

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถ
ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3



นางสาวพรรณทิพา พรหมรักษ์

ศูนย์วิทยพัทยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL PROCESS BY USING THE PROCESS OF
GENERALIZATION TO ENHANCE ALGEBRAIC REASONING ABILITY AND
MATHEMATICAL COMMUNICATION OF NINTH GRADE STUDENTS



Miss Pantipa Promarak

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy Program in Curriculum and Instruction

Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการ
วางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล
ทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
มัธยมศึกษาปีที่ 3

โดย

นางสาวพรรณทิพา พรหมรักษ์

สาขาวิชา

หลักสูตรและการสอน

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

รองศาสตราจารย์ ดร.พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์

คณะกรรมการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาคุษฎีบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สำลี ทองธิว)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม
(รองศาสตราจารย์ ดร.พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ปัทมาศิริ ชีรานุรักษ์ จารุชัยนิวัฒน์)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง)

พรรณทิพา พรหมรักษ์ : การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 (DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL PROCESS BY USING THE PROCESS OF GENERALIZATION TO ENHANCE ALGEBRAIC REASONING ABILITY AND MATHEMATICAL COMMUNICATION OF NINTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร. อัมพร ม้าคอง, อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : รศ.ดร. พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 267 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 2) ศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยพิจารณาจากความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับหลักสูตร การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง นำข้อมูลที่ได้จากการศึกษามาสร้างกระบวนการเรียนการสอน แล้วนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คนและกลุ่มควบคุม 39 คน ระยะเวลาในการทดลอง 12 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสถิติที และใช้การวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นการสร้างความสัมพันธ 2) ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม 3) ขั้นการสร้างข้อสรุป 4) ขั้นการประยุกต์ความรู้
2. ผลของการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีดังนี้
 - 2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนจากกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
 - 2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
 - 2.3 ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนจากกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีพัฒนาการไปในทางที่ดีขึ้น นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปอย่างเป็นเหตุเป็นผล และสามารถอธิบายแนวความคิดโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษาลายมือชื่อ นิสิต **พรรณทิพา พรหมรักษ์**
 สาขาวิชา หลักสูตรและการสอน.....ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....
 ปีการศึกษา 2552ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม.....

4984677727 : MAJOR CURRICULUM AND INSTRUCTION

KEYWORDS : PROCESS OF GENERALIZATION ALGEBRAIC REASONING MATHEMATICAL COMMUNICATION

PANTIPA PROMARAK : DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL PROCESS BY USING THE PROCESS OF GENERALIZATION TO ENHANCE ALGEBRAIC REASONING ABILITY AND MATHEMATICAL COMMUNICATION OF NINTH GRADE STUDENTS. THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF. ALMPORN MAKANONG, Ph.D., THESIS CO-ADVISOR : ASSOC.PROF. PIMPAN DACHAKUPT, Ph.D., 267 pp.

The purposes of research were to: 1) develop an instructional process by using the process of generalization to enhance algebraic reasoning ability and mathematical communications of ninth grade students, and 2) study the quality of the developed instructional process on algebraic reasoning ability and mathematical communications. The researcher developed the instructional process by analyzing and synthesizing basic information concerning the curriculum, mathematics instruction, and related approaches and theories. The results of the study were used to develop instructional process. The process was experimented with ninth grade students in Piboonbumpen Demonstration School, Burapha University. The samples were 79 students which were divided into two groups with 40 students in the experimental group and 39 students in the control group. The duration of the experiment was 12 weeks long. The research instruments were tests of algebraic reasoning ability and mathematical communications. Data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, t-test, and content analysis. The findings were as follows:

1. The developed instructional process consisted of 4 steps, namely: 1) relating 2) learning activity 3) making conclusion, and 4) applying knowledge.
2. The results of implementing the developed instructional process were:
 - 2.1 algebraic reasoning and mathematical communications abilities of students after learning from the developed instructional process were significantly higher than those of before at .05 level of significance.
 - 2.2 algebraic reasoning and mathematical communications abilities of students in the experimental group after learning from the developed instructional process were significantly higher than those of students in the control group at .05 level of significance.
 - 2.3 algebraic reasoning and mathematical communications abilities of students in the experimental group were improved. They could be able to draw mathematical conclusions reasonably, and elaborate ideas by using mathematical language and symbols effectively.

Department : Curriculum, Instruction, and Educational Technology Student's Signature *Pantipa Promarak*

Field of Study : Curriculum and Instruction..... Advisor's Signature *A. Makang*

Academic Year : 2009..... Co-Advisor's Signature *Pimpan Dachakupt*

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วย ความเมตตา ความกรุณา และความปรารถดี รวมทั้งการให้คำปรึกษาและคำแนะนำอย่างดียิ่งของรองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร. พิมพันธ์ เฉชะคุปต์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ร่วม ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ซึ่งมีรองศาสตราจารย์ ดร. สำลี ทองชีว ประธานกรรมการ อาจารย์ ดร. ปัทมศิริ ชีรานุรักษ์ จารุชัยนิวัฒน์ และรองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง ที่กรุณาให้คำแนะนำ ชี้แนะ เพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการบริหารหลักสูตรคุษฎีบัณฑิต สาขาวิชา หลักสูตรและการสอน ที่ให้ความรู้ ความเมตตา ความเอาใจใส่ ดูแลติดตามความก้าวหน้าในการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้การทำงานสำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิและผู้เชี่ยวชาญทุกท่าน ที่ได้กรุณาสละเวลาอันมีค่าใช้ในการตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อผู้วิจัย

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต "พิบูลบำเพ็ญ" มหาวิทยาลัยบูรพา ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือและทดลองสอน และขอขอบคุณนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างตั้งใจ

ขอขอบคุณพี่ ๆ และเพื่อน ๆ ในสาขาวิชาหลักสูตรและการสอนและเพื่อนสนิททุกคน ที่คอยเป็นกำลังใจและให้ความช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดมา

ท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และครู อาจารย์ทุกท่านในทุกระดับการศึกษา หากวิทยานิพนธ์นี้ก่อให้เกิดคุณประโยชน์ ผู้วิจัยขอมอบความดีงามเหล่านี้แด่ท่านผู้มีพระคุณทั้งหลายที่ให้ความหวังใจ ให้กำลังใจ และสนับสนุนให้เกิดวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
คำถามการวิจัย.....	6
วัตถุประสงค์การวิจัย.....	6
สมมุติฐานการวิจัย.....	7
ขอบเขตของการวิจัย.....	8
คำนิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	11
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
การวางนัยทั่วไป.....	13
ความหมายของการวางนัยทั่วไป.....	13
ประเภทของการวางนัยทั่วไป.....	14
กระบวนการเรียนการสอน.....	16
ความหมายของกระบวนการเรียนการสอน.....	16
องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน.....	17
การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน.....	17
การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.....	18
ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์.....	25
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	34
ความหมายและความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	34
ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	37

บทที่ 2 (ต่อ)	
การอ้างเหตุผล.....	39
แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	40
การให้เหตุผลทางพีชคณิต.....	42
กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต.....	43
การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	47
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	50
ความหมายและความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	50
แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	53
การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	54
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	59
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	65
การพัฒนาระบบการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป.....	67
การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน คณิตศาสตร์.....	67
ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการวางนัยทั่วไป...	71
การพัฒนาระบบการเรียนการสอน.....	79
การตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน.....	103
การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน.....	104
การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้.....	104
การสร้างและพัฒนาเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูล.....	109
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	116
การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน.....	116
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	130
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	132
ผลการพัฒนาระบบการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป.....	132
ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป.....	139
ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	139
ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	140

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	147
สรุปผลการวิจัย.....	150
อภิปรายผลการวิจัย.....	153
ข้อเสนอแนะ.....	161
รายการอ้างอิง.....	164
ภาคผนวก.....	173
ภาคผนวก ก กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป.....	174
ภาคผนวก ข รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ.....	198
ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้.....	200
ภาคผนวก ง ตัวอย่างเครื่องมือการวิจัย.....	235
ภาคผนวก จ การวิเคราะห์ข้อมูล.....	260
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	267

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1 ระดับการอ้างเหตุผล.....	40
2 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผลของ กรมวิชาการ.....	49
3 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ.....	56
4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค.....	57
5 แนวการจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการวางนัยทั่วไป.....	86
6 แนวการจัดการเรียนการสอนตามการอ้างเหตุผล.....	88
7 แนวการจัดการเรียนการสอนตามกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต.....	90
8 แนวการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์.....	92
9 ผลการวิเคราะห์กิจกรรมการเรียนการสอน แนวการสอนและวิธีสอนของ กระบวนการเรียนการสอน.....	97
10 ผลการวิเคราะห์ห้บทบาทผู้สอนและผู้เรียน.....	99
11 จำนวนชั่วโมงของแผนการจัดการเรียนรู้ในหัวข้อเรื่องต่าง ๆ.....	108
12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต.....	110
13 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	113
14 แสดงค่าความยากและความเที่ยงของแบบวัด.....	115
15 แบบแผนการทดลอง.....	117
16 เปรียบเทียบแนวการสอนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	118
17 วิธีและเทคนิคการสอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นตอนต่าง ๆ ของ กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น.....	129
18 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตก่อน เรียนและหลังของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	139
19 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อน เรียนและหลังของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	140
20 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตหลัง เรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	140

ตารางที่

หน้า

21 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลัง เรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	141
--	-----



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

แผนภาพที่	หน้า
1 ความสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนและผลการเรียนรู้.....	24
2 ลำดับของการคิด.....	36
3 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	64
4 สรุปลำดับขั้นตอนและแผนการดำเนินการวิจัย.....	66
5 องค์ประกอบที่ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน.....	72
6 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของกระบวนการวางนัยทั่วไป.....	75
7 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของการอ้างเหตุผล.....	76
8 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต.....	77
9 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์.....	78
10 ผลการสังเคราะห์หลักการของกระบวนการเรียนการสอน.....	79
11 ผลการวิเคราะห์วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป.....	84
12 ผลการบูรณาการของแนวการจัดการเรียนการสอนของกระบวนการวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์	93
13 ผลการสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนการสอน.....	95
14 ความสอดคล้องระหว่างหลักการและขั้นตอนการเรียนการสอน.....	96
15 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป และวงจร PDCA.....	120
16 แนวทางพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	133

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาการคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม อีกทั้งคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น ดังนั้นหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 จึงได้กำหนดจุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ซึ่งถือเป็นหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้เกิดคุณลักษณะอันพึงประสงค์คือ ให้ผู้เรียนได้เกิดความรู้ความเข้าใจในสาระที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งเกิดทักษะทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ตามไปด้วย

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดกรอบสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน เพื่อเป็นเกณฑ์ในการกำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐานและเมื่อเรียนจบในแต่ละช่วงชั้นไว้ โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้เกิดความรู้ความเข้าใจในสาระที่เกี่ยวกับเนื้อหา พร้อมทั้งเกิดทักษะทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กำหนดประกอบด้วย 6 สาระ ในสาระที่ 1-5 เป็นสาระเกี่ยวกับเนื้อหา ส่วนสาระที่ 6 เป็นสาระเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในสาระเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้นเมื่อเปรียบเทียบกับหลักสูตรเดิมจะเห็นว่าทักษะกระบวนการเหล่านี้ไม่ได้ปรากฏอยู่ ซึ่งแสดงให้เห็นได้ว่าทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และหลักสูตรได้ให้ความสำคัญในเรื่องของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก

จากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ผลปรากฏว่าผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี แต่ยังมีนักเรียนส่วนใหญ่ขาดความสามารถเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอน

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 1) ซึ่งจากผลประเมินวิชาคณิตศาสตร์นานาชาติ โครงการ TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) ที่พบว่า นักเรียนไทยทำข้อสอบที่ต้องใช้ความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ และยกเหตุผลประกอบ หรือเขียนข้อความยาว ๆ ไม่ได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551) และการประเมินผลนักเรียนในระดับนานาชาติ PISA (Program for International Student Assessment) ซึ่งประเมินเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดในสามด้าน คือ เนื้อหาคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ ปรากฏว่าประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 432 คะแนน (Organization for Economic Co-operation and Development, 2009; สุนีย์ คล้ายนิล, 2547) ในขณะที่คะแนนเฉลี่ยของ OECD เป็น 500 ซึ่งเป็นลำดับที่ 32 จากจำนวน 41 ประเทศที่เข้าร่วมโครงการ จากสภาพปัญหาดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับด้านทักษะด้านการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่เป็นอย่างมาก

การให้เหตุผลเป็นทักษะ/กระบวนการหนึ่งทางคณิตศาสตร์ ที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน เพราะการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล และในกระบวนการให้เหตุผลนั้นผู้เรียนต้องใช้การคิดในระดับสูง เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง และการที่ผู้เรียนอธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่คุณสอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า การที่ผู้เรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อผู้เรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ผู้สอนอาจไม่ได้ให้โอกาสผู้เรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งผู้สอนและผู้เรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกต้องแต่เหตุผลผิดคือการได้คำตอบที่ผิด และสามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 97-98) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่ผู้เรียนหาคำตอบที่ถูกต้องได้ (NCTM, 1989: 29,81)

ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอเป็นทักษะหนึ่งที่มีความเกี่ยวข้อง เชื่อมโยง และเกิดขึ้นควบคู่ไปกับทักษะการให้เหตุผล ทั้งสองทักษะถือได้ว่ามีความสำคัญและเป็นปัจจัยที่เกื้อหนุนซึ่งกันและกัน ดังที่ Fensell and Rowan (2001: 289) ได้กล่าวไว้ว่า การสื่อความหมายเป็นเครื่องมือที่ทรงพลังทางความคิด ช่วยสนับสนุนและขยายการให้เหตุผล ทำให้ผู้เรียนระลึกถึงองค์ประกอบร่วมของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ แนวคิด และยังเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์ต่อผู้เรียนในการสร้างความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในเนื้อหาที่เรียน ทักษะการสื่อสารเป็นทักษะกระบวนการหนึ่งที่ผู้เรียนควรได้รับ

การฝึกฝนและพัฒนา ดังที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (กรมวิชาการ, 2546: 6) ได้กำหนดให้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นสมรรถภาพที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และมีความสำคัญทำให้ผู้สื่อสารกับผู้รับสารมีความเข้าใจที่ตรงกัน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาและภาษาทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น เป็นการเสริมสร้างให้ผู้เรียนมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในสิ่งที่เรียน เกิดเป็นความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้เรียน และยังช่วยให้ผู้สอนสามารถมองเห็นความเข้าใจของผู้เรียนได้อีกด้วย (Rowan and Morrow, 1993: 324; Mumme and Shepherd, 1993: 7-9; NCTM, 1989: 29; อัมพร ม้าคนอง, 2547: 103) Buschman (1995: 324) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารไว้ว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้เรียนได้สะท้อนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการเชื่อมโยง เพราะเมื่อผู้เรียนพูดหรือเขียนข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนจะจำข้อมูลหรือแนวคิดนั้นได้ สามารถนำแนวคิดนั้นไปใช้ในการค้นคว้าหาความรู้อื่น ๆ ได้

เมื่อพิจารณาองค์ประกอบในด้านเนื้อหาของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 5 ด้าน ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต และสถิติ ซึ่งพีชคณิตจัดเป็นสาระที่ 4 ของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ รวมทั้งฟังก์ชันและการวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลง (ดวงเดือน อ่อนน่วม, 2547: 16) พีชคณิตถือได้ว่าเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญและจำเป็นต่อผู้เรียนอย่างมาก ดังที่ NCTM (2000) กล่าวไว้ว่า ความสามารถทางพีชคณิตเป็นสิ่งสำคัญต่อชีวิต ทั้งเกี่ยวกับอาชีพและการเตรียมตัวผู้เรียนไปสู่ระดับการศึกษาที่สูงขึ้น ผู้เรียนทุกคนจึงจำเป็นต้องเรียนรู้เนื้อหาทางพีชคณิต ซึ่งพีชคณิตถือเป็นพื้นฐานสำคัญของเนื้อหาอื่น ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ และจัดเป็นภาษาและเครื่องมือที่จำเป็นในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องตามมา ไม่ว่าจะเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน สถานการณ์แบบรูป การแก้ปัญหา และการสร้างข้อสรุป (RAND, 2003: 44) Romberg และ Spence (1995) จากที่กล่าวมาแสดงให้เห็นได้ว่า พีชคณิตเป็นเครื่องมือสำหรับการทำความเข้าใจของทุก ๆ สิ่ง หากผู้เรียนปราศจากความเข้าใจทางพีชคณิตแล้ว ทำให้ยากต่อการเรียนรู้เนื้อหาอื่น ๆ ของคณิตศาสตร์ตามมา อย่างไรก็ตามแม้ว่าพีชคณิตจะเป็นสิ่งที่มีความสำคัญและมีบทบาทในด้านการเรียนและการนำไปใช้ในการทำงาน การเรียนรู้พีชคณิตก็ยังถือเป็นวิกฤตปัญหาสำคัญของผู้เรียนในปัจจุบัน ซึ่งพบว่านักเรียนไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและสถานการณ์โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบรูป การให้เหตุผลของผู้เรียนยังไม่มีความสมเหตุสมผล ซึ่งมักจะเป็นการอธิบายโดยขาดหลักการอ้างอิงที่ถูกต้อง ไม่สามารถสื่อสารวิธีการคิด วิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้ (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546: 54-58)

จากความสำคัญของทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว แสดงให้เห็นว่าทั้งสองทักษะเป็นทักษะที่ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และจากปัญหาดังที่กล่าวมาแล้วสะท้อนให้เห็นว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่ยังประสบปัญหาเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทาง

คณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เมื่อวิเคราะห์ถึงสาเหตุของปัญหาดังกล่าว จะพบได้ว่าลักษณะการเรียนการสอนอาจเป็นสาเหตุสำคัญหนึ่งของปัญหาด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังที่กิดติ พัฒนตระกูลสุข (2546: 54-58) ได้กล่าวว่าสาเหตุของปัญหาในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ยังเน้นความจำมากกว่าฝึกกระบวนการคิด เป็นการอธิบายและแสดงเหตุผลกำกับไว้โดยครูผู้สอนเอง มักจะใช้รูปแบบเดียวในการแก้ปัญหา ซึ่งไม่ก่อให้เกิดความหลากหลายในการใช้ยุทธวิธีช่วยแก้ปัญหา และการดำเนินการสอนของครูเป็นลักษณะของรูปแบบการสื่อสารทางเดียว ไม่ค่อยมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน การโต้ตอบระหว่างครูกับนักเรียนเป็นเพียงการซักถามที่อยู่ในรูปของประโยคปิด เช่น ใช่หรือไม่ ถูกต้องหรือไม่ เพียงเท่านั้น ไม่ได้ปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่มีไหวพริบ รู้จักสังเกต รู้จักการสำรวจ การตั้งข้อคาดการณ์พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งลักษณะการเรียนการสอนดังกล่าวอาจถือได้ว่าเป็นการปิดกั้นการแสดงออกทางความคิดและการให้เหตุผลของผู้เรียน

ผลการศึกษาข้างต้น ได้ชี้ให้เห็นถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ยังไม่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ พบว่ากระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงให้เห็นได้ในงานวิจัยของ Ellis (2007) ที่พบว่า การกระทำซ้ำของวงจรการปฏิบัติ/การสะท้อนผลในกระบวนการวางนัยทั่วไป เป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในกระบวนการวางนัยทั่วไปประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การหาความสัมพันธ์ (Relating) 2) การค้นหา (Searching) 3) การขยาย (Extending) 4) การหาเอกลักษณ์หรือข้อความ (Identification or Statement) 5) การนิยาม (Definition) 6) การนำไปใช้ (Influence) และผลงานวิจัย Townsend (2005) ที่พบว่ากิจกรรมการวางนัยทั่วไปจะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความคิด อธิบายเหตุผลของตน มีการสื่อสารระหว่างเพื่อนนักเรียนด้วยกัน ในกิจกรรมเหล่านี้จะเกิดประโยชน์กับนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ และช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่าปัจจัยสำคัญที่ช่วยส่งเสริมในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือการอ้างเหตุผลและการใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต การอ้างเหตุผลนั้นถือได้ว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของกระบวนการวางนัยทั่วไป ดังที่ Lin (2001) ได้กล่าวว่าการอ้างเหตุผลจัดเป็นหน้าต่างสำหรับมองเห็นภาพกว้างของการวางนัยทั่วไปและเป็นการมองเห็นอย่างลึกซึ้งเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล การอ้างเหตุผลเป็นการแสดงความคิด ความเข้าใจของผู้เรียน ประกอบกับการตัดสินใจโดยผ่านการอ้างอิงในระดับต่าง ๆ (Lannin, 2005: 236) ได้แก่ 1) การอ้างอิงบุคคลอื่น (Appeal to External Authority) 2) การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ (Empirical Evidence) 3) การแสดงตัวอย่างที่

อยู่ในรูปทั่วไป (Generic Example) 4) การอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Justification) ในการอ้างเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถสร้างข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลและถูกต้อง ส่วนการใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เป็นตัวกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ได้กำหนดไว้ กล่าวคือ เป็นสิ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนหาคำตอบได้ง่ายและรวดเร็วมากขึ้น ซึ่งกลวิธีที่ใช้สำหรับการให้เหตุผลทางพีชคณิต ประกอบด้วย 4 กลวิธี (Townsend, 2005: 15) ได้แก่ กลวิธีแบบชัดแจ้ง (Explicit Strategy) กลวิธีแบบกระทำซ้ำ (Recursive Strategy) กลวิธีแบบองค์รวม (Whole-object Strategy) และกลวิธีแบบรวมหน่วย (Chunking Strategy) ในแต่ละกลวิธีจะนำไปใช้แก้สถานการณ์ปัญหาแตกต่างกัน หรือบางสถานการณ์อาจต้องใช้มากกว่าหนึ่งกลวิธีในการแก้ปัญหา ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ปัญหานั้นๆ

ในการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ พบว่าการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ค้นพบเห็นกับความรู้ความเข้าใจมาก่อน แต่เมื่อความรู้ใหม่ที่รับมาไม่สอดคล้องกับโครงสร้างทางปัญหา จะเกิดความขัดแย้งทางปัญญาเกิดขึ้น ทำให้ผู้เรียนต้องปรับโครงสร้างทางปัญหาเพื่อให้อยู่ในภาวะสมดุล ในการจัดการเรียนการสอนลักษณะดังกล่าวจึงเน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสังคม รับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเอง และใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เกิดจากการขัดแย้งทางปัญญา ในการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ผู้เรียนจึงมีบทบาทในการเรียนรู้อย่างมาก ได้ศึกษา ค้นคว้า ทดลองปฏิบัติด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมอย่างเต็มตัว ผู้เรียนกับผู้สอนมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกัน มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดและประสบการณ์ต่าง ๆ ซึ่งลักษณะแนวคิดการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวนี้สามารถช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

จากการศึกษาแนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการพัฒนาการเข้าใจปัญหา การคิด และการให้เหตุผลของนักเรียน (สุรางค์ โค้วตระกูล, 2544: 57-59; Piaget, 1986: 45-48; Woolfolk, 1993: 24-29) พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นนักเรียนที่อยู่ในช่วงระดับอายุ 11-15 ปี ซึ่งถือได้ว่าเป็นช่วงวัยที่นักเรียนมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ นักเรียนใช้เหตุผลได้อย่างขั้นสูงสุด โดยที่นักเรียนสามารถตั้งสมมุติฐานและสร้างข้อคาดการณ์ได้ และสามารถอธิบาย สื่อสารในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget (1986: 45-48)

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาทั้งหมด ผู้วิจัยจึงมีความสนใจพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปมาบูรณาการร่วมกับการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีในการให้เหตุผล

ทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำถามการวิจัย

1. การใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปในกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการเรียนการสอนอย่างไร
2. การจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป สามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์การวิจัย

การวิจัยเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดย
 - 2.1 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป ก่อนและหลังการทดลอง
 - 2.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป กับกลุ่มที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

สมมติฐานการวิจัย

กระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการหาความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของกรณีตัวอย่างทุกกรณี และผ่านการพิสูจน์ ตรวจสอบ และขยายความสัมพันธ์เพื่อไปสู่การสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัย เช่น กฎ สูตร และแบบรูป กระบวนการวางนัยทั่วไปประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ การหาความสัมพันธ์ การค้นหา การขยาย การหาเอกลักษณ์ การนิยาม และการนำไปใช้ (Ellis, 2007: 198-200) จากการศึกษางานวิจัยของนักคณิตศาสตร์ พบว่า กระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการหนึ่งซึ่งช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงให้เห็นได้จากงานวิจัยของ Ellis (2007) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับความเชื่อมโยงระหว่างกระบวนการวางนัยทั่วไปและการให้เหตุผลของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า การกระทำซ้ำของวงจรการปฏิบัติ/การสะท้อนผลในกระบวนการวางนัยทั่วไป ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การหาความสัมพันธ์ (Relating) 2) การค้นหา (Searching) 3) การขยาย (Extending) 4) การหาเอกลักษณ์หรือข้อความ (Identification or Statement) 5) การนิยาม (Definition) 6) การนำไปใช้ (Influence) ช่วยส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน อีกทั้งงานวิจัยของ Townsend (2005) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการทดสอบการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการวางนัยทั่วไปช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความคิด อธิบายเหตุผลของตนเองมีการสื่อสารระหว่างเพื่อนนักเรียนด้วยกัน ในกิจกรรมเหล่านี้จะเกิดประโยชน์กับผู้เรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์และช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารเพิ่มขึ้น

จากผลการวิจัยของนักคณิตศาสตร์ศึกษาเกี่ยวกับการวางนัยทั่วไป ผู้วิจัยจึงได้กำหนดสมมติฐานการวิจัยในครั้งนี้ ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประชากรที่ใช้ในการทดลองเพื่อประเมินคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น คือ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี

2. การประเมินคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยผู้ทรงคุณวุฒิและการใช้การวิจัยกึ่งทดลองเป็นส่วนหนึ่งของการประเมิน ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

2.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป และกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

2.2 ตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการและเศษส่วนของพหุนาม ช่วงชั้นที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย คือ 12 สัปดาห์ ตั้งแต่เดือนธันวาคม 2552 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2553

คำนิยามศัพท์เฉพาะ

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป หมายถึง กระบวนการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง โดยการหาความสัมพันธ์ของกรณีต่างๆ และพิสูจน์ ตรวจสอบ ขยายความสัมพันธ์ของกรณีต่างๆ จนสามารถสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปทั่วไป โดยปรับมาจากกระบวนการวางนัยทั่วไปของ Ellis (2007) และบูรณาการร่วมกับการอ้างอิงเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เข้ามาช่วยในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยปรับให้เหมาะสมตามหลักสูตร การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และเนื้อหาสาระวิชาตามสภาพและบริบทของประเทศไทย ได้กระบวนการเรียนการสอน 4 ชั้น ดังนี้

1. **ขั้นการสร้างความสัมพันธ์** หมายถึง ขั้นการเตรียมความพร้อมของผู้เรียน โดยการเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่จะสอนให้มาสัมพันธ์กัน ร่วมกับการฝึกสอนการอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ และการแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป

2. **ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม** หมายถึง ขั้นการให้ผู้เรียนฝึกลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นคว้า หาคำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง ควบคู่กับการสังเกตคุณลักษณะร่วมของแบบรูป/ปรากฏการณ์ และใช้การตรวจสอบ พิสูจน์ถึงความถูกต้องและสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ร่วมกับการฝึกใช้การอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ และการแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป ประกอบกับการใช้กลวิธีแบบชัดเจน กกลวิธีแบบกระทำซ้ำ กกลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย

3. **ขั้นการสร้างข้อสรุป** หมายถึง ขั้นการให้ผู้เรียนหาคุณลักษณะร่วมของแบบรูป/ปรากฏการณ์ และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ และการอธิบายความหมายของกฎเกณฑ์นั้น ร่วมกับการฝึกใช้การอ้างอิงแบบการแสดงผลตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่วไป และการอ้างอิงเหตุผลแบบนัย ประกอบกับการใช้กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กกลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย

4. **ขั้นการประยุกต์ความรู้** หมายถึง ขั้นที่ผู้เรียนนำกฎ หลักการ ผลสรุปที่จากการเรียน ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์อื่น ๆ ร่วมกับการฝึกใช้การอ้างอิงเหตุผลแบบนัย ประกอบกับการใช้กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กกลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย

การอ้างอิงเหตุผล หมายถึง การแสดงความคิดความเข้าใจของผู้เรียนโดยเชื่อมโยงความรู้ มาแสดงเพื่อประกอบการตัดสินใจ การอ้างอิงเหตุผลมี 4 ลักษณะ ดังนี้

1. **การอ้างอิงบุคคลอื่น** หมายถึง การแสดงการให้เหตุผลโดยอ้างอิงจากผู้รู้ทางพีชคณิต หรือเอกสารเกี่ยวกับพีชคณิต เพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ

2. **การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์** หมายถึง การแสดงการให้เหตุผลโดยผ่านการแสดง ตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม เพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ

3. **การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่วไป** หมายถึง การแสดงการให้เหตุผลโดยผ่านการแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่วไป เพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ

4. **การอ้างอิงเหตุผลแบบนัย** หมายถึง การแสดงการให้เหตุผลโดยผ่านการใช้กฎ สูตร เพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ

การใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต หมายถึง การกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ได้กำหนดไว้ กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตมี 4 กลวิธี ดังนี้

1. **กลวิธีแบบชัดเจน** หมายถึง การกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต โดยการใช้การคิดคำนวณและเชื่อมโยงกับเทคนิคการนับ

2. **กลวิธีแบบกระทำซ้ำ** หมายถึง การกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต โดยใช้วิธีหาเพิ่มจำนวนจากค่าตั้งต้น ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะมีลักษณะเป็นแบบรูปที่มีค่าต่อเนื่องสัมพันธ์กับค่าตั้งต้น

3. **กลวิธีแบบองค์รวม** หมายถึง การกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต โดยใช้วิธีการคูณระหว่างค่าตั้งต้นกับจำนวนที่เพิ่มขึ้น

4. **กลวิธีแบบรวมหน่วย** หมายถึง การกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต โดยใช้วิธีการหาค่าที่ต่อเนื่องไปจากค่าที่มีอยู่แล้ว ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้เกิดจากการนำค่าที่มีอยู่แล้ว รวมกับค่าที่หาได้ใหม่

การจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ หมายถึง การจัดการเรียนการสอน ที่เน้นให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยอาศัยประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม โดยครูเป็นผู้สร้างสถานการณ์ที่เป็นปัญหาและปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเพื่อให้นักเรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญา

กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ตามแนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ประกอบด้วยขั้นตอนหลักในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ได้แก่

1. **ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน** หมายถึง ขั้นทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิมเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้หรือเนื้อหาใหม่ โดยการใช้การสนทนา ชักถาม ยกตัวอย่างและอภิปราย เพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียน

2. **ขั้นปฏิบัติกิจกรรม** หมายถึง ขั้นการสอนเนื้อหาใหม่ให้นักเรียนเข้าใจกฎ สูตร สังเกต ทฤษฎีบท โดยการใช้คำถาม การอธิบายประกอบการยกตัวอย่าง ซึ่งดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้อตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการ

3. **ขั้นสรุป** หมายถึง เป็นขั้นของการให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญจากบทเรียน

4. **ขั้นฝึกทักษะ** หมายถึง ขั้นการนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างปรากฏการณ์ การแสดงข้อสรุป และการยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปที่ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งประเมินได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต โดยผู้วิจัยเป็นผู้สร้างขึ้น

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิด อธิบายแนวความคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ และอธิบายวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แผนภูมิ รูปภาพ แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและรัดกุม ประเมินได้จากการใช้ภาษาเขียนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยเป็นผู้สร้างขึ้น

นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นในการวิจัยครั้งนี้ สามารถใช้เป็นทางเลือกสำหรับครูในการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนในการวิจัยครั้งนี้ เป็นแนวทางสำหรับครูศึกษานิเทศก์ และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาครูคณิตศาสตร์ ไปใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมทักษะทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. ได้ข้อค้นพบเกี่ยวกับข้อมูลความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถนำมาเป็นข้อมูลการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาทฤษฎี แนวคิด และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การวางนัยทั่วไป
 - 1.1 ความหมายของการวางนัยทั่วไป
 - 1.2 ประเภทของการวางนัยทั่วไป
2. กระบวนการเรียนการสอน
 - 2.1 ความหมายของกระบวนการเรียนการสอน
 - 2.2 องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน
 - 2.3 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน
 - 2.4 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.5 ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 การอ้างเหตุผล
 - 3.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 การให้เหตุผลทางพีชคณิต
 - 3.6 กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต
 - 3.7 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 4.2 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. การวางนัยทั่วไป

การวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการสำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้สร้างข้อสรุปหรือองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งกระบวนการดังกล่าวถือว่าเป็นหัวใจของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนจะต้องอาศัยการคิดหลากหลายลักษณะและใช้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ร่วมด้วย

1.1 ความหมายของการวางนัยทั่วไป

ในการอธิบายความหมายของการวางนัยทั่วไปนั้น พบว่ามีนักคณิตศาสตร์กล่าวถึงความหมายของการวางนัยทั่วไปไว้พอสมควร โดยมุ่งประเด็นไปที่ลักษณะกิจกรรมของการวางนัยทั่วไป ดังนี้

Kaput (1999: 136 cited in Barker, 2007: 52) ได้ให้ความหมายของการวางนัยทั่วไป (Generalization) ไว้ว่า เป็นการขยายขอบเขตของเหตุผลหรือการสื่อสารกว้างไกลมากกว่ากรณีใดกรณีหนึ่ง และการค้นหาลักษณะร่วมของทั่วทุกกรณี แล้วนำไปสู่การขยายที่อยู่ในรูปของแบบรูปกระบวนการ โครงสร้าง และความสัมพันธ์ระหว่างกรณีหรือสถานการณ์นั้น

Kaput ยังได้อธิบายว่า การวางนัยทั่วไปเป็นลักษณะของการเข้าร่วมกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งในสามกิจกรรมดังนี้

- 1) ระบุลักษณะร่วมของกรณีทั่วทุกกรณี
- 2) การขยายเหตุผลกว้างกว่าขอบเขตที่เป็นจุดเริ่มต้น
- 3) ได้รับผลลัพธ์ที่ขยายจากกรณีเฉพาะ

Dorfler (2002: 381, cited in Zazkis and Liljea, 2002: 381) นิยามว่าการวางนัยทั่วไปเป็นทั้งสิ่งใดสิ่งหนึ่ง (An Object) และวิธีการคิดและการสื่อสาร ซึ่ง Dorfler ได้แบ่งชนิดของการวางนัยทั่วไปออกเป็น 2 ชนิด คือ การวางนัยทั่วไปเชิงประจักษ์ (Empirical Generalization) และการวางนัยทั่วไปเชิงทฤษฎี (Theoretical Generalization)

1) การวางนัยทั่วไปเชิงประจักษ์มีรากฐานมาจากการจำแนกลักษณะร่วมหรือคุณลักษณะร่วมของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ทั้งนี้การวางนัยทั่วไปเชิงประจักษ์ถูกวิจารณ์ว่าขาดเป้าหมายเฉพาะในการตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่จำเป็น จำกัดขอบเขตโดยปราศจากความเป็นไปได้ในการอ้างอิงต่อไปและมีความเชื่อถือที่มากเกินไปบนตัวอย่างเฉพาะ

2) การวางนัยทั่วไปเชิงทฤษฎี หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า ระบบของการปฏิบัติ (System of action) ซึ่งจะประกอบด้วยสิ่งที่จำเป็น และการวางนัยทั่วไปจะถูกสร้างผ่านสิ่งที่จำเป็น

นามธรรมของสิ่งที่จำเป็นนี้ คุณสมบัติของสิ่งที่เป็นชรรณนามเป็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ มากกว่าเป็นความสัมพันธ์เฉพาะตัวของมันเอง

Zazkis และ Liljea (2002: 381) อธิบายว่าการวางนัยทั่วไปถูกสร้างผ่านสิ่งที่เป็นนามธรรมของสิ่งที่จำเป็น คุณสมบัติของสิ่งที่เป็นชรรณนามนั้นเป็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ มากกว่าเป็นความสัมพันธ์เฉพาะตัวของมันเอง

จากความหมายของกัับการวางนัยทั่วไปดังที่กล่าวข้างต้น พอสรุปได้ว่าการวางนัยทั่วไป เป็นการหาความสัมพันธ์คุณลักษณะร่วมของทั่วทุกกรณี แล้วขยายไปสู่การสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปของนัยทั่วไป เช่น กฎ โครงสร้าง และแบบรูป

1.2 ประเภทของการวางนัยทั่วไป

นักการศึกษาได้จำแนกประเภทของการวางนัยทั่วไป โดยมีเกณฑ์ในการจำแนกที่แตกต่างกันดังต่อไปนี้

Ellis (2007: 198-200) ได้จัดแบ่งประเภทการวางนัยทั่วไป ได้เป็น 2 ประเภท คือ การกระทำการวางนัยทั่วไป (Generalization Actions) กัับการสะท้อนการวางนัยทั่วไป (Reflection Generalizations)

1) การกระทำการวางนัยทั่วไปเป็นกิจกรรมขณะที่นักเรียนกำลังดำเนินการสร้างข้อสรุปขึ้นมา ซึ่ง การกระทำการวางนัยทั่วไปสามารถแบ่งได้เป็น 3 ชนิด คือ

1.1 การหาความสัมพันธ์ (Relating) เป็นกิจกรรมที่นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสองปัญหาหรือสองสถานการณ์ขึ้นไป หรือมุ่งพิจารณาไปที่คุณสมบัติ/แบบรูป ที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันของสองปัญหาหรือสองสถานการณ์นั้น การหาความสัมพันธ์สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี ได้แก่

1.1.1 ความสัมพันธ์ของสถานการณ์ เป็นความเกี่ยวเนื่องระหว่าง 2 สถานการณ์/ปัญหาหรือมากกว่านั้น ซึ่งอาจเป็นการเชื่อมโยงระหว่างสถานการณ์ปัจจุบันกับสถานการณ์ที่ผ่านมา หรือการสร้างสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่มีอยู่

1.1.2 ความสัมพันธ์ของวัตถุ เป็นความเกี่ยวเนื่องของความคล้ายคลึงกันระหว่าง 2 วัตถุ หรือมากกว่านั้น

1.2 การค้นหา (Searching) เป็นกิจกรรมที่นักเรียนเข้าร่วมในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ซ้ำอีกครั้ง โดยการค้นหาและตรวจสอบความสัมพันธ์ของสถานการณ์นั้น เช่น การคิดคำนวณอัตราส่วนหรือกำหนดแบบรูป เพื่อนำไปสู่การกำหนดสิ่งที่มีลักษณะเหมือนกัน การค้นหาสามารถแบ่งได้เป็น 4 กรณี ได้แก่

1.2.1 ความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน เป็นการกระทำซ้ำเพื่อที่จะตรวจสอบว่าความคงที่ของความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุ 2 วัตถุ หรือมากกว่านั้น

1.2.2 กระบวนการที่เหมือนกัน เป็นการกระทำซ้ำของกระบวนการ เพื่อที่จะตรวจสอบว่าให้ผลที่ตรงกันทั่วทุกกรณี

1.2.3 รูปแบบที่เหมือนกัน เป็นการตรวจสอบว่าทุก ๆ กรณีต่างเป็นรูปแบบเดียวกันหมดหรือไม่

1.2.4 คำตอบหรือผลลัพธ์ที่เหมือนกัน เป็นการกระทำซ้ำเพื่อตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการปฏิบัติยังคงให้ผลที่เหมือนกันทุก ๆ ครั้ง

1.3 การขยาย (Extending) เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการขยายแบบรูปหรือกฎเข้าสู่โครงสร้างที่เป็นรูปแบบทั่วไป นักเรียนจะขยายเหตุผลที่กว้างมากขึ้นกว่าปัญหา สถานการณ์ หรือกรณีที่เป็นจุดเริ่มต้น การขยายสามารถแบ่งได้เป็น 4 กรณี ได้แก่

1.3.1 การขยายขอบเขตของการใช้ เป็นการประยุกต์ใช้ของปรากฏการณ์ให้มีขอบเขตที่กว้างมากขึ้นจากกรณีแรกต้น

1.3.2 การเคลื่อนย้ายลักษณะเฉพาะ เป็นการย้ายรายละเอียดของบริบทเพื่อที่จะพัฒนาไปสู่กรณีทั่วไป

1.3.3 การดำเนินการ เป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์บนวัตถุเพื่อที่จะสร้างกรณีใหม่ ๆ

1.3.4 การต่อเนื่อง เป็นการกระทำซ้ำของรูปแบบที่มีอยู่ เพื่อที่จะสร้างกรณีใหม่ ๆ

2) การสะท้อนการวางนัยทั่วไป เป็นการแสดงถึงข้อความขั้นสุดท้ายของนักเรียนในการวางนัยทั่วไป ซึ่งการสะท้อนการวางนัยทั่วไปประกอบด้วย

2.1 การหาเอกลักษณ์ (Identification) เป็นการสร้างข้อความของการวางนัยทั่วไป ซึ่งจะอยู่ในรูปของการหาเอกลักษณ์หรือข้อความของแบบรูปทั่วไป คุณสมบัติ กฎ การหาเอกลักษณ์สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี ได้แก่

2.1.1 ความเหมือนกัน เป็นข้อความของลักษณะร่วมกันหรือเหมือนกัน

2.1.2 หลักการทั่วไป เป็นข้อความของปรากฏการณ์ทั่วไป เช่น แบบรูป กระบวนการ และกฎทั่วไป

2.2 การนิยาม (Definition) เป็นการสร้างข้อความลักษณะสำคัญของแบบรูป ความสัมพันธ์ ชั้น หรือปรากฏการณ์อื่น ๆ

2.3 การนำไปใช้ (Influence) : นักเรียนใช้ความรู้เดิมพัฒนาไปสู่การอ้างอิงในปัญหาใหม่ การนำไปใช้สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี ได้แก่

2.3.1 ความคิดหรือยุทธวิธีที่มีอยู่ก่อน เป็นการประยุกต์ของสิ่งที่มีอยู่ไปใช้ในการพัฒนาการวางนัยทั่วไป

2.3.2 การเปลี่ยนแปลงความคิดหรือยุทธวิธี เป็นการปรับปรุงกฎที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ในปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่

Harel and Tall (1991, cited in Townsend, 2005: 28) ได้จัดประเภทของการวางนัยทั่วไป ออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1) Expansive Generalization เป็นการขยายขอบเขตของโครงสร้างทางปัญญาเดิมโดยปราศจากการปรับโครงสร้างทางปัญญาใหม่

2) Reconstructive Generalization เป็นการปรับโครงสร้างทางปัญญาใหม่เพื่อที่จะขยายขอบเขตไปสู่การสร้างความรู้ใหม่

3) Disjunctive Generalization เป็นการสร้างโครงสร้างทางปัญญาใหม่เพื่อนำไปใช้ในการจัดกระทำกับข้อมูลใหม่

จากแนวคิดเกี่ยวกับการจัดแยกประเภทของการวางนัยทั่วไปของนักการศึกษาตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของการวางนัยทั่วไปขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการจัดแยกตามที่อยู่จัดประเภทของการวางนัยทั่วไปพิจารณา

2. กระบวนการเรียนการสอน

การศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการเรียนการสอน ประกอบด้วยความหมายของกระบวนการเรียนการสอน องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน และการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของกระบวนการเรียนการสอน

ในการอธิบายความหมายของกระบวนการเรียนการสอน ยังพบว่า มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของกระบวนการเรียนการสอนไว้น้อยมาก ส่วนใหญ่ได้กล่าวถึงประเด็นในส่วนที่เกี่ยวข้องคือองค์ประกอบของการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

Winn (1993: 16) ให้ความหมายของกระบวนการเรียนการสอนว่า เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เริ่มจากปัจจัยนำเข้าได้แก่ ครูและแหล่งการเรียนรู้ที่ส่งผลให้เกิดการกระทำผ่านนักเรียน โดยมีเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจงทั้งคุณลักษณะทางจิตวิทยาและพฤติกรรม

Good (1973: 307) ให้คำนิยามว่ากระบวนการเรียนการสอน คือวิธีการเรียนการสอนที่นำไปสู่การเปลี่ยนแปลงหรือการเรียนรู้ที่ต้องการ

Reigluth (1983: 56) ให้ความหมายกระบวนการเรียนการสอนว่า เป็นขั้นตอนการเรียนการสอนที่ครูกำหนดขึ้นเพื่อให้นักเรียนพัฒนาความสามารถของตนเองตามวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอนนั้น

ทิสนา แคมมณี (2544: 4) อธิบายว่า กระบวนการเรียนการสอนเป็นขั้นตอนและวิธีการดำเนินการที่ช่วยให้บุคคลอื่นเกิดการเรียนรู้ซึ่งต้องอาศัยความรู้ ความเชื่อ เกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ของมนุษย์

อรทัย มูลคำ และสุวิทย์ มูลคำ (2544: 12) นิยามว่า กระบวนการเรียนการสอน หมายถึง ลักษณะลำดับขั้นตอนของรูปแบบการสอนแบบต่าง ๆ ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมสองลักษณะ คือ กิจกรรมของครูและกิจกรรมของนักเรียน กิจกรรมของครูได้แก่ การวางแผนการสอน การเตรียมการสอน การจัดเตรียมสื่อ แหล่งการเรียนรู้ การจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียน การจัดกิจกรรมในห้องเรียน เป็นต้น กิจกรรมของนักเรียนได้แก่ กิจกรรมที่นักเรียนลงมือปฏิบัติขณะมีการเรียนการสอน ซึ่งลำดับขั้นตอนนี้ได้พัฒนาขึ้นจากหลักการและทฤษฎีการเรียนรู้แบบต่าง ๆ

ดังที่ได้กล่าวมานี้ สรุปได้ว่ากระบวนการเรียนการสอน หมายถึง ขั้นตอนการเรียนการสอนรวมทั้งแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่จัดทำขึ้นตามหลักการของแนวคิดหรือทฤษฎี โดยอาศัยวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่างๆ เพื่อให้ นักเรียนบรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน

2.2 องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

ในการศึกษาองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน พิจารณาได้จากแนวคิดของแนวคิดของนักการศึกษา ดังนี้

Arend (1994: 6) อธิบายว่ากระบวนการเรียนการสอน ประกอบด้วย ครู จุดประสงค์ นักเรียน สิ่งแวดล้อมการเรียนการสอน วิธีการเรียน การประเมินผล

Reigluth (1983 cited in Wimm, 1993: 16) อธิบายว่า กระบวนการเรียนการสอนมีความสัมพันธ์กับการออกแบบการสอน ซึ่งเป็นกระบวนการที่จะคัดเลือกวิธีสอนเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ภายใต้เงื่อนไขที่ตั้งไว้

Davis School District (2000) อธิบายว่าองค์ประกอบกระบวนการเรียนการสอนมีลักษณะคล้ายกับรูปแบบ ซึ่งประกอบด้วย เนื้อหา วิธีการ และการประเมิน

ดังนั้น กระบวนการเรียนการสอนจึงประกอบด้วย ขั้นตอนการเรียนการสอนโดยมีที่มาจากแนวคิดหรือทฤษฎี และวัตถุประสงค์เฉพาะที่ใช้ในการพัฒนานักเรียนในด้านต่าง ๆ

2.3 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน ยังไม่พบว่า มีนักการศึกษากล่าวไว้อย่างชัดเจน แต่จะกล่าวไว้เพียงการพัฒนา รูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน ดังนี้

Joyce and Weil (1996) ได้เสนอหลักการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งนำมาประยุกต์ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน ดังนี้

- 1) รูปแบบการเรียนการสอนต้องมีทฤษฎีรองรับ เช่น ทฤษฎีจิตวิทยา
- 2) ก่อนนำกระบวนการเรียนการสอนไปใช้ต้องการการวิจัยเพื่อทดสอบทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพในลักษณะของการนำไปใช้ในสถานการณ์จริง แล้วนำมาข้อค้นพบมาปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบที่พัฒนาขึ้น
- 3) การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนอาจพัฒนาให้นำไปใช้ได้อย่างกว้างขวาง หรือใช้เฉพาะวัตถุประสงค์อย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้
- 4) การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนจะมีจุดมุ่งหมายหลักที่ใช้เป็นหลักในการพิจารณาเลือกรูปแบบ นั่นคือถ้าผู้ใช้นำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ตรงกับจุดมุ่งหมายหลักก็จะทำให้เกิดผลสูงสุด แต่ก็สามารถนำรูปแบบนำรูปแบบไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ถ้าพิจารณาเห็นว่ามีเหมาะสม

2.4 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีความรู้ในเนื้อหา คณิตศาสตร์และมีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งให้บรรลุตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นควรพิจารณาในสิ่งดังต่อไปนี้

2.4.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์

การเรียนรู้หลักการสอนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งหนึ่งที่จะต้องทำเป็นอย่างยิ่งต่อครูผู้สอนคณิตศาสตร์ เพราะหลักการสอนคณิตศาสตร์จะเป็นข้อความรู้ที่ครูสามารถนำไปประยุกต์จัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ ซึ่งจะช่วยให้การสอนนั้นมีประสิทธิภาพและบรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ยูพิน พิพิธกุล (2539: 39-41) ได้ให้หลักการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

- 1) ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก และจากนามธรรมไปสู่รูปธรรม
- 2) สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูทบทวนเรื่องใดควรทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำขึ้น
- 3) ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม
- 4) สอนให้นักเรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อมกัน
- 5) สอนให้นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง
- 6) ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น

7) ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในการสิ่งที่ทำได้ และให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนและคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

8) สอนผ่านประสาทสัมผัสหลายอย่าง ทั้งการดู การฟัง การเขียน การพูด และการปฏิบัติ

2.4.2 ทักษะการสอนคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สิ่งที่มีอิทธิพลต่อการประสบผลสำเร็จในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากการมีความรู้เกี่ยวกับหลักการสอนและเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ การใช้ทักษะการสอนต่าง ๆ ยังมีสำคัญและจำเป็นอย่างมากสำหรับครู เพราะจะช่วยให้ครูสอนสามารถปฏิบัติการสอนได้อย่างชำนาญ ทักษะที่ครูควรจะมีดังนี้ (ยุพิน พิพิธกุล, 2539: 104-121; อัมพร ม้าคนอง, 2544: 40-44)

1) ทักษะการนำเข้าสู่บทเรียน

การนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการเตรียมความพร้อมให้นักเรียนสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ การนำเข้าสู่บทเรียนนั้นอาจมีวิธีการต่าง ๆ เช่น วิธีสนทนาซักถาม การทบทวนบทเรียนให้สัมพันธ์กับบทเรียนใหม่ การเล่าเรื่อง การตั้งปัญหาโดยการอภิปราย และการตั้งปัญหาโดยการทดลอง เป็นต้น

การนำเข้าสู่บทเรียน ควรมีลักษณะดังนี้

- 1.1) ทำก่อนการสอนเนื้อหาใหม่
- 1.2) ไม่ควรใช้เวลานานเกินไปหรือนำยืดเยื้อเกินไป
- 1.3) ครูไม่จำเป็นต้องเป็นผู้ทบทวนหรือผู้บอกนักเรียนเสมอไป แต่อาจใช้คำถามให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่นักเรียนเรียนรู้แล้วกับสิ่งใหม่ที่จะเรียน
- 1.4) ให้นักเรียนช่วยกันคิดช่วยกันอธิบายความรู้ที่เป็นพื้นฐานของเนื้อหาที่จะเรียน ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนเองในการทบทวนความรู้เก่า และครูได้ประเมินว่านักเรียนมีความรู้เพียงพอต่อการเรียนเนื้อหาใหม่หรือไม่
- 1.5) ครูสร้างประเด็นปัญหาให้นักเรียนอภิปรายเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาก็เกี่ยวข้องกันกับเนื้อหาใหม่

2) ทักษะการสรุปบทเรียน

การสรุปบทเรียนเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างในการสอน เพราะทำให้ครูทราบว่านักเรียนสามารถรวมความคิด ความเข้าใจถูกต้องหรือไม่ การสรุปบทเรียนควรมีลักษณะดังนี้

- 2.1) การสรุปควรสรุปเป็นตอน ๆ จากเนื้อหาย่อย ๆ ในขณะที่สอน เมื่อนักเรียนเกิดมโนทัศน์จากเรื่องที่สอนไปแล้ว จะได้ใช้ข้อมูลนั้นสำหรับการสอนเนื้อหาย่อยในลำดับที่สูงขึ้น

2.2) การสรุปบทเรียนควรให้นักเรียนเป็นผู้สรุป โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสรุปเพื่อที่นักเรียนจะได้ทราบว่าสิ่งที่ตนเข้าใจนั้นถูกต้องหรือไม่ และครูจะได้ทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจสิ่งที่สอนมากน้อยเพียงใด

2.3) การสรุปบทเรียนเมื่อจบบทเรียนแล้วเป็นการทบทวนรวบยอดอีกครั้งหนึ่งว่าในคาบนั้นนักเรียนได้เรียนอะไรไปบ้าง มีกฎเกณฑ์อะไรที่ควรจะเข้าใจ และมีความเข้าใจถูกต้องหรือไม่ มีความเข้าใจมากน้อยเพียงใด ครูควรให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของบทสรุปย่อย ๆ เอง ก่อนที่ครูจะสรุปรวมให้ภายหลัง หากเป็นกฎ สูตร นิยาม ครูไม่ควรสรุปสิ่งเหล่านั้นทันที แต่ควรรอให้นักเรียนใช้ภาษาของตนเองสรุปก่อน ครูจึงสรุปในภายหลัง

2.4) การสรุปบทเรียนไม่ควรทำเฉพาะกับการสอนเนื้อหาเท่านั้น การสอนโจทย์ปัญหา ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ก็อาจมีการสรุปบทเรียนได้

3) ทักษะการตั้งคำถาม

การใช้คำถามเป็นเรื่องสำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ เพราะการสอนจะต้องใช้คำถามอยู่ตลอดเวลาไม่ว่าจะสอนโดยวิธีใด ซึ่งการตั้งคำถามควรมีลักษณะดังนี้

3.1 ครูต้องคิดคำถามล่วงหน้า พร้อมทั้งประมาณการคำตอบที่นักเรียนน่าจะตอบ เพื่อเตรียมตัวอธิบายหรือแก้ไขหากนักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง

3.2 ควรตั้งคำถามให้นักเรียนได้คิด มีการอภิปราย อธิบายคำตอบ หรือแสดงเหตุผล มากกว่าตั้งคำถามที่ต้องการเฉพาะคำตอบเพียงคำตอบเดียว

3.3 เมื่อถามนักเรียนไปแล้วครูควรสนใจฟังคำตอบของนักเรียนให้ความสำคัญกับคำตอบของนักเรียน หากนักเรียนตอบไม่ถูก ครูควรใช้คำถามช่วยให้เกิดข้อคิด

3.4 ครูควรพยายามถามครั้งเดียว และหลีกเลี่ยงการซ้ำคำถามของครู และคำตอบซ้ำของนักเรียน เพื่อเป็นการฝึกวินัยการฟังที่ดีในขณะเดียวกันถ้าครูถามซ้ำอาจไปก่อกวนการคิดของนักเรียน

4) ทักษะการยกตัวอย่าง

การยกตัวอย่างเป็นอีกทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญมาก เพราะจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจในสิ่งที่ครูอธิบายได้ชัดเจนมากขึ้น และสามารถตรวจสอบความคิดที่ถูกต้องของนักเรียนด้วย ในการยกตัวอย่างครูควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

4.1) ควรยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวนักเรียนหรือเกิดขึ้นกับนักเรียน และมีความสัมพันธ์กับเนื้อหาที่สอน

4.2) การยกตัวอย่างควรมีจุดมุ่งหมายชัดเจน

4.3) เปิดโอกาสให้นักเรียนยกตัวอย่างเอง

4.4) จำนวนตัวอย่างที่ยกมาควรมีมากพอที่จะทำให้ นักเรียนเกิดความเข้าใจชัดเจน โดยเฉพาะอย่างการยกตัวอย่างให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ในตัวอย่างและสรุปออกมาเป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม

4.5) การยกตัวอย่างเปรียบเทียบเมื่อเรื่องที่สอนมีลักษณะเป็นคู่และต้องการให้เห็นความแตกต่าง เมื่อสอนอย่างหนึ่งแล้วก็ควรสอนอีกอย่างหนึ่งด้วย เช่น สอน ห.ร.ม. และ ค.ร.น. โดยการแยกแฟกเตอร์ก็ควรสอนไปพร้อม ๆ กัน

4.6) ยกตัวอย่างที่ง่ายก่อนแล้วจึงยกตัวอย่างที่ยากขึ้นตามลำดับ การใช้ทักษะการสอนดังกล่าวล้วนเป็นสิ่งจำเป็นของครูคณิตศาสตร์ เพราะในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ครูต้องใช้ทักษะเหล่านี้อยู่เสมอ หากว่าครูผู้สอนมีการศึกษา เรียนรู้ และฝึกฝนอยู่เสมอ จะส่งผลให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสัมฤทธิ์ผลอย่างรวดเร็ว

2.4.3 แนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาเสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Bell และคณะ (1983 อ้างถึงใน Ernest, 2000: 4-8) ได้จำแนกสิ่งที่นักเรียนควรเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ การสร้างมโนทัศน์ โครงสร้างมโนทัศน์ การเรียนรู้กลวิธีทั่วไปทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาเจตคติและความประทับใจต่อคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) ข้อเท็จจริง คือหน่วยการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เล็กที่สุด เป็นความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริงแต่ละหน่วยประกอบขึ้นเป็นตัวสาระการเรียนรู้ มีการเชื่อมโยงอย่างมีความหมาย ง่ายต่อการจำ จนกลายเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างมโนทัศน์

2) ทักษะ คือการดำเนินการที่มีหลายขั้นตอน รวมถึงทักษะที่คุ้นเคยและทักษะที่ต้องฝึกบ่อย ๆ เช่น การดำเนินการทางจำนวน เช่น การบวกในแนวตั้งหรือการดำเนินการด้วยเครื่องหมายทางพีชคณิต เช่น การแก้สมการเชิงเส้น นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะได้ด้วยเรียนรู้จากตัวอย่าง ด้วยการสังเกตตัวอย่างที่เคยทำแล้วจึงปฏิบัติตาม หากเป็นตัวอย่างที่ยากก็ต้องมีฝึกซ้ำ นักเรียนมักเรียนรู้ทักษะคลาดเคลื่อน ซึ่งความคลาดเคลื่อนส่วนใหญ่มักเกิดจากการเรียนรู้ทักษะเพียงบางส่วน ทำให้ทักษะบางส่วนขาดไปหรือรวมทักษะผิดพลาด ความคลาดเคลื่อนอีกส่วนมาจากการใช้กฎผิด เช่น เนื่องจากนักเรียนใช้กฎการคูณในการหารผิดแล้วใช้การบวกแทนการคูณ

3) มโนทัศน์และโครงสร้างมโนทัศน์ มโนทัศน์เป็นสมบัติที่บอกความหมายของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เช่น มโนทัศน์ของจำนวนลบคือจำนวนที่น้อยกว่าศูนย์ มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือรูปในระนาบที่มีด้านเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่เท่ากัน 4 ด้าน และมุมจาก 4 มุม การเรียนรู้เพียงชื่อจะเป็นการเรียนข้อเท็จจริงเท่านั้น แต่การเรียนรู้ความหมายของชื่อและการให้คำจำกัดความจึงจะถือเป็นการเรียนรู้มโนทัศน์

โครงสร้างมโนทัศน์เป็นกลุ่มของมโนทัศน์และการเชื่อมโยงสัมพันธ์ระหว่างกัน ซึ่งมีความซับซ้อนและพัฒนาเพิ่มขึ้นเมื่อนักเรียนเพิ่มเติมมโนทัศน์มากขึ้นและเชื่อมโยงมโนทัศน์เหล่านั้นผ่านการเรียนรู้ เช่น โครงสร้างมโนทัศน์เรื่องการกำหนดค่าประจำหลักของจำนวนการกำหนดค่าประจำหลักเป็นระบบทางจำนวนที่เราใช้ในการให้ค่าของตัวเลข เช่น การกำหนดค่าประจำหลักของ 9 จะได้ว่า 9 ในหลักหน่วย หลักสิบ หลักร้อย และทศนิยมตำแหน่งที่หนึ่งมีค่าเป็น 9, 90, 900 และ 0.9 ตามตำแหน่งของศูนย์และจุดทศนิยมที่แสดงอยู่ ดังนั้นการคูณด้วย 10, 100, 1000 จึงหมายถึงการย้ายจำนวนเต็มไป 1, 2 หรือ 3 ตำแหน่งตามลำดับ และไม่มีจุดสิ้นสุด ในการให้ค่าประจำหลักทั้งทางซ้ายและทางขวาของเส้นจำนวน ส่วนโครงสร้างมโนทัศน์เรื่องรูปสี่เหลี่ยม นั้นเป็นการรู้ความสัมพันธ์ระหว่างรูปหลายเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ความรู้ทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ที่นักเรียนเรียนในโรงเรียนถูกสร้างขึ้นตามโครงสร้างของมโนทัศน์ข้อเท็จจริงและทักษะที่นักเรียนเรียนนั้นรวมอยู่ใน โครงสร้างนี้แล้วหรือไม่ก็มีความเชื่อมโยงกันอยู่ ยิ่งนักเรียนมีความเชื่อมโยงระหว่างข้อเท็จจริง ทักษะและมโนทัศน์มาก นักเรียนก็จะสามารถจำและนำความรู้มาใช้ได้ง่ายขึ้น

4) กลวิธีทั่วไป เป็นวิธีการหรือกระบวนการที่เป็นแนวทางในการเลือกทักษะหรือความรู้เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแต่ละขั้น ซึ่งถ้าปัญหาที่นักเรียนพบเหมือนกับที่เคยทำมาก่อน นักเรียนจะจำวิธีการแก้ปัญหานั้นได้ แต่ถ้าเป็นปัญหาที่เปลี่ยนไป นักเรียนจะไม่สามารถระลึกถึงวิธีการแก้ปัญหานั้นได้ ดังนั้นกลวิธีทั่วไปจึงมีประโยชน์อย่างมากเพราะนักเรียนจะใช้เป็นแนวทางที่อาจนำไปสู่คำตอบ ปัญหาปลายเปิดและการสืบเสาะจะทำให้นักเรียนสร้างสรรค์วิธีการสำรวจเพื่อหาคำตอบและรูปแบบทางคณิตศาสตร์ กลวิธีทั่วไปที่สามารถนำไปใช้กับปัญหาที่ซับซ้อนมาก ๆ และการค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา มีดังนี้

- 4.1) การนำเสนอปัญหาด้วยการวาดแผนผัง
- 4.2) พยายามแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า โดยหวังว่าจะได้ข้อแนะนำวิธีการ
- 4.3) การสร้างตัวอย่าง
- 4.4) สร้างตารางผลลัพธ์ต่าง ๆ
- 4.5) ใส่ผลลัพธ์ในตารางเพื่อเป็นตัวแนะตามลำดับ
- 4.6) ค้นหาแบบจากข้อมูลที่มี
- 4.7) คิดหาวิธีการที่ต่างออกไปและทดลองหาคำตอบ
- 4.8) ตรวจสอบคำตอบ

5) เจตคติ เจตคติต่อคณิตศาสตร์เป็นความรู้สึกและการตอบสนองของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งความชอบหรือไม่ชอบ ความเชื่อมั่นในการทำงานคณิตศาสตร์ เป็นต้น

เจตคติต่อคณิตศาสตร์มีความสำคัญและเป็นจุดมุ่งหมายทั่วไปอย่างหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ การมีเจตคติทางบวกนำไปสู่ความพยายามและการบรรลุความสำเร็จได้มากขึ้น

6) ความประทับใจ ความประทับใจในวิชาคณิตศาสตร์สัมพันธ์กับความเข้าใจ ภาพรวมทางคณิตศาสตร์ การตระหนักรู้ในความเป็นคณิตศาสตร์นำภาพรวม ความเข้าใจในคุณค่า และบทบาทของคณิตศาสตร์ต่อสังคม

Cockcroft (1982 อ้างถึงใน Ernest, 2000: 13) ได้ศึกษาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และให้ข้อเสนอแนะว่าในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นควรประกอบด้วยโอกาสต่าง ๆ ดังนี้

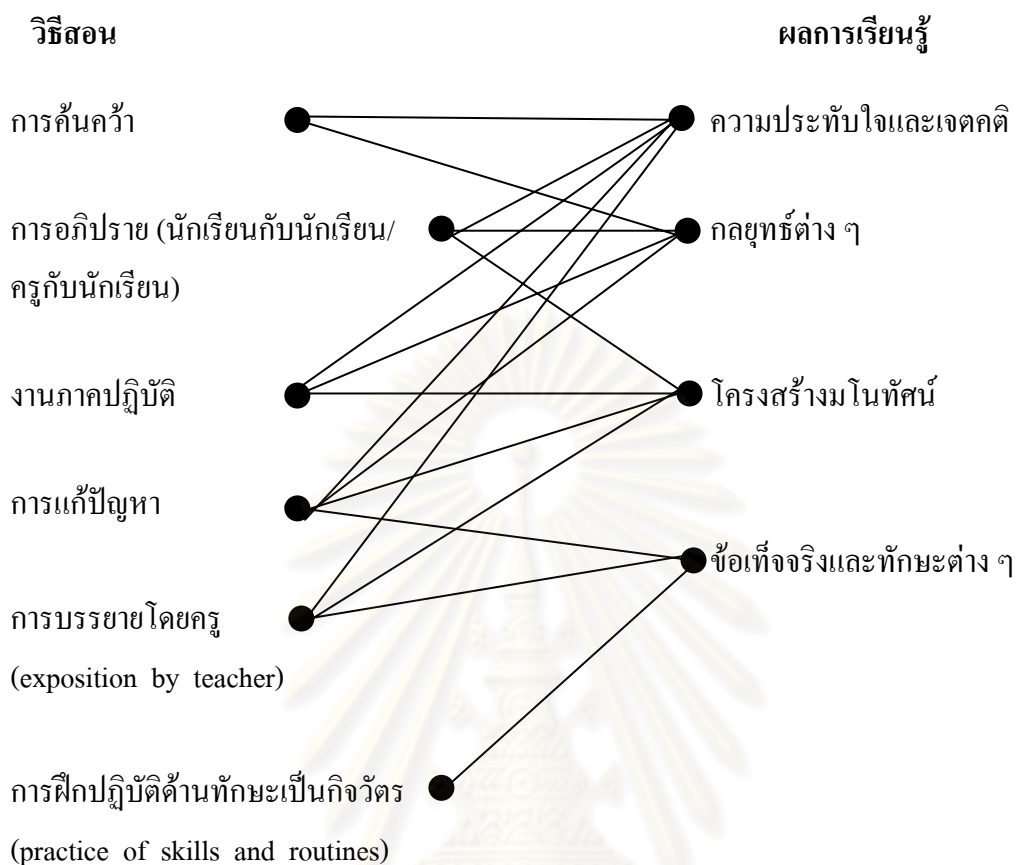
- 1) การอธิบายโดยครู
- 2) การอภิปรายระหว่างครูกับนักเรียน และระหว่างนักเรียนกับนักเรียน
- 3) การมอบหมายงานภาคปฏิบัติที่เหมาะสม
- 4) การฝึกทักษะพื้นฐานให้มีความแข็งแกร่งและทำเป็นกิจวัตร
- 5) การแก้ปัญหา รวมทั้งการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

ประจำวัน

- 6) การมอบหมายงานที่ต้องใช้การสืบเสาะ

การจัดการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ค้นคว้าจากสื่อและเทคโนโลยีต่าง ๆ โดยอิสระ ครูมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของนักเรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่องของนักเรียน จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ โครงสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความรู้เรื่องข้อเท็จจริงและทักษะทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ซึ่งวิธีการสอนดังกล่าวมีอิทธิพลต่อผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดังแสดงในแผนภาพที่ 1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนภาพที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนและผลการเรียนรู้

(Cockcroft, 1982 อ้างถึงใน Ernest, 2000: 13)

จากที่ได้กล่าวมาทั้งหมด สามารถสรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียน มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์และตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ปัจจัยหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อการบรรลุผลสำเร็จดังกล่าวนี้คือการปฏิบัติการสอนของครู ซึ่งในการปฏิบัติการสอนของครูนั้นจะมีทั้งการใช้วิธีการสอน ทักษะการสอน และแนวการจัดการเรียนการสอน ถ้าหากครูสามารถเลือกใช้วิธีการสอน ทักษะการสอน และแนวการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหา ลักษณะนักเรียนและสภาพบริบทในชั้นเรียน จะมีแนวโน้มที่ทำให้การสอนนั้นเกิดประสิทธิผล ดังนั้นการศึกษาและเรียนรู้เกี่ยวกับวิธีสอน ทักษะการสอน แนวทางการจัดการเรียนการสอนจึงเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นสำหรับครู เพราะจะช่วยให้ครูมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน สามารถเลือกใช้วิธีสอน ทักษะการสอน และแนวทางการสอนได้อย่างเหมาะสมกับสภาพและบริบทในชั้นเรียน ส่งผลให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ง่ายขึ้นและมีความสุขในเรียน

2.5 ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

ในการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมกระบวนการวางนัยทั่วไปให้มีประสิทธิภาพ จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ พบว่า การจัดการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ขึ้นได้ด้วยตนเอง ด้วยอาศัยประสบการณ์กับโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม โดยครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวก เตรียมสถานการณ์ที่สร้างความขัดแย้งทางปัญญา และจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ซึ่งแนวทางดังกล่าวจะส่งเสริมให้นักเรียนสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง นักเรียนมีโอกาสในการแลกเปลี่ยนแนวคิดและประสบการณ์ต่าง ๆ มากขึ้น สามารถอภิปราย ยืนยันเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้งแนวคิดของตนและเพื่อนนักเรียนได้

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivism) หรือทฤษฎีสรคณิยมเป็นทฤษฎีที่นำมาใช้ร่วมในการจัดการเรียนการสอนในสาขาวิชาต่าง ๆ อย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ซึ่งทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์สามารถแบ่งได้เป็น 2 กลุ่มดังนี้ (Prawat and Floden, 1994: 37048)

1) คอนสตรัคติวิสต์แบบรากฐาน (Radical Constructivist; Cognitive Constructivism) เป็นแนวคิดที่มาจากกลุ่มนักการศึกษาและนักจิตวิทยาผู้นิยมความคิดของนักจิตวิทยาพัฒนาการชาวสวิสต์คือ Jean Piaget ที่มีความคิดว่า ความรู้คือการเปลี่ยนแปลงโดยถือว่าบทบาทของครูเป็นผู้ช่วยให้เด็กพัฒนาความคิดและจัดสภาพแวดล้อมที่ท้าทายวิธีการคิดของเด็กและช่วยให้เด็กทดสอบความคิดของตนเอง การที่เด็กมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมจะมีผลทำให้ระดับสติปัญญาของเด็กนั้นพัฒนาอยู่ตลอดเวลา Piaget มีแนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลว่าเกี่ยวข้องกับกระบวนการพื้นฐานที่สำคัญ 2 กระบวนการ คือ

1.1 การจัดระบบโครงสร้างความรู้ (Organization) เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้รวบรวม จัดระบบ เรียบเรียงประสบการณ์ ความคิด เข้าอย่างเป็นระบบต่อเนื่องกัน และมีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

1.2 การปรับขยายโครงสร้างความรู้ (Adaptation) เป็นกระบวนการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมเพื่ออยู่ในสภาวะสมดุล การปรับตัวประกอบด้วยกระบวนการ 2 อย่าง คือ

1.2.1 กระบวนการซึมซาบหรือดูดซึมประสบการณ์ (Assimilation) เป็นกระบวนการที่บุคคลมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และรับรู้ข้อมูลใหม่ไว้ในโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่

1.2.2 กระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญา (Accumulation) เป็นกระบวนการที่บุคคลปรับโครงสร้างความรู้เดิมของตนให้สอดคล้องกับข้อมูลที่รับรู้ใหม่ เมื่อมีการขัดแย้งกับความรู้เดิมนั้น

ในการพัฒนาการเรียนรู้ของบุคคล Piaget (Woolfolk, 1993: 28-29) ได้แบ่งองค์ประกอบที่มีส่วนเสริมสร้างพัฒนาการทางปัญญา มี 4 องค์ประกอบ คือ

1. วุฒิภาวะ (Maturation) Piaget เชื่อว่า การมีพัฒนาการทางด้านร่างกาย ระบบประสาท และอวัยวะรับสัมผัส มีส่วนสำคัญต่อการพัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคล

2. ประสบการณ์ (Experience) การที่บุคคลมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมทำให้เกิดประสบการณ์ ซึ่งประสบการณ์สามารถแบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ ประสบการณ์ที่เนื่องมาจากปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติ (Physical Environment) และประสบการณ์เกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลและทางคณิตศาสตร์ (Logico-mathematical Experience)

3. การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม (Social Transmission) เป็นประสบการณ์ที่บุคคลได้เรียนรู้เมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว เช่น พ่อแม่ ครู ประเพณีและวัฒนธรรม ซึ่งปฏิสัมพันธ์ทางสังคมนี้จะช่วยให้บุคคลเกิดการพัฒนาการทางสติปัญญา

4. กระบวนการพัฒนาสมดุล (Equilibration) เป็นการปรับโครงสร้างความรู้ของบุคคลให้อยู่กับภาวะสมดุล เมื่อบุคคลเกิดความขัดแย้งทางความคิด บุคคลนั้นจะพยายามลดความขัดแย้งดังกล่าว โดยหาเหตุผลให้กับความคิดที่ขัดแย้งกันหรือค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม กระบวนการพัฒนาสมดุล จึงเป็นกระบวนการกำกับตนเอง (Self-Regulation) ที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องและเพื่อปรับความสมดุลของพัฒนาการทางปัญญาขั้นต่อไปอีกขั้นหนึ่งซึ่งสูงกว่า โดยใช้กระบวนการซึมซาบ และกระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญา

จากแนวคิดของ Piaget สรุปได้ว่า บุคคลมีความสามารถในการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับปัจจัยด้านตัวบุคคลและด้านสภาพแวดล้อม ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนจึงต้องพิจารณาให้สอดคล้องกับความสามารถของแต่ละบุคคล และจัดสิ่งแวดล้อมที่ส่งเสริมการเรียนรู้ของบุคคล

2) คอนสตรัคติวิสต์แบบสังคม (Social constructivism) คอนสตรัคติวิสต์กลุ่มนี้ ประกอบ ด้วยแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และการแลกเปลี่ยนความรู้ ซึ่งถือว่าเป็นผลผลิตทางสังคม โดยมีความสัมพันธ์กับสิ่งต่อไปนี้คือ ความรู้พัฒนาผ่านการเจรจาในการสนทนา แลกเปลี่ยนของชุมชนและผลลัพธ์ของการเรียนรู้ได้รับอิทธิพลจากวัฒนธรรมและองค์ประกอบของประวัติศาสตร์

แนวคิดของ Lev Semanovick Vygotsky เป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้ตามแนวคอนสตรัคติวิสต์แบบสังคม ซึ่ง Vygotsky เน้นถึงความสำคัญของการมีปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ทางสังคมและวัฒนธรรม และสื่อกลาง (Mediation) Vygotsky ได้อธิบายไว้ว่า การเรียนรู้เกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อเด็กมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้ใหญ่ เช่น พ่อ แม่ ครู หรือเพื่อน ในขณะที่เด็กอยู่ในสถานะสังคมและวัฒนธรรม (Sociocultural Context) ในกระบวนการเรียนรู้และพัฒนาการเขาว่าปัญญาเด็กหรือนักเรียน เปลี่ยนสิ่งเร้าที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเข้าไว้ภายในใจโดยอาศัยกลไกกลาง เป็นเครื่องช่วยเชื่อมโยงสิ่งเร้าภายนอกในสถานะสังคมให้เป็นส่วนหนึ่งของสิ่งที่มีอยู่เดิมภายในใจ กลไกกลางที่ใช้คือเครื่องมือ (tool) และเครื่องหมาย (sign)

Vygotsky ให้ความหมายของเครื่องมือว่าเป็นสิ่งที่เด็กใช้เพื่อช่วยในการทำงานให้สัมฤทธิ์ผลตามความต้องการ เช่น ใช้เก้าอี้ต่อเพื่อช่วยในการหยิบของที่อยู่สูงเอื้อมไม่ถึง ส่วนเครื่องมือ Vygotsky ให้ความหมายว่าเป็นสิ่งที่ใช้แทนวัตถุสิ่งของที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรม นอกจากนี้ Vygotsky ยังเน้นถึงความสำคัญของการสอนหรือการช่วยเหลือเด็กให้พัฒนาเขาวนปัญหาอย่างเต็มที่ตามศักยภาพของแต่ละคน เด็กบางคนสามารถเรียนรู้สิ่งใหม่ด้วยตนเอง โดยไม่ต้องให้ผู้ใหญ่ช่วย เด็กบางคนไม่สามารถจะเรียนรู้สิ่งใหม่ได้ด้วยตนเอง แต่ถ้าผู้ใหญ่ให้ความช่วยเหลือเพียงเล็กน้อยก็จะสามารถทำได้ แต่เด็กบางคนจะไม่สามารถเรียนรู้ได้แม้ว่าจะได้รับความรับความช่วยเหลือ ซึ่ง Vygotsky อธิบายว่าเด็กแต่ละคนที่อยู่ในวัยเดียวกันจะมีบริเวณความใกล้เคียงพัฒนาเขาวนปัญหาแตกต่างกัน ซึ่ง Vygotsky เรียกการช่วยเหลือเด็กในการเรียนรู้ว่า สแกฟโฟลด์ดิ้ง (scaffolding) ซึ่งหมายความว่า การให้ความช่วยเหลือเด็กในการเรียนรู้หรือการแก้ปัญหาหรือการทำงานอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งเด็กไม่สามารถทำได้ด้วยตนเองให้สัมฤทธิ์ผลตามวัตถุประสงค์ (สุรางค์ ไคว์ตระกูล, 2544: 63-64)

2.5.1 ความหมายของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

กรมวิชาการ (2543) อธิบายว่า ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ผ่านรูปแบบกิจกรรมที่หลากหลายเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตื่นตัวตลอดเวลา และมีการเชื่อมโยงวิธีการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชากับชีวิตจริง โดยมีองค์ประกอบดังนี้

1) นักเรียนต้องเรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นเจ้าของการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติจริง ไม่ใช่การเรียนรู้ด้วยการบอกเล่า แต่ต้องเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ ซึ่งมาจากแหล่งความรู้ 2 แหล่ง คือความรู้ที่เกิดจากการที่นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติ และความรู้ที่ได้จากการเรียนภายในห้องเรียน

2) นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีต้องผ่านกระบวนการกลุ่ม ซึ่งจะช่วยเสริมให้เกิดการร่วมมือในการทำงาน ส่งผลถึงทักษะทางสังคมในเรื่องการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ความรับผิดชอบ การเป็นผู้นำ ผู้ตาม การตัดสินใจ การแก้ปัญหาข้อขัดข้อง การจัดการ และการสื่อสาร

3) บทบาทครู จำเป็นจะต้องสื่อสารออกมาในลักษณะการกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะบอกหรือตอบคำถามนักเรียนตรง ๆ ผู้สอนจึงเป็นผู้ชี้แนะ ไม่ใช่ผู้นำ

อัมพร ม้าคนอง (2543) อธิบายแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ว่าความรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นจากการสร้างของนักเรียน โดยใช้ความรู้ประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ และมีการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม มากกว่าที่จะเป็นสิ่งที่ได้มาจากการจดจำสิ่งที่ถูกถ่ายทอดมา ตามทฤษฎีนี้ นักเรียนมีบทบาทสำคัญในกระบวนการคิด ไตร่ตรอง สืบสวน และอภิปรายความคิดของตนเองร่วมกับ

ผู้อื่น ผู้สอนมีหน้าที่ช่วยเหลือนักเรียนตรวจสอบความคิดของตนเอง ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนใช้ ความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่มาช่วยในการสร้างความรู้

Fosnot (1996) ให้ความหมายของแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ว่า เป็นทฤษฎีเกี่ยวกับ ความรู้และการเรียนรู้ และเป็นการบรรยายโดยอาศัยพื้นฐานทางจิตวิทยา ปรัชญา มานุษยวิทยา ว่าความรู้คืออะไรและได้ความรู้มาอย่างไร ทฤษฎีนี้จึงอธิบายความรู้ว่าเป็นสิ่งชั่วคราว มีการพัฒนา ไม่เป็นปรนัย และถูกสร้างขึ้นภายในตัวคน โดยอาศัยสื่อกลางทางสังคมและวัฒนธรรม ส่วนการ เรียนรู้ตามทฤษฎีนี้ถูกมองว่าเป็นกระบวนการที่สามารถควบคุมได้ด้วยตนเอง ในการต่อสู้กับ ความขัดแย้งที่เกิดขึ้นระหว่างความรู้เดิมที่มีอยู่กับความรู้ใหม่ที่แตกต่างไปจากเดิม เป็นการสร้าง ตัวแทนใหม่และสร้างโมเดลของความจริง โดยคนเป็นผู้สร้างความหมายด้วยเครื่องมือและ สัญลักษณ์ทางวัฒนธรรม และเป็นการประนีประนอม ความหมายที่สร้างขึ้นโดยผ่านกิจกรรมทาง สังคม และผ่านการร่วมมือแลกเปลี่ยนความคิดทั้งที่เห็นด้วยและไม่เห็นด้วย

Von Glaseisfeld (1991) ให้นิยามคอนสตรัคติวิสต์ว่า เป็นทฤษฎีของความรู้ที่มี รากฐานมาจากปรัชญาจิตวิทยาและการศึกษาเกี่ยวกับการสื่อความหมาย และการควบคุม กระบวนการสื่อความหมายในตัวคน ทฤษฎีของความรู้นี้อ้างถึงหลักการ 2 ข้อ คือ 1) ความรู้ไม่ได้ เกิดจากการรับรู้เพียงอย่างเดียว แต่เป็นการสร้างขึ้นโดยบุคคลที่มีความรู้ความเข้าใจ 2) หน้าที่ของ การรับรู้คือการปรับตัวและการประมวลประสบการณ์ทั้งหมด แต่ไม่ใช่เพื่อการค้นพบสิ่งที่เป็นจริง ซึ่งถ้านำเอาหลักการทั้งสองนี้ไปใช้จะมีผลเกิดขึ้นตามมาแผ่กว้างไกล ในการศึกษาพัฒนาการทาง สติปัญญา และการเรียนรู้เช่นเดียวกับในการฝึกปฏิบัติการสอนในจิตวิทยาบำบัดและในระหว่าง การจัดการระหว่างบุคคล

Cobb (1994) กล่าวถึงการเรียนรู้ตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ว่า เป็นกระบวนการที่ ไม่ได้หยุดนิ่งกับที่ในการสร้าง การรวบรวม และการตกแต่งความรู้ นักเรียนมีโครงสร้างความรู้ที่ ใช้ในการตีความหมายและทำนายเหตุการณ์ต่าง ๆ รอบตัวเขา โครงสร้างความรู้ของนักเรียนอาจ แปรลกและแตกต่างจากโครงสร้างความรู้ของผู้เชี่ยวชาญ

นอกจากนี้ Cobb ยังกล่าวถึงธรรมชาติทางวัฒนธรรมสังคมของคอนสตรัคติวิสต์ ว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการทางสังคมและเป็นการร่วมมือกันระหว่างผู้สอนและนักเรียนในการ ประนีประนอมความหมายที่สร้างขึ้น บุคคลที่แวดล้อมนักเรียนจะมีอิทธิพลต่อความคิดเห็นของ นักเรียน นอกจากนี้ผู้ใหญ่ที่อยู่รอบตัวนักเรียน ภาษาและวัฒนธรรมเป็นปัจจัยที่สำคัญมากต่อ กระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน

Martin (1994: 44) ให้ความหมายของแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ว่าเป็นกระบวนการ ทางความคิด เน้นถึงความคิด จากการผสมผสานระหว่างความรู้เก่ากับความรู้ใหม่เข้าด้วยกัน ซึ่ง ถูกสร้างขึ้นเองโดยตัวนักเรียนเองโดยเชื่อว่ากุญแจสำคัญของทฤษฎีการสร้างความรู้ก็คือตัวนักเรียน ควรจะสร้างแนวความคิดด้วยตนเองเพื่อเปรียบเทียบข้อมูลใหม่กับความรู้เดิม

Krogh (1994: 556) ได้กล่าวถึงความหมายของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ว่า เป็นปรัชญาที่เกี่ยวกับพัฒนาการในการสร้างความรู้ สติปัญญา และจริยธรรมขึ้นมาด้วยตัวของเด็กเอง ซึ่งพัฒนาการนั้นเป็นผลมาจากการดูดซึมเข้าสู่โครงสร้าง (Assimilation) และการปรับตัวเข้าสู่โครงสร้าง (Accommudation)

Troutman and Lichtenberg (1987: 25) ได้ให้ความหมายของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ไว้ว่า เป็นการค้นหาความรู้ให้กับตนเอง มีการรวบรวมความรู้ใหม่ ๆ เข้าไปในจิตใต้สำนึกภายในจิตใจ (Schemata) โดยการเรียนรู้จากสิ่งแวดล้อมยอมรับสิ่งใหม่ ๆ เข้ามาในสิ่งแวดล้อม พิสูจน์ความเป็นจริงจากสมมติฐานที่ตั้งขึ้นและสรุปเอง โดยสร้างการเชื่อมโยงและเปรียบเทียบบทสรุปของตัวเองกับผู้อื่น เพื่อเป็นพื้นฐานให้เกิดการสร้างความรู้ใหม่

สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์ (2542: 1) ได้กล่าวถึงความหมายของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไว้ว่า เป็นทฤษฎีที่นำทฤษฎีจิตวิทยาและปรัชญาการศึกษาที่หลากหลายมาปรับประยุกต์ โดยมีเป้าหมายที่จะอธิบายและค้นหาว่า มนุษย์เกิดการเรียนรู้ และสร้างความรู้ได้อย่างไร ทฤษฎีนี้จึงมีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง “นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้โดยอาศัยประสบการณ์แห่งชีวิตที่ได้รับเพื่อค้นหาความจริง”

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น จึงสรุปได้ว่าคอนสตรัคติวิสต์ หมายถึงกระบวนการเรียนรู้ซึ่งเกิดขึ้นได้โดยมีสิ่งที่เป็นประสบการณ์หรือสิ่งที่ก่อให้เกิดความไม่สมดุลทางปัญญาส่งผลให้นักเรียนเกิดการดูดซึมทางปัญญาและการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่จนเกิดการปรับขยายโครงสร้างทางปัญญา และผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม จนสามารถปรับสภาวะให้อยู่ในภาวะสมดุล และสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง

2.5.2 กระบวนการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

กระบวนการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เป็นแนวคิดที่เน้นการเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ขึ้นมาได้ด้วยตนเอง โดยอาศัยความรู้เดิมเป็นฐาน เมื่อนักเรียนสร้างความรู้ใหม่ขึ้นมา ผู้สอนสามารถประเมินหรือตรวจสอบความรู้ใหม่ และเมื่อเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องและชัดเจนกับความรู้ที่สร้างขึ้นมาแล้ว นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ได้

Ellis and Maxwell (1995) อธิบายการจัดการเรียนการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

- 1) จัดให้นักเรียนอยู่ในบทเรียน (Engage Learner) โดยการตั้งคำถามให้นักเรียนสนใจเป็นการเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนกับความรู้เดิม
- 2) ให้นักเรียนสำรวจมโนทัศน์ (Explore the Concept) โดยการสังเกตสำรวจ ร่วมกันค้นหาปัญหาหรือปรากฏการณ์

3) ให้นักเรียนอธิบายมโนทัศน์ (Explain the Concept) เป็นการเรียนรู้สิ่งใหม่เพื่อจัดให้เข้ากับความรู้เดิม และอธิบายด้วยคำพูดของตนเอง

4) ให้นักเรียนขยายความมโนทัศน์ (Elaborate on the Concept) ผู้สอนทำการจัดสถานการณ์ให้นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ เพื่อให้ความรู้ที่มีความหมายกับนักเรียน

5) ประเมินความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียน (Evaluation Students Understanding of the Concept) เป็นการตรวจสอบความคิดที่เปลี่ยนไป เช่น การแก้ปัญหาทักษะทางสังคม

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2540) เสนอขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) ขั้นปฐมนิเทศ คือ ผู้สอนให้โอกาสนักเรียนสร้างจุดหมายและแรงคลใจในการเรียนรู้ในเนื้อหาที่กำหนด

2) ขั้นทำความเข้าใจ คือ ผู้สอนให้นักเรียนปรับแนวคิดปัจจุบันหรือบรรยายความเข้าใจของตนเองในหัวข้อที่กำลังเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนอาจมีแบบจำลองทางความคิดรวบยอดที่อาจจะไม่สมบูรณ์ในตอนแรกที่เริ่มเรียน โดยนักเรียนอาจจะทำกิจกรรมที่หลากหลาย เช่น อภิปรายกลุ่มเล็ก เขียนผังความคิด การเขียนสรุปความคิด เป็นต้น

3) ขั้นจัดโครงสร้างแนวคิดใหม่ โดยขั้นตอนนี้ถือเป็นหัวใจสำคัญของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งประกอบด้วย

3.1 การช่วยนักเรียนสร้างสรรค์ความรู้ความเข้าใจใหม่ เป็นการที่ผู้สอนช่วยนักเรียนเกิดความคิดรวบยอดใหม่ หรือการสร้างความคิดรวบยอดที่ยังไม่สมบูรณ์ขึ้นใหม่ ตลอดจนขยายไปสู่แบบจำลองทางความคิดรวบยอดของตนเอง โดยผู้สอนต้องรับผิดชอบและที่สำคัญ คือการวินิจฉัยความเข้าใจผิดของนักเรียน ซึ่งสามารถทำได้โดยการสัมภาษณ์ซักถามนักเรียน โดยตรงเพื่อค้นหาแบบจำลองทางความคิดรวบยอดที่ไม่สมบูรณ์และสร้างแบบจำลองที่สมบูรณ์ขึ้นมาใหม่

3.2 การเขียนแผนผังความคิดรวบยอดเป็นรูปแบบโครงสร้างทางความคิดของนักเรียน ซึ่งดำเนินการได้โดยนักเรียนจัดความคิดรวบยอดของคำลงในโครงสร้างหรือจัดทำเป็นหมวดหมู่ ระบุความคิดรวบยอดที่ต้องการศึกษาตั้งแต่สองความคิดรวบยอดขึ้นไป สร้างโครงสร้างความรู้ของความคิดรวบยอดและตัวปัญหาที่ต้องการศึกษาเป็นแผนผังความคิดรวบยอดและนำโครงสร้างความรู้ที่ได้มาอภิปรายร่วมกันเป็นกลุ่มและจัดทำเป็นแผนผังความคิดรวบยอดร่วมกัน

3.3 การตรวจสอบความเข้าใจ โดยหลังจากช่วยให้ นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดใหม่ขึ้นด้วยตนเองแล้ว ยังต้องมีการตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจหรือไม่ โดยอาจจะพิจารณาจากเกณฑ์ ดังต่อไปนี้

3.3.1 ความคิดรวบยอดได้เกิดจากการเชื่อมประสานระหว่างกัน และจัดระเบียบเป็นโครงสร้างความรู้แล้วหรือยัง

3.3.2 ความคิดรวบยอดนั้น ได้รับการเชื่อมโยงเข้าสู่เครือข่ายของปัญหาที่ต้องพิสูจน์หรือยัง

3.3.3 ความรู้ความสามารถนั้นนำไปใช้ในบริบททางสังคมของโลกแห่งความจริงได้หรือไม่

4) ช้่นนำแนวคิดไปใช้ โดยผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนนำแนวคิดของตนที่สร้างขึ้นไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลายทั้งที่คุ้นเคยและแปลกใหม่

5) ช้่นทบทวนหรือเปรียบเทียบความรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนสะท้อนตนเองว่าได้เปลี่ยนแปลงไปจากก่อนการเรียนรู้อย่างไร โดยอาจจะเขียนหรือวาดภาพเปรียบเทียบระหว่างความคิดก่อนเริ่มเรียนรู้ในบทเรียนนั้น กับความคิดตอนสิ้นสุดการเรียนรู้ในบทเรียนนั้น

2.5.3 แนวการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

จากแนวความคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ดังนั้นจึงมีผู้เสนอหลักการนำทฤษฎีดังกล่าวไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

เชดสกี (Chomsky, 1965) ได้กล่าวถึงหลักในการพิจารณาการจัดเตรียมกิจกรรมในการนำทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1) ต้องจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ให้มีทางเลือก ลดทอนความกดดันและส่งเสริมให้เกิดความคิดริเริ่ม ปัจจุบันนี้การเรียนการสอนมักเน้นหนักในการควบคุมพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน นักเรียนต้องอยู่ในกรอบ และปฏิบัติตามสิ่งที่ครูบอกทุกอย่างตนเองไม่มีทางอื่นที่จะเลือกได้

2) จัดบริบทการเรียนรู้ซึ่งสนับสนุนความเป็นอิสระของนักเรียนในขณะเดียวกันผู้สอนต้องทำหน้าที่เป็นผู้สนับสนุนที่ดี เพื่อพัฒนานักเรียนซึ่งอยู่ระหว่างการเขยิบจากการพึ่งพาผู้อื่นมาพึ่งพาตนเอง (Vygotsky เรียกว่า Zone of Proximal development) ให้สามารถก้าวขึ้นมาได้ สิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ในข้อนี้ยังหมายถึงเพื่อน ๆ ของนักเรียน ซึ่งจากการทำงานด้วยกันด้วยดี มีความเกื้อกูลสนับสนุนซึ่งกันและกันดี ย่อมเป็นปัจจัยสนับสนุนให้เด็กได้พัฒนาการเรียนรู้ได้ดีด้วย

3) นักเรียนมีโอกาสที่จะใช้ความรู้เรียนในบริบทที่เหมาะสม เพื่อให้เด็กเห็นความเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เรารู้กับโลกแห่งความเป็นจริงภายนอก

4) สนับสนุนให้เกิดการเรียนรู้โดยตนเอง โดยสอนให้มีทักษะและเจตคติที่เหมาะสมต่อการแสวงหาและสร้างความรู้

5) เสริมสร้างศักยภาพของนักเรียนให้พร้อมที่จะเรียนรู้ ซึ่งรวมทั้งการยอมรับความผิดพลาดเป็นเรื่องธรรมดา และเป็นสิ่งที่ช่วยให้สามารถแสวงหาสิ่งที่ดีกว่าและถูกต้องได้ต่อไป

Troutman and Lichtenberg (1998: 36-37) ได้กล่าวถึงการเตรียมการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิซึม ต้องคำนึงถึงเรื่องต่าง ๆ ดังนี้

1) ควรตั้งจุดมุ่งหมายในการจัดประสบการณ์ในการเรียนรู้
2) คิดพิจารณาทบทวนเกี่ยวกับนักเรียนทางด้านอายุ ระดับพัฒนาการสถานะทางสังคม พื้นฐานทางวัฒนธรรม ผลการเรียนรู้ที่ผ่านมา

3) จัดหาอุปกรณ์การสอนที่ช่วยให้เข้าใจการเรียนรู้หลักการให้ได้ดีขึ้น หรือทฤษฎีที่เข้าใจง่ายแก่นักเรียน อุปกรณ์การสอนควรจะแสดงวิธีการที่จะทำให้เข้าใจการเรียนรู้ได้ง่ายโดยมีขั้นตอนให้เห็น และทฤษฎีทำให้เข้าใจง่าย ควรจะช่วยเหลือนักเรียนล้มขั้นตอนในการทำทฤษฎีควรจะยืดหยุ่นเพียงพอที่จะเชื่อมโยงกับหลักการอื่น ไม่ใช่อุปกรณ์การสอนแค่ความสนุก หรือดึงดูดความสนใจเท่านั้น ควรจะใช้ได้จริงและพิสูจน์ให้เห็นขั้นตอนจะดีกว่า

4) เลือกภาษาและภาพ ที่เหมาะสมกับช่วงวัยของนักเรียน
5) ใช้เรื่องราวที่เป็นปัญหาในการชักจูงเด็กให้เด็กอยากเรียนหลักการใหม่ ๆ และความสามารถใหม่ ๆ

6) เลือกจุดสำคัญในการสำรวจว่าคำถามที่สร้างจะถูกถาม ณ ที่ใด ควรจะทำรายการว่าปัญหาไหนจะถูกถาม และทบทวนคำถามทุกครั้งหลังมีการสอน แน่ใจว่าคำถามไม่ใช่แบบ “ใช่” หรือ “ไม่” แค่นั้น ควรจะหาคำถามที่ต้องให้นักเรียนคอยสังเกตและให้ลองหาข้อสรุปมีโอกาสที่คิดและหาคำตอบ

7) สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนว่าสามารถผ่านการเรียนการสอนไปได้แบบไหนและวิเคราะห์ความก้าวหน้าของนักเรียน

8) ผู้สอนจะกระตุ้นให้นักเรียนได้มีการตอบสนองเมื่อนักเรียนได้มีการเริ่มต้นในการตอบสนอง และมีการตอบสนองบ่อยขึ้น นักเรียนจะได้มีโอกาสตรวจสอบและประเมินความเข้าใจและผิดพลาดของตนเอง เป็นกระบวนการที่นำนักเรียนไปสู่การสร้างความรู้เข้าใจในประเด็นปัญหาและความคิดของตนเอง

9) ผู้สอนจะกระตุ้นให้นักเรียนได้มีการโต้แย้งหรือปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้น และกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายโต้แย้งส่งผลให้นักเรียนได้มีพัฒนาการทางปัญญา

10) ผู้สอนจะต้องใช้เวลาหลังจากได้ถามคำถาม ในสภาพห้องเรียนนั้น มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่ได้เตรียมตัวพร้อมสำหรับคำถาม หรือตอบสนองต่อสิ่งที่มากระตุ้นในทันที นักเรียนส่วนนี้จำเป็นต้องอาศัยเวลา การที่ผู้สอนต้องการคำตอบหรือการตอบสนองจากนักเรียนส่วนนี้ทันที จะกลายเป็นการยับยั้งความคิดของนักเรียนและเป็นการบีบบังคับให้นักเรียนกลายเป็นผู้ดูแลเหตุการณ์

11) ผู้สอนควรใช้เวลาสำหรับนักเรียนในการสร้างความสัมพันธ์และการสร้างสรรค์การเปรียบเทียบผู้สอน ควรจัดเตรียมกิจกรรมสำหรับชั้นเรียนและจัดเวลาที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนได้สร้างรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างแนวความคิดต่าง ๆ ด้วยตนเอง

12) ผู้สอนควรเอาใจใส่ธรรมชาติความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียน โดยใช้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ (The Learning Cycle model) ซึ่งเสนอโดย Atkin and Karplus (1993, citing Troutman and Lichtenberg, 1998) เป็นรูปแบบที่อธิบายถึงพัฒนาการของหลักสูตรและการสอนมี 3 ขั้นตอน ได้แก่ การค้นพบ (Discovery) และแนะนำโนทัศน์ (Concept Introduction) และการประยุกต์ใช้โนทัศน์ (Concept Application) โดยมีสภาพการณ์ดังนี้

12.1 การค้นพบ (Discovery) ผู้สอนควรจัดเตรียมโอกาสที่เปิดกว้างสำหรับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ในการเลือกเนื้อหาสาระ ในขั้นนี้เป็นการออกแบบสำหรับให้นักเรียนได้กำหนดปัญหาและตั้งสมมุติฐานจากงานหรือข้อมูลที่มีอยู่

12.2 การแนะนำโนทัศน์ (Concept Introduction) ผู้สอนควรจัดเตรียมบทเรียนโดยให้ความสำคัญกับปัญหาของนักเรียน จัดเตรียมความสัมพันธ์และคำศัพท์ใหม่ ๆ ที่มีโครงสร้างตามประสบการณ์ของนักเรียนเพื่อเป็นการแนะนำโนทัศน์

12.3 การประยุกต์ใช้โนทัศน์ (Concept Application) เมื่อนักเรียนมีส่วนร่วมในการปฏิสัมพันธ์การค้นพบ และการแนะนำโนทัศน์ตามลำดับแล้ว ผู้สอนควรจัดสภาพการณ์และปัญหาใหม่เพื่อให้นักเรียนได้สะท้อนศักยภาพของตนจากสิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้

จากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าว สามารถสรุปแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ได้ดังนี้

1. ให้นักเรียนเป็นผู้มีส่วนร่วมในการกำหนดสิ่งที่เรียนและวิธีการเรียนรู้ของตนเอง

2. ให้นักเรียนเรียนรู้จากการปฏิบัติด้วยตนเองอย่างมีอิสระ

3. ให้นักเรียนนำสิ่งที่เรียนรู้แล้วไปใช้ในบริบทอื่น ๆ ได้อย่างเหมาะสม

4. ให้นักเรียนได้เรียนรู้ในบรรยากาศที่มีการช่วยเหลือ และมีปฏิสัมพันธ์

ซึ่งกันและกัน

5. ผู้สอนจัดบรรยากาศที่เอื้อให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยน ปฏิบัติสัมพันธ์กับผู้อื่น

6. ผู้สอนให้อิสระในการเรียนรู้กับนักเรียน โดยทำหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวกและสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน

3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ ทักษะการให้เหตุผลเป็นการฝึกนักเรียนให้รู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ดังนั้นทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียนนั่นเอง

3.1 ความหมายและความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้เน้นการจัดการศึกษาโดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ในการพัฒนานักเรียนตามระดับพัฒนาการของนักเรียนเป็น 4 ช่วงชั้น คือ ช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3 ช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ซึ่งในแต่ละช่วงชั้นได้กำหนดสาระเรียนรู้ไว้ทั้งหมด 6 สาระ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผล เป็นทักษะ/กระบวนการที่จัดอยู่ในสาระที่ 6

คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลนั้นมีความสัมพันธ์กัน สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ สหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) ได้กำหนดให้การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof) เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้ ซึ่งกำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

1) ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ในฐานะเป็นพื้นฐานของวิชาคณิตศาสตร์

2) สร้างและสำรวจตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3) พัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และพัฒนาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

4) เลือกและใช้รูปแบบต่างๆ ของการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ได้

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีค่านิยมที่กว้างและลึกแตกต่างกัน ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษา ชี้ให้เห็นว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) และการคิดทาง

คณิตศาสตร์(Mathematical Reasoning) มีส่วนเกี่ยวข้องกัน โดยถือว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สมัช เหล่าวานิชย์ (2525: 4) อธิบายว่า กระบวนการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้สำหรับแสวงหาความรู้ใหม่ โดยการวิเคราะห์ แจกแจงเหตุการณ์ หรือสมมติฐานที่กำหนดขึ้นมา ทำให้ได้ผลหรือข้อเท็จจริงใหม่ขึ้นมา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (กรมวิชาการ, 2546) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

- 1) สามารถให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้
- 2) สามารถให้เหตุผลโดยการอ้างอิงข้อมูลหรือข้อเท็จจริง
- 3) สามารถให้เหตุผลโดยการสร้างแผนภาพ

O' Daffer (1990: 378) ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับการสร้างหลักการ(นัยทั่วไป) การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดนั้น

สำหรับความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

O' Daffer and Thornquist (1993: 43) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

Greenwood (1993: 144) นิยามว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และการสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงคำตอบหรือผลลัพธ์ ซึ่งถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

Krulik and Rudnick (1993: 3-5) อธิบายว่าการให้เหตุผลและการคิดมีส่วนเกี่ยวข้องกัน โดยท่านได้ให้ความหมายของการคิดว่าเป็นความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมกันจนกลายเป็นความรู้ใหม่

Krulik and Rudnick ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ชั้น คือ

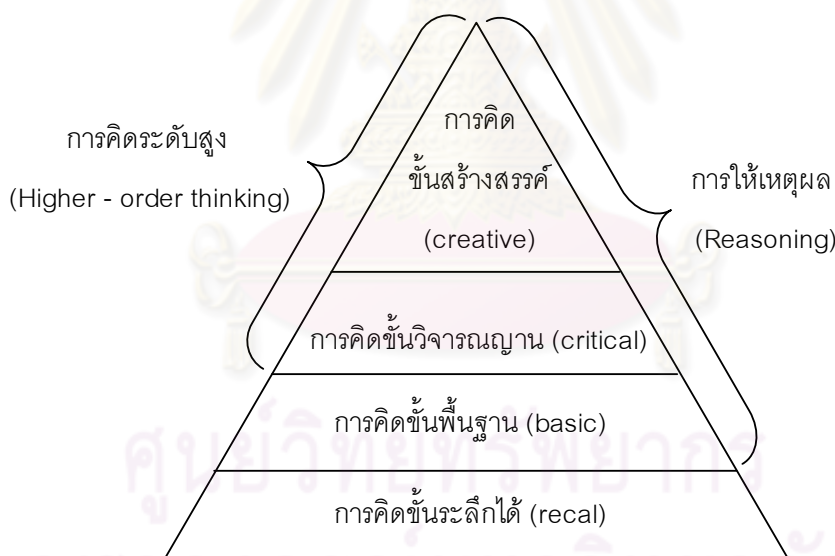
1) การคิดขั้นระลึกได้ (recall) จัดเป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง

2) การคิดขั้นพื้นฐาน (basic) เป็นความเข้าใจ ความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

3) การคิดขั้นวิจรณ์ญาณ (critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการตรวจเชื่อมโยงและประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล การเชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้

4) การคิดขั้นสร้างสรรค์ (creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

ส่วนการให้เหตุผล Krulik and Rudnick มองว่าเป็นส่วนสำคัญของการคิด นอกเหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



แผนภาพที่ 2 ลำดับของการคิด (Krulik and Rudnick, 1993: หน้า 3)

จากแผนภาพดังกล่าวจะเห็นว่า การให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิจรณ์ญาณ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิจรณ์ญาณและการคิดขั้นสร้างสรรค์ Krulik and Rudnick เรียกว่าเป็นการคิดระดับสูง (Higher - order thinking)

นอกจากนี้ ยังมีกรกล่าวถึงความหมายของการทักษะ/กระบวนการ การให้เหตุผลในแง่ความสามารถของนักเรียนที่มีทักษะการให้เหตุผล ดังที่กรมวิชาการ (2546: 9) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม และสมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM,

2000: 56) ได้กำหนดมาตรฐานความสามารถในการให้เหตุผลข้อหนึ่งไว้ว่า เป็นความสามารถของนักเรียนในการสร้างข้อคาดการณ์และการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ที่กำหนด สำหรับ Prestege (2002: 26) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล คือ การที่นักเรียนสามารถค้นหาคำตอบและตัดสินใจความถูกต้องได้ รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้งและการพิสูจน์ ดังนั้นการให้เหตุผลจึงเป็นการหาความเป็นไปได้ของคำตอบและการตัดสินใจถูกต้องของคำตอบ

จากความหมายของกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ของการคิดและการให้เหตุผล และความสามารถของความสามารถในการให้เหตุผลสรุปเป็นความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สมัย เหล่าวานิชย์ (2522: 4) แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุย่อยหลาย ๆ เหตุ เหตุย่อยแต่ละเหตุจะเป็นอิสระต่อกัน และเหตุย่อยทั้งหลายนี้จะสรุปรวมเป็นเหตุการณ์ทั่ว ๆ ไปในวงกว้าง

2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุใหญ่ (Major Premise) และติดตามด้วยเหตุย่อย (Minor Premise) ลดหลั่นกันตามลำดับความสัมพันธ์ระหว่างเหตุใหญ่และเหตุย่อยจะทำให้เกิดผลสรุป

3) การให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผล ซึ่งเกิดจากความคิดที่เกิดขึ้นมาในขณะใดขณะหนึ่ง ความคิดที่เกิดขึ้นในลักษณะเช่นนี้ของแต่ละบุคคลจะแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ และจิตใต้สำนึก ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์หลาย ๆ ทฤษฎีเกิดจากการให้เหตุผลที่เกิดจากความคิดแบบนี้มาก่อน หลังจากนั้นจึงพยายามพิสูจน์ให้เป็นจริง โดยกำหนด อนุยาม นิยาม และสัจพจน์ และใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย

เลิศ สิทธิโกศล (2540: 22-24) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยสรุปผลจากเหตุย่อย ๆ หลาย ๆ เหตุหรือความรู้ย่อย ๆ หลาย ๆ ความรู้ โดยที่แต่ละเหตุหรือความรู้นั้นเป็นอิสระต่อกัน

2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยสรุปผลจากเหตุใหญ่ หรือความรู้ใหม่ มาเป็นความรู้อย่อย (ผลสรุป) จะเห็นได้ว่าผลสรุปที่ได้จากการให้เหตุผลแบบนิรนัยนี้ถูกบังคับจากเหตุหรือความรู้เดิมที่ยอมรับกันมาอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ดังนั้นผลสรุปที่ได้จึงอยู่ในวงจำกัดเฉพาะเหตุเท่านั้นจะสรุปผลกว้างกว่านี้ไม่ได้ การให้เหตุผลแบบนี้พบมากในวิชาคณิตศาสตร์ โดยจะนำเอาอานิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และหลักทางตรรกศาสตร์มาช่วยให้ได้ผลสรุป ซึ่งถ้าหากสรุปสมเหตุสมผล (Valid) ก็จะเกิดเป็นกฎ (Law) หรือทฤษฎีบท (Theorem) ตามมา

สถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 4-5) แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 2 แบบ คือ

1) การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้การสังเกตขั้นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูป หรือสร้างข้อคาดเดา แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป

2) การให้เหตุผลนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลง หรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุ

O'Daffer (1990 : 378) กล่าวว่ามียกย่องการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ 2 ประเภท คือ

1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป หรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น

2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody (1993 : 2 – 61) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่ามี 3 ประเภท โดยเพิ่มการให้เหตุผลเชิงหยั่งรู้ (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็นหรือจากความรู้สึกภายใน เหตุผลเชิงหยั่งรู้จึงเป็นเหตุผลที่วางอยู่บนสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสมมติฐาน ซึ่งสิ่งที่ปรากฏอาจถูกหรือผิดก็ได้ ส่วนอีก 2 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกับ O'Daffer

Siggins (1997 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547: 6) กล่าวถึงการให้เหตุผลหลัก ๆ 3 แบบ ได้แก่

1) การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้น ๆ เป็นการศึกษาลงลึกในส่วนย่อย ๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้ง ก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการ

แก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

2) การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่า สิ่งนั้น ๆ มีอะไรที่เหมือนกัน มีอะไรที่ต่างกัน ในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกัน บางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกัน การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจในสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้ง มีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่า อย่างไรถือว่าต่างกันก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3) การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative Reasoning) เป็นการใช้เหตุผลประเมิน เมื่อเราตัดสินคุณค่าหรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า จากแนวคิดเกี่ยวกับการจัดแยกประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการจัดแยกตามที่ยังจัดประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พิจารณา สำหรับประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่พบเห็นกันได้ค่อนข้างมาก คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุย่อยหลาย ๆ เหตุ และเหตุย่อยต่าง ๆ เหล่านี้จะสรุปรวมเป็นเหตุการณ์ทั่ว ๆ ไป 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยสรุปผลจากเหตุใหญ่มาเป็นเหตุย่อย

3.3 การอ้างเหตุผล

การอ้างเหตุผล (Justification) เป็นการแสดงความคิด ความเข้าใจ โดยใช้ความรู้มาเชื่อมโยงเพื่อประกอบการตัดสินใจและการให้เหตุผลในสิ่งใดสิ่งหนึ่งของนักเรียน เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผล ซึ่ง Lannin (2005: 235) ได้กล่าวว่า การอ้างเหตุผลมีคุณค่าอย่างมาก เพราะเป็นการอธิบายอย่างมีเหตุผล มีความเชื่อถือได้มากกว่าความเชื่อที่ธรรมดา กล่าวคือสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของสิ่งที่สังเกตได้ทั่วทุกกรณีที่อยู่ในสถานการณ์นั้น

Lannin (2005: 236) ได้เสนอกรอบของระดับการอ้างเหตุผล ไว้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ระดับการอ้างเหตุผล

ระดับการอ้างเหตุผล	คำอธิบาย
ระดับ 0: ไม่อ้างอิงเหตุผล (No Justification)	ไม่มีการอ้างอิงเหตุผลกำกับไว้
ระดับ 1: อ้างอิงบุคคลอื่น (Appeal to External Authority)	อ้างอิงความถูกต้องโดยอ้างจากบุคคลอื่น ๆ หรือเอกสารอื่นๆ
ระดับ 2: มีหลักฐานเชิงประจักษ์ (Generic Example)	การอ้างอิงเหตุผลผ่านตัวอย่างเฉพาะ
ระดับ 3: แสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไป (Generic Example)	การอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัยที่แสดงในรูปตัวอย่างเฉพาะ
Level 4: การอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Justification)	การอ้างอิงเหตุผลผ่านรูปของกฎทางนิรนัย ซึ่งขึ้นอยู่กับตัวอย่างเฉพาะ

การอ้างเหตุผล เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของกระบวนการวางนัยทั่วไป เพราะการอ้างเหตุผลเป็นปัจจัยที่ช่วยนำไปสู่การสร้างข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ในการอ้างเหตุผลทางพีชคณิตสามารถแบ่งได้ออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับ 0 ไม่อ้างอิงเหตุผล ระดับ 1 อ้างอิงบุคคลอื่น ระดับ 2 มีหลักฐานเชิงประจักษ์ ระดับ 3 แสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไป ระดับ 4 การอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย

3.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ เพราะเป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ สามารถสร้างข้อสรุป และตัดสินใจความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ การฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และวิธีอื่น ๆ ด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 195-196) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1) ควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2) ให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3) ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 29) กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการให้เหตุผล และเพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีจะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริง จำเป็นจะต้องจัดให้มีการให้เหตุผลแทรกอยู่ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้เวลาและประสบการณ์ที่หลากหลายในการพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปอันสมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น

Guilford และ Hoepfner (1971: 28-32) ได้ให้ความเห็นว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำและเป็นสิ่งที่สามารถสอนได้ควบคู่กับเนื้อหาปกติหรือในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม เนื่องจากความสามารถในการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผลของแนวความคิด โดยการอธิบายรูปแบบ แสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไร จะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถจะใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการไม่บรรลุผล” คำถามทำนองนี้ล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อคาดเดา การกำหนดรูปแบบและการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

Baroody and Coslick (1998: 2-23 -2-30) กล่าวว่า การเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะ ดังนี้

1) การให้เหตุผลควรบูรณาการอยู่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้และแบบอุปนัยเพื่อคาดการณ์ และการใช้เหตุผลแบบนิรนัยง่าย ๆ เช่น การใช้เหตุผล “ถ้า...แล้ว”

2) ช่วยให้นักเรียนเห็นว่า มีรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ในสถานการณ์ต่าง ๆ สิ่งของและจำนวน

3) ใช้กิจกรรมที่มีการจำแนกชัดเจนก่อน

4) ส่งเสริมให้นักเรียนประเมินการคาดการณ์และการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

นอกจากนี้ Rowan and Morrow (1993: 14-30 อ้างถึงใน สุภาพร บุญหนัก, 2544: 36) ยังได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่า เป็นสิ่งสำคัญมาก ผู้สอนต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าทำให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว ต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายการแสดงเหตุผลของแนวความคิด ได้กระทำและสรุป พร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปของแนวความคิดนั้น ๆ

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลมีหลากหลายปัจจัย ได้แก่ ครู นักเรียน บรรยากาศการเรียนการสอน วิธีการจัดการเรียนการสอน และอื่น ๆ ซึ่งปัจจัยดังกล่าวล้วนมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งสิ้น โดยเฉพาะครูผู้สอน เป็นผู้มีความสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูสามารถทำได้โดยเริ่มจากการให้นักเรียนได้พบกับโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ มีบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริม และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดอธิบาย แสดงเหตุผลของตนได้อย่างอิสระ และผู้สอนได้สรุป ชี้แจงให้นักเรียนได้ทราบเกี่ยวกับการแสดงเหตุผลของนักเรียนว่ามีความถูกต้อง สมเหตุสมผล หรือขาดตกบกพร่องอย่างไร

3.5 การให้เหตุผลทางพีชคณิต

การให้เหตุผลทางพีชคณิต หรือ Algebraic Reasoning เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางพีชคณิต ซึ่งมีนักคณิตศาสตร์ศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางพีชคณิตดังนี้

Yackel (1997: 276-280) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางพีชคณิตว่า เป็นการให้เหตุผลที่นอกเหนือไปจากการให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) หรือการให้เหตุผลที่เป็นเพียงการยกตัวอย่างในกรณีเฉพาะ แต่เป็นการให้เหตุผลที่มีความเป็นกรณีทั่วไป (General Reasoning) เกี่ยวกับความสัมพันธ์และวิธีการใช้สัญลักษณ์ในการนำเสนอความคิด

Carpenter และ Levi (2000: 1-18) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางพีชคณิตว่า เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการคิดในเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking) และการคิดในเชิงนามธรรม (Abstract Thought) ซึ่งแสดงออกมาในรูปของภาษาของนักเรียนเองหรือการใช้สัญลักษณ์ในการอธิบายความสัมพันธ์และความเป็นกรณีทั่วไป

Kaput (1999: 2-3) ได้ระบุว่า การให้เหตุผลทางพีชคณิต มีลักษณะ 5 รูปแบบที่มีความสัมพันธ์กันคือ

- 1) พืชคณิตเป็นการสร้างข้อสรุป แบบรูป และกฎ
- 2) พืชคณิตเป็นการจัดกระทำของสัญลักษณ์
- 3) พืชคณิตเป็นการศึกษาโครงสร้างและระบบของนามธรรมจากการคิดคำนวณและการสร้างความสัมพันธ์
- 4) พืชคณิตเป็นการศึกษาเกี่ยวกับฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ และการกระทำร่วมกันของตัวแปร
- 5) พืชคณิตเป็นรูปแบบ

Blanton and Kaput (2005: 412) ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางพืชคณิตว่าเป็นกระบวนการซึ่งนักเรียนสร้างความคิดทางคณิตศาสตร์จากชุดของตัวอย่างเฉพาะ สร้างนัยทั่วไปผ่านการอภิปรายของข้อโต้แย้ง และอธิบายสิ่งดังกล่าวในรูปแบบกว้างขึ้น และตามวิธีการที่เหมาะสมกับระดับอายุ นอกจากนี้ Blanton and Kaput (2005: 413) ยังได้กล่าวถึง รูปแบบที่หลากหลายของการให้เหตุผลทางพืชคณิต ได้แก่

- 1) การใช้เลขคณิตในฐานะขอบเขตของการอธิบายและวางนัยทั่วไป
- 2) วางนัยทั่วไปของแบบรูปทางจำนวนเพื่อใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน
- 3) รูปแบบในฐานะขอบเขตสำหรับการอธิบายและวางนัยทั่วไป
- 4) วางนัยทั่วไปเกี่ยวกับระบบคณิตศาสตร์นามธรรมจากการคิดคำนวณและความสัมพันธ์

Murray State University (2006) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางพืชคณิตว่าเป็นความสามารถในการคิดเชิงตรรกะเกี่ยวกับปริมาณของตัวไม่ทราบค่า และความสัมพันธ์ระหว่างตัวไม่ทราบค่าเหล่านั้น มากไปกว่านั้นการให้เหตุผลทางพืชคณิตเป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับสมการ กราฟ การเขียนข้อสรุป และสร้างข้อคาดการณ์ เกี่ยวกับสถานการณ์เหล่านั้น

จากความหมายของการให้เหตุผลทางพืชคณิตดังกล่าวสามารถสรุปได้ดังนี้ การแสดงแนวคิด การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อสรุปที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางพืชคณิต โดยพิจารณาจากกรณีตัวอย่าง และผ่านการอธิบาย การแสดงความคิด การโต้แย้ง เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป รวมทั้งการยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปที่ได้อย่างสมเหตุสมผล

3.6 กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพืชคณิต

กลวิธี บัญญัติมาจาก Strategy ในภาษาอังกฤษ แต่เดิมมักใช้ในวงการทหารก่อนที่จะนำมาใช้ในวงการอื่น ๆ ดังนั้นการให้ความหมายของคำว่า Strategy จึงหมายถึงการวางแผนการรบเป็นการกำหนดแผนการให้เหมาะกับการต่อสู้กับข้าศึกทั้งในทางรุกและในทางตั้งรับ โดยใช้กำลังทั้งทางการเมือง เศรษฐกิจ จิตวิทยา และกำลังรบทางทหาร เพื่อให้ได้ชัยชนะได้เปรียบข้าศึกและให้

มีการสูญเสียอย่างน้อยที่สุด กลวิธีเป็นวิชาที่เป็นทั้งศาสตร์และศิลปะ ซึ่งประกอบด้วยการกำหนดนโยบาย วัตถุประสงค์ รวมทั้งเป้าหมาย แผนการดำเนินงาน กำลังสนับสนุนกลวิธี และต้องพิจารณาถึงอุปสรรค พร้อมทั้งเตรียมทางแก้ไขเพื่อให้การต่อสู้ได้รับชัยชนะในที่สุด (กาญจนา นาคสกุล, 2550)

เมื่อนำกลวิธีมาใช้ในการศึกษา จึงใช้ในการวางแผน การกำหนดแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ได้กำหนดไว้ สำหรับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ก็ย่อมมีกลวิธีที่หลากหลายที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ จากการศึกษาเกี่ยวกับกลวิธีที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางพีชคณิต พบว่ามีนักคณิตศาสตร์ศึกษาได้กำหนดกลวิธีไว้ดังนี้

Stacey (1989, cited in Townsend, 2005: 15) อธิบายว่า มีหลากหลายกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาในงานที่เกี่ยวกับการวางนัยทั่วไป (การสรุปอ้างอิง) ซึ่งกลวิธีที่ใช้ได้แก่ กลวิธีแบบการนับ (A Counting Strategy หรือ Explicit Strategy) กลวิธีแบบแตกต่าง (Difference Strategy) กลวิธีแบบองค์รวม (A Whole-object Strategy) กลวิธีแบบเชิงเส้น (A Linear Strategy) สำหรับกลวิธีแบบการนับเป็นกลวิธีที่นักเรียนใช้การนับจำนวนแต่ละอันจากการวาดรูป กลวิธีแบบแตกต่างเป็นกลวิธีที่เกี่ยวข้องกับการเพิ่มจำนวนโดยการคูณ กลวิธีแบบองค์รวมเป็นกลวิธีที่ใช้ในการหาผลลัพธ์ใหม่จากการคูณของผลลัพธ์ที่มีอยู่เดิม และกลวิธีสุดท้าย คือ กลวิธีแบบเชิงเส้นเป็นกลวิธีที่ใช้ในการพัฒนารูปแบบเชิงเส้นเพื่อใช้ในการหาผลลัพธ์

Townsend (2005 : 15) ได้กำหนดกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต ได้แก่ กลวิธีแบบชัดเจน (Explicit Strategy) กลวิธีแบบกระทำซ้ำ (Recursive Strategy) กลวิธีแบบองค์รวม (Whole-object Strategy) และกลวิธีแบบรวมหน่วย (Chunking Strategy) ซึ่งสามารถอธิบายลักษณะสำคัญของแต่ละกลวิธี ดังนี้

กลวิธีแบบชัดเจน (Explicit Strategy)

การให้เหตุผลแบบชัดเจน เป็นการให้เหตุผลที่สำคัญของหลักสูตรพีชคณิตมาเป็นระยะเวลานาน ซึ่งเป็นการสรุปอ้างอิงที่ใช้สำหรับการคิดคำนวณที่รวดเร็วสำหรับสถานการณ์เฉพาะ โดยเป็นการหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่เป็นเหตุและสิ่งที่เป็นผล ในการใช้ยุทธศาสตร์นี้จะได้มาซึ่งกฎที่ถูกสร้างโดยฐานของข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยทำการเชื่อมโยงกับเทคนิคการนับ

การพัฒนากลวิธีแบบชัดเจนถือได้ว่าเป็นประเด็นสำคัญของหนังสือเรียนพีชคณิตสำหรับกลวิธีอื่น ๆ นั้นถูกพิจารณาเป็นทางเลือกอื่น ๆ การให้เหตุผลแบบชัดเจนยังคงเป็นเป้าหมายตั้งแต่แรกเริ่มและสุดท้ายของแต่ละบทเรียน ซึ่งพบจากการที่ The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989) ได้ส่งเสริมการใช้การคิดแบบชัดเจน ผ่านทางมาตรฐานการเรียนรู้

นอกจากนี้ Curriculum and Evaluation Standards for school Mathematics (NCTM, 1989) และ Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000) ยังได้มีการส่งเสริมเป้าหมายของการใช้เหตุผลแบบชัดแจ้งในระดับการชั้นเรียนต่าง ๆ

ในขณะที่หลาย ๆ ตัวอย่างของโจทย์ที่พบในชั้นเรียนและหนังสือเรียนได้กล่าวถึงการใช้กลยุทธ์แบบชัดแจ้งค่อนข้างมาก ทำให้มองว่ากลยุทธ์อื่นๆ เป็นกลยุทธ์ที่ไม่สำคัญ อย่างไรก็ตาม NCTM (2000) ได้แนะนำให้ให้นักเรียนได้ใช้ กลยุทธ์แบบไม่ชัดแจ้ง (Non-Explicit Strategy) เช่น กลยุทธ์แบบกระทำซ้ำ (Recursive Strategy) ในระดับเกรด 9-12 และกลยุทธ์แบบอื่น ๆ สามารถใช้ประโยชน์ได้จริงในการสรุปอ้างอิง เช่น Kaput ได้กล่าวไว้ว่าสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ อาจไม่สามารถใช้กลยุทธ์แบบชัดแจ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ถูกคาดหวังว่าเป็น การเตรียมนักเรียนเข้าสู่ในความเป็นจริงของโลกในยุคปัจจุบัน ซึ่งนักเรียนควรจะต้องแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายได้

กลยุทธ์แบบกระทำซ้ำ (Recursive Strategy)

การให้เหตุผลแบบกระทำซ้ำ เป็นกลยุทธ์หนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ในทางปฏิบัติได้ การให้เหตุผลแบบกระทำซ้ำเกี่ยวข้องกับความเข้าใจและการประยุกต์ใช้ ซึ่งเป็นวิธีการเปลี่ยนพจน์หนึ่งไปยังอีกพจน์หนึ่งในตัวแปรที่ตามมา ผลลัพธ์ที่ได้จะมีลักษณะเป็นแบบรูป ที่มีค่าต่อเนื่องสัมพันธ์กันกับค่าตั้งต้น เช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาจำนวนสติกเกอร์บนแท่งไม้ : ความยาวแท่งไม้ 1 ท่อน จะติดสติกเกอร์ได้จำนวน 4 ตัว ซึ่งถ้าเพิ่มแท่งไม้ขึ้นทีละ 1 ท่อน จำนวนสติกเกอร์ที่ติดจะมีจำนวนเพิ่มขึ้นทีละ 4 ตัวเช่นกัน

Swafford and Langrall (2000) อธิบายว่า โดยธรรมชาติของนักเรียนจะใช้การให้เหตุผลแบบกระทำซ้ำแบบทั่วไปในสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ สำหรับ Maurer (1995) ได้อธิบายไว้ว่าการให้เหตุผลทางกระทำซ้ำไม่ใช่เป็นการสร้างความสัมพันธ์จากกรณีหนึ่งไปยังกรณีหนึ่งแบบไร้เหตุผล ส่วน Booth (1989) เขียนไว้ว่า หลักฐานงานวิจัยได้แสดงให้เห็นว่านักเรียนจะใช้เทคนิค กระบวนของการให้เหตุผลแบบกระทำซ้ำเป็นจำนวนค่อนข้างมาก

NCTM (2000) ได้พิจารณาถึงการให้เหตุผลแบบกระทำซ้ำว่ามีความสำคัญ ซึ่งได้แนะนำว่าควรที่จะได้ทำการศึกษาถึงความสัมพันธ์แบบการกระทำซ้ำในระดับชั้นมัธยมศึกษา นอกจากนี้ NCTM ยังได้กล่าวว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาควรได้มีประสบการณ์ที่หลากหลายในการใช้รูปแบบของการกระทำซ้ำ ดังนั้นนักเรียนควรจะมีโอกาสในการทำโจทย์เกี่ยวกับการสร้างข้อสรุป ซึ่งสามารถแสดงผ่านกลยุทธ์ที่หลากหลาย และเป็นการเชื่อมโยงกลยุทธ์ที่หลากหลายเข้าด้วยกัน

กลวิธีแบบองค์รวม (Whole-object Strategy)

กลวิธีแบบองค์รวมเป็นยุทธศาสตร์ที่มีความแตกต่างจากกลวิธีที่กล่าวไว้ข้างต้น Stacey (Townsend, 2005 : 35) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบองค์รวม ว่าเป็นการหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการคูณของค่าตั้งต้น หรือเป็นการสร้างผลลัพธ์ของหน่วยใหญ่จากการคูณของหน่วยที่เล็กกว่า ในวิธีการนี้ เป็นวิธีที่ปราศจากการแก้ไขค่าต่าง ๆ เป็นการประยุกต์ใช้ในโจทย์ปัญหาเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ เช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาจำนวนสติ๊กเกอร์บนแท่งไม้ : แท่งไม้มีความยาว 10 ท่อน จะติดสติ๊กเกอร์ได้จำนวน 42 ตัว ดังนั้นถ้าแท่งไม้มีจำนวน 20 ท่อน จะติดสติ๊กเกอร์ได้จำนวน $(42 \times 2) - 2$ (การลบด้วย 2 เนื่องจากผิวด้านท้ายของท่อนไม้ 10 ท่อน ที่นำมาเชื่อมกับท่อนไม้อีก 10 ท่อนจะต้องหักลบออกไป ดังนั้นจำนวนสติ๊กเกอร์ที่ติดต้องหักลบด้วย 2)

กลวิธีแบบรวมหน่วย (Chunking Strategy)

กลวิธีแบบรวมหน่วยเป็นกลวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบจากการเพิ่มจำนวนไปยังค่าที่ทราบอยู่แล้ว หรือเป็นการหาค่าของจำนวนที่ต่อเนื่องจากค่าตั้งต้น Healy and Hoyles (1998) กล่าวว่าไว้ว่าเป็นวิธีที่มีบทบาทสำคัญต่อการสร้างข้อสรุปของพีชคณิต ซึ่งใช้แทนความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลแบบกระทำซ้ำ ในการใช้ยุทธศาสตร์นี้ นักเรียนจะสร้างแบบรูปการกระทำซ้ำ โดยการเพิ่มจำนวนหน่วยไปยังค่าที่ทราบแล้ว เช่น แท่งไม้มีความยาว 10 ซม. มีสติ๊กเกอร์ติดอยู่จำนวน 42 ตัว ถ้าแท่งไม้มีความยาว 15 ซม. จะมีสติ๊กเกอร์ติดอยู่จำนวน $42 + 5(4)$ เพราะว่าจำนวนสติ๊กเกอร์เพิ่มขึ้นครั้งละ 4 เท่า ซึ่งปริมาณ 5×4 ใช้แสดงแทนกลุ่มของห้าเท่าของสิ่งที่เกิดขึ้น ซึ่งเป็นการเพิ่มจำนวนบนจำนวนครั้งที่ผ่านมา

จากกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตดังกล่าว สามารถกล่าวได้ว่า กลวิธีที่เลือกใช้นั้นมีได้อย่างหลากหลาย การเลือกใช้กลวิธีโดยขึ้นอยู่กับความเหมาะสมกับการโจทย์ปัญหาในสถานการณ์นั้น และในสถานการณ์หนึ่งๆ อาจเลือกใช้กลวิธีเดียวหรือหลาย ๆ กลวิธีมาช่วยในการแก้ปัญหา หรือสามารถนำยุทธศาสตร์เดียวไปใช้ในการแก้ปัญหามากมาย ๆ สถานการณ์ได้เช่นเดียวกัน

กล่าวโดยสรุป กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เป็นอีกองค์ประกอบหนึ่ง ที่ส่งเสริมกระบวนการวางนัยทั่วไปให้เกิดผลดียิ่งขึ้น เพราะกลวิธีเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนสร้างข้อสรุปได้ถูกต้องและรวดเร็ว กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตประกอบด้วย กลวิธีแบบชัดเจน กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย

3.7 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 เป็นหลักสูตรแกนกลางที่กระทรวงศึกษาธิการได้จัดทำขึ้น มีลักษณะเป็นกรอบเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการศึกษาในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นที่ไปตามจุดหมายของหลักสูตร ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระที่เป็นองค์ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์และสาระที่เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์การประเมินผลคณิตศาสตร์ต้องประเมินทั้งความรู้ในเชิงเนื้อหา และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป้าหมายของการประเมินผลผู้เรียน คือ 1) เป็นการประเมินผลเพื่อจัดวางผู้เรียนให้เหมาะสมและความสามารถในการประเมินผลผู้เรียน เพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งเพื่อพัฒนาและปรับปรุงการสอนของผู้สอน

ในการประเมินผลทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านการให้เหตุผล สามารถประเมินผู้เรียนด้วยวิธีการอย่างหลากหลายวิธี เช่น การสังเกตจากการพูดคุย การเขียน และการประเมินจากการกระทำทางคณิตศาสตร์ (doing mathematics) โดยปกติแล้วผู้เรียนจะสามารถสร้างข้อาคเดาจากตัวอย่างต่าง ๆ ที่ผู้เรียนจะสามารถสร้างข้อาคเดาจากตัวอย่างต่าง ๆ ที่ผู้เรียนได้เห็นหรือได้ลงมือกระทำ แล้วพัฒนาข้อโต้แย้งซึ่งขึ้นอยู่กับข้อมูลที่คุณเรียนมีความรู้ว่าเป็นข้อเท็จจริงหรือไม่

3.7.1 เกณฑ์การประเมิน

กรมวิชาการ (2539: 54-59) ได้ให้ความหมายของเกณฑ์การประเมินว่า หมายถึง เครื่องมือที่ใช้เป็นแนวทางประเมินการปฏิบัติงานของนักเรียนโดยการสร้างแนวทางการให้คะแนน ซึ่งจะต้องกำหนดมาตรวัดและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละจุดในมาตรวัดไว้อย่างชัดเจน

รูบริก คือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของคุณภาพการเรียนรู้ จากระดับที่ยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา โดยทั่วไปการให้คะแนนของรูบริกมี 2 รูปแบบ คือ

- 1) การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic Score) คือ การให้คะแนนผ่านชิ้นงาน โดยคุณภาพรวมหรือองค์รวมของชิ้นงานนั้น
- 2) การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) เป็นการวิเคราะห์งานออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย

Goodrich (1997: 14-17) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับครูและนักเรียน ดังนี้

1) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตราของครู เกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริกก็คือ การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ

2) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบในการตัดสินคุณภาพของตนเองและผู้อื่น ทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จและงานที่มีคุณภาพ

3) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกจะช่วยลดเวลาของครูในการประเมินชิ้นงาน และเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนสามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

4) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้และการอธิบาย

3.7.2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ของกรมวิชาการ (2546: 121- 124) ดังตารางที่ 2

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผลของ
กรมวิชาการ

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้ เหตุผล
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบ ถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบ การตัดสินใจอย่าง สมเหตุสมผล
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และ เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่ แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่ คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการ ประกอบการตัดสินใจ
1 / ต้อง ปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0 / ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สำหรับแผนการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of
education, 1989) กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนกรณีทำข้อสอบเป็นแบบอัตนัยโดยแบ่งเป็นระดับ
คะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียดดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบชัดเจน (Exemplary Response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุ
มีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจน อ่าน
ง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช้
และไม่ใช้ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent Response) อธิบายชัดเจน มีเหตุมีผล
และสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดง
ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนก
ส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor Flaws But Satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (Serious Flaws But Nearly Satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจ แนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กำนวนผิด นำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begins, But Fails to Complete Problem) อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม กำนวนผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to Begin Effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

4. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Communication) เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งเป็นทักษะ/กระบวนการหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะจะเป็นตัวการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ สิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นรูปธรรม และเป็นการเชื่อมโยงความคิดระหว่างนักเรียนกับผู้สอน ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้น จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในแนวคิดของตนได้ชัดเจนมากขึ้น และผู้สอนสามารถประเมินความคิด ความเข้าใจของนักเรียนได้อย่างถูกต้อง

4.1 ความหมายและความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543: 286) อธิบายว่า กระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร (Communication Skill) หมายถึง การให้หรือแลกเปลี่ยนความรู้ และแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการอ่าน การฟัง การสังเกต และการตรวจสอบในรูปแบบที่ชัดเจนและมีเหตุผลโดยการพูดและการเขียน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 26, 214) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์

ในการสื่อสารมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมียบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ คำพูดและการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน โดยที่การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความคิดและสามารถเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด ดังที่ได้ระบุความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การสาธิต และการแสดงให้เห็นภาพ
- 2) สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมาย และประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดยการพูด การเขียน หรือภาพต่าง ๆ
- 3) สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองสถานการณ์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 4-5) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ในการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้นจะต้องจัดให้นักเรียนมีความสามารถดังนี้

- 1) จัดระบบและรวบรวมความคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันและสื่อสารได้ถูกต้อง
- 2) สื่อสารความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของพวกเขาแก่ครูอาจารย์และผู้อื่นได้อย่างสมเหตุสมผลและแจ่มแจ้งชัดเจน
- 3) วิเคราะห์และประเมินค่าแนวความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วยกลยุทธ์ต่าง ๆ ได้
- 4) ใช้ภาษาของคณิตศาสตร์เพื่อการสื่อความหมายได้อย่างกระชับ ชัดเจน ได้ใจความที่ถูกต้องแน่นอน

Thurber (1976: 513) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อนักเรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

Kennedy and Tipps. (1994: 181) กล่าวถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทาง

คณิตศาสตร์เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรม ไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนความรู้

Rey and other (2001: 83) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิด โดยเฉพาะการสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย รวบรวม และขยายแนวคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสาร แนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน

นอกจากนี้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในลักษณะต่าง ๆ มีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ เรียนรู้วิธีการคิดและมีความชัดเจนในสิ่งที่คิดอันเนื่องมาจากการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในชั้นเรียน ดังที่ Hoyles (สมเดช บุญประจักษ์, 2540: 44 อ้างใน Educational Studies in Mathematics, 1985: 206-207) กล่าวว่า การให้นักเรียนได้พูดอภิปรายทำให้เกิดการผสมผสานความรู้ได้อย่างดี แต่ทุกคนสามารถขยายแนวความคิดของตนและกันช่วยให้เกิดความชัดเจนในงานหรือกระบวนการทำงาน

2) การเขียนเป็นการสื่อสารที่มีคุณค่าอีกอย่างหนึ่งแต่ยังไม่ค่อยได้รับการฝึกฝนมากนักในการเรียนคณิตศาสตร์ การเขียนทำให้เกิดความชัดเจนในแนวความคิดเกี่ยวกับเรื่องราวหรือปัญหา และช่วยในการพัฒนาการรับรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น (Lappan and Schram, 1989: 16)

3) การอ่านนับว่าเป็นการสื่อสารที่จำเป็นเพราะแหล่งความรู้ที่นักเรียนจะต้องประสบส่วนใหญ่ออยู่ในรูปของหนังสือ เอกสาร หรือสิ่งพิมพ์ต่าง ๆ นักเรียนจึงควรได้ฝึกการอ่านและทำความเข้าใจรายละเอียดในบทเรียนด้วยตนเองจากหนังสือหรือเอกสาร เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการศึกษาค้นคว้า หาข้อสรุปด้วยตนเองมากกว่าจะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้จากครูเท่านั้น (Lappan and Schram, 1989: 17)

4) การนำเสนอแนวคิด (Representing) เป็นการสื่อสารที่สำคัญที่สุด เพราะการแสดงแนวคิดจะรวมถึงการแปลงปัญหาและแนวคิดไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งที่คุ้นเคยหรือเข้าใจง่าย เช่น เขียนแทนด้วยแผนภาพ แผนภูมิหรือกราฟ และในทางกลับกัน ให้มีการแปลแผนภาพ แผนภูมิหรือรูปภาพ ไปสู่สัญลักษณ์และประโยคภาษา (NCTM, 1989: 27)

จากแนวความคิดเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวความคิด ซึ่งแสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจแนวคิดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

4.2 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารแนวความคิดของตนเองกับผู้อื่นนั้นจะต้องอาศัยการสื่อสารผ่านเทคโนโลยี เช่น คอมพิวเตอร์ ที่เป็นเครื่องมือที่ต้องอาศัยคำสั่งการทำงานจากมนุษย์อย่างเป็นระบบ มีขั้นตอนที่ชัดเจนจึงจะสามารถปฏิบัติงานได้ และจากลักษณะสำคัญประการหนึ่งคือ คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่มีความหมาย เป็นภาษาเฉพาะ รัดกุม สามารถสื่อสารและนำมาประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน และมีบทบาทในการเรียนการสอน คือ เป็นตัวเชื่อมระหว่างความคิดนามธรรมกับรูปธรรม โดยใช้รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ ตัวอักษร กล่าวได้ว่า การสื่อสารช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในความคิดและเกิดความเข้าใจลึกซึ้งยิ่งขึ้น (Kennedy and Tipps, 1994: 181)

กรมวิชาการ (2544ข: 201) กล่าวว่า การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา นักเรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมายแล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อความหมายแล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบาย การทำให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

- 1) กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
- 2) ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอข้อมูล
- 3) การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพตารางหรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 26) เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นกิจกรรม ที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนา และการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน

และแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

Rowan and Morrow (1993: 9-11 อ้างใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540: 46) ได้เสนอแนวทางในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- 1) นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนอธิบายถึงสิ่งที่พบ
- 2) ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ชิดตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ชิดตัวนักเรียน ทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
- 3) การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์
- 4) ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้นักเรียนเห็นว่า การเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน
- 5) ในการเรียนรู้แบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารโดยตรง
- 6) ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะโดยอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

ดังนั้นจากคำกล่าวข้างต้นจะเห็นได้ว่า การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอเป็นทักษะที่สามารถพัฒนาได้ แนวทางในการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการสื่อสารนั้น ควรเน้นให้นักเรียนมีโอกาสนปฏิสัมพันธ์ มีโอกาสในการอธิบายแนวคิด เหตุผลของตนเองอย่างต่อเนื่อง ทั้งที่อยู่ในรูปของการใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน

4.3 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (Nation Council of Teachers of Mathematics, 1989: 214-217) ได้ระบุว่า การประเมินผลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรหาหลักฐานให้ผู้เรียนมีความสามารถ ดังนี้

- 1) บรรยายความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด เขียน สาระให้เห็นภาพได้

- 2) เข้าใจ แปลความหมาย และประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่พบเห็นจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปแบบการเขียน หรือจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปแบบปากเปล่าได้
- 3) ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ เครื่องหมาย สัญลักษณ์ ในการนำเสนอความคิดที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สามารถประเมินได้จากการแสดง ความหมาย และมโนทัศน์ที่ผู้เรียนพูดออกมา การประเมินควรอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ของการสื่อสาร เช่น การสื่อสารระหว่างบุคคล และการสื่อสารระหว่างการใช้เทคโนโลยีต่าง ๆ และจากการที่การสื่อสาร หมายถึง การแสดงออกในการใช้คำศัพท์ เครื่องหมาย โครงสร้างที่แสดงออกถึงความเข้าใจในสิ่งนั้น และความสัมพันธ์ของสิ่งนั้นจึงสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการผสมผสานกลมกลืนระหว่างความรู้และการกระทำทางคณิตศาสตร์ (knowing and doing mathematics)

การสื่อสารนับว่า เป็นกิจกรรมทางสังคมอย่างหนึ่ง ดังนั้นการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายสถานการณ์ เช่น ขณะมีกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้สอนควรสังเกตการณ์นำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ และการแปลความ ทั้งการพูดและการเขียน โดยการแก้ไขให้ผู้เรียนแสดงออกอย่างชัดเจน ถูกต้อง และเหมาะสมกับคำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

4.3.1 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ด้าน (Kennedy and Tipps, 1994: 112) ดังนี้

- 1) ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics)
 - 1.1 ไม่ใช่หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
 - 1.2 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
 - 1.3 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
 - 1.4 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
- 2) การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Representations)
 - 2.1 ไม่ใช่แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
 - 2.4 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน
3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)
 - 3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)

3.2 การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน

3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์

3.4 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนของทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ
กรมวิชาการ แสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ ของกรมวิชาการ (2546: 121- 124)

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือ ตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับ ขั้นตอน เป็นได้ระบบ กระชับ ชัดเจน และมี รายละเอียดสมบูรณ์
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟแผนภูมิ หรือตาราง แสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้ ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบ ถูกต้อง ครบถ้วน หรือการแสดง วิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบ ไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือ ตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้อง ปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่ อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบ ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่ อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่าง ง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือ ตาราง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 / ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

จากงานวิจัยของ SuZanne (1993: 16-23, อ้างใน California State Department of education, 1989) ได้นำเสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกทั่ว ๆ ไป (General Rubric) ไว้ 5 ระดับ คือ 0-4 คะแนน แสดงดังตารางที่ 4
ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (General Rubric)

ระบบคะแนน 4	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์ปัญหา ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม, ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณให้สมบูรณ์ถูกต้อง
ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี	ใช้ข้อมูลภายนอกให้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญทั้งหมดของปัญหาและแสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น พิจารณาความเหมาะสมและวิธีที่เป็นระบบสำหรับการแก้ปัญหา แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจน และอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดงความเชี่ยวชาญในการให้เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบทำให้เหตุผล
ระบบคะแนน 3	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์และปัญหาเกือบสมบูรณ์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเกือบทั้งหมด ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณส่วนมากถูกต้อง แต่อาจมีความผิดพลาดอยู่เล็กน้อย
ความรู้เกี่ยวกับยุทธศาสตร์	ใช้ข้อมูลภายนอกให้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน และไม่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญที่สุดของปัญหาและแสดงความเข้าใจทั่ว ๆ ไปของความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจน และอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ

ระบบคะแนน 3 (ต่อ)	
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์หรือเกือบสมบูรณ์, การสื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดงการสนับสนุนการให้เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจจะมีช่องว่างเล็กน้อย
ระบบคะแนน 2	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการบางส่วนในคณิตศาสตร์ปัญหา, ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากผิด การคำนวณอาจผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี	ระบุส่วนประกอบที่สำคัญได้บ้าง แต่แสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้บ้าง แต่การอธิบายกระบวนการอาจไม่สมบูรณ์หรือบางที่ไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจนหรือมีสองนัย, แผนภาพประกอบบกพร่องหรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก การให้เหตุผลอาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มีหลักฐานสนับสนุน
ระบบคะแนน 1	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์ปัญหาได้น้อยมาก ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ผิด การคำนวณผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น, ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาผิดหรือเน้นส่วนประกอบที่ไม่สำคัญมากเกินไป แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขไม่สมบูรณ์หรือไม่เหมาะสม การอธิบายกระบวนการแก้ไขผิดพลาดหรือไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบอาจจะผิดหรือเข้าใจยาก, แผนภาพประกอบไม่ถูกต้องตามสถานการณ์ปัญหา หรือแผนภาพไม่ชัดเจนตีความหมายยาก

ระบบคะแนน 0	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความไม่เข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์ ปัญหา
ความรู้เกี่ยวกับกลวิธี	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบ ของปัญหาผิด ลอกส่วนปัญหาของโจทย์มาแต่พยายาม แก้ปัญหา
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหา แผนภาพประกอบผิดพลาด

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาการให้เหตุผลทางพีชคณิต มีดังนี้

Blanton และ Kaput (2005) ได้ศึกษาลักษณะการปฏิบัติในชั้นเรียนที่ส่งเสริมการให้เหตุผลทางพีชคณิต โดยได้ทำการศึกษารายกรณีกับครูประจำระดับเกรด 3 จำนวน 1 คน โดยครูได้เข้าร่วมโครงการพัฒนาการให้เหตุผลทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนร่วมกับผู้วิจัย ในการศึกษาครั้งนี้ครูได้มีการบูรณาการการให้เหตุผลทางพีชคณิตเข้าสู่ในรายวิชาปกติ โดยร่วมกับผู้วิจัยนำประเภทของการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตแบบต่าง ๆ ความถี่และรูปแบบของการบูรณาการ และเทคนิคการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล ผลของการวิจัยพบว่า ครูสามารถบูรณาการการให้เหตุผลทางพีชคณิตเข้าไปในการวางแผนการสอนได้ โดยวิธีการที่เกิดขึ้นเป็นไปเองตามธรรมชาติ และส่งผลทำให้นักเรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงทักษะการให้เหตุผลทางพีชคณิตไปในทางบวก

Townsend (2005) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการทดสอบการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยมุ่งเน้นความยืดหยุ่นและกลวิธีที่ใช้ของนักเรียนระดับเกรด 10 ของสองโรงเรียนในชนบท ซึ่งในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน ได้เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ขึ้นด้วยตนเอง ผ่านการปรับโครงสร้างทางปัญญาให้เกิดความสมดุล โดยได้สร้างชิ้นงานที่เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ทำให้นักเรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญาเกิดขึ้น เพื่อนำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนใช้กลวิธีการวางนัยทั่วไปเหมือนกับนักเรียนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งได้แก่ กลวิธีแบบชัดเจน กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย ซึ่งนักเรียนใช้กลวิธีแบบกระทำซ้ำ และกลวิธีแบบรวมหน่วยประสบความสำเร็จมากที่สุด ขณะที่ใช้กลวิธีแบบชัดเจนมีประสิทธิภาพน้อยที่สุด นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนที่มีระดับความยืดหยุ่นสูงไม่จำเป็นต้องมีความสามารถในการวางนัยทั่วไป และนักเรียนที่มีระดับความยืดหยุ่นสูงสามารถตัดสินใจใช้กลวิธีที่เหมาะสมและพัฒนาด้านการให้เหตุผลของกฎ

ส่วนนักเรียนที่มีระดับความยืดหยุ่นต่ำ ไม่สามารถตัดสินใจใช้กลวิธีได้อย่างเหมาะสมหรือการให้เหตุผลของกฎได้

Jacobs et al (2007) ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาการให้เหตุผลทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนในโรงเรียนประถมศึกษา โครงการวิจัยนี้ได้ศึกษาในโรงเรียนชนบทจำนวน 19 โรงเรียน ครูจำนวน 180 คน นักเรียนจำนวน 3735 คน ผลการวิจัยพบว่า ครูที่เข้าร่วมโครงการสามารถใช้ยุทธศาสตร์ การคิดเชิงสัมพันธ์ที่หลากหลาย มากกว่าครูที่ไม่เข้าร่วมโครงการ และนักเรียนในชั้นที่มีครูเข้าร่วมโครงการ มีความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์เท่ากับและใช้ยุทธวิธีการสะท้อนความคิดเชิงสัมพันธ์มากกว่านักเรียนที่อยู่ในชั้นที่ครูไม่เข้าร่วมโครงการ

Lannin (2007) ได้ศึกษาการสร้างข้อสรุป (การวางนัยทั่วไป) และการให้เหตุผล ของการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตผ่านกิจกรรมการสร้างแบบรูป ซึ่งได้ทำการศึกษากับนักเรียนระดับเกรด 6 จำนวน 25 คน ผลวิจัยพบว่า นักเรียนมีทั้งการแสดงเชิงประจักษ์และไม่มีการแสดงออกมา ในระหว่างการอภิปรายร่วมทั้งชั้น ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปและให้เหตุผลอย่างเหมาะสม นักเรียนที่ใช้แผนผังเรขาคณิตมีความประสบความสำเร็จในการสร้างข้อสรุปและการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล อย่างไรก็ตามพบว่าในระหว่างการอภิปรายเป็นกลุ่มย่อย นักเรียนแทบจะไม่มี การให้เหตุผลและการสร้างข้อสรุป นักเรียนจะมุ่งเน้นความสนใจไปยังค่าของตัวอย่างเฉพาะมากกว่าการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวอย่าง

Ellis (2007) ได้ศึกษาความเชื่อมโยงระหว่างการวางนัยทั่วไปและการให้เหตุผล ของการให้เหตุผลของนักเรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง โดยได้ทำการศึกษากับนักเรียนที่อยู่ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 7 โรงเรียน เพื่อพิจารณาถึงวิธีการของนักเรียนในการวางนัยทั่วไปและการให้เหตุผล ซึ่งข้อมูลเกี่ยวกับวิธีการที่นักเรียนแสดงออกมามีจะถูกนำมาจัดประเภทเพื่อสร้างความเชื่อมโยงระหว่างประเภทของการวางนัยทั่วไปและการให้เหตุผล ซึ่งความเชื่อมโยงที่ได้สามารถสรุปได้เป็น 4 ปัจจัยที่ส่งเสริมการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้น ได้แก่ 1) วงจรการปฏิบัติ/การสะท้อนผล 2) ความสนใจทางคณิตศาสตร์ 3) การวางนัยทั่วไป 4) อิทธิพลของการให้เหตุผลทางนิรนัยบนการวางนัยทั่วไป

Nathan และ Koedinger (2000) ได้ศึกษาความเชื่อของครูและนักวิจัยที่มีต่อการพัฒนาการให้เหตุผลทางพีชคณิต ผลการศึกษาพบว่า ยุทธศาสตร์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาชี้ให้เห็นว่าเป็นวิธีเฉพาะที่นักเรียนแสดงการให้เหตุผลทางพีชคณิตแตกต่างจากการทำนายของครูและนักวิจัย จากเดิมครูและนักวิจัยเชื่อว่า การแก้ปัญหของนักเรียนจะเป็นไปตาม The Symbolic Model กล่าวคือ นักเรียนจะแก้ปัญหที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์มาก่อนการแก้ปัญหที่อยู่ในรูปภาพหรือการใช้ทักษะเลขคณิตมาก่อนการใช้ทักษะพีชคณิต แต่ในทางปฏิบัติพบว่า นักเรียนจะแก้ปัญหตาม Verbal Procedure Model คือ แก้ปัญหามารูปภาษามาก่อนปัญหามารูปสัญลักษณ์

ณัชชา กมล (2548) ได้พัฒนากรอบแนวคิดในการจำแนกลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งในส่วนของความคิดเชิงพีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับแบบรูปนั้น ได้ยึดรูปแบบการวิเคราะห์ลักษณะการตอบสนองของนักเรียนตามแนวคิดของบิกส์และคอลลิส (Biggs; & Collis, 1982) ผลการศึกษาพบว่าความคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนเกี่ยวกับแบบรูปสามารถจำแนกได้เป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับ 1 นักเรียนไม่เข้าใจหรือเข้าใจสับสนเกี่ยวกับแบบรูปที่กำหนดให้ เค้าคำตอบหรือตอบแบบไม่ตรงประเด็น หรือใช้ข้อมูลเพียงประเด็นเดียวในแบบรูปเพื่อหาค่าของแต่ละเทอมในแบบรูป ระดับ 2 นักเรียนสามารถหาค่าของพจน์ถัดไปจากแบบรูปที่กำหนดให้ได้แต่ไม่สามารถหาค่าของเทอมที่อยู่ไกล ๆ ได้ พยายามที่จะหากรณีทั่วไปของแบบรูปจากข้อมูลที่กำหนดให้ในแบบรูปเพียงประเด็นเดียวซึ่งทำให้ผลที่ได้ไม่ถูกต้อง ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าของพจน์หาค่าของพจน์ถัดไปจากพจน์ที่อยู่ก่อนหน้าโดยใช้การวาดรูปหรือการนับ ระดับ 3 นักเรียนเข้าใจเฉพาะความสัมพันธ์ระหว่างค่าของพจน์ที่กำหนดให้และใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวในการหาค่าพจน์ที่อยู่ไกล ๆ ได้ด้วยวิธีการที่เป็นระบบ แต่ไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของพจน์และค่าของพจน์ ระดับ 4 นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของพจน์และค่าของพจน์และสามารถอธิบายออกมาในรูปของคำพูดได้ สร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปในรูปของสูตรทางพีชคณิตได้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

Boot, et al. (1984: 278 อ้างถึงใน ธิภรณ์ พรหมณะ, 2546: 33) ได้ทำการวิจัยเรื่องข้อผิดพลาดทางการเรียนพีชคณิตในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสอนและข้อผิดพลาดในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในประเทศอังกฤษที่มีอายุระหว่าง 13-15 ปี จำนวน 3,550 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาเป็นแบบทดสอบที่มีชื่อว่า CSMS (Concepts in secondary mathematical science) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความผิดพลาดในด้านต่าง ๆ เช่น การให้ความเหมาะสมของตัวอักษร ความสัมพันธ์ของตัวอักษร เครื่องหมาย กฏ และสัญลักษณ์ วิธีการที่ใช้ในการคำนวณ และวิธีการใช้สัญลักษณ์

Senne-Dibble (1995: 387-A) ได้ศึกษาวิเคราะห์เทคนิคการประเมินเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูดกับการเขียนของนักเรียนเกรด 4 โดยสุ่มนักเรียนมา 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มอภิปราย 1 กลุ่ม และกลุ่มเขียนบันทึก 1 กลุ่ม แต่ละกลุ่มได้รับการสอนเรื่องเรขาคณิตเหมือนกัน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูดและการเขียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 4 มีความเข้าใจและการใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดี เมื่อเขาคิดเขาก็พูดได้ 84% ของนักเรียนในกลุ่มอภิปราย และ 42% ของนักเรียนในกลุ่มเขียนสามารถเขียนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนได้เหมาะสม

เมื่อนักเรียนได้รับการประเมินความสามารถในการสื่อความเข้าใจในคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า 25% ของกลุ่มเขียนสื่อได้เข้าใจ และ 75% ของกลุ่มอภิปรายสื่อความเข้าใจได้ตามความคิดของตนเอง

Johanning (2000: 151-160) ได้ศึกษา การวิเคราะห์การเขียน และการทำงานกลุ่มร่วมกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในการศึกษาพีชคณิตเบื้องต้น มีการปฏิรูปโดยการส่งเสริมให้นักเรียน อ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ การศึกษาครั้งนี้ ได้ให้ความสำคัญกับการเขียน ซึ่งช่วยให้นักเรียนได้คิดไปพร้อม ๆ กัน โดยพิจารณาจากผลงาน ของนักเรียน เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ เพื่อศึกษาความเข้าใจในการคิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ ได้เขียนอธิบาย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนเกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 48 คน โดยเป็นนักเรียน เกรด 7 จำนวน 14 คน และเกรด 8 จำนวน 34 คน ดำเนินการโดยใช้การเขียนและการทำงาน กลุ่ม ในการเรียนวิชาพีชคณิตเบื้องต้น ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 1 ปี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น กลุ่มละ 7 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนเกรด 8 จำนวน 4 คน นักเรียนเกรด 7 จำนวน 3 คน เพื่อให้เกิดความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่ง บรรยากาศเช่นนี้ทำให้นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการคิด และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ด้วย

Rodebeaver (2000) ได้ทำการศึกษาคณิตศึกษาระหว่างนักเรียนและครูและความร่วมมือของ ครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบ้างที่จะมีผลต่อการ เรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาครู ผลปรากฏว่าข้อมูลย้อนกลับ ของนักศึกษานี้แสดงถึงครูได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารอย่างมาก โดยมีการจัดการสื่อสารเข้าไป ในกระบวนการเรียนการสอน แต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุ จุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับ ความเป็นอิสระจากครูเลย

Lewis, Graves and Sanchez (2006) ได้ศึกษาเรื่องการสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้ประโยชน์จากการสร้างกิจกรรมในการสนทนา ระหว่าง นักเรียน จุดเด่นในการศึกษาในครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติการสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาจากการวิเคราะห์สภาพงานที่เป็นเอกลักษณ์ ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการวิจัย พบว่าการให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็น การทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิด ความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

จากงานวิจัยทั้งหมดที่มีผู้ทำการศึกษาไว้ สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทาง พีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ โดยมีปัจจัยสำคัญหลายประการที่ช่วย พัฒนาความสามารถดังกล่าว ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ลักษณะการเรียนรู้ของ นักเรียน บรรยากาศที่ส่งเสริมการเรียนการสอน และสภาพแวดล้อมอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเรียน

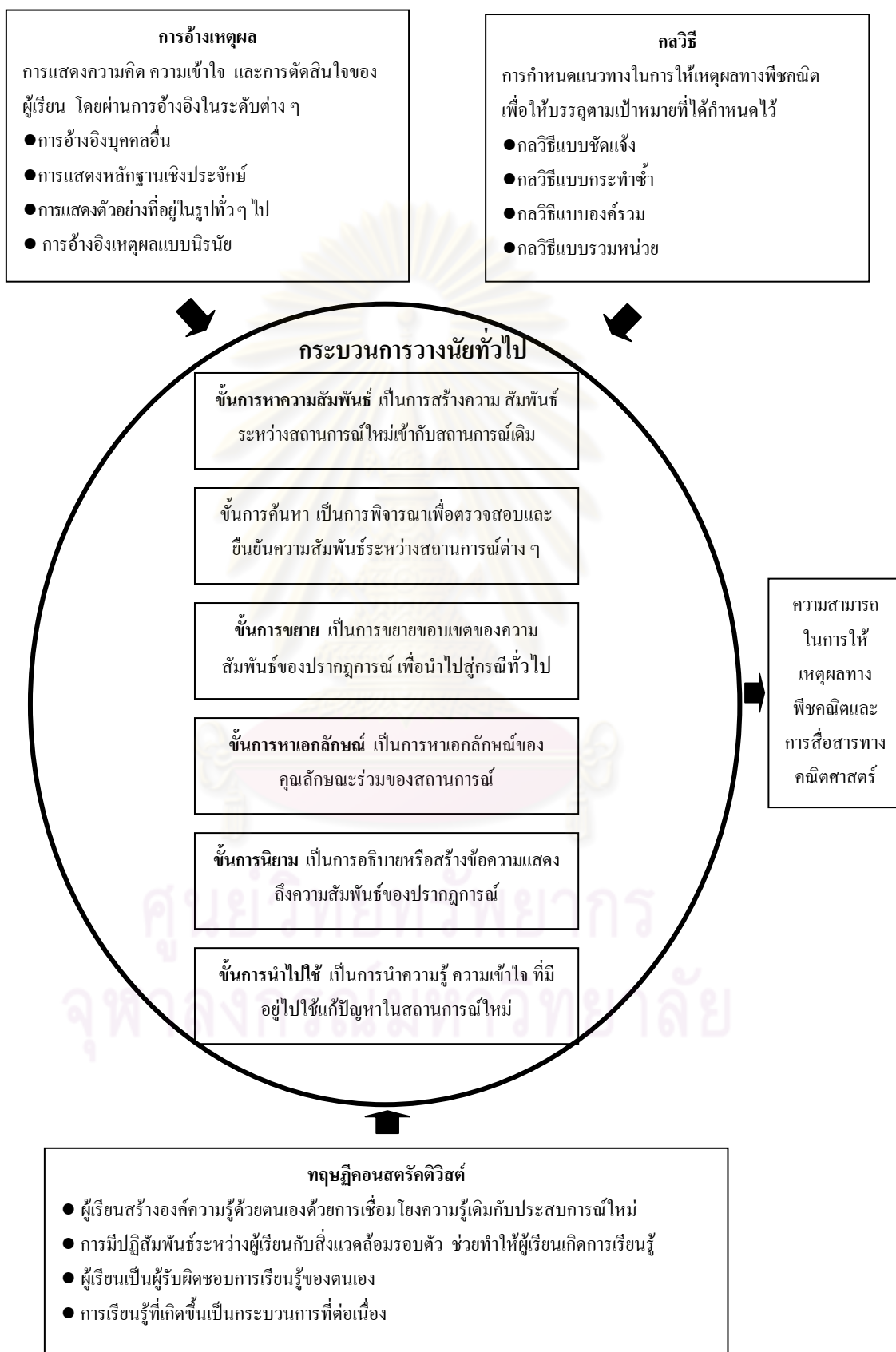
การสอน ซึ่งปัจจัยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นปัจจัยหนึ่งที่สามารถออกแบบกิจกรรมเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากงานวิจัยข้างต้น พบได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถดังกล่าว ได้แก่ การวางนัยทั่วไป กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และการอ้างเหตุผล และแนวคิดตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งองค์ประกอบดังกล่าวแสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้ที่จะช่วยพัฒนาความสามารถการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียน ในงานวิจัยนี้ ได้นำปัจจัยสำคัญที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มาบูรณาการเพื่อสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารดังกล่าวข้างต้น สรุปเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัยการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ได้ดังแผนภาพที่ 3



คุรุมหาวิทยาลัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กรอบแนวคิดในการวิจัย



แผนภาพที่ 3 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยที่มุ่งพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยการดำเนินการ 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 และขั้นตอนที่ 2 การประเมินผลของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

1. ศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการวางนัยทั่วไป
3. พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป
4. ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนและการแก้ไขปรับปรุง

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น

1. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป
2. การสร้างและพัฒนาเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูล
3. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. ดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน
5. วิเคราะห์ข้อมูล

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยสรุปได้ดังแผนภาพที่ 4

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

1. ศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการวางนัยทั่วไป
3. พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป
4. ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนและการแก้ไขปรับปรุง

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริม
ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น

1. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น
2. สร้างและพัฒนาเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูล
3. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. ดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน
5. วิเคราะห์ข้อมูล

แผนภาพที่ 4 สรุปขั้นตอนและแผนการดำเนินการวิจัย

ขั้นที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีลำดับขั้นในการพัฒนา ดังนี้

1. การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยศึกษาข้อมูลด้านต่างๆ ดังต่อไปนี้

1.1 การศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานช่วงชั้นที่ 3 และแนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามความมุ่งหวังของหลักสูตร เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับหลักสูตร และเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถบรรลุจุดประสงค์ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตร โดยศึกษาวิเคราะห์จากเอกสารหลักสูตร คู่มือประกอบการใช้หลักสูตร คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ คู่มือการประเมินผลการเรียนการสอนตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานช่วงชั้นที่ 3

ผลของการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน มีดังนี้

1.1.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้เน้นการจัดการศึกษาโดยได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ในการพัฒนาผู้เรียนตามระดับพัฒนาการของผู้เรียน สำหรับช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 6 สาระ ในสาระการเรียนรู้ที่ 1 - 5 เป็นสาระด้านเนื้อหา ซึ่งส่วนใหญ่ยังคงมีเนื้อหาวิชาเช่นเดียวกับหลักสูตรเดิม สำหรับสาระการเรียนรู้ที่ 6 เป็นสาระที่เกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสาระที่เพิ่มจากหลักสูตรเดิมที่เคยใช้ ดังนั้นแสดงให้เห็นว่าทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสาระที่มีความสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในยุคปัจจุบันและควรมีควบคู่ไปกับความรู้ทางด้านเนื้อหาวิชา

สำหรับเป้าหมายของการจัดการศึกษาของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1-3) คือ การพัฒนาปัญญา ให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในการทักษะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1.1.2 แนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สอดคล้องกับบุคลิกภาพ ความสนใจ และความถนัดของผู้เรียน ได้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนรู้จากประสบการณ์จริง จากการฝึกปฏิบัติ ฝึกให้นักเรียนคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ศึกษาจากสื่อและเทคโนโลยีต่าง ๆ โดยอิสระ กิจกรรมการเรียนการสอนเป็นการผสมผสานระหว่างเนื้อหาสาระและ

ทักษะ/กระบวนการเข้าด้วยกัน โดยให้ผู้เรียนได้ทั้งเนื้อหาสาระวิชาและเกิดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่กันไปด้วยกัน

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้นำเสนอรูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้หลากหลายรูปแบบ ได้แก่ การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ในการใช้รูปแบบของการจัดการเรียนการสอนขึ้นอยู่กับความเหมาะสมทางด้านเนื้อหาและผู้เรียน จากการศึกษา รูปแบบของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการนำเสนอการจัดการเรียนการสอนในภาพกว้าง ไม่ได้มีการเน้นในเนื้อหาสาระทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ใดที่เฉพาะเจาะจง ฉะนั้นจึงเป็นเหตุผลหนึ่งที่ผู้วิจัยต้องการพัฒนาทางด้านเนื้อหาสาระและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ยังประสบปัญหาในการเรียนและการสอน

1.1.3 แนวการวัดและประเมินการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นการวัดผลที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีและมาตรฐานการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ในหลักสูตร การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ด้านความรู้และทักษะ/กระบวนการ สามารถกำหนดวิธีการและเครื่องมือสำหรับวัดและประเมินผลภายใต้กรอบของจุดประสงค์การเรียนรู้ วิธีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ด้านความรู้ที่สำคัญได้แก่ การสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ และการประเมินคุณภาพชิ้นงาน สำหรับวิธีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ด้านทักษะ/กระบวนการ ได้แก่ การสังเกตและการสัมภาษณ์

ผลจากการศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานและแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ 6 สาระ สาระการเรียนรู้ที่ 1-5 เป็นสาระด้านเนื้อหา และสาระการเรียนรู้ที่ 6 เป็นสาระด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีเป้าหมายการจัดการศึกษาของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1-3) คือ การพัฒนาปัญญาให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และมีแนวการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน และมีแนวการวัดและประเมินผลที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

1.2 การศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับสภาพปัจจุบันของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในด้านความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหาสาระและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และด้านสภาพปัญหาการสอนของผู้สอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งรวบรวมข้อมูลจากเอกสาร ตำรา

(กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546; ยูพิน พิพิชกุล, 2539; สุนีย์ คล้ายนิล, 2547) และการสัมภาษณ์ครูผู้สอนและผู้เรียน

ผลของการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับสภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1.2.1 ด้านความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหาสาระและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ผลการศึกษาพบว่า ประการแรก ผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เดิมและในปัจจุบันไม่เพียงพอ ทำให้ผู้เรียนประสบปัญหาในการเรียนต่อระดับที่สูงขึ้น เพราะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีลักษณะต่อเนื่องกันไป หากไม่มีความเข้าใจในระดับพื้นฐาน จะมีผลต่อการเรียนรู้ในระดับชั้นที่สูงขึ้น ประการที่สอง นักเรียนไม่สามารถนำเอาความรู้ที่ได้รับไปใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือในชีวิตประจำวันได้ นักเรียนส่วนใหญ่มองไม่เห็นว่าจะนำไปใช้และเกิดประโยชน์อย่างไร ทำให้นักเรียนมองไม่เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในเชิงปฏิบัติและความเกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน ประการที่สาม วิธีการเรียนของผู้เรียนที่เน้นการท่องจำ ซึ่งนับได้ว่าเป็นปัญหาสำคัญประการหนึ่งของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนบางคนใช้วิธีการท่องจำกฎ สูตร และขั้นตอนวิธีทำ แต่ไม่มีความเข้าใจถึงที่มา และลำดับขั้นตอนของการเชื่อมโยงกัน จะพบว่าผู้เรียนบางคนจำสูตรหรือกฎได้ทุกสูตร แต่ทำโจทย์ไม่ได้ บางคนจำทฤษฎีได้แต่พิสูจน์ไม่ได้ เมื่อพิจารณาจะพบได้ว่าเป็นปัญหาของผู้เรียนตั้งแต่ในอดีตจนถึงปัจจุบัน ซึ่งส่งผลต่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนเป็นอย่างมาก เพราะไม่เกิดการพัฒนาทางด้านความรู้ ความเข้าใจที่ลึกซึ้ง และไม่สามารถเป็นพื้นฐานการศึกษาเนื้อหาเรื่องอื่น ๆ ตามมา ประการที่สี่ เจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนส่วนใหญ่มักคิดว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยากต่อทำความเข้าใจ ทำให้นักเรียนไม่ค่อยมีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนคณิตศาสตร์

เมื่อพิจารณาปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จะพบว่าปัญหาที่ผู้เรียนยังคงประสบปัญหาค่อนข้างมาก คือ ความรู้ความเข้าใจทางด้านเนื้อหาสาระและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านเนื้อหาสาระเป็นสิ่งที่ทั้งในหลักสูตรเดิมและหลักสูตรปัจจุบันได้เน้นถึงความสำคัญและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง สำหรับด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าในหลักสูตรไม่ได้ปรากฏอยู่ ฉะนั้นการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์จึงไม่ได้มีการกล่าวเน้นที่ชัดเจนและผู้เรียนไม่ได้รับการพัฒนาเท่าที่ควร ซึ่งที่จริงแล้วทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้เรียนพึงมีและควรได้รับการพัฒนาอยู่เสมอ เพราะเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ หากผู้เรียนขาดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์แล้ว ทำให้ยากต่อการเรียนรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ และเมื่อพิจารณาปัญหาทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์แล้ว จะพบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่ยังประสบปัญหาในด้านการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ค่อนข้างมาก (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546: 54-58) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเหตุผล สื่อสารวิธีการคิด วิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้ ส่งผลทำให้ผู้สอนไม่สามารถวินิจฉัยผู้เรียนได้ว่ามีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากน้อยเพียงใด

2) การให้เหตุผลของผู้เรียนยังไม่มีคุณสมบัติสมเหตุสมผล การอธิบายของผู้เรียนยังขาดหลักฐานอ้างอิงที่ถูกต้องสมบูรณ์ ไม่สามารถอ้างอิงหลักการ กฎ สูตรที่มีอยู่ได้ และมีนักเรียนบางส่วนที่ยังอ้างอิงเหตุผลแบบผิด ๆ หรือใช้หลักการ กฎ สูตรที่ไม่มีความเกี่ยวข้องสอดคล้องกับสิ่งที่ต้องการหาคำตอบ

3) ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือแบบรูปได้ด้วยตนเอง หรือสร้างข้อสรุปที่สร้างขึ้นไม่ถูกต้อง ข้อสรุปที่นักเรียนสร้างขึ้นส่วนใหญ่มักเป็นการลอกเลียนแบบในหนังสือเรียนหรือตัวอย่างที่ครูแสดงให้ดู แต่เมื่อผู้เรียนพบเจอกับสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่ยังไม่เคยทดลองแก้ปัญหา ผู้เรียนจะไม่สามารถสร้างข้อสรุปด้วยตนเองหรือข้อสรุปที่สร้างขึ้นไม่ถูกต้อง

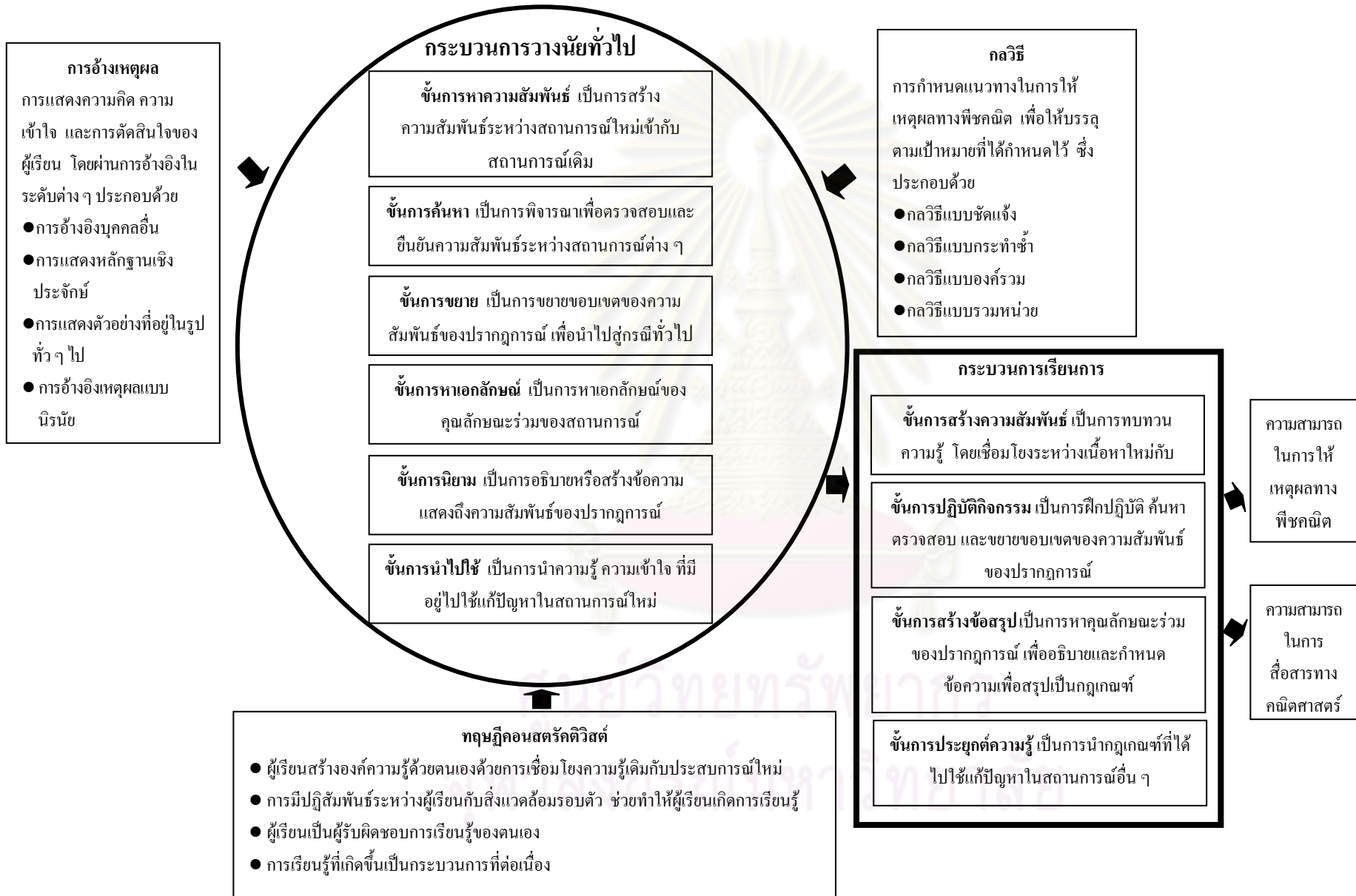
1.2.2 ด้านสภาพปัญหาการสอนของผู้สอน ผลของการศึกษาพบว่า ประการแรก คุณภาพของผู้สอนยังอยู่ในระดับต่ำ ผู้สอนยังมีพื้นฐานความรู้ไม่เพียงพอในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้สอนบางส่วนมีวุฒิการศึกษาไม่ตรงกับวิชาที่สอน ซึ่งอาจทำให้ผู้สอนไม่มีความรู้ทางด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่แน่นเพียงพอ ประการที่สอง การดำเนินการสอน เป็นปัญหาประการสำคัญสำหรับผู้สอน ซึ่งปัญหาที่พบ ได้แก่ การสอนยังเน้นเนื้อหาเป็นศูนย์กลาง ไม่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ผู้สอนยังใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย เน้นการถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียนเพียงอย่างเดียว ไม่ได้ฝึกเน้นด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เท่าที่ควร ทั้ง ๆ ที่ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่จำเป็นสำหรับการแสวงหาความรู้ของผู้เรียนต่อไป อีกทั้งเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์มีจำนวนมากเกินไป ทำให้ผู้สอนเร่งสอนให้จบเนื้อหา ซึ่งเมื่อใช้วิธีการสอนดังกล่าว ทำให้ผู้สอนสามารถสอนจบเนื้อหาในเวลาที่กำหนดได้ ประกอบกับผู้สอนบางส่วนยังเคยชินกับการกำหนดรูปแบบการทำงานหรือเคร่งครัดต่อการใช้กฎ สูตร จนเกินไป ทำให้ผู้เรียนไม่มีอิสระ ไม่กล้าที่จะทดลองใช้วิธีการใหม่ ๆ ที่นอกเหนือจากที่เรียน ประการที่สาม การผลิตและใช้สื่อการเรียนการสอน ผู้สอนยังมีความเคยชินกับการสอนโดยวิธีบอกหรือการอธิบายในเชิงนามธรรม โดยไม่มีสื่อการเรียนการสอนประกอบการอธิบาย หรือสื่อการเรียนการสอนที่มีอยู่ไม่ทันสมัยและไม่มีการพัฒนาให้มีความเหมาะสมกับเนื้อหาหรือสถานการณ์ปัจจุบัน โดยพื้นฐานแล้วการใช้สื่อการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นอย่างมาก เพราะเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรมสูง ยากต่อการเรียนรู้และเข้าใจ เมื่อมีการใช้สื่อเข้ามาประกอบการอธิบายเนื้อหาของผู้สอน จะทำให้ผู้เรียนมองเห็นภาพได้ชัดเจน ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็วมากขึ้น ประการที่สี่ การไม่ยอมรับนวัตกรรมของผู้สอน นับเป็นปัญหาที่มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนการสอนของผู้สอนประการหนึ่ง เพราะการที่ผู้สอนยังไม่เปิดใจยอมรับ

นวัตกรรมหรือแนวคิดทางการศึกษาใหม่ ๆ หรือเกิดทัศนคติทางลบต่อนวัตกรรมนั้น อาจทำให้ผู้สอนต่อต้านและปิดกั้นการรับรู้ในนวัตกรรม โดยการไม่สนใจ ไม่มีการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมเกี่ยวกับความรู้ใหม่ ๆ ที่จะนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้ดีขึ้น จึงไม่ก่อให้เกิดการพัฒนาการสอนของตนเอง อย่างไรก็ตามอาจมีผู้สอนบางส่วนเปิดใจยอมรับนวัตกรรมทางการศึกษา แต่เมื่อในทางปฏิบัติผู้สอนยังคงใช้วิธีการแบบเดิม ๆ อยู่ ฉะนั้นอาจเรียกได้ว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้น ซึ่งก็ให้ผลเช่นเดียวกับการไม่ยอมรับนวัตกรรมนั่นเอง

ผลของการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับสภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าในการเรียนการสอนยังประสบปัญหาทั้งนักเรียนของครูผู้สอน ในด้านนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอ ไม่สามารถนำเอาความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ประสบปัญหาเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในด้านการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับสภาพปัญหาของผู้สอน พบว่า ผู้สอนยังมีพื้นฐานความรู้ไม่เพียงพอในการสอนคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนการสอนยังเน้นเนื้อหาเป็นศูนย์กลาง เน้นการถ่ายทอดเนื้อหา ไม่ได้เน้นฝึกให้นักเรียนใช้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เท่าที่ควร

2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการวางนัยทั่วไป

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า กระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการที่สามารถช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และองค์ประกอบสำคัญที่นำไปสู่การวางนัยทั่วไปได้อย่างถูกต้องและมีความสมเหตุสมผลพบได้ว่ามี 3 ประการ ได้แก่ การอ้างเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ผลจากการศึกษาดังกล่าวข้างต้น สามารถกำหนดองค์ประกอบที่ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในแผนภาพที่ 5



แผนภาพที่ 5 องค์ประกอบที่ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

จากแผนภาพที่ 5 แสดงให้เห็นว่า ในการสร้างกระบวนการเรียนการสอนครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำกระบวนการวางนัยทั่วไปของ Ellis (2007) มาใช้เป็นองค์ประกอบหลักในการสร้างกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งกระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการหาความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของทุก ๆ กรณี แล้วขยายไปสู่ในรูปของนัยทั่วไป เช่น กฎ โครงสร้าง และแบบรูป ในกระบวนการวางนัยทั่วไปประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการหาความสัมพันธ์ ขั้นการค้นหา ขั้นการขยาย ขั้นการหาเอกลักษณ์ ขั้นการนิยาม และขั้นการนำไปใช้ ในแต่ละขั้นตอนสามารถช่วยในการส่งเสริมความสามารถการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังแสดงในผลงานวิจัยของ Ellis (2007)

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ พบว่า องค์ประกอบสำคัญที่สัมพันธ์เกี่ยวกับกระบวนการวางนัยทั่วไปและช่วยส่งเสริมให้กระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ มี 3 ประการ คือ การอ้างเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งองค์ประกอบทั้งสามจะมีความสัมพันธ์กันอยู่ตลอดเวลาและเกิดขึ้นควบคู่ๆ ไปด้วยกับกระบวนการวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผลเป็นการแสดงความคิด ความเข้าใจ โดยการเชื่อมโยงความรู้มาแสดงเพื่อประกอบการตัดสินใจของผู้เรียน โดยผ่านการอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่วไป และการอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผล ส่วนกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตเป็นการกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ได้กำหนดไว้ ในงานวิจัยนี้ใช้ 4 กลวิธี ประกอบด้วย กลวิธีแบบชัดเจน กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย สำหรับทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้างความรู้ที่เกิดขึ้นโดยผู้เรียน จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนพบกับประสบการณ์หรือสิ่งทีก่อให้เกิดความไม่สมดุลทางปัญญา ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดการคิดค้นหาคำตอบและเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่จนเกิดการปรับขยายโครงสร้างทางปัญญา และในที่สุดก็นำไปสู่การสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง

จากองค์ประกอบที่สำคัญดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยได้นำองค์ประกอบเหล่านี้มาสร้างเป็นกระบวนการเรียนการสอน โดยนำกระบวนการวางนัยทั่วไปของ Ellis (2007) ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการหาความสัมพันธ์ ขั้นการค้นหา ขั้นการขยาย ขั้นการหาเอกลักษณ์ ขั้นการนิยาม และขั้นการนำไปใช้ มาบูรณาการร่วมกับการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแนวคิดตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ได้เป็นกระบวนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม ขั้นการสร้างข้อสรุป และขั้นการประยุกต์ความรู้

ในการปรับขั้นตอนการวางนัยทั่วไปจาก 6 ขั้นตอน เป็นกระบวนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน เป็นการปรับในขั้นของการปฏิบัติกิจกรรมของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งมาจากการผนวกระหว่างขั้นการค้นหาและขั้นการขยายของกระบวนการวางนัยทั่วไปเข้าด้วยกัน และในขั้นการสร้างข้อสรุปของกระบวนการเรียนการสอน เป็นการผนวกระหว่างขั้นการหาเอกลักษณ์และการนิยาม

ของกระบวนการวางนัยทั่วไป ซึ่งการผนวกขั้นตอนดังกล่าวนี้ เป็นการผนวกเพื่อให้สอดคล้องกับลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดหาคำตอบของผู้เรียน เพราะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะมีลักษณะที่ต่อเนื่อง สัมพันธ์กันในแต่ละขั้นตอนของการสอน บางขั้นตอนจะมีความเชื่อมโยงและเกิดขึ้นควบคู่กันไป ดังนั้นจึงทำให้บางขั้นตอนของการสอนคณิตศาสตร์ไม่อาจแบ่งแยกกันได้ หรือจบสมบูรณ์ในแต่ละขั้นได้ ประกอบกับการคิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน จะใช้การคิดหลากหลายลักษณะเข้าด้วยกัน มีการคิดทบทวน ย้อนกลับไปกลับมาระหว่างขั้นตอนที่มาก่อน ซึ่งบางครั้งผู้เรียนอาจเกิดความไม่แน่ใจในความถูกต้องของการคิด ของตนหรือไม่สามารถคิดแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ ผู้เรียนอาจย้อนกลับไปทบทวนขั้นตอนก่อนหน้า เพื่อเป็นพื้นฐานในการสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องและสมบูรณ์มากขึ้น และใช้เป็นพื้นฐานในการคิดต่อไป ซึ่งแนวคิดดังกล่าวเป็นไปตามแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาคความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (A Theory of Growth of Mathematical Understanding) ของ Pirie and Kieren (1989, 1991, 1994) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การพัฒนาคความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นพลวัต (Dynamic) ซึ่งเป็นลำดับขั้น แต่ไม่เป็นเชิงเส้น เป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องของการคิดตามระดับของความเข้าใจต่าง ๆ และในระดับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ อาจมีการเปลี่ยนแปลงไปมาระหว่างระดับต่าง ๆ เมื่อผู้เรียนเผชิญกับปัญหาที่ไม่สามารถแก้ไขหรือหาคำตอบได้ในขณะนั้น ผู้เรียนอาจย้อนกลับไปทำความเข้าใจในระดับความเข้าใจที่มาก่อน สำหรับใช้เป็นพื้นฐานการคิดในระดับต่อไป

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการวางนัยทั่วไป ได้แก่ กระบวนการวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ดังนี้

2.1 ศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการวางนัยทั่วไป โดยศึกษาจากงานเอกสาร ตำราและงานวิจัยต่าง ๆ และนำมาวิเคราะห์สาระสำคัญของกระบวนการวางนัยทั่วไป ได้ดังแผนภาพที่ 6

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กระบวนการวางนัยทั่วไป

กระบวนการวางนัยทั่วไปประกอบด้วย 6 ขั้นตอนได้แก่

1. การหาความสัมพันธ์ (Relating) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาใหม่กับเนื้อหาที่เคยเรียน หรือเชื่อมโยงสถานการณ์ใหม่เข้ากับสถานการณ์เดิม
2. การค้นหา (Searching) เป็นขั้นที่ผู้เรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์หรือตรวจสอบเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างสองสถานการณ์หรือมากกว่านั้น เพื่อนำไปสู่การกำหนดสิ่งที่มีลักษณะเหมือนกัน
3. การขยาย (Extending) เป็นขั้นเกี่ยวกับการขยายขอบเขตของแบบรูป , ความสัมพันธ์หรือกฎ เพื่อเข้าสู่โครงสร้างที่เป็นรูปแบบทั่วไป
4. การหาเอกลักษณ์หรือข้อความ (Identification or Statement) เป็นขั้นที่ผู้เรียนหาเอกลักษณ์ของคุณลักษณะร่วมของสถานการณ์ต่าง ๆ
5. การนิยาม (Definition) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสร้างข้อความที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของแบบรูปความสัมพันธ์ ชั้นหรือปรากฏการณ์อื่น ๆ
6. การนำไปใช้ (Influence) เป็นขั้นที่ผู้เรียนใช้ความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่

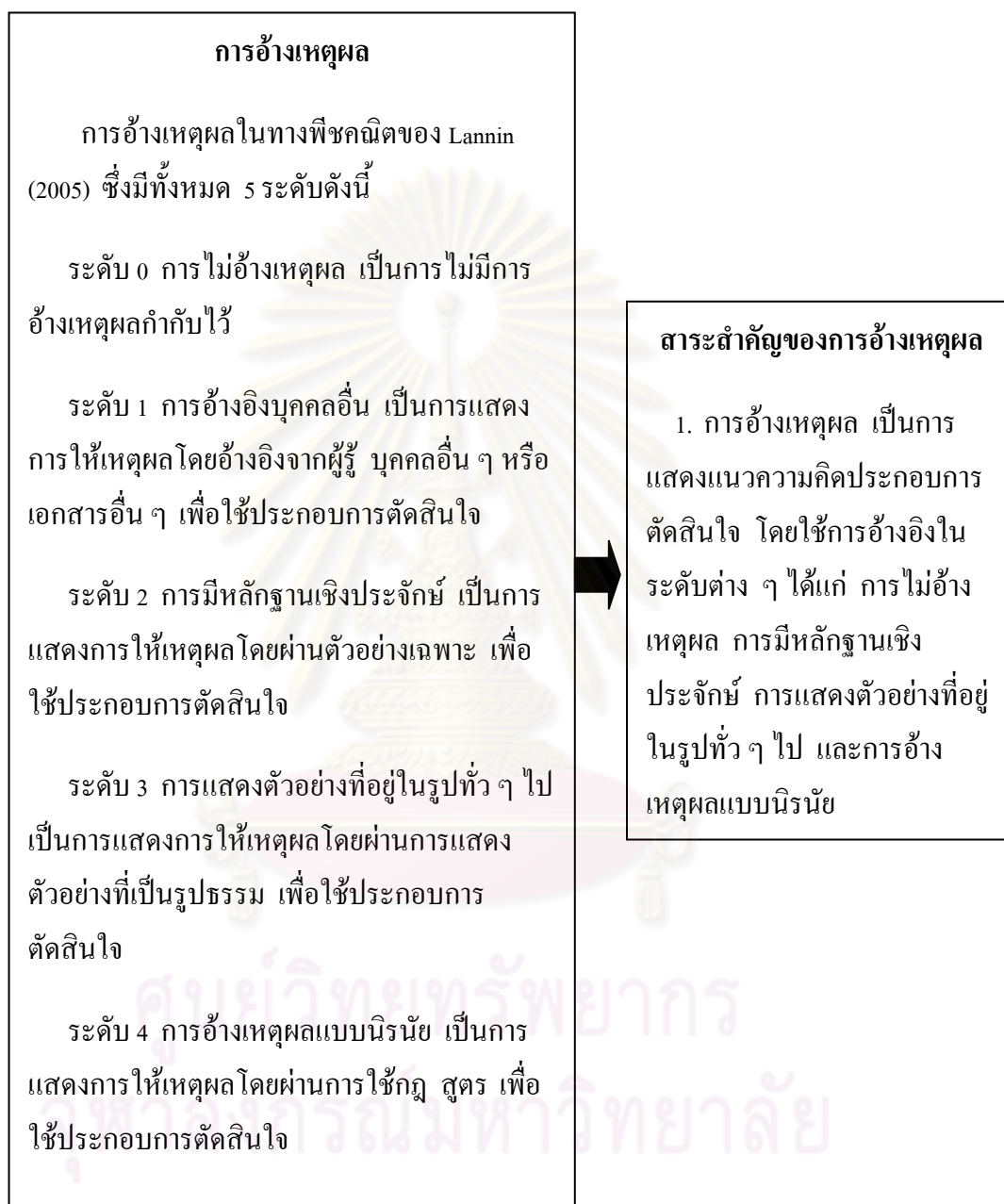
สาระสำคัญของ

กระบวนการวางนัยทั่วไป

1. กระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการหาความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมกันของกรณีต่าง ๆ โดยการค้นหา ตรวจสอบ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป และนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งกระบวนการวางนัยทั่วไป ประกอบด้วย 6 ขั้นตอนได้แก่ การหาความสัมพันธ์ การค้นหา การขยาย การหาเอกลักษณ์หรือข้อความ การนิยาม และการนำไปใช้
2. กระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการที่เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติ ทดลอง ค้นคว้าด้วยตนเอง จนนำไปสู่การได้มาซึ่งข้อสรุปด้วยตนเอง

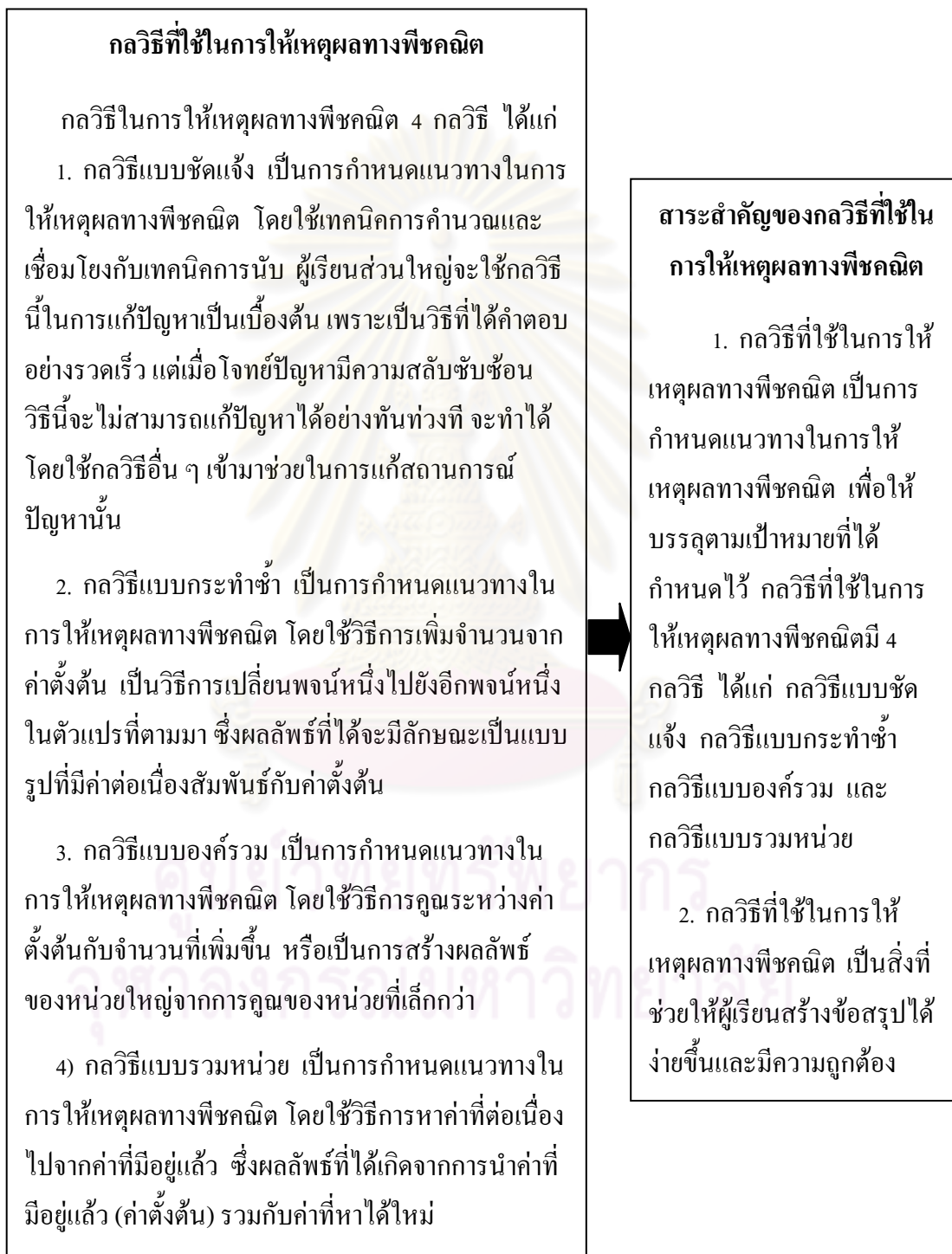
แผนภาพที่ 6 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของกระบวนการวางนัยทั่วไป

2.2 ศึกษาเกี่ยวกับการอ้างเหตุผล โดยศึกษาจากงานเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่าง ๆ และนำมาวิเคราะห์สาระสำคัญของการอ้างเหตุผล ได้ดังแผนภาพที่ 7



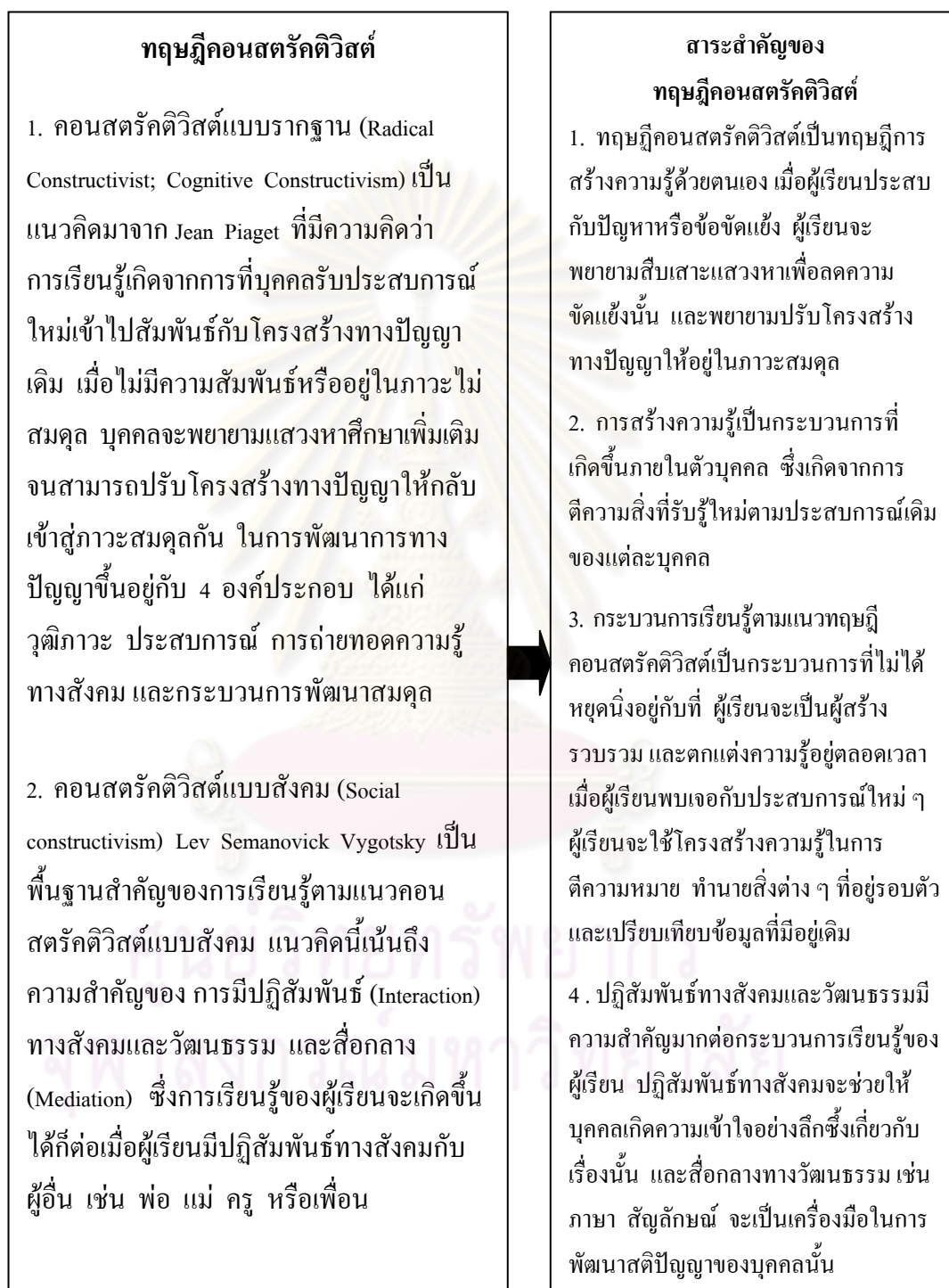
แผนภาพที่ 7 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของการอ้างเหตุผล

2.3 ศึกษาเกี่ยวกับกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต โดยศึกษาจากงานเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่าง ๆ และนำมาวิเคราะห์สาระสำคัญของกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต ได้ดังแผนภาพที่ 8



แผนภาพที่ 8 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต

2.4 ศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยศึกษาจากงานเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่าง ๆ และนำมาวิเคราะห์สาระสำคัญของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ได้ดังแผนภาพที่ 9



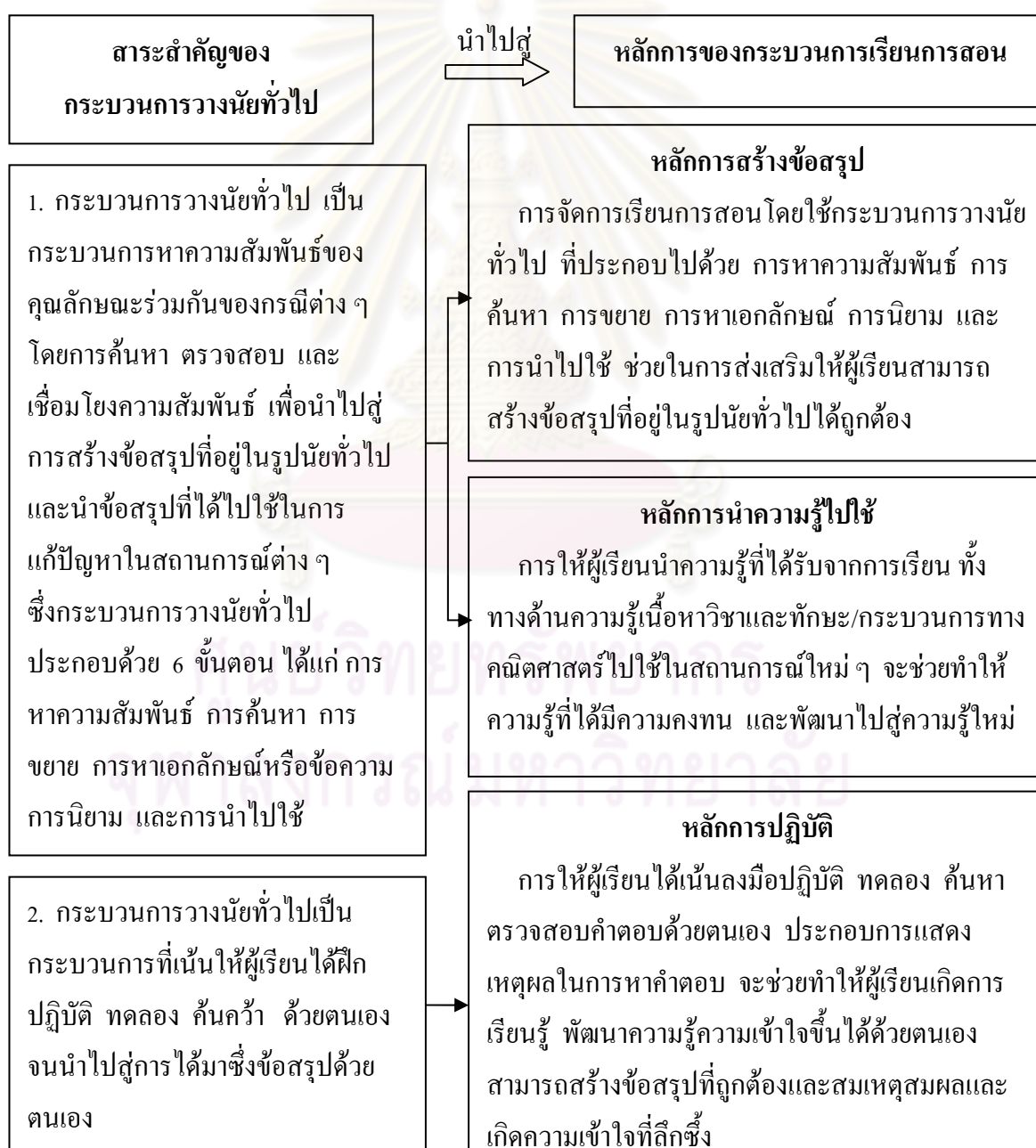
แผนภาพที่ 9 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

3. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

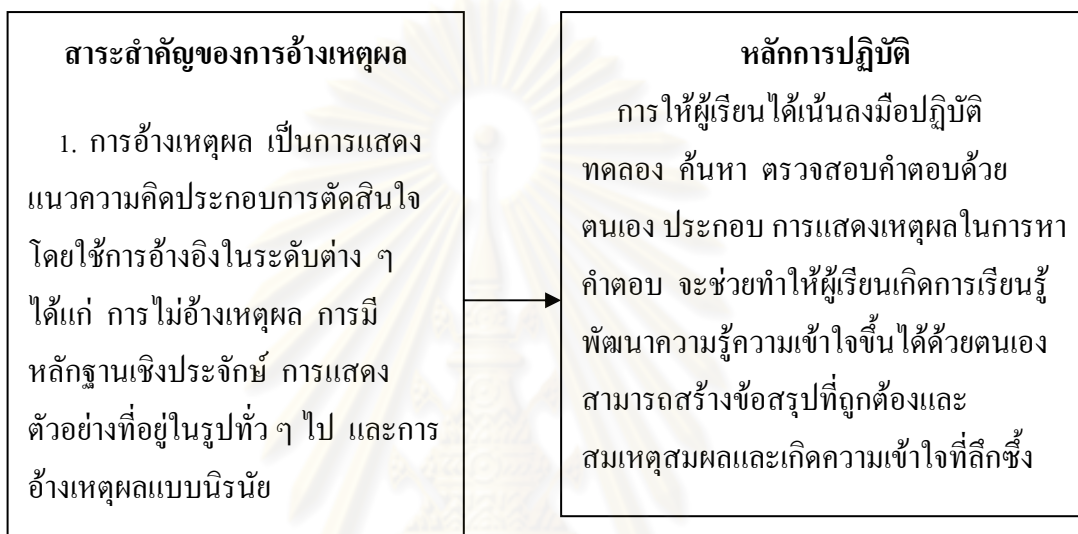
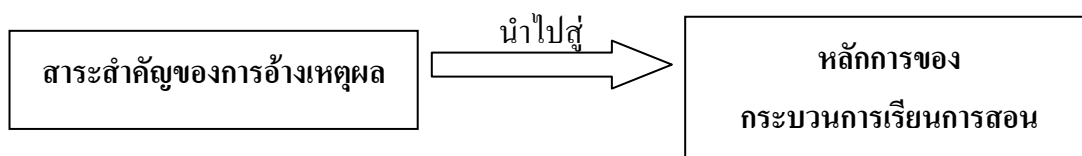
ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยมีการดำเนินการตามลำดับขั้นตอนดังนี้

3.1 สร้างหลักการของกระบวนการเรียนการสอน

ผู้วิจัยนำสาระสำคัญของกระบวนการวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่วิเคราะห์และสังเคราะห์มาจากข้อ 2 มาพัฒนาหลักการของกระบวนการเรียนการสอน ดังแผนภาพที่ 10

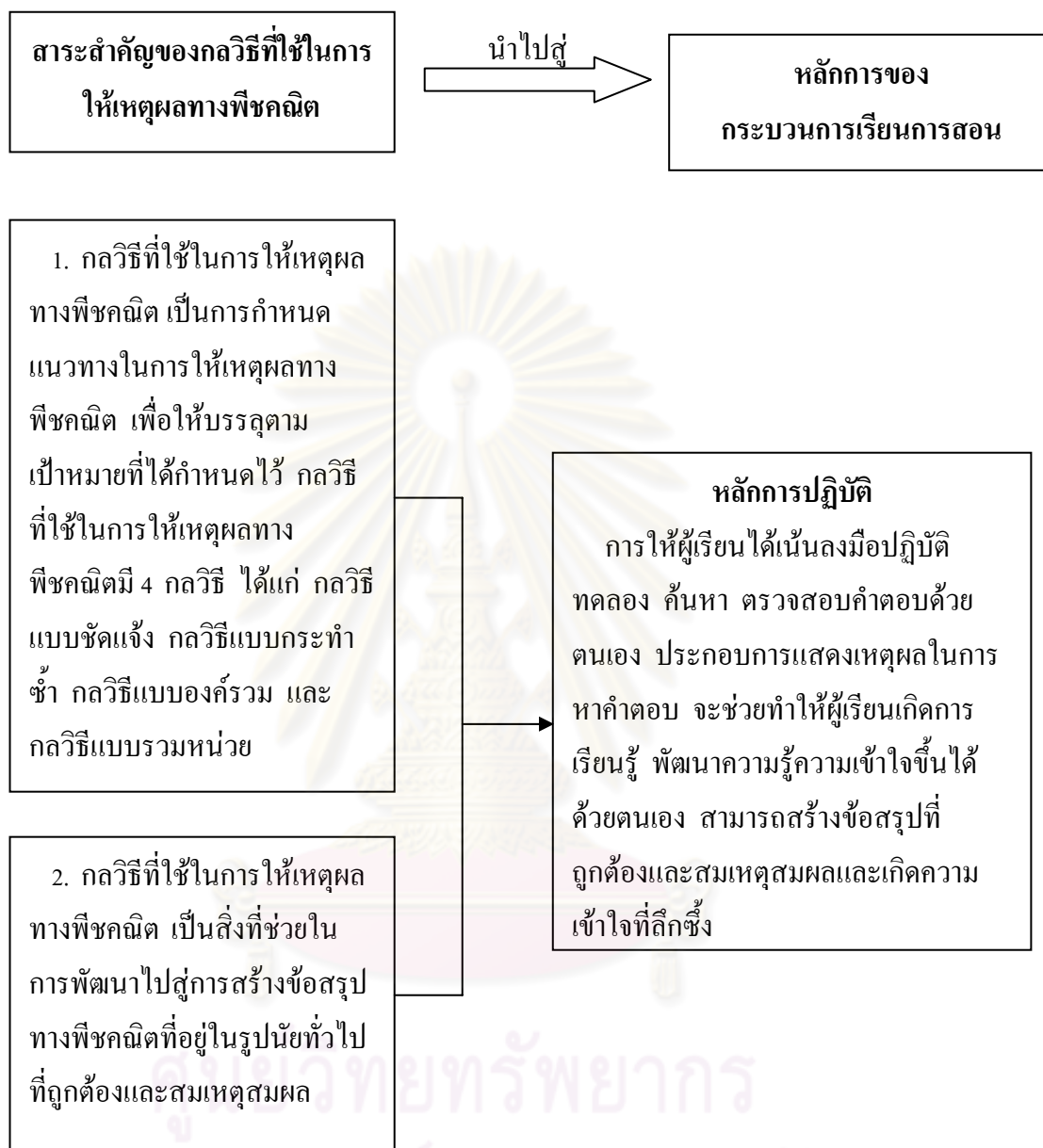


แผนภาพที่ 10 ผลการสังเคราะห์หลักการของกระบวนการเรียนการสอน

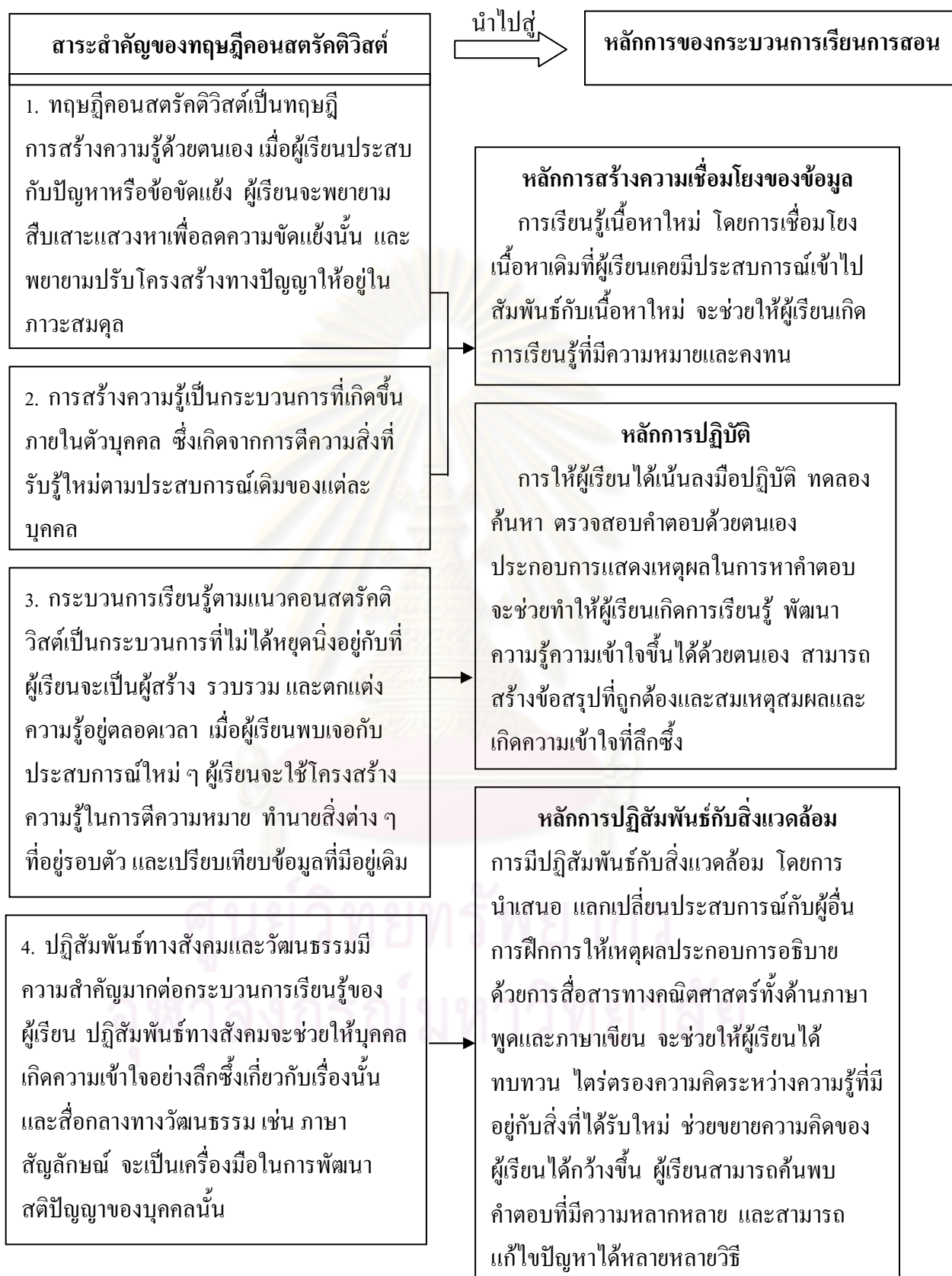


แผนภาพที่ 10 ผลการสังเคราะห์หลักการของกระบวนการเรียนการสอน (ต่อ)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนภาพที่ 10 ผลการสังเคราะห์หลักการของกระบวนการเรียนการสอน (ต่อ)



แผนภาพที่ 10 ผลการสังเคราะห์หลักการของกระบวนการเรียนการสอน (ต่อ)

จากภาพที่ 10 พบว่า หลักการของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ 5 ประการ ดังนี้คือ

1. หลักการสร้างเชื่อมโยงของข้อมูล

การเรียนรู้เนื้อหาใหม่ โดยการเชื่อมโยงเนื้อหาเดิมที่ผู้เรียนเคยมีประสบการณ์เข้าไปสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายและคงทน

2. หลักการปฏิบัติ

การให้ผู้เรียนได้เน้นลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา ตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง ประกอบการแสดงเหตุผลในการหาคำตอบ จะช่วยทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ พัฒนาความรู้ความเข้าใจขึ้นได้ด้วยตนเอง สามารถสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

3. หลักการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยการนำเสนอ แลกเปลี่ยนประสบการณ์กับเพื่อนผู้เรียนและครูผู้สอน การฝึกการให้เหตุผลประกอบการอธิบาย ด้วยการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านภาษาพูดและภาษาเขียนจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวน ไตร่ตรองความคิดระหว่างความรู้ที่มีอยู่กับสิ่งที่ได้รับใหม่ ช่วยขยายความคิดของผู้เรียนได้กว้างขึ้น ผู้เรียนสามารถค้นพบคำตอบที่มีความหลากหลาย และสามารถแก้ไขปัญหาได้หลายหลายวิธี

4. หลักการสร้างข้อสรุป

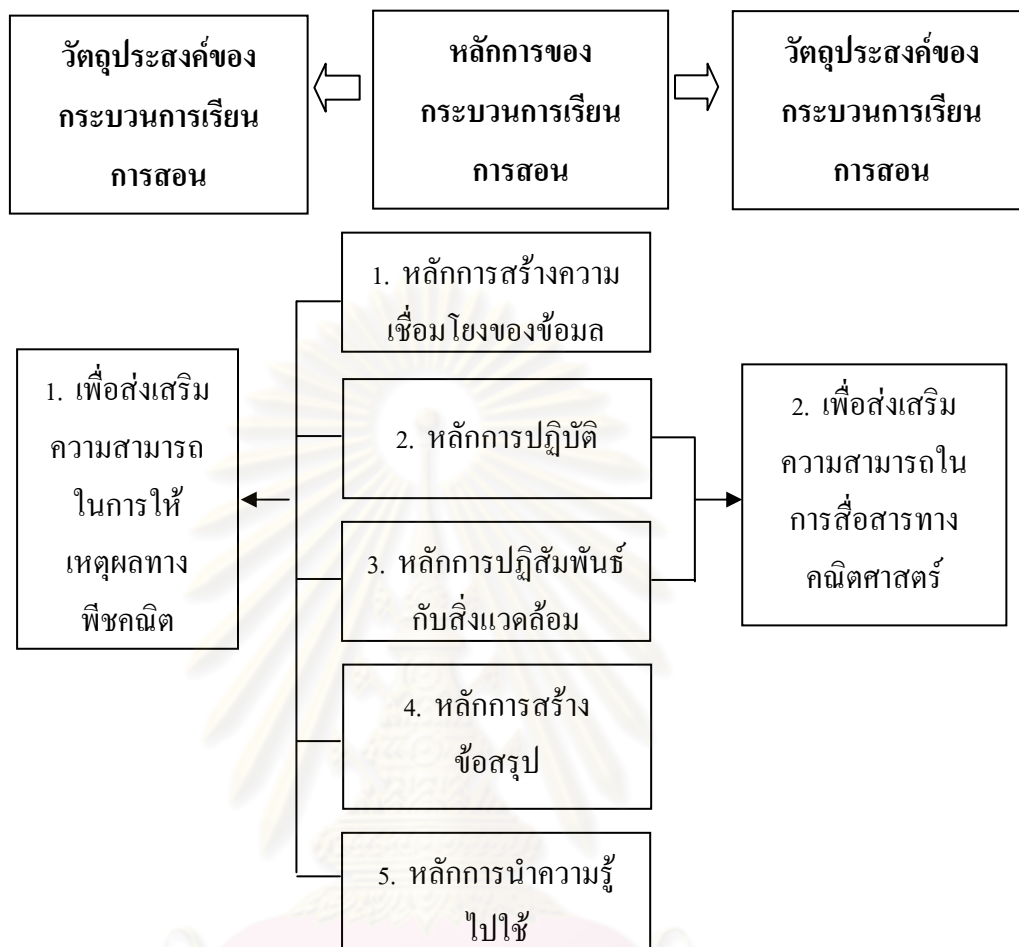
การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป ที่ประกอบไปด้วย การหาความสัมพันธ์ การค้นหา การขยาย การหาเอกลักษณ์ การนิยาม และการนำไปใช้ ประกอบกับการนำการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เข้ามาช่วยในการจัดกิจกรรม จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปขึ้นได้ด้วยตนเอง

5. หลักการนำความรู้ไปใช้

การให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้รับจากการเรียน ทั้งทางด้านความรู้เนื้อหาวิชาและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ จะช่วยทำให้ความรู้ที่ได้มีความคงทน และพัฒนาไปสู่ความรู้ใหม่

3.2 กำหนดวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน

ผู้วิจัยนำหลักการของกระบวนการเรียนการสอนที่ได้จากข้อ 3.1 มากำหนดวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน ดังแสดงในแผนภาพที่ 11



แผนภาพที่ 11 ผลการวิเคราะห์วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จากแผนภาพที่ 11 พบว่า วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีดังนี้ คือ

1. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต
2. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.3 การวิเคราะห์แนวการจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการวางนัยทั่วไป

การวางนัยทั่วไปเป็นการกระบวนการหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการหาความสัมพันธ์ การหาคุณลักษณะร่วมของความสัมพันธ์เพื่อนำสู่การกำหนดข้อสรุปที่อยู่ในรูปทั่วไป ขั้นตอนของการวาง

นัยทั่วไปประกอบด้วย 6 ชั้น ดังต่อไปนี้ การหาความสัมพันธ์ การค้นหา การขยาย การหาเอกลักษณ์ การนิยาม และการนำไปใช้

ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการวางนัยทั่วไป สามารถอธิบายถึงพฤติกรรมที่แสดงออกของผู้เรียนและจากพฤติกรรมดังกล่าวนำมาวิเคราะห์แนวการจัดการเรียนการสอน ดังแสดงในตารางที่ 5



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5 แนวการจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการวางนัยทั่วไป

กระบวนการวางนัยทั่วไป	พฤติกรรมที่แสดงออก	แนวการจัดการเรียนการสอน
การหาความสัมพันธ์ (Relating)	<ul style="list-style-type: none"> - ผู้เรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ - ผู้เรียนบอกความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่นักเรียนเคยพบ 	การทบทวนความรู้ โดยเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่เข้ากับเนื้อหาที่เคยเรียน และแลกเปลี่ยนประสบการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบกับสิ่งใหม่ที่จะเรียนรู้
การค้นหา (Searching)	<ul style="list-style-type: none"> - ผู้เรียนกระทำการตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ต่าง ๆ - ผู้เรียนยืนยันความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ต่าง ๆ 	จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา และตรวจสอบ ความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ต่าง ๆ
การขยาย (Extending)	<ul style="list-style-type: none"> - ผู้เรียนสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้อย่างหลากหลายคำตอบ - ผู้เรียนสร้างสถานการณ์/กรณีใหม่ ๆ ที่มีความคล้ายคลึงกับสถานการณ์/กรณี เริ่มต้น - ผู้เรียนขยายขอบเขตของความความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ให้กว้างมากขึ้น เพื่อพัฒนาไปสู่รูปนัยทั่วไป 	เน้นการใช้คำถามของครู เพื่อช่วยขยายความคิดของผู้เรียนให้กว้างมากขึ้น และจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างเพื่อนนักเรียนด้วยกัน โดยส่งเสริมการใช้กระบวนการกลุ่มและการเรียนรู้แบบร่วมมือเข้าช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียนนำเสนอผลงานร่วมกัน และได้ให้ข้อเสนอแนะซึ่งกันและกัน
การหาเอกลักษณ์หรือข้อความ (Identification or Statement)	<ul style="list-style-type: none"> - ผู้เรียนเขียนระบุความสัมพันธ์ที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันของสถานการณ์ต่าง ๆ - ผู้เรียนสร้างคุณลักษณะร่วมของปรากฏการณ์ต่าง ๆ - ผู้เรียนสร้างข้อความทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของกฎ สูตร และแบบรูป 	จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนรู้จักการสังเกตเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ว่ามีลักษณะเหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร พร้อมทั้งฝึกการสร้างข้อความที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป เช่น กฎ สูตร และแบบรูป

การวางนัยทั่วไป	พฤติกรรมที่แสดงออก	แนวการจัดการเรียนการสอน
การนิยาม (Definition)	<ul style="list-style-type: none"> - ผู้เรียนสร้างข้อความอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่อยู่ในรูปกฎ สูตร และแบบรูป - ผู้เรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่ได้ ออกมาเป็นภาษาพูดของตนเอง 	ฝึกให้ผู้เรียนสร้างข้อความเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่อยู่ในรูปกฎ สูตร และแบบรูป โดยใช้ภาษาของตนเอง
การนำไปใช้(Influence)	<ul style="list-style-type: none"> - ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ 	ยกตัวอย่างสถานการณ์ใหม่ให้ผู้เรียนฝึกลงมือปฏิบัติ ค้นหา และทดลองหาคำตอบด้วยตนเอง พร้อมทั้งนำเสนอผลงานที่ได้ร่วมกับเพื่อนผู้เรียน

3.2 วิเคราะห์แนวการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การอ้างเหตุผล

การอ้างเหตุผลเป็นการแสดงแนวคิด เพื่อใช้ในการประกอบการตัดสินใจในการหาคำตอบของผู้เรียน ในการอ้างเหตุผลเป็นองค์ประกอบสำคัญในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้เรียนจะต้องผ่านกระบวนการคิดวิเคราะห์ พิสูจน์ ตรวจสอบ จนสามารถได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล การอ้างเหตุผลประกอบด้วย การอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไป และการอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย

ในแต่ละประเภทของการอ้างเหตุผล สามารถอธิบายถึงพฤติกรรมที่แสดงออกของผู้เรียนและจากพฤติกรรมดังกล่าวนำมาวิเคราะห์แนวการจัดการเรียนการสอน ได้ดังแสดงในตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แนวการจัดการเรียนการสอนตามการอ้างเหตุผล

การอ้างเหตุผล	พฤติกรรมที่แสดงออก	แนวการจัดการเรียนการสอน
การอ้างอิงบุคคลอื่น (Appeal to External Authority)	- ผู้เรียนอธิบายหรือยกตัวอย่างเพื่อประกอบการตัดสินใจ โดยใช้การอ้างอิงจากผู้รู้ บุคคลอื่น ๆ หรือเอกสารอื่น ๆ	การอ้างเหตุผล เป็นการอธิบายแนวคิดของผู้เรียนเพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา วิธีการอ้างเหตุผลของผู้เรียนจะขึ้นอยู่กับสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนพบเจอ บางสถานการณ์ผู้เรียนอาจเลือกใช้การอ้างเหตุผลได้เพียงวิธีเดียวที่ผู้เรียนคิดว่าเหมาะสมหรือหลากหลายวิธีร่วมกันก็ได้ ดังนั้นแนวการจัดการเรียนการสอนที่เอื้อต่อการอ้างเหตุผลของผู้เรียนจึงไม่สามารถแยกเป็นอิสระจากกันได้ ในทางกลับกันการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรเป็นไปในลักษณะที่ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนร่วมกันได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนพบเจอ
การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ (Generic Example)	- ผู้เรียนอธิบายหรือยกตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม เพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ	
การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไป (Generic Example)	- ผู้เรียนอธิบายหรือยกตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไป เพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ	

การอ้างเหตุผล	พฤติกรรมที่แสดงออก	แนวการจัดการเรียนการสอน
การอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Justification)	- ผู้เรียนอธิบายหรือยกตัวอย่างเพื่อประกอบ การตัดสินใจ โดยผ่านการใช้กฎ สูตร	แนวการจัดการเรียนการสอนควรมีดังนี้ 1. จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่เอื้อต่อ การให้เหตุผลเช่น ปัญหาปลายเปิด และเน้นความหลากหลายของโจทย์ปัญหา 2. จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนมีการแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างเพื่อนผู้เรียนด้วย กัน และฝึกให้ผู้เรียนอธิบายแสดงเหตุผลวิธีการแก้โจทย์ปัญหาของตนทั้งที่อยู่ใน รูปภาพพูดและภาษาเขียน 3. ฝึกให้ผู้เรียนได้แสดงการอ้างอิงเหตุผลใน 4 ระดับ คือ การอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไป และการ อ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย 4. จัดการเรียนการสอนที่สนับสนุนให้ผู้เรียนมีการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ใน สถานการณ์อื่น ๆ

3.3 วิเคราะห์แนวการจัดการเรียนการสอนตามกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต

กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เป็นองค์ประกอบสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะเป็นตัวกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง และรวดเร็ว ซึ่งเป็นไปตามเป้าหมายที่กำหนดไว้ กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต ประกอบด้วย กลวิธีแบบชัดแจ้ง กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม กลวิธีแบบรวมหน่วย

ในแต่ละกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต สามารถอธิบายถึงพฤติกรรมที่แสดงออกของผู้เรียนและจากพฤติกรรมดังกล่าวนำมาวิเคราะห์แนวการจัดการเรียนการสอน ได้ดังแสดงในตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แนวการจัดการเรียนการสอนตามกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต

กลวิธี	พฤติกรรมที่แสดงออกในการใช้กลวิธี	แนวการจัดการเรียนการสอน
กลวิธีแบบชัดแจ้ง (Explicit Strategy)	- ผู้เรียนใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยการคิดวนและใช้การนับร่วมด้วย	<p>กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เป็นการกำหนดแนวทางในการในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบตามเป้าหมายที่วางไว้</p> <p>แนวทางในการใช้กลวิธีของผู้เรียนจะมีลักษณะคล้ายกับการใช้การอ้างเหตุผล ซึ่งเป็นไปตามสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนพบเจอ ดังนั้นแนวทางการจัดการเรียนการสอนจึงไม่ได้เป็นลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนและกำหนดเป็นแบบแผนตายตัว แนวทางการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้กลวิธีแบบต่าง ๆ ควรเป็นไปในลักษณะที่ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนร่วมกันได้</p> <p>แนวการจัดการเรียนการสอนควรมีดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. เตรียมและกำหนดสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย กระตุ้น
กลวิธีแบบกระทำซ้ำ (Recursive Strategy)	- ผู้เรียนใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีการหาเพิ่มจำนวนจากค่าตั้งต้น ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะมีลักษณะเป็นแบบรูปที่มีความต่อเนื่องสัมพันธ์กับค่าตั้งต้น	
กลวิธีแบบองค์รวม (Whole-object Strategy)	- ผู้เรียนใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีการคูณระหว่างค่าตั้งต้นกับจำนวนที่เพิ่มขึ้น	
กลวิธีแบบรวมหน่วย (Chunking Strategy)	- ผู้เรียนใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีการคูณระหว่างค่าที่ต่อเนื่องไปจากค่าที่มีอยู่แล้ว ซึ่ง	

กลวิธี	พฤติกรรมที่แสดงออกในการใช้กลวิธี	แนวการจัดการเรียนการสอน
	ผลลัพธ์ที่ได้เกิดจากการนำค่าที่มีอยู่แล้ว (ค่าตั้งต้น) รวมกับค่าที่หาได้ใหม่	<p>1. ให้ผู้เรียนได้เกิดความคิดสร้างสรรค์ สามารถเลือกใช้กลวิธีแบบต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา</p> <p>2. ฝึกให้ผู้เรียนใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตแบบต่าง ๆ คือ กลวิธีแบบจัดแจง กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม กลวิธีแบบรวมหน่วย โดยครูคอยช่วยเหลือ แนะนำ การเลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสม</p> <p>3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักการวางแผน กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง</p> <p>4. จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยน สื่อสาร อธิบาย วิธีคิดแก้ปัญหาของตนเองระหว่างผู้เรียนด้วยกัน</p> <p>5. จัดการเรียนการสอนที่สนับสนุนให้ผู้เรียนมีการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ</p>

3.4 วิเคราะห์แนวการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

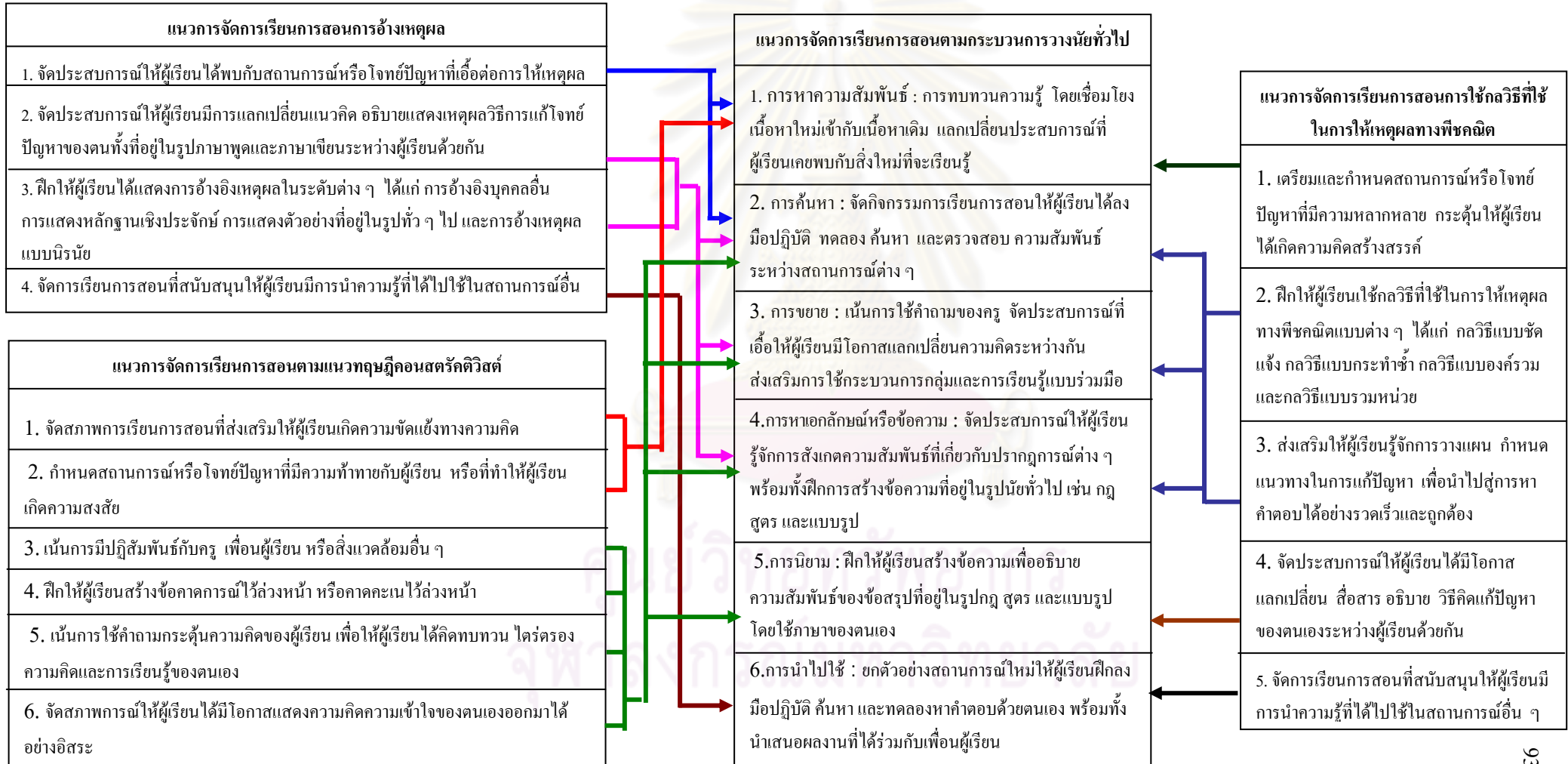
ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เป็นองค์ประกอบสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ตามทฤษฎีสตรัคติวิสต์ ผู้เรียนจะผ่านกระบวนการคิด ไตร่ตรอง ทดลอง สืบเสาะ อภิปรายแนวคิดของตนกับผู้อื่น ในกระบวนการเหล่านี้ผู้เรียนจะค่อย ๆ เรียนรู้ สามารถสร้างความรู้ความเข้าใจเกิดขึ้นได้ด้วยตนเอง และการมีปฏิสัมพันธ์สื่อสารร่วมกับผู้อื่น จะช่วยตรวจสอบความเข้าใจ ความถูกต้อง ของตนให้เกิดความลึกซึ้งชัดเจน

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ สามารถอธิบายถึงพฤติกรรมที่แสดงออกของผู้เรียนและจากพฤติกรรมดังกล่าวนำมาวิเคราะห์แนวการจัดการเรียนการสอนได้ดังแสดงในตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แนวการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

ทฤษฎี/แนวคิด	พฤติกรรมที่แสดงออกตามทฤษฎี/แนวคิด	แนวการจัดการเรียนการสอน
การเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ขึ้นมาด้วยตนเอง จากการมีความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ได้พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจเดิม เมื่อความรู้ความเข้าใจเดิมกับข้อมูลที่รับมาใหม่ไม่มีความสอดคล้องกัน จะเกิดภาวะไม่สมดุลขึ้น ผู้เรียนจึงต้องแสวงหา ศึกษา ค้นหาคำตอบเพิ่มเติม เพื่อให้อยู่ในภาวะสมดุล	<ul style="list-style-type: none"> - ผู้เรียนสามารถสร้างข้อคาดการณ์ มีการตรวจสอบพิสูจน์ และสรุปเป็นข้อความรู้ใหม่ของตนเอง - ผู้เรียนแสวงหาความรู้ โดยศึกษา ค้นคว้าจากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย - ผู้เรียนมีการคิดทบทวน ไตร่ตรองความคิดและการเรียนรู้ของตนเองอยู่เสมอ - ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ๆ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. จัดสภาพการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางความคิด เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนอยากศึกษา พิสูจน์ ค้นคว้า ทดลอง ในการค้นหาคำตอบด้วยตนเอง 2. เน้นการมีปฏิสัมพันธ์กับครู เพื่อนผู้เรียน หรือสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และตรวจสอบความคิดความเข้าใจที่ถูกต้องระหว่างกัน และนำข้อมูลจากการแลกเปลี่ยนมาสรุปเป็นข้อค้นพบของตนเอง 3. ฝึกให้ผู้เรียนสร้างข้อคาดการณ์ไว้ล่วงหน้า หรือคาดคะเนไว้ล่วงหน้า เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาและตรวจสอบข้อคาดการณ์หรือสิ่งที่คาดคะเนด้วยตนเอง 4. กำหนดสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่มีความท้าทายกับผู้เรียน หรือที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยในความรู้ ความเข้าใจเดิม 5. เน้นการใช้คำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้คิดทบทวน ไตร่ตรองความคิดและการเรียนรู้ของตนเอง 6. จัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดความเข้าใจของตนเองออกมาได้อย่างอิสระ

จากแนวการจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการวางนัยทั่วไป นำมาบูรณาการร่วมกับแนวการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อนำไปสู่การสังเคราะห์เป็นขั้นตอนกระบวนการเรียนการสอนดังแสดงในแผนภาพที่ 12



แผนภาพที่ 12 ผลการบูรณาการของแนวการจัดการเรียนการสอนของกระบวนการวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

จากแนวการจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการวางนัยทั่วไป มาบูรณาการร่วมกับแนวการจัดการเรียนการสอนอย่างเหตุผล แนวการจัดการเรียนการสอน
การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแนวการจัดการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ สังเคราะห์ได้เป็นขั้นตอนการเรียนการสอนดัง
แผนภาพที่ 13

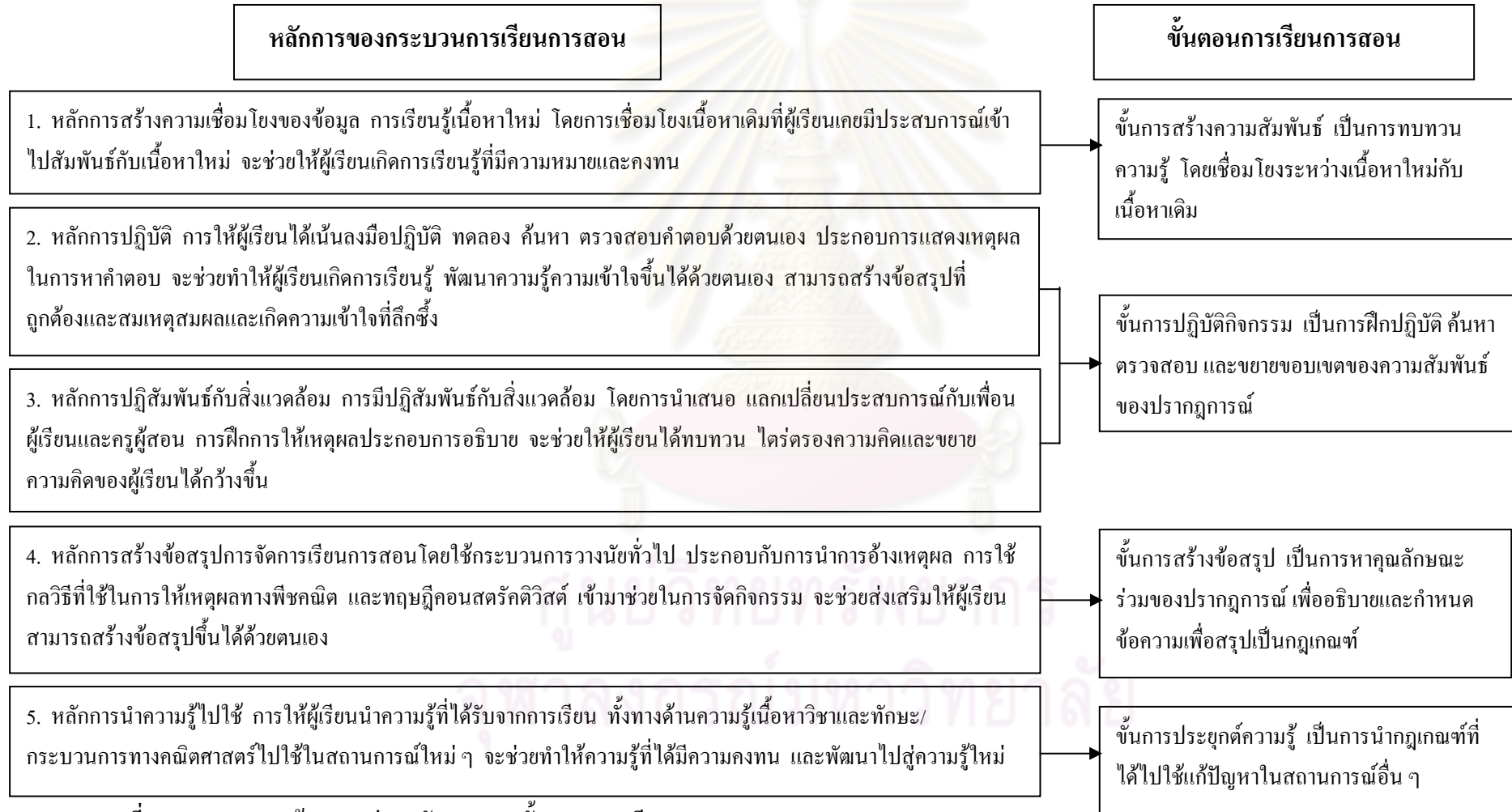


คุรุณวิทย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<p>การบูรณาการระหว่างแนวการจัดการเรียนการสอนกระบวนการวางนัยทั่วไปร่วมกับการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์</p>		<p style="text-align: center;">ขั้นตอนการเรียนการสอน</p> <p>1. ขั้นการสร้างความสัมพันธ์</p> <p>1.1 ขั้นการทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นการทบทวนความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียน เพื่อใช้เป็นพื้นฐานที่ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่เรียน โดยครูจัดประสบการณ์ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนระลึกถึงความรู้เดิม</p> <p>1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาใหม่กับเนื้อหาเดิม ว่ามีความสัมพันธ์ที่เหมือนกันหรือไม่อย่างไร โดยครูจัดสถานการณ์ที่หลากหลายให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางความคิด มีความสงสัย ใ้รู้ และเกิดความท้าทายในการคิด</p> <p>2. ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม</p> <p>2.1 ขั้นการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง รวมทั้งมีการตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยครูจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์ที่เอื้อต่อการทดลอง ลงมือปฏิบัติ ประกอบกับฝึกให้ผู้เรียนได้แสดงการอ้างอิงเหตุผลและใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต</p> <p>2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์ เป็นขั้นการค้นหาและขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของข้อมูลว่าให้ผลลัพธ์ที่มีความสอดคล้องกันทั่วทุกกรณีหรือไม่ โดยครูจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนมีการปฏิสัมพันธ์กัน ใช้กระบวนการกลุ่มและการเรียนรู้แบบร่วมมือ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นโต้แย้ง และแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน</p> <p>3. ขั้นการสร้างข้อสรุป</p> <p>3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม เป็นขั้นที่ผู้เรียนหาคุณลักษณะร่วมของ แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ โดยครูจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกต ประกอบกับการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของผู้เรียน และไตร่ตรองความคิด รวมทั้งจัดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้เอื้อต่อการแลกเปลี่ยนและสื่อสารแนวคิด</p> <p>3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป เป็นขั้นการสร้างข้อสรุปที่กฎเกณฑ์ ประกอบกับการอธิบายความหมาย ความสัมพันธ์ของกฎเกณฑ์นั้นได้ โดยผู้สอนช่วยจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ทดลอง ฝึกปฏิบัติ สร้างข้อสรุปด้วยตนเอง แก้ปัญหาของตนเองระหว่างผู้เรียนด้วยกัน</p> <p>4. ขั้นการประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนนำกฎ หลักการ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ โดยผู้สอนจัดการเรียนการสอนที่สนับสนุนให้ผู้เรียนมีการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ</p>
<p>1. การหาความสัมพันธ์ เป็นการทบทวนความรู้ โดยเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่เข้ากับเนื้อหาเดิม ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย และมีความท้าทายให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยจนเกิดความขัดแย้งทางความคิด</p>	→	
<p>2. การค้นหา เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา และตรวจสอบ ความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ต่าง ๆ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เลือกใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการอ้างเหตุผลอย่างอิสระและหลากหลาย และมีการแลกเปลี่ยน แลกเปลี่ยนแนวคิด ประสบการณ์ร่วมกับเพื่อนผู้เรียนและผู้สอน</p>	→	
<p>3. การขยาย เป็นการจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกัน ส่งเสริมการใช้กระบวนการกลุ่ม การเรียนรู้แบบร่วมมือ และเน้นการใช้คำถามของครู ให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยน สื่อสาร อธิบายวิธีการคิดของตนระหว่างผู้เรียนด้วยกัน</p>	→	
<p>4. การหาเอกลักษณ์หรือข้อความ เป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนรู้จักการสังเกตความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ พร้อมทั้งฝึกการสร้างข้อความที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป เช่น กฎ สูตร และแบบรูป โดยผู้สอนจัดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความคิด ความเข้าใจของตนออกมาได้อย่างอิสระ</p>	→	
<p>5. การนิยาม เป็นการฝึกให้ผู้เรียนสร้างข้อความเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่อยู่ในรูปกฎ สูตร และแบบรูป โดยใช้ภาษาของตนเอง โดยผู้สอนเน้นใช้คำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียนให้แสดงออกมาทั้งที่อยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียน</p>	→	
<p>6. การนำไปใช้ เป็นการยกตัวอย่างสถานการณ์ใหม่ให้ผู้เรียนฝึกลงมือปฏิบัติ ค้นหา และทดลองหาคำตอบด้วยตนเอง พร้อมทั้งนำเสนอผลงานที่ได้ร่วมกับเพื่อนผู้เรียน โดยผู้สอนจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์ที่หลากหลาย และสนับสนุนให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา</p>	→	

แผนภาพที่ 13 ผลการสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนการสอน

เมื่อนำหลักการของกระบวนการเรียนการสอน มาเชื่อมโยงกับขั้นตอนการเรียนการสอนตามกระบวนการวางนัยทั่วไป ทำให้มองเห็นความสอดคล้องระหว่างหลักการและขั้นตอนการเรียนการสอน ดังแสดงในแผนภาพที่ 14



แผนภาพที่ 14 ความสอดคล้องระหว่างหลักการและขั้นตอนการเรียนการสอน

3.5 วิเคราะห์กิจกรรมการเรียนการสอน แนวการสอน และวิธีสอนของกระบวนการเรียนการสอนตามกระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 ผลการวิเคราะห์กิจกรรมการเรียนการสอน แนวการสอน และวิธีสอนของกระบวนการเรียนการสอน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	แนวการสอน / วิธีสอน
<p>ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้าง ความสัมพันธ์</p> <p>1.1 ขั้นการทบทวนความรู้ เดิม</p>	<p>1. ผู้สอนทบทวนความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่</p> <p>2. ผู้เรียนระลึกความรู้ความเข้าใจเดิม และแสดงความรู้โดยใช้ภาษาพูดหรือภาษาเขียน</p>	<p>1. การอภิปราย</p>
<p>1.2 ขั้นการเชื่อมโยง ความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่</p>	<p>1. ผู้สอนกำหนดสถานการณ์ที่สร้างความขัดแย้งทางความคิดให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยใคร่รู้</p> <p>2. ผู้สอนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ</p> <p>3. ผู้เรียนร่วมกันพิจารณาและวิเคราะห์เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชื่อมโยงสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดกับสถานการณ์อื่น ๆ</p>	<p>1. การอภิปราย</p> <p>2. การใช้กรณีตัวอย่าง</p>
<p>ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติ กิจกรรม</p> <p>2.1 ขั้นการแก้ปัญหา</p>	<p>1. ผู้สอนเสนอโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย</p> <p>2. ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา ตรวจสอบความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ด้วยตนเอง</p> <p>3. สนับสนุนให้นักเรียนใช้การอ้างเหตุผลและกลวิธีที่ช่วยในการแก้ปัญหา</p>	<p>1. การอภิปราย</p> <p>2. การเรียนรู้แบบร่วมมือ</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	แนวการสอน / วิธีสอน
2.2 ขั้นการขยาย ความสัมพันธ์	<ol style="list-style-type: none"> 1. ผู้สอนจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนขยายสัมพันธ์ 2. ผู้เรียนขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป 3. ฝึกให้นักเรียนใช้การอ้างเหตุผลประกอบแนวความคิดและกลวิธีที่ช่วยในการคำตอบ 4. ผู้เรียนสนทนาแลกเปลี่ยนเรียนรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดของตนร่วมกับเพื่อนผู้เรียนด้วยกัน 	<ol style="list-style-type: none"> 1. การเรียนรู้แบบร่วมมือ 2. การใช้อุปนัย 3. กระบวนการกลุ่ม
ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป 3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะ ร่วม	<ol style="list-style-type: none"> 1. ผู้สอนออกแบบกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนมากพอ 2. นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของกรณีตัวอย่างหลายๆ กรณี 	<ol style="list-style-type: none"> 1. การอภิปราย 2. การใช้อุปนัย 3. กระบวนการกลุ่ม
3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป	<ol style="list-style-type: none"> 1. ผู้เรียนสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปด้วยตนเอง และอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่ได้ 2. ผู้เรียนร่วมกันวิพากษ์วิจารณ์เกี่ยวกับข้อสรุปของเพื่อน 3. ผู้สอนสรุปแนวทางในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป 	<ol style="list-style-type: none"> 1. การเรียนรู้แบบร่วมมือ 2. การอภิปราย 3. การใช้อุปนัย
ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ ความรู้	<ol style="list-style-type: none"> 1. ผู้สอนกำหนดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการสร้างข้อสรุป ที่มีความคล้ายคลึงและแตกต่างกับโจทย์ปัญหาที่เรียน 2. ผู้เรียนสร้างข้อสรุปจากโจทย์ปัญหาที่ผู้สอนกำหนดขึ้นด้วยตนเอง 	<ol style="list-style-type: none"> 1. การอภิปราย

3.6 วิเคราะห์บทบาทผู้สอนและบทบาทผู้เรียนของกระบวนการเรียนการสอนตามกระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์บทบาทผู้สอนและผู้เรียน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความสัมพันธ</p> <p>1.1 ขั้นการทบทวนความรู้เดิม</p> <p>1. ผู้สอนทบทวนความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่</p> <p>2. ผู้เรียนระลึกความรู้ความเข้าใจเดิม และแสดงความรู้โดยใช้ภาษาพูดหรือ ภาษาเขียน</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● นำสถานการณ์โจทย์ปัญหาที่ใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ● ใช้คำถามนำให้นักเรียนระลึกถึงความรู้ความเข้าใจเดิม 	<ul style="list-style-type: none"> ● ทำความเข้าใจในสถานการณ์โจทย์ปัญหา ● ตอบคำถามและระลึกถึงความรู้ความเข้าใจเดิม
<p>1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่</p> <p>1. ผู้สอนกำหนดสถานการณ์ที่สร้างความขัดแย้งทางความคิดให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยใคร่รู้</p> <p>2. ผู้สอนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่สร้างความขัดแย้งทางความคิด ● ใช้คำถามนำผู้เรียนเมื่อผู้เรียนตอบ ● ใช้คำถามนำให้ผู้เรียนได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อเชื่อมโยงสถานการณ์ใหม่เข้ากับสถานการณ์เดิม 	<ul style="list-style-type: none"> ● ทำความเข้าใจในสถานการณ์ที่ผู้สอนนำเสนอ ● ซักถามในประเด็นข้อสงสัย ● สังเกตความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>3. ผู้เรียนร่วมกันพิจารณาและวิเคราะห์เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชื่อมโยงสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดกับสถานการณ์อื่น ๆ</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ชี้ให้ผู้เรียนสังเกตความสัมพันธ์ ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ ● ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน ● กระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น 	<ul style="list-style-type: none"> ● พิจารณาความสัมพันธ์เชื่อมโยงสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดกับสถานการณ์อื่น ๆ ● ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่มีความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน
<p>ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม</p> <p>2.1 ขั้นการแก้ปัญหา</p> <p>1. ผู้สอนเสนอโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย</p> <p>2. ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ ทดลองค้นหา ตรวจสอบความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ด้วยตนเอง</p> <p>3. สนับสนุนให้นักเรียนใช้การอ้างเหตุผลและกลวิธีที่ช่วยในการแก้ปัญหา</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ออกแบบ โจทย์ปัญหาให้มีความหลากหลายและท้าทายความคิดผู้เรียน ● ฝึกให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติทดลอง ค้นหา ทั้งเป็นรายบุคคลและกลุ่ม ● ตั้งข้อสังเกตให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิดและตรวจสอบการทำงานของตน ● ออกแบบคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้การอ้างเหตุผล ● สร้างสถานการณ์ให้เอื้อต่อการใช้กลวิธีที่ช่วยในการแก้ปัญหา 	<ul style="list-style-type: none"> ● ทำความเข้าใจกับ โจทย์ปัญหา ● ซักถามในประเด็นที่สงสัย ● วางแผนการใช้กลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ● ดำเนินการหาความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน ● ตรวจสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ด้วยตนเอง ● ให้เหตุผลประกอบการแสดงแนวคิด ● เลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์</p> <p>1. ผู้สอนจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนขยายสัมพันธ์</p> <p>2. ผู้เรียนขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป</p> <p>3. ฝึกให้นักเรียนใช้การอ้างเหตุผลประกอบแนวความคิดและกลวิธีที่ช่วยในการคำตอบ</p> <p>4. ผู้เรียนสนทนาแลกเปลี่ยนเรียนรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดของตนเองร่วมกับเพื่อนผู้เรียนด้วยกัน</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้ใช้การขยายความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ● ส่งเสริมให้ผู้เรียนหาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ที่เหมือนกันหลาย ๆ กรณี ● ตรวจสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ที่ผู้เรียนค้นหา ● กระตุ้นผู้เรียนแสดงแนวคิดประกอบกับการอ้างเหตุผล ● เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กลวิธีที่ช่วยในการหาคำตอบและ เสนอแนะแนวทางในการใช้กลวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ● สร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่เอื้อต่อการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนและผู้เรียนด้วยกัน 	<ul style="list-style-type: none"> ● ดำเนินการขยายความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน ● ค้นหาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ที่เหมือนกันหลาย ๆ กรณี ● ผู้เรียนแสดงแนวคิดประกอบกับการอ้างเหตุผล ● เลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสมสถานการณ์ปัญหา ● เสนอวิธีการคิดของตนเองให้กับเพื่อนผู้เรียน ● ผู้เรียนซักถามเกี่ยวกับคำตอบและวิธีคิดของเพื่อนผู้เรียนด้วยกัน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป</p> <p>3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม</p> <p>1. ผู้สอนออกแบบกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนมากพอ</p> <p>2. นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของกรณีตัวอย่างหลายๆกรณี</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● สร้างกรณีตัวอย่างให้มีความหลากหลายและมากเพียงพอให้นักเรียนสร้างข้อสรุปได้ ● ชี้แนะแนวทางให้นักเรียนสังเกตเมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถค้นหาคุณลักษณะร่วมได้ 	<ul style="list-style-type: none"> ● สังเกตและเปรียบเทียบกรณีตัวอย่าง ๑ หลายกรณี ว่ามีสิ่งเหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันอย่างไร ● สังเกตและค้นหาคุณลักษณะร่วมเพื่อนำไปสู่การข้อสรุป
<p>3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป</p> <p>1. ผู้เรียนสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปด้วยตนเอง และอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่ได้</p> <p>2. ผู้เรียนร่วมกันวิพากษ์วิจารณ์เกี่ยวกับข้อสรุปของเพื่อน</p> <p>3. ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปแนวทางในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ตั้งคำถามเพื่อช่วยให้ผู้เรียนสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ● ชักถามผู้เรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่ได้ ● กระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงการวิพากษ์วิจารณ์ ● อภิปรายร่วมกับผู้เรียนเพื่อนำไปสู่การสรุปแนวทางในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปให้สมเหตุสมผลและถูกต้อง 	<ul style="list-style-type: none"> ● สังเกตลักษณะความสัมพันธ์ที่ได้ ● ดำเนินการสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง และอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่สร้างขึ้น ● แสดงออกในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อสรุปของเพื่อนผู้เรียนด้วยกัน ● ชักถามเมื่อมีประเด็นข้อสงสัย ● มีส่วนร่วมในการอภิปรายและถกเถียงหาข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้</p> <p>1. ผู้สอนกำหนดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการสร้างข้อสรุปที่มีความคล้ายคลึงและแตกต่างกับโจทย์ปัญหาที่เรียน</p> <p>2. ผู้เรียนสร้างข้อสรุปจากโจทย์ปัญหาที่ผู้สอนกำหนดขึ้นด้วยตนเอง</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ออกแบบโจทย์ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงและแตกต่างกับโจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนเคยพบ ● สังเกตการสร้างข้อสรุปของผู้เรียน ● ตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปที่ผู้เรียนสร้างขึ้น 	<ul style="list-style-type: none"> ● พิจารณาและทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา ● วางแผนหาแนวทางในการสร้างข้อสรุป ● ดำเนินการสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ● ตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปที่ได้

4. การตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยผู้ทรงคุณวุฒิ โดยนำกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพในด้านความเป็นมาของกระบวนการเรียนการสอน แนวคิดที่ใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย หลักการ วัตถุประสงค์ ขั้นตอนการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผล และตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

- 1) ปรับการเขียนความเป็นมาของกระบวนการเรียนการสอนให้มีความกระชับมากขึ้น
- 2) ในส่วนหลักการของกระบวนการเรียนการสอน ควรเพิ่มเติมรายละเอียดของประโยชน์ที่ได้รับเข้าไปด้วย
- 3) เขียนรายละเอียดเพิ่มเติมในขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน โดยสะท้อนให้เห็นถึงเป้าหมายของแต่ละขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน พร้อมทั้งแสดงถึงบทบาทครูและนักเรียนให้ชัดเจน

ขั้นที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

การดำเนินในขั้นตอนนี้เป็นการตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการทั่วไป ร่วมกับการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ มีการดำเนินงานดังนี้

1. การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้เพื่อใช้ในการจัดการเรียนรู้ โดยดำเนินการดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และหลักสูตรสถานศึกษาในด้านคำอธิบายรายวิชา จุดมุ่งหมาย เนื้อหาสาระ แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อประกอบการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียนและคู่มือครูคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544) เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน

1.2 เลือกเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการทดลองสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น ได้เนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 เรื่อง รวม 24 ชั่วโมง และผู้วิจัยได้วิเคราะห์เนื้อหา และกำหนดจำนวนชั่วโมงเรียนให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์และเนื้อหาของรายวิชา ดังนี้

1. ระบบสมการ	จำนวน	11	ชั่วโมง
1.1 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง	จำนวน	5	ชั่วโมง
1.2 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ	จำนวน	6	ชั่วโมง
2. เศษส่วนของพหุนาม	จำนวน	13	ชั่วโมง
2.1 การดำเนินการของเศษส่วนของพหุนาม	จำนวน	4	ชั่วโมง
2.2 การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม	จำนวน	3	ชั่วโมง
2.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม	จำนวน	6	ชั่วโมง

1.3 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้และพัฒนาสื่อการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยชื่อแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวนคาบ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การประเมินการเรียนรู้ โดยกำหนดขั้นตอนหลักของกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนใน

กระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความสัมพันธ์

1.1 ขั้นทบทวนความรู้เดิม

- 1) ผู้สอนทบทวนความรู้พื้นฐานและใช้คำถามที่มุ่งให้นักเรียนระลึกถึงความรู้เดิม
- 2) นักเรียนระลึกถึงความรู้ความเข้าใจเดิมที่ตนมีอยู่ และแสดงความรู้โดยใช้ภาษาพูดหรือ ภาษาเขียน

1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่

- 1) ผู้สอนยกสถานการณ์หรือ โจทย์ปัญหาที่ท้าทายและสร้างความขัดแย้งทางความคิด ให้กับนักเรียนมีความสงสัย ใคร่รู้ และเกิดความท้าทายในการคิด
- 2) ผู้สอนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ
- 3) นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ

ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม

2.1 ขั้นการแก้ปัญหา

- 1) ผู้สอนออกแบบ โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยตนเองหลากหลายรูปแบบ
- 2) ผู้สอนจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์ที่เอื้อต่อการทดลอง ลงมือปฏิบัติ มีการแลกเปลี่ยนความรู้ วิธีการคิด ระหว่างผู้เรียนด้วยกันเองทั้งที่อยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียน
- 3) นักเรียนวางแผน กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล
- 4) นักเรียนทดลอง ปฏิบัติ แก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีการแสดงการอ้างอิงเหตุผลหลากหลายระดับ และใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อนำไปสู่การสร้างสรุปได้อย่างถูกต้อง

2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์

- 1) ผู้สอนออกแบบโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหาแบบรูปหรือปรากฏการณ์ และกระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเองหลากหลายแบบ
- 2) ผู้สอนใช้คำถามเพื่อมุ่งกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา
- 3) นักเรียนทดลองค้นหา สังเกตคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา และฝึกใช้การอ้างเหตุผลประกอบแนวความคิดและกลวิธีที่ช่วยในการคำตอบ
- 4) นักเรียนตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลทุกกรณีหรือไม่
- 5) นักเรียนร่วมกันการแลกเปลี่ยนสื่อสาร วิธีการคิด การอ้างเหตุผล และกลวิธีที่ใช้ในการอ้างเหตุผลระหว่างผู้เรียนด้วยกัน

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป

3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม

- 1) ผู้สอนออกแบบกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอต่อการสร้างข้อสรุป
- 2) ผู้สอนใช้คำถามให้นักเรียนสังเกตคุณลักษณะร่วมของ แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา จนผู้เรียนสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์ได้
- 3) นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของกรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี

3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป

- 1) ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนทดลอง ฝึกปฏิบัติสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ประกอบใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดทบทวน ไตร่ตรองวิธีคิดของตน
- 2) นักเรียนสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปของกฎ สูตร แบบรูปด้วยตนเอง และอธิบายความหมายของข้อสรุปทั้งที่อยู่ในรูปของภาษาเขียนและภาษาพูด
- 3) นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนวิธีคิด และอธิบายข้อสรุปที่ได้ระหว่างผู้เรียนด้วยกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้

- 1) ผู้สอนเตรียมโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติ
- 2) ผู้เรียนวางแผนในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดให้
- 3) ผู้เรียนนำความรู้ที่เคยเรียนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่

1.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการแก้ระบบสมการและเศษส่วนของพหุนาม ไปทดลองสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในการนำไปใช้และใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ให้มีคุณภาพมากขึ้น ได้ข้อมูลดังนี้

1.4.1 ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า

1) นักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้วางแผนไว้ มีนักเรียนบางส่วนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ สามารถสังเกตเห็นคุณลักษณะร่วมได้ และเลือกนำเอาข้อมูลที่จำเป็นและเกี่ยวข้องมาใช้ในสร้างข้อสรุปได้อย่างถูกต้องประกอบกับให้เหตุผลได้สมเหตุสมผล แต่ยังมีนักเรียนบางใหญ่ยังขาดการตรวจสอบและยืนยันของข้อสรุปที่ได้ อย่างไรก็ตามในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนสร้างข้อสรุปพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่คุ้นเคยกับการสร้างข้อสรุป และไม่มีความมั่นใจในการสร้างข้อสรุปของตน

2) พฤติกรรมทางด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่กล้าสื่อสารและแลกเปลี่ยนวิธีคิดกับครูและเพื่อนนักเรียนได้ การแสดงแนวคิดของนักเรียนยังไม่มีความคงเส้นคงวา กลับมากลับมาเป็นบางครั้ง มีเพียงนักเรียนส่วนน้อยที่สามารถอธิบายวิธีคิดได้ถูกต้องและชัดเจน โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้อง มีการอธิบายสรุปคำตอบที่ได้โดยใช้ข้อมูลจากการแก้ปัญหาประกอบได้ถูกต้องและสมบูรณ์

1.4.2 ด้านเวลาที่ใช้ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า การดำเนินการสอนตามขั้นตอนหลักเป็นตามแผนที่กำหนดกับนักเรียนส่วนใหญ่ มีเพียงนักเรียนกลุ่มอ่อนที่ไม่สามารถทำงานตามเวลาที่ได้กำหนดไว้ เพราะใช้เวลาในการสร้างข้อสรุปค่อนข้างมาก ทั้งนี้อาจเพราะในชั้นเรียนมีนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน และใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยเพื่อให้นักเรียนสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปทั่วไป มีผลทำให้นักเรียนใช้เวลาในการสร้างข้อสรุปแตกต่างกัน

หลังจากนั้นจึงนำข้อค้นพบจากการสอนมาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ได้
แผนการจัดการเรียนรู้ 12 แผน แผนละ 2 ชั่วโมง รวมเป็น 24 ชั่วโมง ดังต่อไปนี้
ตารางที่ 11 จำนวนชั่วโมงของแผนการจัดการเรียนรู้ในหัวข้อเรื่องต่าง ๆ

ลำดับแผนการจัดการเรียนรู้	หัวข้อเรื่อง	จำนวนชั่วโมง
1	ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง	2
2	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการที่ประกอบด้วย สมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง	2
3	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการที่ประกอบด้วย สมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง (ต่อ)	2
4	ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ทั้งสองสมการ	2
5	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการที่ประกอบด้วย ระบบสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ	2
6	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการที่ประกอบด้วย ระบบสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ (ต่อ)	2
7	ความหมายและการทำเศษส่วนของพหุนามให้เป็น เศษส่วนอย่างต่ำ	2
8	การคูณและการหารเศษส่วนของพหุนาม	2
9	การบวกและลบเศษส่วนของพหุนาม	2
10	การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม	2
11	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม	2
12	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม(ต่อ)	2

2. การสร้างและพัฒนาเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อประเมินผลกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยพัฒนาเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูลจำนวน 2 ฉบับ ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยมีการดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตเป็นแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตของผู้เรียน โดยจะใช้วัดผู้เรียนทั้งก่อนและหลังการทดลอง ในการสร้างแบบวัดผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

- 1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
- 2) ศึกษาหลักสูตรและกำหนดขอบเขตเนื้อหาที่จะสร้างแบบวัดของวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544
- 3) สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัดเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องระบบสมการและเศษส่วนของพหุนาม
- 4) สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต มีลักษณะเป็นอัตนัย โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 12 ข้อ
- 5) สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต โดยพิจารณาจาก 3 องค์ประกอบ ได้แก่

- การอธิบาย การวิเคราะห์และการหาความสัมพันธ์
- การแสดงข้อสรุปของข้อมูล
- การยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป

ในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต ผู้วิจัยได้ยึดตามแนวทางการให้คะแนนของกรมวิชาการ (2546: 121-123) และภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of education, 1989) โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนดังแสดงในตารางที่ 12

ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ด้าน	คำอธิบาย
4 / ดีมาก	การอธิบาย การวิเคราะห์และ การหาความสัมพันธ์	นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และแสดงเหตุ ผลได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่าง สมเหตุสมผล มีการแสดงความสัมพันธ์ และเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้ทั้งหมด
	การแสดงข้อสรุปของข้อมูล	นักเรียนสร้างข้อสรุปของข้อมูลได้ถูกต้อง
	การยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุป	นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการอธิบาย เพื่อยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปได้สมบูรณ์ และชัดเจน
3 / ดี	การอธิบาย การวิเคราะห์และ การหาความสัมพันธ์	นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และแสดงเหตุผล ได้เกือบสมบูรณ์ มีการแสดงความสัมพันธ์ และเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้ทั้งหมด
	การแสดงข้อสรุปของข้อมูล	นักเรียนสร้างข้อสรุปของข้อมูลได้เกือบ สมบูรณ์
	การยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุป	นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการอธิบาย เพื่อยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปได้เกือบ สมบูรณ์และค่อนข้างชัดเจน
2 / พอใช้	การอธิบาย การวิเคราะห์และ การหาความสัมพันธ์	นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และแสดงเหตุผล ที่สอดคล้องกับข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วน มีการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลกำกับ
	การแสดงข้อสรุปของข้อมูล	นักเรียนสร้างข้อสรุปของข้อมูลได้ถูกต้อง บางส่วน
	การยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุป	นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการอธิบาย เพื่อยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปได้ถูกต้อง บางส่วน

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ด้าน	คำอธิบาย
1 / ต้องปรับปรุง	การอธิบาย การวิเคราะห์และ การหาความสัมพันธ์	นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และแสดง เหตุผลที่สอดคล้องกับข้อมูลถูกต้องเพียง เล็กน้อย โดยมีการแสดงความสัมพันธ์ของ ข้อมูลกำกับ
	การแสดงข้อสรุปของข้อมูล	นักเรียนสร้างข้อสรุปของข้อมูลได้ถูกต้อง เพียงเล็กน้อย
	การยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุป	นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่การ อธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปยังไม่ ชัดเจนหรือสอดคล้องกับข้อมูลเพียงเล็กน้อย
0 / ไม่พยายาม	การอธิบาย การวิเคราะห์และ การหาความสัมพันธ์	นักเรียนไม่ตอบคำถาม หรือตอบคำถาม ถูกต้องแต่ไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ หรือ การแสดงเหตุผลนั้นผิด
	การแสดงข้อสรุปของข้อมูล	นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของข้อมูล ได้ หรือ ข้อสรุปที่สร้างขึ้นไม่ถูกต้อง
	การยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุป	นักเรียนไม่ตอบคำถาม หรือตอบคำถาม ถูกต้องแต่ไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ เพื่อ ยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปที่ได้ หรือการ แสดงเหตุผลนั้นผิด

6) นำแบบวัดและเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างเสร็จไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ
จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงและความสอดคล้องตามจุดประสงค์กับพฤติกรรมที่ต้องการ
วัด ลักษณะการใช้คำถามและการใช้ภาษา โดยกำหนดคุณสมบัติของผู้เชี่ยวชาญ เป็นผู้ที่มีความ
เชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์และเป็นผู้มีคุณวุฒิการศึกษาด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์
ไม่ต่ำกว่าระดับมหาบัณฑิต จากนั้นมาปรับปรุงแก้ไขและตัดข้อสอบที่ไม่เหมาะสมออก จนได้
ข้อสอบที่มีความสมบูรณ์ 12 ข้อ

คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและการแก้ไขแบบวัดความสามารถใน
การให้เหตุผลทางพีชคณิต คือ

6.1 ควรปรับปรุงข้อคำถามโดยเพิ่มละเอียดให้ข้อคำถามให้มีความ
ชัดเจนมากขึ้น จำนวน 2 ข้อ เช่น จาก “จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติ

กิจกรรมต่อไปนี้เป็น “จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนต่อไป” และจาก “วงกลมใหญ่มีเส้นรอบวงยาวเท่าไร” เป็น “วงกลมวงใหญ่มีเส้นรอบวงยาวเท่าไร”

6.2 การสร้างสถานการณ์โจทย์ปัญหาให้มีระดับซับซ้อนลดลง และไม่ยากจนเกินไป

จากนั้นนำแบบวัดที่ปรับปรุงแล้ว ไปสร้างข้อสอบแบบคู่ขนานตามจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อใช้เป็นแบบวัดก่อนและหลังเรียน

7) นำแบบวัดที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 41 คน เพื่อหาค่าความยากและอำนาจจำแนก มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.21 – 0.74 และมีอำนาจอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.60

8) นำผลการวิเคราะห์ข้อสอบมาพิจารณาคัดเลือกข้อสอบที่มีระดับความยากระหว่าง 0.20 – 0.80 และมีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

9) นำแบบวัดที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา เพื่อนำมาหาค่าความยากโดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนี้อยู่และซาเบอร์ส มีค่าความยากของแบบวัดก่อนเรียนอยู่ระหว่าง 0.35-0.69 และแบบวัดหลังเรียนอยู่ระหว่าง 0.39-0.69 และหาค่าความเที่ยงด้วยวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach alpha coefficient) ได้ค่าความเที่ยงของแบบวัดก่อนเรียน 0.78 และแบบวัดหลังเรียน 0.80

2.2 แบบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) ศึกษาหลักสูตรและกำหนดขอบเขตเนื้อหาที่จะสร้างแบบวัดของวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

3) สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัดเพื่อให้อครอบคลุมเนื้อหาเรื่องระบบสมการและเศษส่วนของพหุนาม

4) สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นอัตนัย โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จำนวน 12 ข้อ

5) สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจาก 3 องค์ประกอบ ได้แก่

- ภาษาทางคณิตศาสตร์
- การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์

- ความชัดเจนในการนำเสนอ

ในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ยึดตามแนวทางการให้คะแนนของกรมวิชาการ (2546: 121-124) และเกณฑ์การให้คะแนนของSuZanne (1993, อ้างใน California State Department of education, 1989) โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนดังแสดงในตารางที่ 13

ตารางที่ 13 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ด้าน	คำอธิบาย
4 / ดีมาก	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความได้ถูกต้องทั้งหมด และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้องทั้งหมด มีการอธิบายสรุปคำตอบที่ได้โดยใช้ข้อมูลจากการแก้ปัญหา ประกอบได้ถูกต้องทั้งหมด
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบ สมบูรณ์ ชัดเจน มีการใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบได้ถูกต้อง และมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 / ดี	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด มีการอธิบายสรุปคำตอบที่ได้โดยใช้ข้อมูลจากการคำนวณประกอบได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	นำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์ มีการใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ด้าน	คำอธิบาย
2 / พอใช้	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความได้ถูกต้องบางส่วน และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ชัดเจน
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้องบางส่วน มีการอธิบายสรุปคำตอบที่ได้โดยใช้ข้อมูลจากการคำนวณประกอบได้ถูกต้องบางส่วน
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	นำเสนอมีความชัดเจนบางส่วน มีการใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความได้ถูกต้องเพียงเล็กน้อย และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ชัดเจน
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	เขียนอธิบายวิธีคิด แต่ไม่ได้อาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิด
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	นำเสนอไม่ชัดเจนและมีระบบ ไม่มีการใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางเลข
0 / ไม่พยายาม	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความไม่ถูกต้อง ไม่มีการอธิบายเพื่อสื่อความหมาย
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	ไม่มีการเขียนอธิบายวิธีคิด
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	ไม่มีการนำเสนอ

6) นำแบบวัดและเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างเสร็จไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงและความสอดคล้องตามจุดประสงค์กับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ลักษณะการใช้คำถามและการใช้ภาษา โดยกำหนดคุณสมบัติของผู้เชี่ยวชาญ เป็นผู้ที่มีความเชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์และเป็นผู้มีคุณวุฒิการศึกษาด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่าระดับ

มหาบัณฑิต จากนั้นมาปรับปรุงแก้ไข และตัดข้อสอบที่ไม่เหมาะสมออก จนได้ข้อสอบที่มีความสมบูรณ์ 12 ข้อ

คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและการแก้ไขแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ

6.1 ควรเพิ่มคำสั่งในโจทย์ให้นักเรียนได้แสดงความเข้าใจ โจทย์ปัญหาด้วยการเขียนรูปภาพเพื่อช่วยในการตอบคำถาม

6.2 ควรลดระดับความยากของข้อสอบ

จากนั้นนำแบบวัดที่ปรับปรุงแล้ว ไปสร้างข้อสอบแบบคู่ขนานตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อใช้เป็นแบบวัดก่อนและหลังเรียน

7) นำแบบวัดที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต "พิบูลบำเพ็ญ" มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 41 คน เพื่อหาค่าความยากและอำนาจจำแนก มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.23 – 0.65 และมีอำนาจอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.65

8) นำผลการวิเคราะห์ข้อสอบมาพิจารณาคัดเลือกข้อสอบที่มีระดับความยากระหว่าง 0.20 – 0.80 และมีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

9) นำแบบวัดที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต "พิบูลบำเพ็ญ" มหาวิทยาลัยบูรพา เพื่อนำมาหาค่าความยากโดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอันดับของวิทนีย์และซาเบอร์ส มีค่าความยากของแบบวัดก่อนเรียนอยู่ระหว่าง 0.38-0.64 และแบบวัดหลังเรียนอยู่ระหว่าง 0.20-0.66 และหาค่าความเที่ยงด้วยวิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach alpha coefficient) ได้ค่าความเที่ยงของแบบวัดก่อนเรียน 0.81 และแบบวัดหลังเรียน 0.83

ซึ่งสามารถแสดงค่าความเที่ยงของเครื่องมือทั้งหมดดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 แสดงค่าความยากและความเที่ยงของแบบวัด

แบบวัด	ความยาก		ความเที่ยง	
	ฉบับก่อนเรียน	ฉบับหลังเรียน	ฉบับก่อนเรียน	ฉบับหลังเรียน
ความสามารถในให้เหตุผลทางพีชคณิต	0.35-0.69	0.39-0.69	0.78	0.80
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	0.38-0.64	0.20-0.66	0.81	0.83

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในการเลือกกลุ่มตัวอย่างมีรายละเอียดดังนี้

3.1 กำหนดเกณฑ์ในการพิจารณาคัดเลือกโรงเรียน ดังนี้

- 1) เป็นโรงเรียนที่มีการจัดนักเรียนในแต่ละห้องแบบความสามารถ
- 2) มีวิธีคัดเลือกนักเรียนหลายรูปแบบ เช่น การจับสลาก การสอบคัดเลือกและการคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านวิชาการ

3.2 คัดเลือกโรงเรียนที่ใช้ในการทดลองโดยการเลือกแบบเจาะจง

3.3 นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของปีการศึกษาที่ผ่านมาของนักเรียนที่เลือกเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม แล้วใช้วิธีการจับคู่ (Matched pair) นักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน เพื่อให้นักเรียนแต่ละคู่มีความรู้ความสามารถเท่าเทียมกัน จากนั้นแยกนักเรียนแต่ละคู่โดยการจับสลาก เพื่อแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 ห้องเรียน

3.4 นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวน ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานทางด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน ดังแสดงในภาพผนวก

3.5 สุ่มแบบไม่เจาะจงด้วยวิธีจับสลากเพื่อจัดห้องเรียนเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4. การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีขั้นตอนดังนี้

4.1 การกำหนดแบบแผนการทดลอง

ในการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ผู้วิจัยใช้วิธีการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (Quasi-experimental Research) แบบสองกลุ่มวัดก่อนและหลังการทดลอง (The Pretest-Posttest Control Group Design) ดังแบบแผนการทดลองในตารางที่ 15

ตารางที่ 15 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การวัดก่อนการทดลอง		การวัดหลังการทดลอง
E	O ₁	X	O ₂
C	O ₃		O ₄

E คือ กลุ่มทดลอง
 C คือ กลุ่มควบคุม
 O₁, O₃ คือ ผลการวัดผลก่อนการทดลอง
 O₂, O₄ คือ ผลการวัดผลหลังการทดลอง
 X คือ ตัวแปรที่จัดกระทำ (กระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์)

4.2 การดำเนินการก่อนการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

4.2.1 ติดต่อผู้บริหารโรงเรียนในกลุ่มตัวอย่างเพื่อประสานขอความร่วมมือในการนำกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้

4.2.2 ชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย ขั้นตอนการวิจัย แนวทางในการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นให้แก่คณะกรรมการสถานศึกษาและครูผู้รับผิดชอบการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

4.2.3 ประสานความร่วมมือในการกำหนดตารางการสอน และขอบเขตเนื้อหาที่ทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.3 การดำเนินการทดลองและเก็บข้อมูล

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลมีขั้นตอนดังนี้

4.3.1 ดำเนินการก่อนการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการวัดผลความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผลการทดสอบความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 และผลการทดสอบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน ดังแสดงในภาพผนวก

4.3.2 การดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม รวม 2 ห้อง ห้องละ 24 ชั่วโมง เป็นเวลา 12 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ตั้งแต่เดือนธันวาคม 2552 จนถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2553 เรื่องที่ใช้ในการทดลองคือระบบสมการและเศษส่วนของพหุนามในวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยแสดงการเปรียบเทียบแนวการสอนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 เปรียบเทียบแนวการสอนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

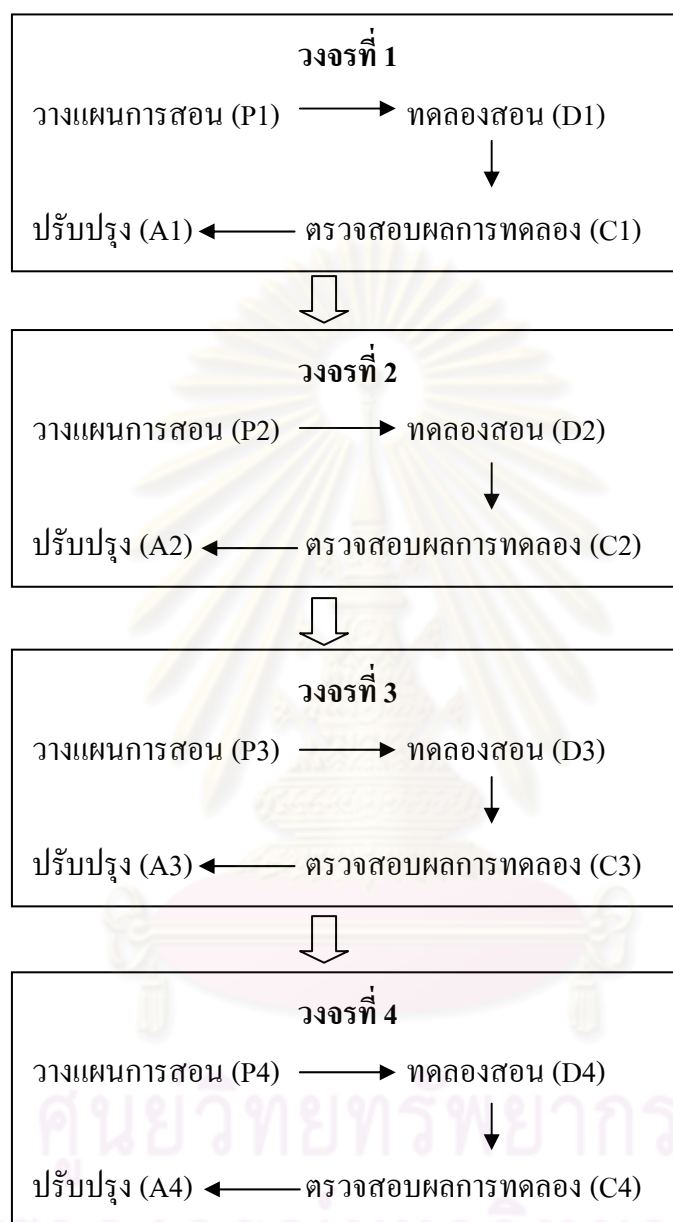
กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>1. ขั้นการสร้างความสัมพันธ์</p> <p>1.1 ขั้นการทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นการของทบทวนความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ โดยใช้การอภิปราย</p> <p>1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ เป็นขั้นที่ผู้สอนกำหนดสถานการณ์ที่สร้างความขัดแย้งทางความคิด และให้ผู้เรียนพิจารณาเชื่อมโยงระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ</p> <p>2. ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม</p> <p>2.1 ขั้นการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูออกแบบโจทย์ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง</p> <p>2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์ เป็นขั้นที่เน้นให้ผู้เรียนได้ขยายความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ ควบคู่กับการสังเกตตรวจสอบ พิสูจน์ว่าผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลทุกกรณีหรือไม่</p>	<p>1. ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน เป็นขั้นทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียน โดยการใช้การสนทนาซักถาม ยกตัวอย่างและอภิปราย</p> <p>2. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นการสอนเนื้อหาใหม่ให้นักเรียนเข้าใจกฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท โดยการอธิบายประกอบกรยกตัวอย่าง ซึ่งดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ</p> <p>3. ขั้นสรุป เป็นขั้นของการให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญของบทเรียน</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>3. ขั้นการสร้างข้อสรุป</p> <p>3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม เป็นขั้นที่ครูออกแบบกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนมากพอ และให้นักเรียนสังเกตค้นหาคุณลักษณะร่วมของกรณีต่าง ๆ</p> <p>3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปของกฎ สูตร พร้อมกับอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่ได้</p> <p>4. ขั้นการประยุกต์ความรู้</p> <p>เป็นขั้นที่ผู้สอนเตรียมโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติทำและนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่</p>	<p>4. ขั้นฝึกทักษะ</p> <p>เป็นขั้นการนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์</p>

ในการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปกับกลุ่มทดลอง พบว่ากระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นจากการวิเคราะห์แนวคิดกระบวนการวางนัยทั่วไป เป็นขั้นตอนที่สามารถใช้ได้กับการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ อย่างไรก็ตามยังพบว่าในบางกิจกรรมการเรียนการสอนในขั้นตอนการเรียนการสอนยังต้องใช้เวลาทำ ทำให้การดำเนินการเรียนการสอนไม่สามารถเป็นไปตามเวลาที่กำหนดได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้วงจร PDCA เพื่อปรับปรุงคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้สอดคล้องและเหมาะสมกับสภาพผู้เรียน และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์

ในการปรับปรุงคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป โดยใช้วงจร PDCA สรุปวิธีดำเนินการได้ดังแผนภาพที่ 15

แผนภาพที่ 15 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางแผนไป และวงจร PDCA



จากแผนภาพที่ 15 มีการดำเนินการดังรายละเอียดต่อไปนี้

วงจรถัดไป 1

1) การวางแผน ในวงจรถัดไป 1 ผู้วิจัยเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 ตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองได้

2) การทดลองสอน ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 โดยใช้ขั้นตอนของการเรียนการสอน 4 ขั้น ดังนี้ ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม ขั้นการสร้างข้อสรุป และขั้นการประยุกต์ความรู้

3) การตรวจสอบผลการสอนตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากแบบบันทึกของครู การซักถาม ตอบคำถามในชั้นเรียน และการตรวจแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนบางส่วนสามารถปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนการเรียนการสอนได้ตามที่วางแผนไว้

ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ในขั้นนี้ผู้เรียนบางส่วนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ข้อมูลในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองได้ สำหรับนักเรียนที่เหลือ ต้องมีครูต้องคอยชี้แนะ นักเรียนจึงสามารถสังเกตข้อมูลสำคัญเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้

ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนบางส่วนสามารถค้นหา พิสูจน์ ตรวจสอบเพื่อหาคุณลักษณะร่วมของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุป นักเรียนมีการวางแผน กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาทั้งเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่ม มีบางกิจกรรมการเรียนการสอนในขั้นตอนนี้ ที่ยังประสบปัญหา กล่าวคือนักเรียนไม่สามารถปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มได้ โดยนักเรียนไม่ทราบบทบาทของตนว่าต้องมีหน้าที่อะไรบ้าง จะมีเพียงผู้นำกลุ่มหรือสมาชิกเพียง 1-2 คนในกลุ่มที่ปฏิบัติ ทำให้นักเรียนบางส่วนไม่มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น อธิบายแนวคิดของตนและโต้แย้งได้ นอกจากนี้ยังพบว่าในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะใช้เวลามากในการทำกิจกรรม ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ไม่แน่ใจในแนวทางในการค้นหาของตนว่าถูกต้องหรือไม่ จะตรวจสอบโดยการกระทำซ้ำหลายรอบ จนแน่ใจว่าเป็นแนวทางที่ตนทำนั้นมีความถูกต้อง

ขั้นการสร้างข้อสรุป นักเรียนส่วนน้อยที่สามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง หรือระบุข้อสรุปโดยใช้วิธีการที่ไม่สมเหตุผล มีการนำเอาข้อมูลเฉพาะส่วนใดส่วนหนึ่งจากที่กำหนดให้มาเป็นข้อสรุป การนำเสนอหลักฐานหรือสนับสนุนข้อสรุปมีลักษณะคลุมเครือ และไม่ค่อยแข็งแรง ส่วนการอธิบายข้อสรุปพบว่า นักเรียนไม่สามารถเรียบเรียงประโยคในการอธิบายด้วยตัวเองได้ ต้องให้เพื่อนหรือครูช่วย อย่างไรก็ตามในขั้นนี้นักเรียนยังคงใช้เวลาในการสร้างข้อสรุปค่อนข้างมาก ทำให้การปฏิบัติการสอนเกินเวลาที่กำหนดไว้

ขั้นการประยุกต์ความรู้ นักเรียนสามารถนำหลักของการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ได้ในบางสถานการณ์ หากนักเรียนพบกับสถานการณ์ที่มีความซับซ้อน และเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนไม่คุ้นเคย นักเรียนจะต้องใช้เวลาค่อนข้างมากในการแก้สถานการณ์นั้น

4) การปรับปรุง ในการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มีดังนี้

4.1 ฝึกให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกตมากขึ้น ประกอบกับใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนมองเห็นข้อมูลสำคัญที่นำมาใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา รวมทั้งให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลสำคัญในโจทย์ปัญหาต่าง ๆ

4.2 ชี้แจงให้นักเรียนได้เข้าใจในบทบาทการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันเสนอแนวทางในการทำงานเป็นกลุ่ม

4.3 กำหนดระยะเวลาให้นักเรียนฝึกปฏิบัติ เพื่อให้นักเรียนควบคุมเวลาในการปฏิบัติกิจกรรม หากนักเรียนทำไม่เสร็จภายในเวลาที่กำหนด อาจต้องขยายเวลาในการปฏิบัติให้มากขึ้นกว่าเดิม

4.4 ออกแบบกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอต่อการสร้างข้อสรุปของนักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนได้มองเห็นคุณลักษณะร่วมของกรณีต่าง ๆ ได้ชัดเจนขึ้น พร้อมกับสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการสร้างข้อสรุปให้กับนักเรียน

4.5 ฝึกให้นักเรียนใช้การอ้างเหตุผล โดยมีการนำเสนอหลักฐานที่สนับสนุนในการสร้างหรือยืนยันข้อสรุปทุกครั้ง เพื่อสร้างความมั่นใจว่าข้อสรุปที่ได้มานั้นมีความถูกต้องและสมเหตุสมผล

4.6 ฝึกให้นักเรียนเรียบเรียงประโยคในการอธิบายแนวคิดในกรณีตัวอย่างที่ง่าย ๆ ไม่มีความซับซ้อนก่อนไปสู่การอธิบายแนวคิดในกรณีตัวอย่างที่มีความซับซ้อนมากขึ้น และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอความคิดเห็น อธิบายแนวคิดของตนมากขึ้น

4.7 ออกแบบโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงและแตกต่างจากที่นักเรียนเคยพบ และให้นักเรียนฝึกทำจากตัวอย่าง โจทย์ปัญหาที่ง่ายจนเกิดความเข้าใจในวิธีการทำ จากนั้นจึงให้ตัวอย่างที่มีความซับซ้อนขึ้น

สำหรับขั้นตอนการเรียนการสอนนั้นยังคงมี 4 ขั้นตอนเช่นเดิม ในแต่ละขั้นตอนยังคงมีกิจกรรมการเรียนการสอนหลักอยู่ จะมีเพียงการปรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และฝึกให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกตมากขึ้น และเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ฝึกการเรียบเรียงประโยคโดยการอธิบายแนวคิดของตนเอง จากการพิจารณาการจัดกิจกรรมตามขั้นตอนดังกล่าวโดยภาพรวมแล้ว นักเรียนสามารถดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ได้

วจรที่ 2

1) การวางแผน ในวงจรที่ 2 ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากวงจรที่ 1 มาปรับปรุงการเขียนแผนการจัด การเรียนรู้ที่ 4-6 ตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการได้

2) การทดลองสอน ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6 โดยใช้ขั้นตอนของการเรียนการสอน 4 ขั้น ดังนี้ ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม ขั้นการสร้างข้อสรุป และขั้นการประยุกต์ความรู้

3) การตรวจสอบผลการสอนตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากแบบบันทึกของครู การซักถาม ตอบคำถามในชั้นเรียน และการตรวจแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนการเรียนการสอนได้ตามที่วางแผนไว้

ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ในขั้นนี้ผู้เรียนบางส่วนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ข้อมูลในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ สำหรับนักเรียนที่เหลือ ครูต้องคอยชี้แนะแนวทาง นักเรียนจึงจะสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้

ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนบางส่วนสามารถค้นหา ตรวจสอบ พิสูจน์ เพื่อหาคุณลักษณะร่วมของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุป นักเรียนมีการวางแผน กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ทั้งเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่ม และอย่างไรก็ตามมีบางกิจกรรมการเรียนการสอนในขั้นตอนนี้ ที่นักเรียนยังไม่สามารถค้นหา พิสูจน์ ได้ด้วยตนเอง ต้องอาศัยเพื่อนนักเรียนช่วยชี้แนะ

ขั้นการสร้างข้อสรุป นักเรียนบางส่วนสามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง สำหรับนักเรียนที่เหลือต้องมีเพื่อนหรือครูคอยชี้แนะจึงจะสร้างข้อสรุปขึ้นได้ ในการอธิบายข้อสรุปนั้น พบว่า การเรียบเรียงประโยคภาษาในการอธิบายของนักเรียนยังไม่ชัดเจนเท่าที่ควร มีความกำกวมและวกวนอยู่บ้าง อย่างไรก็ตามในขั้นนี้ นักเรียนยังคงใช้เวลาในการสร้างข้อสรุปค่อนข้างมาก ทำให้การปฏิบัติการสอนเกินเวลาที่กำหนดไว้

ขั้นการประยุกต์ความรู้ นักเรียนสามารถนำหลักของการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ได้เพียงบางสถานการณ์

4) การปรับปรุง ในการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มีดังนี้

4.1 ออกแบบโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะปลายเปิด ที่เอื้อให้นักเรียนได้ใช้การค้นหา ขยายความสัมพันธ์ และใช้การพิสูจน์มากขึ้น ประกอบกับการออกแบบโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย ให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโจทย์ที่ไม่คุ้นเคยได้

4.2 ชี้แนะแนวทางในการสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องให้กับนักเรียน ร่วมกันใช้คำถามนำให้นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมที่ใช้ในการสร้างข้อสรุป และฝึกการสร้างสรุปจากโจทย์ปัญหาที่มีระดับง่ายไปสู่ระดับยาก

4.3 ฝึกให้นักเรียนได้แสดงอธิบาย แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหามากขึ้น และช่วยเหลือนักเรียนในกลุ่มที่ยังประสบปัญหาเกี่ยวกับการเรียบเรียงประโยค ด้วยการชี้แนะ และฝึกให้นักเรียนได้ใช้ภาษาในการอธิบายแนวคิดมากขึ้น

สำหรับขั้นตอนการเรียนการสอนนั้นยังคงมี 4 ขั้นตอนหลัก เมื่อพิจารณาในภาพรวมของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้นนี้ นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมได้ตามที่ได้วางไว้

วรรจที่ 3

1) การวางแผน ในวงจรถี 3 ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากวงจรถี 2 มาปรับปรุงการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5-8 ตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนของพหุนามได้

2) การทดลองสอน ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5-8 โดยใช้ขั้นตอนของการเรียนการสอน 4 ขั้น ดังนี้ ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม ขั้นการสร้างข้อสรุป และขั้นการประยุกต์ความรู้

3) การตรวจสอบผลการสอนตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากแบบบันทึกของครู การซักถาม ตอบคำถามในชั้นเรียน และการตรวจแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนการเรียนการสอนได้ตามที่วางแผนไว้

ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ในขั้นนี้ผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ข้อมูลในโจทย์เกี่ยวกับบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนของพหุนามได้

ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่สามารถค้นหา ตรวจสอบ พิสูจน์ เพื่อหาคุณลักษณะร่วมของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุป รวมทั้งมีการแลกเปลี่ยนวิธีคิดระหว่างนักเรียนกับครู และนักเรียนด้วยกัน

ขั้นการสร้างข้อสรุป นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง พร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปได้ถูกต้องและสมเหตุสมผล โดยใช้วิธีการให้เหตุผลที่มีระบบแบบแผน สามารถนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างชัดเจนและเพียงพอ ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนโดยภาพรวมสามารถเป็นไปตามระยะเวลาที่กำหนดไว้

ขั้นการประยุกต์ความรู้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำหลักของการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนของพหุนามไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ได้

4) การปรับปรุง ในการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มีดังนี้
จากการจัดกิจกรรมตามขั้นตอนการเรียนการสอนดังกล่าว พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้ตามแผนที่วางไว้ ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในครั้งต่อไปผู้วิจัยเพียงแต่เพิ่มกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีความหลากหลายมากขึ้น เช่น ให้นักเรียนทำโครงการคณิตศาสตร์ จัดแข่งขันการหาคำตอบโดยใช้เกมเข้ามาช่วยในการจัดกิจกรรมให้มีความสนุกสนาน และคลายเครียดในการเรียนคณิตศาสตร์ และออกแบบโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลายให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโจทย์ที่ไม่คุ้นเคยได้

บรรจที่ 4

1) การวางแผน ในวงจที่ 4 ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากวงจที่ 3 มาปรับปรุงการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9-12 ตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีเป้าหมายเพื่อให้ นักเรียนสามารถแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม

2) การทดลองสอน ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9-12 โดยใช้ขั้นตอนของการเรียนการสอน 4 ขั้น ดังนี้ ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม ขั้นการสร้างข้อสรุป และขั้นการประยุกต์ความรู้

3) การตรวจสอบผลการสอนตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากแบบบันทึกของครู การซักถาม ตอบคำถามในชั้นเรียน และการตรวจแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนการเรียนการสอนได้ตามที่วางแผนไว้

ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ในขั้นนี้ผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ข้อมูลในโจทย์เกี่ยวกับการแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม

ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่สามารถค้นหา ตรวจสอบ พิสูจน์เพื่อหาคุณลักษณะร่วมของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุป รวมทั้งมีการแลกเปลี่ยนวิธีคิดระหว่างนักเรียนกับครู และนักเรียนด้วยกัน

ขั้นการสร้างข้อสรุป นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปหลักของการแก้สมการเศษส่วนของพหุนามได้ และหลักการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม พร้อมทั้งอธิบายหลักการดังกล่าวได้ถูกต้องและสมเหตุสมผล โดยใช้วิธีการให้เหตุผลที่มีระบบแบบแผน สามารถนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างชัดเจนและเพียงพอ ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนโดยภาพรวมสามารถเป็นไปตามระยะเวลาที่กำหนดไว้

ขั้นการประยุกต์ความรู้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำหลักของการแก้สมการเศษส่วนของพหุนามได้ และหลักการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนามไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ได้

4) การปรับปรุง ในการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มีดังนี้

ในวงจนี้ นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนได้ตามที่วางแผนไว้ได้ ดังนั้นในวงจนี้ผู้วิจัยจึงไม่ได้มีการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

จากการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วงจ PDCA จะได้ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน แต่ละขั้นตอนประกอบด้วยขั้นย่อย ๆ ดังนี้ขั้นตอนการเรียนการสอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความสัมพันธ์

1.1 ขั้นการทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นการทบทวนความรู้ ความเข้าใจเดิมเกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียน โดย

- 1) ผู้สอนนำสถานการณ์โจทย์ปัญหาที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ประกอบกับการใช้คำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนระลึกถึงความรู้เดิม
- 2) นักเรียนระลึกถึงความรู้ความเข้าใจเดิมที่ตนมีอยู่ และแสดงความรู้โดยใช้ภาษาพูดหรือ ภาษาเขียน

1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ เป็นขั้นการสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ไปสู่ความรู้ใหม่ในเนื้อหาที่จะเรียน เพื่อให้ นักเรียนพิจารณาเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาใหม่กับเนื้อหาเดิมว่ามีความสัมพันธ์ที่เหมือนกันหรือไม่ อย่างไร โดย

- 1) ผู้สอนยกสถานการณ์หรือ โจทย์ปัญหาที่ทำท่ายและสร้างความขัดแย้งทางความคิด ให้กับนักเรียนมีความสงสัย ใครู้ และเกิดความท้อท่ายในการคิด
- 2) ผู้สอนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ
- 3) ฝึกให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกต และมีประสบการณ์ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย
- 4) นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ

ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม

2.1 ขั้นการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหาแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง โดย

- 1) ผู้สอนออกแบบ โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยตนเองหลากหลายรูปแบบ
- 2) ผู้สอนจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์ที่เอื้อต่อการทดลอง ลงมือปฏิบัติ มีการแลกเปลี่ยนความรู้ วิธีการคิด ระหว่างผู้เรียนด้วยกันเองทั้งที่อยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียน
- 3) ฝึกให้ผู้เรียนได้แสดงการอ้างอิงเหตุผลระดับ ได้แก่ การอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไป และการอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย และใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต ได้แก่ กลวิธีแบบชัดเจน กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย

4) นักเรียนวางแผน กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

5) นักเรียนทดลอง ปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมี การแสดงการ อธิบายเหตุผลหลากหลายระดับ และใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อนำไปสู่การสร้างสรุปลike อย่างถูกต้อง

2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์ เป็นขั้นการค้นหาและขยายขอบเขตของ ความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของข้อมูลเพื่อให้ผลลัพธ์ที่มีความสอดคล้องกันทั่วทุกกรณีหรือไม่ ควบคู่กับการสังเกตคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรางค์การณ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบ และตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ โดย

1) ผู้สอนออกแบบ โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์แบบปลายเปิดที่ื้อ โอกาสให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหาแบบรูปหรือปรางค์การณ และกระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง หลากหลายแบบ

2) ผู้สอนใช้คำถามเพื่อมุ่งกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของแบบ รูป / ปรางค์การณ / กระบวนการแก้ปัญหา

3) นักเรียนทดลองค้นหา สังเกตคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรางค์การณ / กระบวนการแก้ปัญหา และฝึกใช้การอ้างเหตุผลประกอบแนวความคิดและกลวิธีที่ช่วยในการ คำตอบ

4) นักเรียนตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและ สมเหตุสมผลทุกกรณีหรือไม่

5) ผู้เรียนร่วมกับการแลกเปลี่ยนสื่อสาร วิธีการคิด การอ้างเหตุผล และ กลวิธีที่ใช้ในการอ้างเหตุผลภายในกลุ่ม และระหว่างกลุ่ม

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป

3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม เป็นขั้นที่ผู้เรียนหาคุณลักษณะร่วมของ แบบรูป / ปรางค์การณ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาจากกรณีตัวอย่าง ๆ กรณี เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ โดยครูจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการ สังเกต ประกอบกับการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของผู้เรียน และไตร่ตรองความคิด รวมทั้งจัด สถานการณ์ให้ผู้เรียนได้เอื้อต่อการแลกเปลี่ยนและสื่อสารแนวคิด

1. ผู้สอนออกแบบกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอต่อการสร้าง ข้อสรุป

2. ผู้สอนจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกต ประกอบกับการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นสังเกตคุณลักษณะร่วมของ แบบรูป / ปรางค์การณ / กระบวนการแก้ปัญหา จนผู้เรียนสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์ได้

3. นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของกรณีตัวอย่างหลายๆ กรณี

3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป เป็นขั้นการสร้างข้อสรุปที่กฎเกณฑ์ด้วยตนเอง โดยผ่านการพิจารณา สังเกต และเปรียบเทียบกรณีตัวอย่างหลายๆ กรณี จนสามารถค้นหาคุณลักษณะร่วมและสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเองประกอบการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปนั้นได้ โดย

1. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนทดลอง ฝึกปฏิบัติสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ประกอบใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดทบทวน ไตร่ตรองวิธีการของตน

2. จัดสถานการณ์ที่เอื้อให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและผู้เรียนด้วยกัน

3. นักเรียนสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปของกฎ สูตร แบบรูป และอธิบายความหมายของข้อสรุปทั้งที่อยู่ในรูปของภาษาเขียนและภาษาพูด

4. นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนวิธีคิด และอธิบายข้อสรุปที่ได้ระหว่างผู้เรียนด้วยกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้

ขั้นการประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนนำกฎ หลักการ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ในโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์อื่น ๆ หรือเป็นการนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาใหม่และในชีวิตประจำวัน โดย

1) ผู้สอนเตรียมโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติจากระดับง่ายไปสู่ระดับยาก

2) ผู้เรียนวางแผนในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดให้

3) ผู้เรียนนำความรู้ที่เคยเรียนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่

สรุปขั้นตอนในกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปที่พัฒนาขึ้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน วิธีสอน และเทคนิคการสอน ดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 วิธีและเทคนิคการสอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นตอนต่าง ๆ ของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนา

ขั้นตอนการเรียนการสอน	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน	วิธีสอนและเทคนิคการสอน
<p>1. ขั้นการสร้าง ความสัมพันธ์</p> <p>1.1 ขั้นการทบทวน ความรู้เดิม</p> <p>1.2 ขั้นการเชื่อมโยง ความรู้เดิม ไปสู่ความรู้ใหม่</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● เป็นการจัดกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนระลึกถึงความรู้เดิม เพื่อใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ● เป็นการจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนเผชิญกับสถานการณ์ที่ท้าทายและสร้างความขัดแย้งทางความคิด และให้นักเรียนพิจารณาเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างจากความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ว่ามีความสัมพันธ์ที่เหมือนกันหรือไม่อย่างไร 	<ul style="list-style-type: none"> ● การอภิปราย การใช้คำถามนำ ● การอภิปราย การใช้กรณีตัวอย่าง
<p>3. ขั้นการสร้าง ข้อสรุป</p> <p>3.1 ขั้นการหา คุณลักษณะร่วม</p> <p>3.2 ขั้นการกำหนด ข้อสรุป</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● เป็นการจัดกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนหาคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรางค์การณ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธีที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ ● เป็นการจัดกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ สร้างข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง ประกอบกับการให้เหตุผลของการได้ซึ่งข้อสรุปนั้น และการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปนั้น 	<ul style="list-style-type: none"> ● การอภิปราย การใช้อุปนัย กระบวนการ กลุ่ม ● การเรียนรู้แบบ ร่วมมือ การอภิปราย การใช้อุปนัย

ขั้นตอนการเรียนการสอน	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน	วิธีสอนและเทคนิคการสอน
<p>2. ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม</p> <p>2.1 ขั้นการแก้ปัญหา</p> <p>2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● เป็นการจัดกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง ประกอบกับฝึกให้ผู้เรียนได้แสดงการอ้างอิงเหตุผลและใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล ● เป็นการจัดกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนค้นหาและขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของข้อมูลทำให้ผลลัพธ์ที่มีความสอดคล้องกันทั่วทุกกรณีหรือไม่ 	<ul style="list-style-type: none"> ● การอภิปราย การใช้คำถามนำ ● การเรียนรู้แบบร่วมมือ การใช้อุปนัย กระบวนการกลุ่ม
<p>4. ขั้นการประยุกต์ความรู้</p>	<p>เป็นการจัดกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนนำกฎ หลักการ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ในโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์อื่น ๆ หรือเป็นการนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาใหม่และในชีวิตประจำวัน</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● การอภิปราย การใช้คำถามนำ

4.3.3 การดำเนินการหลังการทดลอง ผู้วิจัยทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยแบบวัด 2 ฉบับ ดังต่อไปนี้

1) วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2) วัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

5.1 การวิเคราะห์เชิงปริมาณ ดำเนินการวิเคราะห์คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS/PC⁺ for WINDOW ดังนี้

5.1.1 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ด้วยการใช้สถิติ t-test for dependent

5.1.2 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ด้วยการใช้สถิติ t-test for dependent

5.1.3 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตหลังเรียน ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการใช้สถิติ t-test for independent

5.1.4 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการใช้สถิติ t-test for independent

5.1 การวิเคราะห์เชิงคุณภาพ ดำเนินการสรุปและวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบบันทึกสำหรับครู แบบบันทึกการตรวจใบงาน/ใบกิจกรรม และแบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนในกลุ่มทดลอง แล้วนำข้อมูลทั้งหมดที่ได้มาสรุป จัดหมวดหมู่ และนำเสนอในลักษณะพรรณนาความ

5.1.1 อ่านข้อมูลในบันทึกสำหรับครู แบบบันทึกการตรวจใบงาน/ใบกิจกรรม และแบบบันทึกการสัมภาษณ์ของผู้เรียน

5.1.2 นำข้อมูลจากแบบบันทึกต่าง ๆ มาจัดไว้เป็นหมวดหมู่ ดังนี้

1) ข้อมูลเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียน แบ่งเป็น 3 ด้าน ได้แก่ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การสร้างข้อสรุป และการยืนยันข้อสรุป

2) ข้อมูลเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แบ่งเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ภาษาทางคณิตศาสตร์ การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความชัดเจนในการนำเสนอ

5.1.3 พิจารณาข้อมูลส่วนต่าง ๆ ในข้อ 5.1.2 ที่แสดงถึงพัฒนาการของผู้เรียนในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แล้วสรุปผลจากการใช้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

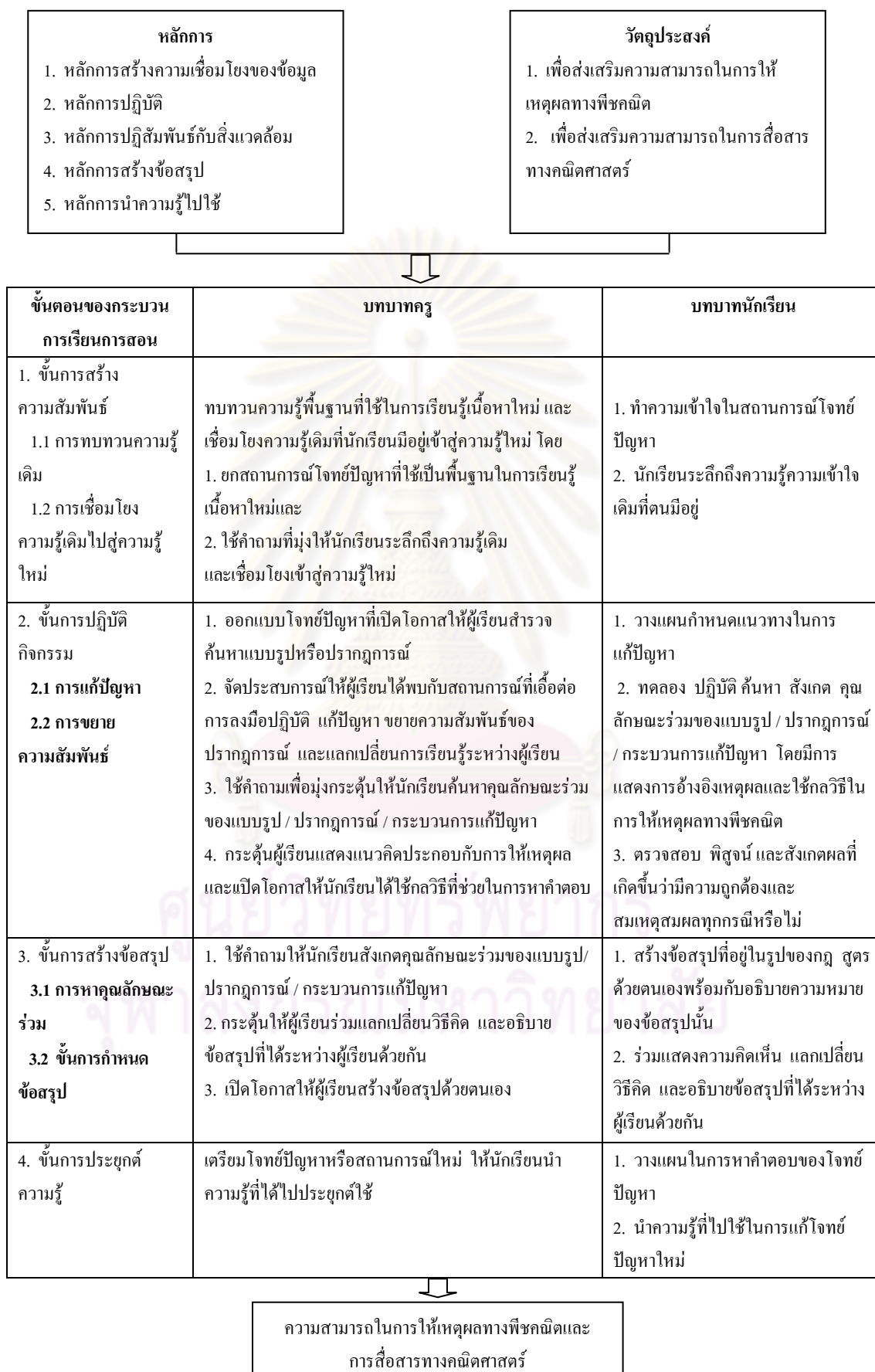
การวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 การวิเคราะห์ข้อมูลได้นำเสนอเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป ดำเนินการพัฒนาขึ้นจากการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตร การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการวางนัยทั่วไป ทำให้ได้กระบวนการเรียนการสอนที่สามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังแผนภาพที่



รายละเอียดของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปมีดังต่อไปนี้

หลักการ

หลักการของกระบวนการเรียนการสอนได้มาจากการสังเคราะห์องค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ ได้แก่ สาระสำคัญของกระบวนการวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งหลักการของกระบวนการเรียนการสอน มีดังนี้

1. หลักการสร้างเชื่อมโยงของข้อมูล

การเรียนรู้เนื้อหาใหม่ โดยการเชื่อมโยงเนื้อหาเดิมที่ผู้เรียนเคยมีประสบการณ์เข้าไปสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ง่ายขึ้น และเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย

2. หลักการปฏิบัติ

การให้ผู้เรียนได้เน้นลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา ตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง ประกอบการแสดงผลในการหาคำตอบ จะช่วยทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ พัฒนาความรู้ความเข้าใจขึ้นได้ด้วยตนเอง สามารถสร้างข้อสรุปที่ถูกต้อง สมเหตุสมผล และเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

3. หลักการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยการนำเสนอ แลกเปลี่ยนประสบการณ์กับเพื่อนผู้เรียนและครูผู้สอน การฝึกการให้เหตุผลประกอบการอธิบาย ด้วยการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านภาษาพูดและภาษาเขียน จะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวน ไตร่ตรองความคิดระหว่างความรู้ที่มีอยู่กับสิ่งที่ได้รับใหม่ ช่วยขยายความคิดของผู้เรียนได้กว้างขึ้น ผู้เรียนสามารถค้นพบคำตอบที่มีความหลากหลาย และสามารถแก้ไขปัญหาได้หลายหลายวิธี

4. หลักการสร้างข้อสรุป

การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป ที่ประกอบไปด้วย การหาความสัมพันธ์ การค้นหา การขยาย การหาเอกลักษณ์ การนิยาม และการนำไปใช้ ประกอบกับการนำการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เข้ามาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปขึ้นได้ด้วยตนเอง

5. หลักการนำความรู้ไปใช้

การให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้รับจากการเรียน ทั้งทางด้านความรู้เนื้อหาวิชาและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ จะช่วยทำให้ความรู้ที่ได้มีความคงทน และพัฒนาไปสู่ความรู้ใหม่

วัตถุประสงค์

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน ดังนี้

1. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต
2. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เนื้อหา

ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความสัมพันธ์

1.1 ขั้นการทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นการทบทวนความรู้ ความเข้าใจเดิมเกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียน โดย

1) ผู้สอนนำสถานการณ์ โจทย์ปัญหาที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ประกอบกับการใช้คำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนระลึกถึงความรู้เดิม

2) นักเรียนระลึกถึงความรู้ความเข้าใจเดิมที่ตนมีอยู่ และแสดงความรู้โดยใช้ภาษาพูดหรือ ภาษาเขียน

1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ เป็นขั้นการสร้างความสัมพันธ์ เชื่อมโยงความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ไปสู่ความรู้ใหม่ในเนื้อหาที่จะเรียน เพื่อให้ นักเรียนพิจารณาเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาใหม่กับเนื้อหาเดิมว่ามีความสัมพันธ์ที่เหมือนกันหรือไม่ อย่างไร โดย

1) ผู้สอนยกสถานการณ์หรือ โจทย์ปัญหาที่ทำท่ายและสร้างความขัดแย้งทางความคิด ให้กับนักเรียนมีความสงสัย โกรธรู้ และเกิดความท้อท่ายในการคิด

2) ผู้สอนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ

3) ฝึกให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกต และมีประสบการณ์ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย

4) นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ

ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม

2.1 ขั้นการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหาลักษณะรูปแบบ / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง โดย

1) ผู้สอนออกแบบโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยตนเองหลากหลายรูปแบบ

2) ผู้สอนจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์ที่เอื้อต่อการทดลอง ลงมือปฏิบัติ มีการแลกเปลี่ยนความรู้ วิธีการคิด ระหว่างผู้เรียนด้วยกันเองทั้งที่อยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียน

3) ฝึกให้ผู้เรียนได้แสดงการอ้างอิงเหตุผลระดับ ได้แก่ การอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่วไป และการอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย และใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต ได้แก่ กลวิธีแบบชัดเจน กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย

4) นักเรียนวางแผน กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

5) นักเรียนทดลอง ปฏิบัติ แก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีการแสดงการอ้างอิงเหตุผลหลากหลายระดับ และใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อนำไปสู่การสร้างสรุปได้อย่างถูกต้อง

2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์ เป็นขั้นการค้นหาและขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของข้อมูลทำให้ผลลัพธ์ที่มีความสอดคล้องกันทั่วทุกกรณีหรือไม่ ควบคู่กับการสังเกตคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบ และตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ โดย

1) ผู้สอนออกแบบโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์แบบปลายเปิดที่ื้อโอกาสให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหาแบบรูปหรือปรากฏการณ์ และกระบวนการแก้ปัญหาดด้วยตนเองหลากหลายแบบ

2) ผู้สอนใช้คำถามเพื่อมุ่งกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา

3) นักเรียนทดลองค้นหา สังเกตคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา และฝึกใช้การอ้างเหตุผลประกอบแนวความคิดและกลวิธีที่ช่วยในการคำตอบ

4) นักเรียนตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลทุกกรณีหรือไม่

5) ผู้เรียนร่วมกับการแลกเปลี่ยนสื่อสาร วิธีการคิด การอ้างเหตุผล และกลวิธีที่ใช้ในการอ้างเหตุผลภายในกลุ่ม และระหว่างกลุ่ม

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป

3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม เป็นขั้นที่ผู้เรียนหาคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาจากกรณีตัวอย่าง ๆ กรณี เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ โดยครูจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกต ประกอบกับการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของผู้เรียน และไตร่ตรองความคิด รวมทั้งจัดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้เอื้อต่อการแลกเปลี่ยนและสื่อสารแนวคิด

1. ผู้สอนออกแบบกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอต่อการสร้างข้อสรุป

2. ผู้สอนจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกต ประกอบกับการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นสังเกตคุณลักษณะร่วมของ แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา จนผู้เรียนสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์ได้

3. นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของกรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี

3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป เป็นขั้นการสร้างข้อสรุปที่กฎเกณฑ์ด้วยตนเอง โดยผ่านการพิจารณา สังเกต และเปรียบเทียบกรณีตัวอย่างหลายๆ กรณี จนสามารถค้นหาคุณลักษณะร่วมและสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเองประกอบกับการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปนั้นได้ โดย

1. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนทดลอง ฝึกปฏิบัติสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ประกอบใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดทบทวน ไตร่ตรองวิธีคิดของตน

2. จัดสถานการณ์ที่เอื้อให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและผู้เรียนด้วยกัน

3. นักเรียนสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปของกฎ สูตร แบบรูป และอธิบายความหมายของข้อสรุปทั้งที่อยู่ในรูปของภาษาเขียนและภาษาพูด

4. นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนวิธีคิด และอธิบายข้อสรุปที่ได้ระหว่างผู้เรียนด้วยกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้

ขั้นการประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนนำกฎ หลักการ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ใน โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์อื่น ๆ หรือเป็นการนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาใหม่และใน ชีวิตประจำวัน โดย

- 1) ผู้สอนเตรียมโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติ จากระดับง่ายไปสู่ระดับยาก
- 2) ผู้เรียนวางแผนในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ ผู้สอนกำหนดให้
- 3) ผู้เรียนนำความรู้ที่เคยเรียนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ ใหม่

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถ ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดำเนินการการวัดและประเมินผลการเรียนของนักเรียน 3 ระยะ ได้แก่ การวัดและประเมินผลก่อน เรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. การวัดและประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ในระยะก่อนการใช้กระบวนการ เรียนการสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้วิธีประเมินจากแบบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. การวัดและประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ในระยะระหว่างการใช้กระบวนการ เรียนการสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้วิธีประเมินจากการตอบคำถาม การอภิปรายในชั้นเรียนและผลงานการปฏิบัติของผู้เรียน
3. การวัดและประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ในระยะหลังการใช้กระบวนการเรียน การสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้วิธีประเมินจากแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป

การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อประเมินคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อประเมินคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน แบ่งเป็น 2 ช่วง ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบด้วย

1.1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

1.2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

1.1.1 การวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตารางที่ 18

ตารางที่ 18 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	df	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t
				\bar{x}	SD	\bar{x}	SD	
ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต	40	39	32	12.08	2.89	28.20	2.03	48.793*

* $p < .05$

จากตารางที่ 18 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.1.2 การวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตารางที่ 19

ตารางที่ 19 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	df	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t
				\bar{x}	SD	\bar{x}	SD	
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	40	39	32	13.30	2.85	28.93	2.02	35.432*

* $p < .05$

จากตารางที่ 19 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

1.2.1 การวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตารางที่ 20

ตารางที่ 20 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	df	คะแนนเต็ม	\bar{x}	SD	t
กลุ่มทดลอง	40	61.80	32	28.20	2.03	9.587*
กลุ่มควบคุม	39			22.15	3.39	

* $p < .05$

จากตารางที่ 20 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตของหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2.2 การวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตารางที่ 21

ตารางที่ 21 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	df	คะแนนเต็ม	\bar{x}	SD	t
กลุ่มทดลอง	40	61.78	32	28.93	2.02	9.399*
กลุ่มควบคุม	39			23.03	3.38	

* $p < .05$

จากตารางที่ 21 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพดำเนินการโดยผู้วิจัยนำผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการตรวจแบบฝึกหัดและการตอบคำถามในชั้นเรียน ผลการสัมภาษณ์แบบไม่เป็นทางการ รวมทั้งผลการปฏิบัติการสอน ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปของนักเรียนกลุ่มทดลองจากแบบบันทึกของครู มาจัดหมวดหมู่ตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อหาข้อสรุปและประเมินคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสามารถแบ่งได้ 2 ด้าน ดังนี้

2.1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต

การจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต โดยผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียน

การสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสามารถสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง โดยเริ่มตั้งแต่ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ขั้นการปฏิบัติ ขั้นการสร้างข้อสรุป และขั้นการประยุกต์ความรู้ ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการดังกล่าว สามารถสรุปได้ดังนี้

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

จากการพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการตรวจแบบฝึกหัดและพฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน พบว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนประมาณร้อยละ 50 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาที่นำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องได้ เมื่อนักเรียนเผชิญปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่าแต่ละพจน์ในแบบรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าของแต่ละพจน์ในแบบรูป และไม่สามารถวิเคราะห์หากฎเกณฑ์ของแบบรูปได้ เช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนกล่องและจำนวนสติ๊กเกอร์ที่ติดบนหน้ากล่อง นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่าทำไมกล่อง 1 ใบ สามารถติดสติ๊กเกอร์ได้ 6 ตัว และทำไมกล่อง 2 ใบ ถึงติดสติ๊กเกอร์ได้ 10 ตัว กล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่าจำนวนหน้าของกล่องสี่เหลี่ยมที่วางซ้อนกันเกิดจากการนับจำนวนหน้าของกล่อง โดยไม่นับหน้าทีวางซ้อนกัน จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่าจำนวนกล่องและจำนวนสติ๊กเกอร์มีความสัมพันธ์กันอย่างไร แต่หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านไป 5 สัปดาห์นักเรียนเริ่มสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ข้อมูลในโจทย์ปัญหามากขึ้น เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนลูกปัดสีดำและลูกปัดสีขาว ดังภาพ



ภาพที่ 1

ภาพที่ 2

ภาพที่ 3

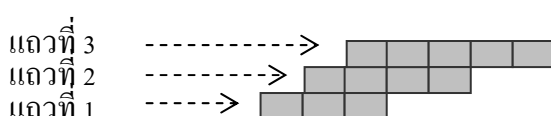
นักเรียนสามารถวิเคราะห์ได้ว่าแต่ละภาพจำนวนลูกปัดสีดำเพิ่มขึ้นทีละ 1 ลูกปัดสีขาวจะเพิ่มขึ้นทีละ 2 แต่ไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่าถ้าหากจำนวนลูกปัดสีดำเพิ่มขึ้น 10, 11, 12 หรือ n ลูกปัดสีขาวจะเพิ่มขึ้นเท่าใด กล่าวคือ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่อยู่ใกล้เคียงได้เท่านั้น แต่ไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของพจน์ที่อยู่ไกลได้ หลังจากที่ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนในสัปดาห์ที่ 8 นักเรียนสามารถวิเคราะห์องค์ประกอบสำคัญของข้อมูลได้ สามารถอธิบายได้ว่าองค์ประกอบต่าง ๆ ของโจทย์ปัญหามีความสัมพันธ์กันอย่างไร นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ในภาพรวม ไม่เป็นส่วน ๆ เช่น สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างค่าของแต่ละพจน์ได้ว่าอยู่ในรูป “ค่าของพจน์ถัดไป เท่ากับ ค่าของพจน์ก่อนหน้า บวกผลต่างระหว่างพจน์” เช่น ครูถามนักเรียนว่า จากแบบรูปที่กำหนดให้ จำนวนคือ 5 และ 6 จะมีค่าเป็นเท่าใด

	3	8	13	18	—	—
จำนวนที่	1	2	3	4	5	6	

นักเรียนให้คำตอบว่า “23 กับ 28” เมื่อครูซักถามเหตุผล นักเรียนได้ชี้ไปที่จำนวนที่หนึ่งและสอง พร้อมกับกล่าวว่า “สองจำนวนนี้ห่างกัน 5” จากนั้นได้เปรียบเทียบกับจำนวนที่สองกับสาม และสามกับสี่ว่า “จำนวนที่สองกับสามก็ห่างกัน 5 และจำนวนที่สี่กับสามก็ห่างกัน 5 ดังนั้นจำนวนที่ห้า จึงห่างจำนวนที่สี่อยู่ 5 จะได้จำนวนที่ห้า เท่ากับ 18 บวกด้วย 5”

การสร้างข้อสรุป

จากการพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการสังเกตพฤติกรรมการซักถามและตอบคำถามของนักเรียนและการร่วมกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน รวมทั้งการตรวจแบบฝึกหัด พบว่าในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนน้อยที่สามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเองและการให้เหตุผลยังไม่มีระบบแบบแผน กล่าวคือ เลือกเอาข้อมูลเฉพาะส่วนใดส่วนหนึ่งจากที่กำหนดให้มาเป็นข้อสรุป ไม่มีการอธิบายที่มาอย่างเป็นลำดับตอน ซึ่งเป็นเพียงการกล่าวอ้างว่าได้มาจากข้อมูลที่อยู่ในโจทย์ปัญหาเท่านั้น ซึ่งไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุผล การสร้างข้อสรุปดังกล่าวนี้เป็นวิธีที่นักเรียนใช้มากที่สุด นอกจากนี้ยังพบว่าการนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปของนักเรียนยังไม่ถูกต้อง มีความคลุมเครือและไม่คงเส้นคงวา หยิบยกประเด็นหรือข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการให้เหตุผล เมื่อนักเรียนเผชิญกับโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป นักเรียนไม่สามารถสร้างกฎเกณฑ์ที่เป็นข้อสรุปของแบบรูปนั้นได้ วิธีการที่ใช้ในการสร้างข้อสรุปเกิดจากการเดาหรือใช้การอ้างเหตุผลที่ไม่มีหลักฐานชัดเจน อีกทั้งยังพบว่า แบบรูปที่ใช้ในการหาพจน์หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านไป 5 สัปดาห์นักเรียนเริ่มสามารถสร้างข้อสรุปได้เพียงบางส่วน เช่น เมื่อนักเรียนเผชิญปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป นักเรียนจะสามารถหาพจน์ถัดไปพจน์ที่อยู่ใกล้ ๆ ของแบบรูปได้ แต่ไม่สามารถหาค่าพจน์ที่อยู่ไกล ๆ และพจน์ทั่วไปของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ วิธีการที่ใช้ในการสร้างข้อสรุปจะใช้ความสัมพันธ์แบบเวียนเกิดในรูป *ค่าของพจน์ถัดไป* เท่ากับ *ค่าของพจน์ก่อนหน้า* บวก *ผลต่างระหว่างพจน์* คือ ต้องอาศัยค่าของพจน์ก่อนหน้าในการหาค่าของพจน์ต่อไป เช่น การหาพจน์ที่ 4 หรือแถวที่ 4 ดังภาพข้างล่าง



นักเรียนส่วนใหญ่จะใช้วิธีการหาผลต่างระหว่างพจน์หรือแถว ซึ่งได้เท่ากับ 1 ทำให้ได้จำนวนพจน์ที่ 4 หรือ แถวที่ 4 เท่ากับ จำนวนรูปสี่เหลี่ยมในแถวที่สาม บวกกับ 1 สำหรับกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการหาข้อสรุป ส่วนใหญ่จะใช้กลวิธีแบบชัดเจน โดยใช้วิธีการคิดคำนวณ หรือใช้เทคนิคการนับเข้ามาช่วยในการหาสรุป หลังจากที่ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน

สอนในสัปดาห์ที่ 8 พบได้ว่า นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล และใช้วิธีการให้เหตุผลที่มีระบบแบบแผน กล่าวคือ นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนที่มาของการสร้างข้อสรุปได้ มีการอ้างเหตุผลโดยนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างชัดเจนและเป็นลำดับที่ต่อเนื่องเชื่อมโยงกันตลอดของการได้มาซึ่งข้อสรุป ส่วนใหญ่ข้อสรุปที่นักเรียนสร้างขึ้นจะใช้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นหลัก โดยพิจารณาค่าของแต่ละพจน์ต้น ๆ แล้วพยายามค้นหาสูตรที่ทำให้แต่ละพจน์นั้นเป็นจริง แล้วจึงสรุปว่าสูตรนั้นใช้ได้จริงกับทุก ๆ พจน์ เช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนกล่องและจำนวนสติ๊กเกอร์ที่ติดบนหน้ากล่อง นักเรียนสามารถค้นพบได้ว่า จำนวนสติ๊กเกอร์ เท่ากับ จำนวนกล่องบวก 2 และอธิบายได้ว่า

กล่อง 1 ใบ สามารถติดสติ๊กเกอร์จำนวน 6 ตัว	เกิดจาก 1 คูณ 4 แล้วบวก 2
กล่อง 2 ใบ สามารถติดสติ๊กเกอร์จำนวน 10 ตัว	เกิดจาก 2 คูณ 4 แล้วบวก 2
กล่อง 3 ใบ สามารถติดสติ๊กเกอร์จำนวน 14 ตัว	เกิดจาก 3 คูณ 4 แล้วบวก 2
กล่อง 4 ใบ สามารถติดสติ๊กเกอร์จำนวน 18 ตัว	เกิดจาก 4 คูณ 4 แล้วบวก 2

และ กล่อง n ใบ สามารถติดสติ๊กเกอร์จำนวน $4n + 2$ ตัว เกิดจาก n คูณ 4 แล้วบวก 2

นอกจากนี้ยังพบว่า ในสัปดาห์นี้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้กลวิธีแบบกระทำซ้ำมากที่สุดในการสร้างข้อสรุป โดยจะใช้วิธีการเพิ่มจำนวนจากค่าตั้งต้นที่มีอยู่แล้ว ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้มีลักษณะเป็นแบบรูปที่เป็นค่าต่อเนื่องไปจากค่าตั้งตั้งด้วยค่าที่เท่า ๆ กัน เช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาจำนวนสติ๊กเกอร์ที่ติดอยู่บนกล่องหลายๆ ใบ โดยนักเรียนจะคิดจาก กล่อง 1 ใบสามารถติดสติ๊กเกอร์ได้ 6 ตัว เมื่อนำกล่องมาเพิ่มทีละ 1 กล่อง จำนวนสติ๊กเกอร์ที่ติดก็ย่อมเพิ่มขึ้นด้วยจำนวนที่เท่า ๆ กัน

การยืนยันข้อสรุป

จากการพิจารณาข้อมูลที่ได้จากตรวจแบบฝึกหัดและการสัมภาษณ์อย่างไม่เป็นทางการ พบว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในสองสัปดาห์แรก นักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีการตรวจสอบข้อสรุปที่ตนสร้างขึ้น มีนักเรียนเพียง 7-8 คนที่มีการคิดทบทวนหรือตรวจสอบข้อสรุปของตนอีกครั้งเพื่อให้แน่ใจว่าข้อสรุปที่ได้นั้นมีความถูกต้อง แต่เมื่อผู้เรียนได้รับการฝึกปฏิบัติตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น พบได้ว่านักเรียนร้อยละ 80 คิดทบทวนเกี่ยวกับข้อสรุปที่สร้างขึ้นมา และตรวจสอบย้อนกลับของข้อสรุปที่ได้เกือบทุกครั้ง ดังแสดงได้จากคำตอบที่ครูผู้สอนถามว่า “มันใจในคำตอบไหม” ซึ่งนักเรียนให้คำตอบว่า “มันใจครับ” จากนั้นครูถามต่อว่า “มันใจได้อย่างไร” นักเรียนได้กล่าวว่า “ก็ลองเติม 1, 2, 3 เข้าไปเช็คในสูตร ถ้าตรงตามในสูตรนั้น ก็ใช้ได้ครับ”

2.2 ด้านความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวาง
 นัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียน
 การสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ตั้งแต่ขั้นการสร้างความสัมพันธ์
 ขั้นการปฏิบัติ ขั้นการสร้างข้อสรุป และขั้นการประยุกต์ความรู้ ในแต่ละขั้นของกระบวนการเรียน
 การสอน ผู้วิจัยได้เน้นให้ผู้เรียนมีการสื่อสาร นำเสนอแนวคิด อธิบายแนวความคิด โดยอาศัย
 หลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบกับการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้คำศัพท์
 สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แผนภูมิ รูปภาพ แสดงความหมายและความสัมพันธ์
 ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผลของจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอน
 สามารถสรุปได้ดังนี้

ภาษาทางคณิตศาสตร์

จากการพิจารณาการตอบคำถามของนักเรียน การนำเสนอผลงานหน้าชั้น
 เรียน และการตรวจแบบฝึกหัด ในด้านความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่าใน
 ระยะเริ่มต้นของการใช้กระบวนการเรียนการสอน มีนักเรียนบางส่วนยังใช้ภาษา สัญลักษณ์ทาง
 คณิตศาสตร์แทนข้อความไม่ถูกต้อง เช่น ผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 80 จะได้
 เป็น $(x-y)^2 = 80$ เมื่อให้ x และ y เป็นจำนวนทั้งสอง หลังจากนักเรียนได้รับการชี้แนะจากครูผู้สอน
 และนักเรียนฝึกการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนประโยคข้อความมากขึ้น สังเกตได้ว่า ใน
 สัปดาห์ที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เช่น กำลังสองของผลบวก
 ของสองจำนวนนี้มากกว่ากำลังสองของผลต่างของจำนวนนี้อยู่ 40 เขียนได้เป็น $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 40$
 อีกทั้งยังสามารถเขียนสูตรโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จากข้อความ “จำนวนลูกปัดสีขาว =
 (จำนวนลูกปัดสีดำ $\times 2$) + 2” เป็น “จำนวนลูกปัดสีขาว = $(a \times 2) + 2$ ”

การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์

จากการพิจารณาการนำเสนอวิธีคิดของนักเรียน และการตรวจแบบฝึกหัด
 ประกอบกับการสัมภาษณ์แบบไม่เป็นทางการ พบว่า ในระยะเริ่มต้นของการใช้กระบวนการเรียน
 การสอน นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถนำเสนอหรืออธิบายแนวคิดของตนเองได้ เมื่อนักเรียนได้รับ
 การฝึกโดยการอธิบายวิธีคิดระหว่างเพื่อนนักเรียนในกลุ่มย่อย และการออกมานำเสนอผลงานหน้า
 ชั้นเรียน และมีการซักถาม ตอบคำถามระหว่างครูกับนักเรียนมากขึ้น ผลการจัดกิจกรรมดังกล่าวพบ
 ได้ว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถพูดอธิบายแนวคิดโดยนำหลักการทางคณิตศาสตร์ และยกเหตุผลมา
 ประกอบได้ถูกต้อง อย่างไรก็ตามยังมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถนำเสนอแนวคิดได้เกือบสมบูรณ์

แต่ยังขาดรายละเอียดเงื่อนไขบางประการที่จำเป็น ส่วนในช่วงหลังของการใช้กระบวนการเรียนการสอน พบได้ว่านักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้น สามารถอธิบายวิธีคิดได้ถูกต้องและชัดเจน โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้อง เมื่อครูซักถามถึงเหตุผลของการได้มาซึ่งคำตอบ ผู้เรียนสามารถยกเหตุผลมาประกอบแนวคิดของตนเองได้อย่างชัดเจน และมีรายละเอียดเพียงพอที่ทำให้ผู้ฟังสามารถเข้าใจแนวคิดนั้นได้

ความชัดเจนในการนำเสนอ

จากการพิจารณาการนำเสนอวิธีคิดของนักเรียน และการสัมภาษณ์แบบไม่เป็นทางการ พบว่า ในการใช้กระบวนการเรียนในสองสัปดาห์แรก นักเรียนบางส่วนไม่สามารถนำเสนอแนวคิดได้ถูกต้องและชัดเจน สืบเนื่องจากพูดวกวนและไม่มีความลงเส้นคงวา การแสดงวิธีทำในแบบฝึกหัดนั้น นักเรียนส่วนใหญ่จะใช้วิธีลัดเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่รวดเร็ว บางขั้นตอนไม่ได้มีการแสดงกำกับไว้ ทำให้คำตอบที่นักเรียนได้มาไม่มีความสมบูรณ์ และการแสดงเหตุผลของนักเรียนบางส่วนยังไม่มี ความสมเหตุสมผลและชัดเจนมากนัก กล่าวคือ นักเรียนจะใช้การให้เหตุผลเป็นลักษณะของการเทียบสัดส่วน เช่น บอกว่า “กล่อง 1 ใบสามารถติดสติ๊กเกอร์ได้ 6 ตัว ถ้าหากกล่อง 2 ใบ จะต้องติดสติ๊กเกอร์ 12 ตัว” โดยที่นักเรียนไม่ได้พิจารณาว่า เมื่อนำกล่องมาติดกัน ทำให้ผิวหน้าของกล่องที่อยู่ติดกันจะต้องหักลบออกไป แสดงว่าสติ๊กเกอร์ที่ติดจะต้องนำ 12 หักออกไป 2 ตัว ดังนั้นจำนวนสติ๊กเกอร์ที่ติดกล่อง 2 ใบมีจำนวน 10 ตัว แต่เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์จากการทำแบบฝึกหัดที่เน้นให้นักเรียนแสดงวิธีทำประกอบกับการให้เหตุผล และมีการนำเสนอแนวคิดของตนเองออกมาทั้งภาษาพูดและภาษาเขียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้น มีการนำเสนอแนวคิดได้อย่างชัดเจนและมีระบบมากขึ้น สามารถใช้ข้อมูลประกอบการให้เหตุผลได้ถูกต้อง

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์การวิจัย 2 ข้อ ดังนี้ 1) พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 2) ศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้เรียน โดยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปก่อนและหลังการทดลอง และเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มที่ได้เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปกับกลุ่มปกติ

การดำเนินการวิจัยเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ดังกล่าวข้างต้นแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

1. การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. การศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการวางนัยทั่วไป
3. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป
4. การตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนและการแก้ไขปรับปรุง
 - 4.1 การตรวจสอบกระบวนการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น โดยผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอนและสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน
 - 4.2 การตรวจสอบกระบวนการเรียนการสอนโดยการนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นไปดำเนินการสอนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นนำผลของการสอนในแต่ละครั้งมาสะท้อนผลและนำไปปรับปรุงแก้ไขขั้นตอนการเรียนการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในครั้งต่อไป

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น

การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้นเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง เป็นการนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นตามกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างเพื่อประเมินคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น

ผู้วิจัยศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 หลักสูตรสถานศึกษา 2550 หนังสือเรียนและแนวทางในการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์แล้วเลือกเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 เรื่อง คือ ระบบสมการและเศษส่วนของพหุนาม จากนั้นเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ 2 ชุด โดยแผนการจัดการเรียนรู้ชุดที่ 1 กำหนดขั้นตอนหลักในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนในกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป แผนการจัดการเรียนรู้ชุดที่ 2 กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ ซึ่งในแต่ละแผนประกอบด้วย ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวนชั่วโมง จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระ กิจกรรมการเรียนรู้ และการประเมินการเรียนรู้

2. พัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์เอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จากนั้นนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของแบบวัด และนำแบบวัดไปทดลองใช้เพื่อหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนกและค่าความเที่ยงของแบบวัด โดยมีผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดดังแสดงในภาคผนวก

3. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต "พิบูลบำเพ็ญ" มหาวิทยาลัยบูรพา โดยการนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในปีการศึกษาที่ผ่านมาของนักเรียนที่เลือกเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม แล้วใช้วิธีการจับคู่ (Matched pair) นักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน จากนั้นแยกนักเรียนแต่ละคู่โดยการจับสลาก เพื่อแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 ห้องเรียน แล้วทดสอบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของทั้งสองห้องพบว่าไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากนั้นสุ่มแบบไม่เจาะจงด้วยวิธีจับสลากเพื่อจัดห้องเรียนเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4. ดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน โดยใช้แบบแผนการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) แบบสองกลุ่มวัดผลก่อนและหลังการทดลอง (The Pretest-Posttest concol Group Design) โดยดำเนินการเป็น 3 ระยะ คือ 1) การดำเนินการก่อนการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน ผู้วิจัยดำเนินการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการ

สื่อสารทางคณิตศาสตร์ 2) การดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ใช้เวลาสอนห้องละ 24 คาบ ๆ ละ 1 ชั่วโมง เป็นเวลา 12 สัปดาห์ 3) การดำเนินการหลังการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบวัดคู่ขนานกับแบบวัดที่ใช้วัดผลก่อนการทดลอง

5. วิเคราะห์ข้อมูล

5.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ดำเนินการวิเคราะห์คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS/PC⁺ for WINDOW ดังนี้

5.1.1 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ด้วยการใช้สถิติ t-test for dependent

5.1.2 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ด้วยการใช้สถิติ t-test for dependent

5.1.3 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตหลังเรียน ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการใช้สถิติ t-test for independent

5.1.4 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการใช้สถิติ t-test for independent

5.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ใช้วิธีการวิเคราะห์จากแบบบันทึกสำหรับครู แบบบันทึกการตรวจใบงาน/ใบกิจกรรม และแบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนในกลุ่มทดลอง แล้วนำข้อมูลทั้งหมดที่ได้มาสรุปและจัดหมวดหมู่

สรุปผลการวิจัย

การสรุปผลการวิจัย มีการนำเสนอ 2 ประเด็น คือ ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนและผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

1. ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ประการ คือ หลักการ วัตถุประสงค์ และขั้นตอนการเรียนการสอน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1.1 หลักการ

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีหลักการสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1) หลักการสร้างเชื่อมโยงของข้อมูล

การเรียนรู้เนื้อหาใหม่ โดยการเชื่อมโยงเนื้อหาเดิมที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์เข้าไปสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เนื้อหาใหม่ได้ง่ายขึ้นและเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย

2) หลักการปฏิบัติ

การให้นักเรียนได้เน้นลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา ตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง ประกอบกับการแสดงเหตุผลในการหาคำตอบ จะช่วยทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ พัฒนาความรู้ความเข้าใจขึ้นได้ด้วยตนเอง สามารถสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

3) หลักการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยการนำเสนอ แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประสบการณ์ระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนด้วยกัน ฝึกการให้เหตุผลประกอบการอธิบาย ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมาย จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนไตร่ตรองความคิดของตนเอง เกิดความชัดเจนในการคิดมากขึ้น เรียนรู้วิธีการคิดที่หลากหลายจากเพื่อนนักเรียนด้วยกัน ซึ่งจะช่วยขยายมุมมองของนักเรียนให้กว้างขึ้น

4) หลักการสร้างข้อสรุป

การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป ที่ประกอบด้วย การหาความสัมพันธ์ การค้นหา การขยาย การหาเอกลักษณ์ การนิยาม และการนำไปใช้

ประกอบกับการนำการอ้างอิงเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เข้ามาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปขึ้นได้ด้วยตนเอง

5) หลักการนำความรู้ไปใช้

การให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับจากการเรียนทั้งทางด้านความรู้เนื้อหาวิชา และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ จะช่วยทำให้ความรู้ที่ได้มีความคงทนและพัฒนาไปสู่ความรู้ใหม่

1.2 วัตถุประสงค์

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ 2 ประการ ดังนี้

1. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต
2. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1.3 ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนนี้มีขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความสัมพันธ์

1.1 ขั้นการทบทวนความรู้เดิม

ขั้นทบทวนความรู้เดิมเป็นขั้นทบทวนความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน โดยผู้สอนนำสถานการณ์โจทย์ปัญหาที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ประกอบกับการใช้คำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนระลึกถึงความรู้ความเข้าใจเดิม

1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ เป็นขั้นการสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ไปสู่ความรู้ใหม่ในเนื้อหาที่จะเรียน เพื่อให้ นักเรียนพิจารณาเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาใหม่กับเนื้อหาเดิมว่ามีความสัมพันธ์ที่เหมือนกันหรือไม่อย่างไร โดยครูจัดสถานการณ์ที่หลากหลายให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางความคิด มีความสงสัยใคร่รู้ และเกิดความท้าทายในการคิด ประกอบกับครูใช้การซักถามและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนในชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม

2.1 ขั้นการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหาแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์ที่เอื้อต่อการทดลอง ลงมือปฏิบัติ มีการแลกเปลี่ยนความรู้ วิธีการคิด วิธีการแก้ปัญหาระหว่างผู้เรียนด้วยตนเองทั้งที่อยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียน ประกอบกับฝึกให้ผู้เรียนได้แสดงการอ้างอิงเหตุผลในหลายระดับคือ การอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไป และการอ้างเหตุผลแบบนิรนัย และใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต คือ กลวิธีแบบชัดเจนชัดแจ้ง กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย โดยมีผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางเมื่อผู้เรียนประสบปัญหาในการหาคำตอบ รวมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักการวางแผน กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์ เป็นขั้นการค้นหาและขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของข้อมูลทำให้ผลลัพธ์ที่มีความสอดคล้องกันทั่วทุกกรณีหรือไม่ ควบคู่กับการสังเกตคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบ และตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยครูจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนมีการปฏิสัมพันธ์กันโดยใช้กระบวนการกลุ่ม และการเรียนรู้แบบร่วมมือ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียน ได้แสดงความคิดเห็นโต้แย้ง และแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป

3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม เป็นขั้นที่ผู้เรียนหาคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ โดยครูจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกต ประกอบกับการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของผู้เรียน และไตร่ตรองความคิด รวมทั้งจัดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้เอื้อต่อการแลกเปลี่ยนและสื่อสารแนวคิด

3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป เป็นขั้นการสร้างข้อสรุปที่กฎเกณฑ์ ประกอบกับการอธิบายความหมายความสัมพันธ์ของกฎเกณฑ์นั้นได้ โดยผู้สอนช่วยจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ทดลอง ฝึกปฏิบัติ สร้างข้อสรุปด้วยตนเอง แก้ปัญหาของตนเองระหว่างผู้เรียนด้วยกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้

ขั้นการประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนนำกฎ หลักการ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ในโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์อื่น ๆ โดยผู้สอนจัดการเรียนการสอนที่สนับสนุนให้ผู้เรียนมีการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

2. ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการนำกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปใช้ในสถานการณ์จริงด้วยแบบแผนการวิจัยกึ่งทดลองแบบมีกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองโดยมีการวัดและประเมินผล 2 ระยะ คือ ทดสอบก่อนเรียนและทดสอบหลังเรียน กลุ่มทดลองได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติตามแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

- 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปมีความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
- 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
- 3) นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปมีความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ
- 4) นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ
- 5) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพจากแบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรม แบบบันทึกของครู พบว่า การเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปอย่างเป็นเหตุเป็นผล และสามารถอธิบายแนวความคิดโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประเด็นในการอภิปราย 2 ประเด็น คือ กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น และผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การอภิปรายผลจากกระบวนการเรียนการสอน

การอภิปรายผลกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีประเด็นอภิปรายดังนี้

- 1.1 กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา

ปีที่ 3 พัฒนาขึ้นอย่างเป็นระบบ แต่ละขั้นตอนของการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน และเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องกันจากขั้นแรกไปสู่ขั้นสุดท้าย โดยเริ่มจากการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานช่วงชั้นที่ 3 และการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งในด้านสภาพปัจจุบันและสภาพปัญหาด้านการจัดการเรียนการสอน เพื่อนำมาเป็นข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้สนองตอบต่อสภาพปัญหาที่เกิดขึ้น ซึ่งพบว่าปัญหาเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ควรได้รับการพัฒนา เมื่อได้ข้อมูลเบื้องต้นแล้วจึงเริ่มจากการศึกษาและสังเคราะห์สาระสำคัญของกระบวนการตามกระบวนการวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ แล้วนำสาระสำคัญที่ได้จากการสังเคราะห์มากำหนดเป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอน และเชื่อมโยงหลักการนั้นมาสู่ขั้นตอนการเรียนการสอน เมื่อได้ขั้นตอนการเรียนการสอนแล้ว มีการนำกระบวนการเรียนการสอนไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบและนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอน จากนั้นจึงนำกระบวนการเรียนการสอนไปทดลองสอน เพื่อนำผลการสอนมาสะท้อนผลแล้วปรับปรุงแก้ไขการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีคุณภาพยิ่งขึ้น จากนั้นจึงนำไปสอนกับกลุ่มตัวอย่าง ในระหว่างการสอนได้มีการปรับปรุงคุณภาพของการจัดการเรียนการสอนโดยการนำวงจร PDCA ที่ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การวางแผนการสอน 2) การทดลองสอน 3) การตรวจสอบผลการทดลอง และ 4) การปรับปรุง มาใช้ในการพัฒนาและปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างให้สอดคล้องเหมาะสมกับสภาพผู้เรียนและเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ กล่าวโดยสรุปได้ว่าการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนนี้มีการดำเนินการอย่างเป็นระบบ

1.2 จุดเด่นของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนนี้มีขั้นตอนที่แตกต่างจากขั้นตอนการเรียนการสอนตามแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติที่ใช้ทั่วไปในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน เป็นขั้นของการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียน โดยการใช้การสนทนา ชักถาม ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นการสอนเนื้อหาใหม่ให้นักเรียนเข้าใจกฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท โดยการอธิบายประกอบการยกตัวอย่าง ซึ่งดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป เป็นขั้นของการให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญจากบทเรียน และ ขั้นที่ 4 ขั้นฝึกทักษะ เป็นขั้นการนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ การเรียนการสอนแบบปกติ ผู้สอนจะเน้นการอธิบายกฎ สูตร ทฤษฎี และมีการยกตัวอย่างประกอบ เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในกฎ สูตร และทฤษฎีนั้น จากนั้นจึงจะ

ใช้การฝึกทักษะให้นักเรียนเกิดความชำนาญ สำหรับขั้นตอนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวาง
 นัยทั่วไปนั้นมีขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้นเช่นเดียวกัน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความสัมพันธ์
 เป็นขั้นทบทวนความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาเดิม แล้วเชื่อมโยงความรู้เดิมเข้าสู่เนื้อหาใหม่ โดยการยก
 สถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่ท้าทายและสร้างความขัดแย้งทางความคิด ประกอบกับการใช้
 คำถามนำ ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสำรวจค้นหาแบบรูป / ปรากฏการณ์ /
 กระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และควบคุมกับการสังเกตตรวจสอบ พิสูจน์ว่าผลที่เกิดขึ้นว่ามี
 ความถูกต้องและสมเหตุสมผลทุกกรณีหรือไม่ ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป เป็นขั้นตอนที่นักเรียน
 หาคุณลักษณะร่วมของแบบรูป/ ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา และสามารถสรุปเป็น
 กฎเกณฑ์ได้ ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนมาไป
 ประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ลักษณะเด่นของกระบวนการเรียนการสอนนี้ คือ
 นักเรียนจะเป็นผู้สร้างข้อสรุปด้วยตนเองจากการทดลอง การค้นหา การวิเคราะห์ความสัมพันธ์
 การตรวจสอบและยืนยันข้อสรุป รวมทั้งมีการสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนด้วยกัน
 ประกอบกับในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนมีการนำกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลและ
 การอ้างเหตุผลเข้ามาช่วยในการสร้างข้อสรุป ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการสร้างข้อสรุป
 ได้เร็วขึ้นและข้อสรุปที่ได้มีความถูกต้องและสมเหตุสมผล

กระบวนการเรียนการสอนนี้เหมาะสมกับการจัดการเรียนการสอนในยุคปัจจุบัน
 ที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ
 พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ที่ส่งเสริมการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่
 เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ

1.3 กระบวนการเรียนการสอนสอดคล้องกับการเสริมสร้างความสามารถในการให้
 เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กระบวนการเรียนการสอนนี้สอดคล้องกับการเสริมสร้างความสามารถใน
 การให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเนื่องจากกระบวนการเรียน
 การสอนนี้มีหลักการที่นำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสาร
 ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) หลักการสร้างเชื่อมโยงของข้อมูล นักเรียนจะคิดเชื่อมโยง
 ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาเดิมกับเนื้อหาใหม่ โดยการระลึก สืบหา ตรวจสอบว่าเนื้อหาใหม่มี
 ลักษณะเหมือนกันหรือคล้ายคลึงกับเนื้อหาเดิมอย่างไร ในกระบวนการนี้จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้
 เนื้อหาใหม่ง่ายขึ้นและเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย 2) หลักการปฏิบัติ นักเรียนจะเป็นผู้ลงมือ
 ปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา ตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง ประกอบกับการแสดงเหตุผลในการหา
 คำตอบ จะช่วยทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ พัฒนาความรู้ความเข้าใจขึ้นได้ด้วยตนเอง สามารถ
 สร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้ง 3) หลักการปฏิสัมพันธ์กับ
 สิ่งแวดล้อม นักเรียนจะมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและประสบการณ์ระหว่างครูกับนักเรียน

และนักเรียนด้วยกัน ฝึกการให้เหตุผลประกอบการอธิบาย ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อความหมาย จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนไตร่ตรองความคิดของตนเอง เกิดความชัดเจน ในการคิดมากขึ้น เรียนรู้วิธีการคิดที่หลากหลายจากเพื่อนนักเรียนด้วยกัน ซึ่งจะช่วยขยายมุมมอง ของนักเรียนให้กว้างขึ้น 4) หลักการสร้างข้อสรุป นักเรียนจะปฏิบัติกิจกรรมโดยผ่านขั้นตอนของ กระบวนการวางนัยทั่วไป ที่ประกอบด้วย การหาความสัมพันธ์ การค้นหา การขยาย การหา เอกลักษณะ การนิยาม และการนำไปใช้ ประกอบกับการนำการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการ ให้เหตุผลทางพีชคณิตและทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เข้ามาช่วยในการสร้างข้อสรุป ในกระบวนการ นี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปขึ้นได้ด้วยตนเองได้อย่าง ถูกต้องและสมเหตุสมผล 5) หลักการนำความรู้ไปใช้ นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับจากการเรียนทั้ง ทางด้านความรู้เนื้อหาวิชาและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ จะ ช่วยทำให้ความรู้ที่ได้มีความคงทน และพัฒนาไปสู่ความรู้ใหม่

2. การอภิปรายจากผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล มีประเด็นที่นำมาอภิปราย ดังนี้

2.1 ผลของกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทาง พีชคณิต

ผลการวิจัยครั้งนี้เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ กล่าวคือ 1) กลุ่มทดลองมีคะแนน เฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ .05 และ 2) กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผลการวิจัยดังกล่าวแสดงให้เห็น ว่า กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทาง พีชคณิตได้ เนื่องจากปัจจัยหลายประการดังนี้

ประการแรก กระบวนการเรียนการสอนประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอน ที่มีกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต ดังนี้

ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนพิจารณาเชื่อมโยง ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาใหม่กับเนื้อหาเดิม ในขั้นนี้นักเรียนต้องใช้การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ว่าเนื้อหาใหม่มีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างจากเนื้อหาเดิมอย่างไร แนวทางการหาคำตอบที่เคยใช้ กับเนื้อหาเดิมนำมาใช้กับเนื้อหาใหม่ได้หรือไม่ ซึ่งกระบวนการวิเคราะห์ความสัมพันธ์นี้ถือเป็นส่วน หนึ่งของการคิดอย่างมีเหตุผล หากนักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ดังกล่าวได้จะช่วยให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ได้เร็วขึ้น ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าการฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ของข้อมูลน่าจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเพิ่มขึ้น

ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม เป็นการฝึกปฏิบัติ ค้นหา ตรวจสอบ และขยาย ขอบเขตของความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุป ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องอาศัยการให้เหตุผลเข้ามาช่วยในการตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ ในการปฏิบัติกิจกรรมในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องมีส่วนร่วมอภิปรายในชั้นเรียน มีการสื่อสาร อธิบาย แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน นักเรียนจะต้องอธิบายเหตุผลเพื่อประกอบวิธีการคิดของตน หรือหากพบว่าวิธีคิดใดไม่ถูกต้องนักเรียนจะต้องแสดงเหตุผลคัดค้าน หรือโต้แย้งวิธีคิดนั้นได้ ในกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวนี้อาจส่งผลทำให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านการให้เหตุผลเพิ่มมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลของ Guilford และ Hoepfner (1971: 28-32) ที่ได้กล่าวสรุปว่า ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น าคาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผลของแนวความคิดโดยการอธิบาย รูปแบบ และตรงกับแนวคิดของ Molly (1999, อ้างใน อัมพร ม้าคอง 2547: 98) ที่ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลในระดับมัธยมศึกษา โดยเสนอให้ผู้สอนใช้การสืบสอบในการส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา

ขั้นการสร้างข้อสรุป เป็นการหาคุณลักษณะร่วมของข้อมูลเพื่ออธิบาย และกำหนดข้อความเพื่อสรุปเป็นกฎเกณฑ์ ในขั้นนี้นักเรียนต้องสามารถอธิบายถึงการได้มาซึ่งกฎเกณฑ์หรือข้อสรุปนั้นได้ ประกอบกับการยืนยันกฎเกณฑ์หรือข้อสรุปนั้นได้อย่างสมเหตุสมผล หรือแสดงการคัดค้านกฎเกณฑ์หรือข้อสรุปนั้นเมื่อพบว่าไม่ถูกต้อง

ขั้นการประยุกต์ความรู้ เป็นการนำกฎเกณฑ์ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ นักเรียนจะต้องอาศัยการคิดเชื่อมโยงเพื่อประยุกต์กฎเกณฑ์ที่ได้ไปใช้กับสถานการณ์ใหม่ ในการคิดดังกล่าวนักเรียนจะต้องสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่ากฎเกณฑ์นั้นเหมาะสมกับสถานการณ์ใหม่อย่างไร

กล่าวโดยสรุปในกระบวนการเรียนการสอนดังกล่าว ประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้น ได้แก่ 1) ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ 2) ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม 3) ขั้นการสร้างข้อสรุป และ 4) ขั้นการประยุกต์ความรู้ ในแต่ละขั้นตอนจะมีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน ในการจัดการเรียนการสอนแต่ละครั้งประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน ซึ่งจะมีลักษณะคล้ายกับเป็น วงจรปฏิบัติ เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกด้วยขั้นตอนการเรียนการสอนหลาย ๆ วงจรปฏิบัติอย่างต่อเนื่อง อาจช่วยทำให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในด้านการให้เหตุผลเพิ่มมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Ellis (2007) ที่พบว่า การกระทำซ้ำของวงจรการปฏิบัติ/การสะท้อนผลในกระบวนการวางนัยทั่วไป ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การหาความสัมพันธ์ (Relating) 2) การค้นหา (Searching) 3) การขยาย (Extending) 4) การหาเอกลักษณ์หรือข้อความ (Identification or Statement) 5) การนิยาม (Definition) 6) การนำไปใช้ (Influence) ช่วยส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทาง

พีชคณิต อีกทั้งงานวิจัยของ Townsend (2005) ที่พบว่ากิจกรรมการวางนัยทั่วไปช่วยกระตุ้นให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิด อธิบายเหตุผลของตน

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้วิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับลักษณะกิจกรรมการเรียนรู้ ลักษณะของนักเรียน สภาพและบริบทในชั้นเรียน ซึ่งผลของจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวนี้อาจส่งผลต่อพัฒนาการด้านการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานทดลองของเลวิน (สุภาพร บุญหนัก, 2544: 76, อ้างใน Levin, 1979) ที่ได้ทดลองสอนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ประเทศอิสราเอล พบว่า ความสามารถด้านการคิดอย่างมีเหตุผลสามารถสอนได้ ถ้าจัดประสบการณ์การเรียนรู้หรือวิธีสอนอย่างเหมาะสม และตรงกับคำกล่าวของ Taba (อ้างใน Joyce and weil, 1996: 131) ที่ว่าการคิดสามารถสอนได้

ประการที่สอง ในขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนของกลุ่มทดลองได้นั้นให้นักเรียนใช้การอ้างเหตุผลหลายระดับได้แก่ 1) การอ้างอิงบุคคลอื่น 2) การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ 3) การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่วไป และ 4) การอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย ในการอ้างเหตุผลจะช่วยให้ นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลและถูกต้อง และช่วยฝึกให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลเพื่อประกอบตัดสินใจในการได้มาซึ่งคำตอบ ซึ่งน่าจะส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน สอดคล้องกับผลงานวิจัยของ Lamin (2007) ที่พบว่านักเรียนที่ใช้การอ้างเหตุผลเชิงประจักษ์ในระหว่างการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน จะมีความสามารถในการสร้างข้อสรุปและให้เหตุผลเพิ่มขึ้น และตรงกับแนวคิดของ Lin (2001) ที่ได้กล่าวว่าการอ้างเหตุผลจัดเป็นหน้าตาสำหรับการมองเห็นภาพกว้างของการวางนัยทั่วไปและเป็นการมองเห็นลึกซึ้งเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

ประการที่สาม ผลเนื่องจากการฝึกปฏิบัตินักเรียนตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นอย่างต่อเนื่องเป็นระยะเวลาหนึ่ง ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้วิธีการสร้างความรู้ และเรียนรู้ทักษะที่จำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ ได้แก่ ทักษะสังเกต การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ การสังเคราะห์ข้อมูล อาจเป็นผลทำให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเพิ่มขึ้น

ประการที่สี่ การปรับปรุงคุณภาพการจัดการเรียนการสอนในขั้นตอนการเรียนการสอน โดยใช้วงจร PDCA ทั้งหมด 5 วงจร แต่ละวงจรประกอบด้วย การวางแผน การทดลองสอน การตรวจสอบผลการสอนตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น และการปรับปรุงแก้ไข ในวงจร PDCA จะเริ่มจากการวางแผนการสอน โดยการเขียนแผนตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนา แล้วนำไปสู่การปฏิบัติการสอน และนำผลที่ได้จากการการปฏิบัติมาตรวจสอบผลการสอนตามขั้นตอนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นว่าพบปัญหาหรืออุปสรรคอะไรบ้าง จากนั้นผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการปฏิบัติมาปรับปรุงแก้ไข เพื่อนำไปสู่การวางแผนการสอนในวงจรถัดไป และดำเนินการในลักษณะเช่นนี้จนสิ้นสุดการเรียนการสอน ผลการปฏิบัติดังกล่าวอาจทำให้การจัด

กิจกรรมการเรียนการสอนมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับเนื้อหาวิชาที่เรียนและลักษณะการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลเพิ่มขึ้น

อย่างไรก็ตาม ในช่วงแรกของการใช้กระบวนการเรียนการสอนนี้ พบว่าผู้วิจัยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในขั้นการปฏิบัติกิจกรรมและการสร้างข้อสรุปค่อนข้างมาก เพราะในขั้นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นขั้นที่ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติ ค้นหา ตรวจสอบ สังเกตและขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุป โดยพื้นฐานแล้วนักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคยกับทักษะการค้นหา การตรวจสอบและการสังเกต ทำให้นักเรียนไม่สามารถสังเกตและมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ หรือไม่มีความมั่นใจว่าสิ่งที่ตนมองเห็นความสัมพันธ์นั้นถูกต้องหรือไม่ ส่งผลไปสู่ขั้นการสร้างข้อสรุปซึ่งเป็นขั้นของการหาคุณลักษณะร่วมของปรากฏการณ์ เพื่ออธิบายและกำหนดข้อความเพื่อสรุปเป็นกฎเกณฑ์ นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้ จึงใช้วิธีการลองผิดลองถูก หรือถ้าหากสร้างข้อสรุปขึ้นได้ด้วยตนเอง จะไม่มั่นใจว่าเป็นข้อสรุปที่ถูกต้องหรือไม่ แต่เมื่อมีการฝึกซ้ำ ๆ กันโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นในระยะเวลาหนึ่ง นักเรียนจะมีทักษะการสังเกตและการวิเคราะห์ความสัมพันธ์มากขึ้น จะพบได้ว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และสร้างข้อสรุปด้วยตนเองได้เร็วขึ้น

2.2 ผลของกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยครั้งนี้เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ กล่าวคือ 1) กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผลการวิจัยดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสามารถส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากปัจจัยหลายประการดังนี้

ประการแรก กลุ่มทดลองได้เรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น ซึ่งมีกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนมีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างครูและนักเรียน กล่าวคือ ในขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมเป็นขั้นตอนที่เน้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติทดลอง ค้นหา แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนจะต้องมีการแลกเปลี่ยนความรู้ วิธีการคิดระหว่างนักเรียนด้วยกันเองทั้งที่อยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียน ประกอบกับใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมาย สำหรับในขั้นตอนที่ 3 นักเรียนได้นำเสนอข้อสรุปประกอบการอธิบายข้อสรุป และแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ หรือแสดงการคัดค้านเมื่อพบว่าข้อสรุปนั้นไม่ถูกต้อง ซึ่งการปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนการเรียนการสอนดังกล่าวอาจส่งผลทำให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านการสื่อสาร

ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น สอดคล้องกับสภากรคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 26) ที่ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และสื่อสารให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ซึ่งถือว่าเป็นกลยุทธ์สำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และตรงกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993: 9-11 , อ้างใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540: 46) ที่ได้กล่าวว่าการเรียนที่เน้นการอภิปรายภายในกลุ่ม เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารโดยตรง

ประการที่สอง การฝึกให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนในกระบวนการเรียนการสอนอย่างต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนสามารถอธิบายแนวความคิดโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี กล่าวแสดงความคิดเห็น ยืนยัน หรือคัดค้านเมื่อพบว่าวิธีการคิดนั้นไม่ถูกต้อง อาจช่วยทำให้นักเรียนมีพัฒนาการในการสื่อสารเพิ่มขึ้น สอดคล้องกับกรมวิชาการ (2546: 201) ที่ได้เสนอ แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ฝึกทักษะ/กระบวนการด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ประการที่สาม โจทย์ปัญหาที่ผู้สอนมอบหมายให้นักเรียนทำในชั้นเรียนและแบบทดสอบ ได้ออกแบบเพื่อให้นักเรียนแสดงวิธีการคิด การสื่อสารโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการสื่อสารโดยใช้ภาษาเขียนมากขึ้น เมื่อพิจารณาพื้นฐานของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแล้ว พบว่านักเรียนไม่ได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารทางการเขียนมากนัก โดยสังเกตจากการทำแบบฝึกหัดและข้อสอบที่ใช้ จะเน้นให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว ไม่ได้เน้นให้แสดงวิธีทำ ทำให้นักเรียนเรียนรู้วิธีการคิดลัดเพื่อให้ได้คำตอบที่รวดเร็ว ส่งผลให้นักเรียนไม่เห็นความสำคัญของการเขียนมากนัก เมื่อให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบ จึงกลายเป็นเรื่องที่ยากและน่าเบื่อสำหรับนักเรียนเพราะไม่รู้ว่าจะเริ่มต้นเขียนอย่างไร ดังนั้นเมื่อกลุ่มทดลองได้รับการฝึกใช้การสื่อสารทางการเขียนผ่านการทำแบบฝึกหัดอยู่เสมอและต่อเนื่อง น่าจะส่งผลทำให้นักเรียนมีพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ประการที่สี่ การปรับปรุงคุณภาพการจัดการเรียนการสอนในขั้นตอนการเรียนการสอน โดยใช้วงจร PDCA กล่าวคือ เป็นการปรับปรุงคุณภาพการจัดการเรียนการสอน โดยนำผลการปฏิบัติมาตรวจสอบและสะท้อนผล แล้วนำผลที่ได้มาพัฒนาและปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในครั้งต่อไป ซึ่งการพัฒนาและปรับปรุงแผนการจัดการเรียนการสอนจะดำเนินอยู่ตลอดในช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จนกระทั่งสิ้นสุดการเรียนการสอน ผลการปฏิบัติดังกล่าวอาจทำให้การจัดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีความเหมาะสมกับลักษณะเนื้อหาวิชา

และเอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

ข้อสังเกตของการใช้กระบวนการเรียนการสอนนี้ จะพบว่าความสามารถในการสื่อสารของนักเรียนยังประสบปัญหาในระยะเริ่มต้นของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน กล่าวคือนักเรียนไม่สามารถอธิบายลำดับขั้นตอนการทำงาน ขาดการแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป และไม่สามารถแปลงประโยคข้อความให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ แต่เมื่อนักเรียนค่อย ๆ ได้รับความฝึกฝนโดยใช้การสื่อสารทั้งการพูดและการเขียน มีการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาของตนเองในลักษณะที่ไม่เป็นทางการจนกระทั่งไปสู่ภาษาที่เป็นทางการ จะสังเกตได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาทางด้าน การสื่อสารเพิ่มขึ้น กล่าวคือ นักเรียนสามารถอธิบาย ชี้แจง แสดงเหตุผลให้ผู้อื่นได้เข้าใจได้ มีการใช้เครื่องหมายและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งสามารถเขียนแสดงวิธีคิดของตนออกมาอยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียนได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

จากผลการวิจัยครั้งนี้มีข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้ ดังนี้

1.1 ข้อเสนอแนะสำหรับผู้บริหาร

11.1 ผู้บริหารควรสนับสนุนให้ครูนำกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไปใช้ โดยส่งเสริมให้ครูมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจจัดให้มีการประชุมเชิงปฏิบัติการ เพื่อให้ครูมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้อง

11.2 ผู้บริหารมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สามารถใช้กระบวนการนี้เป็นทางเลือกในการส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และควรสนับสนุนให้ครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่นนำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้

1.2 ข้อเสนอแนะสำหรับครู คีษานិเทศก์ และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์

1.2.1 กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปนี้เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่มีวัตถุประสงค์เฉพาะเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กิจกรรมสำคัญของกระบวนการเรียนการสอนนี้สำหรับครูคือการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ การสร้างโจทย์ปัญหา และการใช้คำถาม

ที่เน้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลและใช้สื่อสารทางคณิตศาสตร์ การนำกลวิธีมาใช้ให้เหมาะสมกับ โจทย์ปัญหา ส่วนกิจกรรมสำคัญของนักเรียนคือ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการสังเกตเพื่อ ค้นหาลักษณะร่วมของข้อมูล การสร้างข้อสรุป การตรวจสอบและยืนยันข้อสรุป การแสดงเหตุผล ของการได้มาซึ่งข้อสรุป รวมทั้งการสื่อสารโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ทั้งอยู่ในรูปภาษาพูดและ ภาษาเขียน ดังนั้นเมื่อนำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้สิ่งที่ครูควรพิจารณาในเบื้องต้น คือ

1) โจทย์ปัญหาที่นำมาใช้ต้องเหมาะสำหรับการให้เหตุผลและการสื่อสารโดยใช้ ภาษาทางคณิตศาสตร์

2) การใช้คำถามในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน ควรมุ่ง พัฒนาให้นักเรียนเกิดการคิดในระดับสูง เช่น การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การสังเคราะห์ข้อมูล การตัดสินใจ เป็นต้น และควรเป็นคำถามที่เจาะลึกแนวคิดของนักเรียน

3) ในช่วงแรกของการปฏิบัติกิจกรรมและขั้นตอนการสร้างสรุปอาจควรใช้ เวลาค่อนข้างมากกว่าขั้นอื่น ๆ เพราะนักเรียนจะต้องลงมือปฏิบัติ ค้นหา ตรวจสอบคุณลักษณะ ร่วม ไปจนถึงการสร้างข้อสรุป ในสองขั้นดังกล่าวนักเรียนจะต้องอาศัยทักษะต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็น การจำแนก การสังเกต สังเคราะห์ การตัดสินใจ ในระยะเริ่มต้นนักเรียนอาจต้องอาศัยการลองผิด ลองถูกเป็นบางครั้ง แต่เมื่อนักเรียนเกิดความคุ้นเคยและมีทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์ และ การคิด สังเคราะห์เพิ่มขึ้น นักเรียนจะสามารถสร้างข้อสรุปได้เร็วขึ้น

1.2.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการเรียน การสอน ครูสามารถเลือกใช้วิธีสอนหรือเทคนิคการสอนได้อย่างหลากหลาย โดยพิจารณาตามความ เหมาะสมและสอดคล้องกับขั้นตอนการเรียนการสอน เนื้อหาสาระ ความรู้ความเข้าใจเดิมของ นักเรียนและบริบทของการเรียนการสอน เป็นต้น

1.2.3 ครูที่นำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้ ควรตระหนักถึงบทบาทของครู ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรมีลักษณะเป็นสร้างเป็นผู้อำนวยความสะดวก ชี้นำ และ วิธีการเรียนรู้มากกว่าเป็นผู้ควบคุมการเรียนรู้ ดังนั้นครูจึงควรศึกษาและทำความเข้าใจบทบาทของ ตนให้ชัดเจนก่อนนำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้

1.2.4 การฝึกให้นักเรียนอ้างเหตุผลทุกครั้งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู เพราะจะทำให้ นักเรียนตระหนักว่าการได้มาซึ่งคำตอบนั้นจะต้องมีที่มาและมีเหตุผลรองรับและสอดคล้องกับ คำตอบเสมอ สามารถยืนยันได้ว่าคำตอบที่ได้นั้นมีความถูกต้องและสมเหตุสมผล

1.2.5 ครูต้องจัดสถานการณ์ที่เอื้อให้นักเรียนแสดงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง โดยภาษาเขียนและภาษาพูด โดยใช้ทั้งสัญลักษณ์หรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย หรือพูดนำเสนอแนวความคิดของตนเองให้กับเพื่อนร่วมชั้นเรียน

1.2.6 ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นโดยปราศจากความกังวล สนับสนุนให้นักเรียนกล้าแสดงออก กล้าคิด กล้าตัดสินใจ กล้ายืนหยัดและคัดค้านเมื่อความคิดเห็นไม่ตรงกัน

1.2.7 ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนนำวิธีการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนนี้ ซึ่งได้แก่ การสำรวจข้อมูล การสังเกต การคิดวิเคราะห์ การตัดสินใจ การอภิปรายซักถามร่วมกับบุคคลอื่น ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อตนเองในการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่นและในการดำเนินชีวิตประจำวัน

1.2.8 เป้าหมายสำคัญของการใช้กระบวนการเรียนการสอนนี้คือ การให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นครูควรออกแบบและจัดสิ่งแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้ได้อย่างเต็มที่

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาผลของการใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปกับนักเรียนระดับการศึกษาอื่น ๆ เช่น ระดับประถมศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เป็นต้น

2.2 ควรมีการศึกษาผลของการใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปที่มีผลต่อตัวแปรอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการเชื่อมโยง ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

2.3 ควรมีการศึกษาผลของการใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีการแบ่งระดับตามผลการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาความเหมาะสมและข้อจำกัดของกระบวนการเรียนการสอนต่อนักเรียนในระดับผลการเรียนในระดับต่าง ๆ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กาญจนา นาคสกุล. (2550). **ยุทธศาสตร์-ยุทธวิธี** [ออนไลน์]. แหล่งที่มา:

<http://www.royin.go.th/th/knowledge/detail.php?ID=206>[2551, กุมภาพันธ์ 4]

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย
ล้มเหลวจริงหรือ. **คณิตศาสตร์**. 46(474-475): 54-58.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. (2540). **การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง**.

กรุงเทพมหานคร: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.

เจ็ดศักดิ์ ชุมนุช. (2540). **นิรมิตนิยม-ทฤษฎีการสร้างความรู้โดยผู้เรียน (Constructivism)**.

ใน **รวมบทความบทเรียน: นวัตกรรมจากโครงการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์**.

กรุงเทพมหานคร: สำนักงานประสานงานโครงการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์

กระทรวงศึกษาธิการ.

ณัชชา กมล. (2548). **กรอบแสดงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา**

ตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุณิปบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2547). **ความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับมาตรฐานและสาระการเรียนรู้กลุ่ม**

คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. ใน **พร้อมพรรณ**

อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการและ

การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, หน้า 21. กรุงเทพมหานคร:

บริษัทพิชการพิมพ์.

ทิสนา แคมมณี. (2548). **ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มี**

ประสิทธิภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิสนา แคมมณี, ศิริชัย กาญจนานันท์, พิมพ์พันธ์ุ เดชะคุปต์, ศรีนทร วิทยะสิรินันท์, นวลจิตต์

เชาว์กิตติพงษ์ และ ปัทมศิริ ชีรานุรักษ์. (2544). **วิทยาการด้านการคิด**.

กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

ธิดารัตน์ พรหมณะ. (2546). **การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสาร**

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ สำหรับนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ.

- ยุพิน พิพิธกุล. (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.
- เลิศ สิทธิโกศล. (2540). คณิตศาสตร์พื้นฐาน. กรุงเทพมหานคร: สกายบุ๊ก.
- วิชาการ, กรม. (2539). การประเมินผลจากสภาพจริง. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- วิชาการ, กรม. (2543). การจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์พัฒนาหลักสูตร.
- วิชาการ, กรม. (2543). เอกสารชุดเทคนิคการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์พัฒนาหลักสูตร.
- วิชาการ, กรม. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: กระทรวงศึกษาธิการ.
- วิชาการ, กรม. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: กระทรวงศึกษาธิการ.
- วิชาการ, กรม. (2546). คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: กระทรวงศึกษาธิการ.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). เอกสารวิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพมหานคร: เอส.พี.เอ็น การพิมพ์.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2543). มาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: หจก. ส เจริญ การพิมพ์.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ OECD/PISA [ออนไลน์]. แหล่งที่มา: <http://www.ipst.ac.th/pisa/index.html> [2551, ธันวาคม 25]
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุณศึกษิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- สมัย เหล่าวานิชย์. (2525). **หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร:
ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุนีย์ คล้ายนิล. (2547). **การรู้คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนวัยจบการศึกษาภาคบังคับ**.
[ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://www.ipst.ac.th/magazine/mag129/129_9.pdf
[2553, กุมภาพันธ์ 7]
- สุนีย์ เหมาะะประสิทธิ์. (2542). **ทฤษฎีสรณนิยม (Constructivism)**. กรุงเทพฯ:
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุภาพร บุญหนัก. (2544). **การพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการแก้ปัญหา
เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต,
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2544). **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่ง
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อรทัย มูลคำ และ สุวิทย์ มูลคำ. (2544). **Child centered: Storyline Method: การบูรณาการ
หลักสูตรและการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ**. กรุงเทพมหานคร:
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
- อัมพร ม้าคอง. (2543). **การสอนตามแนวคิดทฤษฎี Constructivist ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์**.
วารสารครุศาสตร์. 29(กรกฎาคม-ตุลาคม): 74-80.
- อัมพร ม้าคอง. (2547). **การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน**
**พร้อมพรรณ อุดมสินและอัมพร ม้าคอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการ
และการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**, หน้า 97-98. กรุงเทพมหานคร:
บริษัทพิชการพิมพ์.

ภาษาอังกฤษ

- Arend, R. I. (1994). **Learning to teach**. 3rd ed. New York: McGraw-Hill.
- Barker, D. D. (2007). **Teachers' knowledge of algebraic reasoning: its organization for instruction**. Doctoral Dissertation, Faculty of the Graduate School, University of Missouri-Columbia.
- Baroody, A. J. (1993). **Problem solving, reasoning, and communication, K-8: Helping children think mathematically**. New York: Macmillan.
- Baroody, A. J. and Coslick, R. T. (1998). **Fostering children mathematical power : An investigating approach to K-8 mathematics instruction**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Association. New York: Academic Press.
- Biggs, J. B., and Collis, K. F. (1982). Evaluating the quality of learning: the solo taxonomy (structure of observed learning outcomes).
- Blanton, M. L., and Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**. 36: 412-446.
- Booth, L. R. (1989). The research agenda in algebra: A mathematical education perspective. In S. Wagner & C. Kieran. **Research in the learning and teaching of algebra**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Buschman, L. (1995). Communication in the language of mathematics. **Teaching children mathematics**. 1(6): 324-329.
- California State Department of Education. (1989). **California Generalized Rubric for Math**. [online]. Available from: http://www.intranet.cps.k12.il.us/Assessments/Ideas_and_Rubrics/Rubric_Bank/MathRubrics.pdf [2008, October 22]
- Carpenter, T. P., and Levi, L. (2000). **Developing conceptions of Algebraic reasoning in primary grades**. [online]. Available from: <http://www.wcer.wisc.edu/ncisla> [2008, October 22]
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. **Education research**. 23(7): 13-20.
- Davis School District. (2000). **Instructional-design**. Farmington: Macmillan.

- Ellis, A. B. (2007). Connections between generalizing and justifying: Student' reasoning with linear relationships. **Journal for Research in Mathematics Education**. 38: 194-229.
- Ellis and Maxwell (1995). **Constructivism**. New Jersey: Prentic-Hall.
- Ernest, P. (2000). Teaching and learning mathematics. In Kashy, V., Ernest, P. and Casey, R. (eds.), **Mathematics for primary teachers**. London: Routlege.
- Fensell, F. and Rowan, T. (2001). Representation: an important process for teaching and learning mathematics. **Teaching children mathematics**. 7(5): 188-302.
- Fosnot. C. T. (1996). **Constructivism: Theory perspective and practice**. New York: Teacher College Press.
- Good, C. V. (1973). **Dictionary of Education**. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book.
- Goodrich, H. (1997). Understanding rubrics. **Education Leadership (Teaching for Authentic Student Performance)**. 54(4): 14-17.
- Greenwood, J.J. (1993). On the nature of teaching and assessing mathematics power and mathematics thinking. **Arithmetic Teacher**. 41(3): 144-152.
- Guilford, J. P. and Hoepfner. (1971). **The Analysis of Intelligence**. New York: McGraw-Hill.
- Healy L., and Hoyles C. (1998). Justifying and proving in school mathematics. New York: McGraw-Hill.
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., and Battey, D. (2007). Professional development focused on children' s algebraic reasoning in elementary school. **Journal for Research in Mathematics Education**. 38: 258-288.
- Johanning, (2000). An analysis of writing and post writing group collaboration in middle school pre-algebra. **School science and mathematics**. 10(3): 151-160.
- Joyce and Weil. (1996). **Model of teaching**. Boston: Allyn & Bacon.
- Kaput, J. J. (1999). **Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum**. Washington, DC: National Academic Press.
- Kennedy, L. M., and Tipps, S. (1994). **Guilding Children's Learning of Mathematics**. 7th ed. Belmont, California: Woodworth Publishing.

- Krogh, S. L. (1994). **Educating young children infancy to grade three**. New York: McGrawHill.
- Krulik, S., and Rudnick, J. (1993). **Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers**. Boston: Allyn and Bacon.
- Lannin, J. K. (2007). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. **Mathematical Thinking and Learning**. 7: 231-258.
- Lappan, G. and Schram, P. (1989). Communication and Reasoning: Critical Dimensions of Sense Making in mathematics. **New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook**. pp.14-30. Reston: Virginia.
- Lewis, M., Graves, I. and Sanchez, L. (2006). **Enhancing mathematical discourse in elementary classroom**. [online]. Available from: [www. http://portal.acm.org/dl.cfm?coll=portal&dI=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033](http://portal.acm.org/dl.cfm?coll=portal&dI=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033) [2007, December 20]
- Lin, R. C. (2001). The production of meaning for algebra: A perspective based on a theoretical model of semantic fields. **Perspectives on school algebra**. Dordrecht: Kluwer.
- Martin, R. E. (1994). **Teaching Science for all children**. Bonton: A division of simon & Schuster.
- Maurer, S. B. (1995). The recursive paradigm: Suppose we already knew. **School Science and Mathematics**. 2: 91-96.
- Mumme, J. and Shepherd, N. (1993). Communication in mathematics. in **Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standard**. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Murray State University. (2006). **Algebraic Reasoning**. [online]. Available from: [www. http://campus.murraystate.edu/tsm/tsm118/Ch2/Ch2_5/Ch2_5htm](http://campus.murraystate.edu/tsm/tsm118/Ch2/Ch2_5/Ch2_5htm) [2007, December 20]
- Nathan, M. J. and Koedinger, K. R. (2000). Teachers' and researchers' beliefs about the development of algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education** 31: 168-190.

- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for Schools Mathematics**. Reston: Virginia.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). **Curriculum and Evaluation Standards for Schools Mathematics**. Reston: Virginia.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). **Principle and Standards for Schools Mathematics**. Reston: Virginia.
- Organization for Economic Co-operation and Development. (2009). **PISA 2009 Assessment Framework Key competencies in reading, mathematics and science**. [online]. Available from: <http://www.oecd.org/dataoecd/11/40/44455820.pdf> [2009, eember 20]
- O'Daffer, P.G. and Phares G. (1990). "Inductive and Deductive Reasoning"
The Mathematics Teacher. 93(6): 378.
- O'Daffer, P.G. and Thornquist, B.A. (1993). Critical thinking, mathematical reasoning and proof. **Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics**. 9(7): 39-56. New York: Macmillan Publishing Company.
- Piaget, J. (1986). **The Psychology of intelligence**. London: Routledge & Kegan Paul.
- Pirie, S. E. B., and Kieren, T. E. (1989). Through the recursive eye: Mathematical understanding as a dynamic phenomenon. **Proceedings of the annual conference of the International group for the psychology of mathematics education**. 13: 119-126.
- Pirie, S. E. B., and Kieren, T. E. (1991). Folding back: Dynamic in the growth of mathematical understanding. **Proceedings of the conference of the international group for the psychology of mathematics education (PME)**. 15: 169-176.
- Pirie, S. E. B., and Kieren, T. E. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and how can we represent it?. **Education studies in mathematics** 26(3): 165-190.
- Prawat, R. S., and Floden, R. E. (1994). Philophical Perspective on constructivist view of learnind. **Education phychologist**. 29(1): 37-48.
- Prestege, S. (2002). Mathematics 11-16. In Haggarty, L. (ed.), **Aspects of teaching secondary mathematics: Perspectives on practice**, pp.24-37. London: RoutledgeFalmer.

- RAND Mathematics Study Panel. (2003). **Mathematical proficiency for all students: toward a strategic research and development program in mathematics education.** Santa Monica, CA: RAND.
- Reigeluth, M. C. (1983). **Instructional-design theories and model: An overview of their current status.** New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- RenShaw, P. D. (2541). **Constructivism and Application to Teaching.** เอกสารประกอบการบรรยายในการประชุมเชิงปฏิบัติ. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- Reys, R. E., and other. (2001). **Helping Children Learn Mathematics.** 7th ed. New York: John Wiley and Sons.
- Rodeheaver, L.D. (2000). **A case study of communication between secondary mathematics student, teacher and the cooperative teacher.** Dissertation abstracts International. 57(1): 61-03A.
- Romberg, T., and Spence, M. (1995). Some thoughts on algebra for the evolving work force. In C. Lacampagne, W. Blair, and J. Kaput (Eds.). **The Algebra Initiative Colloquium.** 2: 177-192.
- Rowan, T., and Morrow, L. J. (1993). Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards. **Reading, from the Arithmetic Teacher.** Reston: Virginia.
- Senne-Dibble, C. M. (1995). **An analysis of an authentic assessment technique: Comparing the spoken and written Teacher.** Reston: Virginia.
- Simon, M.A. and Blume, G. W. (1996). Justification in the mathematics classroom: A study of prospective elementary teachers. **Journal of Mathematical Behavior.** 15: 3-31.
- Swafford, J. O., and Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations. **Journal for Research in Mathematics Education.** 31: 89-112.
- Thurber, W. A. (1976). **Teaching Science in Today's Secondary School.** Boston: Allyn and Bacon.
- Townsend, B. E. (2005). **Examining secondary students' algebraic reasoning: flexibility and strategy use.** Doctoral Dissertation, Faculty of the Graduate School, University of Missouri-Columbia.
- Troutman, A. P. and Lichtenberg, B. K. (1998). **Mathematics a good beginning strategies for teaching children.** 3rd ed. University of South Florida. Brooks/Cole.

- Von, G. E. (1991). **Constructivism in Education**. In the international encyclopaedia of education. Esearch and studies. Supplementary Volume. New York: Pergamon Press.
- Winn, W. (1993). Instructional Design and Situated Learning: Paradox or Partnership? **Educational Technology**. 33: 16-21.
- Woolfolk, A. E. (1993). **Education Psychology**. 5th ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Yackel, E. (1997). A foundation for algebraic reasoning in the early grades. **Teaching Children Mathematics**. 3: 276-280.
- Zazkis, R., and Liljea, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. **Educational Studies in Mathematics**. 49: 379-402.




ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้
เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

ศูนย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางแผน
เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3**

ความเป็นมาและความสำคัญของกระบวนการเรียนการสอน

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดกรอบสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน เพื่อเป็นเกณฑ์ในการกำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐานและเมื่อเรียนจบในแต่ละช่วงชั้นไว้ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กำหนดประกอบด้วยสาระเกี่ยวกับเนื้อหาและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ การกำหนดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากนักการศึกษาคณิตศาสตร์ตระหนักถึงความสำคัญและจำเป็น เพราะทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหา คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และเมื่อเปรียบเทียบกับหลักสูตรเดิมจะเห็นว่าทักษะกระบวนการเหล่านี้ไม่ได้ปรากฏอยู่ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าหลักสูตรนี้ได้ให้ความสำคัญในเรื่องทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สูง นอกจากนี้ทักษะ/กระบวนการที่กำหนดไว้ในหลักสูตรนี้ก็ยิ่งกว้างกว่าเดิม และลึกซึ้งกว่าเดิม (ดวงเดือน อ่อนน่วม, 2547: 8)

จากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ผลปรากฏว่าผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี แต่ยังมีนักเรียนส่วนใหญ่ขาดความสามารถเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 1) ซึ่งจากผลประเมินวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชาติโครงการ TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) ที่พบว่า นักเรียนไทยทำข้อสอบที่ต้องใช้ความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ และยกเหตุผลประกอบ หรือเขียนข้อความยาว ๆ ไม่ได้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 34-35) และการประเมินผลนักเรียนในระดับนานาชาติ PISA (Program for International Student Assessment) ซึ่งประเมินเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดในสามด้าน คือ เนื้อหาคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ ปรากฏว่าประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 433 คะแนน (Organization for Economic Co-operation and Development, 2007) ในขณะที่คะแนนเฉลี่ยของ OECD เป็น 500

ซึ่งเป็นลำดับที่ 32 จากจำนวน 41 ประเทศที่เข้าร่วมโครงการ สภาพปัญหาดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับด้านทักษะด้านการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่เป็นอย่างมาก

จากปัญหาดังที่กล่าวมาแล้วสะท้อนให้เห็นว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่ยังประสบปัญหาเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เมื่อวิเคราะห์ถึงสาเหตุของปัญหาดังกล่าว พบได้ว่าลักษณะการเรียนการสอนอาจเป็นสาเหตุสำคัญหนึ่งของปัญหาด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังที่กิตติ พัฒนตระกูลสุข (2546: 54-58) ได้กล่าวว่าสาเหตุของปัญหาในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ยังเน้นความจำมากกว่าฝึกกระบวนการคิด เป็นการอธิบายและแสดงเหตุผลกำกับไว้โดยครูผู้สอนเอง และการสอนของครูมักเป็นรูปแบบของการสื่อสารทางเดียว

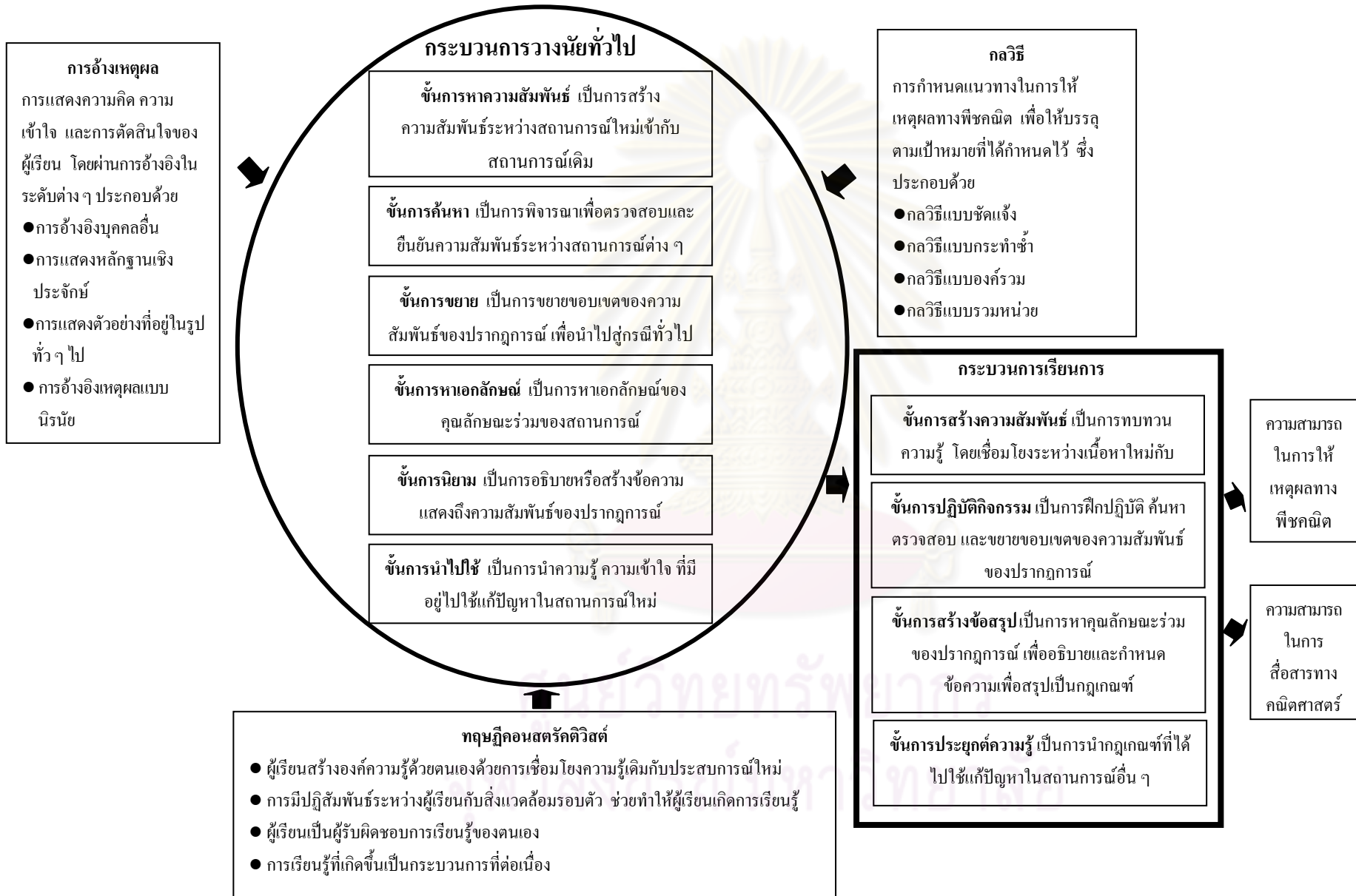
จากผลการศึกษาข้างต้น ได้ชี้ให้เห็นถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ยังไม่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ พบว่ากระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงให้เห็นได้ในงานวิจัยของ Ellis (2007) ซึ่งพบว่า การกระทำซ้ำของวงจรการปฏิบัติ/การสะท้อนผลในกระบวนการวางนัยทั่วไป เป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้ยังพบว่าปัจจัยสำคัญที่ช่วยส่งเสริมในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ การอ้างเหตุผลและการใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต อ้างเหตุผลเป็นการแสดงความคิด ความเข้าใจของผู้เรียน ประกอบกับการตัดสินใจ โดยผ่านการอ้างอิงในระดับต่าง ๆ ส่วนการใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิตเป็นตัวกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิตเพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ได้กำหนดไว้ สำหรับแนวการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ พบว่าทฤษฎีคอนสตรัคติวิซิมเป็นทฤษฎีที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ตนพบเห็นกับความรู้ความเข้าใจมาก่อน แต่เมื่อความรู้ใหม่ที่รับมาไม่สอดคล้องกับโครงสร้างทางปัญหา จะเกิดความขัดแย้งทางปัญญาเกิดขึ้น ทำให้ผู้เรียนต้องปรับโครงสร้างทางปัญญาเพื่อให้อยู่ในภาวะสมดุล ในการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิซิม ผู้เรียนจึงมีบทบาทในการเรียนรู้อย่างมาก ได้ศึกษา ค้นคว้า ทดลองปฏิบัติด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมอย่างตื่นตัว ผู้เรียนกับผู้สอนมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกัน มีการสื่อสาร แลกเปลี่ยนความคิดและประสบการณ์ต่าง ๆ

ดังนั้นจากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปมาบูรณาการร่วมกับการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงพัฒนา เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า กระบวนการวางนัยทั่วไป เป็นกระบวนการที่สามารถช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และองค์ประกอบสำคัญที่นำไปสู่การวางนัยทั่วไปได้อย่างถูกต้องและมีความสมเหตุสมผลพบได้ว่ามี 3 ประการ ได้แก่ การอ้างเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ผลจากการศึกษาดังกล่าวข้างต้น สามารถกำหนดองค์ประกอบที่ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในแผนภาพที่ 5

ศูนย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากแผนภาพที่ 5 แสดงให้เห็นว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะต้องอาศัยกระบวนการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นเพื่อมุ่งพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ในการสร้างกระบวนการเรียนการสอนครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำกระบวนการวางนัยทั่วไปของ Ellis (2007) มาใช้เป็นองค์ประกอบหลักในการสร้างกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งกระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นกระบวนการหาความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของทุก ๆ กรณี แล้วขยายไปสู่ในรูปของนัยทั่วไป เช่น กฎ โครงสร้าง และแบบรูป ในกระบวนการวางนัยทั่วไปประกอบด้วย 6 ขั้น ได้แก่ ขั้นการหาความสัมพันธ์ ขั้นการค้นหา ขั้นการขยาย ขั้นการหาเอกลักษณ์ ขั้นการนิยาม และขั้นการนำไปใช้ ในแต่ละขั้นสามารถช่วยในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังแสดงในผลงานวิจัยของ Ellis (2007)

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ พบว่า องค์ประกอบสำคัญที่สัมพันธ์เกี่ยวกับกระบวนการวางนัยทั่วไปและช่วยส่งเสริมให้กระบวนการวางนัยทั่วไปเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ มี 3 ประการ คือ การอ้างเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งองค์ประกอบทั้งสามจะมีความสัมพันธ์กันอยู่ตลอดเวลาและเกิดขึ้นควบคู่ไปกับการกระบวนการวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผลเป็นการแสดงความคิด ความเข้าใจ และการตัดสินใจของผู้เรียนโดยผ่านการอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่วไป และการอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผล ส่วนกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตเป็นการกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ได้กำหนดไว้ ในงานวิจัยนี้ใช้ 4 กลวิธี ประกอบด้วย กลวิธีแบบชัดเจน กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย สำหรับทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นทฤษฎีที่เกี่ยวกับการสร้างความรู้ที่เกิดขึ้นโดยผู้เรียน จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนพบกับประสบการณ์หรือสิ่งทีก่อให้เกิดความไม่สมดุลทางปัญญา ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดการคิดค้นทางปัญญาและเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่จนเกิดการปรับขยายโครงสร้างทางปัญญา และในที่สุดก็นำไปสู่การสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง

จากองค์ประกอบที่สำคัญดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยได้นำเอาองค์ประกอบเหล่านี้มาสร้างเป็นกระบวนการเรียนการสอน โดยนำกระบวนการวางนัยทั่วไปของ Ellis (2007) ที่ประกอบด้วย 6 ขั้น ได้แก่ ขั้นการหาความสัมพันธ์ ขั้นการค้นหา ขั้นการขยาย ขั้นการหาเอกลักษณ์ ขั้นการนิยาม และขั้นการนำไปใช้ มาบูรณาการร่วมกับการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแนวคิดตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ได้เป็นกระบวนการเรียนการสอน 4 ขั้น ประกอบด้วย ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม ขั้นการสร้างข้อสรุป และขั้นการประยุกต์ความรู้ ดังแผนภาพที่ 2

การบูรณาการระหว่างแนวการจัดการเรียนการสอนกระบวนการวางนัยทั่วไปร่วมกับการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์
1. การหาความสัมพันธ์ เป็นการทบทวนความรู้ โดยเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่เข้ากับเนื้อหาเดิม ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย และมีความท้าทายให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยจนเกิดความขัดแย้งทางความคิด
2. การค้นหา เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา และตรวจสอบ ความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ต่าง ๆ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เลือกใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการอ้างเหตุผลอย่างอิสระและหลากหลาย และมีการแลกเปลี่ยน แลกเปลี่ยนแนวคิด ประสบการณ์ร่วมกับเพื่อนผู้เรียนและผู้สอน
3. การขยาย เป็นการจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ส่งเสริมการใช้กระบวนการกลุ่ม การเรียนรู้แบบร่วมมือ และเน้นการใช้คำถามของครู ให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยน สื่อสาร อธิบายวิธีการคิดของตนระหว่างผู้เรียนด้วยกัน
4. การหาเอกลักษณ์หรือข้อความ เป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนรู้จักการสังเกตความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ พร้อมทั้งฝึกการสร้างข้อความที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป เช่น กฎ สูตร และแบบรูป โดยผู้สอนจัดสภาพการณ์ให้เรียนได้มีโอกาสแสดงความคิด ความเข้าใจของตนออกมาได้อย่างอิสระ
5. การนิยาม เป็นการฝึกให้ผู้เรียนสร้างข้อความเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่อยู่ในรูปกฎ สูตร และแบบรูป โดยใช้ภาษาของตนเอง โดยผู้สอนเน้นใช้คำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียนให้แสดงออกมาทั้งที่อยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียน
6. การนำไปใช้ เป็นการยกตัวอย่างสถานการณ์ใหม่ให้ผู้เรียนฝึกลงมือปฏิบัติ ค้นหา และทดลองหาคำตอบด้วยตนเอง พร้อมทั้งนำเสนอผลงานที่ได้ร่วมกับเพื่อนผู้เรียน โดยผู้สอนจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์ที่หลากหลาย และสนับสนุนให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนการเรียนการสอน
1. ขั้นการสร้างความสัมพันธ์ 1.1 ขั้นการทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นการทบทวนความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียน เพื่อใช้เป็นพื้นฐานที่ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่เรียน โดยครูจัดประสบการณ์ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนระลึกถึงความรู้เดิม 1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาใหม่กับเนื้อหาเดิม ว่ามีความสัมพันธ์ที่เหมือนกันหรือไม่ อย่างไร โดยครูจัดสถานการณ์ที่หลากหลายให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางความคิด มีความสงสัย ใ้รู้ และเกิดความท้าทายในการคิด
2. ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม 2.1 ขั้นการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง รวมทั้งมีการตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยครูจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์ที่เอื้อต่อการทดลอง ลงมือปฏิบัติ ประกอบกับฝึกให้ผู้เรียนได้แสดงการอ้างอิงเหตุผลและใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต 2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์ เป็นขั้นการค้นหาและขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของข้อมูลว่าให้ผลลัพธ์ที่มีความสอดคล้องกันทั่วทุกกรณีหรือไม่ โดยครูจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนมีการปฏิสัมพันธ์กัน ใช้กระบวนการกลุ่มและการเรียนรู้แบบร่วมมือ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นโต้แย้ง และแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน
3. ขั้นการสร้างข้อสรุป 3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม เป็นขั้นที่ผู้เรียนหาคุณลักษณะร่วมของ แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ โดยครูจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกต ประกอบกับการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของผู้เรียน และไตร่ตรองความคิด รวมทั้งจัดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้เอื้อต่อการแลกเปลี่ยนและสื่อสารแนวคิด 3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป เป็นขั้นการสร้างข้อสรุปที่กฎเกณฑ์ ประกอบกับการอธิบายความหมาย ความสัมพันธ์ของกฎเกณฑ์นั้นได้ โดยผู้สอนช่วยจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ทดลอง ฝึกปฏิบัติ สร้างข้อสรุปด้วยตนเอง แก้ปัญหาของตนเองระหว่างผู้เรียนด้วยกัน
4. ขั้นการประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนนำกฎ หลักการ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ โดยผู้สอนจัดการเรียนการสอนที่สนับสนุนให้ผู้เรียนมีการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ

แผนภาพที่ 13 ผลการสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนการสอน

ในการปรับขั้นตอนการวางนัยทั่วไปจาก 6 ขั้นตอน เป็นกระบวนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอนนั้น เป็นการปรับในขั้นของการปฏิบัติกิจกรรมของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งมาจากการผนวกระหว่างขั้นการค้นหาและขั้นการขยายของกระบวนการวางนัยทั่วไปเข้าด้วยกัน และในขั้นการสร้างข้อสรุปของกระบวนการเรียนการสอน เป็นการผนวกระหว่างขั้นการหาเอกลักษณ์และการนิยามของกระบวนการวางนัยทั่วไป ซึ่งการผนวกขั้นตอนดังกล่าวนี้เป็นการผนวกเพื่อให้สอดคล้องกับลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดหาคำตอบของผู้เรียน เพราะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะมีลักษณะที่ต่อเนื่อง สัมพันธ์กันในแต่ละขั้นตอนของการสอน บางขั้นตอนจะมีความเชื่อมโยงและเกิดขึ้นควบคู่กันไป ดังนั้นจึงทำให้บางขั้นตอนของการสอนคณิตศาสตร์ไม่อาจแบ่งแยกกันได้ หรือจบสมบูรณ์ในแต่ละขั้นได้ ประกอบกับการคิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน จะใช้การคิดหลากหลายลักษณะเข้าด้วยกัน มีการคิดทบทวน ย้อนกลับไปกลับมาระหว่างขั้นตอนที่มาก่อน ซึ่งบางครั้งผู้เรียนอาจเกิดความไม่แน่ใจในความถูกต้องของการคิด ของตนหรือไม่สามารถคิดแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ ผู้เรียนอาจย้อนกลับไปทบทวนขั้นตอนก่อนหน้า เพื่อเป็นพื้นฐานในการสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องและสมบูรณ์มากขึ้น และใช้เป็นพื้นฐานในการคิดต่อไป ซึ่งแนวคิดดังกล่าวเป็นไปตามแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (A Theory of Growth of Mathematical Understanding) ของ Pirie and Kieren (1989) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นพลวัต (Dynamic) ซึ่งเป็นลำดับขั้น แต่ไม่เป็นเชิงเส้น เป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องของการคิดตามระดับของความเข้าใจต่าง ๆ และในระดับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ อาจมีการเปลี่ยนกลับไปมาระหว่างระดับต่าง ๆ เมื่อผู้เรียนเผชิญกับปัญหาที่ไม่สามารถแก้ไขหรือหาคำตอบได้ในขณะนั้น ผู้เรียนอาจย้อนกลับไปทำความเข้าใจในระดับความเข้าใจที่มาก่อน สำหรับใช้เป็นพื้นฐานในการคิดในระดับต่อไป

ทฤษฎีและแนวคิดพื้นฐานของกระบวนการเรียนการสอน

ทฤษฎีและแนวคิดพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอน มีรายละเอียดดังนี้

การวางนัยทั่วไป

การวางนัยทั่วไป (Generalization) เป็นการหาความสัมพันธ์ คุณลักษณะร่วมของทั่วทุกกรณี แล้วขยายขอบเขตไปสู่ในรูปของนัยทั่วไป เช่น กฎ โครงสร้าง และแบบรูป

Ellis (2007) ได้แบ่งการวางนัยทั่วไป เป็น 2 ประเภท คือ การกระทำการวางนัยทั่วไป (Generalization Action) กับ การสะท้อนการวางนัยทั่วไป (Reflection Generalization) โดยการกระทำการวางนัยทั่วไป ประกอบด้วย การหาความสัมพันธ์ (Relating) การค้นหา (Searching) และการขยาย (Extending) ส่วนการสะท้อนการวางนัยทั่วไป (Reflection Generalization) ประกอบด้วย การหาเอกลักษณ์ (Identification) การนิยาม (Definition) และการนำไปใช้ (Influence) ซึ่งแต่ละด้านสามารถพัฒนาไปเป็นขั้นตอนของการวางนัยทั่วไปได้เป็น 6 ขั้นตอน ได้แก่

(1) การหาความสัมพันธ์ (Relating) : เป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่เคยพบ หรือเป็นการสร้างแนวความคิดใหม่โดยอาศัยความรู้ความเข้าใจเดิม หรือเป็นการมุ่งพิจารณาไปที่คุณสมบัติ หรือรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่เหมือนกันของเนื้อหาใหม่กับเนื้อหาเดิม ซึ่งการหาความสัมพันธ์ สามารถแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

1.1 ความสัมพันธ์ของสถานการณ์ : ข้อมูลของความเชื่อมโยงระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์เดิม หรือเป็นการสร้างสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่มีอยู่

1.2 ความสัมพันธ์ของวัตถุ : ข้อมูลของความเกี่ยวเนื่องของวัตถุหลายสิ่งที่มีคุณสมบัติเหมือนกัน หรือความเกี่ยวเนื่องของวัตถุหลายสิ่งที่มีรูปแบบเหมือนกัน

(2) การค้นหา (Searching) : เป็นการพิจารณาเพื่อตรวจสอบหรือยืนยันความสัมพันธ์ระหว่างสองสถานการณ์ โดยให้นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์ซ้ำอีกครั้ง เพื่อนำไปสู่การกำหนดสิ่งที่มีลักษณะเหมือนกัน ไม่ว่าจะอยู่ในรูปแบบของความสัมพันธ์, กระบวนการ, แบบรูป และคำตอบของปัญหา ในการค้นหาสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

2.1 ความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน : การกระทำซ้ำเพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับความคงที่ของความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุ 2 วัตถุ หรือมากกว่านั้น

2.2 กระบวนการที่เหมือนกัน : การกระทำซ้ำของกระบวนการเพื่อตรวจสอบว่ากระบวนการนั้นสามารถใช้ในทุก ๆ กรณี

2.3 รูปแบบที่เหมือนกัน : การกระทำซ้ำเพื่อตรวจสอบว่ารูปแบบนั้นยังเป็นรูปแบบเดียวกันทุก ๆ กรณี

2.4 คำตอบหรือผลลัพธ์ที่เหมือนกัน : การกระทำซ้ำเพื่อตรวจสอบว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความเหมือนกันในทุก ๆ ครั้ง

(3) การขยาย (Extending) : เป็นการขยายขอบเขตของแบบรูป , ความสัมพันธ์ , กฎ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป ซึ่งเป็นขยายเหตุผลที่กว้างมากขึ้นกว่าปัญหา สถานการณ์ หรือจุดเริ่มต้น ในการขยายสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

3.1 การขยายขอบเขตของการใช้ : การประยุกต์ใช้ของปรากฏการณ์ให้มีขอบเขตที่กว้างมากขึ้นจากกรณีแรกเริ่มต้น

3.2 การเคลื่อนย้ายลักษณะเฉพาะ : การย้ายรายละเอียดของบริบทเพื่อพัฒนาไปสู่กรณีทั่วไป

3.3 การดำเนินการ : การดำเนินการทางคณิตศาสตร์บนวัตถุเพื่อที่จะสร้างกรณีใหม่ ๆ

3.4 ความต่อเนื่อง : การกระทำซ้ำของรูปแบบที่มีอยู่ เพื่อที่จะสร้างกรณีใหม่ ๆ

(4) การหาเอกลักษณ์ (Identification) : เป็นการสร้างข้อความของการวางนัยทั่วไป ซึ่งจะอยู่ในรูปของการหาเอกลักษณ์หรือข้อความของแบบรูปทั่วไป , คุณสมบัติ , กฎ ซึ่งการหาเอกลักษณ์ สามารถแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

4.1 ปรากฏการณ์ที่ต่อเนื่อง : การหาเอกลักษณ์ของการขยายคุณสมบัติไปยังตัวอย่างเฉพาะ

- ความเหมือนกัน : ข้อความของคุณลักษณะร่วมกันหรือเหมือนกัน
- คุณลักษณะร่วม : การหาเอกลักษณ์ของคุณลักษณะร่วมไปยังวัตถุหรือสถานการณ์

- วัตถุหรือสิ่งที่ใช้แทน : การหาเอกลักษณ์ของวัตถุต่าง ๆ ที่เหมือนกัน
- สถานการณ์ : การหาเอกลักษณ์ของสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมือนกัน

4.2 หลักการทั่วไป : ข้อความของปรากฏการณ์ทั่วไป

- กฎ : คำอธิบายของสูตรหรือความจริงทั่วไป

- แบบรูป : การหาเอกลักษณ์ของแบบรูปทั่วไป

- ยุทธศาสตร์หรือกระบวนการ : ลักษณะของวิธีการขยายเข้าไปสู่กรณี

เฉพาะ

- กฎทั่วไป : ข้อความของความหมายของวัตถุหรือแนวความคิด

(5) **การนิยาม (Definition)** : เป็นการสร้างข้อความลักษณะสำคัญของแบบรูป , ความสัมพันธ์ , ชั้น , หรือปรากฏการณ์อื่น ๆ

5.1 **ชั้นของวัตถุ** : การกำหนดนิยามของชั้นของวัตถุทั้งหมดที่แสดงถึงความสัมพันธ์กัน , แบบรูป , ปรากฏการณ์

(6) **การนำไปใช้ (Influence)** : นักเรียนใช้ความรู้เดิมพัฒนาไปสู่การอ้างอิงในปัญหาใหม่

6.1 **ความคิดหรือยุทธวิธีเดิม** : การประยุกต์ความรู้เดิมไปใช้ในการพัฒนาการวางนัยทั่วไป

6.2 **การเปลี่ยนแปลงความคิดหรือยุทธวิธี** : การปรับเปลี่ยนกฎที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ในปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่

จากการศึกษาบทความ งานวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการวางนัยทั่วไป พบว่า องค์ประกอบสำคัญที่ช่วยส่งเสริมกระบวนการวางนัยทั่วไปให้มีประสิทธิภาพ และนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มี 3 องค์ประกอบ ได้แก่ การอ้างอิงเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ในแต่ละองค์ประกอบมีสาระสำคัญ ดังต่อไปนี้

1. การอ้างอิงเหตุผล

การอ้างอิงเหตุผล (Justification) เป็นการแสดงความคิด ความเข้าใจ การตัดสินใจ และการให้เหตุผลในสิ่งใดสิ่งหนึ่งของผู้เรียน เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผล ในการอ้างอิงเหตุผล ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในสิ่งที่นำมากล่าวอ้างอย่างเพียงพอ และใช้การอ้างเหตุผลประกอบการแสดงวิธีคิดในการแก้ปัญหาของตน เพื่อใช้ในการตรวจสอบ ใ้ตรงรองความคิดว่าผลลัพธ์หรือข้อสรุปที่ได้มานั้นมีความถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงไร

ระดับของการอ้างอิงเหตุผล

Lannin (2005: 236) ได้เสนอกรอบของระดับการอ้างอิงเหตุผล ไว้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ระดับการอ้างเหตุผล

ระดับการอ้างเหตุผล	คำอธิบาย
ระดับ 0: ไม่อ้างอิงเหตุผล (No Justification)	ไม่มีการอ้างอิงเหตุผลกำกับไว้
ระดับ 1: อ้างอิงบุคคลอื่น (Appeal to External Authority)	อ้างอิงความถูกต้องโดยอ้างจากบุคคลอื่น ๆ หรือเอกสารอื่น ๆ
ระดับ 2: มีหลักฐานเชิงประจักษ์ (Generic Example)	การอ้างอิงเหตุผลผ่านตัวอย่างเฉพาะ
ระดับ 3: แสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูป ทั่ว ๆ ไป (Generic Example)	การอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัยที่แสดงในรูปตัวอย่างเฉพาะ
Level 4: การอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Justification)	การอ้างอิงเหตุผลผ่านรูปของกฎทางนิรนัย ซึ่งขึ้นอยู่กับตัวอย่างเฉพาะ

2. กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต

กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เป็นการกำหนดแนวทางในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ได้กำหนดไว้ ซึ่งกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต มี 4 กลวิธี ประกอบด้วย กลวิธีแบบชัดเจน กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย

กลวิธีแบบชัดเจน (Explicit Strategy)

การให้เหตุผลแบบชัดเจน เป็นการให้เหตุผลที่ใช้เทคนิคการคิดคำนวณและเชื่อมโยงกับการนับ ซึ่งเป็นการสรุปอ้างอิงที่ใช้สำหรับการคิดคำนวณที่รวดเร็วสำหรับสถานการณ์เฉพาะ โดยเป็นการหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่เป็นเหตุและสิ่งที่เป็นผล ในการใช้ยุทธศาสตร์นี้จะได้มาซึ่งกฎที่ถูกสร้างโดยฐานของข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้

กลวิธีแบบกระทำซ้ำ (Recursive Strategy)

การให้เหตุผลแบบกระทำซ้ำ เป็นกลวิธีหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาในทางปฏิบัติได้ การให้เหตุผลแบบกระทำซ้ำเกี่ยวข้องกับความเข้าใจและการประยุกต์ใช้ ซึ่งเป็นวิธีการเปลี่ยนพจน์หนึ่งไปยังอีกพจน์หนึ่งในตัวแปรที่ตามมา ผลลัพธ์ที่ได้จะมีลักษณะเป็นแบบรูปที่มีค่าต่อเนื่องสัมพันธ์กันกับค่าตั้งต้น

กลวิธีแบบองค์รวม (Whole-object Strategy)

กลวิธีแบบองค์รวมเป็นยุทธศาสตร์ที่ใช้ในการหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการคูณของค่าตั้งต้น หรือเป็นการสร้างผลลัพธ์ของหน่วยใหญ่จากการคูณของหน่วยที่เล็กกว่า ในวิธีการนี้ เป็นวิธีที่ปราศจากการแก้ไขค่าต่าง ๆ เป็นการประยุกต์ใช้ในโจทย์ปัญหาเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสถานการณ์

กลวิธีแบบรวมหน่วย (Chunking Strategy)

กลวิธีแบบรวมหน่วยเป็นกลวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบจากการเพิ่มจำนวนไปยังค่าที่ทราบอยู่แล้ว หรือเป็นการหาค่าของจำนวนที่ต่อเนื่องจากค่าตั้งต้น กลวิธีแบบรวมหน่วยเป็นวิธีที่มีบทบาทสำคัญต่อการสร้างข้อสรุปของพีชคณิต ซึ่งใช้แทนความสัมพันธ์ระหว่างการใช้เหตุผลแบบกระทำซ้ำ ในการใช้ยุทธศาสตร์นี้ นักเรียนจะสร้างแบบรูปการกระทำซ้ำ โดยการเพิ่มจำนวนหน่วยไปยังค่าที่ทราบแล้ว

3. ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist) เป็นทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งเกิดขึ้นจากการที่บุคคลเกิดความขัดแย้งทางคิดหรือเกิดความไม่สมดุลทางปัญญา บุคคลจะพยายามสืบเสาะค้นหาเพิ่มเติมจากแหล่งความรู้ต่าง ๆ หรือการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดการคิดซึมทางปัญญาและการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่จนเกิดการปรับขยายโครงสร้างทางปัญญา และในที่สุดก็นำไปสู่การสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์สามารถแบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม ดังนี้ (Prawat and Floden, 1994: 37048)

3.1 คอนสตรัคติวิสต์แบบรากฐาน (Radical Constructivist; Cognitive Constructivism) เป็นแนวคิดที่มาจากกลุ่มนักการศึกษาและนักจิตวิทยาผู้นิยมความคิดของนักจิตวิทยาพัฒนาการชาวสวิสต์คือ Jean Piaget ที่มีความคิดว่า ความรู้คือการเปลี่ยนแปลงโดยถือว่าบทบาทของครูเป็นผู้ช่วยให้เด็กพัฒนาความคิดและจัดสภาพแวดล้อมที่ท้าทายวิธีการคิดของเด็กและช่วยให้เด็กทดสอบความคิดของตนเอง การที่เด็กมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมจะมีผลทำให้ระดับสติปัญญาของเด็กนั้นพัฒนาอยู่ตลอดเวลา Piaget มีแนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลว่าเกี่ยวข้องกับกระบวนการพื้นฐานที่สำคัญ 2 กระบวนการ คือ

3.1.1 การจัดระบบโครงสร้างความรู้ (Organization) เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้รวบรวม จัดระบบ เรียบเรียงประสบการณ์ ความคิด เข้าอย่างเป็นระบบต่อกัน และมีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

3.1.2 การปรับขยายโครงสร้างความรู้ (Adaptation) เป็นกระบวนการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมเพื่ออยู่ในสภาวะสมดุล การปรับตัวประกอบด้วยกระบวนการ 2 อย่างคือ

1) กระบวนการซึมซาบหรือดูดซึมประสบการณ์ (Assimilation) เป็นกระบวนการที่บุคคลมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และรับรู้ข้อมูลใหม่ไว้ในโครงสร้างทางปัญหาที่มีอยู่

2) กระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญา (Accumulation) เป็นกระบวนการที่บุคคลปรับโครงสร้างความรู้เดิมของตนให้สอดคล้องกับข้อมูลที่รับรู้ใหม่ เมื่อมีการขัดแย้งกับความรู้เดิมนั้น

ในการพัฒนาการเรียนรู้ของบุคคล Piaget (Woolfolk, 1993: 28-29). ได้แบ่งองค์ประกอบที่มีส่วนเสริมสร้างพัฒนาการทางปัญญา มี 4 องค์ประกอบ คือ วุฒิภาวะ (Maturation) ประสบการณ์ (Experience) การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม (Social Transmission) และกระบวนการพัฒนาสมดุล (Equilibration)

จากแนวคิดของ Piaget สรุปได้ว่า บุคคลมีความสามารถในการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับปัจจัยด้านตัวบุคคลและด้านสภาพแวดล้อม ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนจึงต้องพิจารณาให้สอดคล้องกับความสามารถของแต่ละบุคคล และจัดสิ่งแวดล้อมที่ส่งเสริมการเรียนรู้ของบุคคล

3.2 คอนสตรัคติวิสต์แบบสังคม (Social constructivism) คอนสตรัคติวิสต์กลุ่มนี้ประกอบด้วยแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และการแลกเปลี่ยนความรู้ ซึ่งถือว่าเป็นผลผลิตทางสังคม โดยมีความสัมพันธ์กับสิ่งต่อไปนี้คือ ความรู้พัฒนาผ่านการเจรจาในการสนทนาแลกเปลี่ยนของชุมชนและผลลัพธ์ของการเรียนรู้ได้รับอิทธิพลจากวัฒนธรรมและองค์ประกอบของประวัติศาสตร์

แนวคิดของ Lev Semanovick Vygotsky เป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้ตามแนวคอนสตรัคติวิสต์แบบสังคม แนวคิดนี้จะเน้นถึงความสำคัญของการมีปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ทางสังคมและวัฒนธรรม และสื่อกลาง (Mediation) ซึ่งการเรียนรู้เกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อเด็กมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับบุคคลอื่นที่อยู่ในสภาวะสังคมและวัฒนธรรม โดยอาศัยกลไกกลางเป็นเครื่องช่วยเชื่อมโยงสิ่งเร้าภายนอกในสภาวะสังคมให้เป็นส่วนหนึ่งของสิ่งที่มีอยู่เดิมภายในใจ

องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีองค์ประกอบต่าง ๆ ซึ่งได้ผ่านการดำเนินการสร้างอย่างเป็นระบบ ให้มีความสัมพันธ์ สอดคล้องและส่งเสริมซึ่งกันและกัน ได้แก่

1. หลักการ
2. วัตถุประสงค์
3. ขั้นตอนการเรียนการสอน
4. การวัดและประเมินผล

โดยมีรายละเอียดของแต่ละองค์ประกอบ ดังนี้

หลักการ

หลักการของกระบวนการเรียนการสอนได้มาจากการสังเคราะห์องค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ ได้แก่ สารสำคัญของกระบวนการวางนัยทั่วไป การอ้างเหตุผล กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิซึม ซึ่งหลักการของกระบวนการเรียนการสอน มีดังนี้

1. หลักการสร้างเชื่อมโยงของข้อมูล

การเรียนรู้เนื้อหาใหม่ โดยการเชื่อมโยงเนื้อหาเดิมที่ผู้เรียนเคยมีประสบการณ์เข้าไปสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ จะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้เนื้อหาใหม่ได้ง่ายขึ้นและเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย

2. หลักการปฏิบัติ

การให้ผู้เรียนได้เน้นลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา ตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง ประกอบการแสดงเหตุผลในการหาคำตอบ จะช่วยทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ พัฒนาความรู้ความเข้าใจขึ้นได้ด้วยตนเอง สามารถสร้างข้อสรุปที่ถูกต้อง สมเหตุสมผล และเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

3. หลักการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยการนำเสนอ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและประสบการณ์ระหว่างครูกับผู้เรียน และผู้เรียนด้วยกัน ฝึกการให้เหตุผลประกอบการอธิบายใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมาย จะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนไตร่ตรอง

ความคิดของตนเอง เกิดความชัดเจนในการคิดมากขึ้น เรียนรู้วิธีการคิดที่หลากหลายจากเพื่อน ผู้เรียนด้วยกัน ซึ่งจะช่วยขยายมุมมองของผู้เรียนให้กว้างขึ้น

4. หลักการสร้างข้อสรุป

การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป ที่ประกอบไปด้วย การหาความสัมพันธ์ การค้นหา การขยาย การหาเอกลักษณ์ การนิยาม และการนำไปใช้ ประกอบกับการนำการอ้างเหตุผล การใช้กลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทฤษฎีคอนสตรัคติวิซึม เข้ามาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปขึ้นได้ด้วยตนเอง

5. หลักการนำความรู้ไปใช้

การให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้รับจากการเรียน ทั้งทางด้านความรู้เนื้อหาวิชาและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ จะช่วยทำให้ความรู้ที่ได้มีความคงทน และพัฒนาไปสู่ความรู้ใหม่

วัตถุประสงค์

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน ดังนี้

1. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต
2. เพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความสัมพันธ์

1.1 ขั้นการทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นการทบทวนความรู้เดิมเป็นขั้นทบทวนความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน โดย

- 1) ผู้สอนทบทวนความรู้พื้นฐานและใช้คำถามที่มุ่งให้นักเรียนระลึกถึงความรู้เดิม

2) นักเรียนระลึกถึงความรู้ความเข้าใจเดิมที่ตนมีอยู่ และแสดงความรู้โดยใช้ภาษาพูดหรือ ภาษาเขียน

1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ เป็นขั้นการสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ไปสู่ความรู้ใหม่ในเนื้อหาที่จะเรียน เพื่อให้นักเรียนพิจารณาเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาใหม่กับเนื้อหาเดิมว่ามีความสัมพันธ์ที่เหมือนกันหรือไม่ อย่างไร โดย

- 1) ผู้สอนยกสถานการณ์หรือ โจทย์ปัญหาที่ท้าทายและสร้างความขัดแย้งทางความคิด ให้กับนักเรียนมีความสงสัย ใคร่รู้ และเกิดความท้าทายในการคิด
- 2) ผู้สอนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ
- 3) นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ

ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม

2.1 ขั้นการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหาแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง โดย

- 1) ผู้สอนออกแบบ โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยตนเองหลากหลายรูปแบบ
- 2) ผู้สอนจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พบกับสถานการณ์ที่เอื้อต่อการทดลอง ลงมือปฏิบัติ มีการแลกเปลี่ยนความรู้ วิธีการคิด ระหว่างผู้เรียนด้วยกันเองทั้งที่อยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียน
- 3) นักเรียนวางแผน กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล
- 4) นักเรียนทดลอง ปฏิบัติ แก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีการแสดงการอ้างอิงเหตุผลหลากหลายระดับ และใช้กลวิธีในการให้เหตุผลทางพีชคณิต เพื่อนำไปสู่การสร้างสรุปได้อย่างถูกต้อง

2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์ เป็นขั้นการค้นหาและขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของคุณลักษณะร่วมของข้อมูลว่าให้ผลลัพธ์ที่มีความสอดคล้องกันทั่วทุกกรณีหรือไม่ ควบคู่กับการสังเกตคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบ และตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ โดย

- 1) ผู้สอนออกแบบ โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหาแบบรูปหรือปรากฏการณ์ และกระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเองหลากหลายแบบ
- 2) ผู้สอนใช้คำถามเพื่อมุ่งกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา
- 3) นักเรียนทดลองค้นหา สังเกตคุณลักษณะร่วมของแบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา และฝึกใช้การอ้างเหตุผลประกอบแนวความคิดและกลวิธีที่ช่วยในการคำตอบ
- 4) นักเรียนตรวจสอบ พิสูจน์ และสังเกตผลที่เกิดขึ้นว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลทุกกรณีหรือไม่
- 5) นักเรียนร่วมกันการแลกเปลี่ยนสื่อสาร วิธีการคิด การอ้างเหตุผล และกลวิธีที่ใช้ในการอ้างเหตุผลระหว่างผู้เรียนด้วยกัน

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป

3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม เป็นขั้นที่ผู้เรียนหาคุณลักษณะร่วมของ แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา / คำตอบของ โจทย์ปัญหาจากกรณีตัวอย่าง ๆ กรณี เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์

1. ผู้สอนออกแบบกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอต่อการสร้างข้อสรุป
2. ผู้สอนใช้คำถามให้นักเรียนสังเกตคุณลักษณะร่วมของ แบบรูป / ปรากฏการณ์ / กระบวนการแก้ปัญหา จนผู้เรียนสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์ได้
3. นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของกรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี

3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป เป็นขั้นการสร้างข้อสรุปที่กฎเกณฑ์ด้วยตนเอง โดยผ่านการพิจารณา สังเกต และเปรียบเทียบกรณีตัวอย่างหลายๆ กรณี จนสามารถค้นหาคุณลักษณะ ร่วม และสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเองประกอบกับการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปนั้นได้ โดย

1. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนทดลอง ฝึกปฏิบัติสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ประกอบใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดทบทวน ไตร่ตรองวิธีการคิดของตน
2. นักเรียนสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปของกฎ สูตร แบบรูป และอธิบายความหมายของข้อสรุปทั้งที่อยู่ในรูปของภาษาเขียนและภาษาพูด

3. นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนวิธีคิด และอธิบายข้อสรุปที่ได้ระหว่างผู้เรียนด้วยกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนนำกฎ หลักการ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ในโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์อื่น ๆ หรือนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาใหม่ และในชีวิตประจำวัน โดย

- 1) ผู้สอนเตรียมโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติ
- 2) ผู้เรียนวางแผนในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดให้
- 3) ผู้เรียนนำความรู้ที่เคยเรียนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดำเนินการการวัดและประเมินผลการเรียนของนักเรียน 3 ระยะ ได้แก่ การวัดและประเมินผลก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. การวัดและประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ในระยะก่อนการใช้กระบวนการเรียนการสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วย ใช้วิธีประเมินจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. การวัดและประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ในระยะระหว่างการใช้กระบวนการเรียนการสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วย ใช้วิธีประเมินจากการตอบคำถามการอภิปรายในชั้นเรียนและผลงานการปฏิบัติของผู้เรียน
3. การวัดและประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ในระยะหลังการใช้กระบวนการเรียนการสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วย ใช้วิธีประเมินจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

บทบาทของผู้สอนและผู้เรียน

ในการจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ผู้สอนและผู้เรียนมีบทบาท ดังนี้

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความสัมพันธ์</p> <p>1.1 ขั้นการทบทวนความรู้เดิม</p> <p>1. ผู้สอนทบทวนความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่</p> <p>2. ผู้เรียนระลึกความรู้ความเข้าใจเดิม และแสดงความรู้โดยใช้ภาษาพูดหรือ ภาษาเขียน</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● นำสถานการณ์โจทย์ปัญหาที่ใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ● ใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงความรู้ความเข้าใจเดิม 	<ul style="list-style-type: none"> ● ทำความเข้าใจในสถานการณ์โจทย์ปัญหา ● ตอบคำถามและระลึกถึงความรู้ความเข้าใจเดิม
<p>1.2 ขั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่</p> <p>1. ผู้สอนกำหนดสถานการณ์ที่สร้างความขัดแย้งทางความคิดให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยใคร่รู้</p> <p>2. ผู้สอนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่สร้างความขัดแย้งทางความคิด ● ใช้คำถามนำผู้เรียนเมื่อผู้เรียนตอบ ● ใช้คำถามนำให้ผู้เรียนได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อเชื่อมโยงสถานการณ์ใหม่เข้ากับสถานการณ์เดิม 	<ul style="list-style-type: none"> ● ทำความเข้าใจในสถานการณ์ที่ผู้สอนนำเสนอ ● ชักถามในประเด็นข้อสงสัย ● สังเกตความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>3. ผู้เรียนร่วมกันพิจารณาและวิเคราะห์เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชื่อมโยงสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดกับสถานการณ์อื่น ๆ</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ชี้ให้ผู้เรียนสังเกตความสัมพันธ์ ระหว่างสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่ผู้เรียนเคยพบ ● ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน ● กระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น 	<ul style="list-style-type: none"> ● พิจารณาความสัมพันธ์เชื่อมโยงสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดกับสถานการณ์อื่น ๆ ● ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่มีความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน
<p>ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม</p> <p>2.1 ขั้นการแก้ปัญหา</p> <p>1. ผู้สอนเสนอโจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลาย</p> <p>2. ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ ทดลองค้นหา ตรวจสอบความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ด้วยตนเอง</p> <p>3. สนับสนุนให้นักเรียนใช้การอ้างเหตุผลและกลวิธีที่ช่วยในการแก้ปัญหา</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ออกแบบ โจทย์ปัญหาให้มีความหลากหลายและท้าทายความคิดผู้เรียน ● ฝึกให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติทดลอง ค้นหา ทั้งเป็นรายบุคคลและกลุ่ม ● ตั้งข้อสังเกตให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิดและตรวจสอบการทำงานของตน ● ออกแบบคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้การอ้างเหตุผล ● สร้างสถานการณ์ให้เอื้อต่อการใช้กลวิธีที่ช่วยในการแก้ปัญหา 	<ul style="list-style-type: none"> ● ทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา ● ซักถามในประเด็นที่สงสัย ● วางแผนการใช้กลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ● ดำเนินการหาความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน ● ตรวจสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ด้วยตนเอง ● ให้เหตุผลประกอบการแสดงแนวคิด ● เลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>2.2 ขั้นการขยายความสัมพันธ์</p> <p>1. ผู้สอนจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนขยายสัมพันธ์</p> <p>2. ผู้เรียนขยายขอบเขตของความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป</p> <p>3. ฝึกให้นักเรียนใช้การอ้างเหตุผลประกอบแนวความคิดและกลวิธีที่ช่วยในการคำตอบ</p> <p>4. ผู้เรียนสนทนาแลกเปลี่ยนเรียนรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดของตนเองร่วมกับเพื่อนผู้เรียนด้วยกัน</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้ใช้การขยายความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ● ส่งเสริมให้ผู้เรียนหาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ที่เหมือนกันหลาย ๆ กรณี ● ตรวจสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ที่ผู้เรียนค้นหา ● กระตุ้นผู้เรียนแสดงแนวคิดประกอบกับการอ้างเหตุผล ● เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กลวิธีที่ช่วยในการหาคำตอบและ เสนอแนะแนวทางในการใช้กลวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ● สร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่เอื้อต่อการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนและผู้เรียนด้วยกัน 	<ul style="list-style-type: none"> ● ดำเนินการขยายความสัมพันธ์ที่เหมือนกัน ● ค้นหาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ที่เหมือนกันหลาย ๆ กรณี ● ผู้เรียนแสดงแนวคิดประกอบกับการอ้างเหตุผล ● เลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสมสถานการณ์ปัญหา ● เสนอวิธีการคิดของตนเองให้กับเพื่อนผู้เรียน ● ผู้เรียนซักถามเกี่ยวกับคำตอบและวิธีคิดของเพื่อนผู้เรียนด้วยกัน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป</p> <p>3.1 ขั้นการหาคุณลักษณะร่วม</p> <p>1. ผู้สอนออกแบบกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนมากพอ</p> <p>2. นักเรียนค้นหาคุณลักษณะร่วมของกรณีตัวอย่างหลายๆกรณี</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● สร้างกรณีตัวอย่างให้มีความหลากหลายและมากเพียงพอให้นักเรียนสร้างข้อสรุปได้ ● ชี้แนะแนวทางให้นักเรียนสังเกตเมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถค้นหาคุณลักษณะร่วมได้ 	<ul style="list-style-type: none"> ● สังเกตและเปรียบเทียบกรณีตัวอย่าง ๑ หลายกรณี ว่ามีสิ่งเหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันอย่างไร ● สังเกตและค้นหาคุณลักษณะร่วมเพื่อนำไปสู่การข้อสรุป
<p>3.2 ขั้นการกำหนดข้อสรุป</p> <p>1. ผู้เรียนสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปด้วยตนเอง และอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่ได้</p> <p>2. ผู้เรียนร่วมกันวิพากษ์วิจารณ์เกี่ยวกับข้อสรุปของเพื่อน</p> <p>3. ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปแนวทางในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ตั้งคำถามเพื่อช่วยให้ผู้เรียนสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ● ชักถามผู้เรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่ได้ ● กระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงการวิพากษ์วิจารณ์ ● อภิปรายร่วมกับผู้เรียนเพื่อนำไปสู่การสรุปแนวทางในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไปให้สมเหตุสมผลและถูกต้อง 	<ul style="list-style-type: none"> ● สังเกตลักษณะความสัมพันธ์ที่ได้ ● ดำเนินการสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง และอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปที่สร้างขึ้น ● แสดงออกในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อสรุปของเพื่อนผู้เรียนด้วยกัน ● ชักถามเมื่อมีประเด็นข้อสงสัย ● มีส่วนร่วมในการอภิปรายและถกเถียงหาข้อสรุปที่อยู่ในรูปนัยทั่วไป

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
<p>ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้</p> <p>1. ผู้สอนกำหนดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการสร้างข้อสรุปที่มีความคล้ายคลึงและแตกต่างกับโจทย์ปัญหาที่เรียน</p> <p>2. ผู้เรียนสร้างข้อสรุปจากโจทย์ปัญหาที่ผู้สอนกำหนดขึ้นด้วยตนเอง</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ออกแบบโจทย์ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงและแตกต่างกับโจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนเคยพบ ● สังเกตการสร้างข้อสรุปของผู้เรียน ● ตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปที่ผู้เรียนสร้างขึ้น 	<ul style="list-style-type: none"> ● พิจารณาและทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา ● วางแผนหาแนวทางในการสร้างข้อสรุป ● ดำเนินการสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ● ตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปที่ได้



ภาคผนวก ข

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจกระบวนการเรียนการสอน

- | | |
|---|--|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ | คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร |
| 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล | คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 3. รองศาสตราจารย์กิตติ พัฒนตระกูลสุข | โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต

- | | |
|--|---|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานนท์ จันทรา | คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรรถพล แก้วขาว | คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 3. อาจารย์ ดร.ปราโมทย์ บุญญศิริ | โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- | | |
|------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. อาจารย์ ดร. ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ | คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. อาจารย์ ดร. ศันสนีย์ เนรมเทียน | คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 3. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช | โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |

ศูนย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
สาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 2 ชั่วโมง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

ด้านความรู้

1. บอกลักษณะของสมการเชิงเส้น สมการดีกรีสอง และระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองได้
2. หาคำตอบของระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. อธิบายเหตุผลของการได้มาซึ่งคำตอบของระบบสมการได้
2. ใช้ภาษาในการสื่อสารแนวความคิดของตนเองกับครูและเพื่อนร่วมชั้นได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ทำงานอย่างเป็นระบบ
2. มีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน

2. สาระ

1. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง คือ ระบบสมการซึ่งประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ซึ่งมีรูปทั่วไป ดังนี้
 - 1.1 สมการดีกรีสองมีรูปทั่วไป คือ $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ A, B, C, D, E, F เป็นจำนวนจริง โดยที่ A, B, C ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
 - 1.2 สมการเชิงเส้นมีรูปทั่วไป คือ $Px + Qy + R = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ P, Q, R เป็นจำนวนจริง โดยที่ P, Q ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

2. การแก้ระบบสมการ คือ การหาคำตอบของระบบสมการ ซึ่งเป็นการหาคู่อันดับ (a, b) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสองของระบบสมการหรือคู่อันดับ (a, b) ที่เมื่อแทน x ด้วย a และแทน y ด้วย b ในสมการทั้งสองของระบบสมการ แล้วทำให้สมการทั้งสองนั้นเป็นจริง

3. ขั้นตอนการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง มีดังนี้

3.1 เปลี่ยนสมการเชิงเส้นให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ หรือ $x = ay + b$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงที่

3.2 นำค่าของ y หรือ x ที่ได้ในข้อ 2.3.1 ไปแทนค่า y หรือ x ในสมการดีกรีสอง

3.3 แก้สมการดีกรีสองหาค่าของ x หรือ y

3.4 นำค่าของ x หรือ y ทุกค่าไปแทนในสมการสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าของตัวแปรที่เหลือ จะได้คำตอบของระบบสมการในรูปคู่อันดับ (a, b)

4) จำนวนคำตอบของระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองมีได้หลายกรณี คือ มีคำตอบเดียว มีสองคำตอบ และไม่มีคำตอบ

3. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ชั้นที่ 1 ชั้นการสร้างความสัมพันธ์</p> <p>1. ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการยกตัวอย่างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้</p> <p><u>ตัวอย่างที่ 1</u> ระบบสมการ $x + y = 9, 2x - y = 12$ จากนั้นครูใช้คำถามดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ระบบสมการข้างต้นประกอบด้วยสมการอะไรบ้างและมีชื่อเรียกว่าอะไร ● หาคำตอบของระบบสมการนี้ได้อย่างไร ● คำตอบของระบบสมการที่ได้มีลักษณะอย่างไร 	<p>ชั้นที่ 1 ชั้นนำ</p> <p>1. ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้</p> <p><u>ตัวอย่างที่ 1</u> ระบบสมการ $x + y = 9, 2x - y = 12$</p> <p>ครูซักถามว่าระบบสมการในตัวอย่างที่ 1 ประกอบด้วยสมการอะไรบ้างและมีชื่อเรียกว่าอะไร จากนั้นครูอภิปรายร่วมกับนักเรียน</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>จากนั้นครูให้นักเรียนช่วยกันแก้ระบบสมการดังกล่าว แล้วร่วมอภิปรายกับนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้และคำตอบของระบบสมการ</p> <p>2. ครูซักถามนักเรียนว่าเคยเห็นสมการรูปแบบอื่นอีกหรือไม่ และมีชื่อเรียกว่าอะไร แล้วให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการดังกล่าว จากนั้นครูให้นักเรียนพิจารณาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ดังนี้</p> <p><u>ตัวอย่างที่ 2</u> ระบบสมการ $4x - 3y = 25$, $x^2 + y^2 = 25$ จากนั้นครูใช้คำถามดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ระบบสมการในตัวอย่างที่ 2 คล้ายคลึงกับระบบสมการในตัวอย่างที่ 1 อย่างไร ● แก้ระบบสมการนี้ได้อย่างไร ● วิธีการแก้ระบบสมการในตัวอย่างที่ 2 เหมือนหรือแตกต่างกับวิธีการแก้ระบบสมการในตัวอย่างที่ 1 อย่างไร ● คำตอบของระบบสมการที่ได้มีลักษณะอย่างไร <p>ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม</p> <p>1. ครูให้นักเรียนแก้ระบบสมการในตัวอย่างที่ 2 เป็นรายบุคคล จากนั้นครูชี้ให้นักเรียนสังเกตวิธีการแก้ระบบสมการดังกล่าว แล้วเปรียบเทียบกับวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากนั้นครูอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง</p> <p>2. ครูซักถามและอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับลักษณะของสมการเชิงเส้น สมการ</p>	<p>เกี่ยวกับลักษณะของสมการเชิงเส้น</p> <p>2. ครูให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของระบบสมการในตัวอย่างที่ 1 จากนั้นครูซักถามเกี่ยวกับวิธีแก้ระบบสมการดังกล่าว แล้วร่วมอภิปรายกับนักเรียนเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร</p> <p>ขั้นที่ 2 ขั้นสอน</p> <p>1. ครูให้นักเรียนพิจารณาสมการดีกรีสอง เช่น $x^2 + y = 17$, $x^2 + y^2 = 25$, $x^2 - 2x = 0$ แล้วซักถามชื่อเรียกของสมการดังกล่าว จากนั้นครูกล่าวแนะนำว่าสมการดังกล่าวเป็นรูปแบบของสมการดีสองและอธิบายรูปทั่วไปของสมการดีกรีสอง แล้วร่วมอภิปรายกับนักเรียนเกี่ยวกับลักษณะสมการดีกรีสอง และสุ่มให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการดีกรีสอง</p> <p>2. ครูยกตัวอย่างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ดังนี้</p> <p><u>ตัวอย่างที่ 2</u> ระบบสมการ $4x - 3y = 25$, $x^2 + y^2 = 25$</p> <p>แล้วครูให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล จากนั้นครูอธิบายเชื่อมโยงจากขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ไปสู่</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ดีกรีสอง แล้วให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการดังกล่าว จากนั้นครูแนะว่าเมื่อรวมสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองอย่างละ 1 สมการเข้าด้วยกันเรียกว่า ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง</p> <p>3. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม โดยให้สมาชิกในกลุ่มเลือกผู้นำกลุ่มและร่วมกันกำหนดบทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม แล้วให้แต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 1 จากนั้นให้ผู้แทนกลุ่มออกมานำเสนอวิธีแก้ระบบสมการ กลวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบ ประกอบกับให้เหตุผลของการได้มาซึ่งคำตอบ</p> <p>4. ครูนำวิธีการแก้ระบบสมการ กลวิธีที่ใช้ และการให้เหตุผลที่นักเรียนนำเสนอมาอภิปรายร่วมกับนักเรียน พร้อมกับนำเสนอกลวิธีต่าง ๆ เพิ่มเติม ได้แก่ กลวิธีแบบจัดแจง กลวิธีแบบกระทำซ้ำ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย ประกอบกับการอ้างเหตุผลแบบต่างๆ ได้แก่ การอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดงหลักฐานเชิงประจักษ์ การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่วไป และการอ้างอิงเหตุผลแบบนิรนัย เพื่อให้แก้ระบบสมการมีความรวดเร็วและสมเหตุสมผลมากขึ้น</p> <p>5. ครูนำอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะคำตอบของระบบสมการ แล้วนำแผนภาพแสดงกราฟคำตอบของระบบสมการดังกล่าวมาแสดงหน้าชั้นเรียน แล้วชี้ให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบว่าคำตอบของระบบสมการกับกราฟแสดงคำตอบมีความสอดคล้องกันอย่างไร</p>	<p>ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) อ่านโจทย์ปัญหา และวิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์ 2) กำหนดสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ 3) สร้างระบบสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด 4) แก้ระบบสมการ 5) ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ <p>3. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 1 จากนั้นให้ผู้แทนกลุ่มออกมานำเสนอวิธีแก้ระบบสมการ และให้กลุ่มอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง</p> <p>4. ครูซักถามนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนคำตอบของระบบสมการในใบกิจกรรมที่ 1 แล้วร่วมอภิปรายนักเรียนเกี่ยวกับลักษณะคำตอบของระบบสมการ</p> <p>5. ครูนำแผนภาพแสดงกราฟคำตอบของระบบสมการในใบกิจกรรมที่ 1 แสดงหน้าชั้นเรียน แล้วซักถามนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนคำตอบของระบบสมการและจุดตัดของกราฟแสดงคำตอบมีความสอดคล้องกันอย่างไร</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป</p> <p>1. ครูชี้ให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วมของระบบสมการจากใบกิจกรรมที่ 1 แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะของระบบสมการที่ประกอบสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง</p> <p>2. ครูให้นักเรียนสังเกตขั้นตอนแก้ระบบสมการจากใบกิจกรรมที่ 1 ว่ามีขั้นตอนที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร แล้วให้นักเรียนเขียนแผนผังแสดงขั้นตอนการแก้ระบบสมการจากนั้นสุ่มให้ตัวแทนของกลุ่มมานำเสนอ ประกอบกับใช้คำถามดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> ● แผนผังแสดงขั้นตอนการแก้ระบบสมการในแต่ละกลุ่มเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร ● ยังขาดขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง และควรปรับเปลี่ยนเพิ่มเติมอย่างไร <p>จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนการแก้ระบบสมการที่ประกอบสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง</p> <p>3. ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบจำนวนคำตอบในแต่ละระบบสมการในใบกิจกรรมที่ 1 ว่าแตกต่างกันอย่างไร แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปจำนวนของระบบสมการที่ประกอบสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง</p> <p>ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้</p> <p>1) ครูยกตัวอย่างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองที่คล้ายคลึงและแตกต่างกับตัวอย่างที่ได้เรียนมา เช่น</p> <ul style="list-style-type: none"> ● $x^2 + y^2 = 5$, $3x + y = 1$ 	<p>ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป</p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ขั้นตอนการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ● รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ● จำนวนคำตอบของระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง <p>ขั้นที่ 4 ขั้นฝึกทักษะ</p> <p>1. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เรื่องการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<ul style="list-style-type: none"> ● $x^2 - 2x + y^2 = 3$, $2x + y = 4$ ● $x^2 - xy - 2y^2 = 4$, $x - y = 2$ <p>แล้วให้นักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้ระบบสมการดังกล่าว</p> <p>2) ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เรื่อง การแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง เพื่อให้นักเรียนนำหลักการแก้ระบบสมการไปใช้ในการแก้ระบบสมการอื่น ๆ</p>	

4. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

- 1) ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
- 2) ใบงานที่ 1 เรื่อง การแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
- 3) แหล่งการเรียนรู้
 - แหล่งข้อมูลต่าง ๆ ในห้องสมุด เช่น หนังสือเสริมทักษะ เอกสารและวารสารคณิตศาสตร์ เป็นต้น
 - อินเทอร์เน็ต

5. การประเมินการเรียนรู้ ประเมินในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) แผนผังแสดงขั้นตอนการแก้ระบบสมการจากแบบประเมินแผนผังและการนำเสนอ
- 2) พฤติกรรมการตอบคำถาม การอภิปราย เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการจากแบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน
- 3) การแก้ระบบสมการจากใบกิจกรรมและใบงาน

เกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนแผนผังแสดงขั้นตอนการแก้ระบบสมการและการนำเสนอ

รายการประเมิน	ระดับคะแนน		
	3	2	1
การจัดกระทำแผนผังแสดงขั้นตอน การแก้ระบบสมการ	มีการจัดทำแผนผังอย่างมีระบบ และแสดงขั้นตอนการแก้ระบบสมการได้อย่างถูกต้อง มีองค์ประกอบของแผนผังครบถ้วน สมบูรณ์	มีการจัดทำแผนผังอย่างมีระบบ และแสดงขั้นตอนการแก้ระบบสมการได้อย่างถูกต้อง มีองค์ประกอบของแผนผังครบถ้วน แต่ยังขาดแสดงละเอียดที่สมบูรณ์	มีการจัดทำแผนผังอย่างไม่เป็นระบบ และไม่ถูกต้อง ไม่แสดงรายละเอียดของแผนผัง
การนำเสนอแผนผัง	นำเสนอแผนผังได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน	นำเสนอแผนผังได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่ชัดเจน	การนำเสนอไม่สื่อความหมาย ขาดความชัดเจน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เกณฑ์การให้คะแนนการตอบคำถาม การอภิปรายเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการ

รายการประเมิน	ระดับคะแนน		
	3	2	1
การตอบคำถาม	ตอบคำถามได้ถูกต้องชัดเจน สมบูรณ์	ตอบคำถามยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ตอบคำถามไม่ถูกต้อง
การมีส่วนร่วมในการอภิปราย	มีส่วนร่วมในการอภิปรายทุกครั้ง และแสดงความกระตือรือร้นในการร่วมอภิปรายกับครูและเพื่อนนักเรียนในชั้นเรียน	ร่วมอภิปรายกับครูและเพื่อนนักเรียนเป็นบางครั้ง	ไม่มีการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน
การแสดงความคิดเห็นใหม่ ๆ	มีการแสดงความคิดเห็นใหม่ ๆ และสร้างสรรค์ทุกครั้ง	มีการแสดงความคิดเห็นใหม่ ๆ เป็นบางครั้ง	ไม่มีการแสดงความคิดเห็นใหม่ ๆ

เกณฑ์การให้คะแนนการทำใบกิจกรรม/ใบงาน

รายการประเมิน	ระดับคะแนน		
	3	2	1
การแสดงวิธีทำ	มีการแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง ชัดเจน และสมเหตุสมผล	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ
ข้อสรุปของคำตอบและการตรวจสอบ	แสดงคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ มีการตรวจสอบคำตอบ	แสดงคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่แสดงการตรวจสอบคำตอบ	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่แสดงการตรวจสอบคำตอบ

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมทางการเรียน
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

เวลา.....ถึง.....น.

เรื่อง.....

การร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน

.....

.....

.....

.....

การซักถามและตอบคำถาม

.....

.....

.....

.....

พฤติกรรมในขณะที่ครูอธิบาย

.....

.....

.....

.....

ความเห็นของผู้สังเกต.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบบันทึกสำหรับครู
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

เวลา.....ถึง.....

น.

เรื่อง.....

1. กิจกรรมการเรียนการสอน

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

 ชั้นการสร้าง

 ความสัมพันธ์.....

.....

 ชั้นการปฏิบัติกิจกรรม.....

.....

 ชั้นการสร้างข้อสรุป.....

.....

 ชั้นการประยุกต์ความรู้.....

.....

1.2 ปัญหาที่พบและวิธีแก้ไข

.....

.....

2. ใบกิจกรรม

2.1 ลักษณะคำถามในใบ

กิจกรรม.....

จำนวนข้อ.....ใช้เวลาทำ.....

2.2 ข้อสังเกตที่พบ

.....
.....
.....
.....

2.3 ปัญหาที่พบและวิธีการแก้ไข

.....
.....
.....
.....

3. ใบงาน

3.1 ลักษณะคำถามในงาน.....

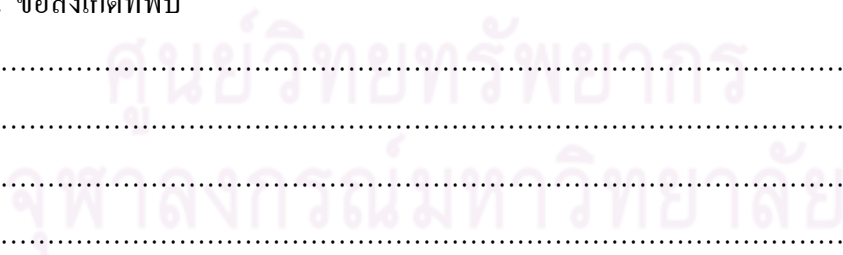
จำนวนข้อ.....ใช้เวลาทำ.....

3.2 ข้อสังเกตที่พบ

.....
.....
.....
.....

3.3 ปัญหาที่พบและวิธีการแก้ไข

.....
.....
.....
.....



ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

กลุ่มที่ ชั้น.....ห้อง.....

รายชื่อสมาชิก

- 1.....
- 2.....
- 3.....
- 4.....

ตอนที่หนึ่ง

จงหาเครื่องหมาย / ลงในช่องว่างที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นสมการที่มีดีกรีเท่าใด และเป็นสมการเชิงเส้น หรือสมการดีกรีสอง

สมการ	ดีกรีของพหุนาม		สมการเชิงเส้น	สมการดีกรีสอง
	ดีกรี 1	ดีกรี 2		
1. $x - 2y = 1$				
2. $x = y$				
3. $y^2 - x = 0$				
4. $y = 3x + 1$				
5. $x^2 + y^2 = 64$				
6. $y = x^2 + 2$				
7. $xy = -34$				
8. $x = 0$				
9. $x + xy = 13$				
10. $y + 3 = 0$				
11. $y + 4 = 0$				
12. $x = y^2$				

ตอนที่สอง จงตอบคำถามต่อไปนี้

☀ สมการเชิงเส้น คือ.....
.....
.....

☀ สมการดีกรีสอง คือ.....
.....
.....

ตอนที่สาม จงตอบคำถามลงในช่องว่างที่กำหนดให้

จากสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ สมการเป็นสมการเชิงเส้น หรือสมการใดเป็นสมการดีกรีสอง เพราะเหตุใด

$y = 2x + 3$	$x + y = 6$	$x^2 - y = 0$	$2xy = 24$
$x = y$	$y^2 = 4x$	$3x = 2y + 4$	$5 - 2x = y$
$x = 6$	$xy = 24$	$x + xy = 13$	$y = 2x$

☀ สมการเชิงเส้น ได้แก่สมการ.....
.....
เพราะ.....

☀ สมการดีกรีสอง ได้แก่สมการ.....
.....
เพราะ.....

ตอนที่สอง

ให้นักเรียนเขียนตอบคำถามและแสดงวิธีทำในช่องว่างที่กำหนดให้

1. ถ้ากำหนดระบบสมการ $x + y = 1$

$$xy = -12$$

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน

เพราะเหตุใด

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ

.....

.....

2. ถ้ากำหนดระบบสมการ $x^2 + y^2 = 13$

$$y + x = 5$$

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน

เพราะเหตุใด

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ

.....

.....

3. ถ้ากำหนดระบบสมการ $x^2 + 2y^2 = 12$

$$2x - y = 2$$

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน

เพราะเหตุใด

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ

.....

.....

4. ถ้ากำหนดระบบสมการ $2x - y = 9$

$$xy = -4$$

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน

เพราะเหตุใด

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ
สาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 3 ชั่วโมง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

ด้านความรู้

- 1) อธิบายขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ
- 2) แสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

- 1) ให้เหตุผลประกอบการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ
- 2) ใช้ภาษาในการสื่อสารแนวความคิดของตนเองกับครูและเพื่อนร่วมชั้นได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

- 1) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 2) มีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน

2. สาระ

การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ เป็นการแก้ปัญหาโดยจัดให้อยู่ในรูปของสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ แล้วใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ ดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาและวิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์
2. กำหนดสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

3. สร้างระบบสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด
4. แก้ระบบสมการ
5. ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

3. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความสัมพันธ์</p> <p>1. ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง โดยกำหนดตัวอย่างโจทย์ปัญหา ดังนี้</p> <p><u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงหาจำนวนนับสองจำนวนซึ่งผลบวกของสองจำนวนเป็น 11 และผลคูณของจำนวนทั้งสองเป็น 28</p> <p>จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์ บอกขั้นตอนการหาคำตอบ แสดงวิธีทำ และหาคำตอบ แล้วช่วยกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร</p> <p>2. ครูให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ ดังนี้</p> <p><u>ตัวอย่างที่ 2</u> จงหาจำนวนบวกสองจำนวนซึ่งผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 13 และผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 5</p> <p>จากนั้นครูใช้คำถามดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> ● โจทย์ปัญหาในตัวอย่างที่ 2 คล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาในตัวอย่างที่ 1 อย่างไร 	<p>ขั้นที่ 1 ขั้นนำ</p> <p>1. ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง โดยกำหนดตัวอย่างโจทย์ปัญหา ดังนี้</p> <p><u>ตัวอย่างที่ 1</u> จำนวนนับสองจำนวนรวมกันเป็น 11 ผลคูณของสองจำนวนเป็น 28 จงหาจำนวนทั้งสอง</p> <p>จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์โจทย์ บอกขั้นตอนการหาคำตอบ แสดงวิธีทำและหาคำตอบ แล้วช่วยกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร</p> <p>ขั้นที่ 2 ขั้นสอน</p> <p>1. ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ ดังนี้</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>● มีวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหานี้อย่างไร</p> <p>● วิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในตัวอย่างที่ 2 เหมือนหรือแตกต่างกับโจทย์ปัญหาในตัวอย่างที่ 1 อย่างไร</p> <p>ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม</p> <p>1. ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาในตัวอย่างที่ 2 เป็นรายบุคคล ประกอบกับครูใช้คำถามดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> ● โจทย์ปัญหาข้างต้นกำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง ● กำหนดสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อะไรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ● เขียนข้อความข้างต้นเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้หรือไม่ เขียนได้อย่างไร ● หาคำตอบของระบบสมการนี้ได้อย่างไร <p>จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันแก้โจทย์ปัญหาและตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์</p> <p>2. ครูนำเสนอตัวอย่างโจทย์ปัญหาระบบสมการที่มีความซับซ้อนมากขึ้น แล้วให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล จากนั้นให้นักเรียนจับคู่เพื่อนนักเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้วิธีคิดและกลวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบ และสุ่มให้ตัวแทนนำเสนอหน้าชั้นเรียน</p> <p>3. ครูนำกลวิธีที่นักเรียนนำเสนอมาอภิปรายร่วมกับนักเรียน พร้อมกับนำเสนอกลวิธีต่าง ๆ เพิ่มเติม ได้แก่ กลวิธีแบบชัดเจน กลวิธีแบบกระชับ กลวิธีแบบองค์รวม และกลวิธีแบบรวมหน่วย ประกอบกับการอ้างเหตุผลแบบต่างๆ ได้แก่ การอ้างอิงบุคคลอื่น การแสดง</p>	<p><u>ตัวอย่างที่ 2</u> จงหาจำนวนบวกสองจำนวนซึ่งผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 13 และผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 5</p> <p>แล้วครูให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล จากนั้นครูอธิบายเชื่อมโยงจากขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองไปสู่ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) อ่านโจทย์ปัญหา และวิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์ 2) กำหนดสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ 3) สร้างระบบสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด 4) แก้ระบบสมการ 5) ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ <p>แล้วครูร่วมกับนักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบของนักเรียน และอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของระบบสมการ</p> <p>4. ครูให้นักเรียนแต่ละคนจับฉลากบัตรคำที่แสดงโจทย์ปัญหาไว้บัตรละ 1 ข้อ แล้วให้ทำกิจกรรมดังต่อไปนี้</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>หลักฐานเชิงประจักษ์ การแสดงตัวอย่างที่อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไป และการอ้างอิงเหตุผลแบบ นิรนัย เพื่อใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาในระบบสมการให้มีความรวดเร็วและสมเหตุสมผลมากขึ้น</p> <p>4. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ให้แต่ละกลุ่มจับฉลากบัตรคำที่แสดงโจทย์ปัญหาไว้บัตรละ 1 ข้อ และให้สมาชิกในกลุ่มเลือกผู้นำกลุ่ม และร่วมกันกำหนดบทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม แล้วทำกิจกรรมดังต่อไปนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) เขียนเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ 2) กำหนดสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ 3) เขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความข้างต้น 4) ดำเนินการแก้ระบบสมการ 5) ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ <p>จากนั้นสมาชิกในกลุ่มทบทวนการทำงานว่ามีสิ่งใดควรเพิ่มเติมหรือแก้ไข หากมีการแก้ไขให้ดำเนินการจัดทำใหม่ แล้วให้ผู้แทนกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้โจทย์ปัญหา</p> <p>ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างข้อสรุป</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสังเกตวิธีการแก้โจทย์ปัญหาในใบกิจกรรมว่ามีลำดับขั้นตอนอย่างไร และให้แต่ละกลุ่มเขียนแผนผังแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาในระบบสมการที่ประกอบด้วย สมการดีกรีสองทั้งสองสมการ จากนั้นให้ตัวแทนของกลุ่มมานำเสนอ แล้วให้เพื่อนนักเรียน 	<ol style="list-style-type: none"> 1) เขียนเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ 2) กำหนดสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ 3) เขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความข้างต้น 4) ดำเนินการแก้ระบบสมการ 5) ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ <p>จากนั้นครูสุ่มให้นักเรียนมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยให้เพื่อนนักเรียนคนอื่นๆ ชักถามข้อสงสัยและตรวจสอบความถูกต้องแล้ว แก้ไขให้สมบูรณ์</p> <p>ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาในระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ <p>ขั้นที่ 4 ขั้นฝึกทักษะ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ร่วมกันแสดงความคิดเห็น ตรวจสอบ แก้ไข เพิ่มเติมให้มีความถูกต้องสมบูรณ์จนนักเรียนสามารถร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของระบบสมการ ได้ถูกต้อง</p> <p>ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ความรู้</p> <p>1. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ เพื่อให้นักเรียนนำหลักของการแก้โจทย์ปัญหาไปใช้ในแก้โจทย์ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้</p>	

4. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

- 1) บัตรคำแสดงระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ
- 2) ใบงานที่ 1 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ
- 3) แหล่งการเรียนรู้
 - แหล่งข้อมูลต่าง ๆ ในห้องสมุด เช่น หนังสือเสริมทักษะ เอกสารและวารสารคณิตศาสตร์ เป็นต้น
 - อินเทอร์เน็ต

5. การประเมินการเรียนรู้ ประเมินในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) แผนผังแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการจากแบบประเมินแผนผังและการนำเสนอ
- 2) พฤติกรรมการตอบคำถาม การอภิปราย เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการจากแบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน
- 3) การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการจากใบงาน

เกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนแผนผังแสดงขั้นตอนการแก้ไข้ปัญหาาระบบสมการและการนำเสนอ

รายการประเมิน	ระดับคะแนน		
	3	2	1
การจัดกระทำแผนผังแสดงขั้นตอนการแก้ไข้ปัญหาาระบบสมการ	มีการจัดทำแผนผังอย่างมีระบบ และแสดงขั้นตอนการแก้ไข้ปัญหาาระบบสมการได้อย่างถูกต้อง มีองค์ประกอบของแผนผังครบถ้วน สมบูรณ์	มีการจัดทำแผนผังอย่างมีระบบ และแสดงขั้นตอนการแก้ไข้ปัญหาาระบบสมการได้อย่างถูกต้อง มีองค์ประกอบของแผนผังครบถ้วน แต่ยังขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์	มีการจัดทำแผนผังอย่างไม่เป็นระบบ และไม่ถูกต้อง ไม่แสดงรายละเอียดของแผนผัง
การนำเสนอแผนผัง	นำเสนอแผนผังได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน	นำเสนอแผนผังได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่ชัดเจน	การนำเสนอไม่สื่อความหมาย ขาดความชัดเจน

เกณฑ์การให้คะแนนการทำใบงาน

รายการประเมิน	ระดับคะแนน		
	3	2	1
การแสดงวิธีทำ	มีการแสดงวิธีทำได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และสมเหตุสมผล	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ
ข้อสรุปของคำตอบและการตรวจสอบ	แสดงคำตอบได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ มีการตรวจสอบคำตอบ	แสดงคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่แสดงการตรวจสอบคำตอบ	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่แสดงการตรวจสอบคำตอบ

เกณฑ์การให้คะแนนการตอบคำถาม การอภิปรายเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาาระบบสมการ

รายการประเมิน	ระดับคะแนน		
	3	2	1
การตอบคำถาม	ตอบคำถามได้ถูกต้องชัดเจนสมบูรณ์	ตอบคำถามยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ตอบคำถามไม่ถูกต้อง
การมีส่วนร่วมในการอภิปราย	มีส่วนร่วมในการอภิปรายทุกครั้ง และแสดงความกระตือรือร้นในการร่วมอภิปรายกับครูและเพื่อนนักเรียนในชั้นเรียน	ร่วมอภิปรายกับครูและเพื่อนนักเรียนเป็นบางครั้ง	ไม่มีการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน
การแสดงความคิดเห็นใหม่ๆ	มีการแสดงความคิดเห็นใหม่ๆ และสร้างสรรค์ทุกครั้ง	มีการแสดงความคิดเห็นใหม่ๆ เป็นบางครั้ง	ไม่มีการแสดงความคิดเห็นใหม่ๆ

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมทางการเรียน
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

เวลา.....ถึง.....น.

เรื่อง.....

การร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน

.....

.....

.....

.....

การซักถามและตอบคำถาม

.....

.....

.....

.....

พฤติกรรมในขณะที่ครูอธิบาย

.....

.....

.....

.....

ความเห็นของผู้สังเกต.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบบันทึกสำหรับครู
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

เวลา.....ถึง.....

น.

เรื่อง.....

1. กิจกรรมการเรียนการสอน

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นการสร้าง

ความสัมพันธ์.....

.....

.....

ขั้นการปฏิบัติกิจกรรม.....

.....

.....

ขั้นการสร้างข้อสรุป.....

.....

.....

ขั้นการประยุกต์ความรู้.....

.....

.....

1.2 ปัญหาที่พบและวิธีแก้ไข

.....

.....

.....

2. ใบกิจกรรม

2.1 ลักษณะคำถามในใบ

กิจกรรม.....

จำนวนข้อ.....ใช้เวลาทำ.....

2.2 ข้อสังเกตที่พบ

.....

2.3 ปัญหาที่พบและวิธีการแก้ไข

.....

3. ใบงาน

3.1 ลักษณะคำถามในงาน.....

จำนวนข้อ.....ใช้เวลาทำ.....

3.2 ข้อสังเกตที่พบ

.....

3.3 ปัญหาที่พบและวิธีการแก้ไข

.....

ใบงานที่ 1

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของระบบสมการดังต่อไปนี้

1. จงหาจำนวนบวกสองจำนวนซึ่งผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 144 และผลบวกกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 194

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

1.1 จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนจำนวนทั้งสอง

.....

.....

1.2 วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

1.4 ถ้ากำหนดให้จำนวนทั้งสอง คือ x และ y และมี 21, 29 เป็นสองจำนวนถัดมา ดังนี้

x	y	21	29	—	—
จำนวนที่ 1	2	3	4	5	6

จำนวนที่ 5 คือจำนวนใด จงอธิบายวิธีคิด

.....

.....

จำนวนที่ n คือจำนวนใด จงอธิบายวิธีคิด

.....

.....

2. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 10 เมตร และมีพื้นที่เท่ากับ 48 เมตร จงหาความกว้างและความยาวของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

2.1 จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนความกว้างและความยาวของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

.....

.....

2.2 วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

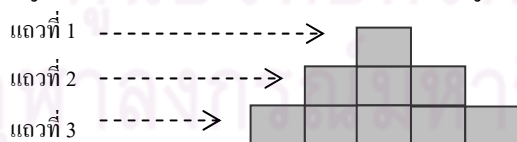
2.3 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

2.4 ถ้านำรูปสี่เหลี่ยมมาวางเรียงกันเป็นแถว ๆ ดังรูปข้างล่าง



แถวที่ 4 จะต้องใช้รูปสี่เหลี่ยมจำนวนกี่รูป จงอธิบายวิธีคิด

.....

.....

.....

แถวที่ n จะต้องใช้รูปสี่เหลี่ยมจำนวนกี่รูป จงอธิบายวิธีคิด

.....

.....

บัตรคำแสดงโจทย์ปัญหาาระบบสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ

1. ในฟาร์มแห่งหนึ่งเลี้ยงนกกับวัวจำนวนหนึ่ง ผลต่างของกำลังสองของจำนวนนกและจำนวนม้าเท่ากับ 675 ตัว เมื่อนับจำนวนขา จะพบว่า กำลังสองของจำนวนขานกเท่ากับกำลังสองของจำนวนขาม้า อยากทราบว่าฟาร์มแห่งนี้เลี้ยงม้ากับนกอย่างละกี่ตัว

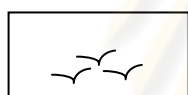
จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

1.1 จงหาว่ามีจำนวนไก่มากกว่านกกี่ตัว โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจสอบ

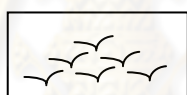
คำตอบ

1.2 ถ้าหากจำนวนนกในฟาร์มแต่ละกรงมีจำนวน 3 ตัว 6 ตัว และ 10 ตัว ตามลำดับ

ดังรูป



กรงที่ 1



กรงที่ 2



กรงที่ 3

....

กรงที่ 4 มีจำนวนนกกี่ตัว จงอธิบายวิธีคิด

กรงที่ n มีจำนวนนกกี่ตัว จงอธิบายวิธีคิด

2. ผลคูณของจำนวนเต็มสองจำนวนรวมกับสามเท่าของจำนวนที่น้อยกว่าเท่ากับ 36 และผลบวกกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 194 จงหาจำนวนทั้งสอง

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 จงหาจำนวนทั้งสอง โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

2.2 ถ้ากำหนดให้จำนวนทั้งสอง คือ x และ y และมี 8, 10 เป็นสองจำนวนถัดมา ดังนี้

	x	y	8	10	—	—
จำนวนที่	1	2	3	4	5	6	

จำนวนที่ 5 คือจำนวนใด จงอธิบายวิธีคิด

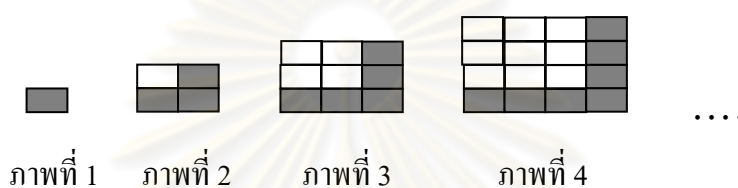
จำนวนที่ n คือจำนวนใด จงอธิบายวิธีคิด

3. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 5 เซนติเมตร และมีพื้นที่เท่ากับเท่ากับ 15 เซนติเมตร

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

3.2 ถ้านำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามาจัดเรียงตามลวดลายข้างล่าง



ภาพที่ 5 มีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เรเงากี่รูป จงอธิบายวิธีคิด

ภาพที่ n มีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เรเงากี่รูป จงอธิบายวิธีคิด

4. กระดาษสี่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่เท่ากับ 34 เซนติเมตร มีเส้นทแยงมุมยาวกว่าด้านยาวอยู่ 1 เซนติเมตร

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

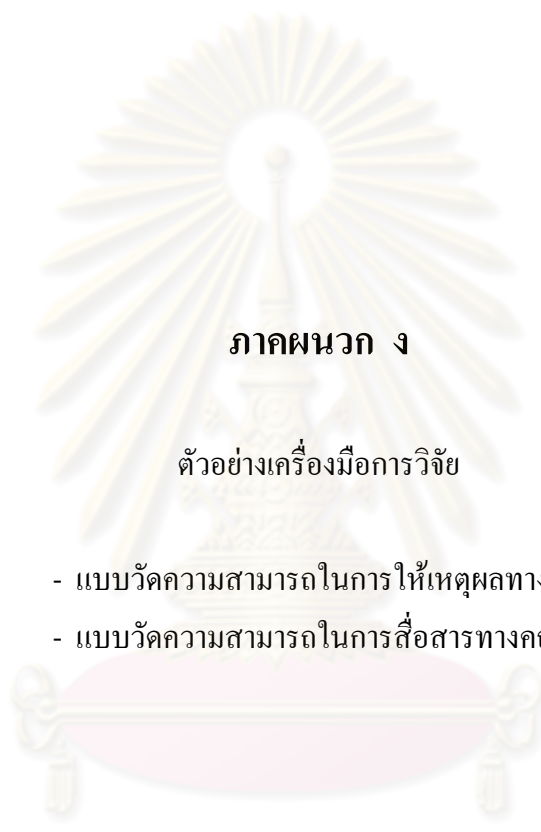
4.1 กระดาษสี่มีพื้นที่ที่ตารางเซนติเมตร โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

4.2 ถ้านำกระดาษสี่ขาวและสีเทามาสร้างภาพปะติด ดังภาพ



ภาพที่ 5 มีจำนวนกระดาษสี่ที่เรเงากี่รูป จงอธิบายวิธีคิด

ภาพที่ n มีจำนวนกระดาษสี่ที่เรเงากี่รูป จงอธิบายวิธีคิด



ภาคผนวก ง

ตัวอย่างเครื่องมือการวิจัย

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางทางพีชคณิต
- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต (ก่อนเรียน)

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด จำนวน 8 ข้อ ให้เวลาทำทั้งหมด 1 ชั่วโมง 40 นาที
2. ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างละเอียดรอบคอบ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสมกับปัญหา
3. ในการแสดงเหตุผลอาศัยการคิดในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การเขียนบรรยาย การใช้รูปภาพ การใช้กราฟ ตาราง และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นแนวความคิด และวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ เพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
4. ในการประเมินคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต จะพิจารณาลักษณะการให้เหตุผลของนักเรียนที่เกิดจาก
 - การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุป
 - การสร้างข้อสรุปของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้
 - การยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่าง

(ก) ร้านค้าแห่งหนึ่งออกแบบโต๊ะสำหรับวางจำหน่ายสินค้า ให้มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีพื้นที่ผิวหน้าโต๊ะเท่ากับ 1,320 ตารางนิ้ว และวัดความยาวรอบโต๊ะได้ 148 นิ้ว
จงหาความยาวและความกว้างของโต๊ะ

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนต่อไปนี้

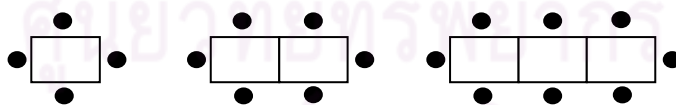
1. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

.....

2. ให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมกับตรวจสอบคำตอบ

.....

3. ถ้าหากว่าบริษัทกำหนดให้โต๊ะ 1 ตัว มีพนักงานนั่งได้ 4 คน เมื่อนำโต๊ะมาวางเรียงติดกัน 2 ตัว และ 3 ตัว พนักงานจะนั่งได้ 6 คน และ 8 คน ดังรูป



ถ้านำโต๊ะมาเรียงต่อกันจำนวน 4 ตัว พนักงานจะนั่งได้ทั้งหมดกี่คน จงอธิบายวิธีคิด

.....

ถ้านำโต๊ะมาเรียงต่อกันจำนวน n ตัว พนักงานจะนั่งได้ทั้งหมดกี่คน จงอธิบายวิธีคิด

.....

แนวการตอบ

1. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

1) พื้นที่ผิวหน้าโต๊ะ 1,320 ตารางนิ้ว 2) ความยาวรอบโต๊ะ 148 นิ้ว

2. ให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมกับตรวจสอบคำตอบ

กำหนดให้ x แทน ความกว้างของโต๊ะ และ y แทน ความยาวของโต๊ะ

$$\text{จะได้} \quad xy = 1,320 \quad \underline{\hspace{10em}} \quad (1)$$

$$2x + 2y = 148 \quad \underline{\hspace{10em}} \quad (2)$$

$$\text{จากสมการ (2) จะได้} \quad x + y = 74 \quad \underline{\hspace{10em}} \quad (3)$$

$$\text{จากสมการ (3) จะได้} \quad y = 74 - x \quad \underline{\hspace{10em}} \quad (4)$$

$$\text{แทน } y \text{ ด้วย } 74 - x \text{ ใน (1) จะได้} \quad x(74 - x) = 1,320$$

$$(x - 44)(x - 30) = 0$$

$$x = 44, 30$$

$$\text{แทน } x \text{ ด้วย } 44 \text{ ในสมการ (4) จะได้} \quad y = 74 - 44 = 30$$

$$\text{และแทน } x \text{ ด้วย } 30 \text{ ในสมการ (4) จะได้} \quad y = 74 - 30 = 44$$

จะได้ โต๊ะมีความกว้างเท่ากับ 30 นิ้ว และความยาวเท่ากับ 44 นิ้ว

ตรวจสอบคำตอบ ถ้าโต๊ะมีความกว้างเท่ากับ 30 นิ้ว และความยาวเท่ากับ 44 นิ้ว จะได้พื้นที่ $30 \times 44 = 1,320$ ตารางนิ้ว และความยาวรอบโต๊ะเท่ากับ $(30 \times 2) + (44 \times 2) = 148$ นิ้ว ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

3. ถ้านำโต๊ะมาเรียงต่อกันจำนวน 4 ตัว พนักงานจะนั่งได้ทั้งหมดกี่คน จงอธิบายวิธีคิด

พิจารณาโต๊ะ 1 ตัว พนักงานนั่งได้ 4 คน หรือ $4 + 2(1-1) = 4$ คน

โต๊ะ 2 ตัว พนักงานนั่งได้ 6 คน หรือ $4 + 2(2-1) = 6$ คน

โต๊ะ 3 ตัว พนักงานนั่งได้ 8 คน หรือ $4 + 2(3-1) = 8$ คน

โต๊ะ 4 ตัว พนักงานนั่งได้ 10 คน หรือ $4 + 2(4-1) = 10$ คน

ดังนั้น ถ้ามีจำนวนโต๊ะ 4 ตัว พนักงานนั่งได้ทั้งหมด 10 คน

ถ้านำโต๊ะมาเรียงต่อกันจำนวน n ตัว พนักงานจะนั่งได้ทั้งหมดกี่คน จงอธิบายวิธีคิด

จากการพิจารณา จำนวนโต๊ะและจำนวนพนักงานที่นั่งล้อมรอบโต๊ะจะพบว่า มีลักษณะเป็นแบบรูปที่เพิ่มจำนวนขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งสามารถเขียนข้อสรุปที่อยู่ในรูปพจน์ทั่วไปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโต๊ะกับจำนวนพนักงานที่นั่งล้อมรอบโต๊ะได้ คือ จำนวนพนักงาน = $4 + 2(n-1)$ เมื่อ n เป็นจำนวนโต๊ะ

2. วงกลมสองวงมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 65π ตารางหน่วย เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงใหญ่ยาวกว่าสองเท่าของรัศมีของวงกลมวงเล็กอยู่ 6 หน่วย วงกลมวงใหญ่มีเส้นรอบวงยาวเท่าไร

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

.....

.....

.....

2.2 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมกับตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 ถ้านำวงกลมวงเล็กมาจัดเรียงตามรูปแบบข้างล่าง



ในภาพที่ 4 จะมีวงกลมจำนวนกี่รูป จงอธิบายวิธีคิด

.....

.....

.....

ในภาพที่ n จะมีวงกลมจำนวนกี่รูป จงอธิบายวิธีคิด

.....

.....

.....

3. ในการปูแผ่นกระเบื้องบนพื้นห้องพักครูของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ได้กำหนดให้แผ่นกระเบื้องปูพื้นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีเส้นทแยงมุมยาว 5 เซนติเมตร และมีพื้นที่ 12 ตารางเซนติเมตร จงหาความกว้างและความยาวของแผ่นกระเบื้อง

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนต่อไปนี้

3.1 นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

.....

.....

.....

3.2 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมกับตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.3 ถ้าต้องการปูกระเบื้องตามลวดลายข้างล่าง จะต้องใช้ทั้งกระเบื้องสีดำและสีขาว และใช้กระเบื้องสีดำล้อมรอบกระเบื้องสีขาว ดังรูป



ภาพที่ 1

ภาพที่ 2

ภาพที่ 3

ในภาพที่ 5 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำกี่แผ่น จงอธิบายวิธีคิด

.....

.....

.....

ในภาพที่ n จะต้องใช้กระเบื้องสีดำกี่แผ่น จงอธิบายวิธีคิด

.....

.....

.....

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต (หลังเรียน)

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด จำนวน 8 ข้อ ให้เวลาทำทั้งหมด 1 ชั่วโมง 40 นาที
2. ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างละเอียดรอบคอบ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสมกับปัญหา
3. ในการแสดงเหตุผลอาศัยการคิดในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การเขียนบรรยาย การใช้รูปภาพ การใช้กราฟ ตาราง และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นแนวความคิด และวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ เพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
4. ในการประเมินคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิต จะพิจารณาลักษณะการให้เหตุผลของนักเรียนที่เกิดจาก
 - การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุป
 - การสร้างข้อสรุปของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้
 - การยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แนวการตอบ

1. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

1) พื้นที่ผิวหน้าโต๊ะ 1,176 ตารางนิ้ว 2) ความยาวรอบโต๊ะ 140 นิ้ว

2. ให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมกับตรวจสอบคำตอบ

กำหนดให้ x แทน ความกว้างของโต๊ะ และ y แทน ความยาวของโต๊ะ

$$\text{จะได้} \quad xy = 1,176 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad (1)$$

$$2x + 2y = 140 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad (2)$$

จากสมการ (2) จะได้ $x + y = 70 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad (3)$

จากสมการ (3) จะได้ $y = 70 - x \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad (4)$

แทน y ด้วย $70 - x$ ใน (1) จะได้ $x(70 - x) = 1,176$

$$(x - 42)(x - 28) = 0$$

$$x = 42, 28$$

แทน x ด้วย 42 ในสมการ (4) จะได้ $y = 70 - 42 = 28$

และแทน x ด้วย 28 ในสมการ (4) จะได้ $y = 70 - 28 = 42$

จะได้ โต๊ะมีความกว้างเท่ากับ 28 นิ้ว และความยาวเท่ากับ 42 นิ้ว

ตรวจสอบคำตอบ ถ้าโต๊ะมีความกว้างเท่ากับ 28 นิ้ว และความยาวเท่ากับ 42 นิ้ว จะได้พื้นที่ $28 \times 42 = 1,176$ ตารางนิ้ว และความยาวรอบโต๊ะเท่ากับ $(28 \times 2) + (42 \times 2) = 140$ นิ้ว ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

4. ถ้านำโต๊ะมาเรียงต่อกันจำนวน 4 ตัว พนักงานจะนั่งได้ทั้งหมดกี่คน จงอธิบายวิธีคิด

พิจารณาโต๊ะ 1 ตัว พนักงานนั่งได้ 4 คน หรือ $4 + 2(1-1) = 4$ คน

โต๊ะ 2 ตัว พนักงานนั่งได้ 6 คน หรือ $4 + 2(2-1) = 6$ คน

โต๊ะ 3 ตัว พนักงานนั่งได้ 8 คน หรือ $4 + 2(3-1) = 8$ คน

โต๊ะ 4 ตัว พนักงานนั่งได้ 10 คน หรือ $4 + 2(4-1) = 10$ คน

ดังนั้น ถ้ามีจำนวนโต๊ะ 4 ตัว พนักงานนั่งได้ทั้งหมด 10 คน

ถ้านำโต๊ะมาเรียงต่อกันจำนวน n ตัว พนักงานจะนั่งได้ทั้งหมดกี่คน จงอธิบายวิธีคิด

จากการพิจารณา จำนวนโต๊ะและจำนวนพนักงานที่นั่งล้อมรอบโต๊ะจะพบว่า มีลักษณะเป็นแบบรูปที่เพิ่มจำนวนขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งสามารถเขียนข้อสรุปที่อยู่ในรูปพจน์ทั่วไปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโต๊ะกับจำนวนพนักงานที่นั่งล้อมรอบโต๊ะได้ คือ จำนวนพนักงาน = $4 + 2(n-1)$ เมื่อ n เป็นจำนวนโต๊ะ

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาเขียน มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด จำนวน 8 ข้อ ให้เวลาทำทั้งหมด 1 ชั่วโมง 40 นาที
2. ให้นักเรียนเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดในการหาคำตอบของแต่ละคำถาม และใช้ภาษาสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความ
3. ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างละเอียดรอบคอบ โดยอาศัยการเขียนบรรยาย เขียนรูปภาพ กราฟ ตาราง หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น เพื่อช่วยในการตอบคำถามและให้เห็นแนวความคิด และวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ เพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
4. ในการประเมินคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะพิจารณาลักษณะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจาก
 - ภาษาทางคณิตศาสตร์
 - การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - ความชัดเจนในการนำเสนอ

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แนวการตอบ

1. จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนความยาวของแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก

ให้ x แทนความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่

และ y แทนความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

2. วิธีทำ



จาก ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 117 ตร.ซม. จะได้ $x^2 + y^2 = 117$
และ ผลบวกของความยาวของด้านทั้งสองเท่ากับ 15 ซม. จะได้ $x + y = 15$

จาก $x^2 + y^2 = 117$ _____ (1)

$x + y = 15$ _____ (2)

จาก (2) จะได้ $x = 15 - y$ _____ (3)

แทน x ด้วย $15 - y$ ใน (1)

จะได้ $(15 - y)^2 + y^2 = 117$

$$225 - 30y + y^2 + y^2 - 117 = 0$$

$$y^2 - 15y + 54 = 0$$

$$(x-6)(x-9) = 0$$

$$x = 6, 9$$

แทน x ด้วย 6 ในสมการ (3)

จะได้ $6 = 15 - y$

$$y = 9$$

ดังนั้น $x = 6$ จะได้ $y = 9$ หรือ $x = 9$ จะได้ $y = 6$

เนื่องจาก $x > y$ ดังนั้น $x = 9$ และ $y = 6$ ดังนั้น ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่ยาวกว่าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก $9 - 6 = 3$ ซม.

3. ตรวจสอบคำตอบ ถ้าให้ความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่เท่ากับ 9 ซม. และความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กเท่ากับ 6 ซม. จะได้ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ $6^2 + 9^2 = 117$ ตร.ซม. และผลบวกของความยาวของด้านทั้งสองเท่ากับ $6 + 9 = 15$ ซม. ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่ยาวกว่าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก 3 เซนติเมตร

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

1. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 96 ตารางเซนติเมตร และมีเส้นรอบรูปยาว 40 เซนติเมตร
ถ้าสร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งแนบในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
ยาวเท่ากับด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จงหาความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1.1 จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนความกว้างและความยาวของรูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้า

.....
.....

1.2 วิธีทำ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

1.3 ตรวจสอบคำตอบ

.....
.....
.....

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาเขียน มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด จำนวน 8 ข้อ ให้เวลาทำทั้งหมด 1 ชั่วโมง 40 นาที
2. ให้นักเรียนเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดในการหาคำตอบของแต่ละคำถาม และใช้ภาษาสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความ
3. ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างละเอียดรอบคอบ โดยอาศัยการเขียนบรรยาย เขียนรูปภาพ กราฟ ตาราง หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น เพื่อช่วยในการตอบคำถามและให้เห็นแนวความคิด และวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ เพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
4. ในการประเมินคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะพิจารณาลักษณะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจาก
 - ภาษาทางคณิตศาสตร์
 - การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - ความชัดเจนในการนำเสนอ

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่าง

(ก) มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำนวน 2 รูปที่มีขนาดต่างกัน ถ้าผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 74 ตารางเซนติเมตร และผลบวกของความยาวของด้านทั้งสองเท่ากับ 12 เซนติเมตร จงหาว่าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่ยาวกว่าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กเท่าใด

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนความยาวของแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก

.....

2. วิธีทำ

.....

3. ตรวจสอบคำตอบ

.....

แนวการตอบ

1. จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนความยาวของแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก

ให้ x แทนความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่

และ y แทนความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

3. วิธีทำ



จาก ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 74 ตร.ซม. จะได้ $x^2 + y^2 = 74$

และ ผลบวกของความยาวของด้านทั้งสองเท่ากับ 12 ซม. จะได้ $x + y = 12$

จาก $x^2 + y^2 = 74$ _____ (1)

$x + y = 12$ _____ (2)

จาก (2) จะได้ $x = 12 - y$ _____ (3)

แทน x ด้วย $12 - y$ ใน (1)

จะได้ $(12 - y)^2 + y^2 = 74$

$$144 - 24y + y^2 + y^2 - 74 = 0$$

$$(x-5)(x-7) = 0$$

$$x = 5, 7$$

แทน x ด้วย 5 ในสมการ (3)

แทน x ด้วย 7 ในสมการ (3)

จะได้ $5 = 12 - y$

จะได้ $7 = 12 - y$

$$y = 7$$

$$y = 5$$

ดังนั้น $x = 5$ จะได้ $y = 7$, $x = 7$ จะได้ $y = 5$

เนื่องจาก $x > y$ ดังนั้น $x = 7$ และ $y = 5$ ดังนั้น ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่ยาวกว่าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก $7 - 5 = 2$ ซม.

3. ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าให้ความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่เท่ากับ 7 ซม. และความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กเท่ากับ 5 ซม. จะได้ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ $7^2 + 5^2 = 74$ ตารางเซนติเมตร และผลบวกของความยาวของด้านทั้งสองเท่ากับ $7 + 5 = 12$

เซนติเมตร ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่ยาวกว่าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก 2 เซนติเมตร

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

1. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 48 ตารางเซนติเมตร และมีเส้นรอบรูปยาว 28 เซนติเมตร
ถ้าสร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งแนบในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
ยาวเท่ากับด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จงหาความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

1.1 จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนความกว้างและความยาวของรูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้า

.....

1.2 วิธีทำ

.....

.....

1.3 ตรวจสอบคำตอบ

.....

2. ถ้าวงกลมวงใหญ่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวกว่าวงกลมวงเล็กอยู่ 8 เมตร และมีพื้นที่มากกว่าวงกลมวงเล็กอยู่ 64π ตารางเมตร แล้วอัตราส่วนรัศมีของวงกลมวงใหญ่ต่อรัศมีของวงกลมวงเล็กมีค่าเท่าใด

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงตอบคำถามและปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

2.1 จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนรัศมีของวงกลมวงใหญ่และวงกลมวงเล็ก

.....
.....

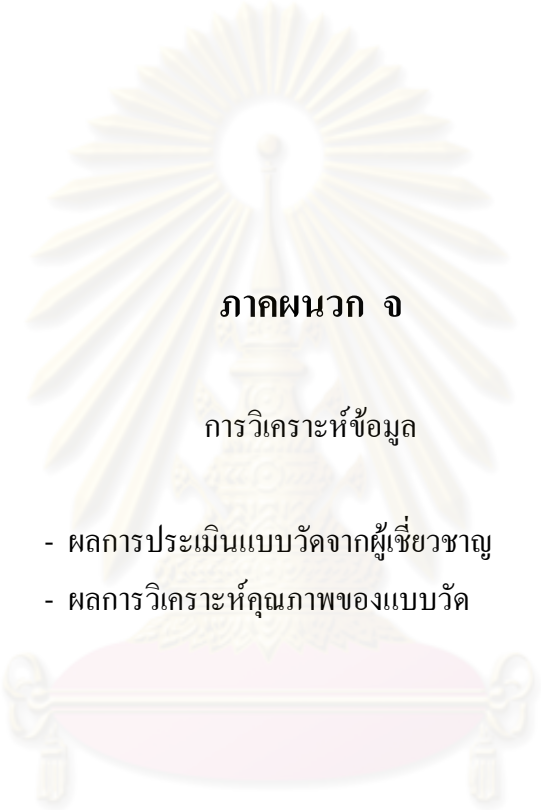
2.2 วิธีทำ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.3 ตรวจสอบคำตอบ

.....
.....
.....



ภาคผนวก จ

การวิเคราะห์ข้อมูล

- ผลการประเมินแบบวัดจากผู้เชี่ยวชาญ
- ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการประเมินแบบวัดจากผู้เชี่ยวชาญ

1. ผลการประเมินแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลบ้ก่อนเรียน

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	1
6	1	1	1	1
7	1	1	1	1
8	1	1	1	1
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	1
12	1	1	1	1
13	1	1	1	1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ผลการประเมินแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	1
6	1	1	1	1
7	1	1	1	1
8	1	1	1	1
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	1
12	1	1	1	1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ผลการประเมินแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลบ้ก่อนเรียน

ข้อ	การให้เหตุผลทางพีชคณิต				การสื่อสารทางคณิตศาสตร์			
	ก่อนเรียน		หลังเรียน		ก่อนเรียน		หลังเรียน	
	p	r	p	r	p	r	p	r
1	0.64	0.43	0.69	0.38	0.56	0.63	0.49	0.58
2	0.69	0.43	0.69	0.53	0.64	0.63	0.66	0.63
3	0.53	0.45	0.66	0.38	0.60	0.50	0.60	0.70
4	0.41	0.43	0.48	0.50	0.54	0.43	0.60	0.40
5	0.58	0.60	0.45	0.45	0.39	0.33	0.20	0.30
6	0.35	0.40	0.39	0.68	0.38	0.35	0.35	0.40
7	0.45	0.45	0.44	0.43	0.46	0.48	0.35	0.45
8	0.35	0.35	0.48	0.50	0.43	0.45	0.44	0.43

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. ผลการทดสอบความแปรปรวนและค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means			
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference
EXP_CON	Equal variances assumed	.486	.488	1.272	77	.207	1.5647
	Equal variances not assumed			1.269	75.078	.208	1.5647

ผลการทดสอบความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้ค่า sig = .488 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ดังนั้นทั้งสองกลุ่มมีความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ไม่แตกต่างกัน และผลการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ได้ค่า sig = .207 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ดังนั้นค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองไม่แตกต่างกับกลุ่มควบคุม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. ผลการทดสอบความแปรปรวนและค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means			
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference
PRE_REA	Equal variances assumed	1.231	.271	1.409	77	.163	.8699
	Equal variances not assumed			1.411	76.470	.162	.8699

ผลการทดสอบความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้ค่า sig = .271 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ดังนั้นทั้งสองกลุ่มมีความแปรปรวนของคะแนนก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน และผลการทดสอบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตเฉลี่ยก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ได้ค่า sig = .163 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ดังนั้นค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตของกลุ่มทดลองไม่แตกต่างกับกลุ่มควบคุม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5. ผลการทดสอบความแปรปรวนและค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means			
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean
							Difference
PRE_COM	Equal variances assumed	.517	.474	.763	77	.448	.4795
	Equal variances not assumed			.764	76.981	.447	.4795

ผลการทดสอบความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้ค่า sig = .474 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญทาง
สถิติ .05 ดังนั้นทั้งสองกลุ่มมีความแปรปรวนของคะแนนก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน และผลการ
ทดสอบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยก่อนเรียนระหว่าง
กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ได้ค่า sig = .448 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ดังนั้น
ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองไม่แตกต่างกับ
กลุ่มควบคุม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวพรรณทิพา พรหมรักษ์ เกิดเมื่อวันที่ 21 ธันวาคม พ.ศ. 2521 ที่อำเภอท่าม่วง จังหวัดกาญจนบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีการศึกษามัธยมศึกษา (วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยบูรพา ปีการศึกษา 2543 สำเร็จการศึกษาปริญญาโทศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา) มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2546 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรดุขศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2549 ปัจจุบันเป็นอาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย