตัวส่งโพรงเป็นอุปกรณ์ไมโครเวฟชนิดหนึ่งที่สำคัญหลักการของการส่งโพรง มีสมบัติพิเศษคือ สามารถเก็บกักพลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าจากไมโครเวฟได้ และเนื่องจากตัวส่งโพรงมีหลายชนิด ซึ่งแต่ละชนิดก็มีแบบ (Pattern) ของการส่งโพรงต่างกันออกไป ทำให้เกิดความหลากหลายในการใช้งานในหลายๆ ด้าน ในส่วนของงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้ตัวส่งโพรงทรงกระบอก (Cylindrical Resonator) ที่มีแบบ (Mode) การส่งโพรงแบบ TE_{101} (Transverse Electric Mode 101) มาใช้ในการวัดค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารตัวอย่างโดยวิธีไรซ์ซ์สัมผัสที่ความถี่ไมโครเวฟ (Collin, 1966 ; Montgomery, 1947) ซึ่งการส่งโพรงแบบ TE_{101} นี้มีสมมาตรของสนามไฟฟ้าที่หมุนเป็นวงกลมรอบแกนของตัวส่งโพรง หรือแกน Z ดังรูป 2.2



รูป 2.2 แสดงแบบของสนามไฟฟ้าของการส่งโพรงแบบ TE_{101} แสดงถึงการหมุนวนอย่างสมมาตรเป็นวงกลมของสนามไฟฟ้ารอบแกนของตัวส่งโพรง โดยมีแกน Z เป็นแกนของตัวส่งโพรง

จากการวิเคราะห์พบว่า กระแสไฟฟ้าที่ผิวในของตัวสั้นห้องจะเป็นวงดิ่งแสดงในรูป 2.2 กระแสไฟฟ้าจะไม่ข้ามจากผิวโค้งของทรงกระบอกมายังผิวแบนซึ่งปิดด้านล่างและบนของตัวสั้นห้องเลย ดังนั้นสำหรับการสั้นห้องแบบ TE_{101} นี้ ตัวสั้นห้องจึงไม่มีความจำเป็นต้องมีขั้วสัมผัสทางไฟฟ้าที่ค้ำระหว่างผิวโค้งและผิวแบนของตัวสั้นห้อง

ด้วยเหตุผลดังกล่าว จึงมีความจำเป็นอย่างมากที่ต้องใช้ตัวสั้นห้องทรงกระบอกที่มีแบบการสั้นห้องแบบ TE_{101} เป็นอุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารตัวอย่างที่เป็นแผ่นแบนแข็งโดยวิธีไร้ขั้วสัมผัสที่ความถี่ไมโครเวฟ

ทฤษฎีตัวสั้นห้องทรงกระบอกที่มีการสั้นห้องแบบ TE_{101}

การศึกษาทฤษฎีตัวสั้นห้องทรงกระบอกนั้น จำเป็นต้องอาศัยพื้นฐานของทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและทฤษฎีวงจรไฟฟ้ามาใช้วิเคราะห์การสั้นห้องแบบ TE_{101} ของตัวสั้นห้องทรงกระบอก ดังต่อไปนี้

เนื่องจากแบบการสั้นห้องแบบ TE มีสนามแม่เหล็กตามทิศทางของแกนของตัวสั้นห้องและมีสนามไฟฟ้าสั้นขวางแกนของตัวสั้นห้อง โดยที่ไม่มีสนามไฟฟ้าสั้นตามแกนของตัวสั้นห้องแต่อย่างใด จึงสามารถใช้สมการเฮล์มโฮลทซ์ (Helmholtz Equation) ของสนามแม่เหล็กที่แพร่ในทิศทางตามแกน z ของตัวสั้นห้องคำนวณหาสมการของสนามแม่เหล็ก H_z ได้ ซึ่งสมการเฮล์มโฮลทซ์สามารถเขียนได้ดังสมการ (2.4) (Jackson, 1990 ; Montgomery, 1947)

$$\nabla^2 H_z + k_0^2 H_z = 0 \quad \text{-----(2.4)}$$

โดยที่ $\nabla^2 = \nabla_1^2 + \nabla_z^2$

เมื่อ ∇_1^2 เป็นตัวดำเนินการลาปลาซเซียนของสนามแม่เหล็กในทิศทางตามขวาง

∇_z^2 เป็นตัวดำเนินการลาปลาซเซียนของสนามแม่เหล็กในทิศทางตามแกน z

ดังนั้นจากสมการ (2.4) สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$(\nabla_1^2 + \nabla_2^2)H_z + k_0^2 H_z = 0 \quad \text{-----}(2.5)$$

ซึ่งผลเฉลยทั่วไปของสมการ (2.5) คือ

$$H_z = h_z(x, y) \exp(\pm j\beta z) = h_z(\rho, \theta) \exp(\pm j\beta z) \quad \text{----}(2.6)$$

เมื่อแทนค่าผลเฉลยดังกล่าวลงในสมการ (2.5) จะได้

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = -\beta^2 H_z \quad \text{-----}(2.7)$$

$$\nabla_1^2 h_z + (k_0^2 - \beta^2) h_z = 0 \quad \text{-----}(2.8)$$

จากสมการ (2.8) สามารถเขียนในรูปของพิกัดทรงกระบอก (Cylindrical Coordinate) ได้เป็น

$$\frac{\partial^2 h_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial h_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 h_z}{\partial \theta^2} + k_c^2 h_z = 0 \quad \text{-----}(2.9)$$

เมื่อ $k_c^2 = k_0^2 - \beta^2$

การหาผลเฉลยของสมการ (2.9) สามารถทำได้โดยอาศัยหลักการแยกตัวแปร (Separation of Variables) ซึ่งกำหนดให้

$$h_z(\rho, \theta) = f(\rho)g(\theta) \quad \text{-----}(2.10)$$

เมื่อแทนผลเฉลยดังกล่าวลงไปนสมการ (2.9) จะได้

$$\frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{df}{d\rho} + \left(k_c^2 - \frac{m^2}{\rho^2}\right)f = 0 \quad \text{-----}(2.11)$$

และ

$$\frac{d^2 g}{d\theta^2} + m^2 g = 0 \quad \text{-----}(2.12)$$

ถ้าเลือกให้ $m = 0$ จะได้ผลเฉลยของสมการ (2.12) หรือค่า g เป็นค่าคงที่ ซึ่งจะได้ว่าสนามแม่เหล็ก H_z มีค่าไม่ขึ้นกับตัวแปร θ และผลเฉลยของสมการ (2.11) มีผลเฉลยเป็นฟังก์ชันเบสเซลดังสมการ

$$f(\rho) = J_0(k_c \rho) \quad \text{-----}(2.13)$$

$$H_z = J_0(k_c \rho) A_{\pm} \exp(\pm j\beta z)$$

หรือ

$$H_z = J_0(k_c \rho) [A^+ e^{-j\beta z} + A^- e^{j\beta z}] \quad \text{-----}(2.14)$$

เมื่อ A^+ , A^- เป็นค่าคงที่ใดๆ

จากเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) เมื่อ $H_z(z=0) = H_z(z=L) = 0$ ร่วมกับสมการ (2.14) จะได้ว่า $A^+ + A^- = 0$ และ $\sin(\beta L) = 0$ จะได้ว่า $\beta L = n\pi$

เมื่อให้ $n = 1$ จะได้ $\beta = \frac{\pi}{L}$ และเขียนสมการ (2.14) ใหม่ได้เป็น

$$H_z = A J_0(k_c \rho) \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad \text{-----}(2.15)$$

จากสมการ (2.15) ทำให้หาผลเฉลยของสมการสนามแม่เหล็กและสมการสนามไฟฟ้าในทิศทางอื่นๆ จากความสัมพันธ์

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{h} &= -j\beta \nabla_t h_z \\ \mathbf{e} &= -\omega_0 \frac{\mu}{\beta} \mathbf{z} \times \mathbf{h} \end{aligned} \right\} \quad \text{-----}(2.16)$$

และ

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}_z &= \pm \mathbf{h} \exp(\mp j\beta z) \\ \mathbf{E}_z &= \mathbf{e} \exp(\mp j\beta z) \end{aligned} \right\} \text{-----(2.17)}$$

จะได้

$$H_\rho = j\beta J_1(k_c \rho) \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) \text{-----(2.18)}$$

$$E_\theta = \frac{-\omega_0 \mu_0}{k_c} jA J_1(k_c \rho) \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \text{-----(2.19)}$$

เมื่อกำหนดให้ $\ell = 1$ และจากเงื่อนไขขอบเขต $E_\theta(\rho=a) = 0$ จะได้ว่า $J_1(k_c a) = 0$ พบว่าศูนย์ของฟังก์ชันเบสเซลหรือ $k_c a$ มีค่าหลายค่า คือ $0, 3.83, \dots$ ซึ่งที่ $\ell = 1$ ค่า $k_c a$ มีค่า 3.83 หรือ $k_c = 3.83/a$ และเรียกการสั่นพ้อง $TE_{\ell mn}$ ที่มีเงื่อนไขลักษณะนี้เป็น TE_{101}

จากเงื่อนไข $k_c^2 = k_0^2 - \beta^2$ เมื่อแทนค่า k_c และ β ที่ได้ข้างต้นจะได้

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \left[\left(\frac{3.83}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \right]^{1/2} \text{-----(2.20)}$$

เมื่อ c คือ อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ

ซึ่งสมการ (2.20) เป็นสมการคำนวณค่าความถี่สั้นห้องของตัวสั้นห้องทรงกระบอกที่มีรัศมี a และมีความยาวเป็น L

จากสมการ (2.15) (2.18) และ (2.19) เมื่อแทนค่าคงที่ต่างๆ ลงไปทำให้สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$H_z = AJ_0\left(\frac{3.83\rho}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \text{-----}(2.21)$$

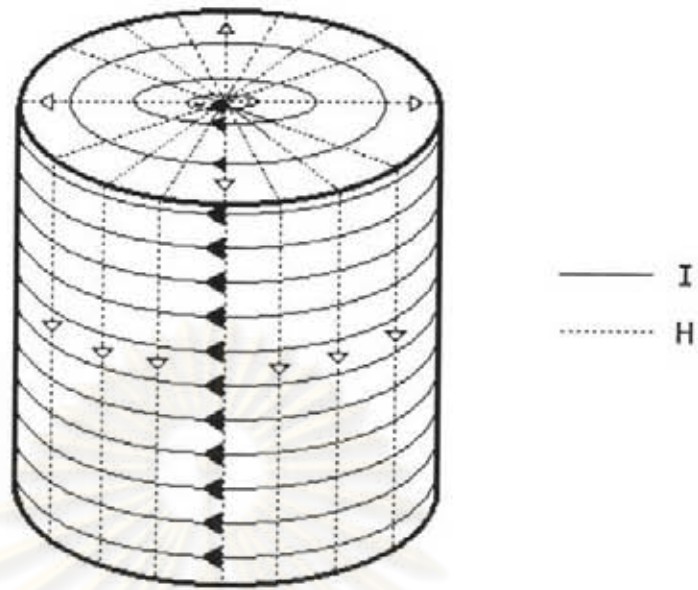
$$H_\rho = \frac{-j\pi a A}{3.83L} J_1\left(\frac{3.83\rho}{a}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) \text{-----}(2.22)$$

$$E_\theta = \frac{-j\omega_0\mu_0 a A}{3.83} J_1\left(\frac{3.83\rho}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \text{-----}(2.23)$$

และ $H_\theta = E_\rho = E_z = 0$

จากสมการ (2.21) (2.22) และ (2.23) สามารถวาดแบบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดังรูป 2.3

ศูนย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูป 2.3 แสดงสนามแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าที่ผิวในของตัวสั้นพ้องเมื่อภายในมีการสั้นพ้องแบบ TE_{101}

เมื่อพิจารณาสนามไฟฟ้า E_0 และสนามแม่เหล็ก H_ρ ภายในตัวสั้นพ้อง พบว่าจะมีลักษณะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต กล่าวคือเป็นศูนย์ที่ผิวโค้งของทรงกระบอก ($\rho = a$) ดังรูป 2.4



รูป 2.4 แสดงสนามไฟฟ้าภายในตัวสั้นพ้อง

จากรูปพบว่า การใช้ตัวสั้นทองทรงกระบอกที่มีการสั้นพ้องแบบ TE_{101} ในการวัดค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารตัวอย่างนั้นมีความเหมาะสมอย่างยิ่ง เพราะเมื่อเปิดฝาบนและล่างของตัวสั้นพ้องด้วยแผ่นสารตัวอย่างแบน จะพบว่าบริเวณที่เป็นรอยต่อของสารตัวอย่างกับตัวสั้นพ้องจะไม่เกิดผลของข้อสัมผัสแต่อย่างใด เนื่องจากสนามไฟฟ้าบริเวณนั้นมีค่าเป็นศูนย์นั่นเอง

ตัวประกอบเชิงคุณภาพ หรือค่า Q ของตัวสั้นพ้อง เป็นค่าที่สำคัญที่ใช้หาค่าสภาพนำไฟฟ้าด้วยวิธีไร้วัดสัมผัสที่ความถี่ไมโครเวฟ ซึ่งค่า Q นี้ นิยามได้จาก (Reitz, Milford, Christy, 1992 ; Collin, 1966) ดังนี้ คือ

$$Q = \frac{\omega_0 W}{P_1} \text{-----(2.24)}$$

เมื่อ ω_0 คือ ความถี่สั้นพ้องเชิงมุมมีค่าเป็น $2\pi f_0$ โดยที่ f_0 คือ ความถี่สั้นพ้อง

W คือ พลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าสะสมรวมทั้งระบบ

P_1 คือ อัตราพลังงานสูญเสียรวมของระบบ

เมื่อพิจารณาจากนิยามดังกล่าวพบว่าค่า Q เป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรสองตัว คือ ค่าพลังงานของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่สะสมอยู่ภายในตัวสั้นพ้องนั้นกับค่าพลังงานสูญเสียที่เกิดขึ้น โดยจะเกิดขึ้นกับผนังของตัวสั้นพ้องในทุกๆ ด้าน ซึ่งค่าพลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าที่สะสมโดยเฉลี่ยในตัวสั้นพ้องสามารถคำนวณได้จาก

$$W = W_e + W_m \quad \text{-----} (2.25)$$

เมื่อ W_e คือ พลังงานสนามไฟฟ้าที่สะสมเฉลี่ยภายในตัวสั้นพ้อง

W_m คือ พลังงานสนามแม่เหล็กที่สะสมเฉลี่ยภายในตัวสั้นพ้อง

เนื่องจาก $W_e = W_m$ ดังนั้น $W = 2W_e = 2W_m$ และจากนิยามของพลังงานสนามไฟฟ้าจะได้

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* dV \quad \text{-----} (2.26)$$

เมื่อ \mathbf{E} คือ สนามไฟฟ้า

\mathbf{E}^* คือ สังกะยเชิงซ้อนของสนามไฟฟ้า

ϵ_0 คือ ค่าสภาพยอมของสุญญากาศ

นำสมการ (2.23) แทนลงในสมการ (2.26) จะได้

$$W = \frac{\epsilon_0 \omega^2 \mu_0^2 (3.83)^2 A^2}{2} \int_0^L dz \sin^2 \frac{\pi z}{L} \int_0^a J_1^2 \left(\frac{3.83 \rho}{a} \right) \rho d\rho \cdot 2\pi$$

เมื่อแทนอินทิกรัลจากสมการ

$$\int_0^a J_1^2\left(\frac{3.83\rho}{a}\right)\rho d\rho = \frac{1}{2}a^2 J_0^2(3.83) \text{-----}(2.27)$$

จะได้

$$W = \frac{\epsilon_0 \omega^2 \mu_0^2 L a^4 J_0^2(3.83) \pi A^2}{4(3.83)^2} \text{-----}(2.28)$$

พิจารณาพลังงานสูญเสียในรูปของพลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบนผิวของตัวสั้นพ้อง ซึ่งผิวของตัวสั้นพ้องมีสองลักษณะ คือผิวด้านโค้งของตัวสั้นพ้อง และผิวเรียบที่เป็นผิวด้านบน และผิวด้านล่างของตัวสั้นพ้อง ดังนั้นค่าพลังงานที่สูญเสียรวมดังกล่าวสามารถหาได้จาก

$$P_l = P_{lr} + P_{lt} \text{-----}(2.29)$$

เมื่อ P_{lr} คือ พลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าที่สูญเสียบริเวณผิวโค้งของตัวสั้นพ้อง

P_{lt} คือ พลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าที่สูญเสียบริเวณผิวด้านบนและผิวด้านล่างของตัวสั้นพ้อง

พลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าที่สูญเสียบริเวณผิวโค้งของตัวสั้นพ้องคำนวณจากสมการ

$$P_v = \frac{1}{2} R_r \int \mathbf{H}_r \cdot \mathbf{H}_r^* ds \quad \text{-----}(2.30)$$

เมื่อ \mathbf{H}_r คือ สนามแม่เหล็กในแนวแกนที่ผิวในของตัวสั้นพ้อง

\mathbf{H}_r^* คือ สังยุคเชิงซ้อนของสนามแม่เหล็ก

R_r คือ ค่าความต้านทานผิว (Surface Resistance) ซึ่งหาได้จาก

$$R_r = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_0 \mu_0}{2\sigma_r(\omega)}} F(\omega_0, \tau_r) \quad \text{-----}(2.31)$$

เมื่อ $\sigma_r(\omega)$ คือ ค่าสภาพนำไฟฟ้ากระแสตรง (D.C. Conductivity) ของโลหะที่นำมาสร้างเป็นผิวโค้งของตัวสั้นพ้อง ในทางปฏิบัติจะสร้างขึ้นจากโลหะทองเหลืองเพราะนำไฟฟ้าได้ดี ราคาถูก และนำไปขึ้นรูปได้ง่ายโดยการกลึง

$F(\omega, \tau_r)$ คือ ฟังก์ชันเอฟ (Collin, 1966)

τ_r คือ เวลาม่อนคลายของอิเล็กตรอนในโลหะที่เป็นตัวสั้นพ้อง

จากสมการ (2.21) กับสมการ (2.30) จะได้

$$P_v = \frac{1}{2} R_r \int_0^l dz \sin^2 \frac{\pi z}{L} A^2 J_0^2(3.83) 2\pi a \quad \text{-----} (2.32)$$

อาศัยสมการ (2.27) จะได้

$$P_{it} = \frac{1}{2} R_t A^2 \pi a L J_0^2(3.83) \text{ -----(2.33)}$$

ในทำนองเดียวกัน พลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าที่สูญเสียบนผิวบนและผิวล่างของตัวสั้นพ้องสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$P_{it} = 2 \frac{1}{2} R_t \int \mathbf{H}_p \cdot \mathbf{H}_p^* ds \text{ -----(3.34)}$$

เมื่อแทนค่าสนามแม่เหล็กจากสมการ (2.22) และสมการ (2.27) จะได้

$$P_{it} = \frac{R_t \pi^2 a^2 A^2}{3.83^2 L^2} \int_0^L J_1^2\left(\frac{3.83\rho}{a}\right) \rho d\rho 2\pi \text{ -----(2.35)}$$

$$P_{it} = \frac{R_t \pi^3 a^4 A^2 J_0^2(3.83)}{L^2 3.83^2} \text{ -----(2.36)}$$

เมื่อ R_t คือ ค่าความต้านทานผิวของผิวบนและผิวล่างของตัวสั้นพ้อง โดยสามารถคำนวณจาก

$$R_t = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \omega_0}{2\sigma_t(\omega)}} F(\omega_0, \tau_t) \text{ -----(2.37)}$$

จากสมการของค่า Q ในสมการ (2.24) และอาศัยสมการ (2.28) (2.33) และ(2.36) สามารถหาค่า Q ได้จากสมการ

$$Q = \frac{\omega_0 W}{P_i} = \frac{\omega_0 W}{P_{lr} + P_{li}} \quad \text{-----(2.38)}$$

หรือ

$$Q = \frac{\epsilon_0 \omega_0^3 \mu_0^2 D^3}{16(3.83)^2 \left[R_r + R_i \left(\frac{\pi}{2(3.83)} \right)^2 \left(\frac{D}{L} \right)^3 \right]} \quad \text{--(2.39)}$$

เมื่อ ω_0 คือ ค่าความถี่คลื่นโพรงเชิงมุมมีค่าเท่ากับ $2\pi f_0$

f_0 คือ ค่าความถี่คลื่นโพรง

ϵ_0 คือ ค่าสภาพยอมของสุญญากาศ (Permittivity of free space)

μ_0 คือ ค่าสภาพซึมซาบได้ของสุญญากาศ (Permeability of free space)

R_r คือ ค่าความต้านทานของผิวโค้งของตัวคลื่นโพรง

R_i คือ ค่าความต้านทานของผิวเรียบของตัวคลื่นโพรง

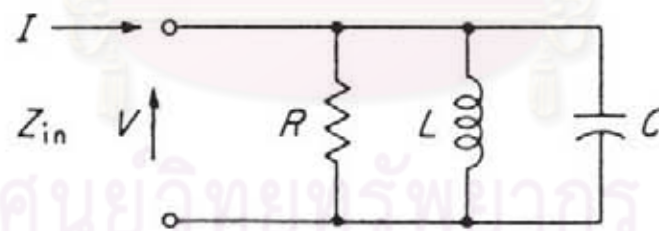
D คือ ค่าเส้นผ่าศูนย์กลางกลางของตัวคลื่นโพรงทรงกระบอก

L คือ ค่าความยาวของตัวคลื่นโพรงตามแนวแกนของตัวคลื่นโพรง

การวิเคราะห์ค่า Q ของตัวสั่นพ้องโดยอาศัยทฤษฎีของวงจรสั่นพ้อง

จากการใช้ทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าทำให้ได้สมการสำหรับคำนวณหาค่า Q ของตัวสั่นพ้องทรงกระบอกที่ขึ้นกับค่ามิติของตัวสั่นพ้องและค่าความต้านทานผิวของวัสดุที่นำมาใช้ทำตัวสั่นพ้อง แต่การใช้ทฤษฎีวงจรสั่นพ้องก็เป็นอีกแนวทางหนึ่งที่ประยุกต์หลักการของทฤษฎีวงจรไฟฟ้า เพื่อนำไปสู่แนวทางในการจัดการทดลองและคำนวณค่า Q ของตัวสั่นพ้อง โดยการศึกษาผ่านวงจรสมมูล (Equivalent Circuit) ซึ่งอาศัยหลักการของทฤษฎีวงจรไฟฟ้า (Jackson, 1990 ; Reitz, Milford, Christy, 1992)

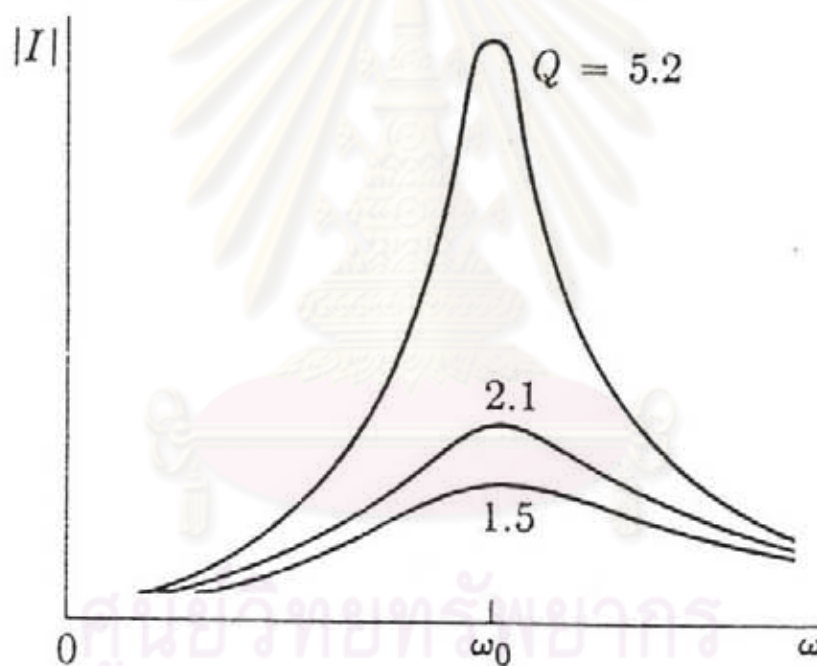
ทฤษฎีวงจรไฟฟ้าระบุว่า วงจรสมมูลของตัวสั่นพ้องเป็นการต่อวงจรแบบขนานที่ประกอบด้วยตัวต้านทานไฟฟ้า ตัวเก็บประจุ และขดลวดเหนี่ยวนำ ดังรูป 2.5



รูป 2.5 แสดงวงจรสมมูลของตัวสั่นพ้อง

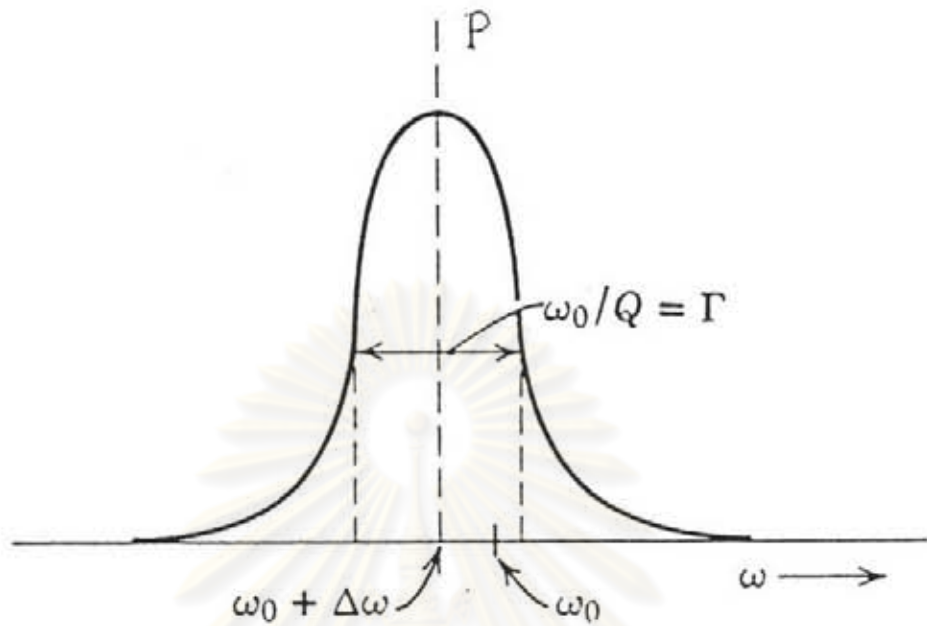
จากรูปให้ G แทนส่วนกลับของความต้านทานหรือความนำไฟฟ้า L แทนขดลวดเหนี่ยวนำ C คือ ตัวเก็บประจุ และ V คือ ความต่างศักย์ตกคร่อมในวงจรดังกล่าว

ทฤษฎีกล่าวว่าวงจรสมมูลนี้มีสมบัติในการเลือกความถี่ (Frequency Selectivity) ซึ่งสามารถเก็บกักพลังงานไฟฟ้าที่ความถี่สั้นพ้องค่าหนึ่งได้ สมบัตินี้สมมูลจะกับสมบัติของตัวสั้นพ้อง ดังนั้นจึงประยุกต์ใช้วงจรสมมูลนี้เพื่อวิเคราะห์ค่า Q ได้ และจากการศึกษาพบว่ากราฟระหว่างกระแสไฟฟ้าในวงจรกับความถี่ต่างๆ มีลักษณะดังรูป 2.6



รูป 2.6 แสดงกราฟระหว่างกระแสในวงจรสั้นพ้องกับความถี่

พบว่าความแหลม (Sharp) ของกราฟมีความสัมพันธ์กับค่า Q ของวงจร คือ เมื่อค่า Q มีค่าสูงกราฟจะมีความแหลม



รูป 2.7 แสดงกราฟระหว่างกำลังไฟฟ้าในวงจรสั่นพ้องกับความถี่

เมื่อพิจารณากราฟระหว่างกำลังไฟฟ้ากับความถี่ในรูป 2.7 พบว่า เราสามารถวัดค่า Q ได้โดยอาศัยหลักค่าความถี่ครึ่งกำลัง (Half-Power Frequencies) ซึ่งเป็นค่าผลต่างของความถี่เมื่อกำลังไฟฟ้าในวงจรเป็นครึ่งหนึ่งของกำลังไฟฟ้าสูงสุด โดยที่กำลังไฟฟ้าในวงจรจะมีค่าสูงสุดที่ความถี่สั่นพ้อง ω_0 (Jackson, 1990) จากผลต่างของค่าความถี่ครึ่งกำลังทั้งสองค่าจะสามารถคำนวณค่า Q ได้จาก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{\Gamma} \text{ -----(2.40)}$$

ทางทฤษฎีพบว่า ถ้าสามารถทำการทดลองเพื่อให้ได้กราฟระหว่างกำลังไฟฟ้าในวงจรกับความถี่ก็สามารถใช้หลักการของความถี่ครึ่งกำลังคำนวณค่า Q ออกมาได้ จากสมการ (2.40) แต่

ในทางปฏิบัติ พบว่ามีอุปสรรคอย่างมากในการจัดการทดลองเพื่อวัดและคำนวณค่า Q โดยวิธีความถี่ครึ่งกำลัง ซึ่งอุปสรรคที่สำคัญก็คือค่าผลต่างของความถี่ครึ่งกำลังที่ได้จากกราฟมีค่าน้อยมากเมื่อวงจรมีความถี่สูงในระดับความถี่ไมโครเวฟ

จากเหตุผลข้างต้นนี้จึงจำเป็นต้องคิดแปลงทฤษฎีของตัวสั้นพ้อง และวงจรสั้นพ้องให้เหมาะสมเพื่อประโยชน์ในการออกแบบการทดลอง โดยเริ่มต้นจากการคำนวณค่าความนำเชิงซ้อน (Admittance) ของวงจรสมมูลในรูป 2.5 โดยใช้สมการ

$$Y = G + jB \quad \text{-----}(2.41)$$

เมื่อ Y คือ ค่าความนำเชิงซ้อนของวงจรสั้นพ้อง

G คือ ส่วนจริงของค่าความนำเชิงซ้อนของวงจรสั้นพ้อง

B คือ ส่วนจินตภาพของค่าความนำเชิงซ้อนของวงจรสั้นพ้อง

$$j = \sqrt{-1}$$

โดย B สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$B = B_L + B_C \quad \text{-----}(2.42)$$

เมื่อ B_L คือ ขนาดความนำของขดลวดเหนี่ยวนำ มีค่าเท่ากับ $\frac{-1}{\omega L}$

B_C คือ ขนาดความนำของตัวเก็บประจุ มีค่าเท่ากับ ωC

ซึ่งสามารถเขียนสมการ (2.42) ได้ใหม่เป็น

$$B = \omega C - \frac{1}{\omega L} \quad \text{-----}(2.43)$$

และจะได้ว่า

$$Y = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad \text{-----}(2.44)$$

เมื่อ ω คือ ความถี่เชิงมุม

ในการออกแบบการทดลอง เราสามารถเลือกความถี่ของสัญญาณไฟฟ้าให้มีการเปลี่ยนแปลงไปจากความถี่สั่นพ้องเชิงมุมเล็กน้อย $\Delta\omega$ เมื่อความถี่สั่นพ้องเชิงมุมเป็น ω_0 จะได้ว่าความถี่ที่เปลี่ยนไปมีค่าเป็น

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \quad \text{-----}(2.45)$$

เมื่อแทนค่าในสมการ (2.43) จะได้

$$B = (\omega_0 + \Delta\omega)C - \frac{1}{(\omega_0 + \Delta\omega)L}$$

$$B = \left(\omega_0 C + \Delta\omega C - \frac{1}{\omega_0 \mathcal{L} \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)} \right) \text{-----(2.46)}$$

โดยอาศัยการกระจายของอนุกรมกำลัง

$$\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^{-1} \cong 1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0} + \dots \text{-----(2.47)}$$

และความสัมพันธ์

$$\omega_0^2 = \frac{1}{\mathcal{L}C} \text{-----(2.48)}$$

ซึ่งเป็นเงื่อนไขของวงจรสั้นพ้อง เมื่อแทนค่าสมการ (2.47) และ (2.48) ลงในสมการ (2.46) จะได้

$$B = \frac{\Delta\omega}{\frac{1}{2}\omega_0^2 \mathcal{L}} \text{-----(2.49)}$$

และ

$$Y = G + \frac{j\Delta\omega}{\frac{1}{2}\omega_0^2 \mathcal{L}} \text{-----(2.50)}$$

ในส่วนของการหาค่าความนำเชิงซ้อนส่วนจริง G จะอาศัยนิยามของพลังงานไฟฟ้าของวงจรสมมูล ดังนี้

$$W_e = \frac{1}{4} V \cdot V^* C \quad \text{-----(2.51)}$$

เมื่อ C คือ ค่าความจุของตัวเก็บประจุ

V คือ ค่าความต่างศักย์คกคร่อมวงจรสมมูล

V^* คือ สัมยุคเชิงซ้อนของ V

และจากนิยามของพลังงานแม่เหล็กในวงจรสมมูล

$$W_m = \frac{1}{4} \angle I_L I_L^* \quad \text{-----(2.52)}$$

เมื่อ I_L คือ ค่ากระแสไฟฟ้าในขดลวดเหนี่ยวนำ

I_L^* คือ สัมยุคเชิงซ้อนของ I_L

\angle คือ ค่าความนำ

จากสมการ (2.25) และการประมาณว่า $W_e = W_m$ จะได้พลังงานรวมในวงจรสมมูลมีค่าเป็น

$$W = W_c + W_c = 2W_c = \frac{1}{2}VV^*C \quad \text{-----}(2.53)$$

ตามทฤษฎีของวงจรสั้นพ้อง พลังงานไฟฟ้าที่สูญเสียออกจากวงจรจะสูญเสียออกมาในรูปของพลังงานความร้อน (Joule Heat Loss) ที่เกิดขึ้นในตัวต้านทาน ซึ่งคำนวณพลังงานสูญเสียจากวงจรได้จากสมการ

$$P_1 = \frac{1}{2}GVV^* \quad \text{-----}(2.54)$$

จากสมการ (2.24) (2.53) และ (2.54) จะได้สมการเพื่อหาค่า Q ของวงจรสั้นพ้องเป็น

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} \quad \text{-----}(2.55)$$

และเมื่อนำเอาสมการ (2.48) แทนค่าลงในสมการ (2.55) จะได้

$$Q = \frac{1}{\omega_0 \mathcal{L}G} \quad \text{-----}(2.56)$$

จากค่า G ของสมการ (2.56) แทนค่าลงในสมการ (2.50) จะได้สมการความนำเชิงซ้อนของตัวสั้นพ้องเป็น

$$Y = \frac{1}{\omega_0 \mathcal{L}Q} + \frac{j(\omega - \omega_0)}{\frac{1}{2}\omega_0^2 \mathcal{L}} \quad \text{-----}(2.57)$$

จากทฤษฎีสายส่ง (Transmission Line) กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection Coefficient) ด้วยสมการ (Collin, 1966)

$$\Gamma = \frac{E^-}{E^+} = |\Gamma|e^{j\theta} = \rho e^{j\theta} \quad \text{-----(2.58)}$$

เมื่อ Γ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน

ρ คือ ค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์การสะท้อน

θ คือ มุมเฟส (Phase Angle)

E^- คือ ความเข้มสนามไฟฟ้าที่สะท้อนออกจากตัวสั้นห้อง

E^+ คือ ความเข้มสนามไฟฟ้าที่ตกกระทบกับตัวสั้นห้อง

จึงสามารถแทนตัวสั้นห้องด้วยวงจรขนาน R-L-C เมื่อสัมประสิทธิ์การสะท้อน คืออัตราส่วนระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้าที่สะท้อนออกจากตัวสั้นห้องกับความเข้มสนามไฟฟ้าที่ตกกระทบกับตัวสั้นห้อง และความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกับค่าความนำเชิงซ้อนมีลักษณะดังสมการ

$$Y = \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma} = \frac{1 - \rho e^{j\theta}}{1 + \rho e^{j\theta}} \quad \text{-----(2.59)}$$

จากการจัดรูปสมการ (2.59) และ สมการ (2.57) จะได้

$$|\Gamma|^2 = \rho^2 = \frac{\alpha_1^2 + (\Delta\omega)^2}{\alpha_2^2 + (\Delta\omega)^2} \text{-----(2.60)}$$

โดยที่ $\alpha_1^2 = \left[\frac{1}{2} \omega_0^2 Q \left(1 - \frac{1}{\omega_0^2 Q} \right) \right]^2 \text{-----(2.61)}$

และ $\alpha_2^2 = \left[\frac{1}{2} \omega_0^2 Q \left(1 + \frac{1}{\omega_0^2 Q} \right) \right]^2 \text{-----(2.62)}$

เมื่อจัดสมการ (2.60) ใหม่จะได้

$$(\omega - \omega_0)^2 = (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) \left(\frac{1}{\rho^2 - 1} \right) - \alpha_2^2 \text{--(2.63)}$$

ซึ่งสมการนี้เป็นสมการเส้นตรง โดยที่ $\left(\frac{1}{\rho^2 - 1} \right)$ เป็นตัวแปรต้น $(\omega - \omega_0)^2$ เป็นตัวแปรตาม ความชันของสมการมีค่าเป็น $(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)$ และตัดแกนตัวแปรตามที่ค่า $-\alpha_2^2$

จากความสัมพันธ์ดังกล่าวพบว่าในกลุ่มของตัวแปรต้นมีค่าขึ้นกับตัวแปร ω และกลุ่มของตัวแปรตามมีค่าขึ้นอยู่กับตัวแปร ρ และตัวแปรที่ไม่ทราบค่าอีกหนึ่งค่าคือ ω_0 ทำให้สมการ (2.59) เป็นสมการเส้นตรงที่มีตัวแปรทั้งสิ้นสามค่า

ตัวแปร ω หรือความถี่เชิงมุมนั้นสามารถคำนวณได้จาก

$$\omega = 2\pi f \text{-----(2.64)}$$

ซึ่งการวัดความถี่ f จากการทดลองนั้นสามารถวัดได้จากอุปกรณ์ผ่านไมโครเวฟชนิดหนึ่งซึ่งเรียกว่า *เวฟมิเตอร์ (Wave Meter)* ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดอีกครั้งในเรื่องการจัดการทดลอง

ส่วนค่า ρ นั้นไม่สามารถวัดได้โดยตรงจากการทดลอง แต่สามารถวัดค่า dB หรืออัตราลดได้ โดยวัดได้จากอุปกรณ์ผ่านไมโครเวฟที่เรียกว่า *ตัวลด (Attenuator)* ซึ่งตัวลดนี้จะให้ค่าความสัมพันธ์ระหว่าง dB กับสนามไฟฟ้าเป็น

$$\text{dB} = 20 \log \left(\frac{E_2}{E_1} \right) \text{-----}(2.65)$$

เมื่อ E_1 คือ ความเข้มของสนามไฟฟ้าก่อนผ่านตัวลด

E_2 คือ ความเข้มของสนามไฟฟ้าหลังผ่านตัวลด

และถ้ากำหนดให้ $\frac{E_2}{E_1} = \frac{E^-}{E^+}$ จากสมการ (2.58) และ (2.65) จะทำให้หาค่า ρ ได้เป็น

$$\rho = \frac{1}{10 \left(\frac{\text{dB}}{20} \right)} \text{-----}(2.66)$$

จากการพิจารณาสมการ (2.63) พบว่า ตัวแปรต้นและตัวแปรตามในสมการนี้มีค่าขึ้นกับตัวแปร (ω , ρ) และมีความสัมพันธ์กับตัวแปร (f , dB) ซึ่งเกี่ยวข้องกับเครื่องมือที่จะใช้ในการวัดปริมาณทั้งสองดังกล่าว ทำให้สรุปได้ว่าการจัดการทดลองเพื่อหาค่า Q ของตัวสั่นพ้องนั้นเป็นการจัดการทดลองเพื่อวัดชุดของข้อมูลที่ประกอบด้วยตัวแปร (f , dB) หลากๆ ชุด แล้วใช้สมการ (2.63) เป็นพื้นฐานในการคำนวณหาค่า Q ของตัวสั่นพ้อง ซึ่งรายละเอียดจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

เมื่อพิจารณาสมการ (2.63) แล้วพบว่าสมการนี้ยังมีตัวแปรที่สำคัญอีกค่าหนึ่งที่ยังไม่ทราบค่านั้นคือค่าความถี่สั้นพ้องเชิงมุมหรือ ω_0 ซึ่งในทางปฏิบัติก็ไม่สามารถคำนวณหรือวัดค่าความถี่สั้นพ้องเชิงมุมนี้ได้โดยตรงด้วยเช่นกัน แต่จากการศึกษาสมการ (2.63) พบว่าสมการดังกล่าวเป็นสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรไม่ทราบค่าสามตัวแปร และเราสามารถทำการทดลองวัดชุดของตัวแปร (ω, ρ) โดยผ่านตัวแปร (f, dB) ได้ ดังนั้นถ้าเรามีชุดของตัวแปรดังกล่าวสามชุดรวมกับสมการ (2.63) ก็ทำให้สามารถหาค่าโดยประมาณของความถี่สั้นพ้องเชิงมุมจากการแก้สมการ (2.63) ออกมาได้

การหาค่าโดยประมาณของความถี่สั้นพ้องเชิงมุมทำได้โดยสมมติว่า ถ้าเราวัดค่าตัวแปร (ω, ρ) ได้สามชุดดังนี้ (ω_i, ρ_i) , (ω_j, ρ_j) และ (ω_k, ρ_k) เมื่อแทนค่าตัวแปรแต่ละชุดลงไปในสมการ (2.63) จะได้สมการเชิงเส้นสามสมการซึ่งทุกสมการจะติดค่าตัวแปร ω_0 ทั้งหมด จึงอาศัยวิธีการแก้สมการเชิงเส้นหาค่าของความถี่สั้นพ้องเชิงมุม ω_0 ออกมาได้เป็น

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{\omega_i^2 \left[(\rho_j^2 - 1)^{-1} - (\rho_k^2 - 1)^{-1} \right] + \omega_j^2 \left[(\rho_k^2 - 1)^{-1} - (\rho_i^2 - 1)^{-1} \right] + \omega_k^2 \left[(\rho_i^2 - 1)^{-1} - (\rho_j^2 - 1)^{-1} \right]}{\omega_i \left[(\rho_j^2 - 1)^{-1} - (\rho_k^2 - 1)^{-1} \right] + \omega_j \left[(\rho_k^2 - 1)^{-1} - (\rho_i^2 - 1)^{-1} \right] + \omega_k \left[(\rho_i^2 - 1)^{-1} - (\rho_j^2 - 1)^{-1} \right]} \right] \quad (2.67)$$

ดังนั้นในการทดลองจึงต้องวัดตัวแปรชุด (ω, ρ) ผ่านจากตัวแปร (f, dB) อย่างน้อยสามชุด เพื่อนำมาใช้ในการคำนวณค่าโดยประมาณของ ω_0 หรือความถี่สั้นพ้องเชิงมุมนั่นเอง

ในกรณี $\frac{1}{\omega_0 Q} < 1$ ซึ่งเรียกว่าโอเวอร์คัปปลิง (Over-Coupling) สมการ (2.61) และ (2.62) อาจแสดงได้ว่า

$$Q = \frac{\omega_0}{\alpha_2 - \alpha_1} \text{-----(2.68)}$$

และ

$$\xi = \frac{1}{\omega_0 L} = \frac{\omega_0}{\alpha_1 + \alpha_2} \text{-----(2.69)}$$

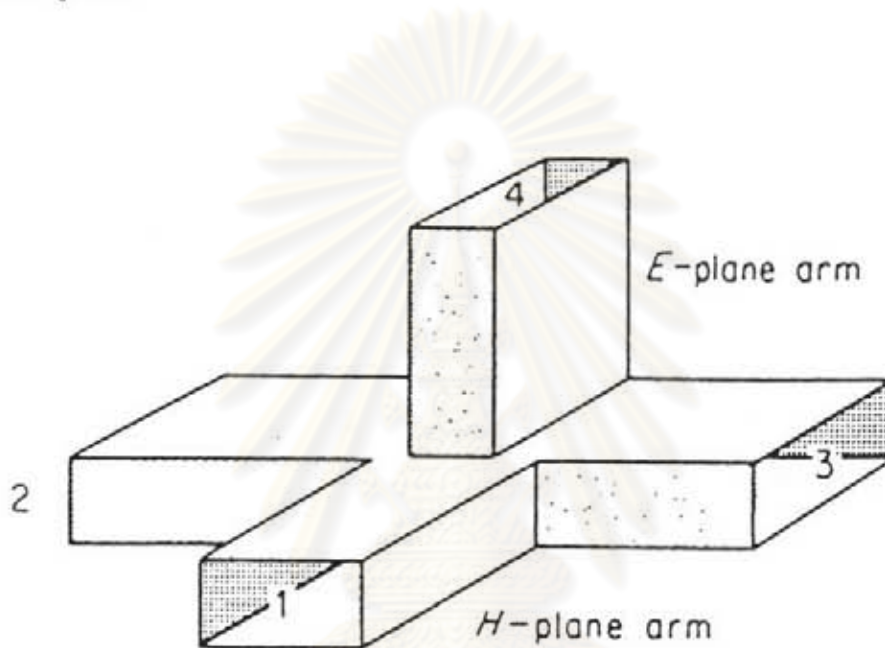
เมื่อ ξ คือ ค่าคงที่การคัปปลิง (Coupling Constant) ซึ่งตามทฤษฎีแล้วค่านี้ จะมีค่าคงที่เฉพาะตัวสั้นพ้องที่เจาะช่องคู่ความแบนหนึ่ง

ในกรณีอันเตอร์คัปปลิงอาจแสดงได้ว่าปริมาณทางขวาของสมการ (2.68) และ (2.69) คือ ξ และ Q ตามลำดับ ซึ่งกลับกับกรณีข้างบน

จากที่กล่าวมาข้างต้นทั้งหมดแล้วนั้นเป็นการแสดงถึงการดัดแปลงทฤษฎีต่างๆ เพื่อหาค่าที่เกี่ยวข้องของตัวสั้นพ้อง นำไปสู่การออกแบบสร้างการทดลองอย่างคร่าวๆ ซึ่งได้เป็นสมการที่มีประโยชน์ในการคำนวณหาค่า Q ของตัวสั้นพ้อง จากผลการทดลองที่เป็นชุดของตัวแปร (f, dB) ส่วนในหัวข้อถัดไปจะกล่าวถึงการดัดแปลงอุปกรณ์ผ่านไมโครเวฟ สร้างเป็นชุดทดลองเพื่อทำการทดลองวัดค่า Q โดยอาศัยพื้นฐานทางทฤษฎีตามที่ได้กล่าวมาแล้วทั้งหมด และอาศัยประโยชน์จากอุปกรณ์ผ่านไมโครเวฟที่สำคัญๆ มาดัดแปลง ดังจะกล่าวโดยละเอียดในบทต่อไป

การจัดการทดลองเพื่อวัดค่า Q ของตัวสั้นพ้อง

การจัดการทดลองเพื่อวัดค่า Q ของตัวสั้นพ้องนั้น มีอุปกรณ์ผ่านไมโครเวฟที่สำคัญอยู่หลายชนิด แมจิกที (Magic T) ก็เป็นอุปกรณ์ผ่านไมโครเวฟที่สำคัญชนิดหนึ่งที่สร้างเป็นพอร์ต 4 พอร์ตดังรูป 2.8

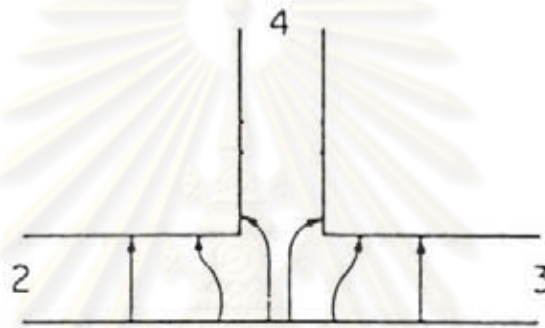


รูป 2.8 แสดงแมจิกทีและพอร์ตทั้ง 4

การทำงานของแมจิกทีอาศัยหลักของความสมมาตรของแอมพลิจูดและมุมเฟสของสัญญาณไมโครเวฟ เมื่อสัญญาณไมโครเวฟจากท่อนำคลื่นที่มีการนำสัญญาณแบบ TE_{10} (Collin, 1966) ผ่านเข้าสู่พอร์ต 1 จะเกิดการกัปปลิงสัญญาณที่มีแอมพลิจูดและเฟสเดียวกันออกสู่พอร์ต 2 และพอร์ต 3 แต่ไม่มีสัญญาณออกที่พอร์ต 4 แต่เมื่อมีสัญญาณเข้าที่พอร์ต 2 และพอร์ต 3 มีมุมเฟสและแอมพลิจูดเท่ากันจะมีสัญญาณออกที่พอร์ต 1 แต่ไม่ออกที่พอร์ต 4 ในทางตรงกันข้าม ถ้าสัญญาณที่เข้าสู่พอร์ต 2 และ 3 มีแอมพลิจูดและมุมเฟสต่างกันจะมีสัญญาณออกที่พอร์ต 4 ซึ่งลักษณะดังกล่าวอธิบายได้โดยเมตริกซ์การกระเจิง (Scattering Matrix) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ V_3^- \\ V_4^- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ V_3^+ \\ V_4^+ \end{bmatrix} \quad \text{-----(2.70)}$$

และแสดงสมมาตรของสัญญาณด้วยรูป 2.9 ดังนี้



รูป 2.9 แสดงสมมาตรของสนามไฟฟ้าไมโครเวฟในพอร์ต 2, 3 และ 4 ของแมจิกที

ในการวัดค่า Q ของตัวสั้นห้องจะต้องทำการจัดให้เครื่องกำเนิดสัญญาณไมโครเวฟส่งสัญญาณไมโครเวฟแบบ TE_{10} เข้าที่พอร์ต 1 เพื่อให้เกิดการคับปลิงสัญญาณออกสู่พอร์ต 2 และ 3 โดยจะต่อพอร์ต 2 กับท่อนำคลื่นแล้วต่อกับตัวสั้นห้อง ส่วนพอร์ต 3 จะถูกต่อด้วยตัวลดสัญญาณไมโครเวฟและปลันเจอร์ (Plunger) ซึ่งเป็นท่อนำคลื่นที่ปลายเป็นแผ่นสะท้อนสัญญาณซึ่งเคลื่อนที่ได้เพื่อทำหน้าที่เปลี่ยนเฟสของสัญญาณไมโครเวฟที่กลับเข้าทางพอร์ต 3 ในส่วนของพอร์ต 4 ของแมจิกทีจะติดตั้งตัวรับรู้ (Detector) ที่ทำจากสารกึ่งตัวนำ ซึ่งจะต่อเข้ากับออสซิลโลสโคป (Oscilloscope) เพื่อวัดความเข้มของสัญญาณไมโครเวฟ ดังแสดงในรูป 2.10

สัญญาณที่สะท้อนออกจากตัวสั้นห้องจะมีแอมพลิจูดลดลงและมีเฟสต่างจากสัญญาณขาเข้า ถ้ายังไม่ปรับตัวลดสัญญาณและปลันเจอร์ สัญญาณที่เข้าสู่พอร์ต 2 และพอร์ต 3 จะไม่สมมาตรทำให้เกิดการคับปลิงออกสู่พอร์ต 4 ซึ่งการคับปลิงนี้สามารถตรวจวัดได้จากออสซิลโลสโคป

และถ้ามีการปรับตัวลดและปลั๊กเจอร์ให้ลดสัญญาณจนสัญญาณที่เข้าทางพอร์ต 3 มีแอมพลิจูดและเฟสเท่ากับสัญญาณที่ออกจากตัวสั้นห้องที่กลับเข้ามาทางพอร์ต 2 ออสซิลโลสโคปจะอ่านค่าความเข้มของสัญญาณที่พอร์ต 4 เป็นศูนย์ ซึ่งแสดงถึงการแมทช์ (Match) กันของสัญญาณที่สะท้อนออกจากตัวสั้นห้องจากพอร์ต 2 กับสัญญาณที่สะท้อนผ่านปลั๊กเจอร์และตัวลด ในสภาวะนี้แอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณทั้งสองมีค่าเท่ากัน อาจสังเกตได้ว่าสัญญาณที่ปรับเข้าสู่ขาที่ 3 จะมีแอมพลิจูดลดลง 2dB เทียบกับสัญญาณออก ทั้งนี้เพราะไมโครเวฟผ่านตัวลดสัญญาณถึง 2 ครั้ง ในกรณีแมทช์แอมพลิจูดของสัญญาณที่กลับเข้าสู่ขา 2 จะถูกลดทอน 2dB เทียบกับแอมพลิจูดของสัญญาณออกเช่นกัน ทำให้สามารถคำนวณขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน $|\Gamma|$ ที่ตัวสั้นห้องได้ สัญญาณที่สะท้อนออกมาจากตัวสั้นห้องซึ่งมีค่าเป็น 2dB ทั้งนี้เนื่องมาจากการลดสัญญาณ 2 ครั้งผ่านตัวลดนั่นเอง

เราสามารถวัดความถี่ของสัญญาณไมโครเวฟจากเวฟมิเตอร์ โดยต่อระหว่างเครื่องกำเนิดสัญญาณไมโครเวฟ และพอร์ต 1 ของแมจิกที เมื่อมีการปรับความถี่ของสัญญาณไมโครเวฟจากเครื่องกำเนิดจะทำให้ได้ค่าของคู่ของตัวแปร (f , dB) ชุดหนึ่ง และเมื่อปรับความถี่ให้ใกล้เคียงกับความถี่สั้นห้องมากๆ หลายๆ ครั้งก็จะได้ชุดของข้อมูล (f , dB) หลายๆ ชุดตามต้องการ



รูป 2.10 แสดงแผนผังการประกอบเครื่องมือทดลองเพื่อวัดค่า Q ของตัวสั้นห้อง

เมื่อเริ่มทดลองจะต้องมีการคำนวณค่าประมาณของความถี่สั้นพ้องด้วยสมการ (2.20) ก่อน ซึ่งมีความแตกต่างจากการทดลองเล็กน้อย ค่าความถี่สั้นพ้องโดยประมาณนี้จะเป็นข้อมูลที่ทำให้เราตั้งค่าความถี่ของเครื่องกำเนิดให้ใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณได้ก่อนที่จะทดลองต่อไป

สิ่งที่ต้องคำนึงถึงถัดไป คือ จำนวนชุดของข้อมูลที่เหมาะสมในการทดลอง ซึ่งจากหัวข้อก่อนหน้านี้พบว่าในการคำนวณค่าความถี่สั้นพ้องโดยประมาณจากชุดของข้อมูล (ω , ρ) โดยสมการ (2.67) นั้นต้องมีข้อมูลอย่างน้อย 3 ชุด แต่ในการทดลองเราสามารถหาจำนวนชุดของข้อมูลที่เหมาะสมได้จากการหลักการดังต่อไปนี้

ตัวแปรที่สำคัญที่จะต้องพิจารณา คือ ความแม่นยำ (Precision) ของเวฟมิเตอร์ที่ใช้วัดความถี่ ซึ่งพบว่าเวฟมิเตอร์ที่ละเอียดที่สุดที่พหหาได้ในห้องปฏิบัติการนั้น สามารถอ่านได้ละเอียดที่สุด 0.1 เมกะเฮิร์ตซ์ ซึ่งความละเอียดดังกล่าวเกี่ยวข้องกับความกว้างแบนด์ (Band width) ของตัวสั้นพ้องอันเป็นปัจจัยสำคัญในการกำหนดจำนวนชุดของข้อมูลที่จะทำการทดลองต่อไป

เมื่อพิจารณาสมการ (2.40) พบว่าความกว้างแบนด์สามารถคำนวณได้จาก

$$BW = \frac{\omega_0}{Q} \quad \text{-----(2.71)}$$

จากประมาณค่าคร่าวๆ โดยกำหนดให้ความถี่สั้นพ้องมีค่าประมาณ 9.9000 GHz และค่า Q ของตัวสั้นพ้องโดยประมาณ 30000 จะได้ความกว้างแบนด์โดยประมาณเป็น

$$BW = \frac{2\pi(9.9000 \times 10^9)}{30000} = 2.07 \text{ MHz}$$

เมื่อเทียบความกว้างแบนด์กับความละเอียดของเครื่องมือวัดความถี่แล้วพบว่า จำนวนข้อมูลที่ เหมาะสมน่าจะอยู่ในช่วง 6-9 ชุดข้อมูล ดังนั้นจึงเลือกออกแบบการทดลองให้สามารถวัดชุดของ ข้อมูลได้ 9 ชุด

ข้อได้เปรียบของการทดลองเพื่อให้ได้ข้อมูล 9 ชุด อีกอย่างหนึ่งคือการนำข้อมูลไปคำนวณ หาค่าความถี่สัมพันธ์พียงเชิงมุมโดยอาศัยสมการ (2.67) ซึ่งต้องใช้ข้อมูล 3 ชุด ดังนั้นถ้าเราเก็บข้อมูล 9 ชุดก็จะสามารถคำนวณค่าความถี่สัมพันธ์พียงเชิงมุมได้ถึง 3 ค่า แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ยจะทำให้ได้ค่า ความถี่สัมพันธ์พียงเชิงมุมที่ใกล้เคียงความจริงยิ่งขึ้น

เมื่อถึงตอนนี้พบว่าเรามีข้อมูลของ (ω, ρ) ทั้งหมด 9 ชุด และมีค่าโดยประมาณของ ความถี่สัมพันธ์พียงเชิงมุม ω_0 แล้วโดยอาศัยสมการ (2.63)

$$(\omega - \omega_0)^2 = (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) \left(\frac{1}{\rho^2 - 1} \right) - \alpha_2^2 \text{ -----(2.63)}$$

จากนั้นอาศัยการวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยเครื่องคอมพิวเตอร์ก็สามารถคำนวณหาค่า Q ของตัว สัมพันธ์ได้ดังนี้

เมื่อพิจารณาสมการ (2.63) พบว่าเป็นสมการเส้นตรง ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขสามารถ ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงเส้น (Linear Least Square) มาวิเคราะห์ชุดข้อมูล (ω, ρ) และค่าโดย ประมาณของ ω_0 ซึ่งผลลัพธ์ของการคำนวณจะได้ค่าความชันของเส้นตรง และค่าระยะตัดแกน y จากจุดกำเนิด โดยเทียบสมการ (2.63) กับสมการ

$$y = a_0 + a_1x \text{ ----- (2.72)}$$

โดยการแทนตัวแปร x ด้วยตัวแปร $\left(\frac{1}{\rho^2} - 1\right)$ และแทนตัวแปร y ด้วย $(\omega - \omega_0)^2$ โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงเส้นให้ค่า a_0 ซึ่งเป็นระยะตัดแกน y ของเส้นตรงจากจุดกำเนิด (y -Intercept) และค่า a_1 คือ ความชันของเส้นตรง (Slope)

เมื่อพิจารณาข้อมูลจากผลการทดลองพบว่าค่าความถี่สั่นพ้องเชิงมุม ω_0 เป็นค่าที่ได้จากการประมาณค่าอย่างคร่าวๆ ซึ่งยังไม่ตรงกับค่าจริงของค่าความถี่สั่นพ้องเชิงมุมของตัวสั่นพ้อง ดังนั้นจึงต้องมีการคำนวณอย่างละเอียดขึ้นโดยอาศัยการคำนวณดังนี้

ถ้าเราจัดกลุ่มของข้อมูลขึ้นมาใหม่ โดยกำหนดให้ค่าความถี่สั่นพ้องเชิงมุมมีค่าเปลี่ยนไปจากค่าที่ได้จากการคำนวณโดยประมาณ เมื่อกำหนดให้

$$\omega'_0 = \omega_0 \pm n\delta$$

$$\text{เมื่อ } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\delta = 0.0002 \text{ GHz}$$

พบว่าอนุกรมดังกล่าวให้ค่าของความถี่สั่นพ้องเชิงมุมหลายค่ารอบๆ ความถี่สั่นพ้องที่ได้จากการประมาณในครั้งแรก เมื่อนำค่า ω'_0 ใหม่แต่ละค่ามาวิเคราะห์โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงเส้นกับข้อมูล (ω, ρ) ที่ได้จากการทดลอง จะทำให้ได้ชุดของค่าคงที่ a_0 และ a_1 หลายๆ ชุด และอาศัยสมการ (2.63) และ (2.72) นำค่าคงที่ a_0 และ a_1 ที่ได้แต่ละชุดมาคำนวณกลับเพื่อให้ได้เป็นชุดตัวแปรข้อมูล (ω^*, ρ^*)

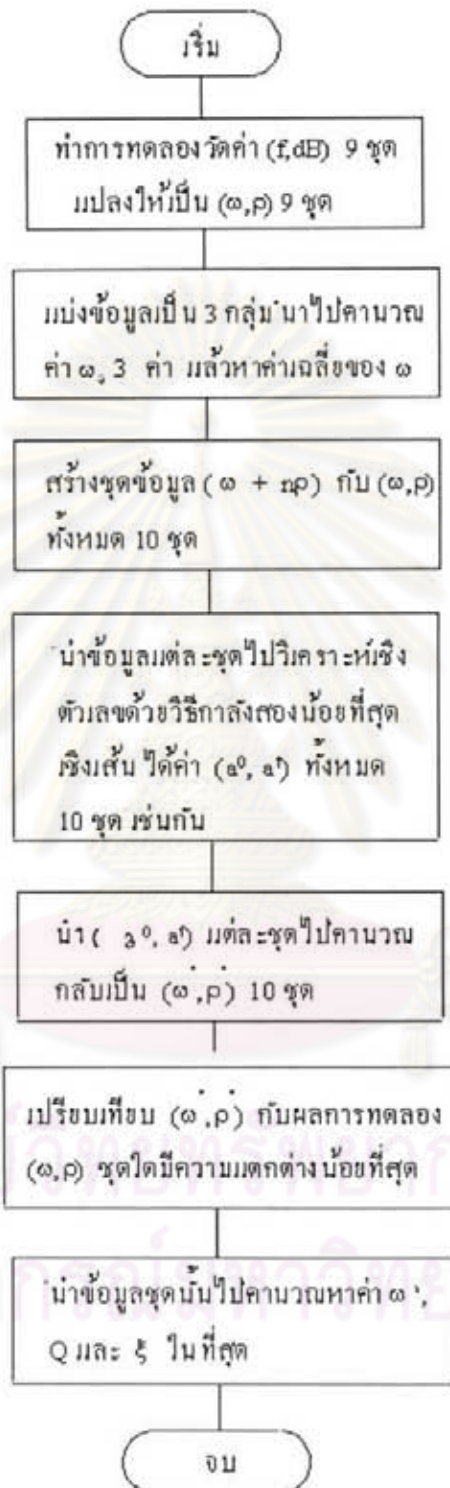
จากชุดของตัวแปร (ω^*, ρ^*) หลายๆ ชุด นำแต่ละชุดมาเปรียบเทียบกับตัวแปรที่ได้จากการทดลองโดยตรง (ω, ρ) ชุดใดมีความแตกต่างกันน้อยที่สุดจะใช้ค่า a_0 และ a_1 ของชุดข้อมูล

จุดนั้น นำไปคำนวณหาค่า Q ต่อไปโดยอาศัยสมการ (2.68) และคำนวณค่าคงที่การคัปปลิงจากสมการ (2.69) ในที่สุด

จากที่กล่าวมาทั้งหมดสามารถสรุปขั้นตอนการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลองด้วยผังงาน (Flow Chart) ดังนี้



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูป 2.11 แสดงผังงานในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อคำนวณค่า Q ของตัวสั้นพ้อง

การคำนวณค่าสภาพนำไฟฟ้าของแผ่นสารตัวอย่างทองเหลืองจากค่า Q ของตัวสั้นห้อง

เมื่อได้วิธีการทดลองและขั้นตอนการวิเคราะห์ค่า Q จากการทดลองแล้ว ต่อไปจะแสดงถึงวิธีการคำนวณค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารตัวอย่างที่ใช้แผ่นทองเหลืองแบนชนิดมันสองแผ่นปิดไว้ที่ผาด้านบน และด้านล่างของตัวสั้นห้องดังรูป 2.12



รูป 2.12 แสดงตำแหน่งของสารตัวอย่างที่เป็นแผ่นทองเหลืองที่ปิดบนตัวสั้นห้อง

เมื่อเปิดฉีกแผ่นสารตัวอย่างบนตัวสั้นห้องแล้ว นำตัวสั้นห้องไปประกอบกับอุปกรณ์ผ่านไมโครเวฟอื่นๆ ตามผังที่แสดงในรูป 2.10 แล้วเริ่มทำการทดลอง จากนั้นนำผลการทดลองไปวิเคราะห์เชิงตัวเลขตามขั้นตอนที่กล่าวแล้วข้างต้น สุดท้ายจะได้ค่า Q ของตัวสั้นห้อง

จากค่า Q ที่ได้ทำให้หาค่าสภาพนำไฟฟ้าของแผ่นทองเหลืองได้ ซึ่งมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

เริ่มจากการคำนวณค่า Q ของตัวสั้นห้องทรงกระบอกโดยใช้สมการ (2.69)

$$Q = \frac{E_0 \omega^3 \mu_0^2 D^3}{16\alpha_{11}^2 \left[R_t + R_r \left(\frac{\pi}{2\alpha_{11}} \right)^2 \left(\frac{D}{L} \right)^3 \right]} \quad \text{-----}(2.69)$$

เมื่อ R_t คำนวณได้จากสมการ (2.37)

$$R_t = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \omega_0}{2\sigma_r(0)}} \cdot F(\omega_0, \tau_r) \quad \text{-----}(2.37)$$

และ R_r คำนวณได้จากสมการ (2.31)

$$R_r = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \omega_0}{2\sigma_r(0)}} \cdot F(\omega_0, \tau_r) \quad \text{-----}(2.31)$$

เนื่องจากตัวสั้นห้องและแผ่นสารตัวอย่างเป็นทองเหลืองทั้งคู่ ทำให้สามารถประมาณค่าได้ว่า

$$R_t = R_r = R \quad \text{-----}(2.73)$$

อาศัยเงื่อนไขที่ว่า ณ อุณหภูมิห้องค่าเวลาผ่อนคลาย τ_r และ τ_t มีค่าน้อยมากจนเข้าใกล้ศูนย์ (Tachagumpuch, 1974) ทำให้ฟังก์ชันเอพมีค่าเข้าใกล้หนึ่งหรือ

$$F(\omega_o, \tau_t) = F(\omega_o, \tau_r) = 1 \quad \text{-----}(2.74)$$

จากเงื่อนไขดังกล่าว เมื่อแทนค่าลงในสมการ (2.37) แล้วจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\sigma_m = \frac{\omega_o \mu_o}{8R^2} \quad \text{-----}(2.75)$$

เมื่อ σ_m คือ ค่าสภาพนำไฟฟ้าของแผ่นทองเหลือง

โดยที่สามารถคำนวณ R จากสมการ

$$R = \frac{\epsilon_o \omega_o^3 \mu_o^2 D^3}{16\alpha_{11}^2 Q \left[1 + \left(\frac{\pi}{2\alpha_{11}} \right)^2 \left(\frac{D}{L} \right)^2 \right]} \quad \text{-----}(2.76)$$

เมื่อกำหนดให้ $\sigma_m = \sigma_r = \sigma_t =$ ค่าสภาพนำไฟฟ้าของทองเหลือง และจากสมการ (2.75) และ (2.76) จะได้ว่าค่าสภาพนำไฟฟ้าของแผ่นทองเหลืองมีค่าเป็น

$$\sigma_m = \frac{1}{\left[\frac{\epsilon_0 \omega_0^2 \mu_0^2 D^3}{16\alpha_{11}^2 Q \left(1 + \left(\frac{\pi}{2\alpha_{11}} \right)^2 \left(\frac{D}{L} \right)^3 \right)} \right]^2} \quad \text{-----}(2.77)$$

ซึ่งในการทดลองนี้ได้เขียนโปรแกรมภาษาซีเพื่อช่วยในการคำนวณค่าสภาพนำไฟฟ้าของแผ่นทองเหลืองเพื่อความสะดวก รวดเร็ว และถูกต้องในการคำนวณ ซึ่งรายละเอียดของโปรแกรมภาษาซีที่วันนี้แสดงไว้ในภาคผนวก

การคำนวณค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารตัวอย่างใดๆ จากค่า Q ของตัวสั้นพ้องที่ปิดด้วยสารตัวอย่างนั้นๆ

ขั้นตอนการคำนวณหาค่าสภาพนำไฟฟ้าของแผ่นทองเหลืองจากค่า Q ของตัวสั้นพ้องที่ปิดด้วยแผ่นทองเหลืองเป็นแนวทางที่จะใช้คำนวณหาค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารตัวอย่างใดๆ ที่ไม่ใช่แผ่นทองเหลืองได้ ซึ่งตัวอย่างของสารตัวอย่างที่วันนี้ ได้แก่ แผ่นกราฟต์บาง โดยแผ่นสารตัวอย่างจะต้องปิดไว้ที่ฝาของตัวสั้นพ้องทั้งสองด้านจากนั้นทดลองวัดค่า Q ของตัวสั้นพ้อง โดยในที่นี้จะกำหนดให้มีสัญลักษณ์ Q_g และให้ค่า Q ของตัวสั้นพ้องที่ปิดด้วยแผ่นทองเหลืองมีสัญลักษณ์ Q_m

จากการหาค่า Q ในสมการ (2.24) จะได้ว่า

ศูนย์วิทยุทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$Q_m = \frac{\omega_o W}{P_{lm} + P_{lm}} \text{-----}(2.78)$$

เมื่อ Q_m คือ ค่า Q ของตัวสั่นพ้องที่ปิดด้วยแผ่นทองเหลือง

W คือ ค่าอัตราพลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าสะสมรวมในตัวสั่นพ้อง

P_{lm} คือ อัตราพลังงานสูญเสียที่ผนังโค้งของตัวสั่นพ้อง

P_{lm} คือ อัตราพลังงานสูญเสียที่ผิวด้านบนและด้านล่างของตัวสั่นพ้องที่เป็นแผ่นทองเหลืองแบน

และในทำนองเดียวกันจะได้

$$Q_g = \frac{\omega_o W}{P_{lm} + P_{lg}} \text{-----}(2.79)$$

เมื่อ Q_g คือ ค่า Q ของตัวสั่นพ้องที่ปิดด้วยแผ่นสารตัวอย่าง

P_{lg} คือ พลังงานสูญเสียที่ผิวด้านบนและด้านล่างของตัวสั่นพ้องที่เป็นแผ่นสารตัวอย่างแบน

เนื่องจากการสูญเสียพลังงานที่ผิวโค้งของตัวสั่นพ้องมีค่าเท่ากัน ถึงแม้ว่าในการสร้างตัวสั่นพ้องจำเป็นต้องเจาะผิวด้านโค้งเพื่อทำช่องคับปลิงสัญญาณไมโครเวฟจากท่อนำคลื่นเข้าสู่ตัวสั่นพ้องก็ตาม ดังนั้นจึงทำให้จัดรูปสมการสมการ (2.78) และ (2.79) ได้ใหม่เป็น

$$P_{ig} - P_{im} = \omega_0 W \left(\frac{1}{Q_g} - \frac{1}{Q_m} \right) \text{-----}(2.80)$$

และจากสมการ (2.28) (2.31) (2.33) (2.36) (2.37) และเงื่อนไขในสมการ (2.74) เมื่อแทนค่าลงในสมการ (2.80) จะได้ว่า

$$\sigma_g = \frac{1}{\left[\frac{1}{\sqrt{\sigma_m}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\epsilon_0 \omega_0^2 \mu_0^3 L^3}{\pi^2} \left(\frac{1}{Q_g} - \frac{1}{Q_m} \right) \right]^2} \text{-----}(2.81)$$

เมื่อ σ_m คือ ค่าสภาพนำไฟฟ้าของแผ่นทองเหลืองจากสมการ (2.77)

ω_0 คือ ค่าความถี่สั่นพ้องเชิงมุม

Q_g คือ ค่า Q ของตัวสั่นพ้องที่ปิดด้วยแผ่นสารตัวอย่างแบน

Q_m คือ ค่า Q ของตัวสั่นพ้องที่ปิดด้วยแผ่นทองเหลืองแบน

L คือ ความยาวของตัวสั่นพ้อง

ซึ่งสมการนี้ เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารตัวอย่างโดยวิธีไรซ์ซ์สัมผัสที่ความถี่ไมโครเวฟ โดยการทดลองวัดค่า ω_0 , Q_m และ Q_g ซึ่งการทดลองและผลการทดลองจะได้นำเสนอโดยละเอียดในบทต่อไป ส่วนการคำนวณค่าสภาพนำไฟฟ้าของสารตัวอย่างจากสมการ (2.81) จะใช้ส่วนหนึ่งของโปรแกรมภาษาซีในภาคผนวกช่วยในการคำนวณเช่นเดียวกับการคำนวณหาค่าสภาพนำไฟฟ้าของแผ่นทองเหลือง