

บทที่ 5

การคำนวณค่านอร์ม H_2 ของระบบชักรัดตัวอย่างข้อมูล

ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการคำนวณค่านอร์ม H_2 ที่ได้กล่าวไปแล้วในบทที่ 3 หลังจากนั้นจะกล่าวถึง วิธีการคำนวณที่ใช้กับกรณีเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่มีคุณลักษณะที่ไม่แปรตามเวลา ทั้งการวิเคราะห์และการสังเคราะห์และกรณีเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่มีคุณลักษณะที่แปรตามเวลา ที่ได้นำเสนอในบทที่ 4 และในตอนท้ายจะแสดงตัวอย่างประกอบการศึกษาพร้อมทั้งการออกแบบตัวควบคุมเชิงเลขเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลาและไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา การคำนวณส่วนใหญ่เกี่ยวกับเมตริกซ์เลขชี้กำลัง (Matrix Exponential) สามารถหาได้ในภาคผนวก ข.

5.1 การคำนวณค่านอร์ม H_2 ของระบบชักรัดตัวอย่างข้อมูล

5.1.1 ทฤษฎีการวิเคราะห์

จากการคำนวณค่านอร์ม H_2 ในสมการที่ (3.40) มีดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการคำนวณค่านอร์ม H_2 ในกรณีของการวิเคราะห์

- **ขั้นที่ 1** คำนวณ \mathcal{A}_{d11} , \mathcal{A}_{d12} และ \mathcal{B}_{cd}

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{d11} &= H_0(A_c, A_{cs}) + H_1(A_c, A_{cs}) \\ \mathcal{A}_{d12} &= H_1(A_c, A_{cd}) \\ \mathcal{B}_{cd} &= H_1(A_c, B_{cd})\end{aligned}\quad (5.1)$$

- **ขั้นที่ 2** คำนวณ X_s จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\hat{W} = \frac{1}{\tau} H_2(A_c, B_{c1} B_{c1}^T) \quad (5.2)$$

ทำการคำนวณผลเฉลย X_s ในสมการที่ (3.39) โดยใช้ผลที่ได้จากสมการที่ (5.1) และ (5.2)

- **ขั้นที่ 3** คำนวณ \tilde{M} จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\tilde{M} = B_N^T H_2(A_N, C_N^T C_N) B_N \quad (5.3)$$

โดย $A_N = \begin{pmatrix} A_c & A_{cs} & A_{cd} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_N = \begin{pmatrix} I & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, C_N = (C_c \quad C_{cs} \quad C_{cd})$

- **ขั้นที่ 4** คำนวณ $\int_0^{\tau} \mathcal{D}_c^T(t) \mathcal{D}_c(t) dt$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\int_0^{\tau} \mathcal{D}_c^T(t) \mathcal{D}_c(t) dt = B_D^T H_2(A_D, C_D^T C_D) B_D \quad (5.4)$$

$$\text{โดย } A_D = \begin{pmatrix} A_c & B_{cd} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_D = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}, C_D = (C_c \quad D_{cd})$$

- **ขั้นที่ 5** คำนวณ $\int_0^{\tau} \mathcal{W}(t) dt$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\int_0^{\tau} \mathcal{W}(t) dt = \frac{1}{\tau} C_c^T H_3(A_c, B_c B_c^T) C_c \quad (5.5)$$

- **ขั้นที่ 6** คำนวณ $\|T_s\|_2$ จาก

$$\begin{aligned} \|T_s\|_2^2 = & \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} (X_s \tilde{M} + \mathcal{D}_c(t) \mathcal{D}_c^T(t)) dt \right\} + \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} \mathcal{W}(t) dt \right\} \\ & + \text{trace} \{ C_{d2} X_s C_{d2}^T + D_d D_d^T \} \end{aligned}$$

5.1.2 ทฤษฎีการสังเคราะห์

จากการคำนวณค่านอร์ม H_2 จะมีลักษณะคล้ายกับในสมการที่ (3.40) มีดังต่อไปนี้
ขั้นตอนการคำนวณค่านอร์ม H_2 ในกรณีของการวิเคราะห์

- **ขั้นที่ 1** คำนวณ A_s และ B_{s2}

$$\begin{aligned} A_s &= H_0(A, B_2) \\ B_{s2} &= H_1(A, B_2) \end{aligned} \quad (5.6)$$

- **ขั้นที่ 2** คำนวณ B_{s1} จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$W = \frac{1}{\tau} H_2(A, B_1 B_1^T) \quad (5.7)$$

ทำการคำนวณผลเฉลย \mathcal{L}_d โดยใช้ผลที่ได้จากสมการที่ (5.6) และ (5.7)

- **ขั้นที่ 3** คำนวณ \tilde{M} จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$M_s = H_2(A_N, C_N^T C_N) \quad (5.8)$$

$$\text{โดย } A_N = \begin{pmatrix} A & B_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_N = \begin{pmatrix} I & 0 \\ D_k C_2 & C_k \end{pmatrix}, C_N = (C_1 \quad D_{12})$$

จะได้

$$\tilde{M} = B_N^T M_s B_N \quad (5.9)$$

- **ขั้นที่ 4** คำนวณ $\int_0^{\tau} \mathcal{D}_c^T(t) \mathcal{D}_c(t) dt$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\int_0^{\tau} \mathcal{D}_c^T(t) \mathcal{D}_c(t) dt = B_D^T H_2(A_D, C_D^T C_D) B_D \quad (5.10)$$

โดย $A_D = \begin{pmatrix} A & B_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_D = \begin{pmatrix} 0 \\ D_k D_{d21} + B_{d1} \end{pmatrix}, C_D = (C_1 \quad D_{12})$

- **ขั้นที่ 5** คำนวณ $\Delta_1 \Delta_1^T$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\Delta_1 \Delta_1^T = \frac{1}{\tau} C_1^T H_3(A, B_1 B_1^T) C_1 \quad (5.11)$$

- **ขั้นที่ 6** คำนวณ $\|\Phi_s\|_2$ จาก

$$\|\Phi_s\|_2^2 = \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} (\mathcal{L}_d \tilde{M} + \mathcal{D}_c(t) \mathcal{D}_c^T(t)) dt \right\} + \text{trace} \{ D_{s11} D_{s11}^T \}$$

หรือทำการหาค่านอร์ม H_2 ในเวลาเต็มหน่วยโดยตรงจากสมการที่ (3.46)

เมื่อพิจารณา นอร์ม H_2 สัญญาณลูกผสม การคำนวณจะใช้พารามิเตอร์จากสมการที่ (5.6)-

(5.11) และจะได้ $\|\Phi_s\|_2$ จาก

$$\begin{aligned} \|\Phi_s\|_2^2 = & \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} (\mathcal{L}_d \tilde{M} + \mathcal{D}_c(t) \mathcal{D}_c^T(t)) dt \right\} + \text{trace} \{ D_{s11} D_{s11}^T \} + \text{trace} \{ \tilde{D}_{d22} \tilde{D}_{d22}^T \} \\ & + \text{trace} \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{D}_{d21} C_{c2} & \tilde{C}_{d2} \end{pmatrix} \mathcal{L}_d \begin{pmatrix} \tilde{D}_{d21} C_{c2} & \tilde{C}_{d2} \end{pmatrix}^T \right\} \end{aligned}$$

5.2 การคำนวณค่านอร์ม H_2 เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแปรผันตามเวลา

5.2.1 ทฤษฎีการวิเคราะห์

จากสมการที่ (4.18) สามารถทำการคำนวณได้ดังนี้

ขั้นตอนการคำนวณค่านอร์ม H_2 ในกรณีของการวิเคราะห์

- **ขั้นที่ 1** คำนวณ $\mathcal{A}_{d11}, \mathcal{A}_{d12}$ และ \mathcal{B}_{cd} เหมือนในสมการที่ (5.1)

- **ขั้นที่ 2** คำนวณ $X_{s\alpha}, X_{s\beta}$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

โดยใช้

\hat{W}_α และผลที่ได้จากสมการที่ (5.1) ประกอบการคำนวณผลเฉลย $X_{s\alpha}, X_{s\beta}$ ในสมการที่ (4.16) และ (4.17)

- **ขั้นที่ 3** คำนวณ \tilde{M}_α จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\tilde{M}_\alpha = B_N^T H_2(A_N, C_N^T C_N) B_N \quad (5.12)$$

โดย

$$A_N = \begin{pmatrix} A_\alpha & A_{cs} & A_{cd} \\ 0 & \alpha I & 0 \\ 0 & 0 & \alpha I \end{pmatrix}, B_N = \begin{pmatrix} I & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, C_N = (C_c \quad C_{cs} \quad C_{cd}), A_\alpha = A + \alpha I$$

- **ขั้นที่ 4** คำนวณ $\int_0^{\tau} \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t) \tilde{\mathcal{D}}_c(t) dt$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\int_0^{\tau} \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t) \tilde{\mathcal{D}}_c(t) dt = B_D^T H_2(A_D, C_D^T C_D) B_D \quad (5.13)$$

โดย $A_D = \begin{pmatrix} A_\alpha & B_{cd} \\ 0 & \alpha I \end{pmatrix}, B_D = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}, C_D = (C_c \quad D_{cd})$

- **ขั้นที่ 5** คำนวณ $\int_0^{\tau} \mathcal{W}_\alpha(t) dt$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\int_0^{\tau} \mathcal{W}_\alpha(t) dt = \frac{1}{\tau} C_c^T H_3(A_\alpha, B_c B_c^T) C_c \quad (5.14)$$

- **ขั้นที่ 6** คำนวณ $\|T_s\|_{2,\alpha,\beta}$ จาก

$$\begin{aligned} \|T_s\|_{2,\alpha,\beta}^2 = & \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} (X_{s\alpha} \tilde{M}_\alpha + \tilde{\mathcal{D}}_c(t) \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t)) dt \right\} + \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} \mathcal{W}_\alpha(t) dt \right\} \\ & + \text{trace} \left\{ C_{d2\beta} X_{s\beta} C_{d2\beta}^T + D_d D_d^T \right\} \end{aligned}$$

5.2.2 ทฤษฎีการสังเคราะห์

- **ขั้นที่ 1** คำนวณ $A_{s\alpha}$ และ $B_{s2\alpha}$ ซึ่งหาได้ในทำนองเดียวกับสมการที่ (5.6)
- **ขั้นที่ 2** คำนวณ $B_{s1\alpha}$ ซึ่งหาได้ในทำนองเดียวกับสมการที่ (5.7) แต่แทน A ด้วย A_α และใช้ผลที่ได้ดังกล่าวนำมาทำการคำนวณผลเฉลย $\mathcal{L}_{d\alpha}$ ต่อไป
- **ขั้นที่ 3** คำนวณ \tilde{M}_α จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$M_{s\alpha} = H_2(A_N, C_N^T C_N) \quad (5.15)$$

โดย $A_N = \begin{pmatrix} A_\alpha & B_2 \\ 0 & \alpha I \end{pmatrix}, B_N = \begin{pmatrix} I & 0 \\ D_k C_2 & C_k \end{pmatrix}, C_N = (C_1 \quad D_{12})$

จะได้

$$\tilde{M}_\alpha = B_N^T M_{s\alpha} B_N \quad (5.16)$$

- **ขั้นที่ 4** คำนวณ $\int_0^{\tau} \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t) \tilde{\mathcal{D}}_c(t) dt$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\int_0^{\tau} \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t) \tilde{\mathcal{D}}_c(t) dt = B_D^T H_2(A_D, C_D^T C_D) B_D \quad (5.17)$$

โดย $A_D = \begin{pmatrix} A_\alpha & B_2 \\ 0 & \alpha I \end{pmatrix}, B_D = \begin{pmatrix} 0 \\ D_k D_{d21} + B_{d1} \end{pmatrix}, C_D = (C_1 \quad D_{12})$

- **ขั้นที่ 5** คำนวณ $\Delta_{1\alpha} \Delta_{1\alpha}^T$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\Delta_{1\alpha} \Delta_{1\alpha}^T = \frac{1}{\tau} C_1^T H_3(A_\alpha, B_1 B_1^T) C_1 \quad (5.18)$$

- **ขั้นที่ 6** คำนวณ $\|\Phi_s\|_{2,\alpha,\beta}$ จาก

$$\|\Phi_s\|_{2,\alpha,\beta}^2 = \text{trace} \left\{ \int_0^\tau (\mathcal{L}_{d\alpha} \tilde{M}_\alpha + \tilde{\mathcal{D}}_c(t) \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t)) dt \right\} + \text{trace} \{ D_{s11\alpha} D_{s11\alpha}^T \} \quad (5.19)$$

เมื่อพิจารณานอร์ม H_2 สัญญาณลูกผสม การคำนวณจะใช้พารามิเตอร์จากสมการที่ (5.6)-(5.11) และจะได้ $\|\Phi_s\|_2$ จาก

$$\begin{aligned} \|\Phi_s\|_{2,\alpha,\beta}^2 = & \text{trace} \left\{ \int_0^\tau (\mathcal{L}_{d\alpha} \tilde{M}_\alpha + \tilde{\mathcal{D}}_c(t) \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t)) dt \right\} + \text{trace} \{ D_{s11\alpha} D_{s11\alpha}^T \} + \text{trace} \{ \tilde{D}_{d22} \tilde{D}_{d22}^T \} \\ & + \text{trace} \left\{ \begin{pmatrix} \beta \tilde{D}_{d21} C_{c2} & \beta \tilde{C}_{d2} \end{pmatrix} \mathcal{L}_{d\beta} \begin{pmatrix} \beta \tilde{D}_{d21} C_{c2} & \beta \tilde{C}_{d2} \end{pmatrix}^T \right\} \end{aligned}$$

โดย $\mathcal{L}_{d\beta}$ หาได้จากในทำนองเดียวกับ $\mathcal{L}_{d\alpha}$

5.3 การคำนวณค่านอร์ม H_2 เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

5.3.1 ทฤษฎีการวิเคราะห์

จากสมการที่ (4.30) สามารถทำการคำนวณได้ดังนี้

ขั้นตอนการคำนวณค่านอร์ม H_2 ในกรณีของการวิเคราะห์

- **ขั้นที่ 1** คำนวณ $\mathcal{A}_{d11}, \mathcal{A}_{d12}$ และ \mathcal{B}_{cd} เหมือนในสมการที่ (5.1)

- **ขั้นที่ 2** คำนวณ X_{sy} จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

โดยใช้

\hat{W} และผลที่ได้จากสมการที่ (5.1) และ (5.2) ประกอบการคำนวณผลเฉลย X_{sy} ในสมการที่ (4.33)

- **ขั้นที่ 3** คำนวณ \tilde{M} จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\tilde{M} = B_N^T H_2(A_N, C_N^T C_N) B_N \quad (5.20)$$

โดย $A_N = \begin{pmatrix} A_c & A_{cs} & A_{cd} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_N = \begin{pmatrix} I & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, C_N = \gamma (C_c \quad C_{cs} \quad C_{cd})$

- **ขั้นที่ 4** คำนวณ $\int_0^\tau \mathcal{D}_c^T(t) \mathcal{D}_c(t) dt$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\int_0^{\tau} \mathcal{D}_c^T(t) \mathcal{D}_c(t) dt = B_D^T H_2(A_D, C_D^T C_D) B_D \quad (5.21)$$

โดย $A_D = \begin{pmatrix} A_c & B_{cd} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_D = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}, C_D = \gamma(C_c \quad D_{cd})$

- **ขั้นที่ 5** คำนวณ $\int_0^{\tau} \mathcal{W}_\gamma(t) dt$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\int_0^{\tau} \mathcal{W}_\gamma(t) dt = \frac{1}{\tau} \gamma^2 C_c^T H_3(A_c, B_c B_c^T) C_c \quad (5.22)$$

- **ขั้นที่ 6** คำนวณ $\|T_s\|_{2,\gamma}$ จาก

$$\begin{aligned} \|T_s\|_{2,\gamma}^2 = & \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} (X_s \tilde{M} + \mathcal{D}_c(t) \mathcal{D}_c^T(t)) dt \right\} + \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} \mathcal{W}_\gamma(t) dt \right\} \\ & + \text{trace} \{ C_{d2} X_s C_{d2}^T + D_d D_d^T \} \end{aligned}$$

5.3.2 ทฤษฎีการสังเคราะห์

- **ขั้นที่ 1** คำนวณ A_s และ B_{s2} ซึ่งหาได้จากสมการที่ (5.6)
- **ขั้นที่ 2** คำนวณ B_{s1} ซึ่งหาได้จากสมการที่ (5.7) และใช้ผลที่ได้จากสมการที่ (5.6) ทำการคำนวณผลเฉลย L_d
- **ขั้นที่ 3** คำนวณ \tilde{M}_γ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$M_{s\gamma} = H_2(A_N, C_N^T C_N) \quad (5.23)$$

โดย $A_N = \begin{pmatrix} A & B_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_N = \begin{pmatrix} I & 0 \\ D_k C_2 & C_k \end{pmatrix}, C_N = \gamma(C_1 \quad D_{12})$

จะได้

$$\tilde{M}_\gamma = B_N^T M_{s\gamma} B_N \quad (5.24)$$

- **ขั้นที่ 4** คำนวณ $\int_0^{\tau} \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t) \tilde{\mathcal{D}}_c(t) dt$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\int_0^{\tau} \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t) \tilde{\mathcal{D}}_c(t) dt = B_D^T H_2(A_D, C_D^T C_D) B_D \quad (5.25)$$

โดย $A_D = \begin{pmatrix} A & B_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_D = \begin{pmatrix} 0 \\ D_k D_{d21} + B_{d1} \end{pmatrix}, C_D = \gamma(C_1 \quad D_{12})$

- **ขั้นที่ 5** คำนวณ $\Delta_{1\gamma} \Delta_{1\gamma}^T$ จากเมตริกซ์เลขชี้กำลังต่อไปนี้

$$\Delta_{1\gamma} \Delta_{1\gamma}^T = \frac{\gamma^2}{\tau} C_1^T H_3(A, B_1 B_1^T) C_1 \quad (5.26)$$

- **ขั้นที่ 6** คำนวณ $\|\Phi_s\|_{2,\gamma}$ จาก

$$\|\Phi_s\|_{2,\gamma}^2 = \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} (\mathcal{L}_{d\gamma} \tilde{M}_\gamma + \tilde{\mathcal{D}}_c(t) \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t)) dt \right\} + \text{trace} \{ D_{s11\gamma} D_{s11\gamma}^T \}$$

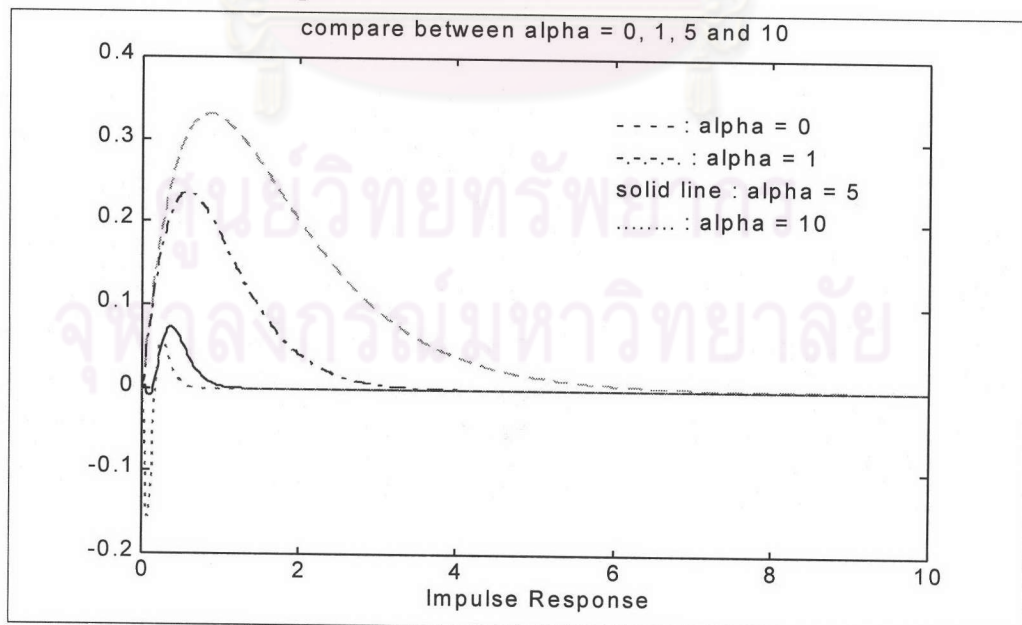
เมื่อพิจารณานอร์ม H_2 สัญญาณลูกผสม การคำนวณจะใช้พารามิเตอร์จากสมการที่ (5.6)-(5.11) และจะได้ $\|\Phi_s\|_2$ จาก

$$\begin{aligned} \|\Phi_s\|_{2,\gamma}^2 &= \text{trace} \left\{ \int_0^{\tau} (\mathcal{L}_{d\gamma} \tilde{M}_{s\gamma} + \tilde{\mathcal{D}}_c(t) \tilde{\mathcal{D}}_c^T(t)) dt \right\} + \text{trace} \{ D_{s11\gamma} D_{s11\gamma}^T \} + \text{trace} \{ \tilde{D}_{d22} \tilde{D}_{d22}^T \} \\ &\quad + \text{trace} \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{D}_{d21} C_{c2} & \tilde{C}_{d2} \end{pmatrix} \mathcal{L}_{d\gamma} \begin{pmatrix} \tilde{D}_{d21} C_{c2} & \tilde{C}_{d2} \end{pmatrix}^T \right\} \end{aligned}$$

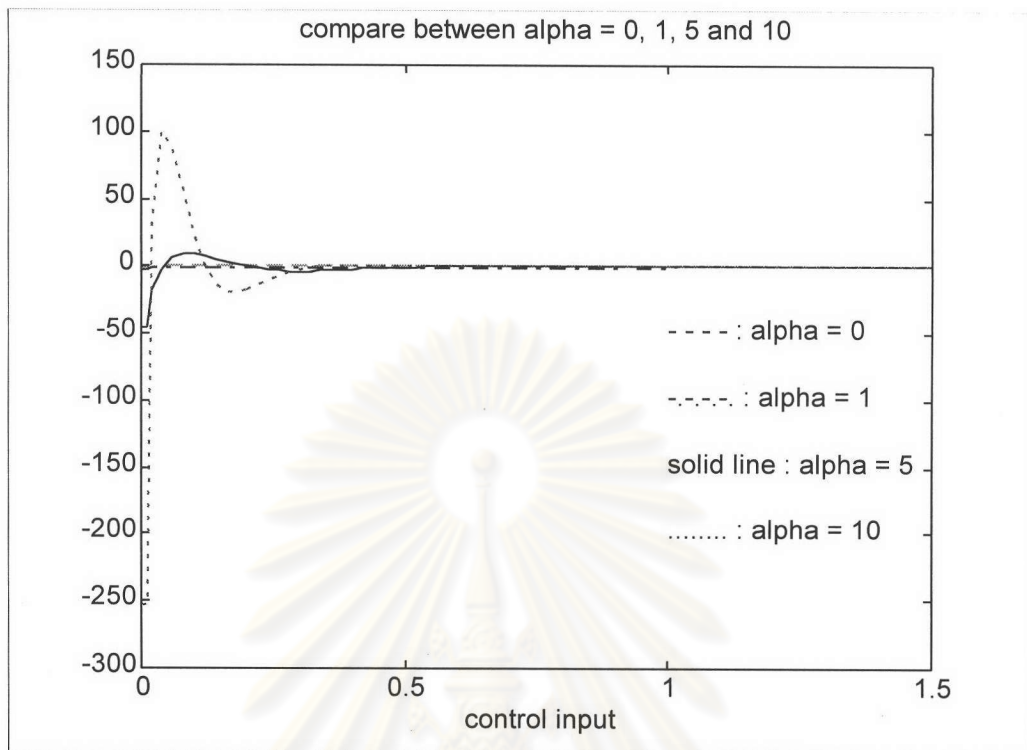
ในตอนท้ายนี้จะแสดงตัวอย่างในผลการออกแบบตัวควบคุมเชิงเลขด้วยนอร์ม H_2 นัยทั่วไปและใช้ผลการแปลงเดลต้าในการออกแบบตัวควบคุมเชิงเลข

5.4 ตัวอย่าง

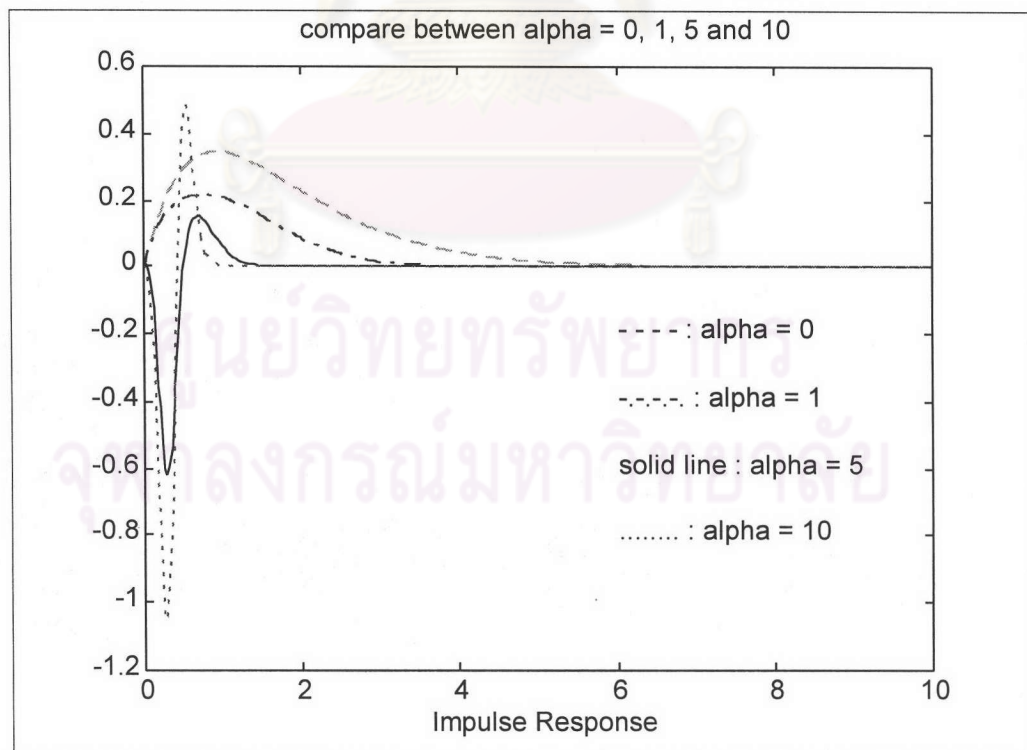
ตัวอย่างที่ 5.1 พิจารณากระบวนการในตัวอย่างที่ 3.1 เมื่อประกอบด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลาที่ค่าของ α เป็น 0, 1, 5 และ 10 ตามลำดับ การพิจารณาดังกล่าวเป็นการแสดงการวางตำแหน่งโพลของระบบป้อนกลับวงรอบปิดภายในวงกลมขนาดรัศมี $e^{-\alpha\tau}$ โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด (origin) โดยพิจารณาคาบการซึกตัวอย่างเป็น 0.02, 0.2 และ 0.8 วินาที และผลการจำลองเชิงเลขแสดงในรูปที่ 5.1-5.6



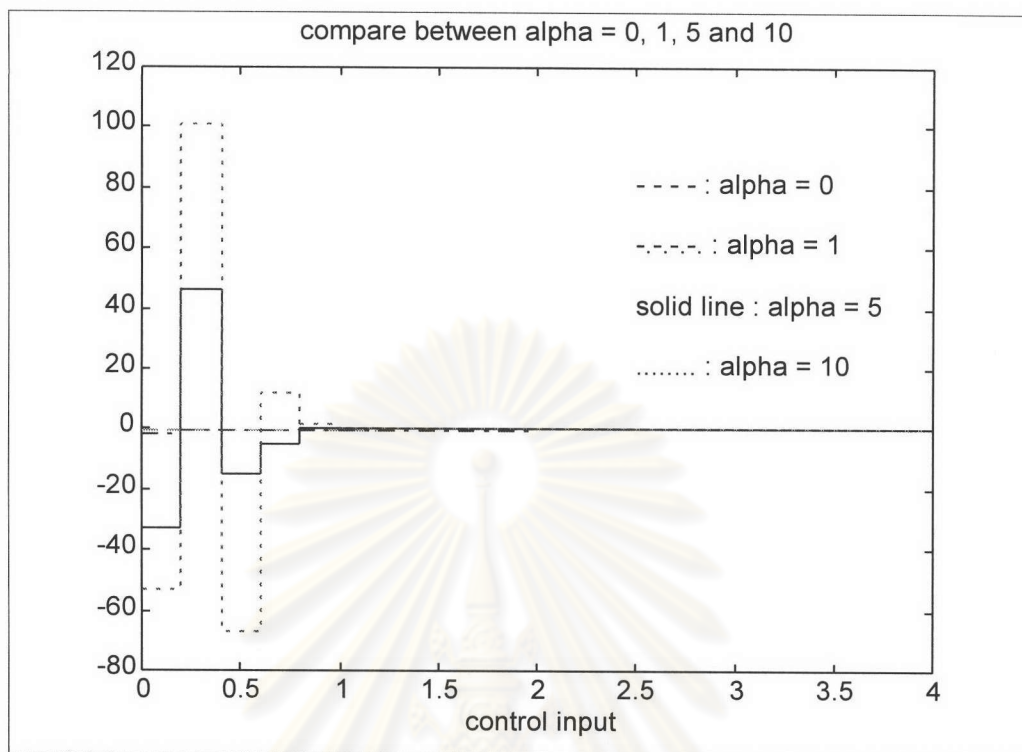
รูปที่ 5.1 แสดงผลการตอบสนองชั่วขณะของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซึกตัวอย่างเท่ากับ 0.02 วินาที



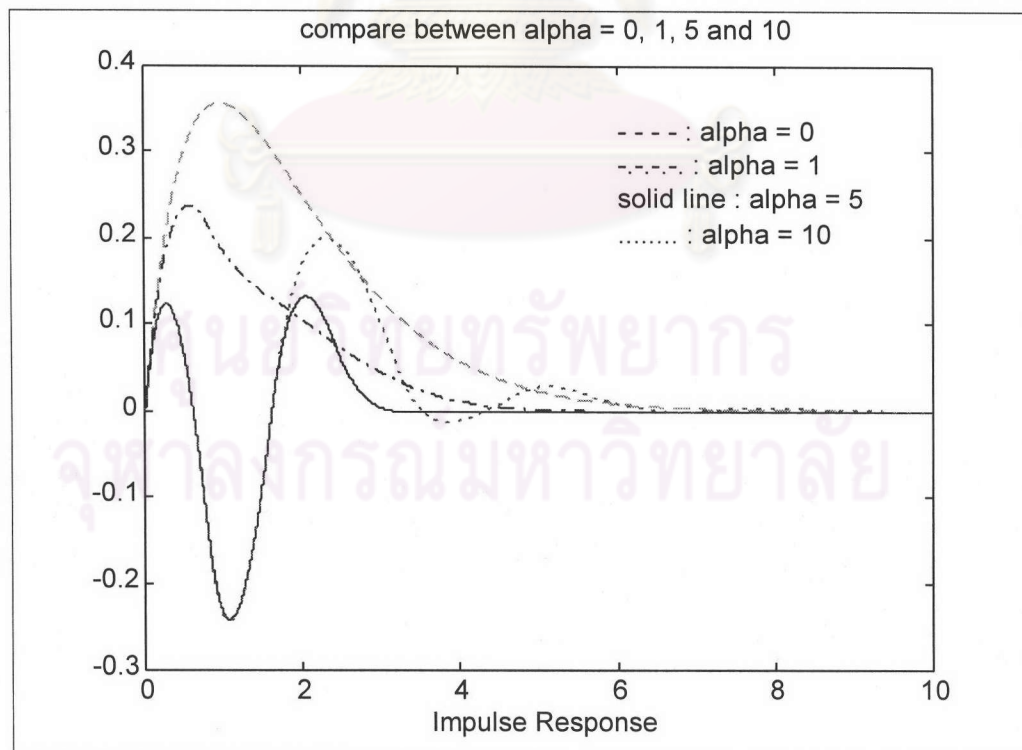
รูปที่ 5.2 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงนำหน้าที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกตัวอย่างเท่ากับ 0.02 วินาที



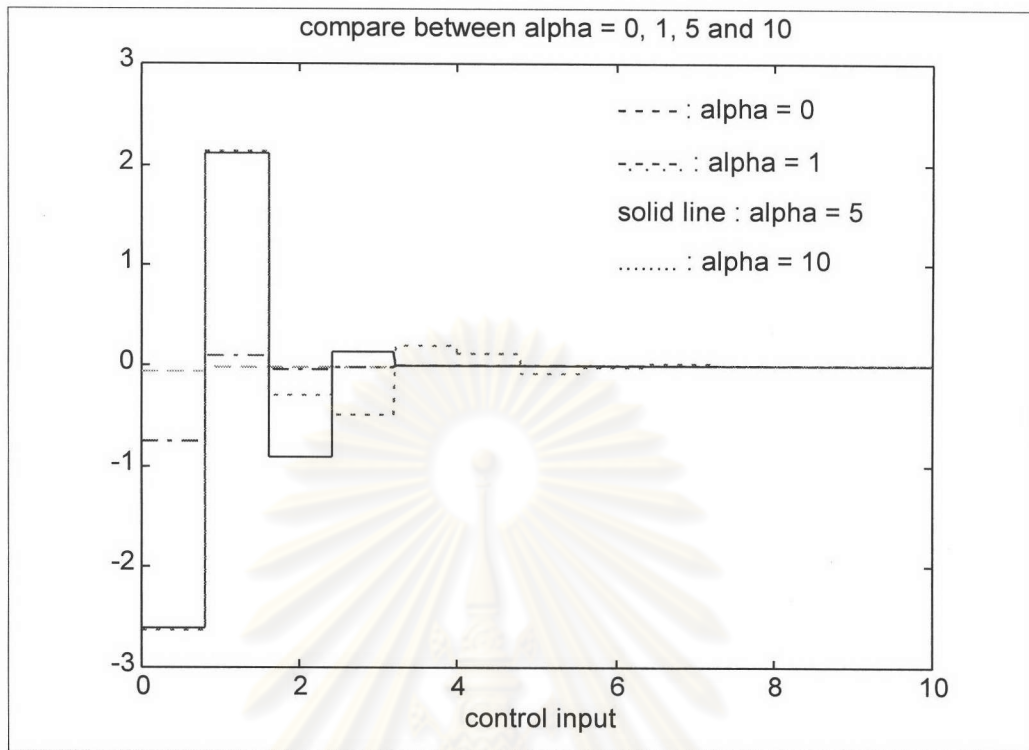
รูปที่ 5.3 แสดงผลการตอบสนองชั่วขณะของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงนำหน้าที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกตัวอย่างเท่ากับ 0.2 วินาที



รูปที่ 5.4 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกตัวอย่างเท่ากับ 0.2 วินาที



รูปที่ 5.5 แสดงผลการตอบสนองชั่วขณะของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกตัวอย่างเท่ากับ 0.8 วินาที



รูปที่ 5.6 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่ค่าการซักตัวอย่างเท่ากับ 0.8 วินาที

ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 5.1 พบว่าการออกแบบตัวควบคุมเชิงเลขด้วยนอร์ม H_2 ที่มีคุณลักษณะของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลาจะให้ผลตอบสนองที่มีรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับค่าของ α ต่างๆ กัน แม้ว่าผลตอบสนองที่ได้จะรวดเร็วแต่ทำให้เกิดผลของค่าพุ่งเกิน(overshoot) เมื่อค่าของ α มากขึ้น ดังนั้นการเลือกใช้ค่าของ α ควรไม่เกิน 10 ที่ค่าการซักตัวอย่างน้อย ๆ เช่น แสดงในตัวอย่างพบว่า เมื่อค่าการซักตัวอย่างเป็น 0.02 และ 0.2 วินาทีที่ค่าของ α เริ่มจาก 0 - 5 ให้ผลตอบสนองที่ดีพอสมควร แต่เมื่อค่าการซักตัวอย่างมากขึ้นควรเลือกค่าของ α น้อยลงเช่น เมื่อค่าการซักตัวอย่างเป็น 0.8 วินาที ที่ค่าของ α เป็น 5 และ 10 ให้ผลตอบสนองที่มีพฤติกรรมการกวัดแกว่งเกิดขึ้น ในการเลือกค่าของ α นั้นสิ่งที่ต้องพิจารณาด้วยคือสัญญาณเข้าควบคุมซึ่งจะมากขึ้นตามค่าของ α บางครั้งการเลือกค่าของ α มากให้ผลตอบสนองที่รวดเร็ว แต่เป็นผลให้สัญญาณเข้าควบคุมมีค่าสูงทำให้เกิดการอิ่มตัว (saturation) ที่กระบวนการได้ ดังนั้นการเลือกใช้ค่า α และ β ควรพิจารณาทั้งผลตอบสนองที่รวดเร็วในขอบเขตที่ยอมรับได้แม้ว่าเกิดค่าพุ่งเกินก็ตามและสัญญาณเข้าควบคุมที่ไม่มากจนเกินไป ซึ่งขณะที่ค่าการซักตัวอย่างน้อย ๆ ควรเลือกค่าของ α และ β ว่าให้สัญญาณเข้าควบคุมและผลตอบสนองมีค่าพุ่งมากขนาดใด ถ้ามากเกินไปควรปรับค่าของ α และ β รวมทั้งพิจารณาสัญญาณเข้าควบคุมพร้อม ๆ กันไปและเมื่อเพิ่มค่าการซักตัวอย่างให้มากขึ้นควรเลือกค่าของ α และ β ที่น้อยลง

ตารางที่ 5.1 แสดงตำแหน่งโพลของระบบป้อนกลับวงรอบปิด โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด

รัศมี $r = e^{-\alpha T}$	sampling time = 0.02s	sampling time = 0.2 s	sampling time = 0.8 s
$\alpha = 0, r = 1$	0.8995±0.0893i 0.9802, 0.9721	0.6765±0.1992i 0.8187, 0.7533	0.3883±0.1532i 0.4493, 0.3120
$\alpha = 1,$	0.8825±0.0885i 0.9611±0.0130i (r = 0.9802)	0.5672±0.1856i 0.6672±0.0909i (r = 0.8187)	0.1765±0.1097i 0.1926±0.1411i (r = 0.4493)
$\alpha = 5,$	0.8020±0.0687i 0.8339±0.0064i (r = 0.9089)	0.1625±0.0202i 0.1623±0.0123i (r = 0.3679)	1e-3(0.739±0.0928i) 1e-3(0.6913±0.1947i) (r = 0.01839)
$\alpha = 10,$	0.6776±0.0361i 0.6834±0.0034i (r = 0.8187)	0.0223±0.0012i 0.0222±0.0011i (r = 0.1353)	1e-5(-0.1349±0.2914i) 1e-5(0.3685, 0) (r = 3.3546e-4)

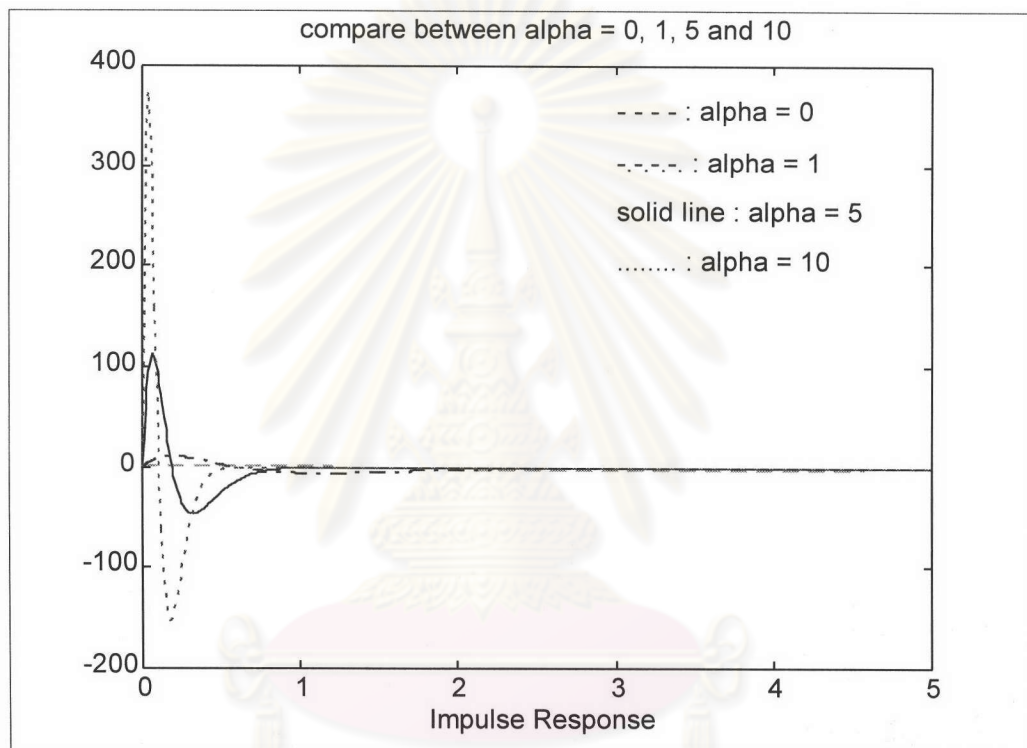
ตารางที่ 5.2 แสดงค่านอร์ม H_2 ของการวางตำแหน่งโพลของระบบป้อนกลับวงรอบปิดโดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด

α / sampling period	sampling time = 0.02s	sampling time = 0.2s	sampling time = 0.8s
$\alpha = 0$	0.6653	0.6907	0.7035
$\alpha = 1$	1.6861	2.4259	4.0491
$\alpha = 5$	17.1141	218.3162	4.1527e5
$\alpha = 10$	93.5034	1.201e4	2.57e12

ข้อสังเกต จากตารางที่ 5.2 พบว่านอร์มของระบบจะเพิ่มขึ้นเมื่อค่า α เพิ่มมากขึ้น และเพิ่มขึ้นตามคาบการซัดตัวอย่าง จากที่ได้กล่าวไปแล้วเกี่ยวกับฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลาเป็นการวางตำแหน่งโพล โดยพยายามผลักโพลวงรอบปิดให้อยู่ในวงกลมที่กำหนดหรือในระนาบ s เป็นการเลื่อนขอบเขตทางด้านซ้ายของระนาบ s ไปทางซ้ายขนาด α เพื่อให้ระบบมีความมั่นคงมากขึ้น โดยการกระทำดังกล่าวต้องใช้พลังงานมากขึ้นดังจะเห็นได้จากผลของนอร์ม H_2 ที่มากขึ้นตามค่าของ $e^{-\alpha T}$

ตัวอย่างที่ 5.2 พิจารณากระบวนการในตัวอย่างที่ 3.3 เมื่อประกอบด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลาที่มีค่าของ α เป็น 0, 1, 5 และ 10 ตามลำดับ

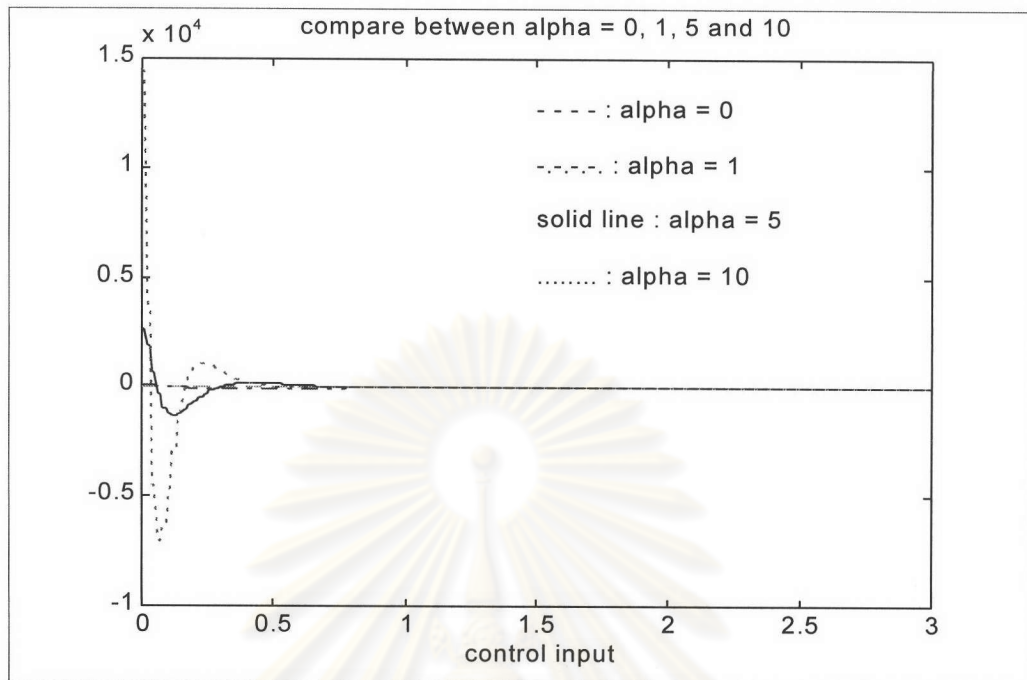
โดยพิจารณาที่คาบการซักร้อยอย่างเป็น 0.02, 0.2 และ 0.8 วินาที ตามลำดับ และผลจำลองเชิงเลขแสดงในรูปที่ 5.7-5.12



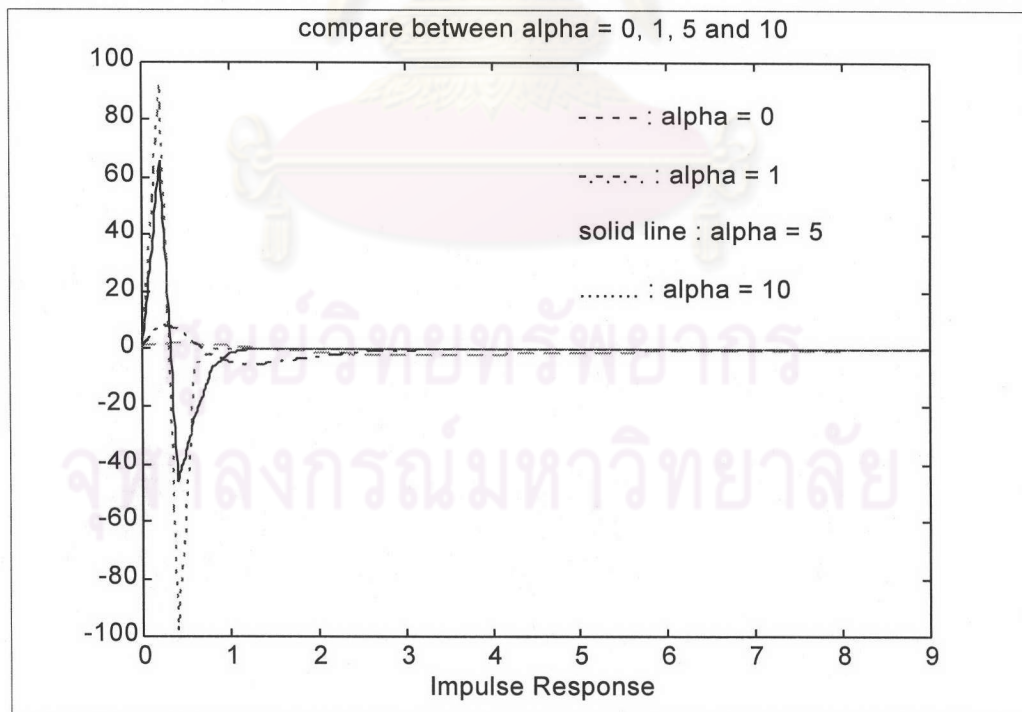
รูปที่ 5.7 แสดงผลการตอบสนองชั่วขณะของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่มีโพลและซีโรทางด้านขวาของระนาบ s และคาบการซักร้อยอย่างเท่ากับ 0.02 วินาที

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

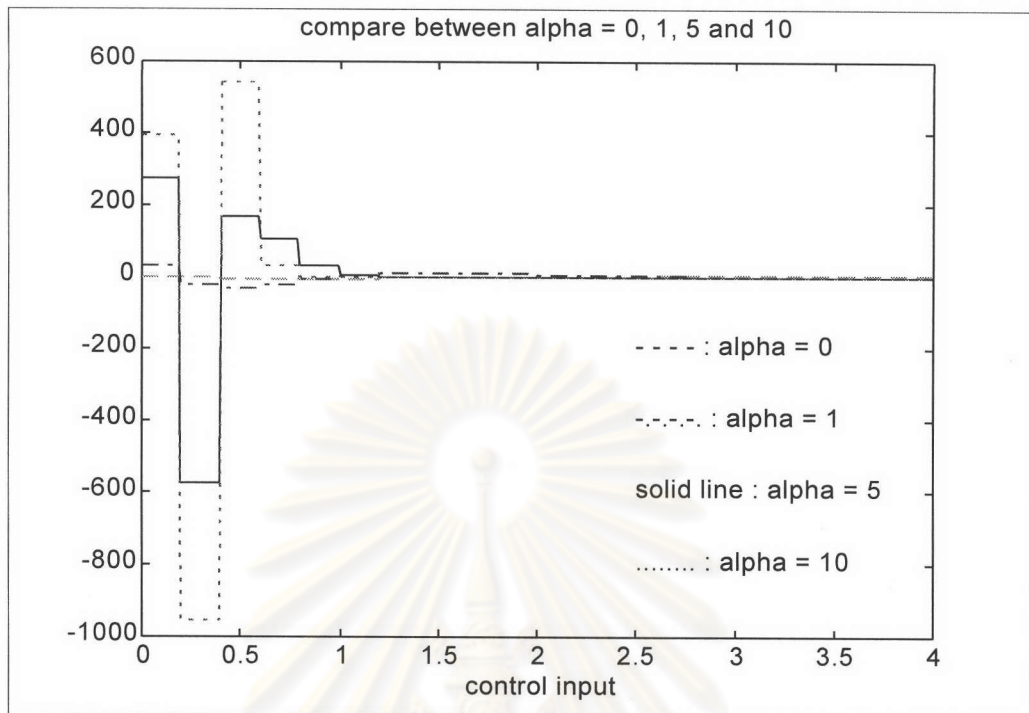
ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 5.2 นี้จากมีลักษณะคล้ายกับตัวอย่างที่ 5.1 ซึ่งต่างกันตรงที่กระบวนการในตัวอย่างที่ 5.2 ประกอบด้วยโพลและซีโรอยู่ทางด้านขวาของระนาบ s ทั้งหมด การเลือกใช้ค่าของ α นั้นก็สามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน



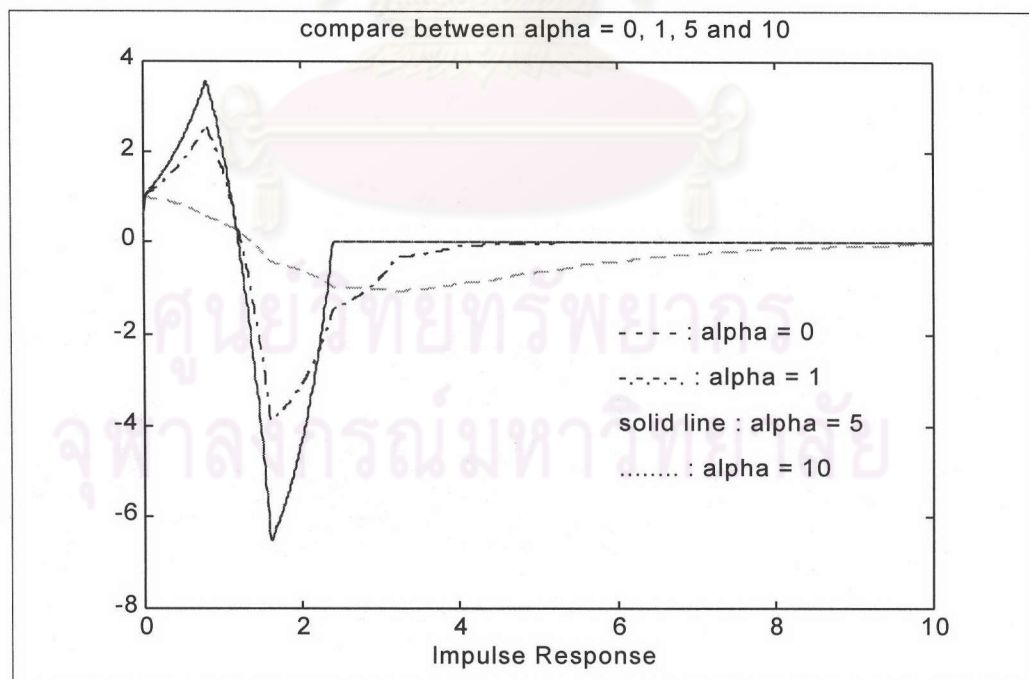
รูปที่ 5.8 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลาโดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่มีโพลและซีโรทางด้านขวาของระนาบ s และคาบการซັกดตัวอย่าง เท่ากับ 0.02 วินาที



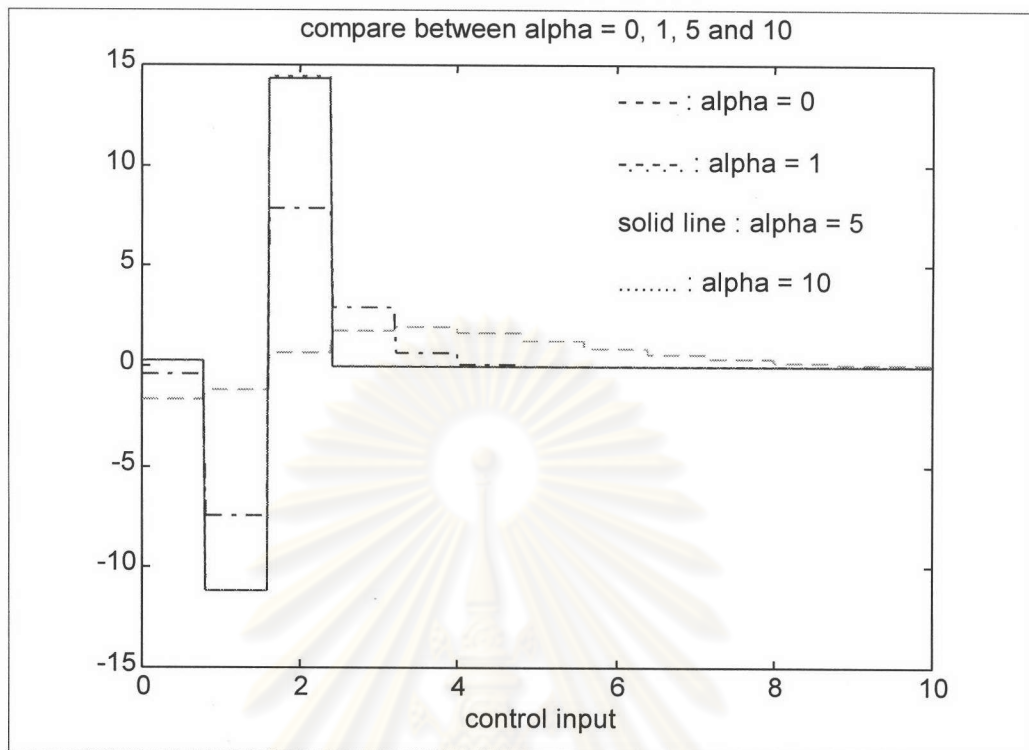
รูปที่ 5.9 แสดงผลการตอบสนองชั่วขณะของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลาโดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่มีโพลและซีโรทางด้านขวาของระนาบ s และคาบการซັกดตัวอย่างเท่ากับ 0.2 วินาที



รูปที่ 5.10 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่มีโพลและซีโรทางด้านขวาของระนาบ s และคาบการซึกตัวอย่างเท่ากับ 0.2 วินาที



รูปที่ 5.11 แสดงผลการตอบสนองชั่วขณะของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่มีโพลและซีโรทางด้านขวาของระนาบ s และคาบการซึกตัวอย่างเท่ากับ 0.8 วินาที



รูปที่ 5.12 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่แปรผันตามเวลา โดยค่า α เท่ากับ 0, 1, 5 และ 10 ที่มีโพลและซีโรทางด้านขวาของระนาบ s และคาบการซั๊กตัวอย่างเท่ากับ 0.8 วินาที

ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 5.1 และ 5.2 ที่ผ่านมามีพบว่าที่คาบการซั๊กตัวอย่างเป็น 0.8 วินาทีจะให้ผลตอบสนองและสัญญาณควบคุมที่ไม่แตกต่างกันระหว่างค่าของ α เป็น 5 และ 10 ทั้งนี้เนื่อง จากตำแหน่งของโพลวงรอบปิดของระบบจะเข้าใกล้จุดกำเนิดมากขึ้นเมื่อคาบการซั๊กตัวอย่างมากขึ้น ดังนั้นเมื่อใช้ค่าของ α มากขึ้นนั้นจึงไม่มีผลมากนักเมื่อคาบการซั๊กตัวอย่างมากขึ้นดังในตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.3 แสดงค่านอร์ม H_2 ของการวางตำแหน่งโพลของระบบป้อนกลับวงรอบปิดโดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด เมื่อกระบวนการมีโพลและซีโรทางด้านขวาของระนาบ s

α / sampling period	sampling time = 0.02s	sampling time = 0.2s	sampling time = 0.8s
$\alpha = 0$	10.7399	11.8280	21.0833
$\alpha = 1$	80.5305	132.5702	759.2188
$\alpha = 5$	2.0089e3	1.1529e4	1.5776e8
$\alpha = 10$	1.1038e4	5.9716e4	1.0568e15

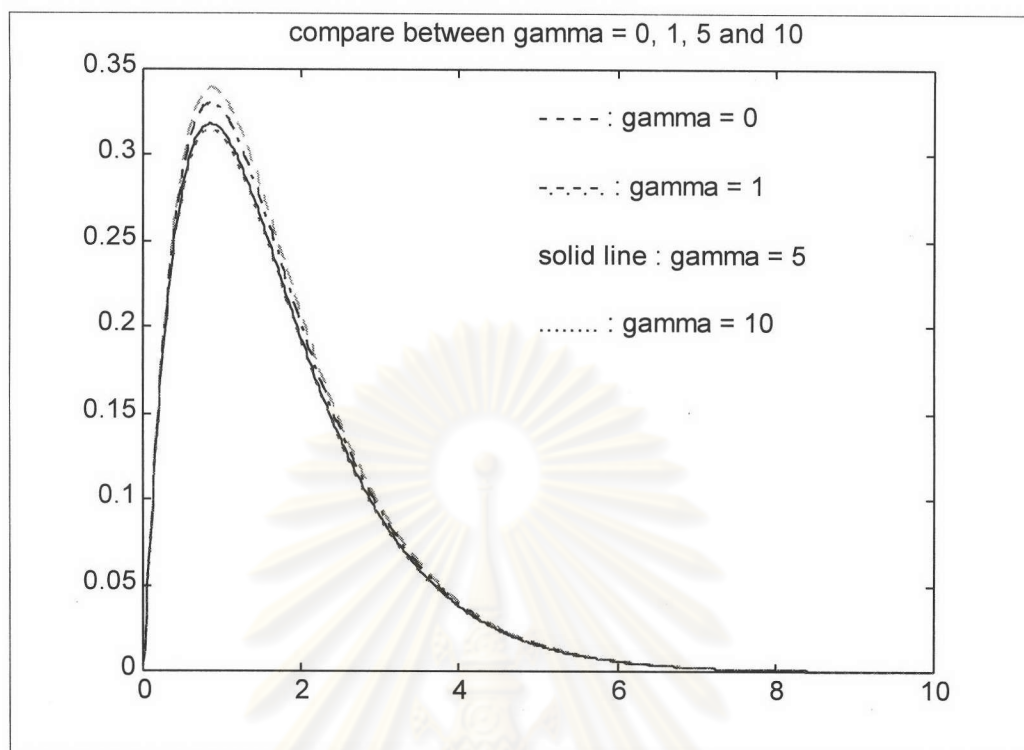
ข้อสังเกต จากตารางที่ 5.3 พบว่าที่คาบการซักร้อยอย่างเดียวกันและค่าของ α เท่ากันจะเห็นว่า นอร์ม H_2 ของระบบที่ประกอบด้วยกระบวนการที่มีโพลและซีโรทางด้านขวาของระนาบ s มีค่า นอร์ม H_2 มากกว่าค่านอร์ม H_2 ในตัวอย่างที่ 5.1 เนื่องจากระบบต้องใช้พลังงาน (นอร์ม H_2) จำนวนที่มากกว่าระบบที่ประกอบด้วยกระบวนการที่มีทั้งโพลและซีโรทางด้านซ้ายของระนาบ s เพื่อนำโพลของระบบวงรอบปิดให้อยู่ภายในวงกลมขนาดใด ๆ

ตารางที่ 5.4 แสดงตำแหน่งโพลของระบบป้อนกลับวงรอบปิด โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด เมื่อกระบวนการมีทั้งโพลและซีโรทางด้านขวาของระนาบ s

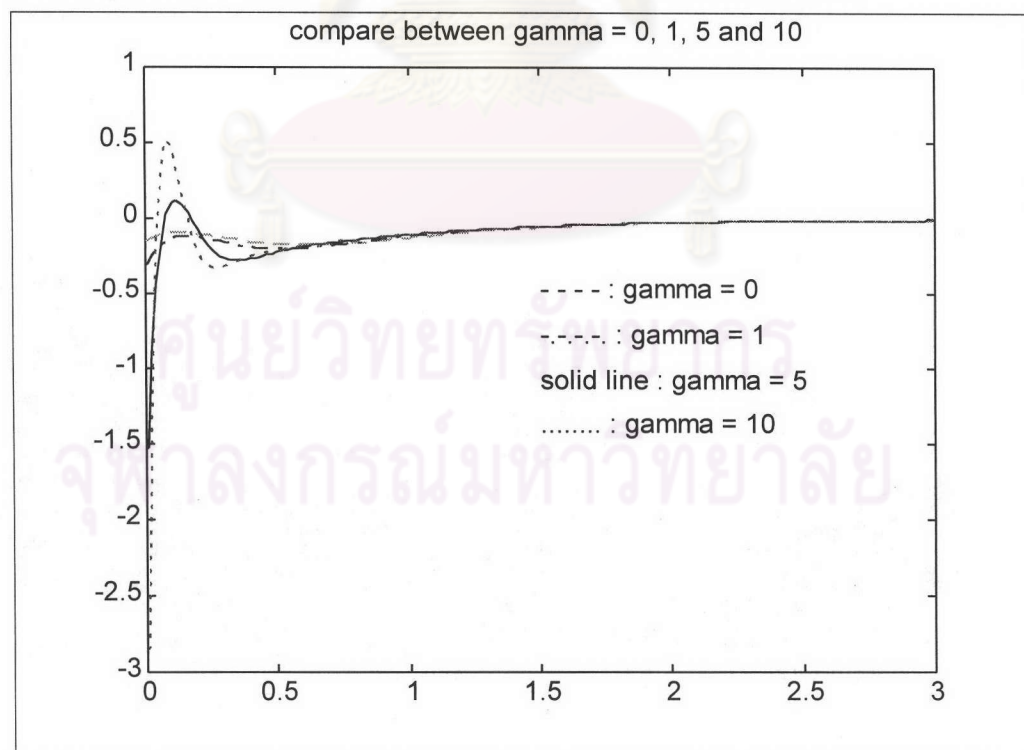
รัศมี $r = e^{-\alpha\tau}$	sampling time = 0.02s	sampling time = 0.2 s	sampling time = 0.8 s
$\alpha = 0, r = 1$	0.3818, 0.9802 0.9900, 0.9721	0.3687, 0.7533 0.8187, 0.7533	0.5829, 0.2502 0.4493, 0.3120
$\alpha = 1,$	0.3740, 0.9333 0.9468, 0.9512 ($r = 0.9802$)	0.5012, 0.5791 0.6019, 0.2798 ($r = 0.8187$)	0.1133, 0.1131 0.0593, 0.0585 ($r = 0.4493$)
$\alpha = 5,$	0.7977, 0.8062 0.8106, 0.3426 ($r = 0.9089$)	0.1203, 0.1161 0.1042, 0.0742 ($r = 0.3679$)	1e-3(0.1907, 0.1668) 1e-3(0.1252, 0.1056) ($r = 0.01839$)
$\alpha = 10,$	0.6541, 0.6595 0.6636, 0.3044 ($r = 0.8187$)	0.0161, 0.0156 0.0143, 0.0114 ($r = 0.1353$)	1e-5(-0.0968±0.1665i) 1e-5(-0.1916, 0) ($r = 3.3546e-4$)

ข้อสังเกต จากตารางที่ 5.1 และ 5.4 พบว่าตำแหน่งโพลทั้งหมดสามารถวางภายในวงกลมขนาดใด ๆ เมื่อคาบการซักร้อยอย่างต่าง ๆ ถ้ากำหนดให้ค่า α มาก ๆ นั้นหมายถึงรัศมีของวงกลมขนาดใด ๆ ก็ย่อมเล็กลง และเป็นผลให้ค่านอร์ม H_2 มากขึ้นตามไปด้วย

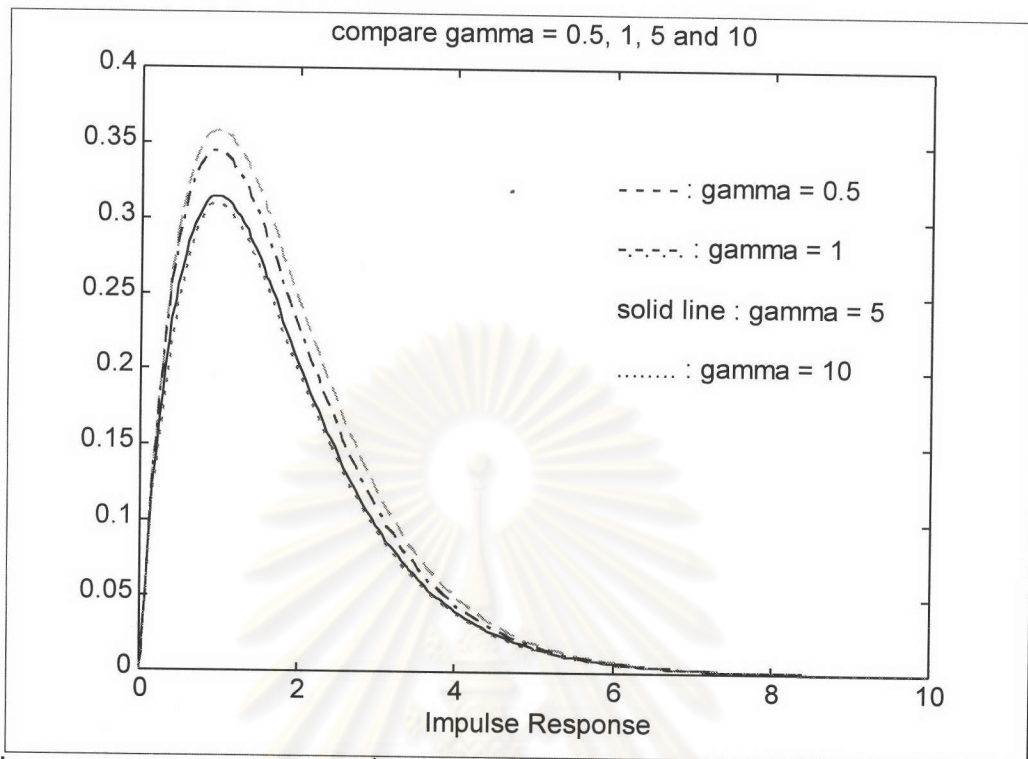
ตัวอย่างที่ 5.3 พิจารณาระบบในตัวอย่างที่ 3.1 เมื่อประกอบด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยพิจารณาที่คาบการซักร้อยอย่าง 0.02, 0.2 และ 0.8 วินาที ตามลำดับ และผลการจำลองเชิงเลขแสดงในรูปที่ 5.13-5.18



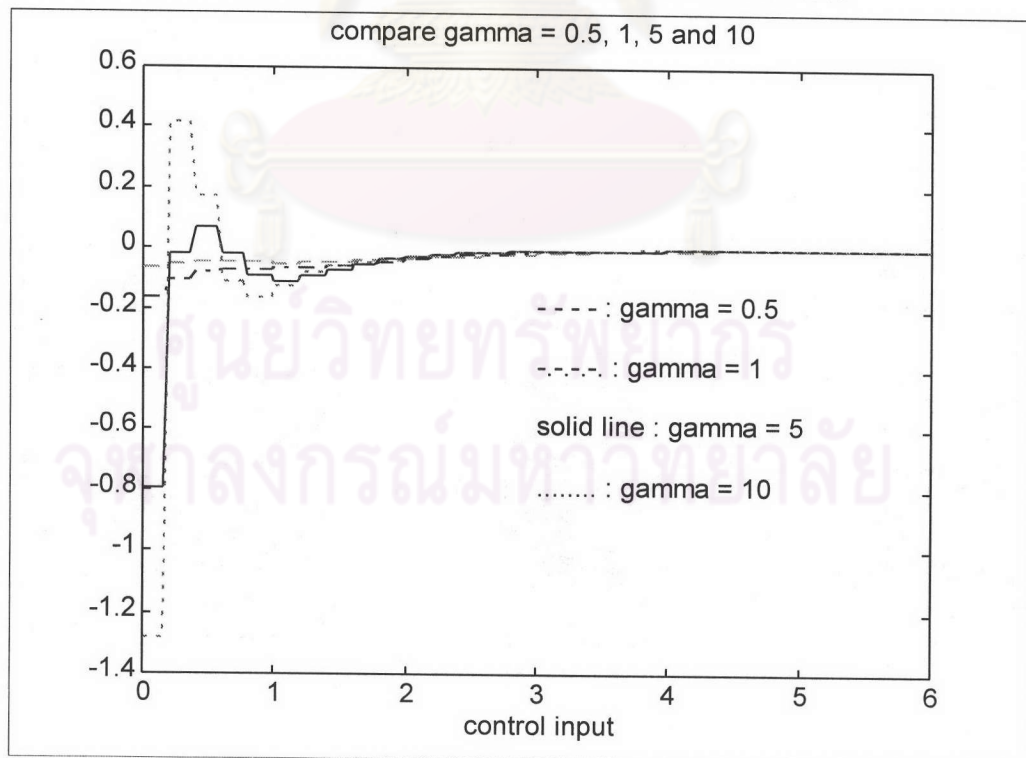
รูปที่ 5.13 แสดงผลตอบสนองชั่วขณะของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกต์ว่อย่างเป็น 0.02 วินาที



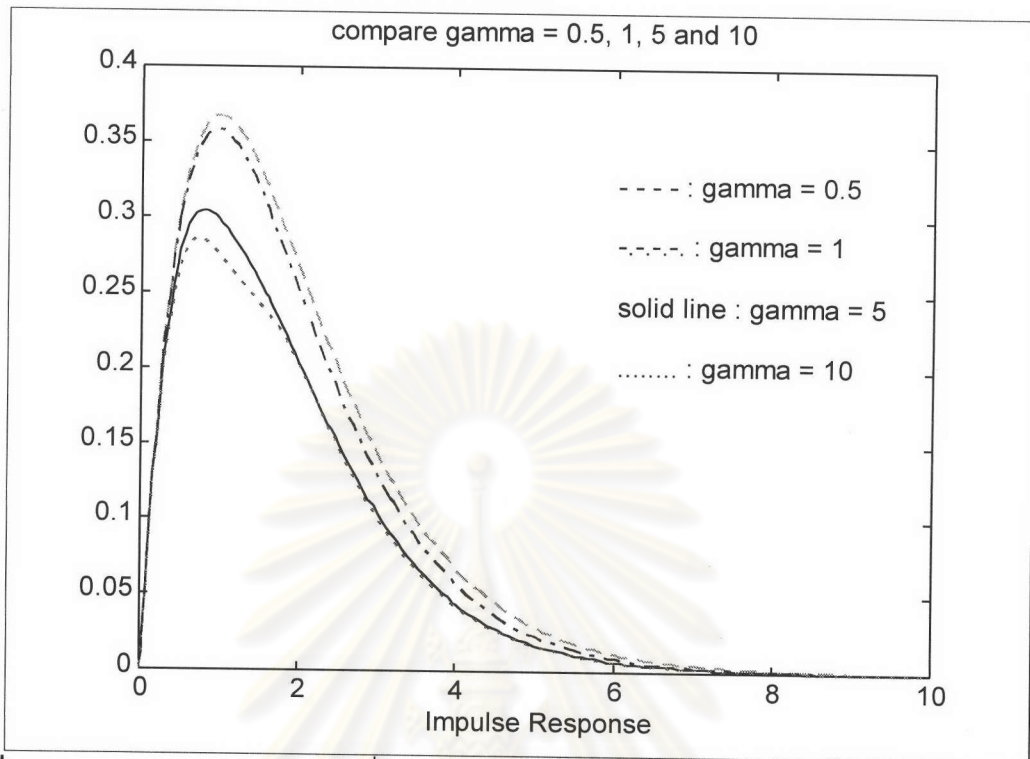
รูปที่ 5.14 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกต์ว่อย่างเป็น 0.02 วินาที



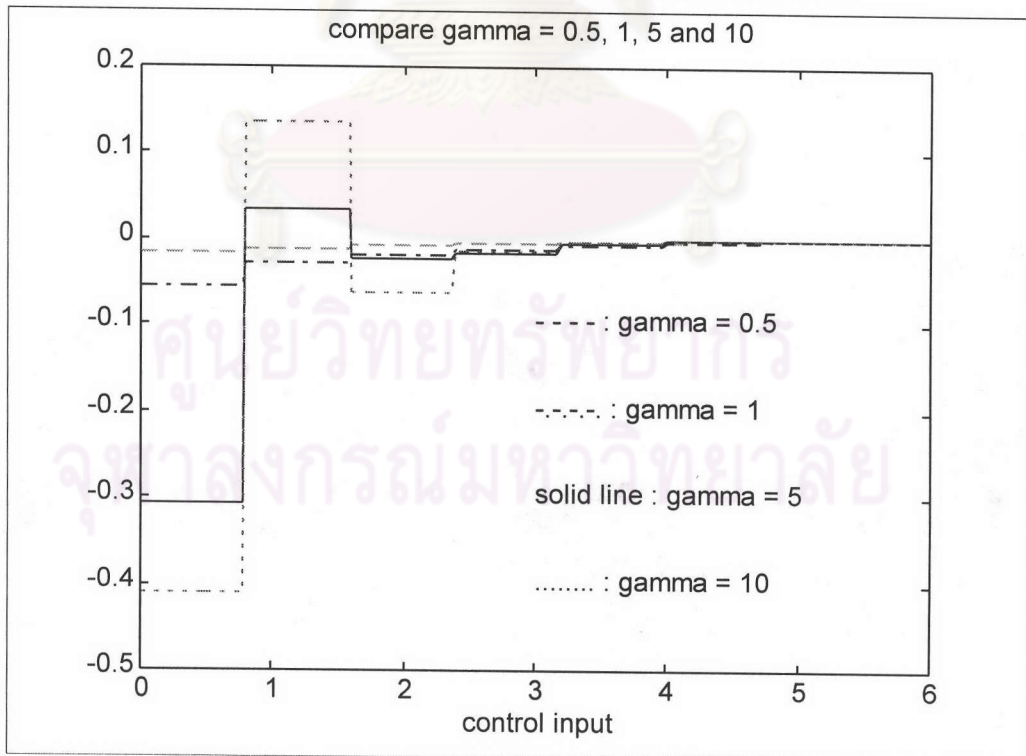
รูปที่ 5.15 แสดงผลตอบสนองชั่วขณะของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกต์ว้อย่างเป็น 0.2 วินาที



รูปที่ 5.16 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกต์ว้อย่างเป็น 0.2 วินาที



รูปที่ 5.17 แสดงผลตอบสนองชั่วขณะของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกต์ว้อย่างเป็น 0.8 วินาที



รูปที่ 5.18 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกต์ว้อย่างเป็น 0.8 วินาที

ตารางที่ 5.5 แสดงค่าแอมพลิจูด H_2 ของการวางตำแหน่งโพลของระบบป้อนกลับวงรอบปิดโดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

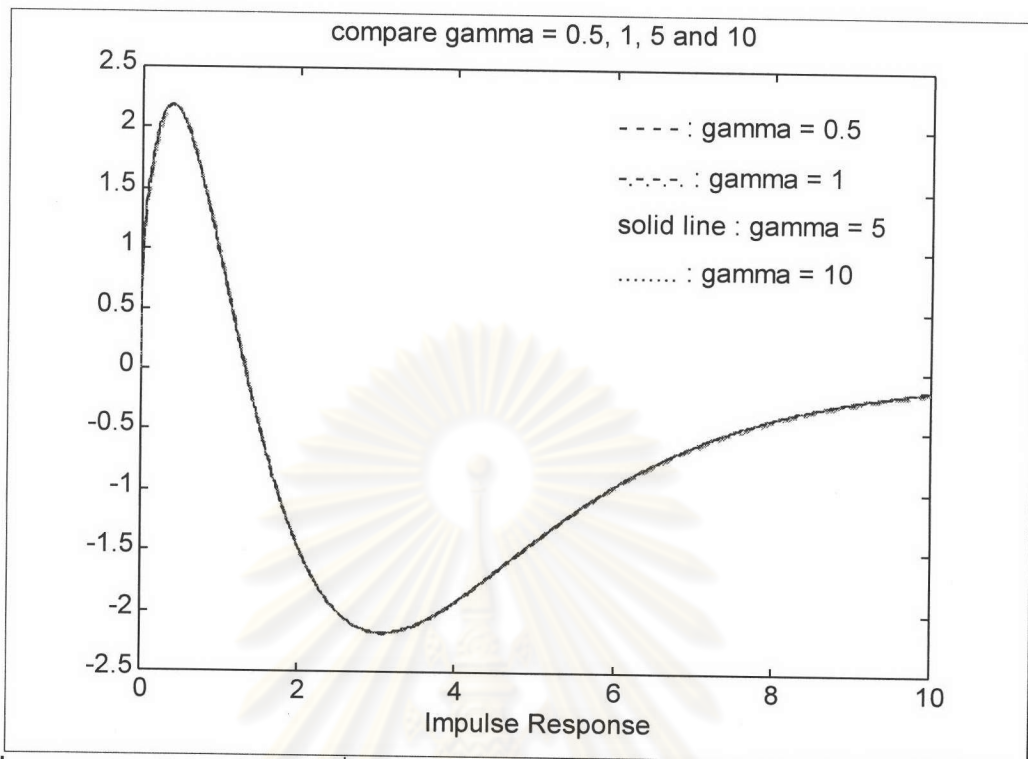
γ / sampling period	sampling time = 0.02s	sampling time = 0.2s	sampling time = 0.8s
$\gamma = 0.5$	0.3360	0.3490	0.3530
$\gamma = 1$	0.6653	0.6907	0.7035
$\gamma = 5$	3.2725	3.3666	3.4628
$\gamma = 10$	6.5159	6.6780	6.8926

ตารางที่ 5.6 แสดงตำแหน่งโพลของระบบป้อนกลับวงรอบปิดภายในวงกลมหน่วยเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

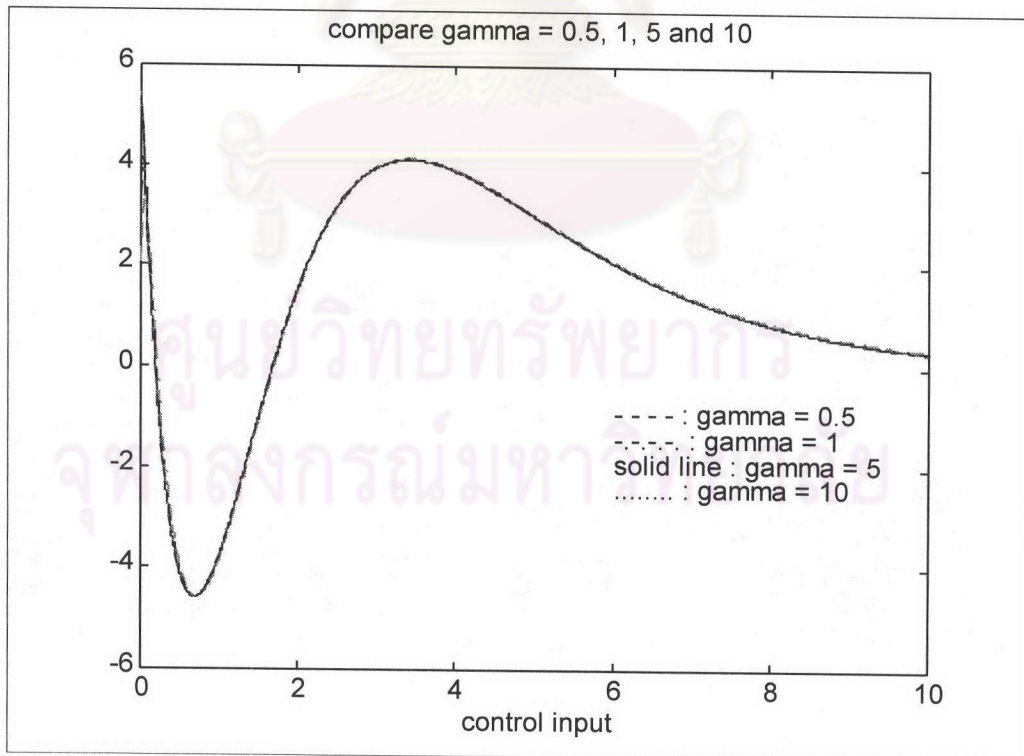
รัศมี $r = 1$	sampling time = 0.02s	sampling time = 0.2 s	sampling time = 0.8 s
$\gamma = 0.5,$	$0.9282 \pm 0.0644i$ 0.9802, 0.9721	$0.7492 \pm 0.1394i$ 0.8187, 0.7533	$0.4215 \pm 0.1029i$ 0.4493, 0.3120
$\gamma = 1,$	$0.8995 \pm 0.0893i$ 0.9802, 0.9721	$0.6765 \pm 0.1992i$ 0.8187, 0.7533	$0.3637 \pm 0.1705i$ 0.4493, 0.3120
$\gamma = 5,$	$0.7795 \pm 0.1769i$ 0.9802, 0.9721	$0.3741 \pm 0.3106i$ 0.8187, 0.7533	$0.0571 \pm 0.2109i$ 0.4493, 0.3120
$\gamma = 10,$	$0.6926 \pm 0.2264i$ 0.9802, 0.9721	$0.2004 \pm 0.3049i$ 0.8187, 0.7533	$0.0519 \pm 0.1219i$ 0.4493, 0.3120

ข้อสังเกต จากการออกแบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาจะให้ผลตอบสนองที่มีขนาดลดลงตามค่า γ ที่เพิ่มมากขึ้น และทำให้ตำแหน่งโพลของระบบวงรอบปิดมีบางส่วนที่เข้าใกล้จุดกำเนิดมากขึ้น จากการเพิ่มฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักดังกล่าวที่มีลักษณะของค่าคงตัว (constant) ทำให้เมื่อ γ เพิ่มมากขึ้นก็ส่งผลในค่าแอมพลิจูด H_2 มากขึ้นตามไปด้วย

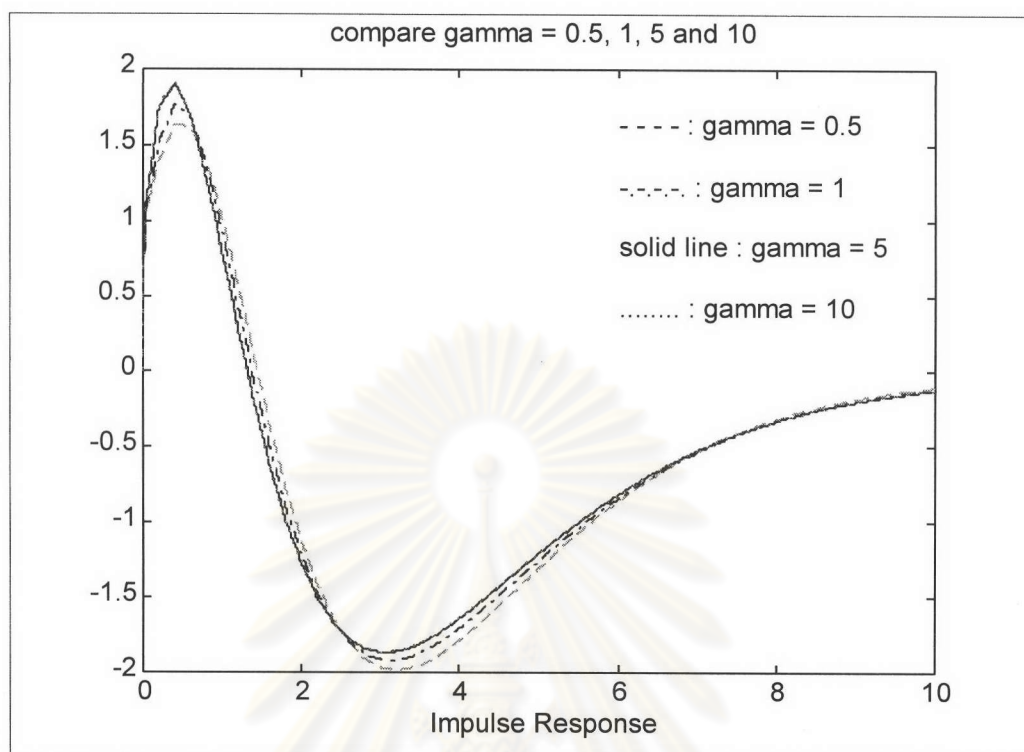
ตัวอย่างที่ 5.4 พิจารณาระบบในตัวอย่างที่ 3.3 เมื่อประกอบด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยพิจารณาคาบการซึกตัวอย่างเป็น 0.02, 0.2 และ 0.8 วินาที และผลการจำลองเชิงเลขแสดงในรูปที่ 5.19-5.24



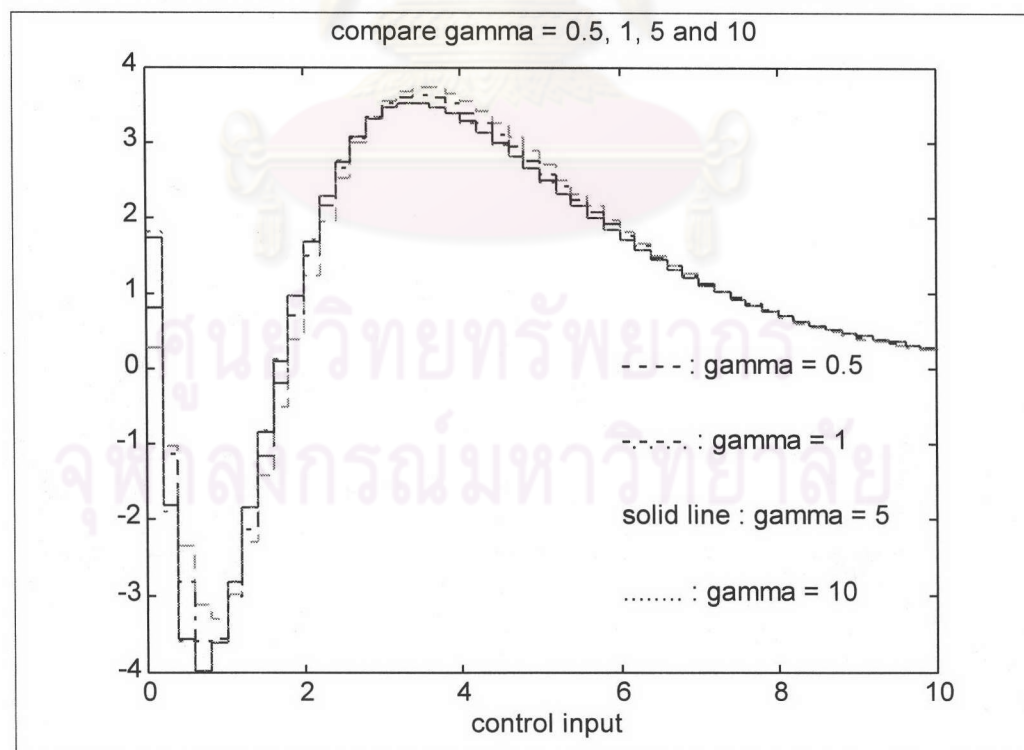
รูปที่ 5.19 แสดงผลตอบสนองชั่วขณะ $y(t)$ ของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกต์วอย่างเป็น 0.02 วินาที



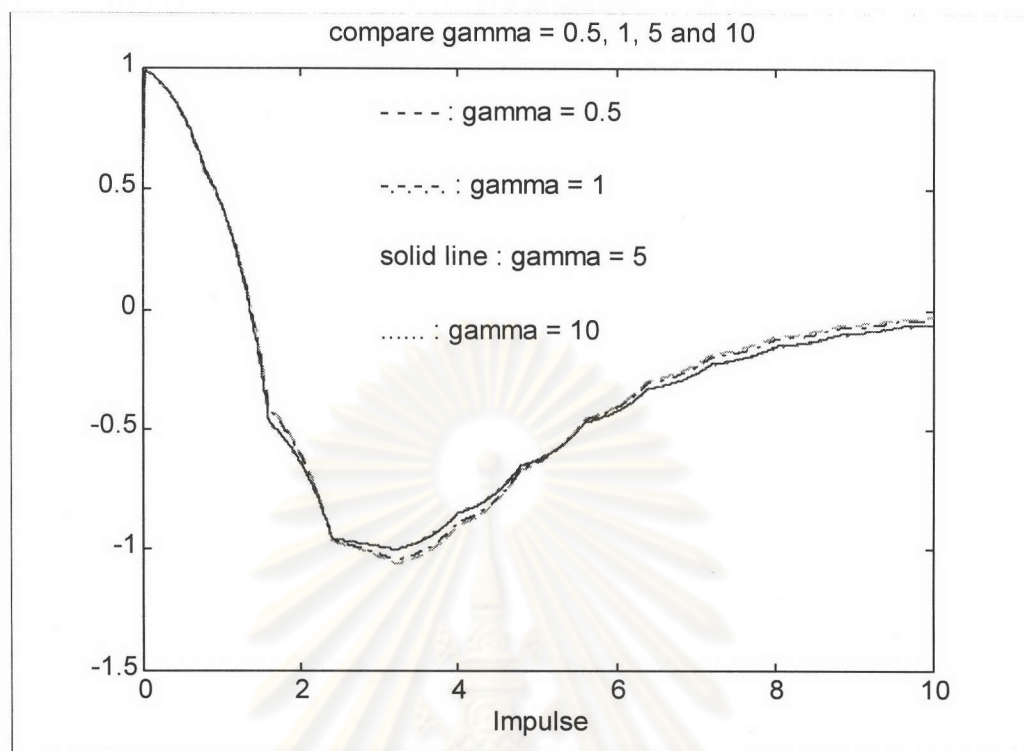
รูปที่ 5.20 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซีกต์วอย่างเป็น 0.02 วินาที



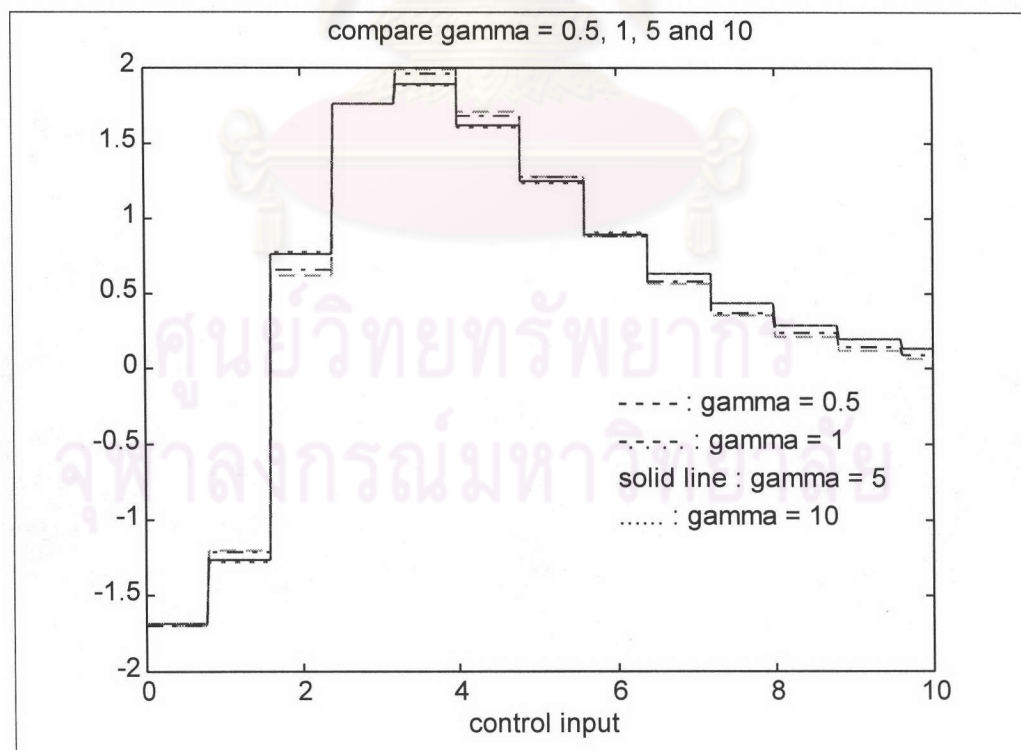
รูปที่ 5.21 แสดงผลตอบสนองชั่วขณะ $y(t)$ ของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซึกตัวอย่างเป็น 0.2 วินาที



รูปที่ 5.22 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซึกตัวอย่างเป็น 0.2 วินาที



รูปที่ 5.23 แสดงผลตอบสนองชั่วขณะ $y(t)$ ของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซัดตัวอย่างเป็น 0.8 วินาที



รูปที่ 5.24 แสดงผลของสัญญาณเข้าควบคุมของระบบเมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยค่า γ เท่ากับ 0.5, 1, 5 และ 10 ที่คาบการซัดตัวอย่างเป็น 0.8 วินาที

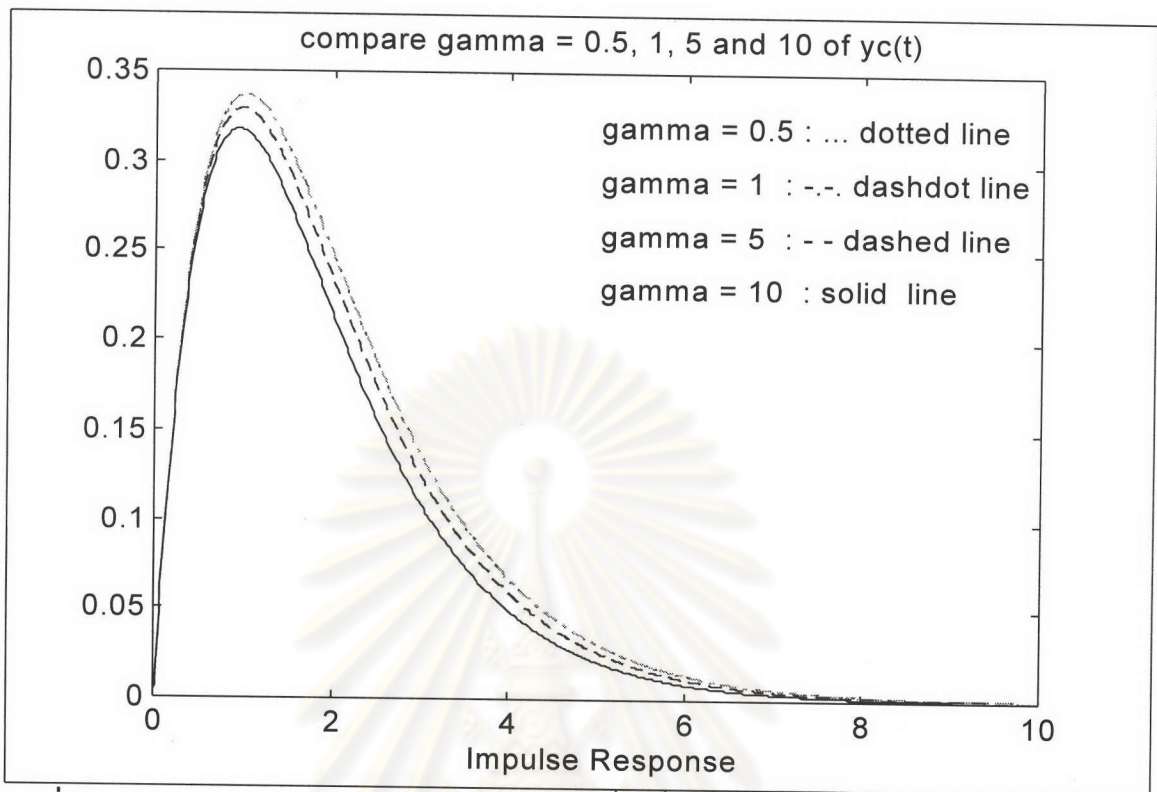
ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 5.4 สามารถพิจารณาในทำนองเดียวกับตัวอย่างที่ 5.3 โดยการเลือกใช้ค่าของ γ มีผลต่อผลตอบสนองที่ช้าหรือเร็วและสัญญาณเข้าควบคุมมากหรือน้อยตามต้องการ ดังนั้นการเลือกควรคำนึงถึงสัญญาณเข้าควบคุมเป็นหลักขณะเดียวกันก็พิจารณามผลตอบสนองที่ช้าหรือเร็วตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 5.5 พิจารณาระบบเมื่อประกอบด้วยทั้งสัญญาณในโดเมนเวลาต่อเนื่องและเวลาเต็มหน่วยและผลจำลองเชิงเลขแสดงในรูปที่ 5.25-5.32

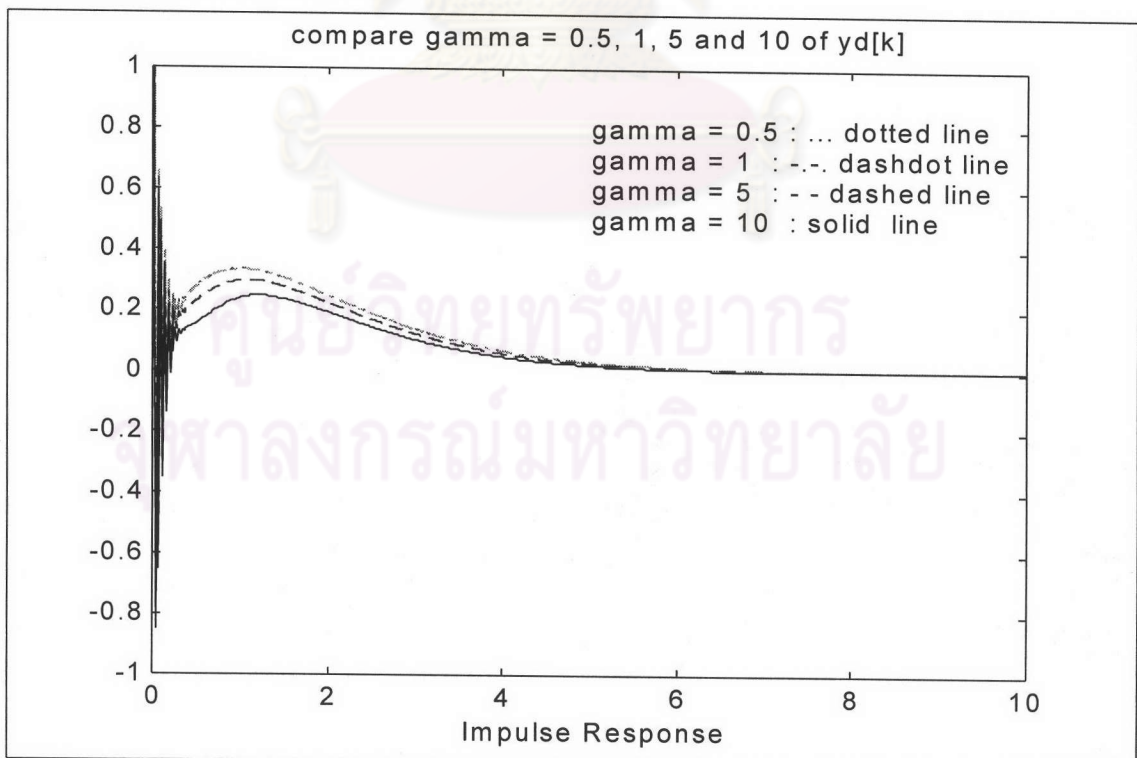
$$G_c(s) : \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} w(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\ z(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$G_d[z] : \begin{cases} x_d[k+1] = 0.5x_d[k] + r_d[k] + w_d[k] + u_d[k] \\ v_d[k] = x_d[k] + r_d[k] + w_d[k] + u_d[k] \\ z_d[k] = 2x_d[k] + r_d[k] + w_d[k] + u_d[k] \\ y_d[k] = 2x_d[k] + r_d[k] + w_d[k] \end{cases}$$

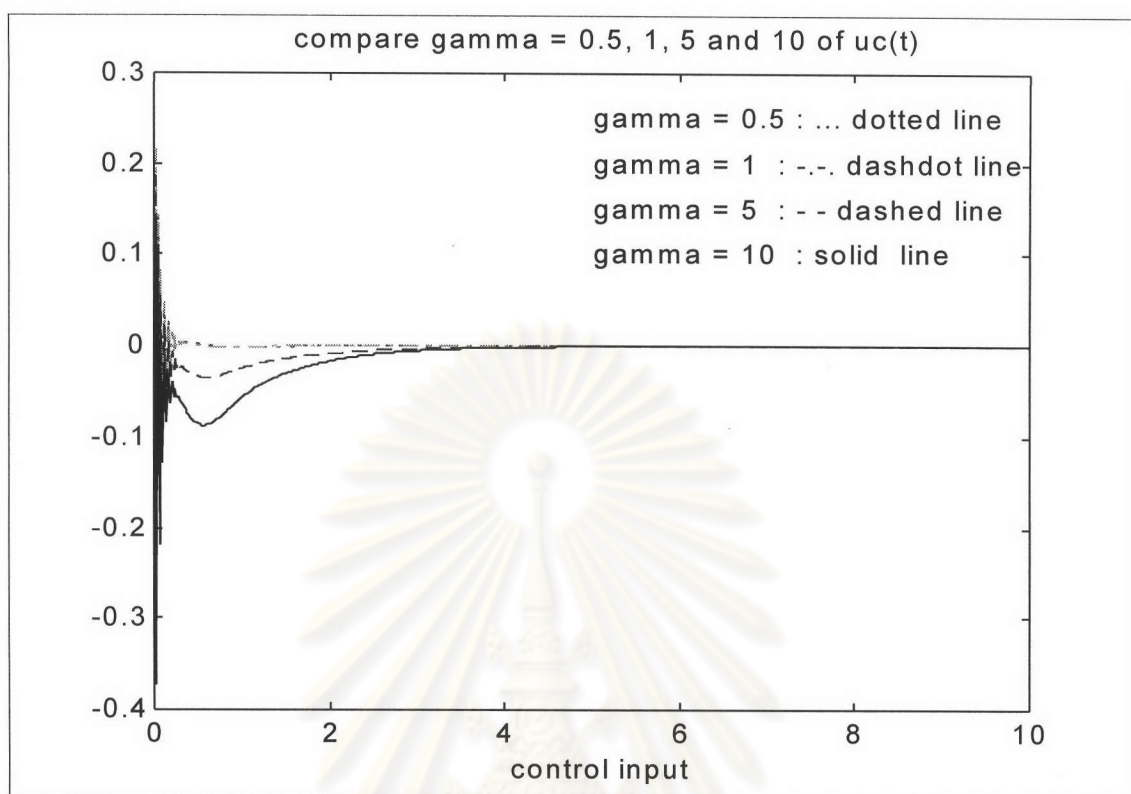
โดยพิจารณาที่คาบการซีกตัวอย่างเป็น 0.02 และ 0.2 วินาที และผลจำลองเชิงเลขแสดงในรูปที่ 5.25-5.32



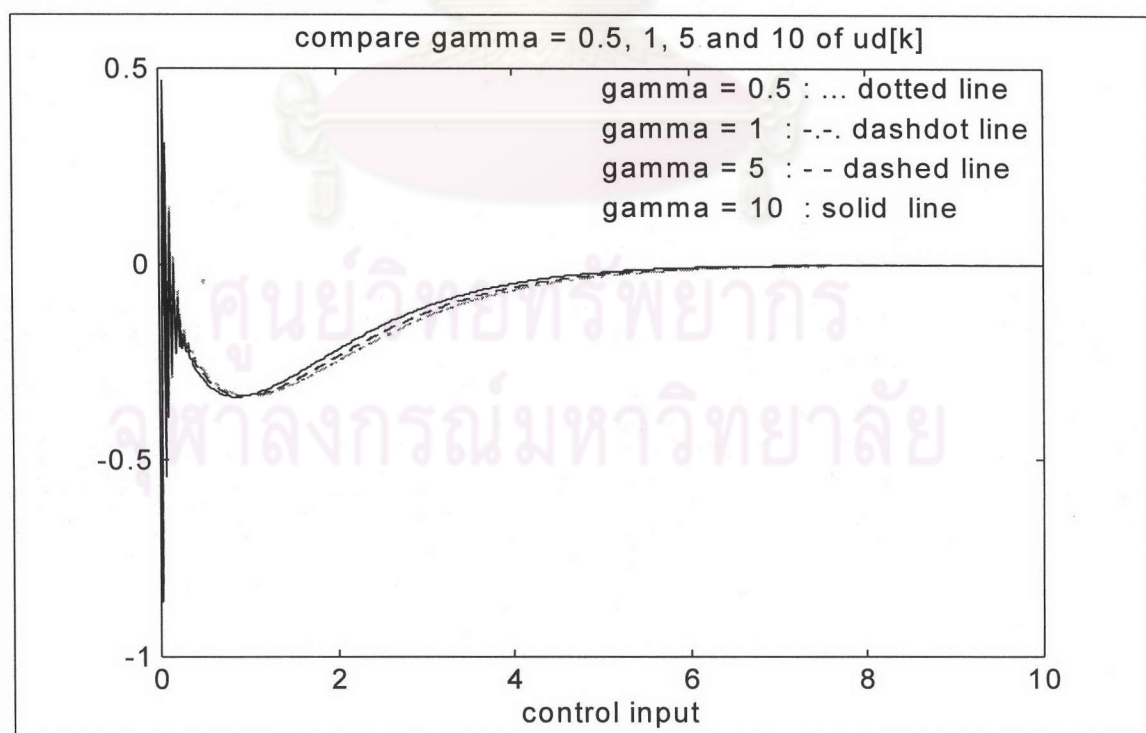
รูปที่ 5.25 แสดงสัญญาณออกในโดเมนเวลาต่อเนื่องที่คาบการซีกตัวอย่าง 0.02 วินาที เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา



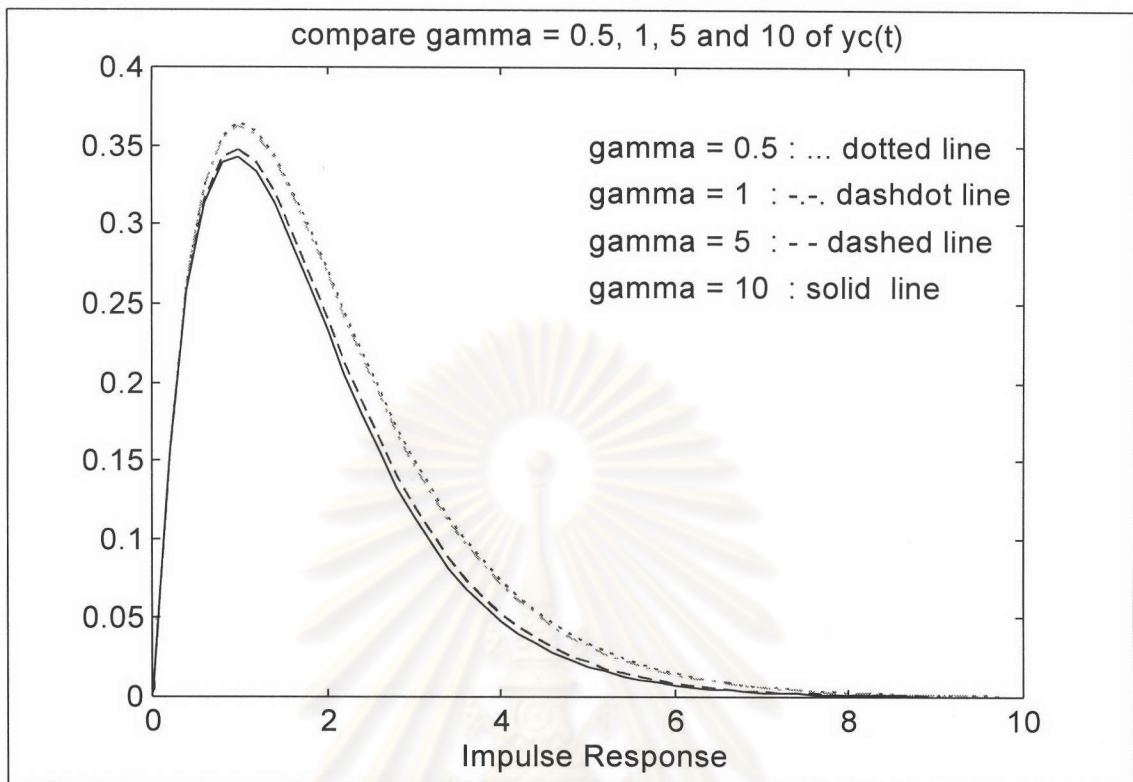
รูปที่ 5.26 แสดงสัญญาณออกในเวลาเต็มหน่วยที่คาบการซีกตัวอย่าง 0.02 วินาที เมื่อฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา



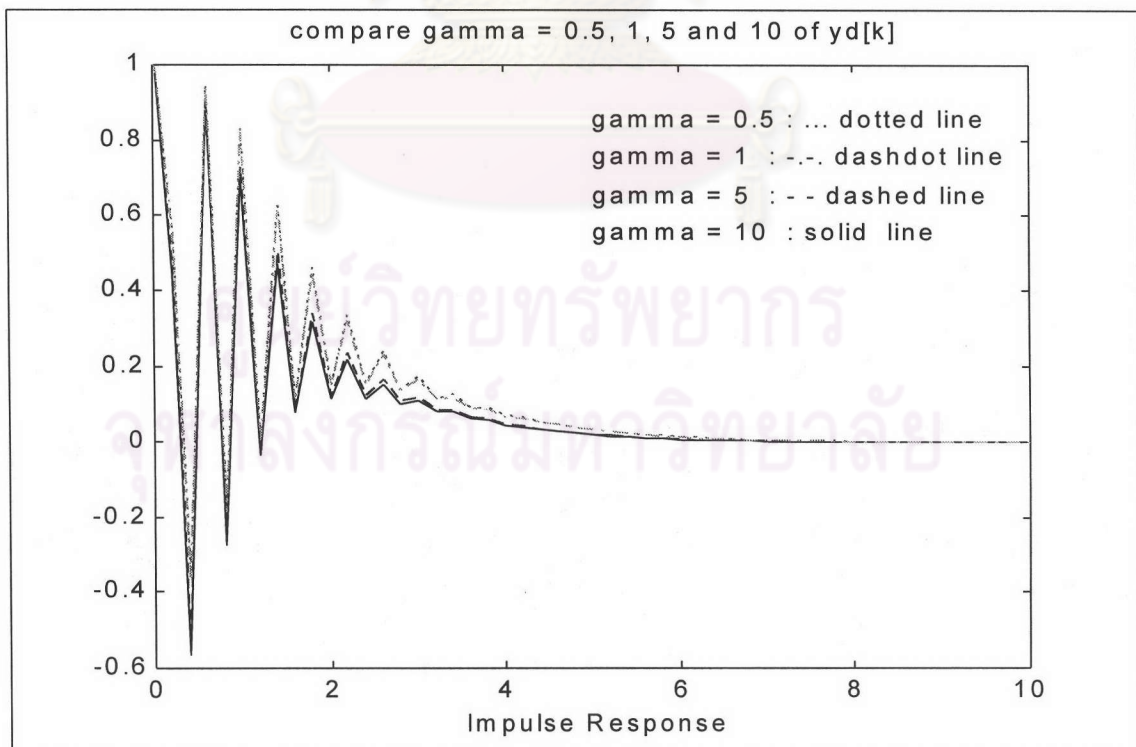
รูปที่ 5.27 แสดงสัญญาณเข้าควบคุมในโดเมนเวลาต่อเนื่องที่คาบการซีกตัวอย่าง 0.02 วินาที เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา



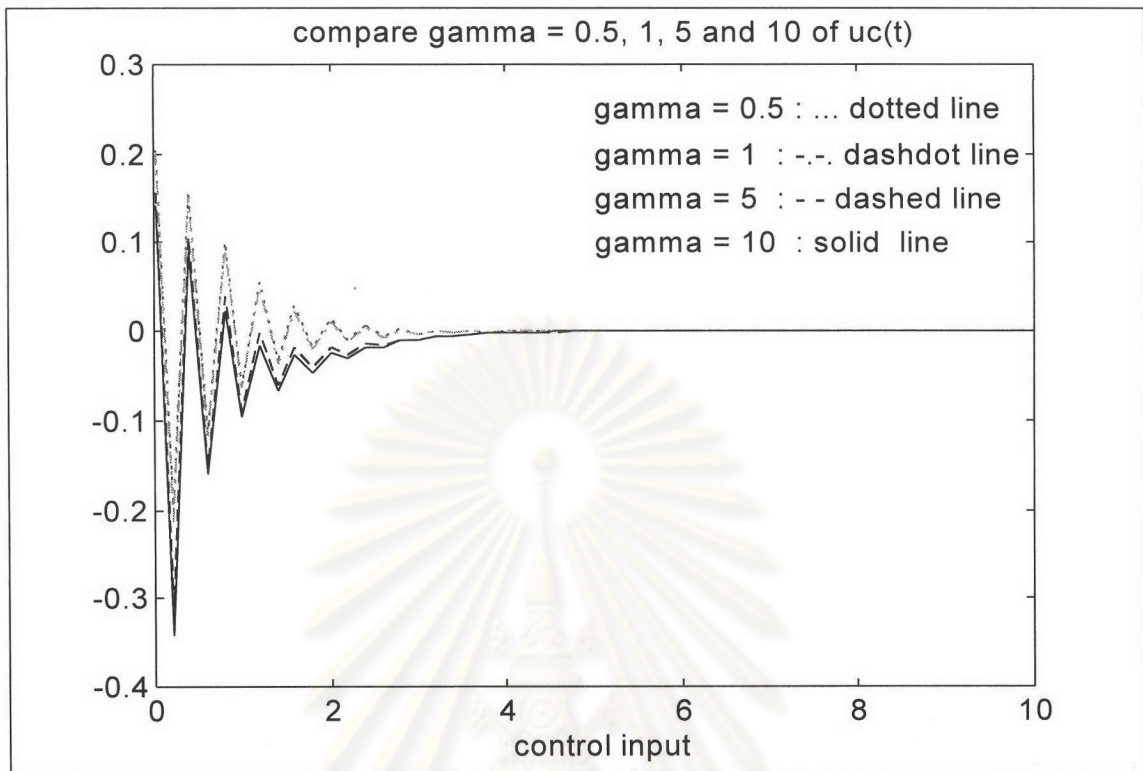
รูปที่ 5.28 แสดงสัญญาณเข้าควบคุมในเวลาเต็มหน่วยที่คาบการซีกตัวอย่าง 0.02 วินาที เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา



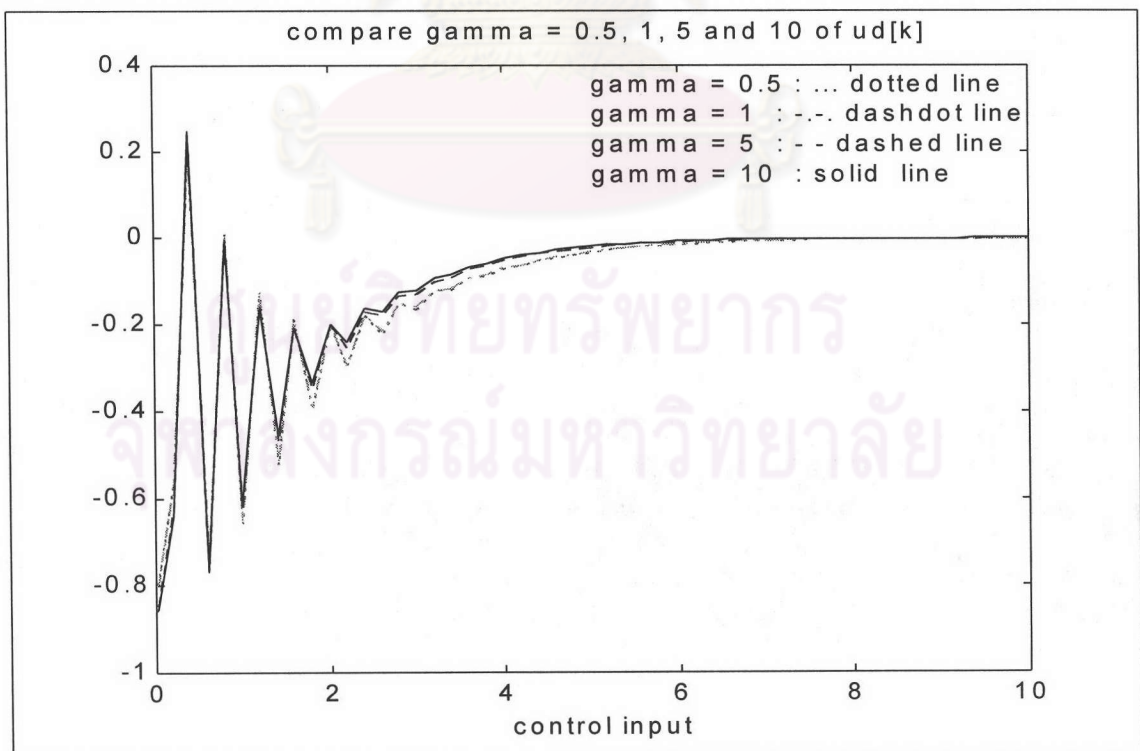
รูปที่ 5.29 แสดงสัญญาณออกในโดเมนเวลาต่อเนื่องที่คาบการซึกตัวอย่าง 0.2 วินาที เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา



รูปที่ 5.30 แสดงสัญญาณออกในเวลาเต็มหน่วยที่คาบการซึกตัวอย่าง 0.2 วินาที เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา



รูปที่ 5.31 แสดงสัญญาณเข้าควบคุมในโดเมนเวลาต่อเนื่องที่คาบการซึกตัวอย่าง 0.2 วินาที เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา



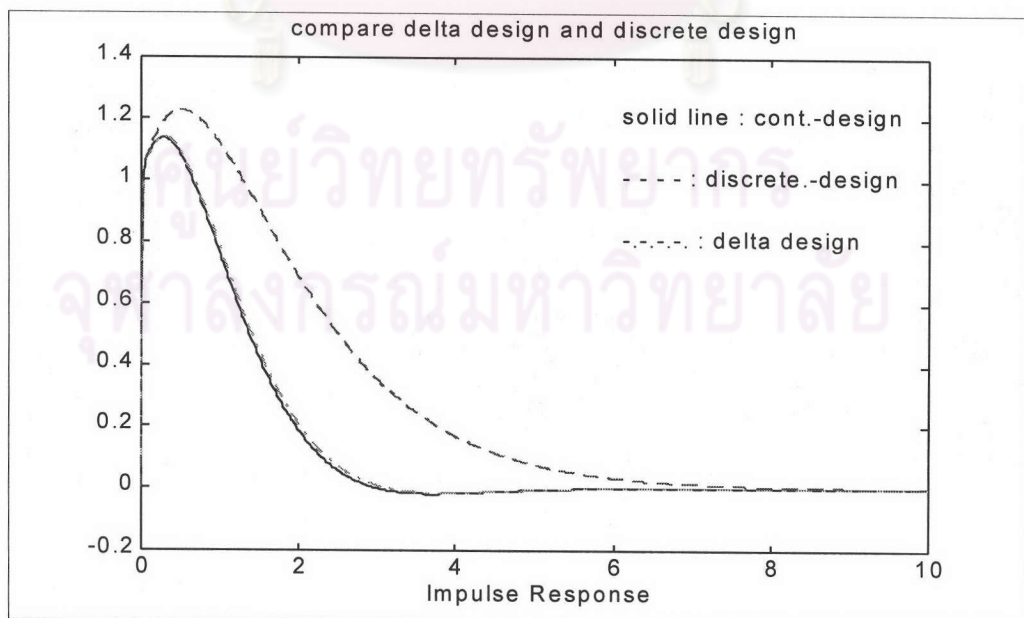
รูปที่ 5.32 แสดงสัญญาณเข้าควบคุมในเวลาเต็มหน่วยที่คาบการซึกตัวอย่าง 0.2 วินาที เมื่อมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 5.5 พบว่าเมื่อผลตอบสนองทั้งในโดเมนเวลาต่อเนื่องและเวลาเต็มหน่วยให้ผลตอบสนองที่เร็วขึ้นขณะที่สัญญาณเข้าควบคุมมีขนาดมากขึ้นตามค่าของ γ ที่มากขึ้น

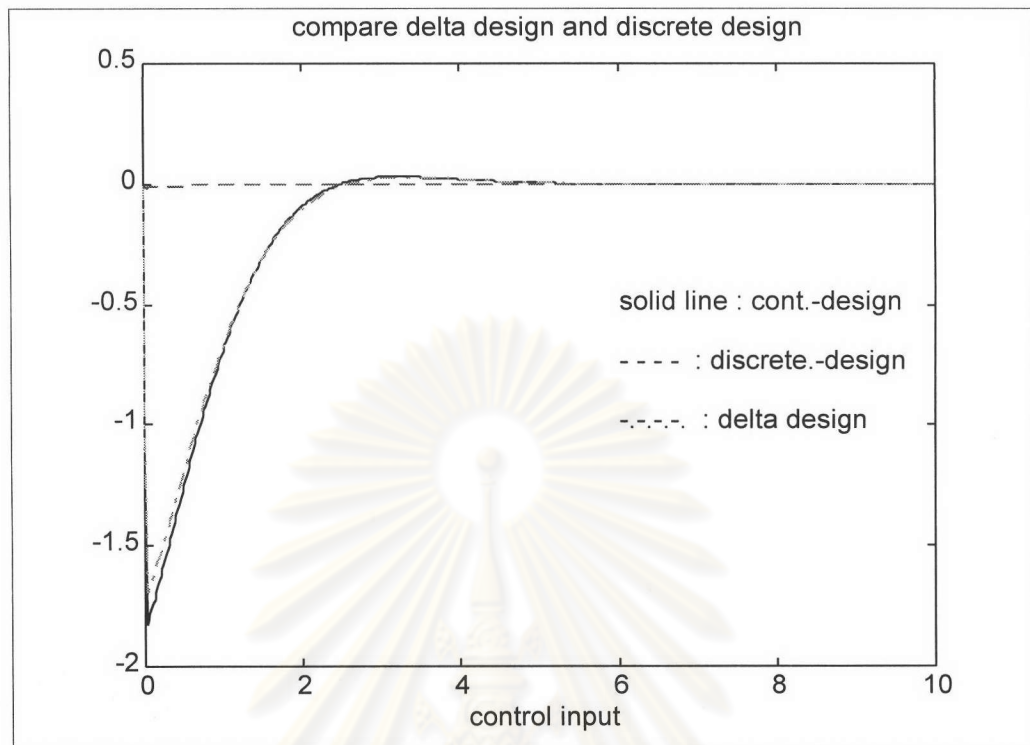
ตัวอย่างที่ 5.6 พิจารณากระบวนการดังต่อไปนี้

$$G(s) : \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} w(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\ z(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} \end{cases}$$

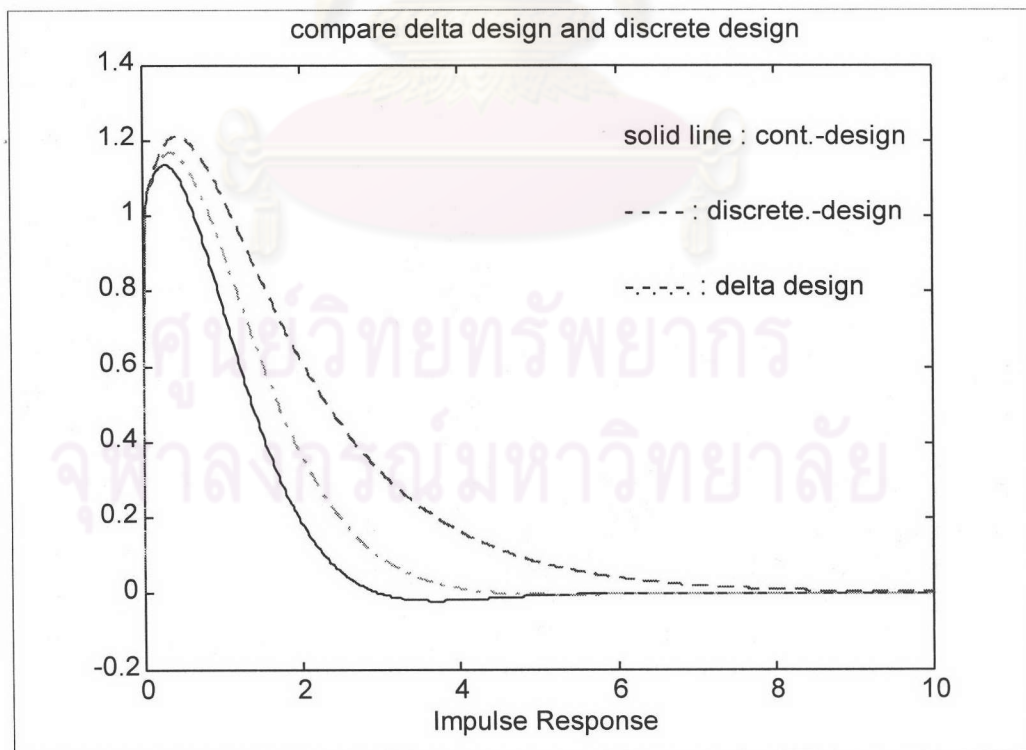
ในที่นี้จะใช้การแปลงเดลต้า (Delta Transform) และมีสัญญาณรบกวนในโดเมนเวลาต่อเนื่องเท่านั้น สำหรับวิธีการออกแบบตัวควบคุมเชิงเลขในโดเมน Z หาได้จาก Hagiwara และ Araki (1996) และวิธีการออกแบบตัวควบคุมเชิงเลขในโดเมนเดลต้าได้กล่าวในหัวข้อการพิจารณาระบบซีกตัวอย่างข้อมูลด้วยการแปลงเดลต้า การพิจารณาการออกแบบตัวควบคุมเชิงเลขของ Hagiwara และ Araki (1996) มีลักษณะที่แตกต่างการออกแบบตัวควบคุมเชิงเลขโดยทั่วไปคือ การออกแบบดังกล่าวจะอยู่ในลักษณะของการออกแบบตัวสังเกตที่มีอันดับน้อยที่สุด (minimal order observer) แทนเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาเอกฐาน (singular problem) และผลจำลองเชิงเลขแสดงในรูปที่ 5.33-5.42



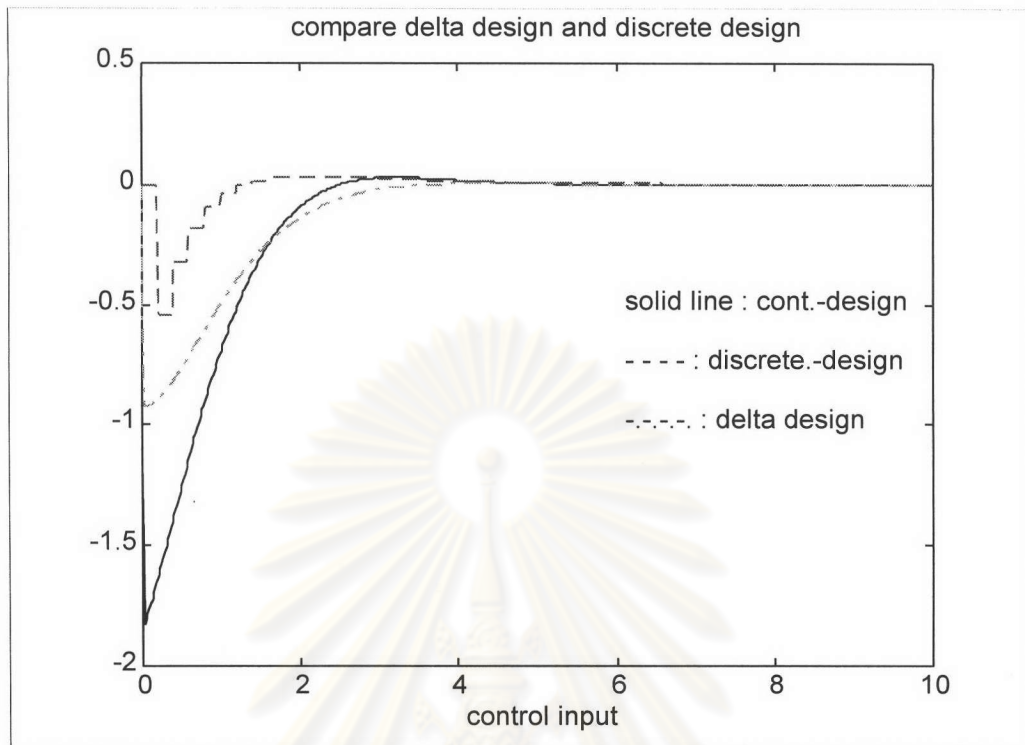
รูปที่ 5.33 แสดงผลการเปรียบเทียบของการออกแบบโดยใช้การแปลงเดลต้าและการแปลง Z เมื่อคาบการซีกตัวอย่างเป็น 0.02 วินาที



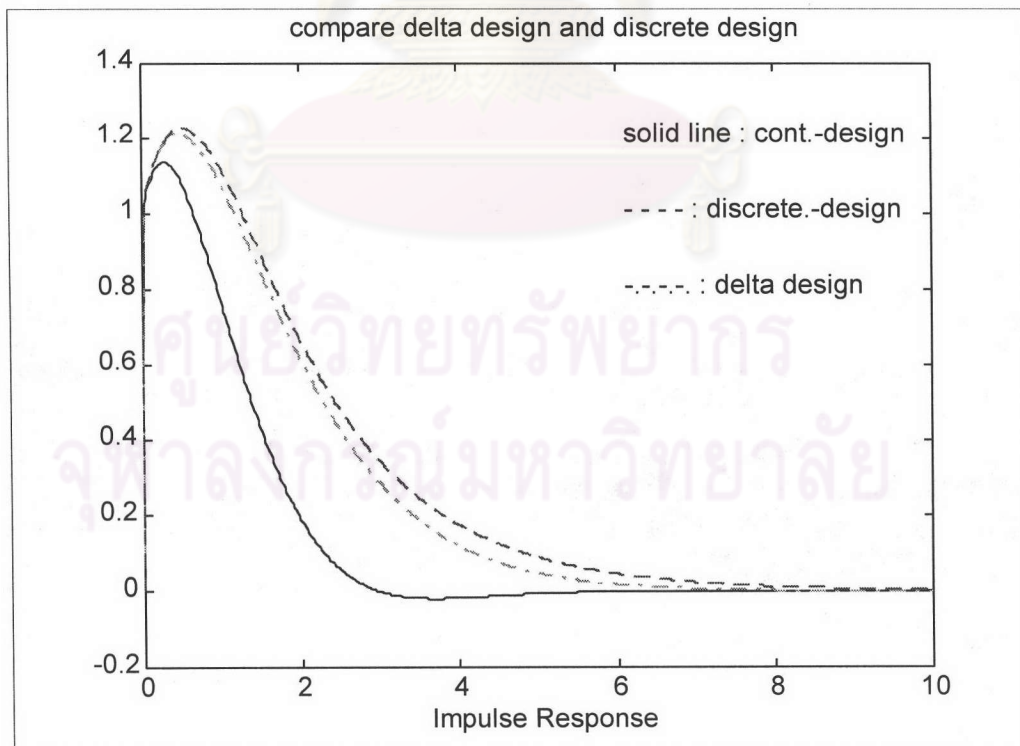
รูปที่ 5.34 แสดงผลการเปรียบเทียบของสัญญาณเข้าควบคุมการออกแบบโดยใช้การแปลงเดลต้าและการแปลง Z เมื่อคาบการซีกตัวอย่างเป็น 0.02 วินาที



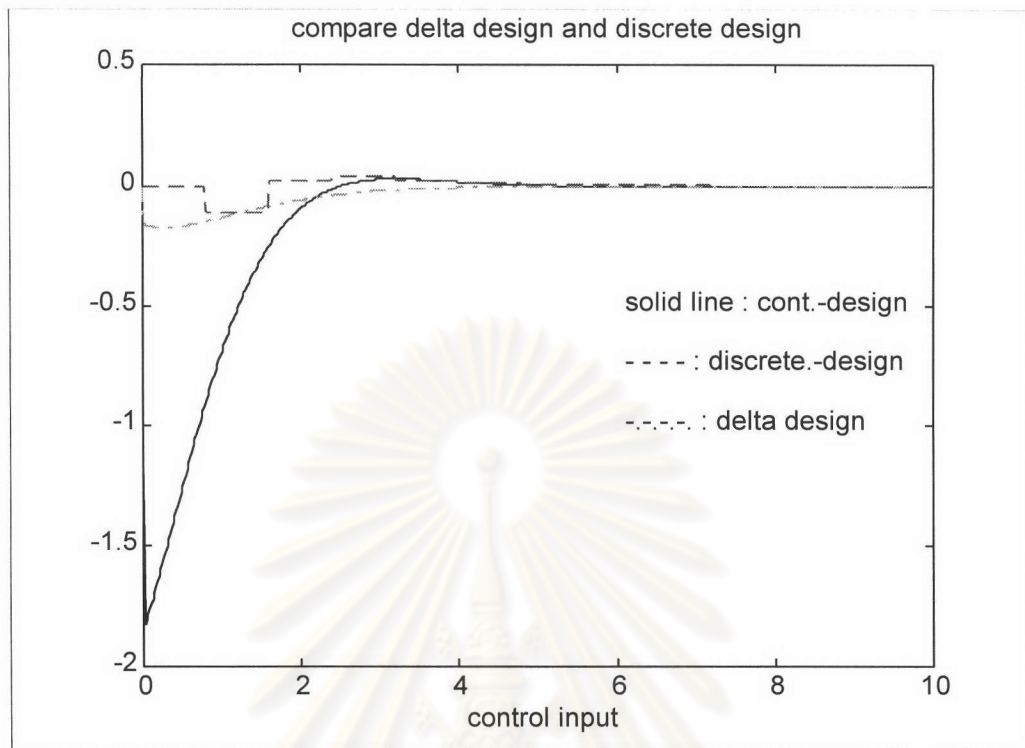
รูปที่ 5.35 แสดงผลการเปรียบเทียบของการออกแบบโดยใช้การแปลงเดลต้าและการแปลง Z เมื่อคาบการซีกตัวอย่างเป็น 0.2 วินาที



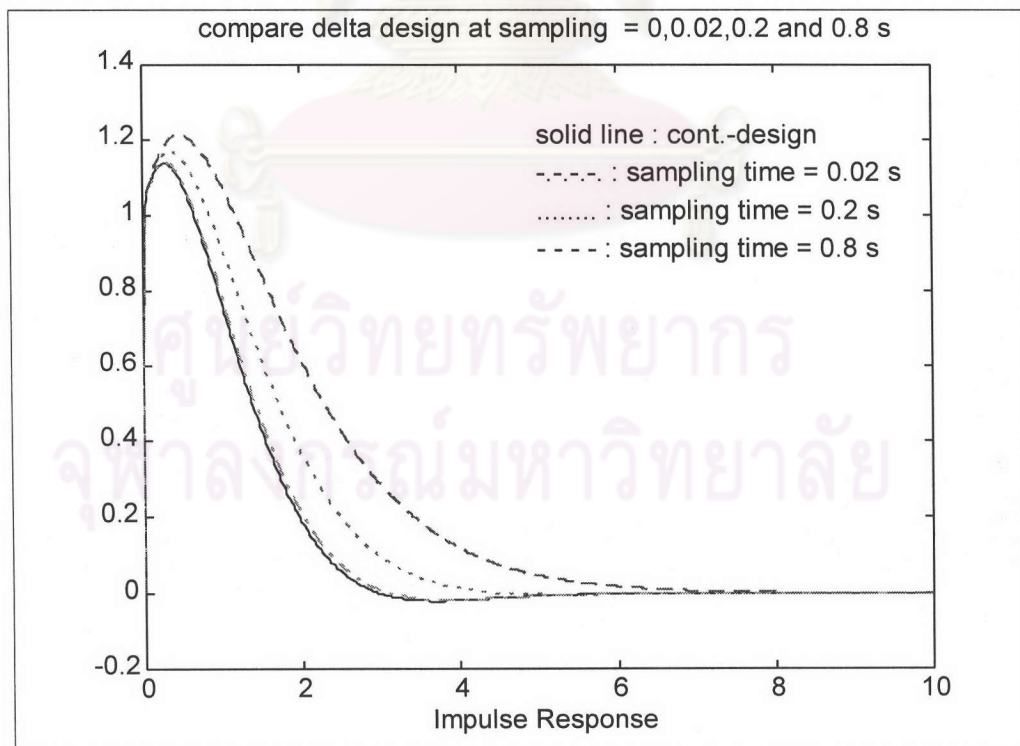
รูปที่ 5.36 แสดงผลการเปรียบเทียบของสัญญาณเข้าควบคุมการออกแบบโดยใช้การแปลงเดลต้าและการแปลง Z เมื่อคาบการซีกตัวอย่างเป็น 0.2 วินาที



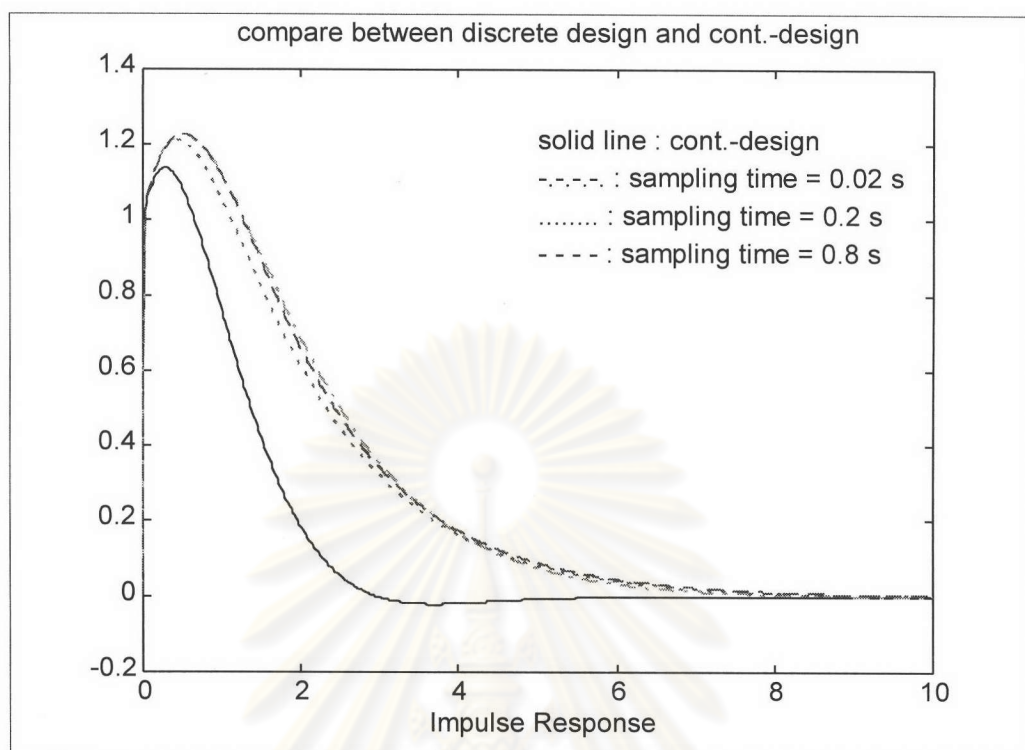
รูปที่ 5.37 แสดงผลการเปรียบเทียบของการออกแบบโดยใช้การแปลงเดลต้าและการแปลง Z เมื่อคาบการซีกตัวอย่างเป็น 0.8 วินาที



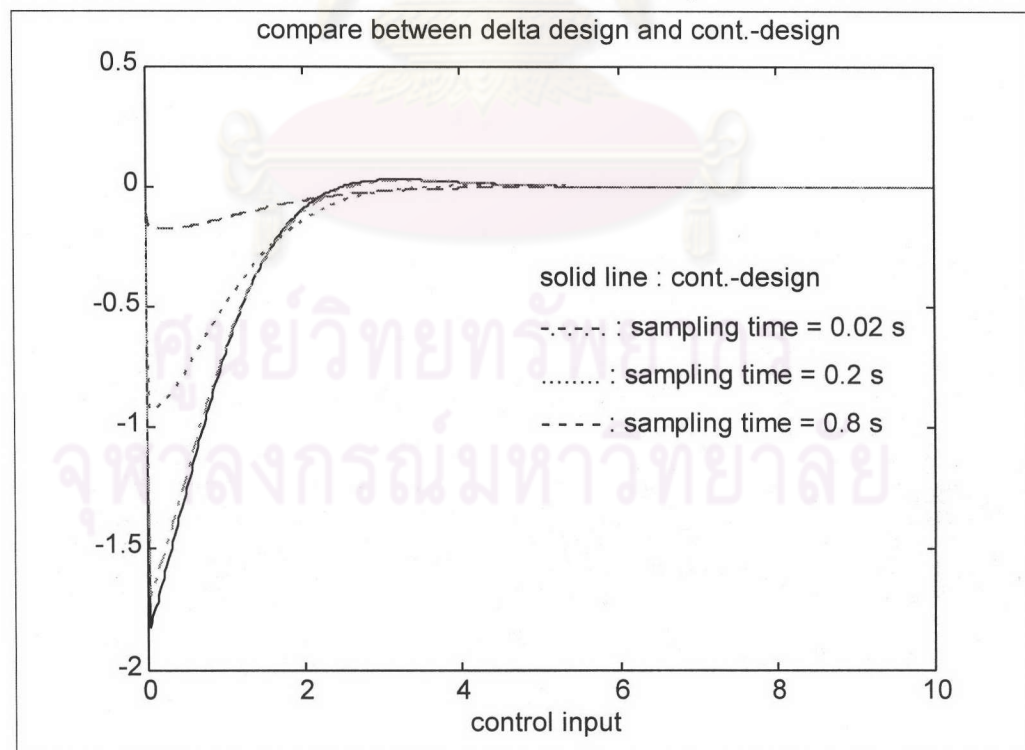
รูปที่ 5.38 แสดงผลการเปรียบเทียบของสัญญาณเข้าควบคุมการออกแบบโดยใช้การแปลงเดลต้า และการแปลง Z เมื่อคาบการซีกตัวอย่างเป็น 0.8 วินาที



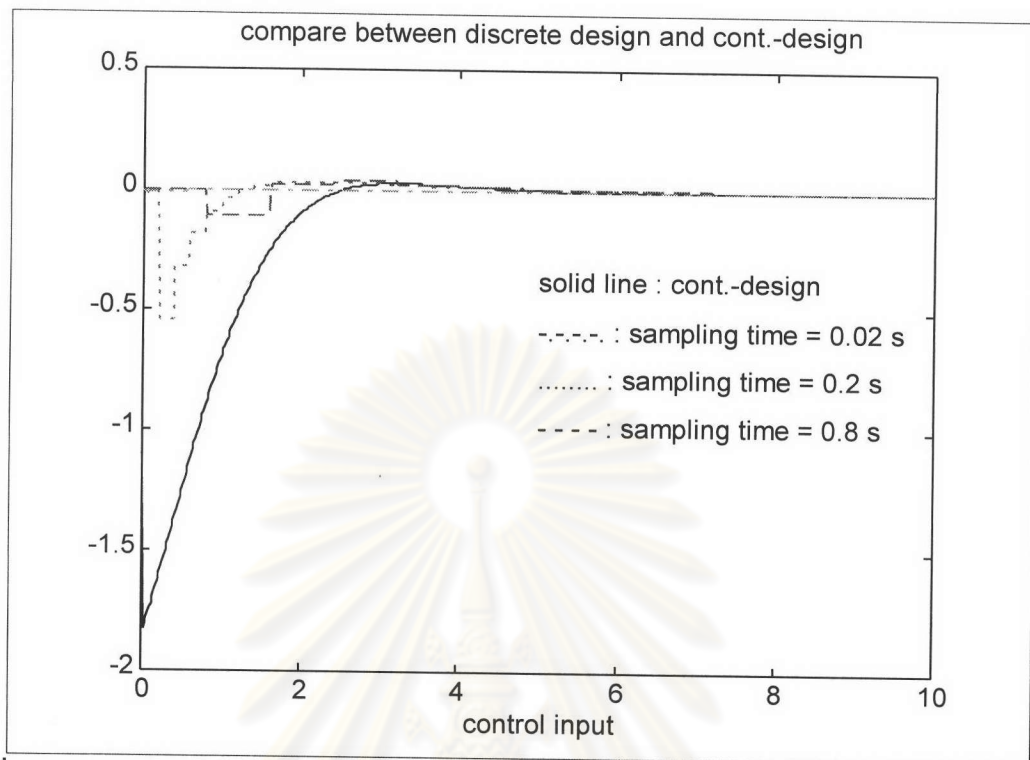
รูปที่ 5.39 แสดงผลการเปรียบเทียบการออกแบบด้วยการแปลงเดลต้าที่คาบการซีกตัวอย่างต่าง ๆ



รูปที่ 5.40 แสดงผลการเปรียบเทียบในการออกแบบด้วยการแปลง Z ที่คาบการซีกตัวอย่างต่าง ๆ กับการออกแบบด้วยการแปลงเดลต้าที่คาบการซีกตัวอย่างเป็นศูนย์ (Cont.-design)



รูปที่ 5.41 แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณเข้าควบคุมของการแปลงเดลต้าที่คาบการซีกตัวอย่างต่าง ๆ



รูปที่ 5.42 แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณเข้าควบคุมของการแปลง Z ที่คาบการชักตัวอย่างต่าง ๆ กับการออกแบบด้วยการแปลงเดลต้าที่คาบการชักตัวอย่างเป็นศูนย์ (Cont.-design)

ข้อสังเกต การออกแบบด้วยเดลต้าจะให้ผลตอบสนองที่มีความใกล้เคียงกับการออกแบบในโดเมนเวลาต่อเนื่อง และการออกแบบด้วยเดลต้ายังสามารถออกแบบตัวควบคุมทั้งเชิงเลขและเชิงอุปมานได้พร้อม ๆ กันดังจะเห็นได้จากตอนท้ายบทที่ 4 ในหัวข้อการพิจารณาระบบชักตัวอย่างข้อมูล แม้ว่าผลตอบสนองของการแปลงเดลต้าให้ผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกับผลตอบสนองที่ได้จากการออกแบบโดยการแปลงเดลต้าที่คาบการชักตัวอย่างเข้าใกล้ศูนย์ดังจะเห็นจากเมื่อคาบการชักตัวอย่างเป็น 0.02 วินาที และเมื่อคาบการชักตัวอย่างมากขึ้นจะให้ผลที่มีคาบใกล้เคียงกับการออกแบบในโดเมนเวลามากกว่าในการออกแบบด้วยการแปลง Z และสัญญาณเข้าควบคุมที่ได้จากการออกแบบโดยการแปลงเดลต้ามีขนาดเล็กลงเมื่อคาบการชักตัวอย่างมากขึ้น