บทที่ 2

ทฤษฎีที่ใช้ในการคำนวณ

แรงแม่เหล็กที่จะกระทำกับอนุภาคไฟฟ้า

เมื่ออนุภาคไฟฟ้ามวล m ประจุ q เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ที่ไม่ขนานกับแกน Z และมีสนามแม่เหล็กคงที่สม่ำเสมอมีทิศอยู่ในแกน Z อย่างเดียวคือ

$$\vec{B} = B\hat{z} \tag{2.1}$$

จะถูกแรงกระทำ

$$\vec{F} = q\vec{V} \times \vec{B} \tag{2.2}$$

ถ้า $\vec{V} = V_x\hat{x} + V_y\hat{y} + V_z\hat{z}$ (2.3)

ดังนั้น $\vec{F} = qB\,(V_y\hat{x} - V_x\hat{y})$ (2.4)

เป็นแรงที่มีทิศตั้งฉากกับ $\vec{V}$ และไม่อยู่ในแกน Z

ก็จะทำให้อนุภาคนี้มีความเร่ง

$$\vec{a} = \frac{qB}{m}\,(V_y\hat{x} - V_x\hat{y}) \tag{2.5}$$

โดยการหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาของสมการ (2.3)

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} = \frac{dV_x}{dt}\hat{x} + \frac{dV_y}{dt}\hat{y} + \frac{dV_z}{dt}\hat{z} \tag{2.6}$$

โดยการเทียบสัมประสิทธิ์ของสมการ (2.5) และ (2.6) จะได้

$$\frac{qB}{m}V_y = \frac{dV_x}{dt} \tag{2.7}$$

และ $$\frac{-qB}{m}V_x = \frac{dV_y}{dt} \tag{2.8}$$

จัด (2.7) ใหม่ได้

$$V_y = \frac{m}{qB}\frac{dV_x}{dt} \tag{2.9}$$

แทน (2.9) กลับใน (2.8) ได้

$$\frac{-qB}{m}V_x = \frac{m}{qB}\frac{d^2V_x}{dt^2} \tag{2.10}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$-\left(\frac{qB}{m}\right)^2 V_x = \frac{d^2V_x}{dt^2} \qquad (2.11)$$

สมการนี้มี คำตอบเป็น

$$V_x = Vo\ SIN\ (\omega t + \emptyset) \qquad (2.12)$$

โดย $= \frac{qB}{m}$

และจะได้คำตอบความเร็วแกน y เป็น

$$V_y = Vo\ COS(\omega t + \emptyset) \qquad (2.13)$$

ดังนั้น $\vec{V} = VoSIN(\omega t + \emptyset)\,\hat{x} + VoCOS(\omega t + \emptyset)\,\hat{y} + V_z\hat{z}$ (2.14)

ถ้า $\vec{R} = X\,\hat{x} + Y\,\hat{y} + Z\,\hat{z}$ (2.15)

เป็นเวคเตอร์ตำแหน่งของอนุภาค หาอนุพันธ์เทียบกับเวลาจะได้

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{V} = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y} + \frac{dz}{dt}\hat{z} \qquad (2.16)$$

แสดงว่า

$$\begin{aligned} X &= Xo - \frac{Vo}{\omega}COS\ (\omega t + \emptyset) \\ Y &= Yo + \frac{Vo}{\omega}SIN\ (\omega t + \emptyset) \\ Z &= Zo + V_z t \end{aligned} \qquad (2.17)$$

จะได้ $(X - Xo)^2 + (Y - Yo)^2 = \frac{Vo^2}{\omega^2} = R_o^2$ (2.18)

นั่นแสดงว่าทางเดินของอนุภาคในสนามแม่เหล็กเป็นเฮลิคซ์ (helix)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย