รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธวัชชัย งามสันติวงศ์. **SPSS/PC+ SPSS for Windows หลักการและวิธีใช้คอมพิวเตอร์ในงานสถิติเพื่อการวิจัย**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: สำนักพัฒนาเทคนิคศึกษา สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2538.

ส่องศรี พิทยารัตน์, มณฑา พัววิไล, สรชัย พิศาลบุตร และ สุชาดา กีระนันทน์ . **หลักสถิติ** . พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529.

ภาษาอังกฤษ

Borse,G.J. **Fortran 77 and Numerical Methods for Engineers**. 2nd ed. Boston: PWS-KENT Publishing, 1991

Dieter, G.E. **Mechanical Metallurgy**. 3rd ed. Singapore: McGraw-Hill, 1986

Ghosh, A.K. The Influence of Strain Hardening and Strain Sensitivity on Sheet metal Forming. **Trans. ASME , j. Eng. Technol**. 99 (1977): 264.

Gotoh, M., Misawa, M., and Lim, C.R. Forming Limit Strain of Sheet Metals Subjected to Plane Strain Tension. **JSME Series A** 36 (1993): 172-181.

Hosford, W.F., and Caddell, R.M. **Metal Forming Mechanics and Metallurgy**. New York: Prentice-Hall, 1983

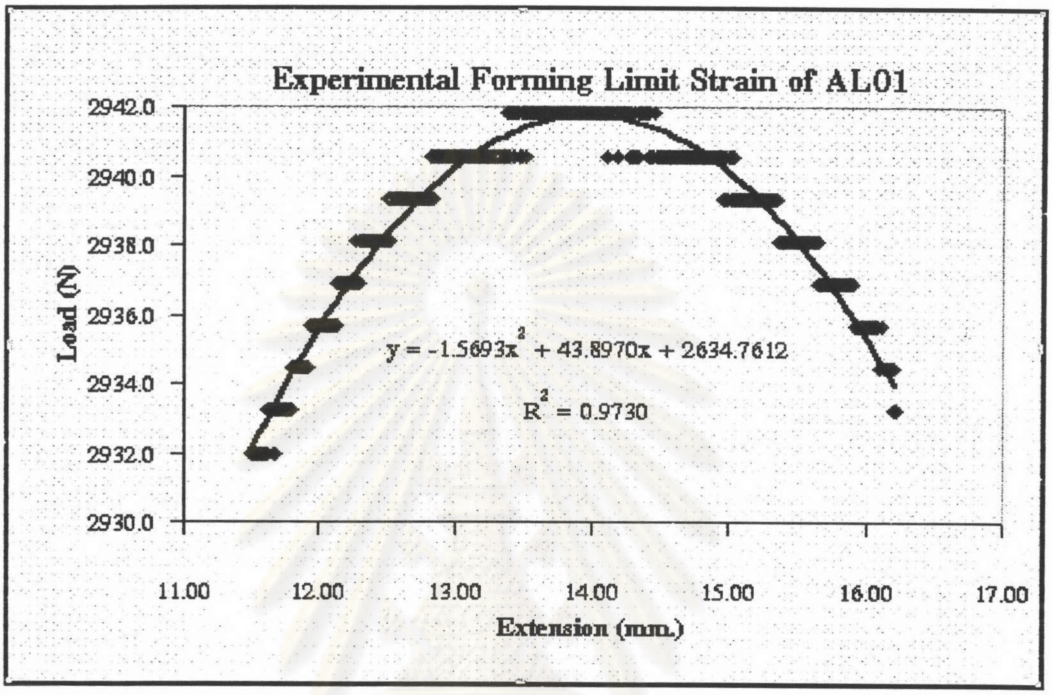
Keeler, S.P. Sheet Metal Stamping Technology-Need for Fundamental Understanding. In D.P.Koistinen and N.M.Wang (eds), **Mechanics of Sheet Metal Forming**, pp. 3-18. Plenum Press, 1977

Mielnik, E.M. **Metalworking Science and Engineering**. New York: McGraw-Hill, 1991

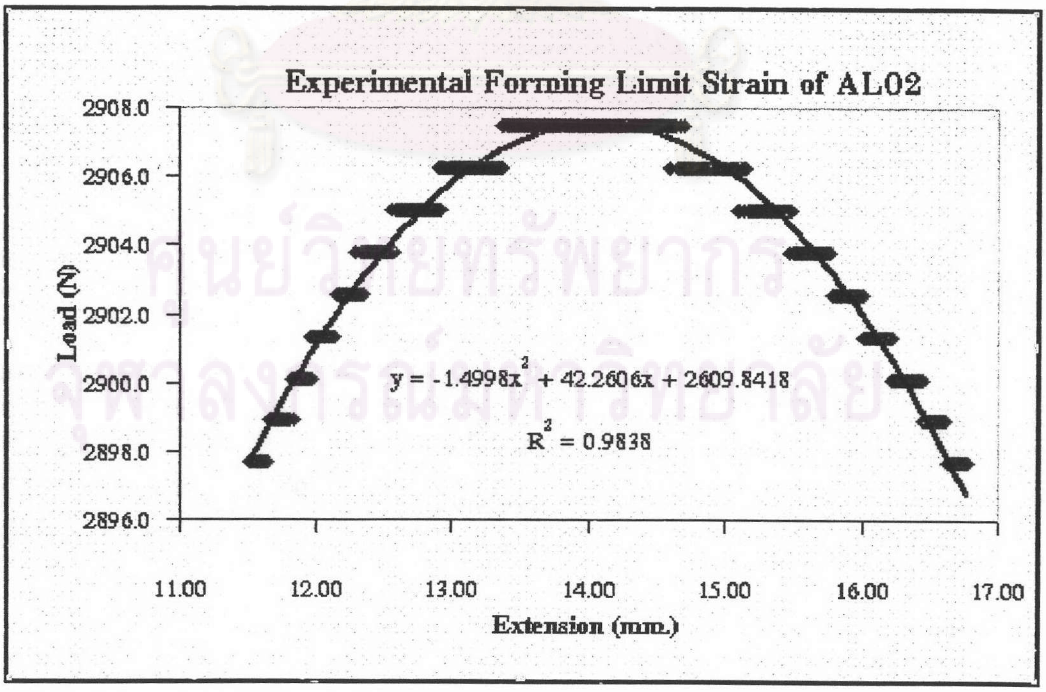
ภาคผนวก

ผลการทดลองของชุดการทดลอง A

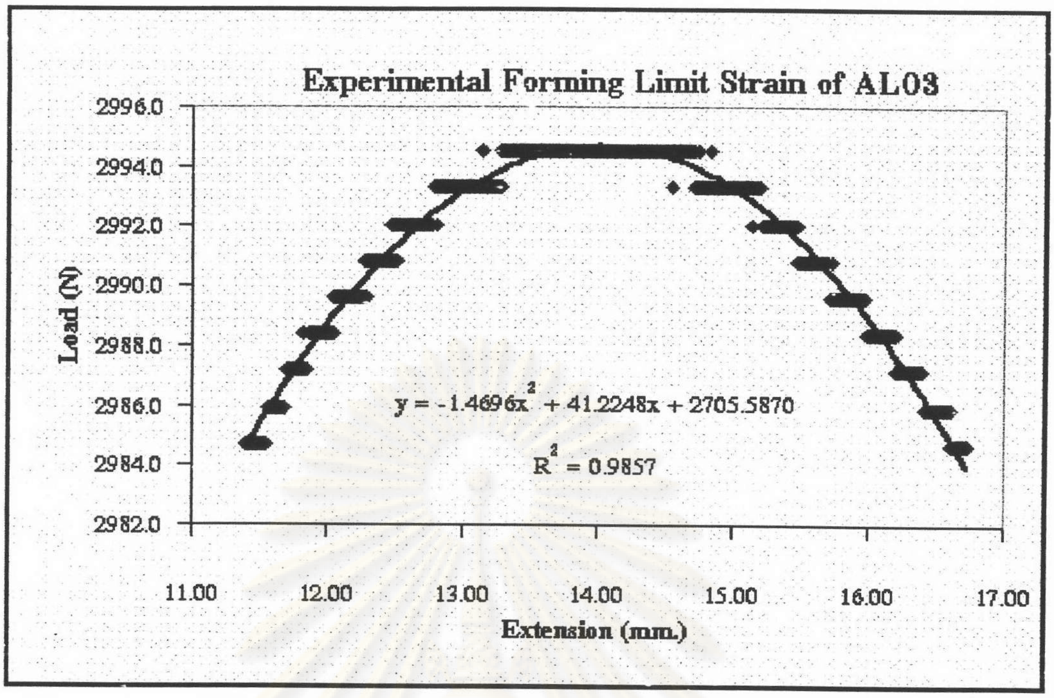
<u>ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืด</u>



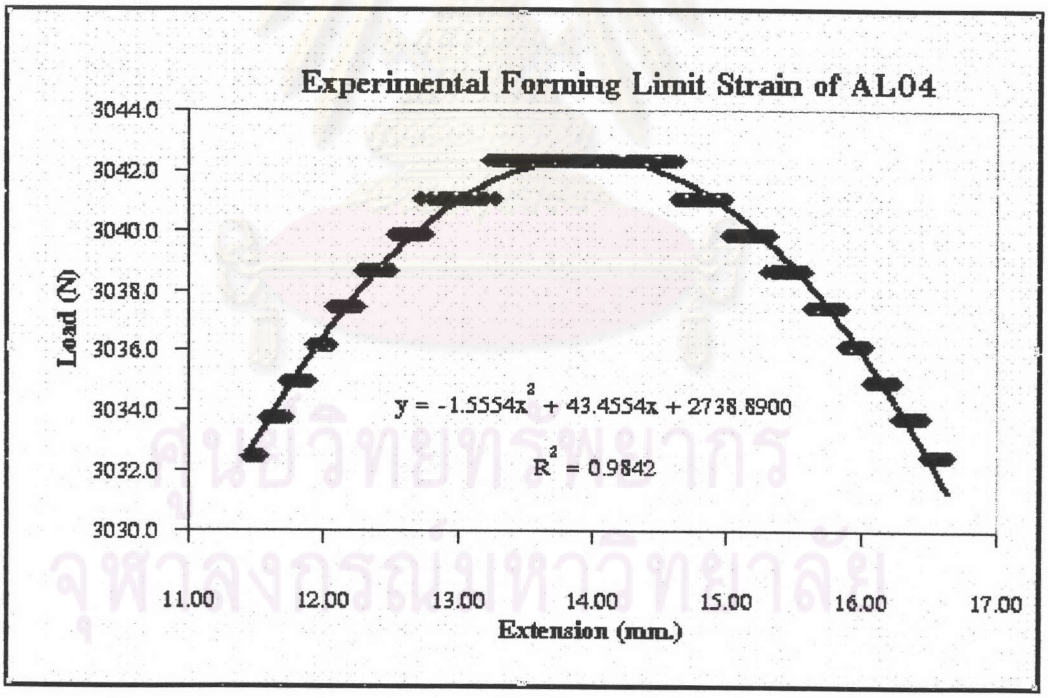
<u>รูปที่ 1</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL01



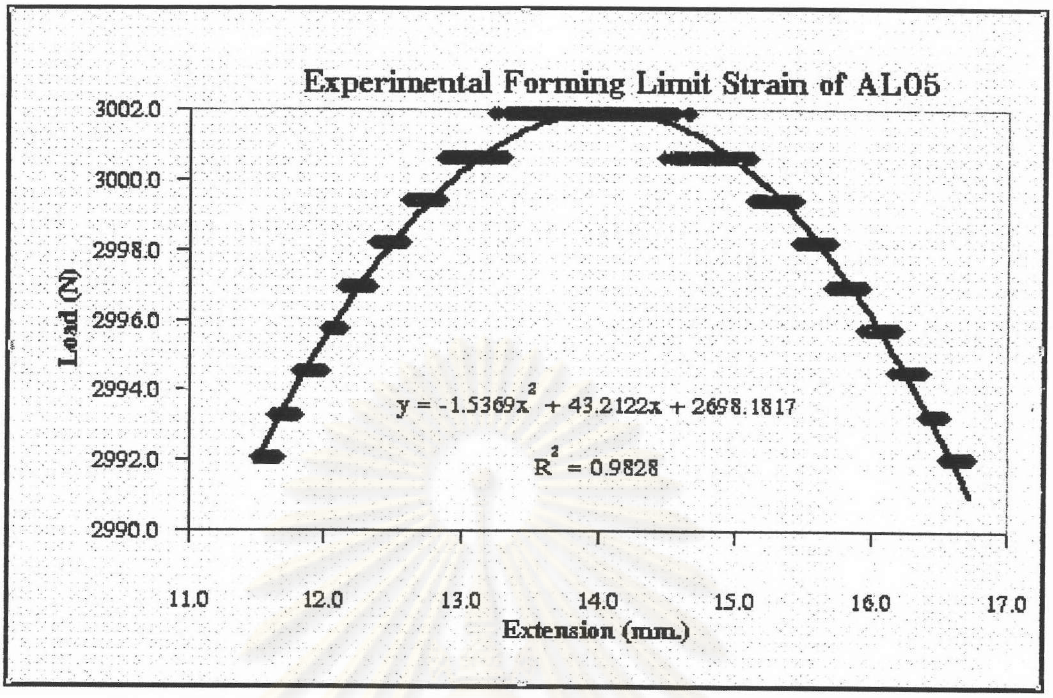
<u>รูปที่ 2</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL02



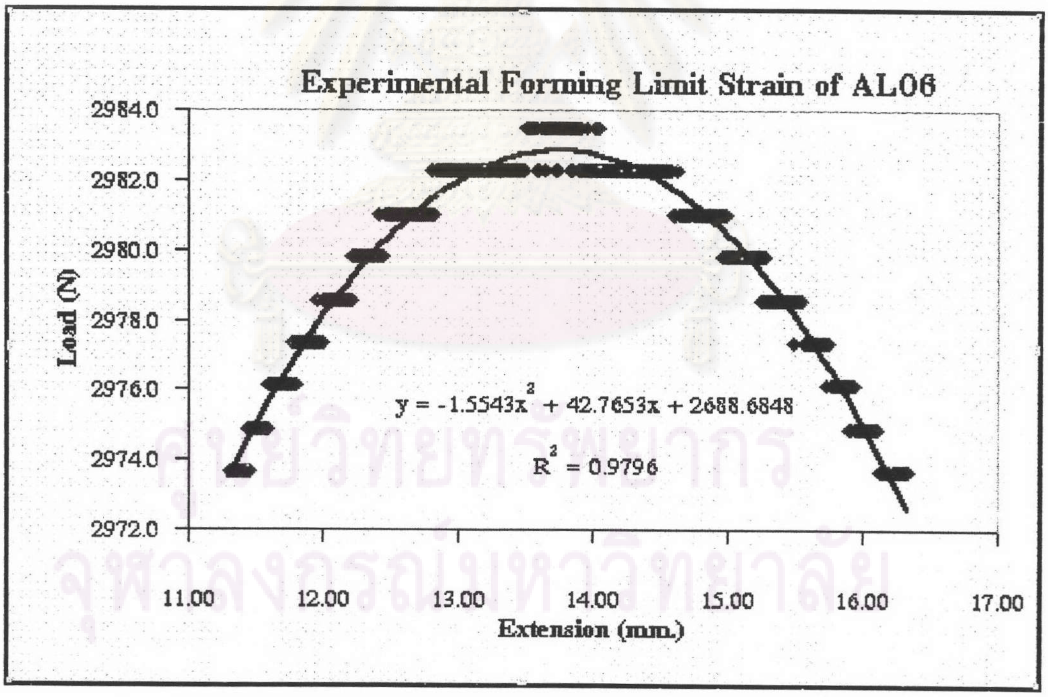
<u>รูปที่ 3</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL03



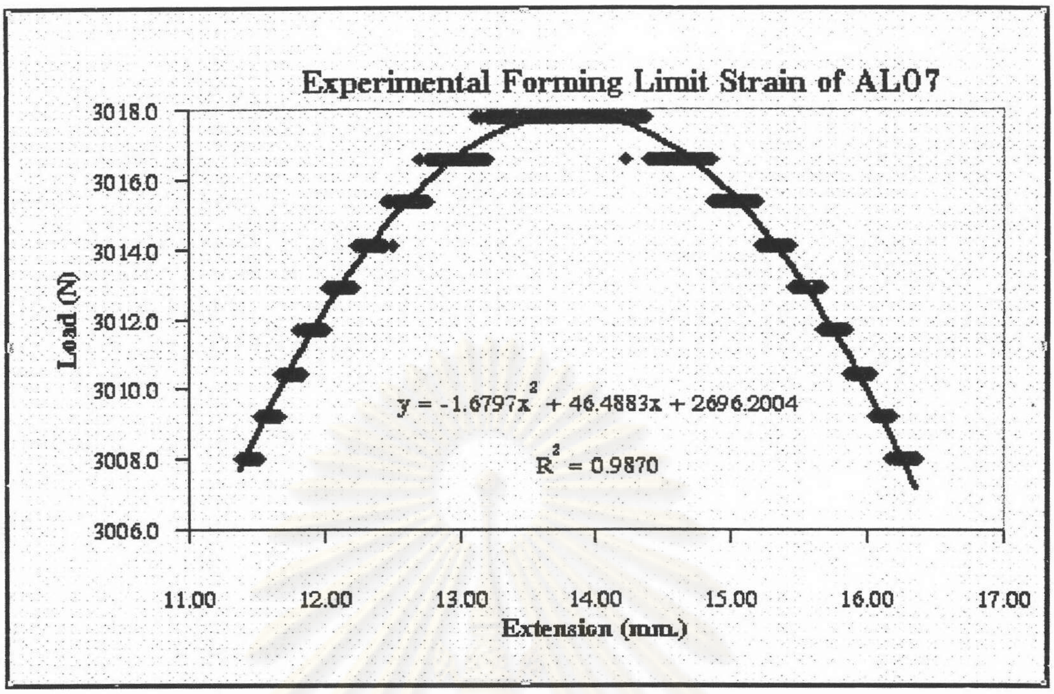
<u>รูปที่ 4</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL04



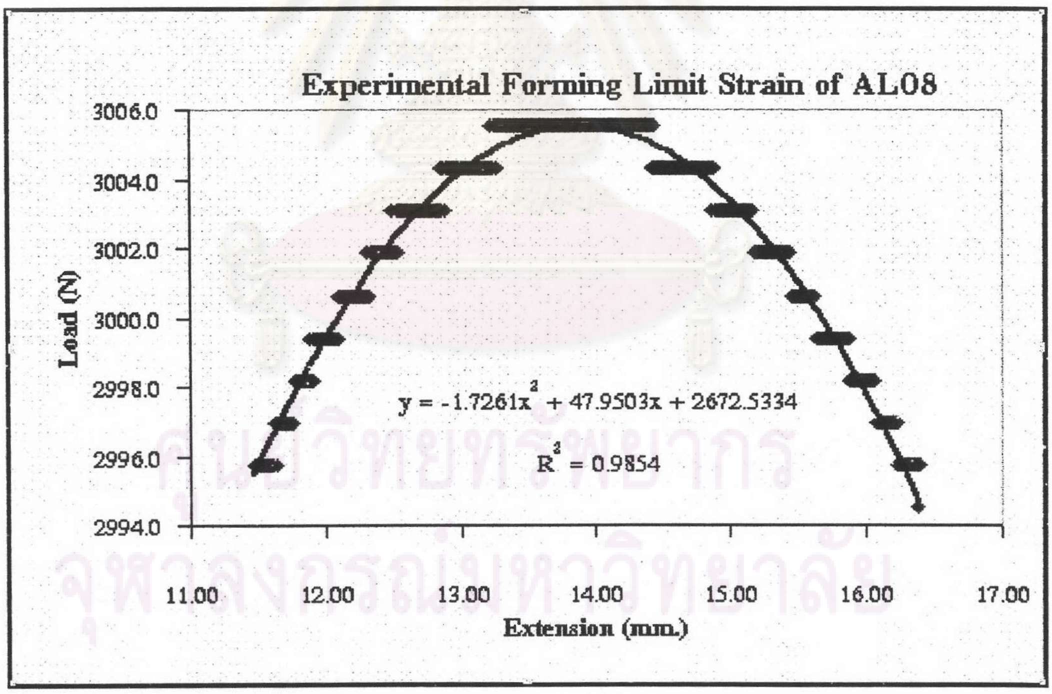
<u>รูปที่ 5</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL05



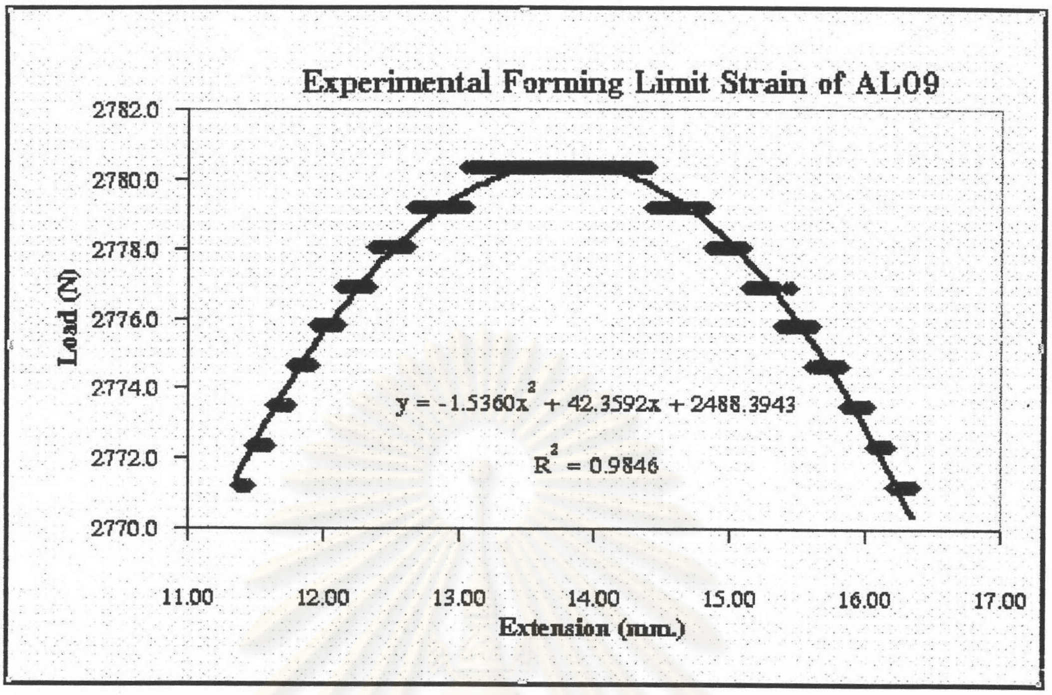
<u>รูปที่ 6</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL06



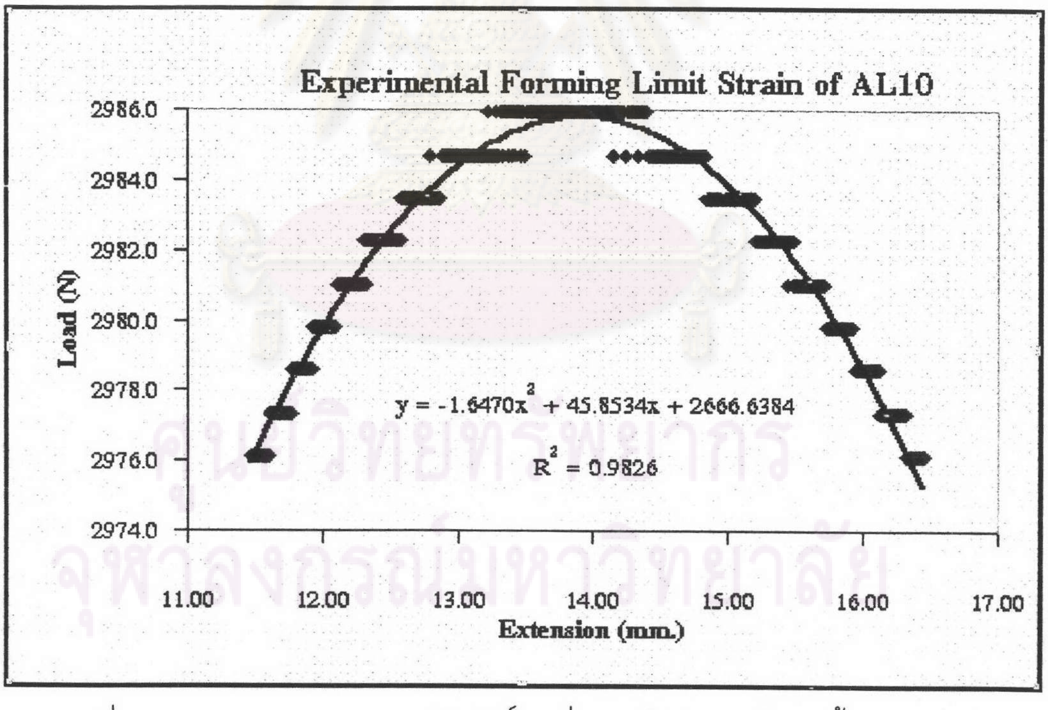
<u>รูปที่ 7</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL07



<u>รูปที่ 8</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL08

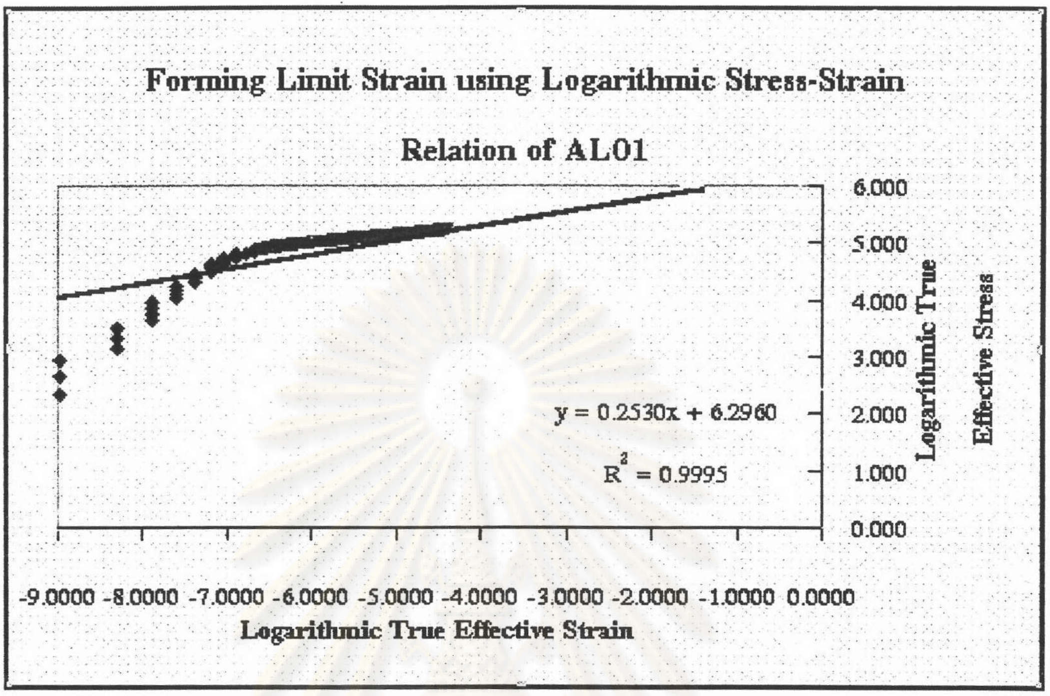


<u>รูปที่ 9</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL09

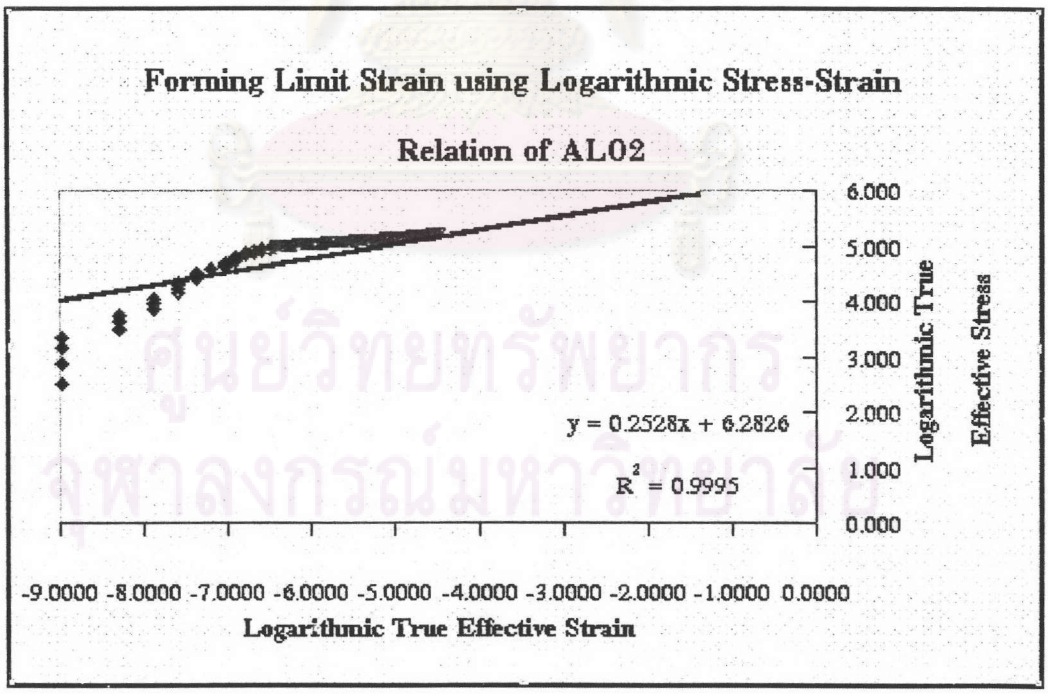


<u>รูปที่ 10</u> ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของชิ้นงาน AL10

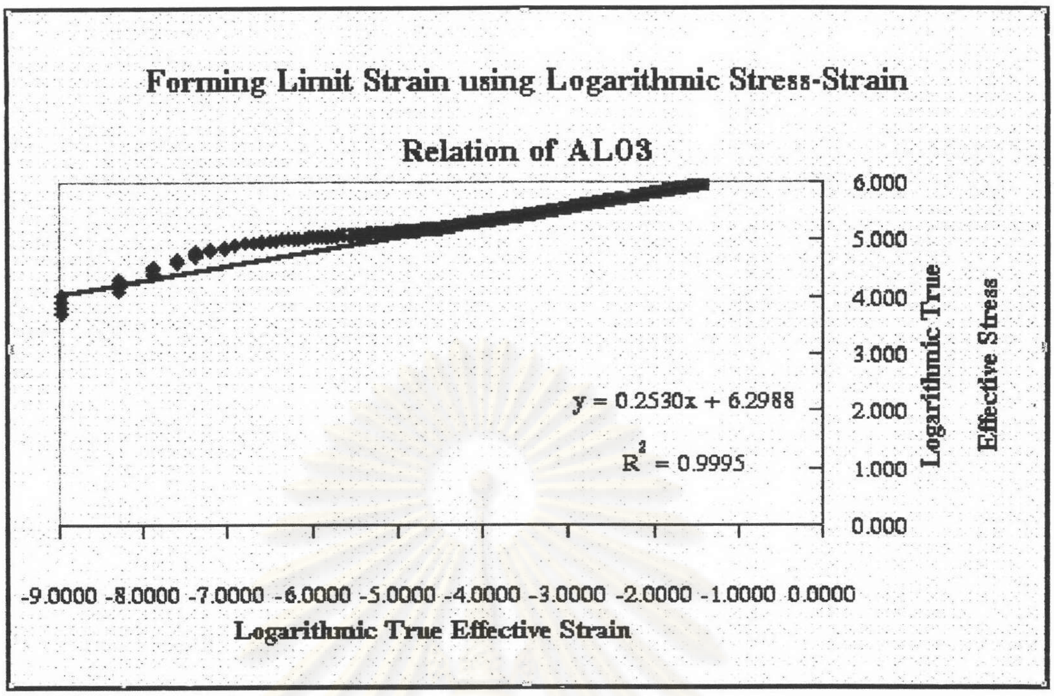
<u>ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียด</u>



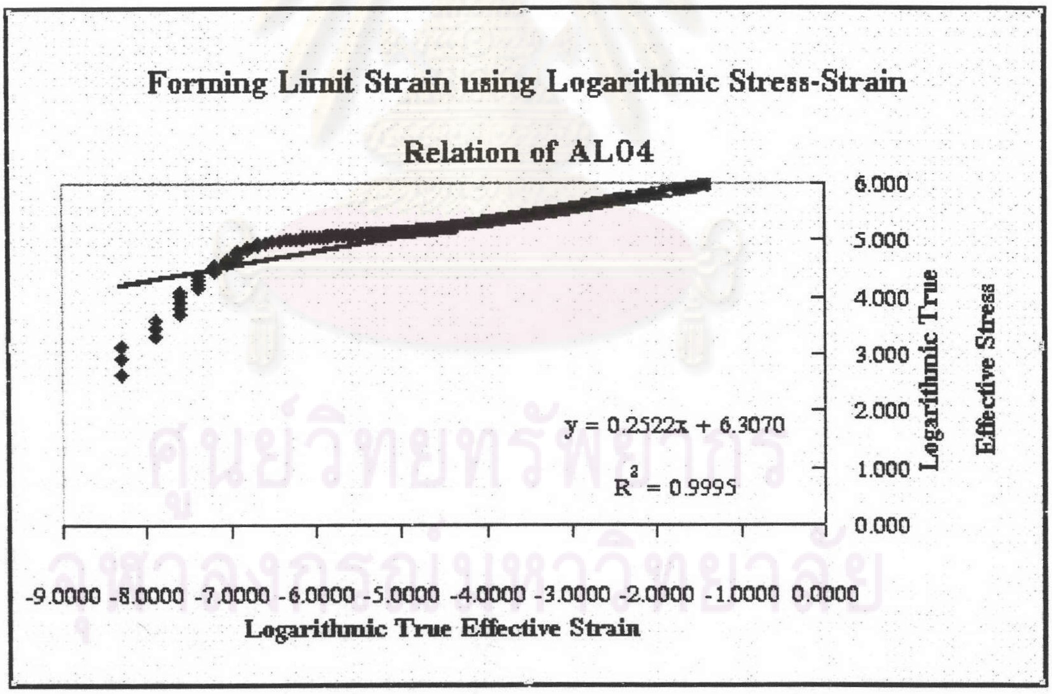
<u>รูปที่ 11</u> **ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL01**



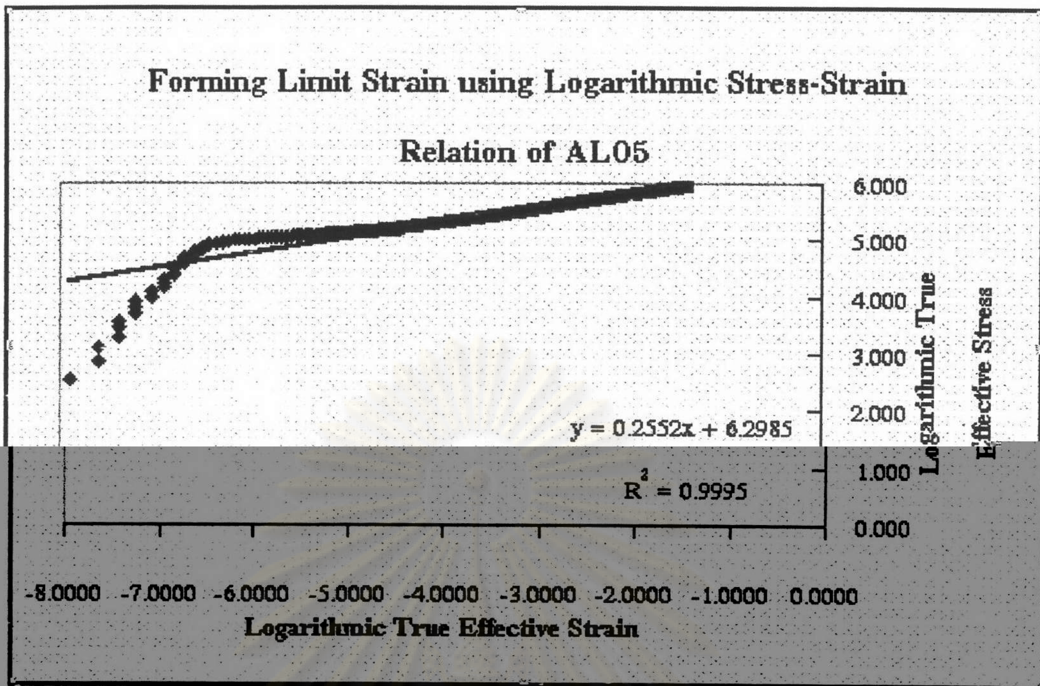
<u>รูปที่ 12</u> **ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL02**



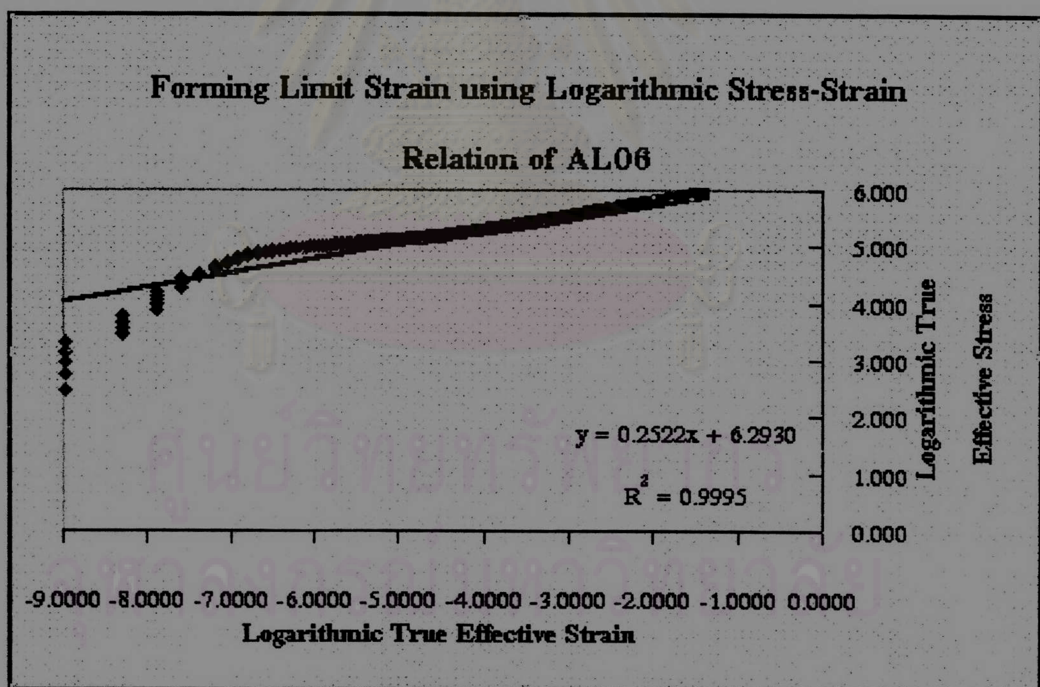
รูปที่ 13 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL03



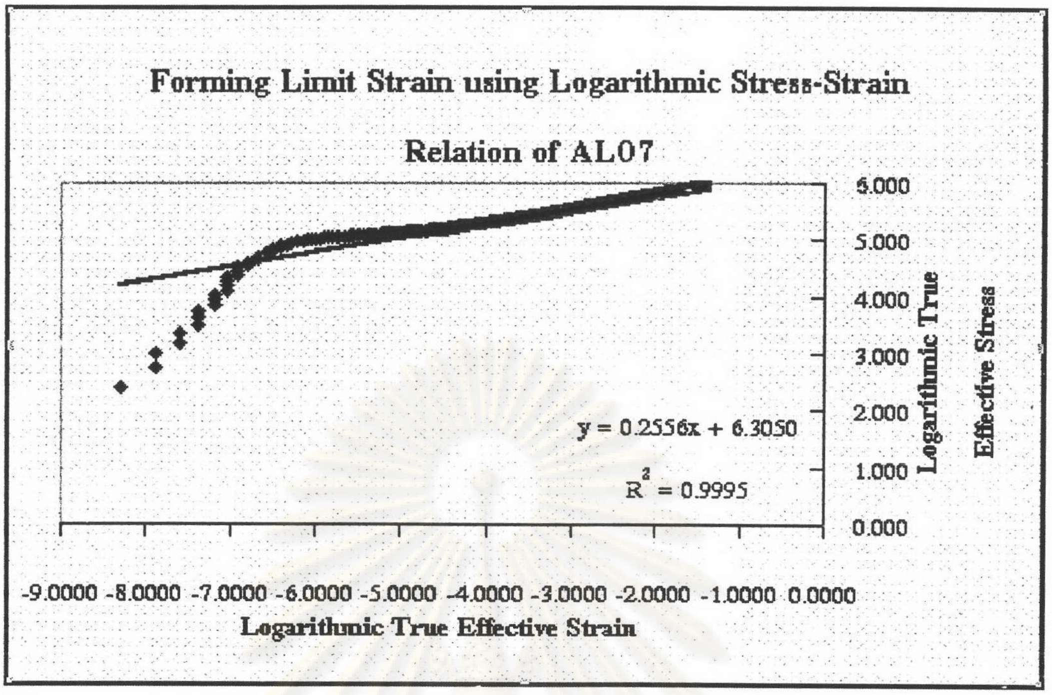
รูปที่ 14 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL04



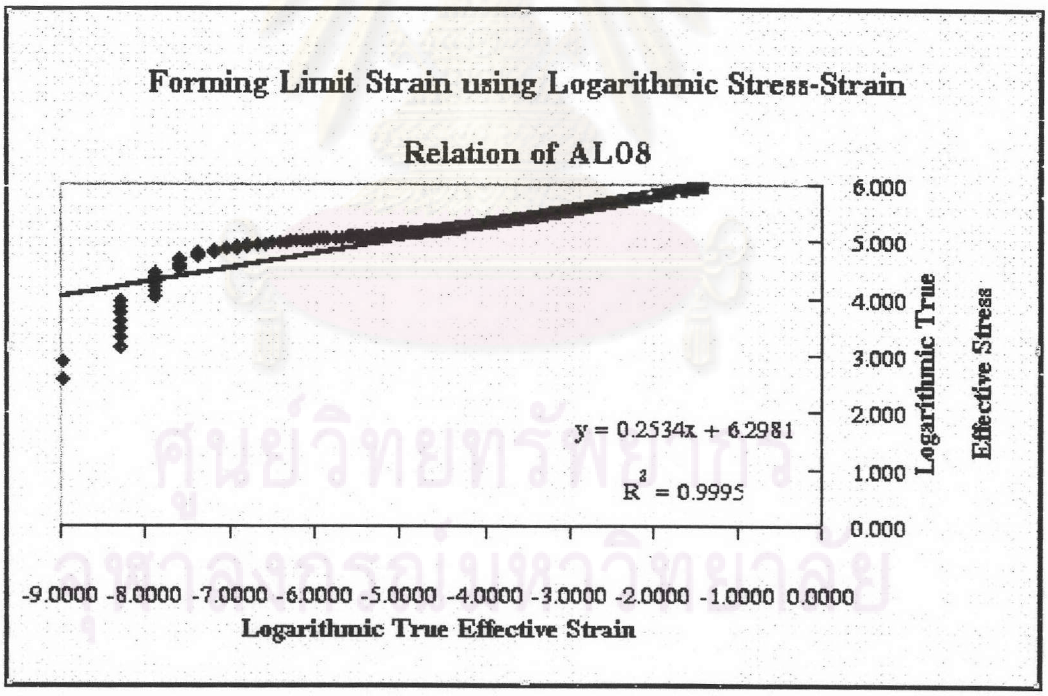
รูปที่ 15 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL05



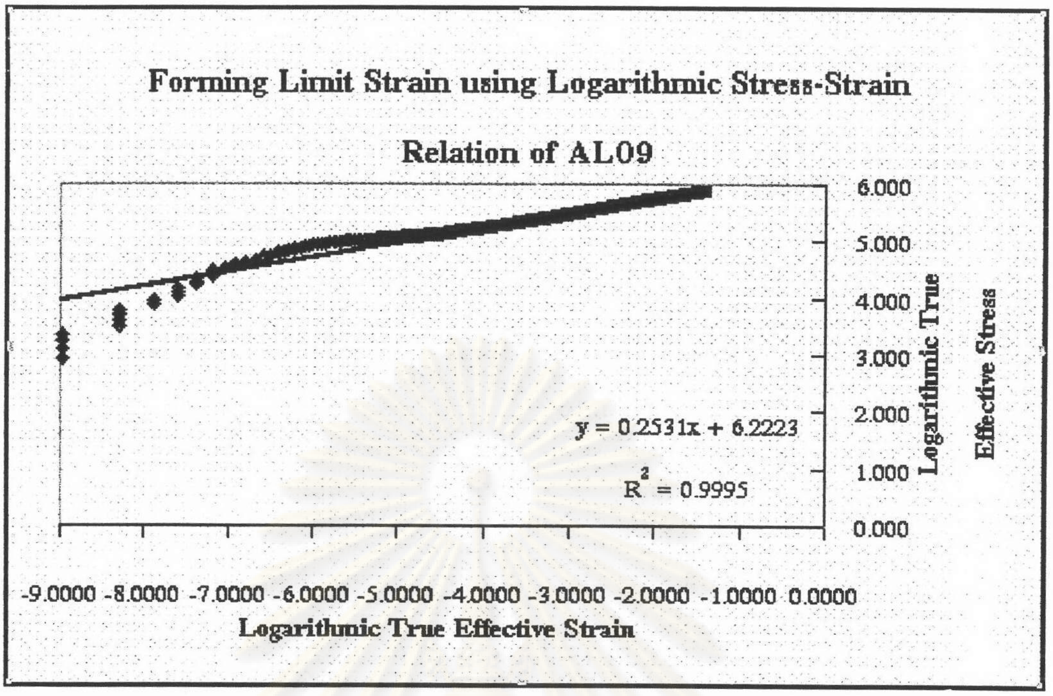
รูปที่ 16 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL06



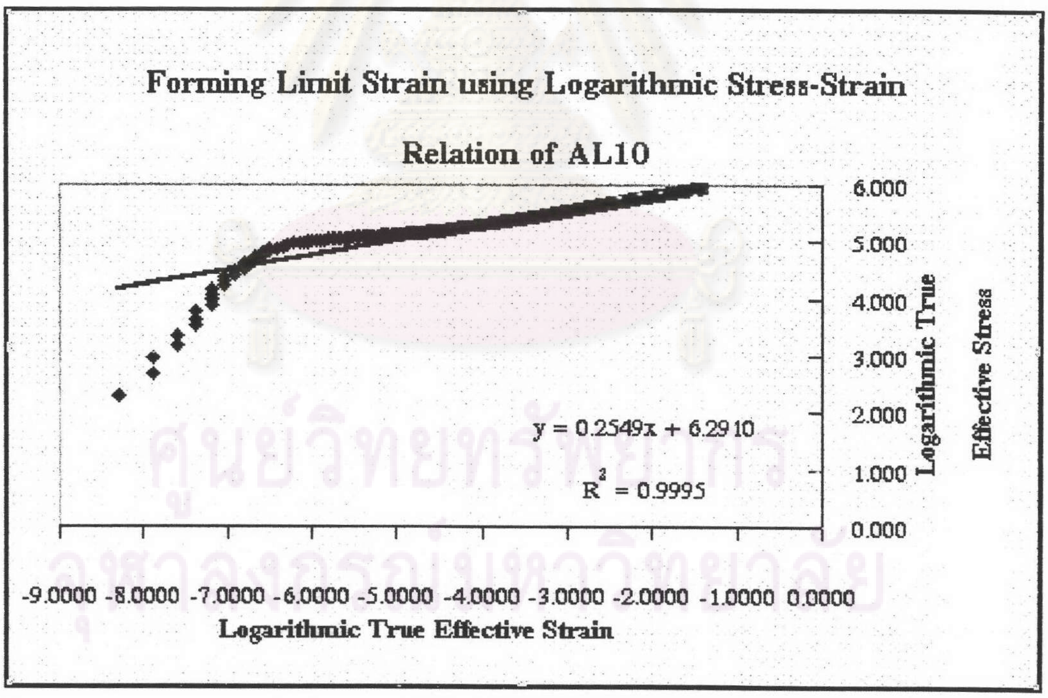
รูปที่ 17 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL07



รูปที่ 18 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL08

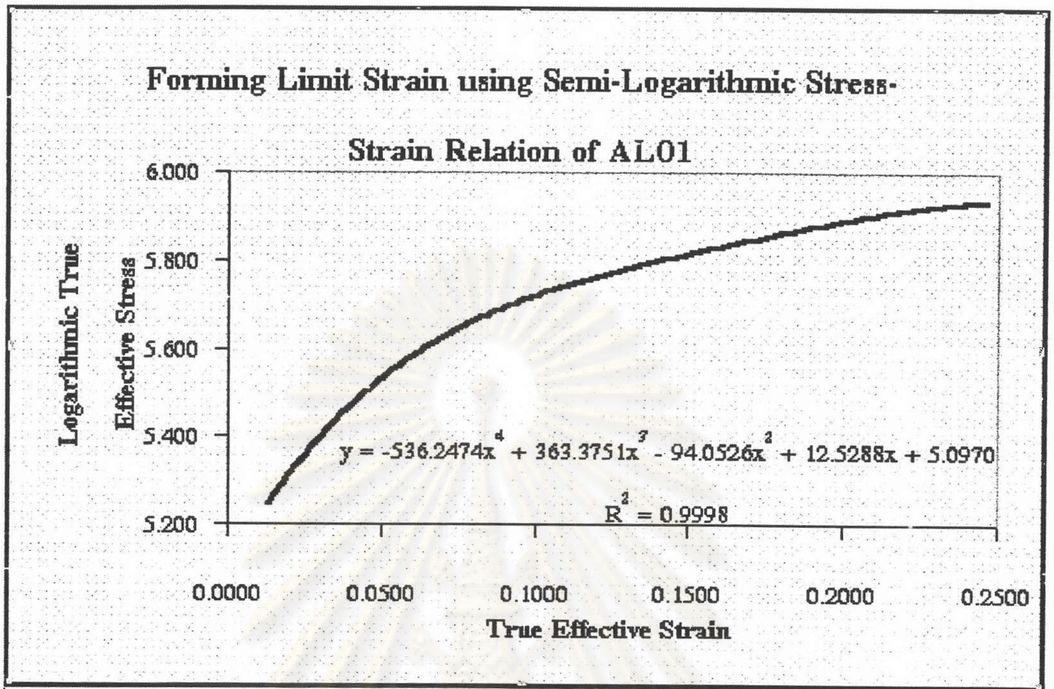


รูปที่ 19 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL09

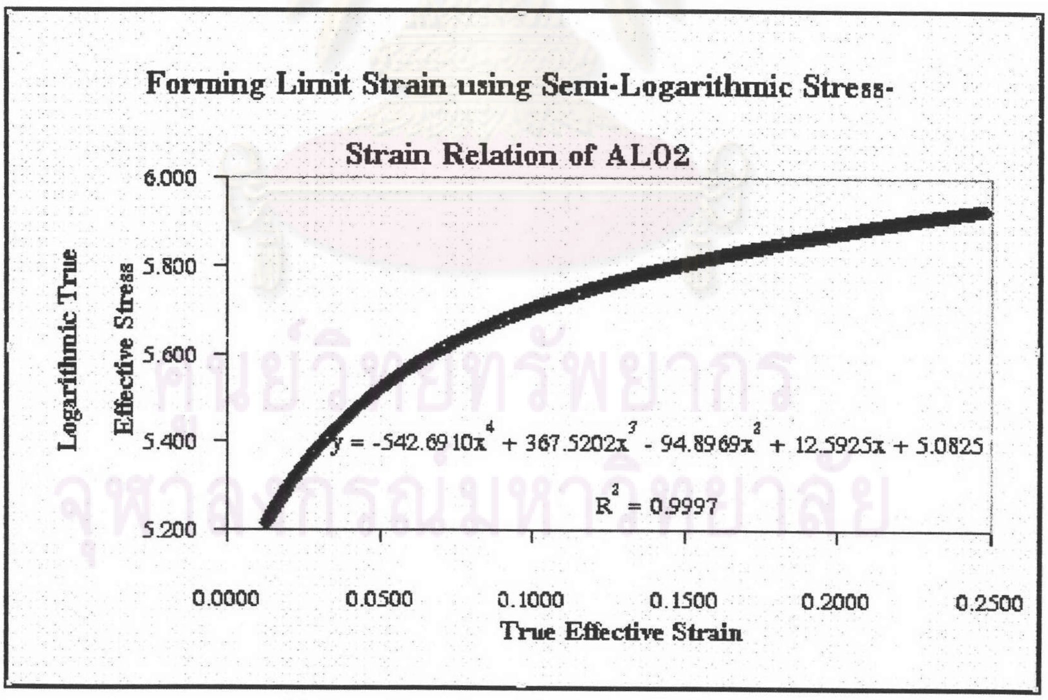


รูปที่ 20 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL10

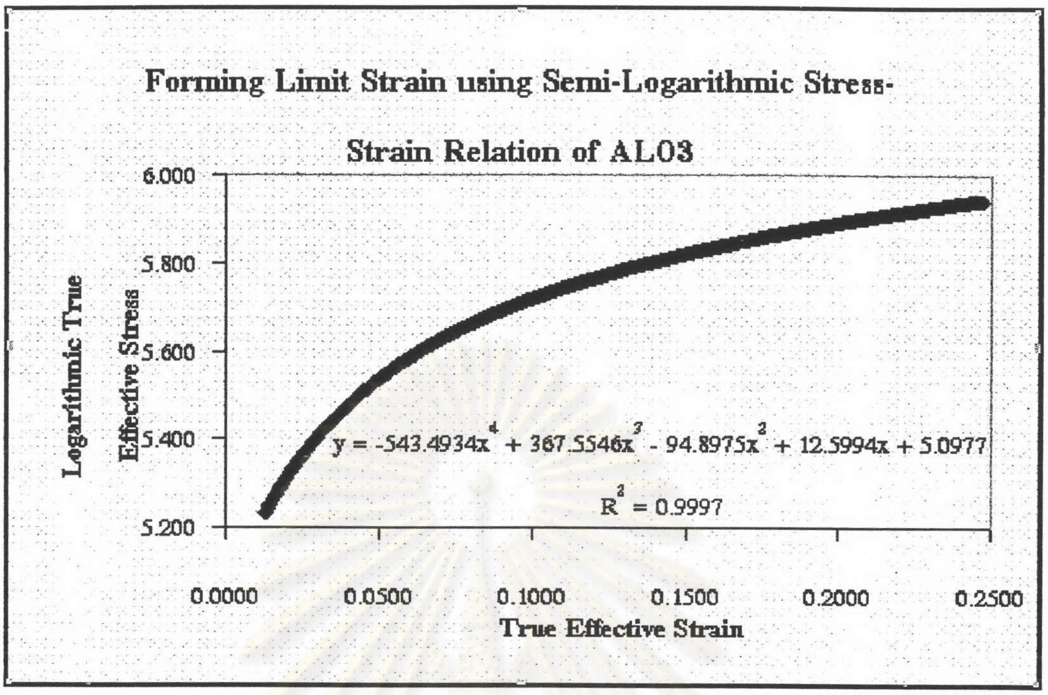
ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียด



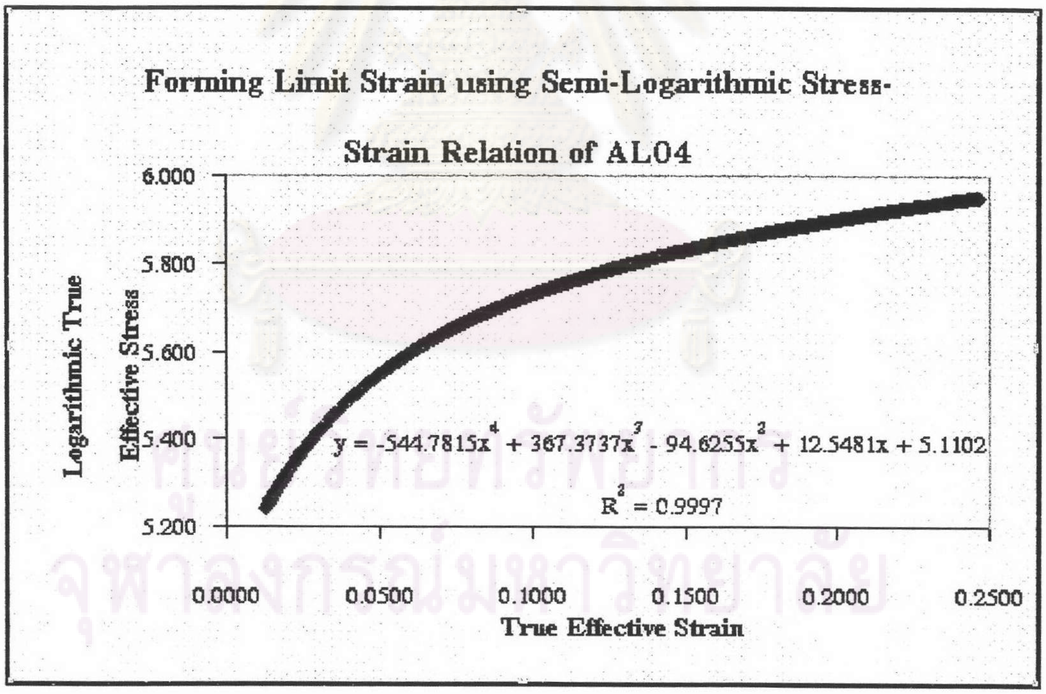
รูปที่ 21 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL01



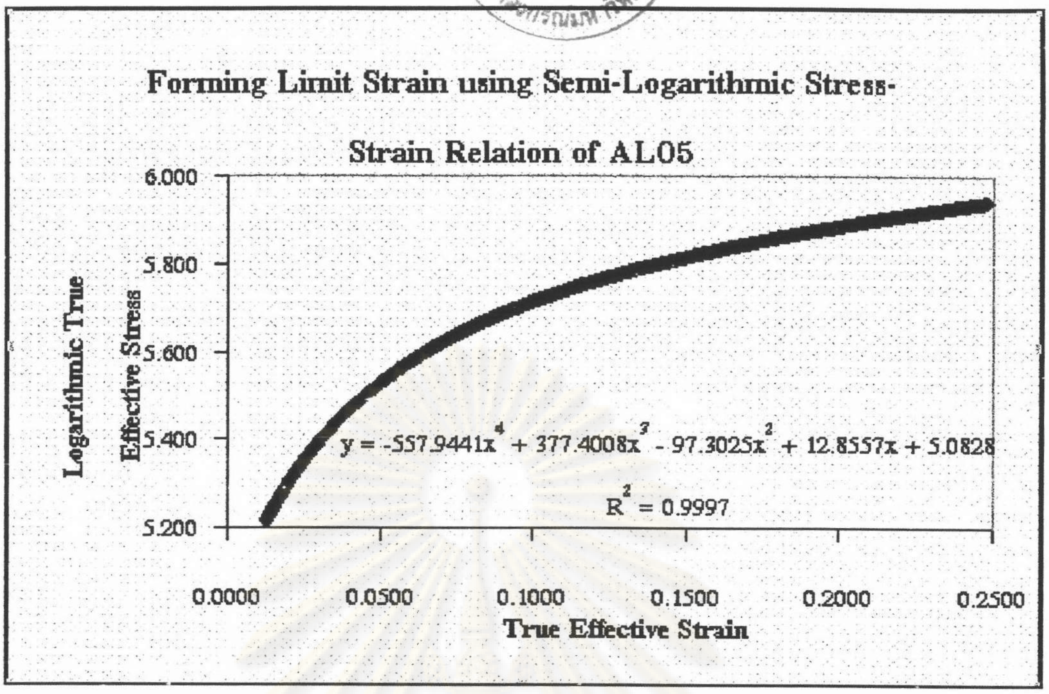
รูปที่ 22 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL02



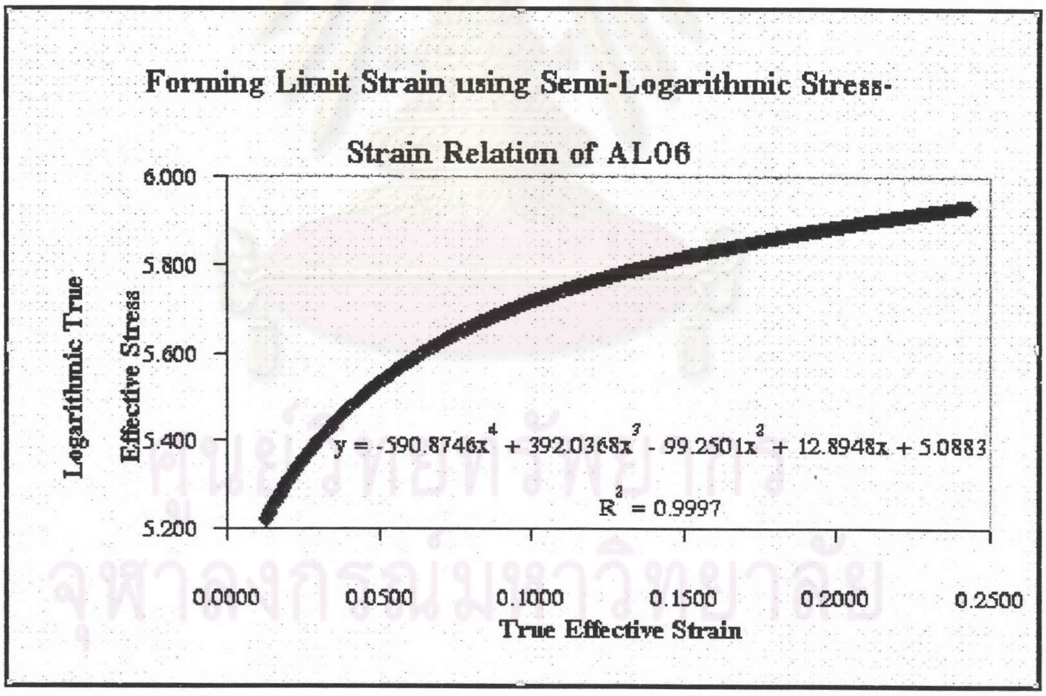
รูปที่ 23 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL03



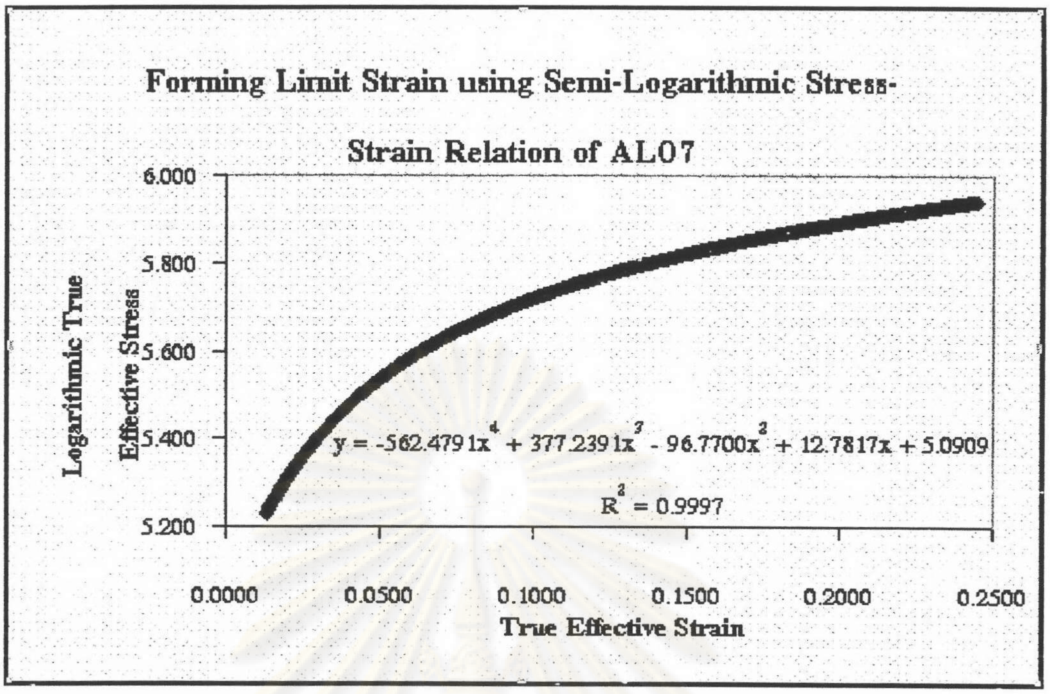
รูปที่ 24 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL04



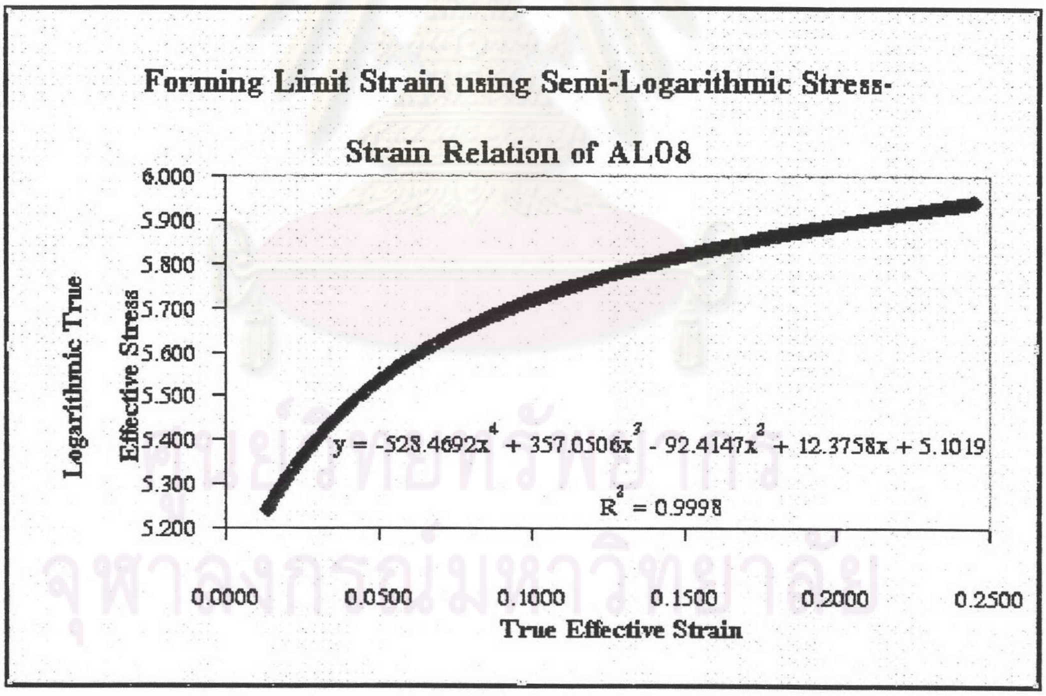
รูปที่ 25 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL05



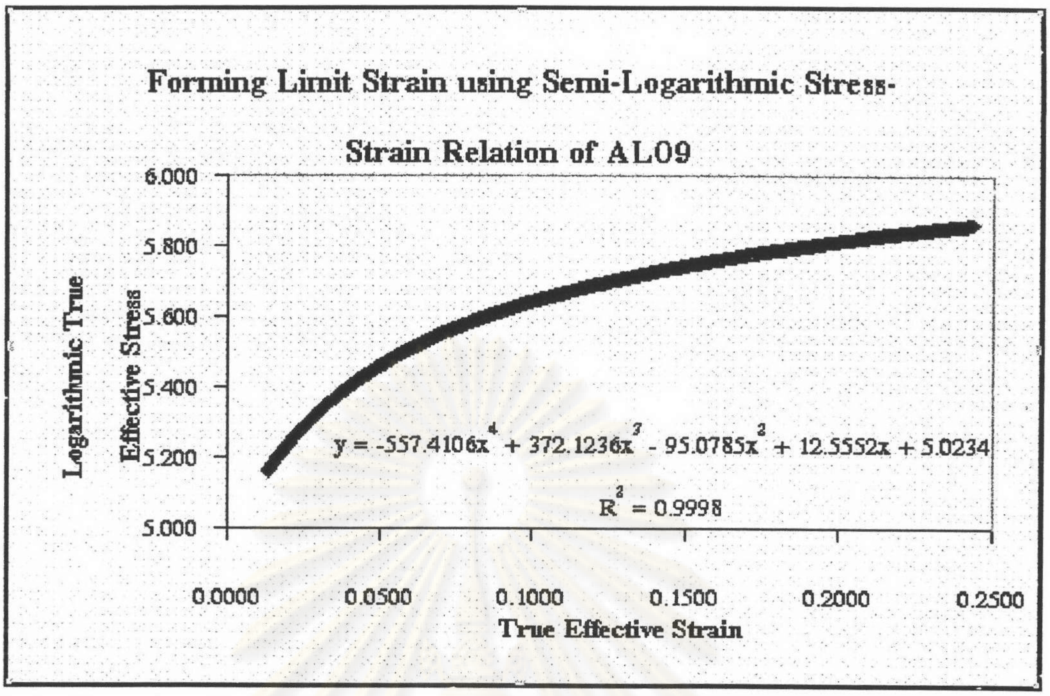
รูปที่ 26 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL06



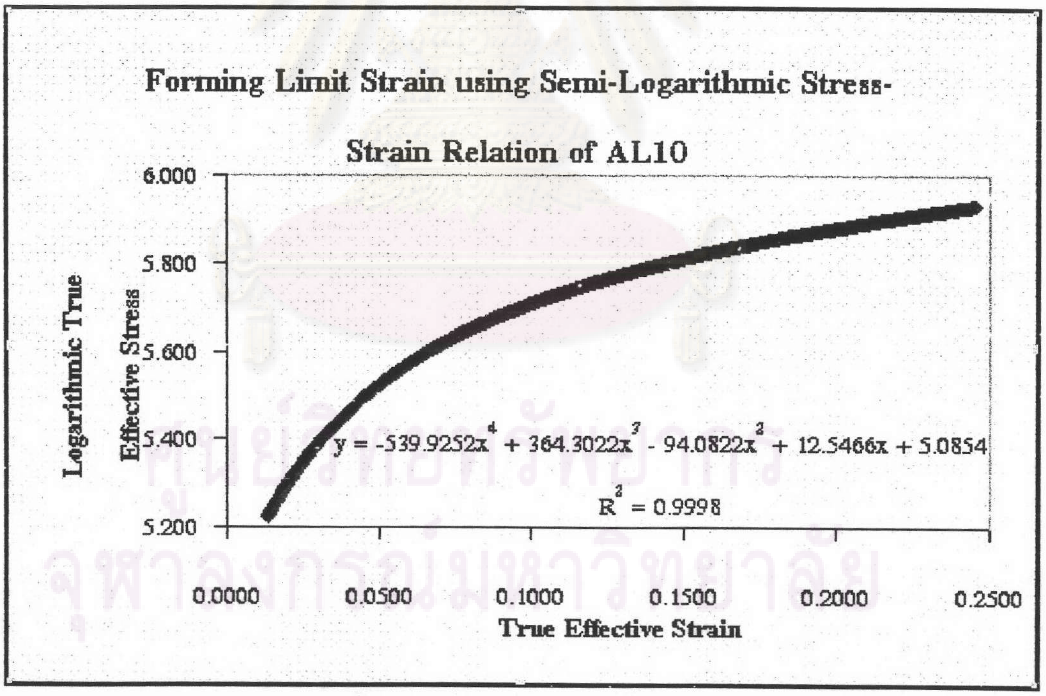
รูปที่ 27 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL07



รูปที่ 28 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL08



รูปที่ 29 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL09



รูปที่ 30 ผลการทดลองแสดงความสัมพันธ์แบบกึ่งลอการิทึมของความเค้นกับความเครียดของชิ้นงาน AL10

การทดสอบสมมุติฐานสหสัมพันธ์ (Hypothesis Testing of Correlation)

<u>สมมุติฐาน (Hypothesis)</u>

สมมุติฐาน คือ ข้อสมมุติที่กำหนดขึ้นจากความเชื่อของบุคคลใดบุคคลหนึ่ง หรือจากความเชื่อของบุคคลทั่วๆไป เนื่องจากสมมุติฐานหรือความเชื่อที่กำหนดขึ้นอาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้ ดังนั้น เพื่อให้ทราบแน่ว่าสมมุติฐานหรือความเชื่อเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ จึงมีความจำเป็นต้องทำการทดสอบ โดยการเปรียบเทียบข้อสมมุติดังกล่าวกับข้อเท็จจริง ซึ่งได้จากข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาจากทุกๆหน่วยของประชากรที่เกี่ยวข้องกับข้อสมมุตินั้นๆ หากข้อสมมุติที่กำหนดขึ้นแตกต่างจากข้อเท็จจริง แสดงว่าสมมุติฐานไม่ถูกต้อง สมมุติฐานจะถูกต้องก็ต่อเมื่อข้อสมมุติที่กำหนดขึ้นไม่แตกต่างจากข้อเท็จจริงเท่านั้น อย่างไรก็ตาม การทดสอบสมมุติฐานด้วยวิธีดังกล่าวจะเห็นได้ว่าทำได้ยากในทางปฏิบัติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อประชากรของเรื่องที่ทำการทดสอบมีขนาดใหญ่ หรือมีขอบเขตกว้างขวาง ดังนั้นจึงต้องใช้วิธีเลือกตัวแทนจากประชากรของเรื่องที่จะนำมาทดสอบสมมุติฐานมาเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อลดเวลาและค่าใช้จ่ายในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่จะนำมาใช้ทดสอบให้น้อยลง แต่ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากตัวแทนของประชากรนี้เป็นเพียงค่าประมาณของข้อมูลที่เก็บได้จากทุกๆหน่วยของประชากรเท่านั้น จึงไม่สามารถนำข้อมูลที่เก็บได้จากตัวแทนดังกล่าวไปเปรียบเทียบกับสมมุติฐานที่ต้องการทดสอบหรือพิสูจน์ได้โดยตรงเช่นเดียวกันกับการเก็บรวบรวมข้อมูลมาจากทุกๆหน่วยของประชากรที่เกี่ยวข้อง การทดสอบสมมุติฐานโดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากตัวแทนหรือตัวอย่างของประชากรนี้ จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการทางสถิติเข้ามาช่วย ซึ่งเรียกกันว่า การทดสอบสมมุติฐานเชิงสถิติ (Statistical Hypothesis Testing) อาจกล่าวได้ว่า การทดสอบสมมุติฐานเชิงสถิติเป็นการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างพารามิเตอร์ของประชากรที่นำมาทดสอบกับสมมุติฐานที่มีอยู่ โดยประมาณพารามิเตอร์ของประชากรที่นำมาทดสอบนั้นด้วยค่าประมาณจากตัวอย่าง

เมื่อกล่าวถึงสมมุติฐานโดยทั่วๆไปแล้ว จะหมายถึงสมมุติฐานของการวิจัย (Research Hypothesis หรือ RH) สมมุติฐานประเภทนี้ก็คือ การคาดการณ์ถึงผลการวิจัย หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือการเดา แต่เป็นการเดาอย่างมีการศึกษาข้อมูล ข้อมูลก็ได้มาจากประสบการณ์ในเรื่องที่ตนเองเชี่ยวชาญ จากงานวิจัยของผู้อื่นที่ใกล้เคียงกัน หรือจากกฎทฤษฎีต่างๆ นอกจากที่กล่าวข้างต้นแล้ว ยังมีสมมุติฐานทางสถิติ ซึ่งมีไว้ใช้ในการทดสอบทางสถิติ สมมุติฐานนี้ยังแบ่งออกเป็นสองประเภทคือ สมมุติฐานว่าง (Null Hypothesis) ซึ่งเขียนแทนด้วย H_0 และสมมุติฐานแย้ง (Alternative Hypothesis) เขียนแทนด้วย H_1 ในการวิจัยนั้นผู้วิจัยจะต้องกำหนดสมมุติฐานทั้งสองประเภทไว้เสมอ เพียงแต่สมมุติฐานทางสถิติผู้วิจัยไม่จำเป็นต้องเขียนไว้ก็ได้ แต่สำหรับสมมุติฐานทางการวิจัย จำเป็นต้องเขียนไว้เสมอ

<u>ขั้นตอนการทดสอบสมมุติฐานเชิงสถิติ</u>

1. ตั้งสมมุติฐานเพื่อการทดสอบเชิงสถิติ ซึ่งประกอบด้วยสมมุติฐานว่าง (H_0) และสมมุติฐานแย้ง (H_1) โดยใช้สมมุติฐานของการวิจัย (RH) เป็นหลักในการตั้งสมมุติฐานเชิงสถิติข้างต้น
2. กำหนดตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ (Test Statistic) ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบมักสร้างขึ้นจากตัวประมาณของพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบ และมีการแจกแจงแบบต่างๆ แต่การแจกแจงที่จะพบอยู่เสมอๆ ได้แก่การกระจายแบบปกติมาตรฐาน , แบบที , แบบไคสแควร์ และแบบเอฟ การเลือกใช้ตัวสถิติใดในการทดสอบสมมุติฐานขึ้นอยู่กับสมมุติฐานที่ทำการทดสอบเป็นสำคัญ
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ หรือโอกาสที่จะยอมให้เกิดความผิดพลาดในการทดสอบสมมุติฐาน คือ ปฏิเสธสมมุติฐานว่าง (H_0) ที่ตั้งขึ้นเมื่อจริงๆแล้วสมมุติฐานว่างเป็นจริง ระดับนัยสำคัญดังกล่าวนี้ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ α ระดับนัยสำคัญที่กำหนดขึ้นในการทดสอบสมมติฐานแต่ละครั้งจะสูงต่ำเพียงไร ขึ้นอยู่กับความต้องการของผู้ต้องการทดสอบสมมุติฐานว่า จะยอมให้ผลการทดสอบมีโอกาสผิดพลาดในลักษณะข้างต้นมากน้อยเพียงใด และผู้ใช้ผลการทดสอบได้รับประโยชน์จากการทดสอบมากน้อยเพียงใด ถ้าผู้ทดสอบสมมุติฐานยอมให้ผลการทดสอบมีโอกาสผิดพลาดเช่นนี้น้อยจะต้องกำหนดระดับนัยสำคัญต่ำ ซึ่งในกรณีนี้ผู้ใช้ผลการทดสอบสมมุติฐานจะได้รับประโยชน์จากการทดสอบสมมุติฐานน้อย แต่ถ้าผู้ทดสอบสมมุติฐานยอมให้ผลการทดสอบมีโอกาสผิดพลาดในลักษณะนี้ได้มากขึ้น จะต้องกำหนดระดับนัยสำคัญให้สูงขึ้น ซึ่งในกรณีนี้ผู้ใช้ผลการทดสอบสมมุติฐานจะได้รับประโยชน์จากการทดสอบสมมุติฐานมากขึ้น
4. หาขอบเขตในการยอมรับและปฏิเสธสมมุติฐานว่างหรือค่าวิกฤต (Critical Value) ซึ่งเป็นค่าที่แบ่งค่าที่เป็นไปได้ของตัวสถิติทดสอบออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งคือส่วนที่ประกอบด้วยค่าต่างๆ ที่จะทำให้ยอมรับสมมุติฐานว่าง อีกส่วนจะประกอบด้วยค่าที่จะทำให้ปฏิเสธสมมุติฐานว่าง ค่าวิกฤติจะหาได้จากตารางการแจกแจงที่ตรงกับการแจกแจงของตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ ขอบเขตในการยอมรับและปฏิเสธสมมุติฐานว่างนี้จะกว้างหรือแคบเพียงใดขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ และแบบของการทดสอบว่าเป็นการทดสอบแบบด้านเดียว (One-Sided Test) หรือเป็นแบบสองด้าน (Two-Sided Test) ซึ่งขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ในการทดสอบสมมุติฐานเป็นสำคัญ
5. คำนวณค่าตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ โดยการแทนค่าข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากตัวแทนหรือตัวอย่างที่เลือกมาจากประชากรที่เกี่ยวข้องกับสมมุติฐานนั้น ค่าสถิติที่คำนวณได้นี้จะมีความถูกต้องเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นสำคัญ
6. เปรียบเทียบค่าสถิติที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต ถ้าค่าสถิติตกอยู่ในขอบเขตของการยอมรับ แสดงว่าต้องยอมรับสมมุติฐานว่าง (H_0) แต่ถ้าค่าสถิติตกอยู่ในขอบเขตของการปฏิเสธ แสดงว่าต้องปฏิเสธสมมุติฐานว่าง การยอมรับสมมุติฐานว่างมีความหมายเช่นเดียวกับการปฏิเสธสมมุติฐานแย้ง และในทำนองเดียวกัน การปฏิเสธสมมุติฐานว่างก็มีความหมายเช่นเดียวกับการยอมรับสมมุติฐานแย้ง

<u>แนวความคิดสหสัมพันธ์</u>

ถ้าพิจารณาข้อมูลที่เกิดขึ้นรอบๆตัว จะพบเห็นเสมอๆว่า ข้อมูลเหล่านั้นมักมีความสัมพันธ์กัน ถ้าตัวแปรตัวหนึ่งมีลักษณะข้อมูลเป็นอันตรภาค (Interval Scale) หรืออัตราส่วน (Ratio Scale) อีกตัวหนึ่งเป็นนามบัญญัติ (Nominal Scale) , อันตรภาค หรือ อัตราส่วนแล้ว สามารถคำนวณหาสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation) สำหรับค่าที่บ่งบอกถึงความสัมพันธ์ เรียกว่าสัมประสิทธิ์ของสหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient , r) ซึ่งอยู่ระหว่าง +1 ถึง -1

เมื่อกล่าวถึงความสัมพันธ์ในที่นี้จะหมายถึงความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ของสหสัมพันธ์จะบ่งบอกถึงลักษณะของข้อมูล เมื่อนำมาเขียนกราฟจะรู้ว่าอยู่ในแนวเส้นตรงเพียงใด ถ้าสัมประสิทธิ์ของสหสัมพันธ์มีค่า +1 หรือ -1 แสดงว่าค่าทุกค่าเมื่อนำมาเขียนกราฟจะตกอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

เครื่องหมายที่อยู่หน้าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จะบ่งบอกถึงความสัมพันธ์ของสองตัวแปรเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ ถ้าตัวแปรหนึ่งเพิ่มแล้วตัวแปรอีกตัวจะเพิ่มตาม หรือถ้าตัวแปรตัวหนึ่งลดแล้วตัวแปรอีกตัวหนึ่งลดตาม เครื่องหมายของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีค่าเป็นบวก ในทางตรงกันข้ามถ้าตัวแปรหนึ่งมีค่าเพิ่มแล้วตัวแปรอีกตัวมีค่าลด หรือตัวแปรตัวหนึ่งมีค่าลดแล้วตัวแปรอีกตัวมีค่าเพิ่มแล้ว ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีค่าเป็นลบ

ความหมายของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยปรกติในการทดสอบสมมุติฐาน ผู้วิจัยจะใช้ค่าความน่าจะเป็นตัวพิจารณาปฏิเสธหรือยอมรับสมมุติฐานทางสถิติ การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ก็เช่นกันให้พิจารณาค่าความน่าจะเป็น แต่ในกรณีที่จำนวนประชากรมากๆ จะทำให้ค่าวิกฤตมีค่าต่ำ ผลก็คือสมมุติฐานทางการวิจัยมีนัยสำคัญ ซึ่งถ้าพิจารณาผลการคำนวณสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แล้ว จะเห็นได้ว่ามีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อยู่ในเกณฑ์ต่ำ ดังนั้นในการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์นอกจากจะต้องพิจารณาค่าความน่าจะเป็นแล้วยังต้องพิจารณาค่าของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ซึ่งอาจพิจารณาได้ดังตารางต่อไปนี้

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r)	มีความสัมพันธ์
0.00 - 0.20	ไม่มี
0.20 - 0.40	ต่ำ
0.40 - 0.60	กลาง
0.60 - 0.80	ค่อนข้างสูง
0.80 - 1.00	สูง

<u>การทดสอบสมมุติฐานสหสัมพันธ์</u>

1. ตั้งสมมุติฐานเพื่อการทดสอบเชิงสถิติ ใช้สมมุติฐานของการวิจัย (RH) เป็นหลักในการกำหนดสมมุติฐานว่าง (H_0) และสมมุติฐานแย้ง (H_1)

RH : มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และตัวแปร Y หรือไม่

H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และตัวแปร Y ($\rho = 0$)

H_1 : มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และตัวแปร Y ($\rho \neq 0$)

โดย ρ คือสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากรระหว่างตัวแปร X และตัวแปร Y

2. กำหนดตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบสร้างขึ้นจากตัวประมาณของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากรที่ต้องการทดสอบคือ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) ของจำนวนตัวอย่าง n ที่มีความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับรากที่สองของ $(1-r^2) / (n-2)$ และมีการแจกแจงแบบที
3. กำหนดระดับนัยสำคัญหรือค่า α ระดับนัยสำคัญที่กำหนดขึ้นในการทดสอบสมมติฐานโดยทั่วไปมักกำหนดให้เท่ากับ 0.05 (5%) หรือ 0.01 (1%)
4. หาขอบเขตในการยอมรับและปฏิเสธสมมุติฐานว่างหรือค่าวิกฤต (Critical Value) จากตารางการแจกแจงแบบที ที่ตรงกับองศาความเป็นอิสระ (n-2) และค่าระดับนัยสำคัญหารสอง เพราะทำการทดสอบเป็นแบบสองด้าน (Two-Sided Test) ตามวัตถุประสงค์ในการทดสอบสมมุติฐานข้างต้น
5. คำนวณค่าตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ ซึ่งในที่นี้คือ t_0 โดยการแทนค่าข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากตัวแทนหรือตัวอย่างที่เลือกมาจากประชากรที่เกี่ยวข้องกับสมมุติฐานนั้นดังนี้

$$t_0 = r / \sqrt{[(1-r^2) / (n-2)]}$$

6. เปรียบเทียบค่าสถิติที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต ถ้าค่าสถิติตกอยู่ในขอบเขตของการยอมรับ แสดงว่าต้องยอมรับสมมุติฐานว่าง (H_0) คือไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และตัวแปร Y แต่ถ้าค่าสถิติตกอยู่ในขอบเขตของการปฏิเสธ แสดงว่าต้องปฏิเสธสมมุติฐานว่าง คือมีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และตัวแปร Y

<u>ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ</u>

1. ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (Coefficient of Determination , R^2) ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจมักใช้ในเรื่องของสมการถดถอย ส่วนค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ มักใช้ในเรื่องของสหสัมพันธ์ แต่ความเกี่ยวข้องกันก็มีอยู่ในกรณีที่ตัวแปรสองตัวมีความสัมพันธ์กันเป็นแบบเชิงเส้น
2. เมื่อสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าเท่ากับ +1 หรือ -1 แล้ว การทำนายค่าตัวแปรก็จะไม่เกิดความคลาดเคลื่อน แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อยู่ระหว่าง +1 หรือ -1 แล้ว ความคลาดเคลื่อนก็จะเกิดขึ้น ยิ่งค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เข้าใกล้ค่า 0 เท่าใด ค่าความคลาดเคลื่อนก็จะเพิ่มขึ้นมากเท่านั้น ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากการพยากรณ์ค่าหนึ่งซึ่งสามารถคำนวณได้อีกสองค่าใดๆ หรืออาจกล่าวได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นจากสามแหล่งคือ ความคลาดเคลื่อนทั้งหมดของการประมาณค่า (Total Error of Estimation) , ความคลาดเคลื่อนของการประมาณค่าที่ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยสมการถดถอย (Error of Estimation Unexplained by Regression) และ ความคลาดเคลื่อนของ

การประมาณค่าที่สามารถอธิบายได้ด้วยสมการถดถอย (Error of Estimation Explained by Regression)

3. ค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจเกิดจากผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่สามารถอธิบายได้ หารด้วยผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนทั้งหมด ซึ่งถ้าพิจารณาให้ดีก็จะเห็นได้ว่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจก็คือ สัดส่วนของความแปรปรวนที่สามารถอธิบายได้ หารด้วยความแปรปรวนทั้งหมดซึ่งย่อมจะมีค่าอยู่ระหว่าง -1 และ +1 และจากการพิสูจน์ทางสมการคณิตศาสตร์พบว่าค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจมีค่าเท่ากับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ยกกำลังสอง แม้ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะเป็นค่าที่ใช้วัดความสัมพันธ์ของตัวแปรสองตัว ซึ่งนิยามให้เท่ากับความแปรปรวนร่วมระหว่างตัวแปรสองตัว (Covariance) หารด้วยผลคูณของความเบี่ยงเบนมาตรฐานของทั้งสองตัวแปรก็ตาม

การสร้างสมการถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Least Squares Curve Fitting)

บทนำ

คงเคยที่จะทำการทดลองในห้องทดลอง ซึ่งมีผลลัพธ์เป็นตารางข้อมูลยาวเหยียด แล้วนำมาเขียนกราฟลงบนกระดาษกราฟ และจากกราฟผลลัพธ์ที่ปรากฏก็ทึกทักว่าจะมาถึงการสรุปที่ฉลาด ลองพิจารณาการทดลองของนักฟิสิกส์มือใหม่ ที่ทดลองการตกลงมาของลูกบอลจากอากาศ เมื่อทำการวัดระยะที่มันตกลงมาให้เป็นฟังก์ชันกับเวลาเทียบกับจุดที่ทำการปล่อย ข้อมูลที่ถูกเก็บจะเป็นเซตของจุด (t_i,y_i) โดย y_i คือระยะที่ลูกบอลหล่น ณ.เวลา t_i ถ้านำข้อมูลมาเขียนกราฟระหว่าง y_i กับ $(t_i)^2$ ผลที่ได้น่าจะเป็นไปตามรูปกราฟเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด

การประมาณค่าความผิดพลาดของ $(t_i)^2$ ถูกแสดงได้ด้วยช่วงๆหนึ่ง และการประมาณค่าความผิดพลาดของ y_i ก็ถูกแสดงได้ด้วยช่วงๆหนึ่งเช่นกัน เส้นตรงที่ลากไปตามจุดข้อมูลอาจสรุปได้ว่า ภายในขอบเขตความผิดพลาด ข้อมูลนี้ยืนยันสมมุติฐานที่ว่า y_i แปรผันตรงกับ $(t_i)^2$ นั่นคือการถดถอยเชิงเส้นของข้อมูลมีนัย แต่อย่างไรก็ตาม เส้นตรงอีกหลากหลายก็สามารถที่จะเขียนขึ้นได้ ดังนั้นเส้นกราฟเส้นใดจึงจะเป็นเส้นที่ดีที่สุด และยังมีเส้นกราฟที่เป็นลักษณะคลื่นน้อยๆลากไปตามข้อมูลอีก เป็นไปได้หรือไม่ที่จะมีฟังก์ชันอื่นนอกเหนือจากเส้นตรงที่ทำให้การถดถอยของผลการทดลองมีค่าดีขึ้นกว่านี้ หลักเกณฑ์ที่ชัดเจนได้ถูกกำหนดว่าเมื่อเส้นได้ถูกลากไปตามข้อมูล ทั้งจำนวนของจุดที่ไม่ได้อยู่บนเส้นและระยะที่เบี่ยงเบนออกจากเส้นควรจะมีค่าต่ำที่สุด ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าเส้นถดถอยที่ดีที่สุดน่าจะนิยามว่าเป็นเส้นที่มีผลรวมของขนาดการเบี่ยงเบนน้อยที่สุด

หลักการของการวิเคราะห์แบบกำลังสองน้อยสุด

1. มีผลลัพธ์ของการทดลองอยู่ในรูปแบบของคู่ข้อมูล (x_i , y_i) ซึ่งใช้เขียนกราฟแบบสองมิติระหว่าง y กับ x
2. มีความคิดว่าผลลัพธ์เหล่านั้นควรจะปรากฏอย่างไรด้วย นั่นหมายถึงรูปแบบสมการฟังก์ชันของ y(x) ซึ่งแนวทางมาจากการพิจารณาสิ่งต่างๆจากภายนอก ฟังก์ชันที่ใช้เพื่อให้เข้ากับข้อมูลนี้เรียกว่า แบบจำลอง (Model) ถ้าจุดของข้อมูลเขียนเป็น ($x_{i,exp}$, $y_{i,exp}$) แล้ว ความแตกต่างระหว่างชุดข้อมูลกับแบบจำลองคือ

   สำหรับชุดข้อมูล : กำหนดให้ค่าที่วัดได้โดยเฉพาะของ $x_{i,exp}$ ตรงกันกับค่าของ y คือ $y_{i,exp}$ เพื่อความรัดกุมจึงกำหนดให้ $y_{i,exp}$ เป็นปริมาณที่ได้จากการทดลอง

   สำหรับแบบจำลอง : กำหนดให้ค่า x ใดๆ โดยเฉพาะของ $x_{i,exp}$ ตรงกันกับค่าแบบจำลองของ y คือ $y_{i,exp}$ เพื่อความรัดกุมจึงกำหนดให้ y($x_{i,exp}$) เป็นปริมาณที่ควรเป็นตามแบบจำลอง

3. ถ้าความแตกต่างระหว่างค่า $y_{i,exp}$ กับ $y(x_{i,exp})$ มีค่าน้อยที่สุด ผลต่างของแบบจำลองจากชุดข้อมูลที่มีจำนวนจุด i ถูกนิยามโดย

$$d_i = y(x_{i,exp}) - y_{i,exp}$$

เนื่องจากสัญลักษณ์ d_i ไม่ได้มีความสำคัญ ต้องทำการนิยามฟังก์ชันต่อไปคือฟังก์ชัน E ซึ่งเป็นการรวมกันของผลต่างกำลังสองของชุดข้อมูล N จุด

$$E = \sum (d_i)^2 = \sum (y(x_{i,exp}) - y_{i,exp})^2$$

4. ขั้นตอนต่อไปคือการเลือกแบบจำลอง แบบจำลองที่ง่ายที่สุดคือการสมมุติความสัมพันธ์ระหว่าง x และ y ให้เป็นแบบเชิงเส้น

$$y(x_{i,exp}) = a_0 + a_1 x_{i,exp}$$

ความสัมพันธ์นี้เมื่อนำไปแทนค่าในสมการของฟังก์ชัน E แล้วจะได้สมการที่จะต้องทำให้มีค่าน้อยที่สุดดังนี้

$$E = \sum (a_0 + a_1 x_{i,exp} - y_{i,exp})^2$$

5. การที่จะได้มาซึ่งการถดถอยที่ดีที่สุด คือการทำให้ผลรวมกำลังสองน้อยที่สุดแต่สิ่งนี้ขึ้นอยู่กับอะไรบ้าง คงจำได้ว่าต้องการเปลี่ยนแปลงเส้นกราฟให้ได้มาซึ่งค่าของ E ต่ำสุด ดังนั้นตัวพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงไปคือ ค่าความชัน (a_1) และจุดตัดบนแกนตั้ง (a_0) ของเส้นกราฟ หรือกล่าวอีอย่างหนึ่งว่า E เป็นฟังก์ชันของสองตัวแปร a_0 และ a_1 (ไม่ใช่ค่า x และ y) และฟังก์ชันของสองตัวแปรนี้ เป็นตัวแทนของพื้นผิวแทนที่จะเป็นเส้นกราฟ

<u>การหาค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของฟังก์ชันของสองตัวแปร</u>

ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดเฉพาะที่ของฟังก์ชันตัวแปรเดียว f(x) คือจุดบนเส้นกราฟของ f กับ x ณ.จุดทเส้นสัมผัสโค้งมีค่าความชันเท่ากับศูนย์ เพื่อพิจารณาค่าสุดขีด (ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุด) สามารถหาได้ง่ายๆด้วยการหาค่า x ที่ทำให้ df/dx เท่ากับศูนย์

เพื่อที่จะหาค่าสุดขีดของฟังก์ชันของสองตัวแปร F(x,y) จะต้องหาจุดบนพื้นผิว ซึ่งความชันของทุกๆเส้นสัมผัสที่เป็นไปได้ที่ลากผ่านจุดนั้นมีค่าเป็นศูนย์ หรือกล่าวอีกอย่างว่า ระนาบของพื้นผิวสัมผัสที่จุดสุดขีดต้องขนานกับระนาบของ xy

ปัญหาก็คือทำอย่างไรที่จะหาจุดบนพื้นผิวที่มีระนาบสัมผัสอยู่ในแนวนอน ทางหนึ่งที่จะดำเนินการคือการพิจารณาเพียงตัวแปรเดียวในแต่ละครั้ง เมื่อคงค่าของ y ไว้เท่ากับค่าคงตัวหรือ y_c ฟังก์ชัน $F(x,y_c)$ จะกลายเป็นฟังก์ชันของตัวแปรเดียว หรือเป็นเส้นกราฟที่เกิดจากการตัดกันของระนาบ F(x,y) และ $y = y_c$ ความชันของเส้นสัมผัสโค้ง $F(x,y_c)$ คือ $dF(x,y_c)/dx$ และค่าสุดขีดของเส้นกราฟนี้หาได้จาก $dF(x,y_c)/dx = 0$ น่าสังเกตว่าสมการนี้เป็นสมการเดียวของสมการตัวแปร x กับ y_c เพียงตัวเดียว ถ้าเลือกค่าอื่นๆของ y_c ก็จะได้ค่าสุดขีดที่แตกต่างกัน

ขอแนะนำประเภทใหม่ของสมการเชิงอนุพันธ์คือ สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Derivative) หรือ $\partial F(x,y)/\partial x$ มีความหมายคือเป็นสมการอนุพันธ์ทั่วไปที่เทียบกับตัวแปร x แต่ตัวแปร y ถูกมองว่าเป็นเพียงค่าคงที่อันหนึ่ง โดยใช้คำนิยามข้างต้นสามารถเขียนเป็นเงื่อนไขได้ว่า ความชันของเส้นสัมผัสทั้งในแนวแกน x และ y ที่มีค่าเป็นศูนย์ทั้งคู่ หรือ $\partial F(x,y)/\partial x = 0$ และ $\partial F(x,y)/\partial y = 0$

เนื่องจากความชันทั้งสองทิศทางคือ x และ y มีค่าเท่ากับศูนย์ ความชันของผลรวมใดๆของทั้งสองทิศทางนี้จึงเป็นศูนย์ด้วย ดังนั้นเงื่อนไขนี้จึงเป็นจุดที่ระนาบสัมผัสอยู่ในแนวนอน การแก้สมการของสมการทั้งสองพร้อมกันสำหรับตัวแปร x และ y จะสามารถหาค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของฟังก์ชันสองตัวแปรได้

การหาค่าต่ำสุดของผลรวมของความเบี่ยงเบนกำลังสอง

ผลรวมกำลังสองของความเบี่ยงเบนของจุดข้อมูลจากกราฟเส้นตรง คือสมการที่ได้จากฟังก์ชัน E ของสองตัวแปร คือ ตัวแปรค่าความชัน (a_1) และตัวแปรจุดตัดบนแกนตั้ง (a_0) เพื่อที่จะหาค่าต่ำสุดของ E (a_0,a_1) จึงต้องสร้างสมการขึ้นสองสมการเพื่อที่จะทำการแก้สมการพร้อมๆกัน เพื่อหาค่า a_0 และ a_1 คือ $\partial E(a_0,a_1)/\partial a_0 = 0$ และ $\partial E(a_0,a_1)/\partial a_1 = 0$

ก่อนที่จะทำการหารค่าตัวแปรจำเป็นต้องรู้คุณสมบัติของอนุพันธ์ที่จะใช้เสียก่อนดังนี้

$$d\sum()/dx = \sum d()/dx$$
$$d()^2/dx = 2()d()/dx$$
$$\partial(a_0)/\partial a_0 = 1$$
$$\partial(a_1 x_{i,exp})/\partial a_1 = x_{i,exp}$$

ดังนั้นสามารถพิสูจน์ว่า

$$\begin{aligned}
\partial E(a_0,a_1)/\partial a_0 &= \sum \partial(a_0 + a_1 x_{i,exp} - y_{i,exp})^2/\partial a_0 = 0 \\
&= 2 \sum (a_0 + a_1 x_{i,exp} - y_{i,exp}) \partial a_0/\partial a_0 = 0 \\
&= 2 (Na_0 + a_1\sum x_{i,exp} - \sum y_{i,exp}) = 0 \\
\partial E(a_0,a_1)/\partial a_1 &= \sum \partial(a_0 + a_1 x_{i,exp} - y_{i,exp})^2/\partial a_1 = 0 \\
&= 2 \sum (a_0 + a_1 x_{i,exp} - y_{i,exp}) \partial(a_1 x_{i,exp})/\partial a_1 = 0 \\
&= 2 (a_0\sum x_{i,exp} + a_1\sum (x_{i,exp})^2 - \sum y_{i,exp} x_{i,exp}) = 0
\end{aligned}$$

หรือนำสมการทั้งสองมาเขียนในรูปแบบง่ายๆว่า

$$(N) a_0 + (\sum x) a_1 = \sum y$$
$$(\sum x) a_0 + (\sum x^2) a_1 = \sum xy$$

หรือนำมาเขียนในรูปแบบของ Matrix ได้ว่า

$$\begin{bmatrix} N & \sum x \\ \sum x & \sum x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum xy \end{bmatrix}$$

เนื่องจากปัญหาเกี่ยวข้องกับแค่สองสมการสองตัวแปร ดังนั้นจึงสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า a_0 และ a_1 ได้ไม่ยากนัก แต่หากจำนวนสมการมีมากขึ้นการแก้สมการเพื่อหาตัวไม่ทราบค่าก็จะมีความยุ่งยากเพิ่มขึ้นตามไปด้วย ซึ่งรายละเอียดจะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

<u>การสร้างสมการถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันพหุนาม</u>

ปัญหาที่จะพิจารณาต่อไปคือความถดถอยของสมการกำลังสอง โดยยังคงใช้หลักการของกำลังสองน้อยสุด ในกรณีนี้แบบจำลองของสมการกำลังสองทั่วๆไปคือ

$$y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

ต่อไปทำการแทรกฟังก์ชันนี้ไว้ในรูปแบบของผลรวมความเบี่ยงเบนกำลังสอง

$$E(a_0,a_1,a_2) = \sum [\, a_0 x_{i,exp} + a_1 x_{i,exp} + a_2 x_{i,exp} - y_{i,exp} \,]^2$$

สังเกตว่าขณะนี้ E เป็นฟังก์ชันของสามตัวแปรคือ a_0 , a_1 และ a_2 เมื่อใช้หลักการของการหาค่าต่ำสุดจึงได้เป็นสามสมการดังนี้

$$\partial E(a_0,a_1,a_2)/\partial a_0 = 0 \;,\; \partial E(a_0,a_1,a_2)/\partial a_1 = 0 \;,\; \partial E(a_0,a_1,a_2)/\partial a_2 = 0$$

เมื่อแก้สมการอนุพันธ์ทั้งสามข้างบนนี้แล้ว และทำการจัดรูปแบบเสียใหม่ในรูปแบบอย่างง่ายๆ จะได้เป็นเซตของสมการดังนี้

$$(N)\, a_0 + (\textstyle\sum x)\, a_1 + (\sum x^2)\, a_2 = \sum y$$
$$(\textstyle\sum x)\, a_0 + (\sum x^2)\, a_1 + (\sum x^3)\, a_2 = \sum xy$$
$$(\textstyle\sum x^2)\, a_0 + (\sum x^3)\, a_1 + (\sum x^4)\, a_2 = \sum x^2 y$$

หรือนำมาเขียนในรูปแบบของ Matrix ได้ว่า

$$\begin{bmatrix} N & \sum x & \sum x^2 \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum xy \\ \sum x^2 y \end{bmatrix}$$

จะเห็นได้ว่าวิธีกำลังสองน้อยสุดสามารถสร้างครอบคลุมปัญหาการถดถอยของสมการพหุนามดีกรี n ได้ โดยการทำการสร้างแบบจำลองดังนี้

$$y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

สัมประสิทธิ์ของสมการพหุนามก็สามารถหาได้จากการแก้สมการ Matrix เหล่านี้

$$\begin{bmatrix} N & \sum x & \sum x^2 & \dots & \sum x^n \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 & \dots & \sum x^{n+1} \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 & \dots & \sum x^{n+2} \\ : & : & : & : & : \\ \sum x^n & \sum x^{n+1} & \sum x^{n+2} & \dots & \sum x^{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ : \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum xy \\ \sum x^2 y \\ : \\ \sum x^n y \end{bmatrix}$$

ประวัติผู้เขียน

นาย อดิศร สุขพันธุ์ถาวร เกิดวันที่ 1 ตุลาคม พ.ศ. 2510 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโลหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2532 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2536