บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีบูตสแตรป และวิธีตัวประมาณชนิด M ที่ใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber ที่ b=2 และใช้ค่าสัดส่วนค่าสัมบูรณ์ของค่ามัธยฐานเป็นตัวประมาณสเกล เมื่อค่าความผิดพลาดมีการแจกแจงเป็น 3 รูปแบบ คือ

1. การแจกแจงแบบหางยาวกว่าการแจกแจงแบบปกติ โดยใช้การแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่สเกลแพคเตอร์ 3 และ 10 และเปอร์เซนต์ของการปลอมปนเท่ากับ 1% 5% 10% และ 25% เป็นกรณีศึกษา

2. การแจกแจงแบบเบ้ ใช้การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล ที่ $\mu = 0, \sigma^2 = 1$ และการแจกแจงแบบแกมมาที่ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (C.V.) เท่ากับ 100% 70% และ 58% เป็นกรณีศึกษา ซึ่งในกรณีของค่าความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบเบ้นี้จะใช้เทคนิคการแปลงข้อมูลให้เข้าสู่สภาวะปกติเสียก่อน แล้วจึงค่อยนำไปหาค่าตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ ทั้งนี้ก็เพราะว่าในการวิจัยนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ เมื่อมีค่าสัมประสิทธิการถดถอย (β_i) และตัวแปรตาม (Y) ที่ประมาณได้มีค่าใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด คือ ประมาณค่าได้ถูกต้องมากที่สุด ดังนั้นจึงต้องทำการแปลงข้อมูลให้เข้าสู่สภาวะปกติเสียก่อน โดยการแปลงข้อมูลให้เข้าสู่สภาวะปกติ จะใช้วิธีการแปลงค่าตัวแปรตาม (Y) ด้วยเทคนิคการแปลงในรูปยกกำลังของ Box และ Cox

3. การแจกแจงแบบดับเบิ้ลเอกซ์โปเนนเชียลใช้ในกรณีที่ $\alpha = 0$, $\beta = 5$ และ 10 เป็นกรณีศึกษา

จากนั้นก็ทำการสร้างตัวแปรสุ่มให้ค่าความผิดพลาดมีการแจกแจงเป็นแบบต่าง ๆ ทั้ง 3 แบบ ข้างต้น โดยขั้นตอนแรกจะทำการทดสอบความเป็นอิสระซึ่งกันและกันของตัวแปรอิสระ เพื่อทำให้ตัวแปรอิสระมีความเหมาะสมสำหรับใช้ในการวิจัยนี้ เนื่องจากในการศึกษาวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ 3 วิธี คือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีบูตสแตรป และวิธีตัวประมาณชนิด M เมื่อค่าความผิดพลาดมีการแจกแจง 3

รูปแบบ โดยที่ขนาดตัวอย่างและจำนวนตัวแปรอิสระ มี 3 กลุ่ม คือ กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ใช้จำนวนตัวอย่างเท่ากับ 4 เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 2 ตัว กลุ่มตัวอย่างขนาดปานกลาง ใช้จำนวนตัวอย่าง 5, 10 และ 20 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระ = 3 และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ใช้จำนวนตัวแปรอิสระ 50 และ 100 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ตัว ดังนั้นจึงจำเป็นต้องควบคุมไม่ให้ตัวแปรอิสระเกิดภาวะความไม่เป็นอิสระต่อกัน (Multicollinearlity) เพื่อให้ผลการวิจัยเป็นผลที่เกิดเนื่องจากความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบต่างๆ และมีขนาดตัวอย่างและจำนวนตัวแปรอิสระที่กำหนดเท่านั้น ขั้นตอนที่ 2 ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ

ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีบูตสแตรป และวิธีตัวประมาณชนิด M เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber แล้วคำนวณหาค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุของแต่ละวิธี นำค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) มาเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุของทั้ง 3 วิธี โดยวิธีใดให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด จะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) ที่มากกว่า

ผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปตารางดังนั้น เพื่อความสะดวกในการอธิบายตารางจึงใช้สัญญลักษณ์ต่าง ๆ ดังนี้

n	แทน	ขนาดตัวอย่าง
m	แทน	จำนวนตัวแปรอิสระ
p	แทน	เปอร์เซนต์ของการปลอมปน
c	แทน	สเกลแฟคเตอร์
u	แทน	ค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยของการแจกแจงปกติ
σ^2	แทน	ความแปรปรวนของการแจกแจงแบบปกติ
β	แทน	Scale parameter หรือ พารามิเตอร์ของการกระจาย
α	แทน	Shape parameter หรือ พารามิเตอร์ของรูปทรง
C.V.(Coefficient of Variation)	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม
OLS	แทน	การประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

MAD	แทน	การประมาณค่าด้วยวิธีตัวประมาณชนิด M เมื่อใช้ค่าสัดส่วนของค่าสัมบูรณ์ของมัธยฐาน เป็นตัวประมาณสเกลใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber ที่ b=2
BOOT	แทน	การประมาณค่าด้วยวิธีบูตสแตรป
MSEols	แทน	MSE ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด
MSE_m	แทน	MSE ของวิธีตัวประมาณชนิด M
MSE_B	แทน	MSE ของวิธีบูตสแตรป

4.1 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบหางยาวกว่าการแจกแจงแบบปกติ

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบหางยาวกว่าการแจกแจงปกติจะศึกษาโดยใช้การแจกแจงแบบปกติปลอมปน เมื่อมีเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% 5% 10% และ 25% ที่สเกลแฟคเตอร์ 3 และ 10 ซึ่งกำหนดตัวแปรอิสระ m = 2 สำหรับขนาดตัวอย่าง 4 ตัวแปรอิสระ m = 3 เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 5,10 และ 20 และตัวแปรอิสระ m = 5 เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 50 และ 100 ผลการวิจัยเป็นดังรายละเอียดในตารางที่ 4.1.1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.1 แสดงค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุด้วยวิธี OLS MAD และ Boot โดยที่ความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่ Scale p c m และ n ตามที่กำหนด

สเกลแฟคเตอร์ c	จำนวนตัวแปรอิสระ m	จำนวนตัวอย่าง n	เปอร์เซนต์ของการปลอมปน											
			1			5			10			25		
			OLS	MAD	Boot	OLS	MAD	Boot	OLS	MAD	Boot	OLS	MAD	Boot
3	2	4	2.479	2.253	2.521	2.744	2.432	2.822	2.921	2.684	2.977	4.125	3.643	3.744
	3	5	2.323	2.113	2.464	2.675	2.243	2.746	2.870	2.465	2.921	3.580	2.866	2.943
	3	10	2.115	1.893	2.217	2.455	2.116	2.532	2.776	2.224	2.652	3.245	2.651	2.845
	3	20	1.757	1.563	1.832	1.846	1.673	1.925	2.129	1.734	2.216	2.910	2.245	2.424
	5	50	.755	.734	.757	.815	.794	.832	.886	.812	.893	1.223	.932	1.057
	5	100	.738	.722	.747	.742	.735	.786	.795	.741	.797	1.012	.825	.937
10	2	4	3.213	2.986	3.317	3.472	3.027	3.515	3.821	3.248	3.643	4.544	3.734	4.253
	3	5	3.144	2.668	3.273	3.227	2.932	3.448	3.514	3.020	3.613	3.952	3.247	3.743
	3	10	2.543	2.247	2.689	2.654	2.374	2.748	3.165	2.474	3.432	3.351	2.564	3.235
	3	20	2.437	1.864	2.521	2.574	1.981	2.747	2.745	2.225	2.943	3.295	2.325	3.017
	5	50	1.955	1.824	2.125	2.037	1.767	2.312	2.535	1.923	2.645	2.986	2.127	2.841
	5	100	1.214	1.123	1.347	1.308	1.242	1.419	1.538	1.347	1.549	1.744	1.413	1.689

จากตาราง เมื่อค่าความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่สเกลแฟคเตอร์ 3 และ 10 เปอร์เซนต์การปลอมปนที่ 1% 5% 10% และ 25% มีผลการวิจัยตามสถานการณ์ต่าง ๆ ดังนี้

1. เมื่อสเกลแฟคเตอร์ = 3

1.1 กำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 2 ขนาดตัวอย่าง = 4 พบว่า ที่เปอร์เซนต์การปลอมปนทุกระดับ คือ 1% 5% 10% และ 25% วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด รองลงมาได้แก่วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อเปอร์เซนต์การปลอมปนที่ 1% 5% และ 10% ส่วนที่เปอร์เซนต์การปลอมปน 25% วิธีบูตสแตรปจะมีค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE = 3.744) น้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (MSE = 4.125)

1.2 กำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 5, 10 และ 20 พบว่า ที่เปอร์เซนต์การปลอมปนทุกระดับ คือ 1% 5% 10% และ 25% และขนาดตัวอย่าง 5, 10 และ 20 วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด รองลงมาได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด ที่เปอร์เซนต์การปลอมปน 1% 5% 10% ส่วนที่เปอร์เซนต์การปลอมปน 25% พบว่าวิธีบูตสแตรป เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยที่เมื่อค่าเปอร์เซนต์การปลอมปนเพิ่มขึ้นค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองของทั้ง 3 วิธี จะมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ในทางกลับกัน คือ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้น ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดจะลดลง

1.3 กำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 50 และ 100 พบว่าที่เปอร์เซนต์การปลอมปน 1% 5% 10% และ 25% และขนาดตัวอย่าง 50 และ 100 วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด รองลงมา คือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด เมื่อเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% 5% และ 10% ส่วนเปอร์เซนต์การปลอมปน = 25% พบว่าวิธีบูตสแตรปเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยทุกครั้งที่เปอร์เซนต์การปลอมปนเพิ่มขึ้นจาก 1% เป็น 5% 10% และ 25% ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองจะมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ในทางกลับกัน เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองจะลดลง

2. เมื่อกำหนดสเกลแฟคเตอร์ = 10

2.1 กำหนดตัวแปรอิสระ = 2 ขนาดตัวอย่าง = 4 พบว่าเมื่อเปอร์เซนต์การปลอมปน 1% 5% และ 10% วิธีตัวประมาณชนิด M จะเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด รองลงมาได้แก่วิธีกำลังสองน้อยที่สุด ส่วนที่เปอร์เซนต์การปลอมปน 25% วิธีตัวประมาณชนิด M จะเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีบูตสแตรป โดยที่ทุก ๆ ครั้งที่เปอร์เซนต์การปลอมปนเพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) จากทั้ง 3 วิธี ก็จะเพิ่มขึ้น

2.2 กำหนดตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 5, 10 และ 20 พบว่าเมื่อเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% 5% และ 10% วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ส่วนที่เปอร์เซนต์การปลอมปน 25% พบว่า วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีบูตสแตรปในทุก ๆ ขนาดตัวอย่าง โดยที่เมื่อเปอร์เซนต์การปลอมปนเพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วยแต่ในทางกลับกันเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) จะลดลง ทั้ง 3 วิธี

2.3 กำหนดตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 50 และ 100 พบว่าที่เปอร์เซนต์การปลอมปนที่ 1% 5% 10% วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ส่วนที่เปอร์เซนต์การปลอมปน 25% พบว่าวิธีตัวประมาณชนิด M ยังเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุดรองลงมาคือวิธีบูตสแตรป โดยที่ทุก ๆ ครั้งที่เปอร์เซนต์การปลอมปนเพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองของทั้ง 3 วิธี จะเพิ่มด้วย แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองจะลดลงเรื่อย ๆ

จากผลการวิจัยในสถานการณ์ต่าง ๆ ข้างต้น พอจะกล่าวโดยสรุปได้ว่า เมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนที่สเกลแฟคเตอร์ 3 และ 10 เปอร์เซนต์การปลอมปนที่ 1% 5% 10% และ 25% วิธีที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ คือ วิธีตัวประมาณชนิด M รองลงมาได้แก่วิธีกำลังสองน้อยที่สุด เมื่อเปอร์เซนต์การปลอมปน 1% 5% และ 10% ส่วนเปอร์เซนต์การปลอมปน 25% วิธีบูตสแตรปจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดโดยที่เมื่อเปอร์เซนต์การปลอมปนเพิ่มขึ้นประสิทธิภาพในการประมาณ

ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุของทั้ง 3 วิธีจะลดลง(ค่า MSE เพิ่มขึ้น) แต่เมื่อขนาดตัวอย่างและจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ประสิทธิภาพในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุของทั้ง 3 วิธี จะมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น (ค่า MSE ลดลง)

4.2 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบเบ้

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบเบ้ ซึ่งศึกษาโดยใช้การแจกแจงแบบลอกนอร์มอลและการแจกแจงแบบแกมมาเป็นกรณีศึกษา โดยจะทำการแปลงข้อมูลให้เข้าสู่ภาวะปกติด้วยเทคนิคการแปลงในรูปยกกำลังของ Box และ Cox ก่อนแล้วจึงนำไปคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ ด้วยวิธีตัวประมาณชนิด M วิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีบูตสแตรป

4.2.1 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล จะทำการศึกษาเมื่อ $\mu = 0$, $\sigma^2 = 1$ ใช้จำนวนตัวแปรอิสระ m = 2 สำหรับขนาดตัวอย่าง n = 4 ตัวแปรอิสระ m = 3 สำหรับขนาดตัวอย่าง 5, 10, 20 และตัวแปรอิสระ m = 5 สำหรับขนาดตัวอย่าง 50, 100 ผลการวิจัยดังรายละเอียดในตารางที่ 4.2.1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.1 แสดงค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยพหุด้วยวิธี OLS MAD และ Boot โดยที่ความผิดพลาดมีการแจกแจงลอกนอร์มอลที่ $\mu = 0, \sigma^2 = 1$ m และ n ตามลำดับ

จำนวนตัวตัวแปรอิสระ (m)	ขนาดตัวอย่าง (n)	$\mu = 0, \sigma^2 = 1$		
		OLS	MAD	Boot
2	4	0.479	0.465	0.453
3	5	0.457	0.459	0.447
3	10	0.396	0.387	0.394
3	20	0.343	0.339	0.395
5	50	0.245	0.254	0.269
5	100	0.147	0.153	0.188

จากตาราง เมื่อค่าผิดพลาดมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล ที่ $u = 0, \sigma^2 = 1$ ผลการวิจัยจำแนกตามสถานการณ์ต่าง ๆ เป็นดังนี้

1. เมื่อกำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 2 ขนาดตัวอย่าง = 4 ซึ่งเป็นชุดข้อมูลที่มีขนาดเล็ก พบว่า วิธีบูตสแตรป เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด (MSE = .453) รองลงมาคือวิธีตัวประมาณชนิด M (MSE = .465) นั่นหมายความว่า เมื่อชุดข้อมูลมีขนาดเล็ก ค่าความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล เมื่อผ่านการแปลงให้เข้าสู่ภาวะปกติด้วยเทคนิคการแปลงในรูปยกกำลังก่อนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ วิธีบูตสแตรปเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด รองลงมาได้แก่ วิธีตัวประมาณชนิด M

2. เมื่อกำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 5, 10 และ 20 พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่าง = 5 วิธีบูตสแตรปเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE)

น้อยที่สุด (MSE = .447) รองลงมาคือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (MSE = .457) เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 10 และ 20 วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด โดยที่ตัวอย่าง = 10 วิธีบูตสแตรปเป็นวิธีที่มีค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองรองจากวิธีตัวประมาณชนิด M แต่ที่ตัวอย่าง = 20 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดจุเป็นวิธีที่มีค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง รองจากวิธีตัวประมาณชนิด M

3. เมื่อกำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 50, 100 พบว่าค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) มีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น โดยที่วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด คือ =.245 และ .147 ตามลำดับ ขนาดตัวอย่าง รองลงมาได้แก่วิธีตัวประมาณชนิด M =.254 และ.153 และวิธีบูตสแตรปให้ค่า = .269 และ.188 ซึ่งจะเห็นว่าค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) ที่ได้จาก 3 วิธี มีค่าใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นแสดงว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีประสิทธิภาพดีที่สุด รองลงมาได้แก่วิธีตัวประมาณชนิด M และวิธีบูตสแตรปตามลำดับ แต่เมื่อพิจารณาที่ค่าความผิดพลาดกำลังสองของทั้ง 3 วิธีแล้ว จะเห็นว่า ทั้ง 3 วิธีมีประสิทธิ-ภาพในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุใกล้เคียงกัน

4.2.2 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ เมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบแกมมา

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบแกมมาจะทำการศึกษาที่ระดับต่าง ๆ ของค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (Coefficient of Variance (C.V.)] ที่ C.V. = 100%(α = 1, β = 1) (CV. = 70%(α= 2, β = 1) และ CV. = 58%(α = 3, β = 1) (ซึ่งถ้าค่า C.V. มีค่าลดลงกว่านี้กราฟเส้นโค้งของการแจกแจงแบบแกมมาจะเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติ) ผลการวิจัยดังรายละเอียดในตารางที่ 4.2.2 โดยใช้ขนาดตัวอย่างเหมือนกับกรณีที่ความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล

ตารางที่ 4.2.2 แสดงค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุด้วยวิธี OLS MAD และ Boot โดยที่ความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบแกมมาที่ C.V. 100, 70 และ 58 m, n ตามลำดับ

จำนวนตัวแปร (m)	ขนาดตัวอย่าง (n)	CV=100(α=1,β=1)			CV.=70(α=2,β=1)			CV.=58(α=3,β=1)		
		OLS	MAD	BOOT	OLS	MAD	BOOT	OLS	MAD	BOOT
2	4	.537	.532	.544	.525	.526	.531	.514	.512	.521
3	5	.478	.475	.482	.476	.473	.477	.466	.465	.471
3	10	.465	.467	.473	.456	.454	.461	.428	.423	.433
3	20	.452	.449	.459	.385	.374	.393	.364	.361	.372
5	50	.271	.259	.294	.224	.223	.247	.186	.187	.193
5	100	.243	.251	.249	.215	.214	.222	.168	.167	.178

จากตาราง เมื่อค่าความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบแกมมาที่ C.V.= 100%, 70% และ 58% ผลการวิจัยจำแนกตามสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. เมื่อกำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 2 ขนาดตัวอย่าง = 4 ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (C.V.) = 100% พบว่า วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) น้อยที่สุด เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนลดลงเป็น 70% และ 58% พบว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีตัวประมาณชนิด M ให้ค่าใกล้เคียงกัน (MSE_{OLS} = .525 และ .514, MSE_{m} = .526 และ .512 ตามลำดับ ค่า C.V.) โดยที่ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองจะลดลง เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนลดลง

2. เมื่อกำหนดตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 5, 10 และ 20 ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (C.V.) = 100% พบว่าค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองของวิธีตัว

ประมาณชนิด M มีค่าน้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง = 5 และ 20 แต่ที่ขนาดตัวอย่าง = 10 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง น้อยที่สุด (MSE = 0.465) แต่ก็ใกล้เคียงกับวิธีตัวประมาณชนิด M (MSE = 0.467) โดยที่ทุกครั้งที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองของทั้ง 3 วิธี จะมีค่าลดลง เช่นเดียวกันเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนลดลงจาก 100% เป็น 70% และ 58% ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองของทั้ง 3 วิธีก็มีค่าลดลง แต่ก็ยังให้ผลของการเปรียบเทียบคงเดิม คือ วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด รองลงมาคือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

3. เมื่อกำหนดตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 50 และ 100 ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (C.V.) 100% พบว่าที่ขนาดตัวอย่าง = 50 วิธีประมาณชนิด M มีค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด รองลงมาคือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (MSE_m = .259, MSE_{OLS} = .271) แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนลดลงเป็น 70% และ 58% ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองของทั้ง 3 วิธี มีค่าลดลง โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน = 70% วิธีตัวประมาณชนิด M ยังมีค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด แต่ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน = 58% วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นวิธีที่มีค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน 100% 70% และ 58% พบว่า วิธีตัวประมาณชนิด M มีค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน = 70% และ 58% ส่วนที่ 100% วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีค่าน้อยที่สุด

แต่ถ้าพิจารณาที่ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองของทั้ง 3 วิธีในทุก ๆ สถานการณ์ดังกล่าวข้างต้นแล้ว จะพบว่า ทั้ง 3 วิธีให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองใกล้เคียงกัน โดยที่จะมีค่าลดลงเมื่อขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนลดลง นั่นหมายความว่า ประสิทธิภาพในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุของทั้ง 3 วิธี มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน โดยที่ประสิทธิภาพจะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนลดลง

4.3 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบดับเบิ้ลเอกซ์โปเนนเชียล

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุเมื่อความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบดับเบิ้ลเอกซ์โปเนนเชียลศึกษาที่ $\alpha = 0$, $\beta = 5,10$ โดยใช้จำนวนตัวแปรอิสระ = 2 เมื่อขนาดตัวอย่าง = 4 จำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ที่ขนาดตัวอย่าง = 5,10,20 และจำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ที่ขนาดตัวอย่าง = 50 และ 100 ได้ผลการวิจัยดังตารางที่ 4.3.1

ตารางที่ 4.3.1 แสดงค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุด้วยวิธี OLS MAD และ Boot โดยที่ความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบดับเบิ้ลเอกซ์โปเนนเชียลที่ $\alpha = 0$, $\beta = 5$, 10 m และ n ตามลำดับ

จำนวนตัวแปรอิสระ (m)	ขนาดตัวอย่าง (n)	$\alpha = 0, \beta = 5$			$\alpha = 0, \beta = 10$		
		OLS	MAD	BOOT	OLS	MAD	BOOT
2	4	5.974	5.538	5.835	6.164	6.079	6.029
3	5	5.734	5.435	5.537	5.957	5.842	5.848
3	10	5.248	5.239	5.242	5.535	5.462	5.527
3	20	4.735	4.743	4.836	5.149	5.033	5.113
5	50	3.474	3.537	3.562	3.556	3.542	3.567
5	100	2.836	2.914	2.929	2.147	2.945	3.016

จากตาราง เมื่อค่าความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบดับเบิ้ลเอกซ์โปเนนเชียล ที่ $\alpha = 0$, $\beta = 5$, 10 ผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์ เป็นดังนี้

1. เมื่อกำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 2 ขนาดตัวอย่าง = 4 พบว่าทั้งที่ β = 5 และ 10 วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด รองลงมาได้แก่วิธีบูตสแตรป โดยที่เมื่อค่า β เพิ่มขึ้นจาก 5 เป็น 10 ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองจะมีค่าเพิ่มขึ้นทั้ง 3 วิธี

2. เมื่อกำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 3 ขนาดตัวอย่าง = 5, 10, 20 พบว่า ที่ β = 5 ขนาดตัวอย่าง = 5 และ 10 วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด แต่เมื่อขนาดตัวอย่าง = 20 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด เป็นวิธีที่ให้ค่าน้อยที่สุด (MSE= .4.735) เมื่อ β เพิ่มเป็น 10 พบว่าวิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดน้อยที่สุด ทั้งที่ขนาดตัวอย่าง 5,10 และ 20 รองลงมาคือ วิธีบูตสแตรป

3. เมื่อกำหนดจำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง = 50 และ 100 เมื่อ β = 5 พบว่า วิธีกำลังสองน้อยที่สุด เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด (MSE = 3.474) รองลงมาคือวิธีตัวประมาณชนิด M (MSE = 3.537) แต่เมื่อ β เพิ่มเป็น 10 วิธีตัวประมาณชนิด M เป็นวิธีให้ค่าน้อยที่สุด (MSE = 3.542) รองลงมาคือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (MSE = 3.556) และที่ขนาดตัวอย่างเป็น 100 ทั้งที่ β = 5 และ 10 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด (MSE = 2.836 และ2.147 ตามลำดับของ β = 5, 10) รองลงมาคือ วิธีตัวประมาณชนิด M (MSE = 2.914และ 2.945)

ซึ่งจากสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วนี้จะเห็นว่า วิธีตัวประมาณชนิด M จะมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีอื่น ๆ เกือบทุกกรณี ยกเว้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระ = 2 ขนาดตัวอย่าง = 4 β = 10 วิธีบูตสแตรปเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด และกรณีที่ β = 5 จำนวนตัวแปรอิสระ = 5 ขนาดตัวอย่าง 50 และ 100 และกรณีที่ β = 10 ขนาดตัวอย่าง = 100 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด แต่เมื่อพิจารณาที่ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองของทั้ง 3 วิธี จะพบว่ามีค่าใกล้เคียงกันเมื่ออยู่ในสถานการณ์เดียวกัน จึงกล่าวได้ว่าวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ เมื่อค่าความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบคับเบิ้ลเอกซ์โปเนนเชียลทั้ง 3 วิธีมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน